《概率论与数理统计》　模拟考卷

开课学院：理学院，专业：大面积，考试形式：半开卷，　所需时间：120 分钟

备用数据：

$\Phi(1.67)=0.9525,\Phi(1.645)=0.95$

$t_{0.95}(35)=1.69,t_{0.95}(36)=1.688,t_{0.975}(35)=2.03,t_{0.975}(36)=2.028$

$\chi^2_{0.975}(35)=53.203,\chi^2_{0.025}(35)=20.569,\chi^2_{0.975}(36)=59.342,\chi^2_{0.025}(36)=24.433$

一.（6 分）某人外出可以乘坐飞机、火车、轮船、汽车四种交通工具，其概率分别为 5%、15%、30%、50%，乘坐这几种交通工具能如期到达的概率依次为 100%、70%、60%、90%。已知该人误期到达，求他是乘坐火车的概率。

二.　（14 分）设(ξ,η)的联合分布率为

ξ \ η	0	1	2
0	a	b	$\frac{1}{9}$
1	$\frac{2}{9}$	c	0
2	$\frac{1}{9}$	0	0

其中 a，b，c 为常数，已知$E\xi=E\eta=\frac{2}{3}$。求：

（1）求常数 a，b，c；（本小题 3 分）

（2）求出ξ和η的边际分布律，并判断ξ和η是否独立（需说明理由）;（本小题 3 分）

（3）　求$\varsigma=\min(\xi,\eta)$的分布函数$F_{\varsigma}(z)$；（本小题 4 分）

（4）求$E\xi\eta$。（本小题 4 分）

三．（6 分）（本题要求用中心极限定理近似计算）设系统由 n 个部件组成，运行期间每个部件损坏的概率为 0.1，至少有 80%的部件完好时系统才能正常工作，问 n 至少多大才能使系统正常工作的概率不小于 0.95 .

四．（10 分）设二维随机变量 (X,Y) 在区域 D 上服从均匀分布, 其中

D=$\{(x,y)|0<x<1, |y|<x\}$,

(1)分别求 X 和 Y 的边际密度函数；（本小题 8 分）

(2)求 $P\left\{Y>\frac{X}{2}\right\}$。（本小题 2 分）

五．（8 分）设 X_1，$X_2,\cdots$，X_n 为取自总体 X 的简单随机样本，

（1）若总体 X 服从二项分布 $B(m,p)$，其中参数 m 是已知的，参数 p 未知，求参数 p 的矩法估计 $\hat{p}_1$，并判断 $\hat{p}_1$ 是否为 p 的无偏估计（要求给出理由）。

（2）总体 X 服从几何分布，即其分布律为 $P(X=k)=p(1-p)^{k-1}$, $k=1,2,\cdots$，求参数 p 的极大似然估计。

六．（8 分）某中学入学考试中，设考生的数学考试成绩 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，从中任取 36 位考生的成绩，其平均成绩为 64.5 分，标准差为 15 分。

(1)问在 0.05 的显著性水平下，是否认为全体考生的数学平均成绩 μ 为 70 分？（本小题 4 分）

(2)在 μ 未知的条件下, 给出 σ^2 的置信水平为 0.95 的置信区间。（本小题 4 分）

七．填空题（每小题 4 分, 共 24 分）

1	2	3	4	5	6	

1．从 0，1，2，. . . , 9 中任取三个数字（不放回），则这三个数字中最大数字为

5 的概率______________。

2. 设 X 与 Y 相互独立，均服从 $[1,3]$ 上的均匀分布，记 $A=\{X\le a\}$，$B=\{Y>a\}$，

且 $P(A\cup B)=\dfrac{7}{9}$，$P(A)<\dfrac{1}{2}$，则 $a=$__________。

3. 设随机变量 X 的数学期望为 11，方差为 9，根据切比雪夫不等式估计 $P\{2<X<20\}\ge$__________。

4. 设 X 与 Y 相互独立，$X\sim U(0,3)$，Y 的概率密度为 $f(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}y} & y>0\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$，则

$D(2X-3Y+4)=$__________。

5. 设总体 X 服从 $N(0,\sigma^2)$ 分布，而 X_1，$X_2,\cdots$，X_9 是来自 X 的简单随机样本，

则统计量 $Y=\dfrac{2\left(X_1^2+X_2^2+X_3^2\right)}{X_4^2+X_5^2+\cdots+X_9^2}$ 服从__________分布（须写出自由度）.

6. 对某设备厂家 17 个月的盈利 Y （单位：万元)与产量 X （单位：台)的统计数据，用 EXCEL 的统计分析工具作回归分析，结果如下：

回归统计								
Multiple R	0.9600581							
R Square	0.9217115							
Adjusted R Squ	0.9164923							
标准误差	0.5857137							
观测值	17							
方差分析								
	df	SS	MS	F	Significance F			
回归分析	1	60.584186	60.584186	176.599	1.05913E-09			
残差	15	5.1459076	0.3430605					
总计	16	65.730094						
	Coefficient	标准误差	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%	下限 95.0%	上限 95.0%
Intercept	-4.46883	0.6661896	-6.708045	7E-06	-5.888779918	-3.048881	-5.88878	-3.048881
X Variable 1	0.8696996	0.0654448	13.28906	1.1E-09	0.730207381	1.0091919	0.7302074	1.0091919

则（1）Y 与 X 的相关系数为__________;

（2）盈利与产量的回归方程是 ____________________________ 。

八. 选择题(24 分，每小题 3 分)

1	2	3	4	5	6	7	8

1. 设 A_1,A_2 两个随机事件相互独立，当 A_1,A_2 同时发生时，必有 A 发生，则（　　）

(A) $P(A_1A_2)\le P(A)$ (B) $P(A_1A_2)\ge P(A)$

(C) $P(A_1A_2)=P(A)$ (D) $P(A_1)P(A_2)=P(A)$

2. n 张奖券有 m 张有奖的，k 个人购买，每人一张，其中至少有一人中奖的概率是（　　　）。

(A) $\frac{C_m^1C_{n-m}^{k-1}}{C_n^k}$ (B) $\frac{m}{C_n^k}$

(C) $1-\frac{C_{n-m}^k}{C_n^k}$ (D) $\sum_{r=1}^{n}\frac{C_m^r}{C_n^k}$

3. 二维随机变量 (X,Y) 的概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}15x^2y, & 0\le x\le y\le 1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，

则 X,Y 的关系为（　　　）。

(A) X,Y 独立　　　　(B) X,Y 不独立

(C) 在 $0\le x\le y\le 1$ 上独立　　　　(D)无法判定

4. 已知随机变量 ξ 服从标准正态分布 $N(0,1)$，则 $\eta=e^{\xi}$ 的概率密度为（　　）.

（A）$p_\eta(y)=\begin{cases}\frac{1}{\sqrt{2\pi y^2}} & y>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$；　（B）$p_\eta(y)=\begin{cases}\frac{1}{\sqrt{2\pi y^3}} & y>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$；

（C）$p_\eta(y)=\begin{cases}\frac{1}{\sqrt{2\pi y^{\ln y}}} & y>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$；　（D）$p_\eta(y)=\begin{cases}\frac{1}{\sqrt{2\pi y^2 y^{\ln y}}} & y>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$；

5. 设 $f_1(x)$ 为（-1，3）内均匀分布的密度函数，$f_2(x)$ 为标准正态分布的密度函数，若 $f(x)=\begin{cases}af_1(x), & x\le 0\\ bf_2(x), & x>0\end{cases}$ $(a>0,b>0)$ 为密度函数，则 a,b 应满足（　　）.

(A) $a+b=1$　(B) $a+b=2$　(C) $a+2b=4$　(D) $2a+b=4$

6. 若 $(X,Y)\sim N(0,0,1,1,0)$，则 $P\left(\frac{X}{Y}<0\right)=($　　　$)$

(A) $\frac{1}{2}$　　(B) 1　　(C) 0　　(D) $\Phi(1)$

7. 设随机变量 $X \sim t(n)(n>1), Y=\frac{1}{X^2}$，则有（　　）

(A) $Y \sim \chi^2(n)$　　(B) $Y \sim \chi^2(n-1)$

(C) $Y \sim F(1,n)$　　(D) $Y \sim F(n,1)$

8. 设随机变量 ξ，η 独立同分布，均服从参数为 0.5 的泊松分布 $P(0.5)$，则概率 $P(\xi+\eta=3)=$（　　）

（A）$\frac{1}{6}e^{-1}$；　（B）$\frac{1}{3}e^{-1}$；　（C）$\frac{4}{3}e^{-2}$；　（D）$\frac{2}{3}e^{-2}$；

补充题：

1、(10 分) 设随机变量 $X \sim U[-2,\ 2]$，记 $Y_k=\begin{cases}1, & X>k-1,\\ 0, & X\le k-1,\end{cases}\quad k=1,2,$

(1). 求 $(Y_1，Y_2)$ 的联合分布律；(2). $\mathrm{Cov}(Y_1，Y_2)$

2、(12 分) 设二维随机变量 (X,Y) 在由 $y=1/x,\ y=0,\ x=1$ 和 $x=e^2$ 所形成的区域 D 上服从均匀分布，求 (X,Y) 的联合密度函数，概率 $P(X+Y\ge 1)$，关于 X 的边缘密度函数和关于 X 的边缘密度在 $x=2$ 处的值.

3. 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1,\\ 0\ , & \text{其他}.\end{cases}$$

现对 X 进行三次独立重复观察，用 Y 表示事件 $(X\le 1/2)$ 出现的次数，则 $P(Y=2)=$ __________.

4. 设 X, Y 是两个随机变量，且 $DX=1,\ DY=1/4,\ \rho_{XY}=1/3$，则 $D(X-3Y)=$

__________.

5. 设 A, B, C 是三个相互独立的事件，且 $0<P(C)<1$，则在下列给定的四对事件中不相互独立的是（　　）.

（A）$\overline{A\cup B}$ 与 C；　　（B）$\overline{AC}$ 与 $\overline{C}$；

（C）$\overline{A-B}$ 与 $\overline{C}$；　　（D）$\overline{AB}$ 与 $\overline{C}$.

6、设 A, B 为随机事件，若 $0<\mathrm{P}(A)<1, 0<\mathrm{P}(B)<1$，则 $\mathrm{P}(A|B)>\mathrm{P}(A|\overline{B})$ 的充分必要条件是（　　）.

（A）$\mathrm{P}(B|A)>\mathrm{P}(B|\overline{A})$　　（B）$\mathrm{P}(B|A)<\mathrm{P}(B|\overline{A})$

（C）$\mathrm{P}(\overline{B}|A)>\mathrm{P}(B|\overline{A})$　　（D）$\mathrm{P}(\overline{B}|A)<\mathrm{P}(B|\overline{A})$

7、设随机变量 $\boldsymbol{X}$ 的分布函数为 $F(x)=0.6\Phi(x)+0.4\Phi\left(\dfrac{x-10}{2}\right)$，其中 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，则 $\boldsymbol{EX}=$ ______________.

（End）