第 27 届全国部分地区大学生物理竞赛试卷参考答案

一、填空题（必做，共 10 题，每题 2 空，每空 3 分，共 60 分）

1. $v_1=\sqrt{gR}$ ； $v_2=\sqrt{2gR}$ 。　　2. $\omega_{3\max}$ ； $\frac{1}{3}(7+2\sqrt{2})qE$

3. $v_1=\dfrac{u}{u-v_S}v_0$ ； $v_2=\dfrac{u+v_B}{u}v_0$ 。4. 会；632 $mmHg$

5. 图 1 ； 图 1 和图 2 。　　6. q/ε_0 ； $q/6\varepsilon_0$

7. $U_M=RE_0$ ；有，表面受扩张力，电量太大扩张力大，导致导体壳撑破

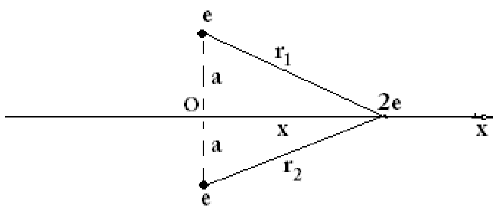
8. $L=(n-1)d=3\times10^{-4}$ cm， $N=L/\lambda=6$ 条

9. d= 12.2 cm； N= 400 线/mm 。（此答案取波长 500nm ）
此题波长由学生判断，应该自己决定照相机使用的波长，只要取可见光波长均可以算对。

10. $t=$ 4s； $\dfrac{140}{37}$ cs（光秒）

二、计算题（必做，共 4 题，每题 15 分，共 60 分）

11. 解：设 α 粒子在轨道上任一点的位置为 x，两个正电荷之间的距离为 2a，则两正电荷在 α 粒子处的总电势为：



$$U_P=\frac{e}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)=\frac{e}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+a^2}}$$ （3 分）

两正电荷构成的系统与 α 粒子之间的相互作用能为

$$W_{互}=q_iU_i=2e\cdot\frac{e}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+a^2}}=\frac{e^2}{\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+a^2}}$$ （3 分）

2）求 α 粒子所受的作用力：

方法一：用库仑力做，两正电荷与 α 之间的库仑力为

$$F_x=2F_e\cos\theta=2\frac{2e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x^2+a^2}\frac{x}{\sqrt{(x^2+a^2)}}=\frac{e^2x}{\pi\varepsilon_0\sqrt{(x^2+a^2)^3}},方向\rightarrow$$ （3 分）

方法二：用虚功原理做 $\vec{F}=-\dfrac{dW_{互}}{dx}=\dfrac{e^2x}{\pi\varepsilon_0\sqrt{(x^2+a^2)^3}}\vec{i}$

求 α 粒子所受的作用力的极值，即求力 $\vec{F}$ 模 $|\vec{F}|$ 的极值，

$$\frac{d|\vec{F}|}{dx}=\frac{d}{dx}\left\{\frac{e^2|x|}{\pi\varepsilon_0\sqrt{(x^2+a^2)^3}}\right\}=\frac{e^2}{\pi\varepsilon_0}\frac{(x^2+a^2)-3x^2}{\sqrt{(x^2+a^2)^5}}=\frac{e^2}{\pi\varepsilon_0}\frac{a^2-2x^2}{\sqrt{(x^2+a^2)^5}}=0$$

$$\frac{d|\vec{F}|}{dx}=\frac{e^2}{\pi\varepsilon_0}\frac{a^2-2x^2}{\sqrt{(x^2+a^2)^5}}=0\longrightarrow a^2-2x^2=0,x=\pm\frac{a}{\sqrt{2}};$$ （3 分）

所以在 $x=\pm\dfrac{a}{\sqrt{2}}$ 处， α 受力取极值，极值可能极大，可能极小，再由

$$\frac{d^2\left|\vec{F}\right|}{dx^2}=\frac{e^2}{\pi\varepsilon_0}\frac{d}{dx}\left[\frac{a^2-2x^2}{\sqrt{\left(x^2+a^2\right)^5}}\right]=\frac{e^2}{\pi\varepsilon_0}\frac{2|x|(3x^2-2a^2)}{\sqrt{\left(x^2+a^2\right)^7}},$$

因为在 $x=\pm\frac{a}{\sqrt{2}}$ 处，$3x^2-2a^2=-\frac{a^2}{2}<0$，所以，

$\frac{d^2\left|\vec{F}\right|}{dx^2}=\frac{e^2}{\pi\varepsilon_0}\frac{2|x|(3x^2-2a^2)}{\sqrt{\left(x^2+a^2\right)^7}}<0$，即在 $x=\pm\frac{a}{\sqrt{2}}$ 处，α 受作用力达到极大值。（3 分）

12 解： $T_A=\frac{p_AV_A}{nR}=\frac{p_0V_0}{nR}=T_0$，　　$T_B=T_C=\frac{4p_0V_0}{nR}=4T_0$　　(3分）

（1）　$W_{AB}=\frac{1}{2}(p_A+p_B)(V_B-V_A)=\frac{3}{2}p_0V_0$

$W_{BC}=nRT_B\ln\frac{V_C}{V_B}=4p_0V_0\ln 2$

$W_{CA}=-3p_0V_0$　　　　（3 分）

（2）$\Delta U_{AB}=\frac{3}{2}nR(T_B-T_A)=\frac{9}{2}nRT_0=\frac{9}{2}p_0V_0$

$\Delta U_{BC}=0$

$\Delta U_{CA}=\frac{3}{2}nR(T_A-T_C)=-\frac{9}{2}p_0V_0$　　　　（3 分）

（3）$Q_{AB}=W_{AB}+\Delta U_{AB}=6p_0V_0$

$Q_{BC}=W_{BC}+\Delta U_{BC}=4p_0V_0\ln 2$　　　　(3分）

$Q_{CA}=W_{CA}+\Delta U_{CA}=-\frac{15}{2}p_0V_0$

（4）$\eta=1-\frac{-Q_{CA}}{Q_{AB}+Q_{BC}}=1-\frac{15}{12+8\ln 2}=\frac{8\ln 2-3}{12+8\ln 2}=14.5\%$　　(3分）

13.解：1）t=0 时刻，螺线管接通电流，则由于电流变化，管内磁场也将随时间变化，对长直螺线管内，有　　$B=\mu_0NI(t)=\mu_0Nkt$　　（2 分），

因为 B 变化，在管内外会产生涡旋电场，

$2\pi rE_{旋内}=-\frac{dB}{dt}\pi r^2=-\mu_0Nk\pi r^2$；$E_{旋内}=-\frac{\mu_0Nkr}{2}$　$r<R$

方向与螺线管的电流反向　　（2 分）

$2\pi rE_{旋外}=-\frac{dB}{dt}\pi R^2=-\mu_0Nk\pi R^2$；$E_{旋外}=-\frac{\mu_0NkR^2}{2r}$　$r>R$

方向与螺线管的电流电流反向　（2 分）

2)求感应电流密度及其方向

由 1）可见，管内涡旋电场的大小取决于 r 的大小,越靠近螺线管壁处，涡旋电场越大。等离子体中，正、负离子在涡旋电场的作用下作环绕轴线的圆周运动，正负离子均受涡旋电场力作用，电子和离子受到大小相等方向相反的切向力而获得相反方向的切向加速度：　就其大小而言，

对于电子：$eE_{旋}=m_e\dfrac{dv_e}{dt}$，对于离子：$eE_{旋}=(m_{离子})\dfrac{dv_{离}}{dt}$

由于 $m_{离子}>>m_e$，因此电子在切向获得加速度>>离子所获得的加速度，因而使等离子体内形成以电子流动为主的与涡旋电场方向相反的电子流，略去离子流贡献。

距中心为 r 处的电流密度的大小便为 $\quad j(r,t)=n_0eu(r,t)$ （3 分）

其中 $u(r,t)$ 是 t 时刻，r 处电子在涡旋电场作用下获得的切向运动速度（与电流密度方向相反）。对对上式两边求导得

$$\frac{\partial j(r,t)}{\partial t}=n_0e\frac{\partial u(r,t)}{\partial t}=n_0ea(r,t)=n_0e\frac{F}{m_e}\quad F=eE_{旋}$$

于是有 $\quad \dfrac{\partial j(r,t)}{\partial t}=\dfrac{n_0e^2}{m_e}E_{旋}=\dfrac{\mu_0Nkn_0e^2r}{m_e}$

所以，当 r 一定时，$\quad j(r,t)=\int_0^t\dfrac{\mu_0Nn_0e^2kr}{m_e}dt=\dfrac{\mu_0Nn_0e^2kr}{m_e}t$ （3 分）

电流密度是正电荷流动的方向，因此应该和涡旋电场方向相同。

3）感应电流方向与螺线管中通有的电流方向相反。忽略感应电流产生的轴向磁场，则电离了的正负离子由于有运动，它们均受到轴线磁场的洛伦兹力，正离子与涡旋电场同方向运动，电子反方向运动，轴向磁场向上，两者受到的洛仑兹力均指向轴线，洛伦兹力使正负离子均向轴线运动，因此除了有切向运动外，正负离子还有向轴线运动的趋势。又由于外层涡旋电场大，正负离子获得的切向速度大于内层，所以外层等离子体薄层会向轴线迅速压缩， （3 分）

14. 解：（1）参考题解图 1 $\quad T_1$ 的计算：

球 1 从 A 到 B$_1$ 所经时间记为 t_{11}，到达 B$_1$ 的速度大小记为 v_{10} 有

$$3L=\frac{1}{2}g\sin\phi\cdot t_{11}^2\Rightarrow t_{11}=\sqrt{10L/g}$$

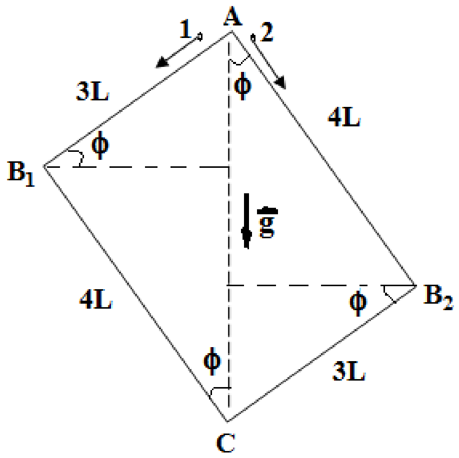
$$v_{10}=g\sin\phi\cdot t_{11}=\frac{3}{5}\sqrt{10gL}$$

将球 1 从 B$_1$ 到 C 时间记为 t_{12}，有

$$4L=v_{10}t_{12}+\frac{1}{2}g\cos\phi\cdot t_{12}^2=\frac{3}{5}\sqrt{10gL}\cdot t_{12}+\frac{2}{5}gt_{12}^2$$

取其解为 $\quad t_{12}=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{10L}{g}}$

合成，得 $\quad T_1=t_{11}+t_{12}=\dfrac{3}{2}\sqrt{\dfrac{10L}{g}}$ （4分）



题解图1

T_2 的计算：

仿照球 1 所引参量，有

$$4L=\frac{1}{2}g\cos\phi\cdot t_{21}^2\Rightarrow t_{21}=\sqrt{10L/g}(=t_{11})\qquad v_{20}=g\cos\phi\cdot t_{21}=\frac{4}{5}\sqrt{10gL}$$

$$3L=v_{20}t_{22}+\frac{1}{2}g\sin\phi\cdot t_{22}^2=\frac{4}{5}\sqrt{10gL}\cdot t_{22}+\frac{3}{10}gt_{22}^2\qquad t_{22}=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{10L}{g}}$$

$$T_2=t_{21}+t_{22}=\frac{4}{3}\sqrt{\frac{10L}{g}}$$ （3 分）

（2）由（1）问解答可知 $\quad T_0=T_2=\dfrac{4}{3}\sqrt{\dfrac{10L}{g}}$

球 1、2 于 $t_{11}=t_{21}=\sqrt{10L/g}\overset{令}{=}t_1$

分别同时到达 B_1、B_2 。据此将讨论的时间范围分为两段： $0\le t<t_1$ 和 $t_1<t<T_0$

$0\le t<t_1$ 时间段 $\vec{F}$ 的求解：

此时间段内，t 时刻球 1、2 所在位置到竖直线 AC 的水平距离分别为

$$x_1=(\frac{1}{2}g\sin\phi\cdot t^2)\cdot\cos\phi,\quad x_2=(\frac{1}{2}g\cos\phi\cdot t^2)\cdot\sin\phi$$

即有 $$x_1=x_2$$

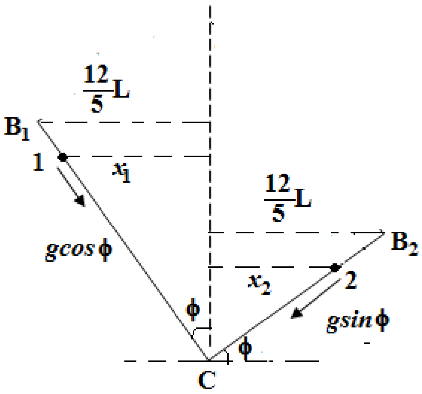
重力 $m_1\vec{g}=m\vec{g}$、$m_2\vec{g}=m\vec{g}$ 相对 A 点力矩之和为零，故有解

$$\vec{F}=0 \qquad (4分)$$

$t_1<t<T_0$ 时间段 $\vec{F}$ 的求解：

参考题解图 2，球 1、2 朝 AC 线水平加速度分别为

$$(g\cos\phi)\cdot\sin\phi=\frac{12}{25}g,\quad (g\sin\phi)\cos\phi=\frac{12}{25}g$$



题解图2

即相同。t 时刻重力矩之和为

$$\Delta\vec{M}\begin{cases}方向：水平朝外\\ 大小：\Delta M=m_1gx_1-m_2gx_2\end{cases}$$

$$x_1=\frac{12}{5}L-\left[v_{10}\sin\phi\cdot(t-t_1)+\frac{1}{2}\times\frac{12}{25}g(t-t_1)^2\right]$$

$$x_2=\frac{12}{5}L-\left[v_{20}\cos\phi\cdot(t-t_1)+\frac{1}{2}\times\frac{12}{25}g(t-t_1)^2\right]$$

$$x_1-x_2=(v_{20}\cos\phi-v_{10}\sin\phi)(t-t_1)=\frac{7}{25}\sqrt{10gL}(t-t_1)$$

为平衡此力矩，要求

$$\vec{F}\begin{cases}方向：水平朝左\\ 大小：F=\Delta M/5L=\frac{7}{125}\sqrt{10}mg\sqrt{\frac{g}{L}}(t-t_1),\quad t_1=\sqrt{10L/g}\end{cases} \qquad (4分)$$

三．15.（**20 分，文管组和农林医组不做，其他组必做**）

解：（1）参考题图 1。静电平衡后，各导体板内场强为零，由高斯定理得　A 板下表面与 B 板上表面电荷等量异号

　　　C 板下表面与 D 板上表面电荷等量异号

B、C 板连成一个导体，等势，B 板下表面和 C 板上表面若有电荷，均应处理为无穷大均匀带电平面，其间电场线必定与板面垂直，使 B、C 间有电势差，与 B、C 等势矛盾。因此，要求

　　　B 板下表面电量为零，C 板上表面电量为零，

各导体板内场强为零，又要求

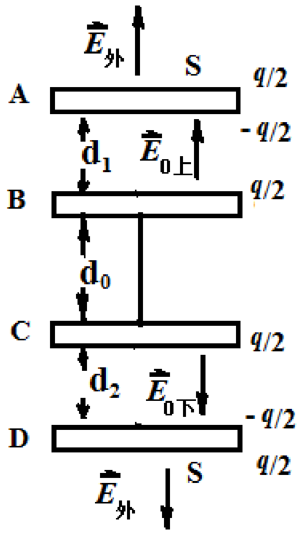
　　　A 板下表面与 B 板上表面电荷等量异号

由电荷守恒要求

　　　A 板总电量为零，B、 C 板电量之和为零，D 板总电量为零

根据上述要求建立 8 个方程，可解（过程略）得 A、B、C、D 板上、下表面电量分布如题图 1 所示。各区域场强方向也已在图中示出，且有

$$E_{0上}=E_{0下}=q/2\varepsilon_0S$$



题解图1

便得 $U_{AD}=-E_{0上}d_1+E_{0下}d_2=\dfrac{q}{2\varepsilon_0 S}(d_2-d_1)$ （8分）

（2）电量 Q 从电源正极流到 A 板达到平衡后，A、B、C、D 板的电荷分布及板间场强分布如题解图 2 所示。图中 $\vec{E}_上$、$\vec{E}_下$ 的方向均以向下为正，带有正、负号的 $E_上$、$E_下$ 分别为

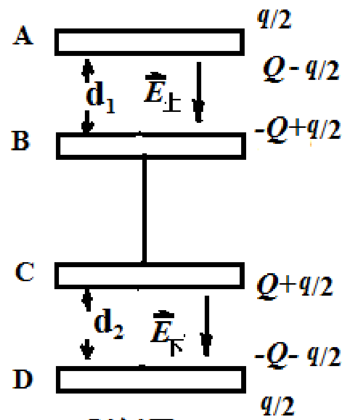
$$E_上=\frac{2Q-q}{2\varepsilon_0 S},\qquad E_下=\frac{2Q+q}{2\varepsilon_0 S}$$

继而得

$$U_{AB}=E_上 d_1=\frac{2Q-q}{2\varepsilon_0 S}d_1,\qquad U_{CD}=E_下 d_2=\frac{2Q+q}{2\varepsilon_0 S}d_2$$

$$\varepsilon=U_{AB}+U_{CD}=\frac{2Q(d_1+d_2)+q(d_2-d_1)}{2\varepsilon_0 S}$$

可解得 $Q=\dfrac{2\varepsilon_0 S\varepsilon+q(d_1-d_2)}{2(d_1+d_2)}$



题解图2

对 Q 的正负号判断如下：

$$Q\le 0\qquad 当\frac{q(d_2-d_1)}{2\varepsilon_0 S}\ge\varepsilon\ 时$$

$$Q>0\begin{cases}0<Q\le\dfrac{q}{2} & 当\dfrac{q(d_2-d_1)}{2\varepsilon_0 S}<\varepsilon\le\dfrac{qd_2}{\varepsilon_0 S}\ 时\\[2ex] Q>\dfrac{q}{2} & 当\qquad \varepsilon>\dfrac{qd_2}{\varepsilon_0 S}\ 时\end{cases}\qquad（7分）$$

（3）R_0、R_x 分压之比为

$$U_0/U_x=R_0/R_x$$

k_1 接通稳定后，k_2 未接通时，有

$$2Q-q=\frac{2\varepsilon_0 S\varepsilon-2qd_2}{d_1+d_2},\ 2Q+q=\frac{2\varepsilon_0 S\varepsilon+2qd_1}{d_1+d_2}$$

k_2 接通后，流过 r 的电流若是始终为零，则 k_2 接通前便应有

$$\frac{R_0}{R_x}=\frac{U_0}{U_x}=\frac{U_{AB}}{U_{CD}}=\frac{(2Q-q)d_1}{(2Q+q)d_2}=\frac{(2\varepsilon_0 S\varepsilon-2qd_2)d_1}{(2\varepsilon_0 S\varepsilon+2qd_1)d_2}$$

解得 $R_x=\dfrac{(\varepsilon_0 S\varepsilon+qd_1)d_2}{(\varepsilon_0 S\varepsilon-qd_2)d_1}R_0$ （4分）

出现此种情况的 ε 取值范围为

$$\varepsilon>\frac{qd_2}{\varepsilon_0 S}\qquad（1分）$$

16. （**20 分，非物理 A 组必做，其他组不做**）

（提示：平面极坐标系中无限小曲线段长度 $\mathrm{d}l=\sqrt{(\mathrm{d}r)^2+(r\mathrm{d}\theta)^2}$，

积分参考公式 $\int\sqrt{a^2+x^2}\,\mathrm{d}x=\frac{x}{2}\sqrt{a^2+x^2}+\frac{a^2}{2}\ln\left(x+\sqrt{a^2+x^2}\right)+C$）

解：T_{k} 的计算：

$$dl=\sqrt{(dr)^2+(rd\theta)^2}=\frac{r_0}{\pi}\sqrt{1+\theta^2}\,d\theta$$

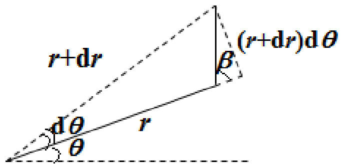
$$L_K=\int_0^{2k\pi}dl=\frac{r_0}{\pi}\int_0^{2k\pi}\sqrt{1+\theta^2}\,d\theta$$

$$=\frac{r_0}{\pi}\left[\frac{\theta}{2}\sqrt{1+\theta^2}+\frac{1}{2}\ln(\theta+\sqrt{1+\theta^2})\right]_0^{2k\pi}=\cdots$$

$$T_{\mathrm{k}}=\frac{L_K}{v_0}=\frac{r_0}{\pi v_0}\left[k\pi\sqrt{1+4k^2\pi^2}+\frac{1}{2}\ln(2k\pi+\sqrt{1+4k^2\pi^2})\right]$$ （5分）

小球速度方向转角 $\Delta\phi_{\mathrm{k}}$ 的计算：

参考题解图 1，小球到 r、θ 位置时螺线切线方向线与矢径方向线夹角记为 β，有



题解图1

$$\tan\beta=\frac{(r+dr)d\theta}{dr}=\frac{rd\theta}{dr}=\theta$$

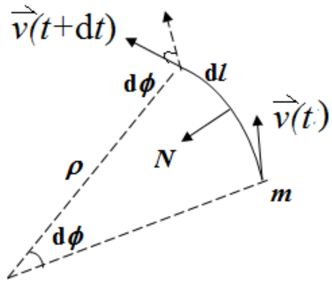
得 $\theta=0$ 时，$\beta_0=0$; $\theta=2k\pi$ 时，$\beta_{\mathrm{k}}=\arctan(2k\pi)$

小球速度方向转角便为

$$\Delta\phi_k=2k\pi+(\beta_k-\beta_0)=2k\pi+\arctan(2k\pi)$$ （5分）

$\overline{N}$ 的计算：

dt 时间段内小球运动和受力情况，如题解图 2 所示，有



题解图2

$$N=m\frac{v^2}{\rho}\Rightarrow Ndt=mv\frac{vdt}{\rho}=mv\frac{dl}{\rho}=m\,v\,\boldsymbol{\phi}$$

得 $\int_0^{T_k}Ndt=\int_0^{T_k}mvd\phi=mv_0\Delta\phi_k$

$$\overline{N}=\frac{\int_0^{T_k}Ndt}{T_k}=\frac{\pi mv_0^2}{r_0}\frac{2k\pi+\arctan(2k\pi)}{k\pi\sqrt{1+4k^2\pi^2}+\frac{1}{2}\ln(2k\pi+\sqrt{1+4k^2\pi^2})}$$ （8分）

k 很大时 $\overline{N}$ 的近似表达式：

$$2k\pi+\arctan(2k\pi)\approx 2k\pi+\frac{\pi}{2}\approx 2k\pi$$

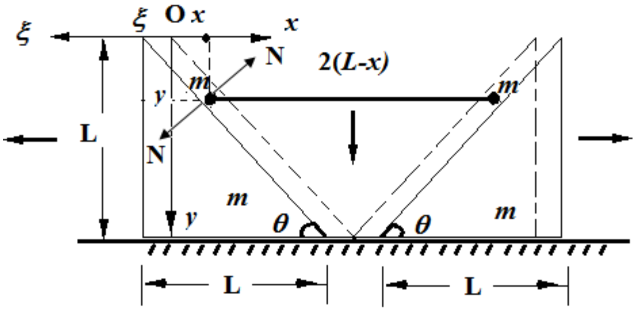
$$k\pi\sqrt{1+4k^2\pi^2}+\frac{1}{2}\ln\left(2k\pi+\sqrt{1+4k^2\pi^2}\right)\approx 2k^2\pi^2+\frac{1}{2}\ln 4k\pi\approx 2k^2\pi^2$$

（2分）

$$\Rightarrow\qquad \overline{N}\approx\frac{mv_0^2}{kr_0}$$

17．（**20 分，物理组必做，其他组不做**）

解：参考题解图，图中虚线所示为两个斜木块初始位置，顶端取为坐标原点 O，为左侧小球朝右、朝下运动设置 x、y 坐标轴，为左侧斜木块朝左运动设置 ξ 坐标。每一个斜木块底面长记为 L 则高也为 L 。建立下述方程：



题解图

球：

$$N\cdot\sin\theta-k\cdot 2x=m\ddot{x},$$

$$mg-N\cos\theta=m\ddot{y}$$

木块： $N\cdot\sin\theta=m\ddot{\xi}$

运动关联： $y=(x+\xi)\tan\theta$

将其中木块方程所得

$$N=m\ddot{\xi}\big/\sin\theta$$

代入小球方程，并将 $\theta=45^{o}$ 代入，经数学处理后，可得

$$\ddot{\xi}=\ddot{x}+\frac{2k}{m}x \qquad (1)$$

$$\ddot{y}+\ddot{\xi}=g \qquad (2) \qquad\qquad (6分)$$

$$\ddot{y}=\ddot{x}+\ddot{\xi} \qquad (3)$$

Ⅰ： $\ddot{x}$ 方程的建立和求解

（2）（3）式联立，消去 $\ddot{y}$，得 $\qquad \ddot{x}+2\ddot{\xi}=g \qquad (4)$

将（1）式代入（4）式，得 $\qquad \ddot{x}+\dfrac{4m}{3m}x=\dfrac{g}{3}$

通解为

$$\begin{cases} x=A\cos(\omega t+\phi)+\dfrac{mg}{4k}, \quad \omega=\sqrt{\dfrac{4k}{3m}} \\ \dot{x}=-\omega A\sin(\omega t+\phi) \end{cases}$$

由初条件 $\qquad t=0$ 时，$x=0,\ \dot{x}=0$

得

$$A\cos\phi+\frac{mg}{4k}=0$$

$$-\sqrt{\frac{4k}{3m}}A\sin\phi=0 \qquad \Rightarrow\phi=0 \ \text{或}\ \pi$$

取 $\phi=0$ ，则 $A=-\dfrac{mg}{4k}\Rightarrow x=[1-\cos\omega t]\dfrac{mg}{4k}$

取 $\phi=\pi$ ，则 $A=\dfrac{mg}{4k}\Rightarrow x=[1+\cos(\omega t+\pi)]\dfrac{mg}{4k}$

可统一为

$$x=(1-\cos\omega t)\frac{mg}{4k}$$

$$\ddot{x}=\frac{g}{3}\cos\omega t,\quad \omega=\sqrt{\frac{4k}{3m}} \qquad\qquad (5分)$$

Ⅱ：$\ddot{\xi}$方程的建立和求解

由（1）式，得 $$\ddot{\xi}=\ddot{x}+\frac{2k}{m}x=\frac{g}{3}\cos\omega t+\frac{2k}{m}(1-\cos\omega t)\frac{mg}{4k}$$

$$\ddot{\xi}=-\frac{g}{6}\cos\omega t+\frac{g}{2}$$

积分，得 $\dot{\xi}=-\frac{g}{6\omega}\sin\omega t+\frac{1}{2}gt+C_1$，$t=0$ 时，$\dot{\xi}=0\Rightarrow C_1=0$

$$\Rightarrow\xi=\frac{g}{6\omega^2}\cos\omega t+\frac{1}{4}gt^2+C_2,\ t=0\text{ 时},\xi=0\Rightarrow C_2=-\frac{g}{6\omega^2}$$

$$\Rightarrow\xi=\frac{g}{6\omega^2}(\cos\omega t-1)+\frac{1}{4}gt^2$$

$$\Rightarrow\xi=\frac{mg}{8k}(\cos\omega t-1)+\frac{1}{4}gt^2$$ （4分）

讨论： $\ddot{\xi}=-\frac{g}{6}\cos\omega t+\frac{g}{2}$，$\Rightarrow\frac{2}{3}g\geq\ddot{\xi}\geq\frac{g}{3}>0$

$\Rightarrow N=\frac{m\ddot{\xi}}{\sin\theta}>0$，故弹性杆落地前，小球不会离开斜面。

Ⅲ：：$y\sim t$ 的求解：由 $y=(x+\xi)\tan\theta=x+\xi$，得

$$y=\frac{mg}{8k}(1-\cos\omega t)+\frac{1}{4}gt^2$$ （1分）

Ⅳ：斜木块底面长度 L

$$N=\frac{m\ddot{\xi}}{\sin\theta}=\sqrt{2}m(-\frac{g}{6}\cos\omega t+\frac{g}{2})$$

N 第二次极小值，对应 $t=2T=2\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)=2\pi\sqrt{\frac{3m}{k}}$

此时有 $L=y(t=2T)=\frac{1}{4}gt^2\Big|_{t=2\pi\sqrt{3m/k}}$

得 $$L=\frac{3\pi^2mg}{k}$$ （2分）

Ⅴ：N 第二次达到极大值时杆的长度 l.

N 第二次极大值，对应 $t=\frac{3}{2}T=\frac{3\pi}{2}\sqrt{\frac{3m}{k}}$

此时杆长为

$$l=(2L-2x)\Big|_{t=\frac{3}{2}T}=\left[2L-2(1-\cos\omega t)\frac{mg}{4k}\right]\Bigg|_{\cos\omega t=-1}=2L-\frac{mg}{k}$$

得 $$l=\frac{(6\pi^2-1)mg}{k}$$ （2分）