

考生类别 _____

第 32 届全国部分地区大学生物理竞赛试卷

北京物理学会编印

2015 年 12 月 6 日

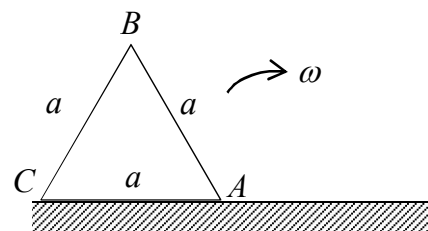
北京物理学会对本试卷享有版权，未经允许，不得翻印出版或用本试卷进行商业活动，违者必究。

题号	一	二			
	1 ~ 10	11	12	13	14
分数					
阅卷人					
题号	三			总分	
	15	16	17		
分数					
阅卷人					

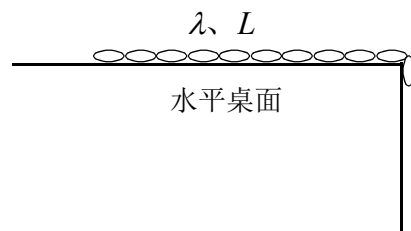
答题说明：前 14 题是必做题，满分是 120 分；文管组和农林医组只做必做题；除必做题外，非物理 B 组限做 15 题，满分 140 分；非物理 A 组限做 15、16 题，满分 160 分；物理组限做 15、17 题，满分 160 分。请同学们自觉填上与准考证上一致的考生类别，若两者不符，按废卷处理。请各组考生按上述要求做题，多做者不加分，少做者按规定扣分。

一、填空题（必做，共 10 题，每题 2 空，每空 3 分，共 60 分）

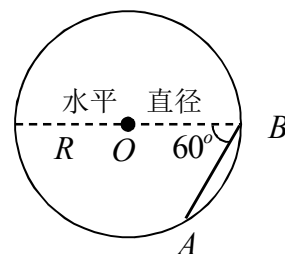
1. 如图所示，每边长为 a 的正三角板在水平地面上，朝一个方向不停地作无滑动的翻滚，每次翻滚都是绕着图示右着地顶点（例如图中的 A 点）转动，转动角速度恒为常量 ω 。当一条边（例如 AB 边）着地后，又会立即绕着新的右着地顶点（例如 B 点）继续作上述匀角速转动。如此继续下去，三角板的每一个顶点在翻滚的一个周期过程中，其曲线运动平均速率为_____。翻滚过程中，三角板内作匀速率曲线运动的点部位，其速率为_____。



2. 如图所示，质量线密度为 λ 、长为 L 的匀质轻绳，绝大部分沿长度方向伸直地静放在水平桌面上，且与桌面侧棱垂直。仅有很少一部分绳段静止地垂直悬挂在桌子的侧面上，而后绳将从静止开始滑动，设系统处处无摩擦。当桌面侧面绳段长度达 l （取 $l < \frac{L}{2}$ ）时，软绳各部位运动速度大小为 $v =$ _____，桌面侧棱给绳的支持力 \bar{N} 的水平分量 $N_{\parallel} =$ _____。

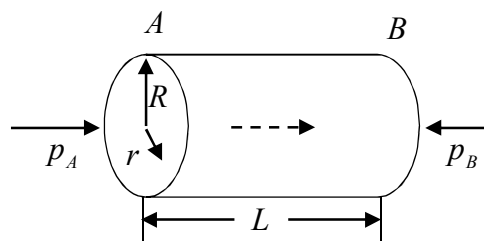


3. 如图所示，在某竖直平面内有一个半径为 R 的固定圆环，一根长为 R 、质量为 M 的均匀细杆 AB 静止在环内侧，与水平直径夹角为 60° 。自由释放后，设杆的 A 、 B 端只能沿环内侧无摩擦地运动。当杆处于水平方位时， A 端运动速



率 $v = \underline{\hspace{2cm}}$ ， A 端受环的作用力大小为 $N_A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

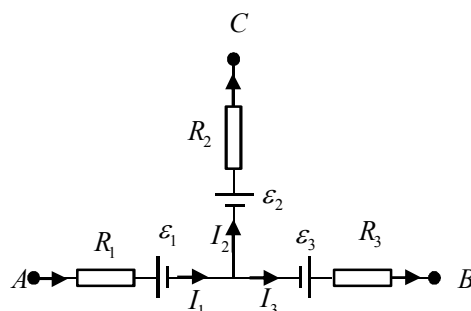
4. 如图所示，黏度为 η 的流体在半径为 R 的水平管道内，沿轴方向稳定地分层流动，流体与管壁接触处的流速为零。取长为 L 的 AB 管道段，已知 A 端、 B 端的外加水平压强分别为 p_A 、 p_B 常量，且 $p_A > p_B$ ，则管内流体流速的径向分布函数 $v(r) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。将单位时



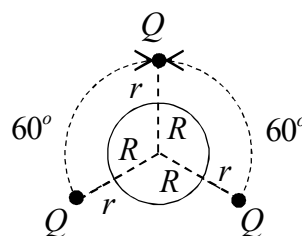
间内流过管道截面的流体体积 Q_V 表述为 $Q_V = (p_A - p_B)/R_f$ ，称 R_f 为该流管的流阻，则 $R_f = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 真实理想气体占据三维空间区域，每个分子都在作三维运动。设想一种被约束在二维空间区域内的理想气体，其中每个分子都在作二维运动。分子质量记为 m ，此种气体处于温度为 T 的热平衡态时，分子的速度分布函数为 $F_2(\vec{v}) = \underline{\hspace{2cm}}$ ，分子的速率分布函数为 $f_2(v) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 某直流电路中的部分电路，及其中直流电源、电阻参量和电流方向如图所示。电流 I_1 、 I_2 、 I_3 间的关系为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ， C 点到 B 点的电压 $U_{CB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



7. 空间三个固定点电荷和一个半径为 R 的几何球面的球心共面，它们的方位如图所示。点电荷电量同为 Q ，点电荷与球心相距同为 $r > R$ ，则 R 球



面上的场强平均值 $\bar{E}_{\text{球面}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ； R 球面上的电势平均值 $\bar{U}_{\text{球面}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 自然界中尚未发现磁荷（磁单极子）的存在，真空电磁场方程组为

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_{V_S} \rho_e dV \quad (1) \quad \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \iint_{S_L} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} \quad (2)$$

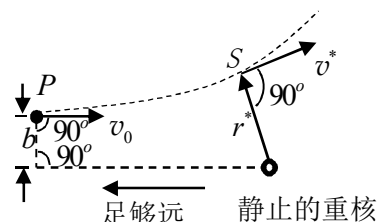
$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (3) \quad \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(\iint_{S_L} (\vec{j}_e + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) \cdot d\vec{s} \right) \quad (4)$$

自然界中若也有磁荷存在，则上述四个方程中需要修改的是方程 $\underline{\hspace{2cm}}$ （填写方程顺序号，有几个填几个）。自然界中若也有满足守恒定律的磁荷存在，且真空静止点磁荷 q_m 激发磁场满足“磁库伦定律”：

$\vec{H} = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{q_m \vec{r}}{r^3}$ ，其中 $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$ 是真空磁场强度。引入磁荷密度 ρ_m 和磁流密度 \vec{j}_m ，则上一填空号内的方程需修改为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 将行星绕太阳运动的动能与引力势能之和记为 E ，则 $E < 0$ 时行星轨道为椭圆， $E = 0$ 时行星轨道为抛物线， $E > 0$ 时行星轨道为双曲线。

α 粒子（氦核） P 的散射过程如图所示，静止重核的质子数为 Z 。 P 到达图中 S



点时与重核相距 r^* ，速度大小记为 v^* 。你能建立的两个联立后可求解 r^* 和 v^* 的方程为

_____、_____，其中 m 为 P 的质量。

10. 一水平细绳的一端固定于墙壁，另一端则使其在竖直方向上作小振幅的简谐振动，其振幅为 A_0 。若绳上形成驻波，并出现 $(n+1)$ 个节点（包括绳在墙壁的固定点），各个波腹的振幅为 $2A_0$ ，相邻两节点的间距均为 d ，则绳长的最短值为_____，最长值为_____。

二、计算题（必做，共 4 题，每题 15 分，共 60 分）

11. (15 分) 一肥皂膜的厚度为 $0.550\mu m$ ，折射率为 1.35，白光（波长范围为 $4000 \sim 7000\text{\AA}$ ）垂直照射。问在反射光中哪些波长的光得到最大增强？哪些波长的光干涉相消？（保留两位有效数字即可）

12. (15 分) 电路如图 1 所示，开始时断路，电容器上无电量。 $t=0$ 时合上电键 K ，设 $\varepsilon \sim t$ 的关系如图 2 所示，且 $T = RC$ 。引入时刻标记量 $t_N = NT$ ，和该时刻电容器正极板上的电量标记量 Q_N 。

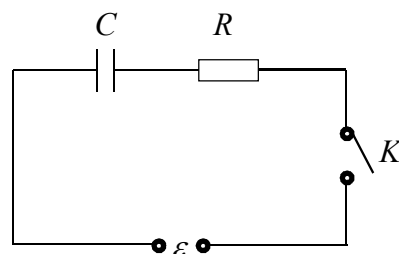


图 1

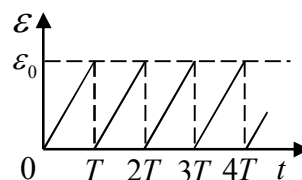


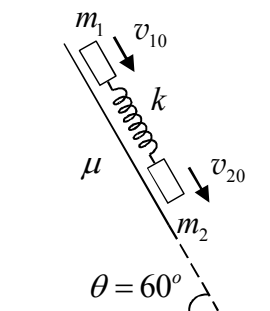
图 2

(1) 试求 Q_1 ，答案中包含的参量只能是 C 与 ε_0 ，下同；

(2) 再求 Q_2 ；

(3) 最后求 $\lim_{N \rightarrow \infty} Q_N$ 。

13. (15 分) 足够长的斜面上两个小物块 $m_1 = 0.4\text{kg}$ 、 $m_2 = 0.2\text{kg}$ ，它们由一根 $k = 0.6\text{N/m}$ 的轻质弹簧连接。物块与斜面间摩擦因数同为 $\mu = 0.10$ ，斜面倾角 $\theta = 60^\circ$ 。开始时 m_1 下滑速度 $v_{10} = 0.50\text{m/s}$ ， m_2 下滑速度 $v_{20} = 2.0\text{m/s}$ ，弹簧处于原长，试求弹簧再次处于原长时，两物块的相对运动速率。



$t_0 = 0^\circ\text{C}$ 的密度 ρ_0 也均为已知量。

(1) 请给出水珠出现的原因。

(2) 试求此时瓶内水蒸气占据的体积 $V_{\text{气}0}$ 。

(3) 引入比例系数 $\beta = V_{\text{气}0} / V_{\text{气}}$ $V_{\text{气}}$: $t = 27^\circ\text{C}$ 初态水蒸气体积

取 $\alpha = 1.5 \times 10^{-4} / ^\circ\text{C}$

$$R = 2r, \quad H = 3h$$

$$p_0 = 6.1 \times 10^2 \text{ Pa}, \quad p = 36 \times 10^2 \text{ Pa}$$

$$\text{水的摩尔质量 } \mu_{\text{水}} = 1.8 \times 10^{-2} \text{ kg/mol}$$

$$0^\circ\text{C} \text{ 时水的密度 } \rho_0 = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{普适气体常量 } R = 8.3 \text{ J/K}\cdot\text{mol}$$

试求 β 数值，答案取到小数点后 2 位数字。

三、限做题（根据考生类别选做）

15. (20 分) 方程为

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{辅助量 } c = \sqrt{a^2 - b^2})$$

的椭圆，其上任意一点 (x, y) 处的曲率半径为

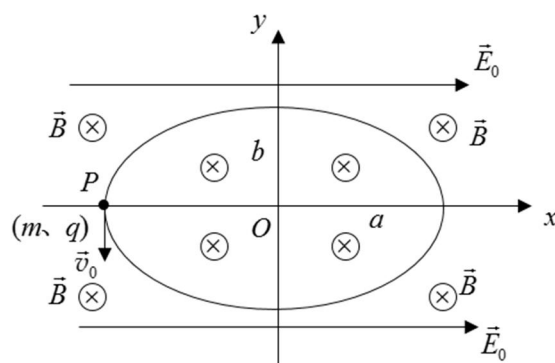
$$\rho = (b^4 x^2 + a^4 y^2)^{3/2} / (a^4 b^4)$$

 (x, y) 处椭圆切线与 x 轴夹角记为 ϕ ($2\pi > \phi \geq 0$)。

如图所示，在 $O - xy$ 平面上有场强为 \vec{E}_0 沿 x 轴方向的匀强电场，还有垂直向内的磁场，磁感应强度大小仅随 x 变化，且有

$$B = B(x) \begin{cases} = 0 & x = -a \text{ 时} \\ > 0 & x > -a \text{ 时} \end{cases}$$

在 $(x = -a, y = 0)$ 处有一个质量为 m 、电量 $q > 0$ 的质点 P ，初始时刻有沿 y 轴负方向的速度 v_0 ，而后其运动轨迹恰好为图中的椭圆。

(1) 将前面给出的曲率半径改造为 x 的一元函数，即导出表述式

$$\rho = \rho(x)$$

再为前面给出的 ϕ 角导出 $\sin \phi$ 随 x 变化的一元函数，即导出表述式

$$\sin \phi \sim x$$

(2) 试求题图中的 v_0 值。(3) 导出函数 $B(x)$ 。

16. (20 分) 玩具章鱼保罗有一个轴对称的身体和八条腿，身体质量近似等于八条腿质量之和。开始时将保罗静立在水平桌面上如图 1 所示，后因扰动滑到在地如图 2 所示。本题欲讨论保罗在滑到过程中，腿的着地点是否会从桌面跳起？如果不会跳起，那么腿和身体几乎能一起与地面发生碰撞；若为弹性碰撞，那么保罗能否又恢复到初始状态，形成周期运动？

如图 3 所示，将保罗八条腿合并后，模型化为一根长 l 、质量 m 的均匀细杆，下端点 A 可沿桌面不妨设为朝左运动。保罗的身体模型化为质量也是 m 的小圆柱体，通过小而轻的轴承连接在杆的上端点 B ，侧面贴在假想的竖直固定轨道上

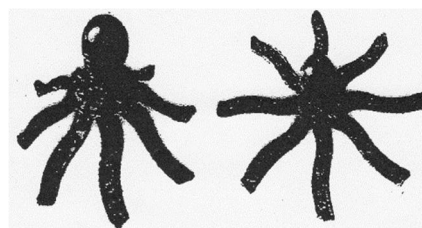


图 1

图 2

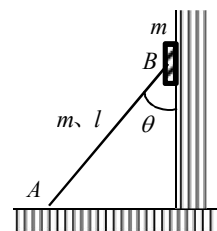


图 3

[illegible]

$$a_0 = 9c^2/(50l) \text{。}$$

- (1) 试求大质点在 s' 系中的质量 M' ；
- (2) 再求 A 、 B 碰前， A 相对 S 系的加速度大小 a ，以及碰后大质点在 S 系中的质量 M 。

(3) 与 B 碰前, A 在 s' 系中的速度记为 u'_y , 受力记为 F'_y ; A 在 S 系中沿 y 轴方向受力记为 F_y 。

试导出 $F'_y \sim u'_y$ 关系式和 $F_y \sim F'_y$ 关系式, 推导过程中不可利用 $v = \frac{3c}{5}$ 和 $a_0 = 9c^2/(50l)$, 因此推导过程也适用于 $v \neq \frac{3}{5}c$ 和 $a_0 \neq 9c^2/(50l)$ 。

(4) 再将 A 在 S 系中沿 y 轴方向速度记为 u_y , 沿 x 轴方向受力记为 F_x , 试导出 $F_x \sim \{u_y, F_y\}$ 关系式, 推导过程中不可利用 $v = \frac{3}{5}c$ 和 $a_0 = 9c^2/(50l)$ 。

(5) 按题文取 $v = \frac{3}{5}c$, $a_0 = 9c^2/(50l)$, 计算 A 在与 B 相碰前的全过程中 F'_y 在 s' 系作功 W' ,

F_y 在 S 系做功 W_y 和 F_x 在 S 系做功 W_x 。

