

第一周作业标准答案

所在 ppt: “命题逻辑”(2014_1-2_propositional_logic.pdf)、
“命题逻辑(续)”(2014_1-3_propositional_logic(con.).pdf)

教材[Rosen 1.1] P11: 2、10、14

练习 1.1 (P11)

2. 下列哪些命题? 这些命题的真值是什么?

- a) 别过去. 答: 不是命题.
- b) 几点? 答: 不是命题.
- c) 在缅因州没有黑苍蝇. 答: 是命题, 真值为假.
- d) $4+x=5$. 答: 不是命题.
- e) 月亮是由绿色的奶酪构成的. 答: 是命题, 真值为假.
- f) $2^n \geq 100$. 答: 不是命题.

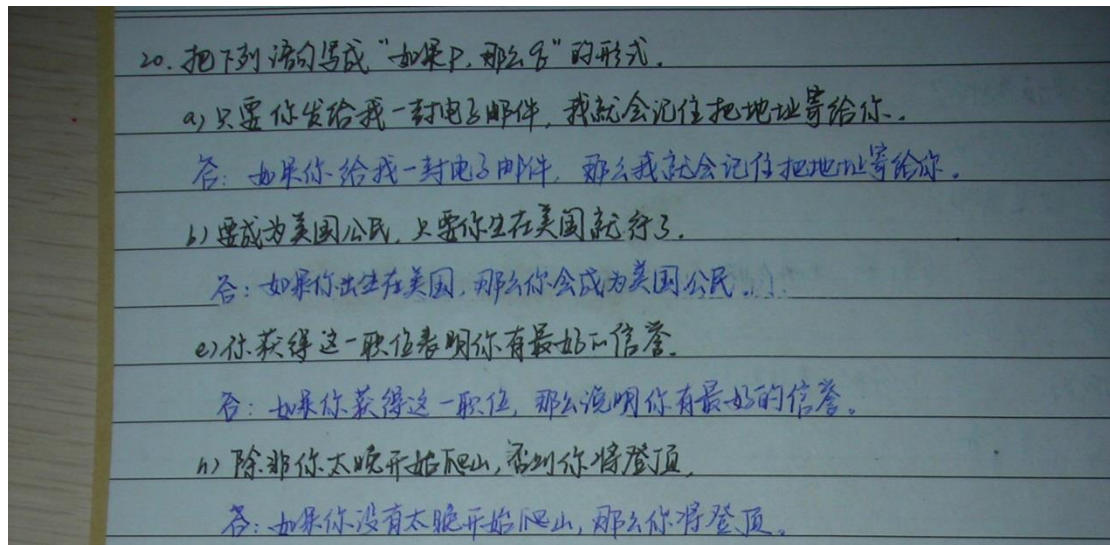
10. 令 P, Q, R 为如下命题: ① P : 你的期末考试得了 A . ② Q : 你做了书本的每一道题 ③ R : 这门课你得了 A
写出下列命题:

- a) 这门课你得了 A , 但你并没有做书本的每一道题. 答: $r \wedge (\neg q)$.
- b) 你的期末考试得了 A , 你做了书本的每一道题, 并且这门课你得了 A .
答: $p \wedge q \wedge r$.
- c) 想在这门课得 A , 你必须在期末考试得 A . 答: $r \rightarrow p$.
- d) 你的期末考试得了 A , 你没有做书本的每一道题, 可不管怎样这门课你得了 A .
答: $p \wedge (\neg q) \wedge r$.
- e) 期末考试得 A 并且做书本的每一道题, 足以使你这门课得 A .
答: $(p \wedge q) \rightarrow r$.
- f) 这门课得 A 当且仅当你做书本的每一道题或期末考试得 A .
答: $r \leftrightarrow (p \vee q)$

14. 判断下列各条件语句是真还是假:

- a) 若 $1+1=3$, 那么独角兽存在. 答: 该语句前件为假, 所以该条件语句为真 (T).
- b) 若 $1+1=3$, 狗就能飞. 答: 该条件语句为真 (T).
- c) 若 $1+1=2$, 狗就能飞. 答: 该条件语句为假 (F).
- d) 若 $2+2=4$, 则 $1+2=3$. 答: 该条件语句为真 (T).

教材[Rosen 1.1] P11: 20



教材[Rosen 1.1] P11: 32

32. 为下列各复合命题构造真值表。

a) $(p \vee q) \vee r$

p	q	r	$p \vee q$	$p \wedge q$	$\neg r$	(a) $(p \vee q) \vee r$	(b) $(p \vee q) \wedge r$
T	T	T	T	T	F	T	T
T	T	F	T	T	T	T	F
T	F	T	T	F	F	T	T
T	F	F	T	F	T	T	F
F	T	T	T	F	F	T	T
F	T	F	T	F	T	T	F
F	F	T	F	F	F	T	F
F	F	F	F	F	T	F	F

$(p \wedge q) \vee r$	$(p \wedge q) \wedge r$	$(p \vee q) \wedge \neg r$	$(p \wedge q) \vee \neg r$
T	T	F	T
T	F	T	T
T	F	F	F
F	F	T	T
T	F	F	F
F	F	T	T
T	F	F	F
F	F	F	T

教材[Rosen 1.1] P11: 60 在下列情况下, 请判断谁是凶手

a)三人中有一人是凶手，清白的那两个人说的是真话，但凶手说的话不一定为真。

b)清白者没有撒谎。

解答：用如下符号对应三人所说的话

Smith 先生

S1: Smith 没有杀害 Cooper;

S2: Cooper 是 Jones 的朋友并且 Williams 不喜欢他;

Jones 先生

J1: Jones 没有杀害 Cooper;

J2: 不认识 Cooper 并且 Cooper 被害的当天他不在镇上;

Williams 先生

W1: Williams 没有杀害 Cooper;

W2: Williams 在案发当天看见 Smith 和 Jones 与 Cooper 在一起，因此不是 Smith 就是 Jones 是凶手;

易知 S2 与 J2 矛盾，J2 与 W2 矛盾，S1 ∧ J1 与 W2 矛盾

a) 由题意知至少有两个人说的是真话，由于 J 的话与 S 和 W 均有矛盾，所以 S 和 W 说的是真话是清白的，凶手是 Jones;

b) 此题没有限定凶手的人数，故做如下分析:

若三人均不是凶手，则三人均说的是真话，由于 J 与 S 和 W 的话矛盾，所以不可能存在这样的情况;

若只有一人是凶手，则为 a) 的情况，Jones 是凶手;

若只有两人是凶手，则三种组合情况都是合理的;

若三人均是凶手，则三人的话没有提供真实信息，因此也是可能的;

教材[Rosen 1.1] P11: 65 (附加题) 根据以下提示，你能告诉我哪所房子里的人养斑马，哪所房子里的人喜欢喝矿泉水吗?

解答：本题由于对“绿房子在白房子的右边”存在两种不同的解释，而导致两种均可以看做合理的答案：

(1) 绿房子在白房子的右边，并且相邻：则可得出绿房子里的人养斑马，黄房子里的人喝矿泉水的结论：

房子颜色（从左到右）	黄	蓝	红	白	绿
国籍	挪威	意大利	英国	西班牙	日本
工作	外交官	医师	摄影师	小提琴家	油漆工
宠物	狐狸	马	蜗牛	狗	斑马
饮料	矿泉水	茶	牛奶	橘子汁	咖啡

(2) 绿房子在白房子的右边，但不相邻：则可得出蓝房子里的人养斑马，黄房子里的人喝矿泉水的结论：

房子颜色（从左到右）	白	蓝	红	绿	黄
国籍	挪威	意大利	英国	日本	西班牙
工作	小提琴家	医师	摄影师	油漆工	外交家
宠物	狐狸	斑马	蜗牛	马	狗
饮料	橘子汁	茶	牛奶	咖啡	矿泉水

教材[Rosen 1.2] P21: 41、43、46、47、52

$$41. (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r)$$

43. 解.

对任意一个含有 n 个命题变元的命题, 总可以构造其真值表;

对每一个成真指派, 对其命题变元或变元的否定作合取 (变元为真取自身, 变元为假取否定),

则得到与该指派等价的命题表达式;

对所有这样的命题作析取, 得到的复合命题的真值表与原命题相同, 即最终的复合命题与原命题逻辑等价。

由于形如上述的复合命题只包含运算符 \wedge , \neg , \vee , 且可与任意命题等价,

所以 \neg , \wedge , 和 \vee 构成功能完备的运算符集。

逻辑

46. 解:

p	q	$p \text{ NAND } q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

47. 解:

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$p \vee q$
1	1	1	0	0
1	0	0	1	1
0	1	0	1	1
0	0	0	1	1

由上表知, 对所有的可能的 p, q 取值, $p \vee q$ 与 $\neg(p \wedge q)$ 真值都相等
所以 $p \vee q \equiv \neg(p \wedge q)$

52. 解:

$p \vee q \equiv \neg(\neg p \wedge \neg q)$	由右式知, 逻辑操作符 \vee, \wedge, \neg 可以仅用 " \neg " 表示
$\equiv (\neg p) \vee (\neg q)$	即只含 \vee, \wedge, \neg 的命题表达式可以改写成只含 \neg 的表达式
$\equiv (\neg(p \wedge T)) \vee (\neg(q \wedge T))$	由 43 题知 $\{\vee, \wedge, \neg\}$ 是功能完备的, 则 $\{\neg\}$ 也是功能完备的.
$\equiv (p \vee T) \vee (q \vee T)$	
$p \wedge q \equiv \neg(\neg(p \wedge q))$	
$\equiv \neg(p \vee q)$	
$\equiv \neg[(p \vee q) \wedge T]$	
$\equiv (p \vee q) \vee T$	
$\neg p \equiv \neg(p \wedge T)$	
$\equiv p \vee T$	

NOT $p = p \vee p$

$p \text{ AND } q = \text{NOT}(p \vee q) = (p \vee q) \vee (p \vee q)$

$p \text{ OR } q = \text{NOT}((\text{NOT } p) \text{ AND } (\text{NOT } q)) = \text{NOT}((p \vee q) \text{ AND } (p \vee q)) = \text{NOT}(\text{NOT}((p \vee q) \vee (p \vee q))) = (p \vee q) \vee (q \vee p)$

练习1.2 (P21)

6. 用真值表证明德摩根第一定律。

$$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$$

证明: 真值表如下:

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	F	T	T
F	T	F	T	T	F	T
F	F	F	T	T	T	T

因为 $\neg(p \wedge q)$ 与 $\neg p \vee \neg q$ 的真值一样, 所以它们是逻辑等价的, 即 $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

证毕!

24. 证明 $(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$ 和 $p \rightarrow (q \vee r)$ 逻辑等价。

$$\begin{aligned} \text{证明: } (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) &\equiv (\neg p \vee q) \vee (\neg p \vee r) \\ &\equiv \neg p \vee (q \vee r) \\ &\equiv p \rightarrow (q \vee r) \end{aligned}$$

证毕!

60. 下述复合命题哪些是可满足的?

$$a) (p \vee q \vee r) \wedge (p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee r \vee \neg s) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg s) \wedge (p \vee q \vee \neg s)$$

答: 该命题是可满足的, 例如 (p, q, r, s) 取值 (T, T, F, F) 时。

$$b) (\neg p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee q \vee \neg s) \wedge (\neg p \vee r \vee \neg s) \wedge (p \vee q \vee r) \wedge (p \vee r \vee \neg s)$$

答: 该命题是可满足的, 例如 (p, q, r, s) 取值 (F, T, F, F) 时。

$$c) (p \vee q \vee r) \wedge (p \vee q \vee \neg r) \wedge (q \vee r \vee \neg s) \wedge (\neg p \vee r \vee \neg s) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg s) \wedge (p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg s) \wedge (\neg p \vee r \vee \neg s)$$

答: 该命题是可满足的, 例如 (p, q, r, s) 取值 (F, F, T, T) 时。

3.5

12

先证明论证形式由 $q \rightarrow (u \wedge t)$, q , $(p \wedge t) \rightarrow (r \vee s)$, $u \rightarrow p$ 和 $\neg s$ 及结论 r 有效1. $q \rightarrow (u \wedge t)$ 前提引入2. q 前提引入

3. $u \wedge t$ 由步骤1,2及假言推理
 4. u 化简, 由步骤3
 5. $u \rightarrow p$ 前提引入
 6. p 假言推理, 由步骤4,5
 7. t 化简, 由步骤3
 8. $p \wedge t$ 合取, 由步骤6,7
 9. $(p \wedge t) \rightarrow (r \vee s)$ 前提引入
 10. $r \vee s$ 假言推理, 由步骤8,9
 11. $\neg s$ 前提引入
 12. r 析取三段论, 由步骤10,11
 由11题知, 如果论证形式由前提 $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ 及结论 r 有效, 则论证形式由前提 p_1, p_2, \dots, p_n 及结论 $q \rightarrow r$ 有效。
 \therefore 论证形式由前提 $(p \wedge t) \rightarrow (r \vee s), q \rightarrow (u \wedge t), u \rightarrow p$ 和 $\neg s$ 及 $q \rightarrow r$ 有效。

33. 解: 证明: 复合命题为真 $\equiv p \vee q, \neg p \vee q, p \vee \neg q, \neg p \vee \neg q$ 均为真。
 由消解法:

$\begin{array}{r} p \vee q \\ \neg p \vee q \\ \hline q \vee q \end{array}$	$\begin{array}{r} \neg p \vee \neg q \\ p \vee \neg q \\ \hline \neg q \vee \neg q \end{array}$
---	---

由化简,

$\begin{array}{r} q \vee q \\ q \end{array}$	$\begin{array}{r} \neg q \vee \neg q \\ \neg q \end{array}$
--	---

又 $q \wedge \neg q \equiv F$.
 \therefore 原题中复合命题不是可满足的。 □