

赛区评阅编号（由赛区组委会填写）：

2016 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛

承 诺 书

我们仔细阅读了《全国大学生数学建模竞赛章程》和《全国大学生数学建模竞赛参赛规则》（以下简称为“竞赛章程和参赛规则”，可从全国大学生数学建模竞赛网站下载）。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛章程和参赛规则的，如果引用别人的成果或资料（包括网上资料），必须按照规定的参考文献的表述方式列出，并在正文引用处予以标注。在网上交流和下载他人的论文是严重违规违纪行为。

我们以中国大学生名誉和诚信郑重承诺，严格遵守竞赛章程和参赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛章程和参赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们授权全国大学生数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

我们参赛选择的题号（从 A/B/C/D 中选择一项填写）： A

我们的报名参赛队号（12 位数字全国统一编号）： A201610061011

参赛学校（完整的学校全称，不含院系名）： 南京邮电大学

参赛队员（打印并签名）： 1. 刘美含

2. 胡若妍

3. 安彤

指导教师或指导教师组负责人（打印并签名）： 李雷

日期： 2017 年 8 月 28 日

赛区评阅编号（由赛区组委会填写）：

2016 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛

编 号 专 用 页

赛区评阅记录（可供赛区评阅时使用）：

评 阅 人						
备 注						

送全国评阅统一编号（赛区组委会填写）：

全国评阅随机编号（全国组委会填写）：

系泊系统的设计

摘要

本文针对系泊系统的设计问题，建立了基于悬链线方程的系泊系统参数确定模型，解决了海面风速一定时系泊系统各项参数的确定问题；建立了基于平方和加权的多目标优化模型，解决了考虑重物球的质量变化的情况下系泊系统各项参数的优化问题；建立了基于粒子群算法的多目标优化模型，解决了考虑风力、水流力和水深情况下的系泊系统设计问题。

针对问题一，建立了基于悬链线方程的系泊系统参数确定模型，解决了海面风速一定时系泊系统各项参数的确定问题。首先以锚与锚链的相交点为原点建立笛卡尔全局坐标系；其次将整体法和局部法相结合对系泊系统各个部分进行受力分析，并利用牛顿力学的相关理论得到力的平衡方程；然后利用悬链线方程得到锚泊线的计算公式；最后对模型进行求解和灵敏度分析。最终得到风速为 12m/s 和 24m/s 时，钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链的躺底链长和与海床的夹角、浮标的吃水深度和最大游动区域半径分别为：1.169082°、1.138307°、1.145848°、1.15349°、1.161234°、6.6731m、0°、0.687358m、14.3567m；4.327667°、4.355165°、4.383013°、4.41122°、4.439791°、0m、0.0863、0.701909m、17.5215m。

针对问题二，建立了基于平方和加权的多目标优化模型，解决了考虑重物球的质量变化的情况下系泊系统各项参数的优化问题。首先利用问题一的模型计算风俗为 36m/s 时系泊系统的各个参数，发现钢桶的倾斜角度和锚链与海床的夹角超出合理范围；其次，建立以浮标的吃水深度、游动区域及钢桶的倾斜角度尽可能小为目标的多目标规划模型；最后利用平方和加权法将多目标规划模型转化为单目标规划模型进行求解并进行灵敏度分析。最终得到当重物球的质量为 3769kg 时，钢桶的最优倾斜角度为 1.6495°，浮标的最优吃水深度 1.3964m，浮标的最优游动半径为 17.7509m。

针对问题三，建立了基于粒子群算法的多目标优化模型，解决了考虑风力、水流力和水深情况下的系泊系统设计问题。首先，在考虑风力、水流力和水深的情况下重新建立多目标优化模型；其次对不同情况下利用粒子群算法对模型进行求解；最后分析误差来源。最终得到不同情况下的最优参数，比较后发现采用类型二锚链最优，此时重物球质量、锚链长度、钢管的倾斜角度、钢桶的倾斜角度、浮标的吃水深度、锚链的躺底长度、锚链与海床夹角、最大游动区域半径分别为 3892.03kg、18.72m、4.8302°、4.6820°、4.4392°、4.2016°、1.5571m、0m、12.9111°、17.0734m。

关键词：悬链线方程 笛卡尔全局坐标系 平方和加权法 多目标优化模型
粒子群优化算法

一、 问题重述

近浅海观测网的传输节点由浮标系统、系泊系统和水声通讯系统组成（如图 1 所示）。某型传输节点的浮标系统可简化为底面直径 2m、高 2m 的圆柱体，浮标的质量为 1000kg。系泊系统由钢管、钢桶、重物球、电焊锚链和特制的抗拖移锚组成。锚的质量为 600kg，锚链选用无档普通链环，近浅海观测网的常用型号及其参数在附表中列出。钢管共 4 节，每节长度 1m，直径为 50mm，每节钢管的质量为 10kg。要求锚链末端与锚的链接处的切线方向与海床的夹角不超过 16 度，否则锚会被拖行，致使节点移位丢失。水声通讯系统安装在一个长 1m、外径 30cm 的密封圆柱形钢桶内不考虑该圆柱形钢桶的厚度，设备和钢桶总质量为 100kg。钢桶上接第 4 节钢管，下接电焊锚链。钢桶竖直时，水声通讯设备的工作效果最佳。若钢桶倾斜，则影响设备的工作效果。钢桶的倾斜角度（钢桶与竖直线的夹角）超过 5 度时，设备的工作效果较差。为了控制钢桶的倾斜角度，钢桶与电焊锚链链接处可悬挂重物球。

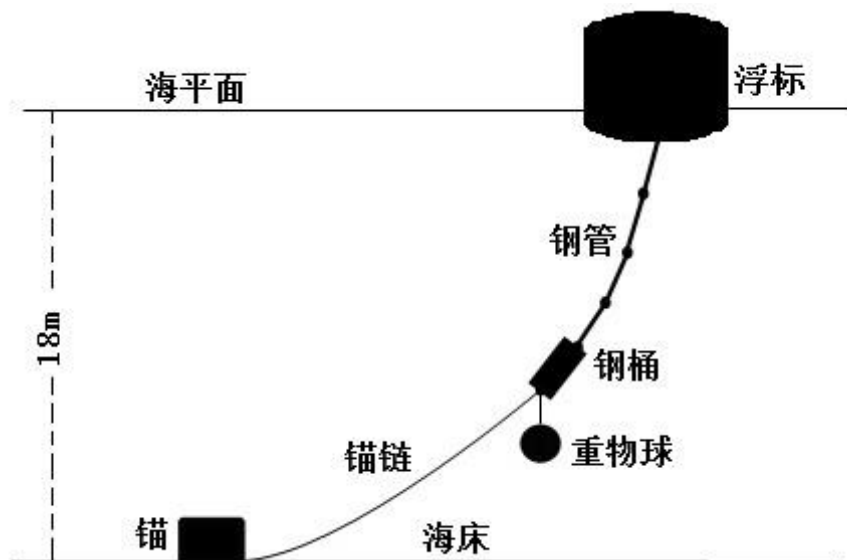


图 1 传输节点示意图（仅为结构模块示意图，未考虑尺寸比例）

系泊系统的设计问题就是确定锚链的型号、长度和重物球的质量，使得浮标的吃水深度和游动区域及钢桶的倾斜角度尽可能小。

问题 1 某型传输节点选用 II 型电焊锚链 22.05m，选用的重物球的质量为

1200kg。现将该型传输节点布放在水深 18m、海床平坦、海水密度为 $1.025 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 的海域。若海水静止，分别计算海面风速为 12m/s 和 24m/s 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

问题 2 在问题 1 的假设下，计算海面风速为 36m/s 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状和浮标的游动区域。请调节重物球的质量，使得钢桶的倾斜角度不超过 5 度，锚链在锚点与海床的夹角不超过 16 度。

问题 3 由于潮汐等因素的影响，布放海域的实测水深介于 16m~20m 之间。布放点的海水速度最大可达到 1.5m/s、风速最大可达到 36m/s。请给出考虑风力、水流力和水深情况下的系泊系统设计，分析不同情况下钢桶、钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

说明 近海风荷载可通过近似公式 $F=0.625 \times S v^2(N)$ 计算，其中 S 为物体在风向法平面的投影面积(m^2)， v 为风速(m/s)。近海水流力可通过近似公式 $F=374 \times S v^2(N)$ 计算，其中 S 为物体在水流速度法平面的投影面积(m^2)， v 为水流速度(m/s)。

附表 锚链型号和参数表

型号	长度(mm)	单位长度的质量(kg/m)
I	78	3.2
II	105	7
III	120	12.5
IV	150	19.5
V	180	28.12

表注：长度是指每节链环的长度。

二、 问题分析

2.1 问题一的分析

该问是一个在给定锚链型号、重物球质量和风速的情况下分别计算钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域的问题。系泊系统的设计设计多个参数，比如缆索的长度、钢桶的倾斜角度、浮标的吃水深度等等。由于题目中给定的环境条件为浅海域，浅水效应使得浮标在环境载荷作用下的位移存在不确定性^[1]，因此，首先要对该系泊系统中的各刚体进行受力分析。其次，假定研究的系泊系统为单点系泊系统，海水静止则不考虑海流载荷对浮标造成的影响，在

此基础上建立单点系泊系统的数学模型，并建立笛卡尔坐标系^[2]。接着，对系泊系统的各部分进行受力分析并找到其平衡时的数学表达式。将这些公式作为约束条件对题目进行求解。最后，通过误差检验检查模型的可行性。通常可以使用 Q 检验法、灵敏度分析、灰色关联分析法^[3]等，由于本题在对系统的分析中，不可避免的会忽视一些环境载荷的因素对系统的影响，为了分析模型因周围条件变化而显示出来的敏感程度，我们选用灵敏度分析数据在一定程度内变化时对模型产生的影响。

2.2 问题二的分析

该问题同样是一个在给定数据条件下求解其他参数的问题。在问题一的假设下，即在不考虑水动力的情况下计算给定风速下钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状和浮标的游动区域。重物球的质量由第一问中的常量转为变量，即风速为 36m/s 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的游动区域都是随着重物球质量的改变而发生变化的。既要使得钢桶的倾斜角度不超过 5 度，又要使得锚链与海床的夹角不超过 16 度，即为一个多目标规划的问题。为了简化问题便于分析，可以将各参数抽象为空间中的坐标，以该点到坐标原点的距离为衡量标准计算各参数的实际值与要求值的吻合程度，将多目标转化为单目标进行求解，得出最优的重物球质量。

2.3 问题三的分析

本题要求在考虑风力、水流力和水深的情况下对系泊系统进行设计，分析不同情况下钢桶、钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标吃水深度和游动区域。增加了潮汐、海水速度、风速等变化因素，对各参数进行分析，设计系泊系统使得其在最恶劣情况下与最优情况下都满足题目所给条件，即从系泊系统的极端海况^[4]设计锚链型号、长度及重物球的质量，以浮标的吃水深度和游动区域及钢桶的倾斜角度最小为目标。由于考虑到水流力对系泊系统各部分受力的影响，重新对各刚体进行受力分析并得出其受力平衡时的条件。最后，采用粒子群算法对计算的参数进行优化，使得系泊系统的各个部位达到最优。

三、基本假设

- 1、链的材料是均质、各向同性和线弹性的；
- 2、锚链的锚环之间的转动约束很小,可以忽略不计；
- 3、海流为平面流，在垂直方向上无分量，只带动表面水层运动；
- 4、进行静力分析时忽略波浪载荷对系统的影响；
- 5、近海时不考虑海洋中水体定向流动；
- 6、开始时系统静止，浮标的初速度为零；
- 7、不考虑水阻力；
- 8、不考虑钢桶的厚度。

四、符号说明

G : 重力

β : 钢管与竖直方向的夹角

γ : 钢桶倾斜角

Φ : 锚泊线与水平方向的夹角

a : 锚泊线系数

l : 锚链的长度

ρ_l : 锚链的单位长度质量

H : 吃水水深

R : 浮标游动半径

F_f : 摩擦力

λ_i : 权重

$J(\theta)$: 适应度函数

x_i^T : 第 T 次迭代后第 i 个粒子的位置矢量

v_i^{T+1} : 第 $T+1$ 次迭代后第 i 个粒子的速度矢量

p_{best}^T : 第 T 次迭代后第 i 个粒子的个体极值点

g_{best}^T : 第 T 次迭代后的全局极值

五、模型的建立与求解

5.1 问题一的模型建立与求解

5.1.1 模型的建立

本题是一个在给定条件下求解其他系泊系统参数的问题，为了便于研究系统的实时变动情况，首先建立笛卡尔坐标系。其次，对系泊系统内部各物件进行受力分析并得出其在稳定状态情况下的动力学方程。最后，通过灵敏度分析对模型进行检验。

1、笛卡尔坐标系的建立

该题研究的是单点系泊系统^[5]，需要对实际的系泊系统物理条件做进一步的简化。布放初期将外界的波浪载荷看作是扰动力，不计入本模型；对缆索的扭曲及仪器部件发生的旋转等情况不在本模型中讨论。为了推导该系统的动力学模型，建立笛卡尔全局坐标系。笛卡尔坐标系即直角坐标系和斜角坐标系的统称，相交于原点的两条数轴构成了平面放射坐标系。建立该坐标系可以将整个系泊系统的运动响应在同一坐标系下描述，避免了坐标转换，有助于数值计算参数化。由此，以题目中图 1 所在截面为 yOz 面建立笛卡尔坐标系，如图 5.1.1.1 所示：

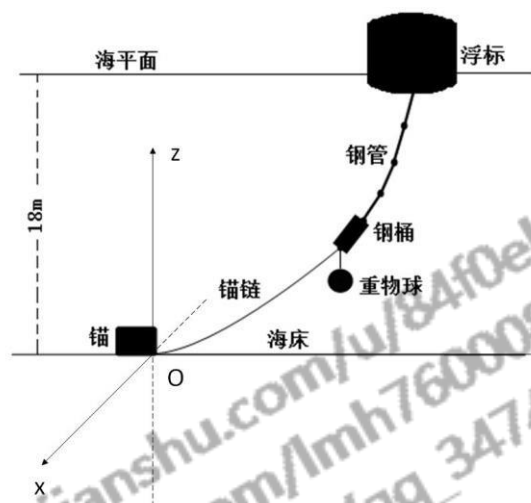


图 5.1.1.1 笛卡尔坐标系的建立

如图 5.1.1.1 所示，该坐标系定义了 X、Y、Z 三个坐标轴的方向，其中 Z 方向竖直向上，即其方向与物理意义上的重力方向相反。该坐标系的原点为锚与锚链的相交点。

由于题目中说明海水静止，则可以认为该系统在整个过程中在 x 方向的空间位置不发生变化，因此，原空间坐标系可以简化为二维平面直角坐标系，在坐标系中作出任意风向如图 5.1.1.2 所示：

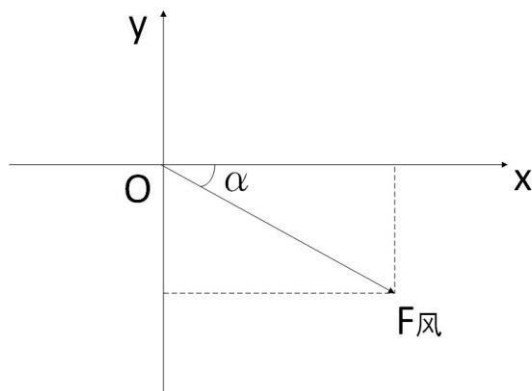


图 5.1.1.1 风向示意图设风向与 x 轴的夹角为 α ，则：

$$F_{\text{风}x} = F_{\text{风}} \times \cos\alpha$$

$$F_{\text{风}y} = F_{\text{风}} \times \sin\alpha$$

其中， $F_{\text{风}x}$ 为该风向在 x 轴上的水平分量， $F_{\text{风}y}$ 为在 y 轴方向上的竖直分量。

2、浮标的受力分析

浮标，即浮于水面的一种航标，是锚定在指定位置，用以标示航道范围、指示浅滩、碍航物或标示专门用途的水面助航标志。浮标在锚定海域的运动情况以及锚系的受力情况对于浮标的可靠性至关重要^[6]，为此，需要对浮标进行受力研究和分析，其情况如图 5.1.1.3 所示：

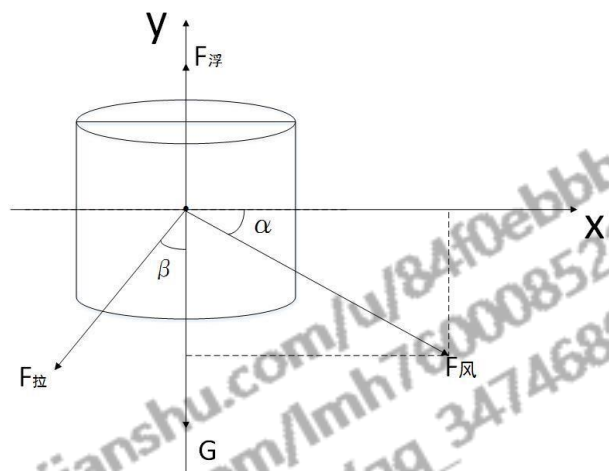


图 5.1.1.2 浮标的受力分析图

可以看出，浮标受到海水的浮力、自身的重力和钢管给它的拉力。

由于该问假设海水静止，则不考虑海流载荷和波浪载荷对浮标状态的影响，仅计入浮标受到的风流载荷和其他必要的物理力。

利用物体受力平衡的条件，得到浮标在稳态时的方程为：

$$y \text{ 方向: } F_{\text{风}y} + G + F_{\text{拉}} \times \cos\beta = F_{\text{浮}}$$

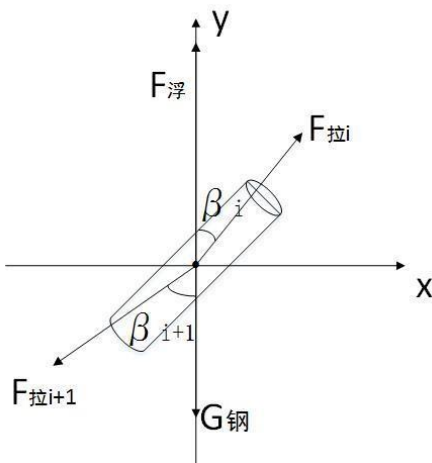
$$x \text{ 方向: } F_{\text{拉}} \times \sin\beta = F_{\text{风}x}$$

其中， β 为浮标下方钢管对其的拉力与竖直方向的夹角。

3、钢管的受力分析

根据题目，钢管是浮标与钢桶的唯一连接途径，钢管受环境载荷的影响程度不仅会导致自身受到指标性能发生变化，也同样会影响到浮标和钢桶的上下浮动。

由于 4 节钢管在海水中的倾斜角度并不相同，这里取第 i 节钢管进行受力分析如图 5.1.1.4 所示：



图

5.1.1.3 钢管的受力分析图

由图 5.1.1.4 我们可以看出，钢管在海水中除了受到海水给其的浮力和自身的重力外，第一节钢管还受到浮标给其向上的拉力和第二节钢管对向下其的拉力；第四节钢

管受到第三节钢管对其向上的拉力和钢桶对其向下的拉力。同理得到钢管在水平与竖直方向上的受力平衡条件为：

$$y\text{方向: } F_{\text{浮}} + F_{\text{拉}i} \times \cos\beta_i = G_{\text{钢}} + F_{\text{拉}i+1} \times \sin\beta_{i+1}$$

$$x\text{方向: } F_{\text{拉}i} \times \sin\beta_i = F_{\text{桶拉}i+1} \times \cos\beta_{i+1}$$

其中， β_i 为浮标对钢管的反作用力即浮标对钢管的拉力与竖直方向的夹角； β_{i+1} 为第 $i+1$ 根钢管对第 i 根钢管的拉力与竖直方向的夹角。

4、钢桶及重物球的受力分析

钢桶在系泊系统中是连接钢管与锚链的枢纽，当钢桶竖直时，水声通讯设备的工作效果最佳；若钢桶倾斜，则影响设备的工作效果。由此，钢桶与电焊锚链链接处可悬挂重物球来控制钢桶的倾斜角度。其受力分析图如图 5.1.1.5 所示：

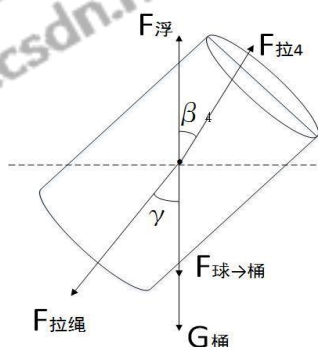


图 5.1.1.4 钢桶的受力分析

根据上述分析，可以看出钢桶受到的外力不仅有自身的重力和竖直向上的浮力，还包括第四节钢管对其向右上方的拉力、锚链对其向左下方的拉力和重物球对其竖直向下的拉力。其稳态时的受力条件为：

$$y\text{方向: } F_{\text{浮}} + F_{\text{拉}4} \times \cos\beta_4 = G_{\text{桶}} + F_{\text{球} \rightarrow \text{桶}} + F_{\text{拉绳}} \times \sin\gamma$$

$$x\text{方向: } F_{\text{拉}4} \times \sin\beta_4 = F_{\text{拉绳}} \times \cos\gamma$$

其中， β_4 为第 4 节钢管对钢桶的拉力与竖直方向的夹角； γ 为锚链对钢桶的拉力与竖直方向的夹角。

接着，对悬挂于钢桶的重物球进行受力分析，如图 5.1.1.6 所示：

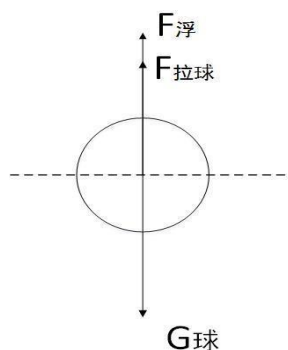


图 5.1.1.5 重物球的受力分析图

由于重物球只在竖直方向受到三个外力，其平衡的条件为：

$$F_{\text{浮}} + F_{\text{拉球}} = G_{\text{球}}$$

5、锚链的受力分析

锚链为连接锚和钢桶之间的链条，用来传递和缓冲其所受的外力，同时产生一定的摩擦^[7]。而锚链按链环衔接，这里取其中一段作为本题的研究对象，其受力分析图如图 5.1.1.6 所示：

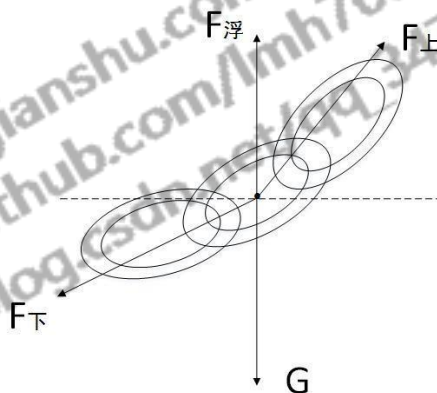


图 5.1.1.6 锚链的受力分析图

由图 5.1.1.7 可以看出，锚链单元受到的外力主要有重力、浮力和两个不同方向的拉力，其拉力分别由该锚链单元的右上方锚链和左下方锚链施加形成。

考虑风速为 12m/s 的情况，此时锚链不易被吹动，可以近似看作一根自然下垂的绳索，即可以近似用悬链^[8]来描述锚链的形状。

设 S 为锚泊线长度，两种常用的锚泊线示意图如图 5.1.1.8 所示。

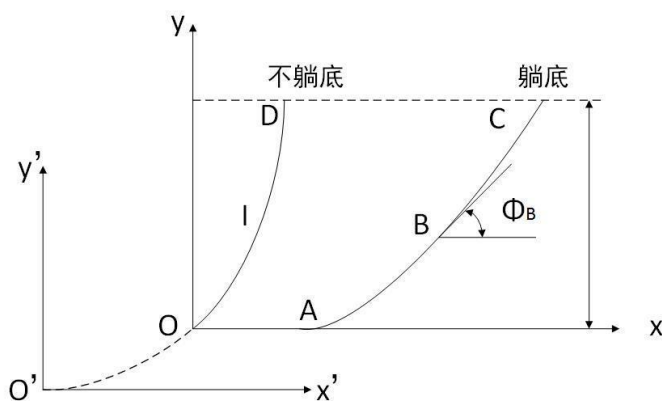


图 5.1.1.7 不同类型锚泊线示意图

其中， Φ 为锚泊线与水平方向的夹角； x 和 y 分别为锚泊线水平和垂直跨距，张力的水平和垂向分量分别记为 T_h 和 T_v 。在静态情况下，由于锚泊线未收到任何的水平外力，其 T_h 恒定不变。上图中，躺底锚泊线与海底相切于 A 点，不躺底的锚泊线经延伸后与坐标系 $x'O'y'$ 的横轴相切于 O' 点。

根据经典悬链线方程，下端点与海底相切的锚泊线满足：

$$y = a(\cosh \frac{x}{a} - 1)$$

$$S = a \cdot \sinh \frac{x}{a} = \sqrt{y(y+2a)}$$

其中, $a = \frac{T_h}{w}$, w 为锚泊线在水中的线密度。

1、躺底的锚泊线计算公式

根据上述公式和躺底锚泊线的几何关系, 可得:

$$\begin{aligned} S_{OB} &= \sqrt{y_B(y_B + 2a)} + S_{OC} - \sqrt{h(h + 2a)} \\ x_B &= a \cdot \operatorname{arccosh}\left(\frac{y_B}{a} + 1\right) + S_{OC} - \sqrt{h(h + 2a)} \\ T_{vB} &= w\sqrt{y_B(y_B + 2a)} \\ \Phi_B &= \arctan \frac{T_v}{T_h} = \arctan \frac{w\sqrt{y_B(y_B + 2a)}}{T_h} \\ T_B &= \frac{T_h}{\cos \Phi_B} \end{aligned}$$

对于特定的 T_h , 给定垂向坐标 y_B , 可分别确定 $S_{OB}, x_B, T_{vB}, \Phi_B, T_B$, 即可求得不同水平张力的几何形状及张力分布。

2、不躺底的锚泊线计算公式

根据经典悬链线方程和图 5.1.1.8 中不躺底锚泊线的几何关系可得:

$$\begin{aligned} y_{OD} &= \frac{T_h}{w} \left[\cosh\left(\frac{wx_{OD}}{T_h}\right) - \cosh\left(\frac{wx_{O'O}}{T_h}\right) \right] \\ S_{OD} &= \frac{T_h}{w} \left[\sinh\left(\frac{wx_{OD}}{T_h}\right) - \sinh\left(\frac{wx_{O'O}}{T_h}\right) \right] \end{aligned}$$

定义 $\alpha = \frac{wx_{OD}}{T_h}, \beta = \frac{wx_{O'O}}{T_h}, \lambda = \frac{wx_{CD}}{2T_h}$, 则上式可以写为:

$$\begin{aligned} \frac{y_{OD}}{x_{OD}} &= \frac{\cosh \alpha - \cosh \beta}{2\lambda} \\ \frac{S_{OD}}{x_{OD}} &= \frac{\sinh \alpha - \sinh \beta}{2\lambda} \end{aligned}$$

由此可得:

$$\frac{\sinh \lambda}{\lambda} = \frac{\sqrt{S_{OD}^2 - y_{OD}^2}}{x_{OD}}$$

当 S_{OD}, x_{OD}, y_{OD} 已知时, 由上式可以唯一确定 λ 后, 由 $T_h = \frac{wx_{OA}}{2\lambda}$ 可以求得 T_h 。将 $S_{OD}, x_{OD}, y_{OD}, T_h$ 代入公式, 可以唯一确定 α, β , 又因为 $x_{O'O} = \frac{\beta T_h}{w}$, 又可以求得 $S_{O'O}$, 进而求得 O 点的垂向张力 $T_{vO} = wS_{O'O}$ 及水平夹角 $\Phi_0 = \arctan \frac{T_{vO}}{T_h}$ 。对于 OD 之间任意一点 I, 满足:

$$T_{vI} = T_{vO} + wS_{OI}$$

$$\Phi_I = \arctan \frac{T_{vI}}{T_h}$$

$$x_I = \frac{T_h}{w} \left[\ln \left(\frac{1 + \sin \Phi_I}{\cos \Phi_I} \right) - \ln \left(\frac{1 + \sin \Phi_0}{\cos \Phi_0} \right) \right]$$

$$y_I = \frac{T_h}{w} \left(\frac{1}{\cos \Phi_I} - \frac{1}{\cos \Phi_0} \right)$$

由此，可得整根锚泊线的构形及张力分布。

3、受力分析由

悬链方程可知：

$$l = a \sinh \left(\frac{x}{a} \right)$$

$$a = \frac{H_1}{g \rho_1}$$

其中， l 为锚链的长度； H_1 为 O 点的水平张力即 $F_{\text{风}x}$ ； ρ_1 为锚链的单位长度质量。锚链与钢桶所在直角坐标系如图 5.1.1.9 所示：

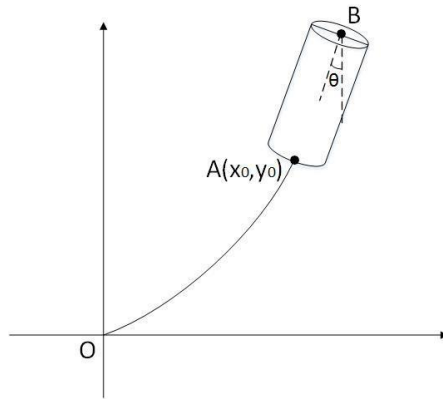


图 5.1.1.8 锚链与钢桶所在直角坐标系

其中，钢桶下端为 A 点，上端为 B 点，设 A 点坐标 (x_0, y_0) ，则 B 点坐标为 $(x_0 + L_{\text{桶}} \sin \theta, y_0 + L_{\text{桶}} \cos \theta)$ ， θ 为钢桶在竖直方向的倾斜角度。

假设锚链不躺底，则：

$$L_0 = a \sinh \left(\frac{x_0}{a} \right)$$

$$y_0 = a \left(\cosh \frac{x_0}{a} - 1 \right)$$

若 $L_0 = l$ ，则可以认为假设正确，即锚链不躺底；反之，锚链躺底。

设水深为 h ，吃水深度为 H ，则：

$$H + L_{\text{管}} \sum_{i=1}^4 \cos \beta_i + L_{\text{桶}} \times \cos \theta + y_0 = h$$

对于 A 点，则：

$$F_{\text{拉}} \times \cos \theta = F_{\text{球} \rightarrow \text{桶}} + F_{\text{拉绳}} \times \sin \gamma$$

$$F_{拉} \times \sin\theta = F_{拉绳} \times \cos\gamma$$

同理，对于 B 点可以得到：

$$F_{拉4} \times \cos\beta_4 = F_{拉桶} \times \cos\theta$$

$$F_{拉4} \times \sin\beta_4 = F_{拉桶} \times \sin\theta$$

6、锚的受力分析

对海床处的锚进行受力分析，将锚看作质点，其受力分析图如图 5.1.1.10 所示：

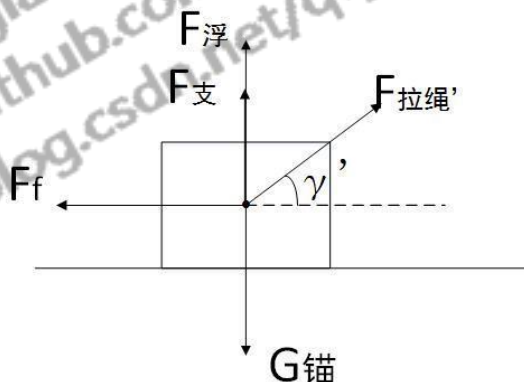


图 5.1.1.9 锚的受力分析图

由此可以看出，锚受到锚链对其的拉力、海床对其竖直向上的支持力、自身的重力、浮力和与海床之间的摩擦力。锚链所处状态的不同影响着锚所受外力的不同，可能会改变锚所受到的阻力^[9]。当锚链躺底时，锚受到水平向右的拉力；当锚链不躺底时，锚受到的锚链对其的拉力方向为右上方，则：

$$y\text{方向: } F_{浮} + F_{拉绳'} \times \sin\gamma' = G_{锚} - F_{支}$$

$$x\text{方向: } F_{拉绳'} \times \cos\gamma' = F_f$$

其中， γ' 为锚链对锚的拉力与水平方向的夹角。

7、系统的受力分析

根据物理学中整体与局部的相互作用关系，最后对系泊系统整体进行受力分析，受力分析图如下所示：

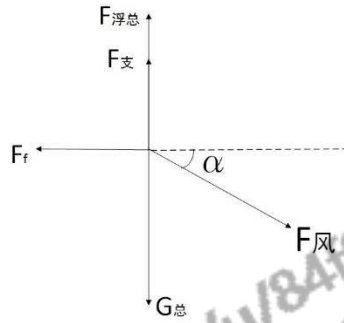


图 5.1.1.10 系统整体受力分析图

则系泊系统整体稳定时的方程为：

$$y \text{ 方向: } F_{\text{风}} \times \cos\alpha = F_f$$

$$x \text{ 方向: } G_{\text{总}} - F_{\text{浮总}} = F_{\text{风}} \times \sin\alpha + F_{\text{支}}$$

其中， α 为风向与海平面的夹角。

5.1.2 模型的求解

通过查阅资料，可以发现重物球由铬钢、镍铬合金等材料制作而成^[10]，取这些材料的密度均值，设重物球密度为 $8000\text{kg}/\text{m}^3$ ，将 $\rho_1 = 7\text{kg}/\text{m}^3$ ， $l = 22.05\text{m}$ ， $h = 18\text{m}$ ， $G_{\text{球}} = 12000\text{N}$ ， $\rho = 1.025 \times 10^3 \text{kg}/\text{m}^3$ 代入，得到海面风速为

12m/s 和 24m/s 时各刚体的参数如表 5.1.2.1 所示：

表 5.1.2.1 风速 12m/s 时计入与不计入重物球密度各刚体参数值

参数值	计入	不计入
吃水深度/m	0.687358	0.7348
钢管倾斜角度/ $^{\circ}$	1.138307	0.974568
	1.145848	0.980299
	1.15349	0.986097
	1.161234	0.991965
钢桶倾斜角度/ $^{\circ}$	1.169082	0.997902
躺底链长/m	6.6731	6.8219
锚链与海床夹角/ $^{\circ}$	0	0
悬链线系数	3.444249	3.319816
最大浮动区域半径/m	14.3567	14.30468

根据上表可以得到，在计入和不计入重物球密度海风为 12m/s 的情况下钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链的躺底链长和与海床的夹角、浮标的吃水深度和最大游动区域半径分别为：1.169082 $^{\circ}$ 、1.138307 $^{\circ}$ 、1.145848 $^{\circ}$ 、1.15349 $^{\circ}$ 、1.161234 $^{\circ}$ 、6.6731m、0、0.687358m、14.3567m；0.997902 $^{\circ}$ 、0.974568 $^{\circ}$ 、0.980299 $^{\circ}$ 、0.986097 $^{\circ}$ 、0.991965 $^{\circ}$ 、6.8219m、0、0.7348m、14.30468m。

同理，得到计入与不计入重物球密度海风速度为 24m/s 时各刚体的参数如表

5.1.2.2 所示：

表 5.1.2.2 风速 24m/s 时计入与不计入重物球密度各刚体参数值

参数值	计入	不计入
吃水深度/m	0.701909	0.748924
钢管倾斜角度/°	4.327667	3.725439
	4.355165	3.746578
	4.383013	3.767959
	4.41122	3.789584
钢桶倾斜角度/°	4.439791	3.811458
躺底链长/m	0	0.3159
锚链与海床夹角/°	0.0863	0
悬链线系数	13.62428	13.13082
浮动区域/m ²	14.30468	17.4241

根据上表可以得到，在计入与不计入重物球密度且海风为 24m/s 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链的躺底链长和与海床的夹角、浮标的吃水深度和最大游动区域半径分别为：4.327667°、4.355165°、4.383013°、4.41122°、4.439791°、0m、0.0863°、0.701909m、17.5215m；3.811458°、3.725439°、3.746578°、3.767959°、3.789584°、0.3159m、0m、0.748924m、17.4241m。

最后，得到风速为 12m/s 和 24m/s 时计入与未计入重物球密度时锚链的大致形状如图 5.1.2.1 和图 5.1.2.2 所示：

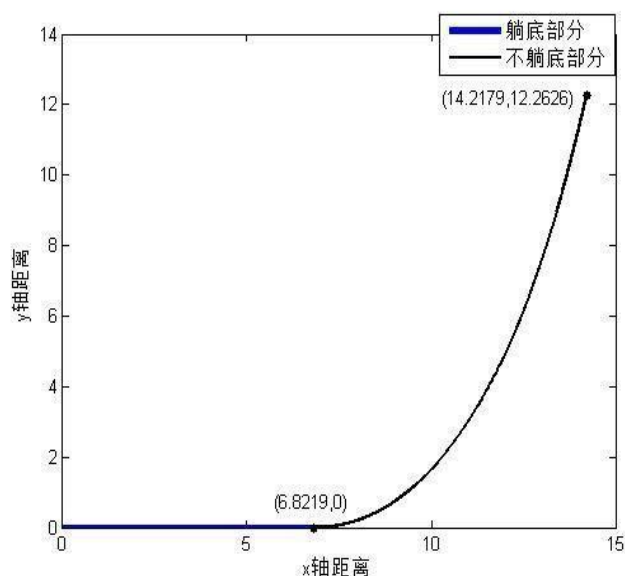


图 5.1.2.1 风速 12m/s 时锚链的大致形状

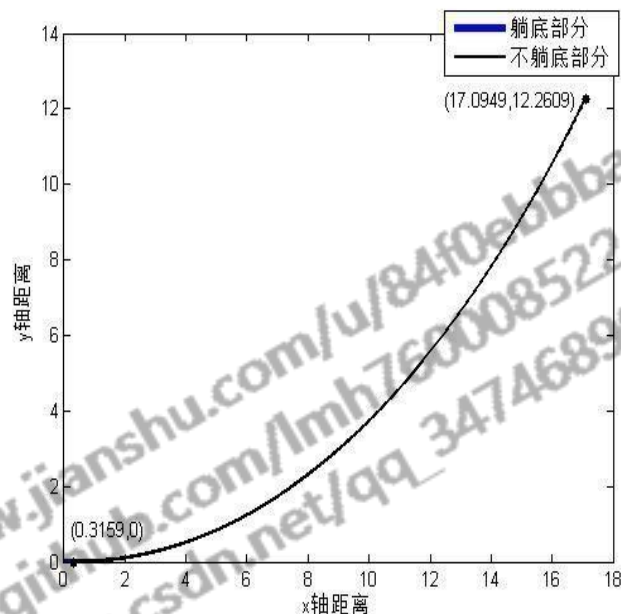


图 5.1.2.2 风速 24m/s 时锚链的大致形状

通过上图发现，风速为 12m/s 时无论是否计入重物球的密度其锚链的大致形状都为躺底，其躺底链长分别为 6.6731m 和 6.8219m；风速为 24m/s 时无论是否计入重物球的密度其锚链的大致形状都为不躺底。且躺底时锚链的倾斜角度与不躺底时锚链的倾斜角度相比较较大。

5.1.3 小结

本文建立了基于悬链线方程的系泊系统参数确定模型，解决了海面风速一定时系泊系统各项参数的确定问题。首先以锚与锚链的相交点为原点建立笛卡尔全局坐标系；其次将整体法和局部法相结合对系泊系统各个部分进行受力分析，并利用牛顿力学的相关理论得到力的平衡方程；然后利用悬链线方程得到锚泊线的计算公式；最后对模型进行求解和灵敏度分析。最终得到风速为 12m/s 和 24m/s 时，钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链的躺底链长和与海床的夹角、浮标的吃水深度和最大游动区域半径分别为：1.169082°、1.138307°、1.145848°、1.15349°、1.161234°、6.6731m、0、0.687358m、14.3567m；4.327667°、4.355165°、4.383013°、4.41122°、4.439791°、0m、0.0863°、0.701909m、17.5215m。

5.2 问题二的模型建立与求解

通过利用问题一中的模型对各刚体参数值进行求解可以发现系统中钢桶的倾斜角度并不符合系统的设计要求，因此，我们以钢桶倾斜角度尽可能小、浮标的吃水深度尽可能小、浮标的游动区域尽可能小为目标，以钢桶倾斜角度不超过 5°和锚链与海床夹角不超过 16°为约束条件，建立多目标规划模型。再将多目标转化为单目标优化问题求得各参数的最优解。

5.2.1 模型的建立

根据模型一，计算求得海风速度为 36m/s 时计入与不计入重物球密度时各刚体的参数值。通过对上述计算结果的分析可以发现，海风速度越大时钢桶和各钢管的倾斜角度越大，而在风速为 24m/s 时钢桶和各钢管的倾斜角度已经达到 4.3°，即海风为 36m/s 时其倾斜角度有极大的概率会超过 5°，因此需要求得重物球的合理质量范围，使得钢桶的倾斜角度尽可能小、浮标的吃水深度和游动区域尽可能小，建立多目标规划模型。

1、多目标模型的建立

多目标规划是为了研究对于一个目标函数而在给定区域上进行的最优化。其目标函数分别为：

- (1) 钢桶的倾斜角度尽可能小；
- (2) 浮标的吃水深度尽可能小；
- (3) 浮标的游动区域尽可能小。

即：

$$\begin{cases} \min \gamma = \gamma(m) \\ \min H = H(m) \\ \min R = R(m) \end{cases}$$

其中， γ 为钢桶的倾斜角度； H 为浮标的吃水深度； R 为浮标的游动半径； m 为重物球的质量。其约束条件为：

$$\begin{cases} 0^\circ \leq \gamma \leq 5^\circ \\ 0^\circ \leq \Phi \leq 16^\circ \end{cases}$$

其中， Φ 为锚链与海床的夹角。

2、单目标模型的转化

为了方便解决问题，本题将上述多目标优化问题转化为单目标优化问题。在单目标优化问题中，通常得到的最优解都是全局最大或最小解，在优化时容易陷入局部最优解。基于这种考虑将每个子目标归一化，赋予每个目标权值，将上述多目标问题转化成单目标问题。即：目标函数为：

$$\min A = \sqrt{\lambda_1 \left(\frac{x - x_{\text{优}}}{x_{\text{max}}} \right)^2 + \lambda_2 \left(\frac{y - y_{\text{优}}}{y_{\text{max}}} \right)^2 + \lambda_3 \left(\frac{z - z_{\text{优}}}{z_{\text{max}}} \right)^2}$$

其中， x 为钢桶的倾斜角； y 为浮标的吃水深度； z 为浮标的游动半径； $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 分别为三个子目标的权重，且 $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$ ； $x_{\text{max}}, y_{\text{max}}, z_{\text{max}}$ 分别为符合系统设计要求的钢桶倾斜角、浮标吃水深度和浮标游动半径的最大值。

约束条件为：

$$\begin{cases} 0^\circ \leq \gamma \leq 5^\circ \\ 0^\circ \leq \Phi \leq 16^\circ \end{cases}$$

其中， γ 为钢桶的倾斜角； Φ 为锚链与海床的夹角。

5.2.2 模型的求解

1、海风速度为 36m/s 时各参数的求解

利用问题一中的方法对海风速度为 36m/s 时计入与不计入重物球密度时各刚体的参数值如表 5.2.2.1 所示：

表 5.2.2.1 海风速度为 36m/s 时各刚体的参数值

参数值	计入	未计入
吃水深度/m	0.7241	0.770024
钢管倾斜角度/°	8.99942	7.824537
	9.052825	7.866476
	9.106863	7.908865
	9.161544	7.95171
钢桶倾斜角度/°	9.21688	7.995018
躺底链长/m	0	0
锚链与海床夹角/°	18.7604	17.9154
悬链线系数	30.13031	29.04609
浮动区域/m ²	18.60951	18.5568

根据上表可以得到，在计入与不计入重物球密度且海风为 36m/s 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链的躺底链长和与海床的夹角、浮标的吃水深度和游动区域分别为：9.21688°、8.99942°、9.052825°、9.106863°、9.161544°、0m、0.0863°、0.701909m、17.5215m²；3.811458°、3.725439°、3.746578°、3.767959°、3.789584°、0.3159m、0m、0.748924m、17.4241m²。

风速为 36m/s 时锚链的大致情况如图 5.2.2.1 所示

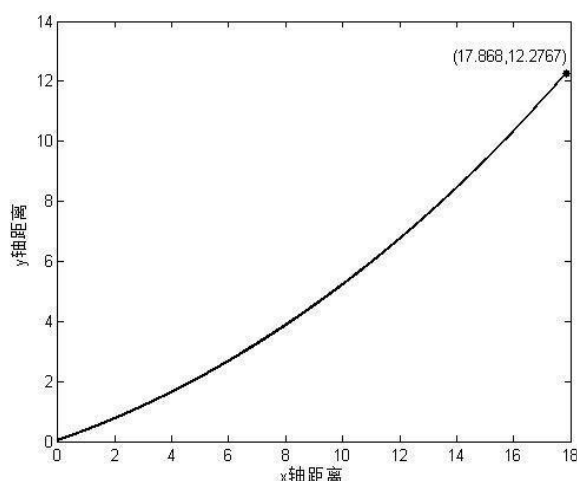


图 5.2.2.1 风速 36m/s 时锚链的大致形状

根据上图可以发现海风速度为 36m/s 时锚链不躺底。由此可以看出，在没有改变重物球质量的情况下钢桶的倾斜角度和钢管倾斜角度较大，近似于 9°，

大于 5° ；而锚链与海床的夹角为 18.7604° ，大于 16° ，不符合系泊系统参数设计的要求。因此，需要对重物球的密度进行调整使得其满足系泊系统设计的需要。

2、单目标问题的求解

通过分析，可以发现钢桶的倾斜角度和浮标的吃水深度较浮标的游动半径对目标函数的影响较大，因此，本题设定 $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.4, \lambda_3 = 0.2$ 。

将 $x_{max} = 5, y_{max} = 2, z_{max} = 20$ 代入求解，得到最优重物球的质量 $m = 3769\text{kg}$ ；最优钢桶的倾斜角度 $\gamma = 1.6495^\circ$ ；浮标的最优吃水深度 $H = 1.3964\text{m}$ ；浮标的最优游动半径 $R = 17.7509\text{m}$ ；目标函数的最优值 $A = 0.62935$ 。当重物球质量达到 2034kg 时满足约束条件，即此时系泊系统各刚体的参数值符合设计要求，且当重物球的质量达到 5839kg 时，浮标的吃水深度已经较小，为 0.1m 。

5.2.3 小结

本文建立了基于平方和加权的多目标优化模型，解决了考虑重物球的质量变化的情况下系泊系统各项参数的优化问题。首先利用问题一的模型计算风俗为 36m/s 时系泊系统的各个参数，发现钢桶的倾斜角度和锚链与海床的夹角超出合理范围；其次，建立以浮标的吃水深度、游动区域及钢桶的倾斜角度尽可能小为目标的多目标规划模型；最后利用平方和加权法将多目标规划模型转化为单目标规划模型进行求解并进行灵敏度分析。最终得到当重物球的质量为 3769kg 时，钢桶的最优倾斜角度为 1.6495° ，浮标的最优吃水深度 1.3964m ，浮标的最优游动半径为 17.7509m 。

5.3 问题三的模型建立与求解

5.3.1 模型的建立

根据题目中给定的条件，布放点的海水速度最大为 1.5m/s ，风速最大为 36m/s ，水深最浅为 16m ，最深为 20m 。对于任意水深都要尽可能的满足钢桶的倾斜角度小、浮标的吃水深度较浮标的游动半径小这三个目标。即在极端海况下确定锚链的型号、长度和重物球的质量，使得其满足要求。

由于考虑到水流力对系泊系统的作用力，首先列出钢管、钢桶、锚链和锚受力平衡时的条件：

(1) 对钢管：

利用物体受力平衡的条件，得到钢管在水平与竖直方向上的受力平衡条件为：

$$y\text{方向：} F_{\text{浮}} + F_{\text{拉}i} \times \cos\beta_i = G_{\text{钢}} + F_{\text{拉}i+1} \times \sin\beta_{i+1}$$

$$x\text{方向：} F_{\text{拉}i} \times \sin\beta_i + F_{\text{水}} = F_{\text{桶拉}i+1} \times \cos\beta_{i+1}$$

(2) 对钢桶：

$$y\text{方向：} F_{\text{浮}} + F_{\text{拉}4} \times \cos\beta_4 = G_{\text{桶}} + F_{\text{球} \rightarrow \text{桶}} + F_{\text{拉绳}} \times \sin\gamma$$

$$x\text{方向: } F_{\text{拉}4} \times \sin\beta_4 + F_{\text{水}} = F_{\text{拉绳}} \times \cos\gamma$$

(3) 对锚链:

$$y\text{方向: } F_{\text{拉}} \times \cos\theta = F_{\text{球} \rightarrow \text{桶}} + F_{\text{拉绳}} \times \sin\gamma$$

$$x\text{方向: } F_{\text{拉}} \times \sin\theta + F_{\text{水}} = F_{\text{拉绳}} \times \cos\gamma$$

(4) 对锚:

$$y\text{方向: } F_{\text{浮}} + F_{\text{拉绳}}' \times \sin\gamma' = G_{\text{锚}} - F_{\text{支}}$$

$$x\text{方向: } F_{\text{拉绳}}' \times \cos\gamma' + F_{\text{水}} = F_f$$

其次, 鉴于水流力的公式为:

$$F = 374 \times S v^2$$

其中, S 为物体在水流速度法平面的投影面积。因此下面对各刚体在水流速度法平面的投影面积进行求解。

通过受力分析图, 得到钢管在水流速度法平面的投影面积为:

$$S_{\text{钢}} = d_{\text{钢}} \times l_{\text{钢}} \cos\beta$$

其中, $d_{\text{钢}}$ 为钢管的直径; $l_{\text{钢}}$ 为钢管的长度; β 为钢管与竖直方向的夹角。同理可得钢桶在水流速度法平面的投影面积 $S_{\text{桶}}$ 。重物球在水流速度法平面的投影面积 $S_{\text{球}} = \pi r^2$ 。

接着, 根据问题二中的算法建立多目标规划模型, 将锚链的型号、长度记为锚链的参数 φ ; 重物球的质量记为 m , 则目标函数为:

$$\begin{cases} \min \gamma = \gamma(\varphi, m) \\ \min H = H(\varphi, m) \\ \min R = R(\varphi, m) \end{cases}$$

其中, γ 为钢桶的倾斜角度; H 为浮标的吃水深度; R 为浮标的游动半径。

约束条件为:

$$\begin{cases} 0^\circ \leq \gamma \leq 5^\circ \\ 0^\circ \leq \Phi \leq 16^\circ \end{cases}$$

其中, Φ 为锚链与海床的夹角。

最后, 本题采用 PSO 优化算法^[11]来实现对所得参数的优化, 其中心思想是将一组参数看做一个粒子 $P_i = (\alpha_{i,0}, \beta_{i,1}, \beta_{i,2}, \dots, \beta_{i,n}), i = 1, 2, \dots, k$, 通过跟踪当前最优粒子搜索最优解, 最优解即为最优的参数估计。PSO 优化算法中根据适应度函数的计算结果对每个粒子进行评价, $J(\theta)$ 为适应度函数, 最优解为适应度函数最小的粒子。

为了避免粒子过分聚集, 采用斥力因子的位置更新方法使粒子均匀分散于搜索范围。该方法的思想是当粒子的间距小于最小允许间距时, 存在一个斥力将各粒子推至大于或等于最小允许间距。带斥力因子的位置更新方程如下所示:

$$x_i^{T+1} = \begin{cases} x_i^T + v_i^{T+1} + 2\Delta s^T & \sum_{i \neq j, j=1}^N \|x_i^T - x_j^T\| < \Delta s^T \\ x_i^T + v_i^{T+1} & \sum_{i \neq j, j=1}^N \|x_i^T - x_j^T\| > \Delta s^T \end{cases}$$

其中， x_i^T 为第 T 次迭代后第 i 个粒子的位置矢量； v_i^{T+1} 为第 $T+1$ 次迭代后第 i 个粒子的速度矢量； Δs^T 为第 T 次迭代后粒子的最小允许间距且随迭代次数的增加而不断减少。

速度更新方程如下所示：

$$v_i^{T+1} = \omega v_i^T + c_1 rand_1(p_{best\ i}^T - x_i^T) + c_2 rand_2(g_{best}^T - x_i^T)$$

其中， c_1, c_2 为学习因子； $p_{best\ i}^T$ 为第 T 次迭代后第 i 个粒子的个体极值点； g_{best}^T 为第 T 次迭代后的全局极值点。

粒子群优化算法步骤如下：

- (1) 初始化各类参数。搜索空间的下限 L_d ，和上限 L_u ，学习因子 c_1, c_2 ，算法的最大迭代次数 T_{max} ，粒子速度范围；随机初始化搜索点的位置及其速度；
- (2) 评价粒子。计算每个粒子的适应度函数，设每一个初始化粒子 P_i 为粒子的个体极值点 $p_{best\ i}^T$ ，使适应度函数最小的粒子为全局极值点 g_{best}^T ；
- (3) 判断迭代是否终止。若终止，转向(5)；否则，转向(4)；
- (4) 更新惯性权重和粒子状态，转向(2)；
- (5) 输出 g_{best}^T 为最优的参数估计。

在(4)中的惯性权重 ω 的选择必须平衡算法的全局搜索与局部搜索，防止粒子在运动过程中陷入局部最优。其算法流程图如图 5.3.1.1 所示：

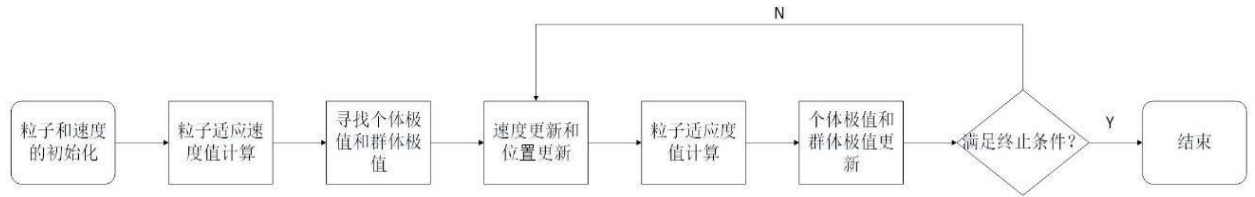


图 5.3.1.1 粒子群算法流程图

其中，粒子和速度初始化随机初始化粒子速度和粒子位置，根据初始粒子适应度值确定个体极值和群体极值，根据新种群中粒子适应度值更新个体极值和群体极值。

5.3.2 模型的求解

首先，求得五个型号的锚链进行优化 150 代的进化过程如图 5.3.2.1 所示：

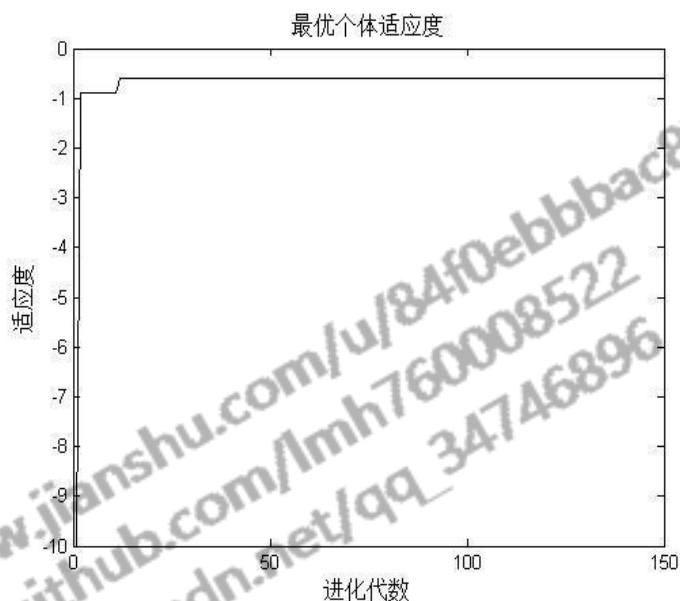


图 5.3.2.1 I 型号锚链的进化过程

通过图 5.3.2.1 可以发现适应度均为负值，其原因在于该问的目标函数为求取各子目标的最小值，因此得到的适应度数值与原适应度的数值互为相反数。II、III、IV、V 型号锚链的进化过程同理可得。

最后得到各型号的各项参数如表 5.3.2.1 所示：

表 5.3.2.1 各项参数

型号	I	II	III	IV	V
钢管倾斜角度	4.2096	4.8302	3.1433	4.7429	4.2122
	4.2694	4.6820	3.6026	4.1215	4.1321
	4.3295	4.4392	4.0673	3.5043	3.8553
	4.3897	4.2016	4.5375	3.3913	3.7819
钢桶倾斜角度	4.4501	4.0695	5.0132	3.2825	3.6118
浮标吃水深度	1.7530	1.5571	1.5533	1.6000	1.6461
锚链躺底长度	0	0	11.3322	0	0
锚链与海床夹角	15.6	15.9111	0	15.8680	14.8210
最大游动区域半径	20.4678	19.0734	29.8545	30.0890	35.3452
目标函数值	0.5434	0.4359	0.4535	0.6583	0.5839

由表 5.3.2.1 所示，因为 $0.4359 < 0.4535 < 0.5434 < 0.5839 < 0.6583$ ，所以选择 II 锚链最优。此时钢管的倾斜角度、钢桶的倾斜角度、浮标的吃水深度、锚链的躺底长度、锚链与海床夹角、最大游动区域半径分别为 4.8302° 、 4.6820° 、 4.4392° 、 4.2016° 、 1.5571° 、 0m 、 15.9111° 、 19.0734m 。

5.3.3 模型的检验

任何数学模型在建立和使用的过程中，都不可避免的产生一定的误差而影响模型的精确度。按照误差的来源，可分为模型误差、观测误差、方法误差和舍入误差，误差的具体形成原因分别为：

(1)模型误差来源：指数学模型与实际问题之间的误差。本题假设风向水平、水流力水平，且忽视各种钢管、锚链等之间的转动约束，这与实际问题不符，产生了模型误差；

(2)观测误差来源：指测量数据与实际数据的误差。题目中给定的参数值是由人工观测得到的，与实际值之间会有一定的误差；

(3)截断误差来源：数学模型的精确解与数值方法得到的数值解之间的误差。通过计算得到截断误差值约为 10^{-15} ，其数值较小则说明数学模型的精度较高；

(4)舍入误差来源：对数据进行四舍五入后产生的误差。该误差值约为 10^{-16} ，数值较小，也说明由于四舍五入对模型精度的影响较小。

由此可以发现，本文的模型除了题目中所给观测值与真实值之间必然存在的观测误差，其误差主要来源于模型误差，即数学模型在建立的过程中将过多现象理想化而造成与实际情况不完全相符而导致的误差。截断误差与舍入误差较小，从这些方面可以说明模型的精确度较高。

5.3.4 小结

针对问题三，建立了基于粒子群算法的多目标优化模型，解决了考虑风力、水流力和水深情况下的系泊系统设计问题。首先，在考虑风力、水流力和水深的新建立多目标优化模型；其次对不同情况下利用粒子群算法对模型进行求解；最后分析误差来源。

六、模型的评价与推广

6.1 模型的优点与缺点

问题二中将多目标转化为单目标优化的方法解决了目标函数量纲不一致或变化程度不一致的问题，使其更具有普遍性。问题三中的 PSO 优化算法克服了海洋环境条件的不确定性，使得优化后的结果更为可信。在综合考虑了风力、水流力和水深等环境载荷后的模型具有很大的普遍性，适用于一般的系泊系统的参数设计。

PSO 优化算法不能很好的平衡粒子的搜索行为^[12]，容易在优化时陷入局部最优解；单目标优化时赋予子目标的权重有较大的主观因素，可能会存在偏差。

6.2 模型的推广

本文分析了浅海系泊系统中钢桶的倾斜角度、浮标的吃水深度和游动区域等，考虑了海风载荷、海水载荷等海洋环境作用，不仅可以应用于浅海，还可以推广到深海领域的研究，为系泊系统的优化设计提供一定的参数。粒子群优化算法在讨论社会系统时，可以推广到检验医疗方案的合理性、环境质量的检测等。

参考文献

- [1]唐友刚.张素侠.张若瑜.刘海笑.深海系泊系统动力特性研究进展.海洋工程.26(1):120-126,2008
- [2]吴晓.李欣.杨立军.李俊.荔湾 3-1 组块浮托安装实船监测与数值模拟.海洋工程.4(34):1-8,2016
- [3]罗毅.李昱龙.基于熵权法和灰色关联分析法的输电网规划方案综合决策.电网技术.37(1):77-81,2013
- [4]邹佳星.任慧龙.李陈峰.极端海况下 FPSO 系泊系统安全性评估与分析.哈尔滨工程大学学报.36(1):104-108,2015
- [5]马巍巍.范模.极浅水单点系泊系统的设计研究.船舶工程.35(2):92-95,2013
- [6]王波.李民.刘世萱.陈世哲.朱庆林.王红光.海洋资料浮标观测技术应用现状及发展趋势.仪器仪表学报.35(11):2401-2414,2014
- [7]刘文玺.周其斗.张纬康.纪刚.浮体与系泊系统的耦合动力分析.18(8):940-957,2014
- [8]袁梦.范菊.朱仁传.缪国平.基于悬链线理论的系泊系统势能.上海交通大学学报.45(4):598-603,2011
- [9]苏志勇.陈刚.杨建民.李欣.深海浮式结构物锚泊阻尼参数研究.海洋工程.27(2):21-28.2009
- [10]王丹.刘家新.一般状态下悬链线方程的应用.航海工程.36(3):26-28,2007
- [11]李龙澍.张效见.一种新的自适应惯性权重混沌 PSO 算法.2017
- [12]董方.粒子群算法研究及其在动态优化中的应用.浙江大学, 2014

附 录

附录一：问题一主函数

t1_main

```
clc,clear
```

```
%%% 常量
```

```
global g p_maolian p_haishui v weight_fubiao weight_ball alpha;
```

```
global r_gangguan r_gangtong r_fubiao; g=9.8; %重力加速度
```

```
weight_fubiao=1000;
```

```
p_maolian=7; %二 型 锚 链
```

```
p_haishui=1.025*10^3; %海水密度
```

```
v=24; %风速 r_fubiao=1; %浮标、  
半径
```

```
r_gangguan=0.025;
```

```
r_gangtong=0.15; alpha=0;
```

```
weight_ball=1200;
```

```
%%%
```

```
x0=[0.3,100,100,100,100,100,100,0.01,0.01,0.01,0.01,0.01,5,0];
```

```
[x,fval,exitflag] = fsolve('fangcheng',x0);
```

```
%x=solve('fangcheng')
```

```
disp('钢管钢桶与竖直方向夹角： ');
```

```
beta=x(8:12)*180/pi S=2*(2-x(1));
```

```
F_WIND=0.625*S*v^2;
```

```
a=F_WIND*cos(alpha)/(g*p_maolian); L=a*sinh(x(14)/a);
```

```
disp('吃水深度： ');
```

```
H=x(1);
```

```
disp('锚链躺底长度： ');
```

```
L_tangdi=22.05-L
```

```
x_begin=abs(L_tangdi);
```

```
y_begin=a*(cosh((x_begin)/a)-1);
```

```
disp('锚链末端与海床夹角： '); if
```

```
L_tangdi>0 theta=0
```

```
else
```

```
theta=atan(sinh(x_begin/a))*180/pi end
```

```
%%%
```

```
%画图
```

```

x_moduan=x(14); if
L_tangdi>0
    x_xuanlian=L_tangdi:0.001:x_moduan+L_tangdi;
    y_xuanlian=a*(cosh((x_xuanlian-L_tangdi)./a)-1);
    x_tangdi=0:0.001:L_tangdi; y_tangdi=0.*x_tangdi;
    plot(x_tangdi,y_tangdi,'LineWidth',4); %躺底部分图 hold
on
    plot(x_xuanlian,y_xuanlian,'k','linewidth',1.5); %不躺底
    plot(x_moduan+L_tangdi,y_xuanlian(ceil(x_moduan/0.001)), 'k','markersize',15);
hold on plot(L_tangdi,0,'k','markersize',15);
    text(x_tangdi(ceil(L_tangdi/0.001)),y_tangdi(ceil(L_tangdi/0.001)),['(' num2str(L_tangdi) ','
num2str(0) ')'])
    text(x_xuanlian(ceil(x_moduan/0.001)),y_xuanlian(ceil(x_moduan/0.001)),['('
num2str(x_xuanlian(ceil(x_moduan/0.001))) ',' num2str(y_xuanlian(ceil(x_moduan/0.001))) ')'])
    legend('躺底部分','不躺底部分');
else
    x_xuanlian=0:0.001:x_moduan+L_tangdi; y_xuanlian=a*(cosh((x_xuanlian-L_tangdi)./a)-1)-
y_begin; plot(x_xuanlian,y_xuanlian,'k','linewidth',1.5); %不躺底 hold on
    plot(x_moduan+L_tangdi,y_xuanlian(ceil((x_moduan+L_tangdi)/0.001)), 'k','markersize',15);

    text(x_xuanlian(ceil((x_moduan+L_tangdi)/0.001)),y_xuanlian(ceil((x_moduan+L_tangdi)/0.001)
),['(' num2str(x_xuanlian(ceil((x_moduan+L_tangdi)/0.001))) ','
num2str(y_xuanlian(ceil((x_moduan+L_tangdi)/0.001))) ')'])

end
xlabel('x 轴距离');ylabel('y 轴距离'); disp('游动区域: ');
R=sin(x(8))+sin(x(9))+sin(x(10))+sin(x(11))+sin(x(12))+x_moduan+L_tangdi

```

函数 fangcheng

```

function F=fangcheng(x)
global g weight_fubiao weight_ball v alpha p_haishui p_maolian;
global r_gangguan r_gangtong r_fubiao;
% x(1):H,x(2)-x(7) T1-T6 x(8)-x(13):beta1-beta6 v_zhongqiu=weight_ball/8000; %
重物球体积 S=2*(2-x(1));
F_WIND=0.625*S*v^2;
a=F_WIND*cos(alpha)/(g*p_maolian);
F=[F_WIND*sin(alpha)+weight_fubiao*g+x(2)*cos(x(8))-p_haishui*g*pi*r_fubiao^2*x(1);
F_WIND*cos(alpha)-x(2)*sin(x(8)); p_haishui*g*pi*r_gangguan^2*1-
g*10+x(2)*cos(x(8))-x(3)*cos(x(9)); x(2)*sin(x(8))-x(3)*sin(x(9));
p_haishui*g*pi*r_gangguan^2*1-g*10+x(3)*cos(x(9))-x(4)*cos(x(10)); x(3)*sin(x(9))-

```

```

x(4)*sin(x(10)); p_haishui*g*pi*r_gangguan^2*1-g*10+x(4)*cos(x(10))-
x(5)*cos(x(11)); x(4)*sin(x(10))-x(5)*sin(x(11)); p_haishui*g*pi*r_gangguan^2*1-
g*10+x(5)*cos(x(11))-x(6)*cos(x(12)); x(5)*sin(x(11))-x(6)*sin(x(12));
p_haishui*g*pi*r_gangtong^2*1-
g*100+x(6)*cos(x(12))g*weight_ball+p_haishui*g*v_zhongqiu-x(7)*cos(x(13));
x(6)*sin(x(12))-x(7)*sin(x(13));
x(1)+cos(x(8))+cos(x(9))+cos(x(10))+cos(x(11))+cos(x(12))+a*(cosh(x(14)/a)-1)-
18a*(cosh(x(15)/a)-1); sinh(x(14)/a)-tan(pi/2-x(13)); a*sinh(x(14)/a)-22.05-
a*sinh(x(15)/a); ];

```

附录二：问题二

t2_main

```
clc,clear
```

```
%%% 常量
```

```
global g p_maolian p_haishui v weight_fubiao weight_ball alpha;
```

```
global r_gangguan r_gangtong r_fubiao L; g=9.8; %重力加速度
```

```
weight_fubiao=1000;
```

```
p_maolian=7; %二型锚链
```

```
p_haishui=1.025*10^3; %海水密度
```

```
v=36; %风速 r_fubiao=1; %浮标
```

```
半径
```

```
r_gangguan=0.025;
```

```
r_gangtong=0.15;
```

```
alpha=0; L=22.05;
```

```
ball=zeros(100,5);
```

```
i=1; y=1;
```

```
for weight_ball=2000:100:5800
```

```
x0=[0.4,1000,100,1000,1000,1000,1000,0.01,0.01,0.01,0.01,0.01,15,1];
```

```
[x,fval,exitflag] = fsolve('fangcheng',x0);
```

```
x_moduan=x(14); beta=x(8:12)*180/pi;
```

```
S=2*(2-x(1));
```

```
F_WIND=0.625*S*v^2;
```

```
a=F_WIND*cos(alpha)/(g*p_maolian);
```

```
L_zong=a*sinh(x(14)/a);
```

```
H=x(1);
```

```
L_tangdi=22.05-
```

```
L_zong;
```

```
x_begin=abs(L_tangdi);
```

```

if L_tangdi>0
theta=0;
else
    theta=atan(sinh(x_begin/a))*180/pi; end
R=sin(x(8))+sin(x(9))+sin(x(10))+sin(x(11))+sin(x(12))+x_moduan+L_tangdi;
if beta(5)<5&&theta<16    ball(i,1)=weight_ball;    ball(i,2)=beta(5);
ball(i,3)=H;    ball(i,4)=R;
    Y=sqrt(0.4*(ball(i,2)/5)^2+0.4*(ball(i,3)/2)^2+0.2*(ball(i,4)/20)^2);ball(i,5)=Y;
if Y<y    y=Y;    best_weight_ball=ball(i,1);    best_beta=ball(i,2);
best_H=ball(i,3);    best_R=ball(i,4);
    end
i=i+1;
end
end
end
%plot(ball(1:297,1),ball(1:297,5),'k','linewidth',1.5);
disp('最优重物球质量: '); best_weight_ball
disp('最优钢桶角度: '); best_beta
disp('最优吃水深度: '); best_H
disp('最优游动半径: '); best_R
disp('目标函数最优值: ');
y

```

附录三：问题三

function s=t3(c)

%c(1) 重物球质量 c(2) 锚链长度

function F=t3_1(x)

global g weight_fubiao v alpha p_haishui p_maolian;

global r_gangguan r_gangtong r_fubiao v_haishui;

% x(1):H,x(2)-x(7) T1-T6 x(8)-x(13):beta1-beta6 v_zhongqiu=c(1)/8000; %

重物球体积

S=2*(2-x(1));

F_WIND=0.625*S*v^2; %F_WATER=374*S0*v

^2; kuan=0.073;%锚链宽

%L 锚链长

a=(F_WIND*cos(alpha)+374*(4-

S)*v_haishui^2+374*4*0.05*cos(x(8))*v_haishui^2+374*0.3*cos(x(12))*v_haishui^2+374*kuan

*(16-(x(1)+cos(x(8))+cos(x(9))+cos(x(10))+cos(x(11))+cos(x(12))))*v_haishui^2)/(g*p_maolian);% 锚链水平受力

```
F=[F_WIND*sin(alpha)+weight_fubiao*g+x(2)*cos(x(8))-p_haishui*g*pi*r_fubiao^2*x(1);% 浮标
```

```
F_WIND*cos(alpha)+374*(4-S)*v_haishui^2-x(2)*sin(x(8));
```

```
%钢管
```

```
p_haishui*g*pi*r_gangguan^2*1-g*10+x(2)*cos(x(8))-x(3)*cos(x(9));
x(2)*sin(x(8))+374*0.05*cos(x(8))*v_haishui^2-x(3)*sin(x(9));
```

```
p_haishui*g*pi*r_gangguan^2*1-g*10+x(3)*cos(x(9))-x(4)*cos(x(10));
x(3)*sin(x(9))+374*0.05*cos(x(9))*v_haishui^2-x(4)*sin(x(10));
```

```
p_haishui*g*pi*r_gangguan^2*1-g*10+x(4)*cos(x(10))-x(5)*cos(x(11));
x(4)*sin(x(10))+374*0.05*cos(x(10))*v_haishui^2-x(5)*sin(x(11));
```

```
p_haishui*g*pi*r_gangguan^2*1-g*10+x(5)*cos(x(11))-x(6)*cos(x(12));
x(5)*sin(x(11))+374*0.05*cos(x(11))*v_haishui^2-x(6)*sin(x(12));
```

```
%钢桶
```

```
p_haishui*g*pi*r_gangtong^2*1-g*100+x(6)*cos(x(12))-
g*c(1)+p_haishui*g*v_zhongqiux(7)*cos(x(13));
x(6)*sin(x(12))+374*0.3*cos(x(12))*v_haishui^2-x(7)*sin(x(13));
```

```
%锚链
```

```
x(1)+cos(x(8))+cos(x(9))+cos(x(10))+cos(x(11))+cos(x(12))+a*(cosh(x(14)/a)-1)-
16a*(cosh(x(15)/a)-1); sinh(x(14)/a)-tan(pi/2-x(13)); a*sinh(x(14)/a)-c(2)-
a*sinh(x(15)/a);
```

```
]; end
```

```
x0=[1,10000,10000,10000,10000,10000,10000,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,5,0];
```

```
[x,eflag,fval]=fsolve(@t3_1,x0);
```

```
beta=x(12)*180/pi;
```

```
L_zong=a*sinh(x(14)/a);
```

```
L_tangdi=c(2)-L_zong;
```

```
x_begin=abs(L_tangdi); if
```

```
L_tangdi>0 theta=0;
```

```
else
```

```
theta=atan(sinh(x_begin/a))*180/pi; end
```

```
if beta<5&&theta<16
```

```
H=x(1);
```

```
R=sin(x(8))+sin(x(9))+sin(x(10))+sin(x(11))+sin(x(12))+x(14)-x(15); s=-
```

```
sqrt(0.4*(beta/5)^2+0.4*(H/2)^2+0.2*(R/20)^2);
```

```
else
```

```

    s=-10;
end end

```

附录四：问题三主函数

```

%% 清空环境

```

```

clc clear global g p_maolian p_haishui v

```

```

weight_fubiao alpha;

```

```

global r_gangguan r_gangtong r_fubiao

```

```

v_haishui; g=9.8; %重力加速度

```

```

weight_fubiao=1000; p_maolian=19.5; %?型锚

```

```

链 p_haishui=1.025*10^3; %海水密度 v=36; %

```

```

风速 v_haishui=1.5;

```

```

r_fubiao=1; %浮标半径

```

```

r_gangguan=0.025; r_gangtong=0.15;

```

```

alpha=0;

```

```

%% 参数初始化

```

```

%粒子群算法中的两个参数

```

```

c1 = 1.49445; c2

```

```

= 1.49445;

```

```

maxgen=150; % 进化次数

```

```

sizepop=20; %种群规模

```

```

Vmax=0.5;

```

```

Vmin=-0.5;

```

```

poplmax=6000;

```

```

poplmin=1000;

```

```

pop2max=39;

```

```

pop2min=9;

```

```

%% 产生初始粒子和速度

```

```

for i=1:sizepop

```

```

    pop(i,1)=3000; %初始种群

```

```

    pop(i,2)=20;

```

```

    V(i,:)=0.5*rand(1,2); %初始化速度

```

```

    %计算适应度

```

```

    fitness(i)=t3(pop(i,:)); %染色体的适应度

```

```

end

```

```

%% 个体极值和群体极值

```

```

[bestfitness bestindex]=max(fitness);
zbest=pop(bestindex,:); %全局最佳
gbest=pop; %个体最佳
fitnessgbest=fitness; %个体最佳适应度值
fitnesszbest=bestfitness; %全局最佳适应度值

%% 迭代寻优
for i=1:maxgen
    for j=1:sizepop

        %速度更新
        V(j,:)=V(j,:)+c1*rand*(gbest(j,:)-pop(j,:))+c2*rand*(zbest-pop(j,:));
        V(j,find(V(j,:)>Vmax))=Vmax;
        V(j,find(V(j,:)<Vmin))=Vmin;

        %种群更新
        pop(j,:)=pop(j,:)+V(j,:);    pop(j,find(pop(j,1)>pop1max))=pop1max;
        pop(j,find(pop(j,1)<pop1min))=pop1min;
        pop(j,find(pop(j,2)>pop2max))=pop2max;
        pop(j,find(pop(j,2)<pop2min))=pop2min;

        %适应度值
        fitness(j)=t3(pop(j,:));
    end    for
j=1:sizepop

        %个体最优更新
        if fitness(j) > fitnessgbest(j)
            gbest(j,:)=pop(j,:);
            fitnessgbest(j)=fitness(j);    end

        %群体最优更新
        if fitness(j) > fitnesszbest
            zbest=pop(j,:);    fitnesszbest=
            fitness(j);    end    end
        yy(i)=fitnesszbest;
    end

    %% 结果分析 plot(yy)

    title('最优个体适应度','fontsize',12); xlabel('进化代数','fontsize',12); ylabel('适应度','fontsize',12);

```