Datação de Fósseis por Carbono 14

Trabalho realizado por:

João Figueiredo Martins Peixe dos Santos

Francisco Alves Andrade

Luís Filipe Cruz Sobral

Paulo Silva Sousa

Projeto MNOL - Versão A
Grupo 14
2020/2021
Universidade do Minho

1 Problema

A datação por Carbono 14 é um método radiométrico de determinação da idade concreta de objectos que contenham carbono.

O decaimento radioativo segue um comportamento exponencial do tipo,

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

em que N representa o número de núcleos radioativos numa amostra, N_0 o número de núcleos radioativos no início do processo de decaimento, λ a constante de decaimento ($1,245 \times 10^{-4}$ decaimentos/ano, no caso do Carbono 14) e t o tempo (em anos).

Uma amostra de um fóssil continha 10 gramas de Carbono 14 mas, atualmente, contém 1,6 gramas de Carbono 14. Pretende-se verificar se o fóssil datava do último máximo glacial (cerca de 18000 AC a 8000 AC).

Fonte da base do problema: `https://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/index.php/Data%C3%A7%C3%A3o_por_carbono-14`

2 Matlab

Na Figura 1 temos a função do problema descrito acima. Para chegarmos a esta equação substituimos as variáveis N, N_0, λ e t por 1.6, 10, -1.245×10^{-4} e x, respetivamente:

$$10 \times e^{-1.245 \times 10^{-4} x} - 1.6 = 0$$

```
MiniProj1.m*   MiniProj1Script.m
function [F] = MiniProj1(x)
F = 10*exp(-1.245*10^(-4)*x) - 1.6;
end
```

Figura 1 - Ficheiro MiniProj1

Na Figura 2 temos o ficheiro de Script. Neste ficheiro, introduzimos o valor da aproximação inicial em x0 e as opções de execução do comando fsolve. As opções que introduzimos foram *tolx* e *tolfun* (valores de erro), *plotfcn* (de modo a obtermos o gráfico dos pontos) e *display inter* (para obtermos os dados das iterações).

Por fim, usamos a rotina fsolve para resolver o problema.

```
MiniProj1.m   MiniProj1Script.m
clc;
clear;
x0 = 12000;
options = optimset('tolx',0.000001,'tolfun',0.000001,'display','iter','plotfcn',{@optimplotfval})
[xsol,fsol,exitflag,output]=fsolve('MiniProj1',x0,options)
```

Figura 2 - Ficheiro MiniProj1Script

3 Testes Computacionais

Primeiramente, tentamos encontrar o valor de ϵ_1 e ϵ_2. Testamos, inicialmente, os valores 10^{-3}, 10^{-4} e 10^{-5}, onde obtivemos constantemente uma exitflag com valor -2, ou seja, a nossa solução não era ótima.

```
exitflag =

    -2
```

Figura 3 - Exitflag -2

Seguidamente, decidimos testar para $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 10^{-6}$. Neste caso já obtivemos uma exit flag com o valor de 1, logo, decidimos avançar para testar a aproximação inicial.

```
exitflag =

     1
```

Figura 4 - Exitflag 1

Ao testar a aproximação inicial, verificamos que, independentemente do valor que utilizassemos (entre 1 e 60000), o resultado seria aproximadamente o mesmo, apenas mudando o número de iterações realizadas.

Assim, faz sentido utilizar o valor 12000 como aproximação inicial, pois é o tempo mínimo necessário para completar o processo de fossilização.

Os resultados que obtivemos foram:

Iteration	Func-count	f(x)	Norm of step	First-order optimality	Trust-region radius
0	2	0.415676		0.00018	1
1	4	0.415316	1	0.00018	1
2	6	0.414416	2.5	0.00018	2.5
3	8	0.412172	6.25	0.000179	6.25
4	10	0.406597	15.625	0.000178	15.6
5	12	0.39287	39.0625	0.000174	39.1
6	14	0.35986	97.6563	0.000164	97.7
7	16	0.285181	244.141	0.000142	244
8	18	0.142785	610.352	9.3e-05	610
9	20	0.00127185	1525.88	7.26e-06	1.53e+03
10	22	1.48978e-07	175.128	7.69e-08	3.81e+03

Equation solved.

Figura 5 - Tabela de Iterações

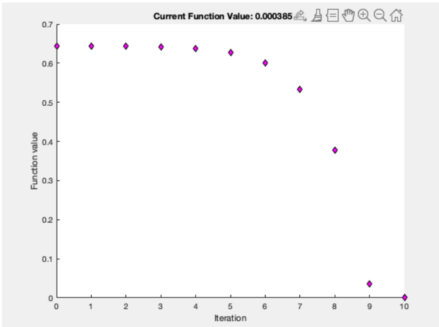

Figura 6 - Gráfico de Iterações

```
xsol =

   1.4718e+04


fsol =

   3.8598e-04


exitflag =

     1
```

Figura 7 - Solução do problema

Através das Figuras 5, 6 e 7, verificamos que foram necessárias 10 iterações para encontrar a solução ótima, onde obtivemos o resultado $x = 1.4718 \times 10^4$.

Assim sendo, o fóssil terá uma idade aproximada de 14718 anos, que remete para o ano de 12698 AC. Logo, o fóssil datava do último máximo glacial.

4 Conclusão

Neste projeto, abordamos o tema de Equações Não Lineares através de um problema sobre Datação de Fósseis (pelo processo de Decaimento Radioativo de Carbono 14).

Uma das nossas maiores dificuldades foi encontrar um problema para o projeto. Após uma pesquisa que não corroborou os nossos interesses, decidimos construir o nosso próprio problema. Assim surgiu o tema da Datação de Fósseis.

Concluindo, consideramo-nos bem sucedidos no que diz respeito ao tópico e à matéria lecionada, uma vez que esta abordagem ao mundo real nos permitiu desenvolver um maior interesse e, mais importante ainda, um maior conhecimento sobre a Unidade Curricular.