TÉCNICAS DE LOS SISTEMAS INTELIGENTES.

Práctica 2. Satisfacción de restricciones.

UNIVERSIDAD DE GRANADA

Curso 2022/23

Jesús Miguel Rojas Gómez.
jesusjrg1400@correo.ugr.es

Problema de la suma de conjuntos

Sea un conjunto de n números enteros $S = \{s_1, s_2, \ldots, s_n\}$. Se desea dividir este conjunto S en dos subconjuntos disjuntos S_1 y S_2 (con $S_1 \cup S_2 = S, S_1 \cap S_2 = \emptyset$), de forma que la suma de los números en S_1 sea igual a la suma de los números en S_2.

a) Realice la codificación del problema anterior y complete la siguiente tabla en la memoria.

b) La tabla anterior muestra únicamente una posible solución del problema. Añada una columna adicional e indique, para cada conjunto S, el número total de soluciones existentes.

Conjunto S	S_1	S_2	**Suma**	**Soluciones**
$\{1, 1, 2\}$	$\{2\}$	$\{1, 1\}$	2	2
$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	UNSAT	UNSAT	UNSAT	UNSAT
$\{1, 1, 2, 4, 4, 5, 6, 7, 8\}$	$\{4, 7, 8\}$	$\{1, 1, 2, 4, 5, 6\}$	19	14

c) Modifique la codificación anterior de forma que la diferencia entre la suma de S_1 y S_2 sea mínima. Complete la siguiente tabla con los resultados obtenidos.

Conjunto S	$\{99, 14, 82, 47, 82, 50, 77, 45, 23, 92, 52, 90, 46, 57, 29, 25, 74, 25, 30, 70\}$
S_1	$\{14, 50, 45, 90, 46, 57, 29, 25, 74, 25, 30, 70\}$
S_2	$\{99, 82, 47, 82, 77, 23, 92, 52\}$
Suma de S_1	555
Suma de S_2	554
Diferencia	1

Conjunto S	$\{35, 82, 97, 30, 38, 78, 18, 39, 35, 93, 49, 47, 30, 57, 43, 21, 92, 51, 89, 80\}$
S_1	$\{35, 35, 49, 57, 43, 21, 92, 51, 89, 80\}$
S_2	$\{82, 97, 30, 38, 78, 18, 39, 93, 47, 30\}$
Suma de S_1	552
Suma de S_2	552
Diferencia	0

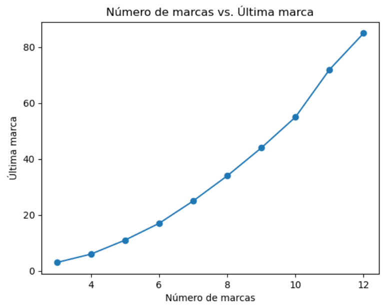
Conjunto S	$\{60, 8, 11, 2, 49, 69, 87, 15, 62, 72, 89, 14, 76, 63, 45, 92, 74, 80, 11, 2\}$
S_1	$\{8, 11, 15, 14, 76, 63, 45, 92, 74, 80, 11, 2\}$
S_2	$\{60, 2, 49, 69, 87, 62, 72, 89\}$
Suma de S_1	491
Suma de S_2	401
Diferencia	0

Problema de la regla

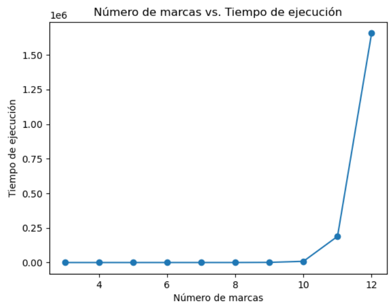
Se tiene una regla de tamaño infinito a la que se desea realizar m marcas en las posiciones (enteras) $x_1, x_2, \ldots, x_m$, de forma que las marcas están ordenadas en orden creciente: $x_1 < x_2 < \cdots < x_m$, de forma que la distancia entre cualquier par de marcas es distinta de todas las demás distancias, y de forma que la última marca x_m es mínima. Por simplicidad, la primera marca se coloca en $x_1 = 0$. Codifique este problema y complete la tabla.

#marcas	**Posición de las marcas**	**Última (x_m)**	**Runtime**
3	$[0, 1, 3]$	3	104msec
5	$[0, 1, 4, 9, 11]$	11	171msec
7	$[0, 2, 3, 10, 16, 21, 25]$	25	133msec
10	$[0, 1, 6, 10, 23, 26, 34, 41, 53, 55]$	55	220msec
12	$[0, 2, 6, 24, 29, 40, 43, 55, 68, 75, 76, 85]$	85	18m 35s

A continuación, genere una gráfica donde se muestre, según el número de marcas (eje X), el valor de la última marca (eje Y). Genere otra gráfica similar donde se muestre el runtime (eje Y). Genere estas gráficas considerando todos los valores de #marcas entre 3 y 12.



(a) Gráfica #marcas vs última marca



(b) Gráfica #marcas vs runtime

En las gráficas obtenidas podemos ver que, aunque el comportamiento de la gráfica 1a sea prácticamente lineal, el comportamiento de la gráfica 1b es exponencial, incrementando muchísimo el runtime de #marcas de 11 a 12.

Problema de los horarios

Se desea encontrar una asignación de horarios que satisfaga las siguientes condiciones:

a) Existe un aula disponible en seis franjas consecutivas de 1h (por ejemplo, de $8:00$ a $14:00$) de Lunes a Viernes.

b) Existen nueve asignaturas ($A1..A9$). El número de horas semanales de cada asignatura se detalla en la siguiente tabla:

$A1$	$A2$	$A3$	$A4$	$A5$	$A6$	$A7$	$A8$	$A9$
4 hs	2 hs	4 hs	4 hs	4 hs	2 hs	2 hs	2 hs	1 hs

c) Las asignaturas $\{A1, A3, A4, A5, A8\}$ deben impartirse en bloques de 2h consecutivas, mientras que el resto, es decir $\{A2, A6, A7, A9\}$, se imparten en bloques de 1h.

d) En cada día de la semana solo se puede impartir, como máximo, un bloque de cada asignatura.

e) El profesor/a de cada asignatura es el siguiente: Prof1 $= \{A1, A3\}$; Prof2 $= \{A4, A5\}$; Prof3 $= \{A6, A9\}$; Prof4 $= \{A2, A7, A8\}$.

f) Cada profesor solo puede impartir un bloque de alguna de sus asignaturas cada día, excepto Prof4 (que puede impartir más de una).

g) La cuarta franja horaria debe reservarse para tutorías; es decir, no se puede asignar ninguna asignatura en ese horario.

h) Varios profesores tienen ciertas restricciones horarias:

   1) El Profesor 1 solo puede dar clase en las dos últimas horas de la mañana.
   2) El Profesor 2 solo puede dar clase en las tres primeras horas de la mañana.
   3) El Profesor 3 solo puede dar clase en la hora justo antes del recreo.

i) Varias asignaturas también deben ser impartidas ciertos días concretos de la semana:

   1) Asignatura 1: lunes o martes.
   2) Asignatura 3: miércoles o jueves.
   3) Asignatura 4: lunes o martes.
   4) Asignatura 5: jueves o viernes.
   5) Asignatura 6: miércoles o viernes.
   6) Asignatura 7: martes o viernes.
   7) Asignatura 8: miércoles.
   8) Asignatura 9: lunes.

Responda a las siguientes preguntas de forma razonada:

- ¿Cuál es el número de soluciones válidas obtenidas?

Se han obtenido 8 soluciones válidas.

- ¿Existen soluciones simétricas? Por soluciones simétricas se entienden aquellas que tienen valores distintos para las variables de la codificación CSP (por lo que MiniZinc las interpreta como soluciones diferentes), pero semánticamente representan la misma solución.

Según la codificación elegida, no existen soluciones simétricas.

- En caso de que la codificación propuesta contenga soluciones simétricas, ¿cómo se podrían evitar y cuál es el número de soluciones (no simétricas) obtenido?

Una codificación que llevaría a simetrías sería por ejemplo codificar bloques de asignaturas. Por ejemplo, la asignatura $A1$ se imparte en bloques de dos horas, por lo que en total en el horario deberían aparecer 2 bloques (4 hs en total en la asignatura). Por lo tanto, si, supongamos, ambos bloques ocupan las dos primeras horas de lunes y martes, tendríamos dos soluciones: primer bloque lunes, segundo bloque martes, y viceversa.

- Explique cómo se consigue la rotura de simetrías (variables y/o restricciones utilizadas para ello), y entregue la solución MZN sin simetrías.

La rotura de simetrías en este caso se resuelve añadiendo variables auxiliares que permitan distinguir entre los elementos de la solución. Para ello, según la codificación planteada en la pregunta anterior, se resolverían las simetrías, numerando los bloques por asignatura y exigiendo un criterio de ordenación, por ejemplo, en orden ascendente.

Problema de asignación de tareas

a) En la tabla adjunta aparece la información necesaria para llevar a cabo la construcción de una casa. En la primera columna aparecen los identificadores de las tareas necesarias para construirla. En la segunda columna aparece la descripción de cada una de estas. En la tercera columna se muestra la duración (en días) de cada una de las tareas para cada uno de los trabajadores: por ejemplo, la duración de la tarea A "$4, 7, 10$" debe interpretarse como que esta tarea tardaría 4 días si la realizara el trabajador #1, 7 días si la realizara el trabajador #2, y 10 días si la realizara el trabajador #3. Y la cuarta columna muestra la relación de precedencia entre tareas: por ejemplo, si el contenido de la celda correspondiente a la tarea "F" es "C,D" se debe interpretar como que las tareas C y D deben finalizarse antes de que comience la tarea F. Cada tarea la realiza un único trabajador, pero los tres trabajadores pueden estar trabajando al mismo tiempo en tres tareas diferentes. Se pide encontrar una asignación de tiempos de inicio a estas tareas de forma que se pueda construir la casa en el menor tiempo posible.

Tarea	Descripción	Duración	Predecesoras
A	Levantar muros	$5, 7, 10$	Ninguna
B	Carpintería de tejado	$3, 5, 7$	A
C	Poner tejado	$3, 2, 4$	B
D	Instalación eléctrica	$2, 5, 8$	A
E	Pintado fachada	$4, 3, 6$	C,D
F	Ventanas	$3, 2, 1$	C,D,E
G	Jardín	$2, 2, 3$	C,D
H	Techado	$1, 3, 5$	A
I	Pintado interior	$2, 3, 4$	F,H
J	Remates	$3, 2, 1$	G,I

¿Cuál es la duración mínima de la construcción de la casa?

La duración mínima de construcción de la casa es de 17 días.

b) Considere ahora que se dispone de un cuarto trabajador, que podrá ser asignado para apoyar a cualquier tarea/trabajador con duración mayor o igual a 2 días (es decir, si la duración de la tarea para el trabajador asignado es menos a 2 días, el cuarto trabajador de apoyo no podrá ser asignado a la misma), y consigue reducir la duración de esta tarea en un día. Por ejemplo, si la tarea A es asignada al trabajador 1 con el trabajador de apoyo, la duración de esta tarea sería de 4 días (en lugar de 5 días). En ese caso, ¿qué tiempo tardarán, como mínimo, los cuatro trabajadores en finalizar la construcción?

La duración en este caso es de 13 días.

En la Figura 2 podemos ver los diagramas de Gantt del ejercicio.

```
DIAGRAMAS DE GANTT:

a)
Día             0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
Trabajador 1    A A A A A B B B D D  G  G  H     I  I
Trabajador 2                    C C  E  E  E
Trabajador 3                                  F        J

b)
Día             0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
Trabajador 1    A A A A B B D D G G     I
Trabajador 2                C   E E
Trabajador 3            H H H H H   F      J
Extra           A A A A B B C   E E     I  J
```

Figure 2: Diagramas de Gantt de la solución.

Problema sobre grafos

Se desea encontrar el conjunto mínimo de nodos de un grafo, de forma que para todo nodo, o bien éste pertenece a dicho conjunto, o bien alguno de sus vecinos pertenece al mismo. Implemente una codificación en MiniZinc para resolver este problema, y complete la tabla siguiente, generando 3 grafos aleatorios para cada tamaño de grafo (con tres semillas distintas), de forma que el número de aristas es cuatro veces el número de nodos en todos ellos, y reportando los resultados promedio de las 3 ejecuciones.

Nº de nodos	Mínimo nº de nodos	Runtime (en msec)
10	2,2,2	297,76,75
20	3,3,3	78,78,79
30	4,5,4	70,91,84
40	6,6,6	223,149,118
50	8,9,8	6670,1886,829
60	9,10,9	74000,59135,41293

En runtime aparecen tres valores separados por comas, que son los relativos a las 3 semillas utilizadas: $0, 1, 42$.

- En base a los resultados obtenidos, ¿Diría que este problema es escalable, es decir, se puede abordar su resolución en grados de un tamaño considerable? Razone su respuesta.

Diría que no es escalable ya que el tiempo en estos 6 ejemplos ha crecido exponencialmente, por lo que a mayor número de nodos será mucho mayor el tiempo necesario para encontrar la solución.