



【答疑重要说明】

- 1 答疑范围仅限图中所列图书（唯一一套经李永乐老师授权编写），其他图书或教材不提供答疑
- 2 发送问题时需将书名、数几、页码、题号誊写清楚，信息不完整不做答
- 3 以私信方式发送需答疑问题@ 或评论方式不接收
- 4 回复时限为 1-7 个工作日（8 小时工作时间外、周末节假日顺延）
- 5 请先下载答疑整理文件（按月度更新），查看其中同问题是否已经有回复
- 6 凡在工作时间内发送的问题会收到“问题收到，请等待回复”字样，如未收到该回复属新浪系统吞私信请将问题重新发送
- 7 微博中发布有辅导视频、答疑整理、线代讲义练习题参考答案、勘误等，请自行寻找。



1. 用户 5873202783

恳请答疑:数学全书, 数一, 41 面, 例 5.A 选项中, 为什么加上 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处连续, 则 A 选项正确。请做详细解答, 谢谢!

5. 若 $f(x)$ 在 x_0 处连续, 由中值定理: $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(\xi)$.

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} f'(\xi).$$

由于 ξ 介于 x, x_0 之间, $\Rightarrow x \rightarrow x_0 \Rightarrow \xi \rightarrow x_0$.

$$\text{所以 } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} f'(\xi) = \lim_{\xi \rightarrow x_0} f'(\xi) = A.$$

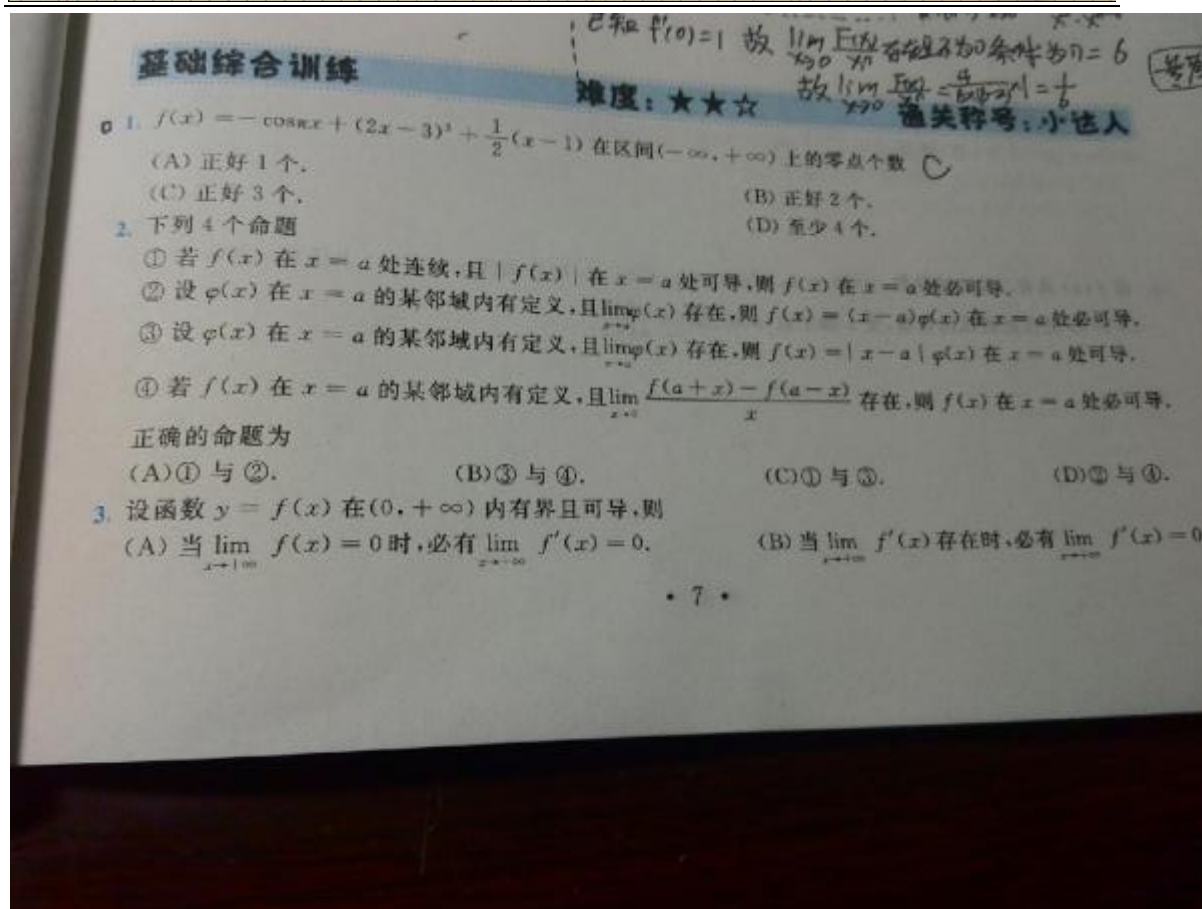
$$\text{而 } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0) \quad (\text{定义}).$$

$$\therefore f'(x_0) = A.$$

2. 宁神-Marjoink

17 版数一分阶同步训练老师, 2 题第四个为什么不对呢

反例: $f(x) = |x|$, $a=0$. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = 0$ 存在. 但 $f'(0)$ 不存在.



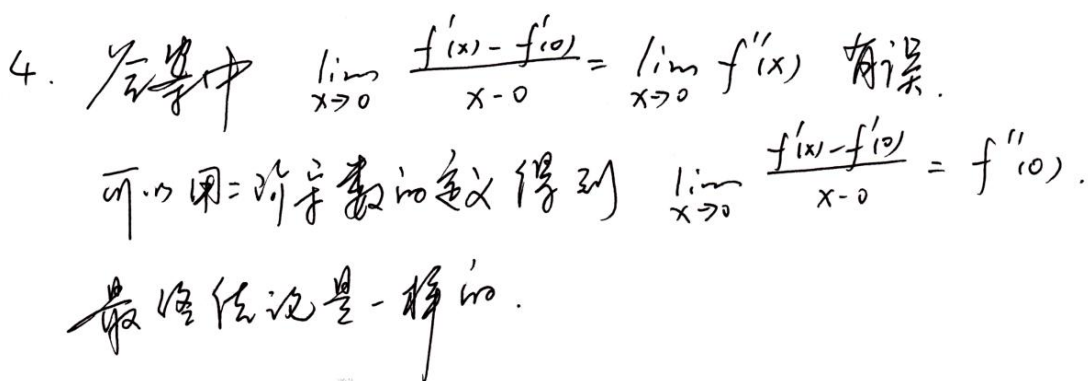
3. 张张张张张昭阳

2017 考研数学复习全书 (数一) 17 页 例 7 中最后为啥一下子就得出了结果 主要是不理解 $\sin x/x$ 和 $\sin x/x^2$ 的极限

$$\begin{aligned}
 3.20.9. \text{ 1/73: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\sin x}{x} - 2 - \frac{4}{x} \right) &= 0 - 2 - 0 = -2, \\
 \text{1/74: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[-\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{\sin x}{x^2}} - \left(1 + \frac{2}{x} \right) \right] &= -\sqrt{1+0+0} - (1+0) = -2.
 \end{aligned}$$

4. 普通得无耻

复习全书 (数一) P52, 例题 2, 解答的第 6,7 行》为什么能使用洛必达法则? 此处仅已知 $f(x)$ 二阶可导, 不是二阶连续可导。



考研数学复习全书，数一，13 页，例 2。为什么书上提供的解答 $\ln(1+x)$ 可以换成 x ，这个不是整个式子的乘除啊，后面还有一个 -1 呢

不是应该只有整个式子的乘除才能用等价无穷小替换吗

这里利用的是求极限的四则运算法则

6. 头发真的不长

老师，您好，我这里有个问题想问一下 2017 考研数学复习全书（数学一）P30 例 2 第三个设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上为正值的连续函数，则 $1/f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上也是正值连续函数

我觉得如果 $f(x) = |x|$ 呢

【回答】正值表示函数值大于零，绝对值函数在零点的函数值为 0。

【例 28】 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\ln(1+x)}{x} \right]^{\frac{1}{e^x-1}}$.
解 $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\ln(1+x)}{x} \right]^{\frac{1}{e^x-1}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{e^x-1} \cdot \ln \left[\frac{\ln(1+x)}{x} \right]}$
 $= e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{e^x-1} \cdot \left(\frac{\ln(1+x)-\ln x}{x} \right)}$
 $= e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{1+x}-\frac{1}{x}}{e^x-1}}$
 $= e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{x}{(1+x)^2}}{e^x-1}}$
 $= e^{-\frac{1}{2}}$

【例 29】 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^{\frac{1}{x}} - 1)^{\frac{1}{x}}$.

思路 这是 0^0 型，化为指数形式，用洛必达法则及等价无穷小代换即得。

【】 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^{\frac{1}{x}} - 1)^{\frac{1}{x}} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x}(x^{\frac{1}{x}} - 1)}{x^{\frac{1}{x}} - 1}}$
 $= e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} x^{\frac{1}{x}-1}}{x^{\frac{1}{x}} - 1}}$
 $= e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x^2} x^{\frac{1}{x}-1}}{x^{\frac{1}{x}} - 1}}$
 $= e^{-1}$

【注】 求解本题的关键是要用到下列结论：
 $x^{\frac{1}{x}} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}}, 1, x^{\frac{1}{x}} - 1 \sim \frac{\ln x}{x} (x \rightarrow +\infty)$.

【30】 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} \right)^{\tan x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【】 对于 0^+ 型不定式，先化为指数函数再求极限即可。

7. 女王女王咩咩女王

考研数学复习全书 2017 数一 17 页 例 9 书中的答案解析在第 18 页 洛必达法则 积分求导, 怎么算出来的?

3.18.6. 因为 $(x^2)' = 2x$, 红字

所以, $(\int_0^{\sqrt[3]{x^2}} e^{\frac{1}{2}x^2} dx - x^{\frac{2}{3}})' = (\int_0^{\sqrt[3]{x^2}} e^{\frac{1}{2}x^2} dx)' - (x^{\frac{2}{3}})'$ 红字

$(\int_0^{\sqrt[3]{x^2}} e^{\frac{1}{2}t^2} dt)' = e^{\frac{(\sqrt[3]{x^2})^2}{2}} \cdot (\sqrt[3]{x^2})' = e^{\frac{x^{\frac{4}{3}}}{2}} \cdot \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}}$

(用洛积分求导)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \int_0^{\sqrt[3]{x^2}} e^{\frac{1}{2}x^2} dx \stackrel{\text{洛}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{2}x^{\frac{4}{3}}} \cdot \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}}$$

这一步怎么得来的?

考研数学复习全书 (数一)

所以

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} \ln \left(\int_0^{\sqrt[3]{x^2}} e^{\frac{1}{2}x^2} dx + 1 - x^{\frac{2}{3}} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} \left(\int_0^{\sqrt[3]{x^2}} e^{\frac{1}{2}x^2} dx - x^{\frac{2}{3}} \right)$$

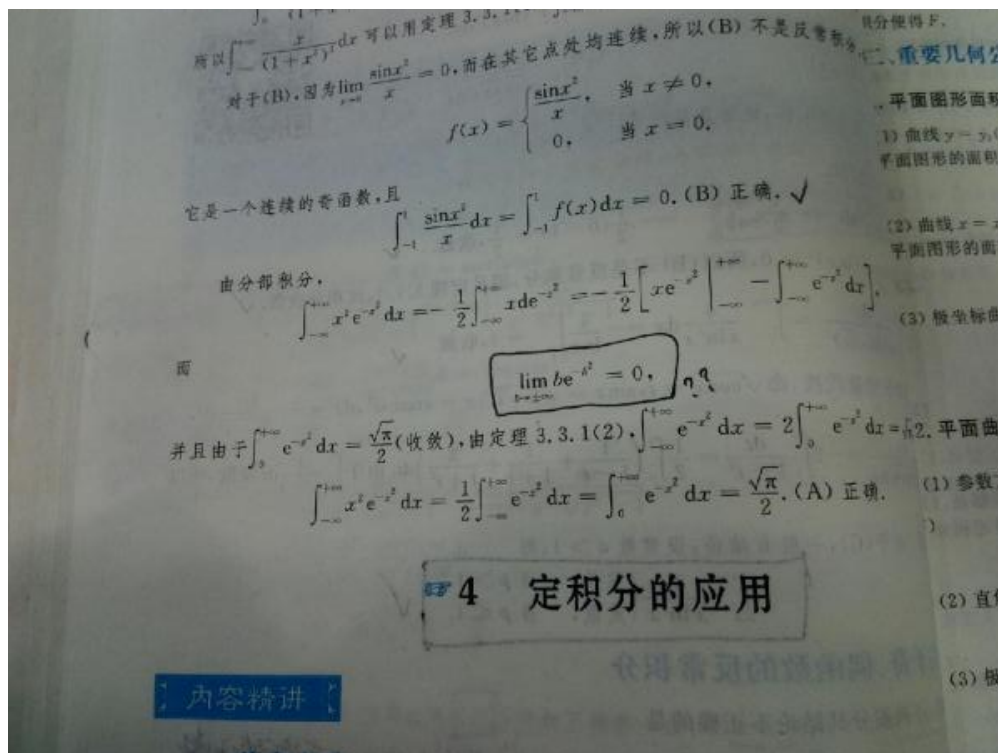
$$\stackrel{?}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{1}{2}x^{\frac{4}{3}}} \times \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}} - \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}}}{2x} = \frac{1}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{1}{2}x^{\frac{4}{3}}} - 1}{x^{\frac{4}{3}}} = \frac{1}{6}.$$

所以原式 = $e^{\frac{1}{6}}$?

8. 宁神-Marting

这个是 2017 李永乐复习全书 数学一，104 页，请问老师，画方框这个是怎么得到的，b 趋于负无穷时也是 0 吗？

$$\lim_{b \rightarrow \pm\infty} b e^{-b^2} = \lim_{b \rightarrow \pm\infty} \frac{b}{e^{b^2}} = \lim_{b \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{2b e^{b^2}} = 0$$



9. 微臣用微博

数一复习全书的分阶习题 104 页的答案 4。因 $f(x)$ 的 3 阶为什么大于 0，题目都没说是大于

14. 不妨假设 $f'''(x_0) > 0$ 。若 $f'''(x_0) < 0$ ，证明过程类似。

10. 源锅 wsy

考研数学复习全书 2017 数一 60 页 例 14 中，如何事先知道 y 的值域为 $(-1, 1)$

3. 实际上求 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [\sqrt{x^2 - x + 1} - \sqrt{x^2 + x + 1}] = \begin{cases} -1 \\ 1 \end{cases}$ 。

也可求得 $-1 < y < 1$ 。

11. 园园酱 xx

考研数学复习全书 数学一

第7页 例3的③④ 不明白，希望老师帮忙详细解释一下，谢谢

当 $x_1 = \frac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{2}}$ 时，当 n 趋向于无穷大时， x_1 是趋于 0 的，这时 $g(x_1)$ 趋于无穷大，是无界的；

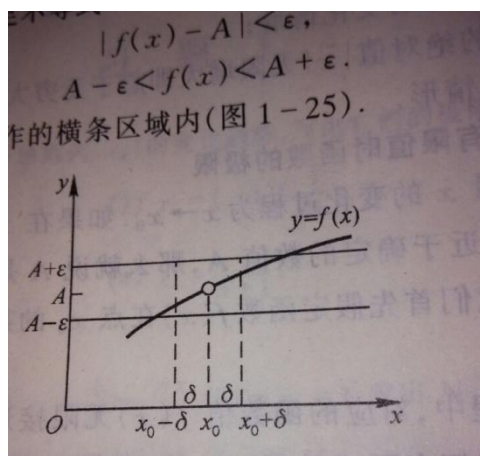
但当 $x_2 = \frac{1}{2n\pi}$ 时，当 n 趋向于无穷大时， x_2 是趋于 0 的，这时 $g(x_2)=0$ 。

所以取不同的值时，虽然它们都趋于 0，但 $g(x)$ 是不一定的，所以③对。

12. 路在脚下 60

2017 考研数学复习全书（数一），第六页，定理 1.1.2（关于有界，无界的充分条件）的第一条结论，不是太明白，辛苦李老师答疑

【回答】从极限的定义来理解。



图中可以看出存在上下的界。

13. happy 沫儿兰洋

老师 您好 我想问下 极限存在为 0 那它的极限到底存不存在呢

有回答说算不存在

有回答说只有左右均趋于 0 才算存在

很困惑

【回答】极限存在为 0，表示极限存在，且极限值是 0。

14. 庆华、

老师，数一复习全书 74 页例 20， $f(x)$ 一阶导与二阶导符号判断不明显，而且驻点也不可求，为什么直接选取 -1 做分界点判断

【回答】这个只是随便选的，你选取其他的点也可以。

15. 名字是多音字的张航同学

数一复习全书的 42 页例 7，第二问

下限为 0 上限为 x ，对 $tf(x-t)$ 进行积分，怎么和同上下限对 $(x-t)f(t)$ 积分相同呢？

$$\begin{aligned}
 & \text{证：考虑 } \int_0^x tf(x-t)dt. \quad \text{令 } x-t=u, \text{ 则} \\
 & \int_0^x tf(x-t)dt = \int_x^0 (x-u)f(u)(-du) = \int_0^x (x-u)f(u)du \\
 & = \int_0^x (x-t)f(t)dt.
 \end{aligned}$$

16. -IF-YOU- _

数一全书

全书 42 页例 7 第一问

老师我这么做对么

17. 对的.

同理 $f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x-0}{x^2} = 0$
 $f'(0)$ 存在 $\Leftrightarrow ab^2 - 3a = b^2$.
 由式(2.7)、(2.8)得 $b^2 = 1, a = -\frac{1}{2}$; 或 $a = 0, b = 0$.
 当 $a = -\frac{1}{2}, b^2 = 1$ 时, $f'(0) = 1$; 当 $a = 0, b = 0$ 时,
【例 7】 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域内连续, 且
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf(x) - \ln(1+x)}{x^2} = 2$
 (1) 求 $f(0)$, 并证明 $f'(0)$ 存在并求之.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf(x) - x + \frac{1}{2}x^2 + o(x^2)}{x^2} = 2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{x} + \frac{1}{2} = 2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{x} = \frac{3}{2} \Rightarrow f(0) = 1$$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(0)}{1} = \frac{3}{2} \quad f'(0) = \frac{3}{2}$$



17. 吃狮子的火龙果

老师好！请问 2017 复习全书数一 21 页例 14 最后两步中把 $e^{1/x}$ 与 $e^{4/x}$ 提出来的作用是什么？提出来之后又是怎么处理的？

因为这样括号里面的式子就可以消掉，主要是利用指数函数趋于正负无穷时的极限不同

$$\begin{aligned} 15. \quad & \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{\frac{1}{x}} (4e^{-\frac{4}{x}} + 1)}{e^{\frac{4}{x}} (e^{-\frac{4}{x}} + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{e^{\frac{1}{x}} \cdot e^{\frac{3}{x}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{e^{\frac{3}{x}}} = 0 \end{aligned}$$