第八章　假设检验

1.	假设检验的基本思想与步骤
2.	正态总体的参数检验

电子科技大学数学科学学院 杜鸿飞　hongfeidu@qq.com

第8章1节　假设检验的基本思想与步骤

一. 基本概念

引　例

任一个关于未知分布的假设称为**统计假设**或简称**假设**

第一个假设称为**原假设**或**零假设**，记为H_0

第二个假设称为**对立假设**或**备择假设**，记为H_1

仅涉及总体分布的未知参数的统计假设称为**参数假设**

仅对未知分布函数的类型或它的某些特征提出假设则称为**非参数假设**

判断统计假设H_0的方法称为**假设检验**

第8章1节　假设检验的基本思想与步骤

一. 基本概念

第一个假设称为**原假设**或**零假设**，记为H_0

第二个假设称为**对立假设**或**备择假设**，记为H_1

判断统计假设H_0的方法称为**假设检验**

包装机工作正常与否的判断

二. 两类错误

由前面内容可知：

1) 假设检验的主要依据是"小概率事件原理"，而小概率事件并非绝对不发生.

2) 并且统计检验方法是根据样本推断总体，样本只是总体的一个局部，不能完全反映整体特性.

因此：无论接受或拒绝原假设H_0，都可能做出错误的判断.

第8章1节　假设检验的基本思想与步骤

二. 两类错误

无论接受或拒绝原假设H_0，都可能做出错误的判断，其错误可分为两类：

判断的正误　真实情况 判断	H_0 真	H_1 真
拒绝H_0	犯第一类错误（弃真）	判断正确
接受H_0	判断正确	犯第二类错误（纳伪）

第8章1节　假设检验的基本思想与步骤

二. 两类错误

人们希望两种错误都尽可能小，但这不可能！这两种错误，减小其中一个，必会使另一个增大.

例如，设总体X~$N(\mu,\sigma^2)$，根据样本检验：

H_0: $\mu=\mu_0$　　　　H_1: $\mu\neq\mu_0$

$\boxed{\bar{X}\sim N(\mu_0,\frac{\sigma^2}{n})}$

当H_0成立时，
$$U=\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}=\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma_0/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$$

$\boxed{\bar{X}\sim N(\mu,\frac{\sigma^2}{n})}$

当H_1成立时，(即$\mu\neq\mu_0$)
$$U=\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}=\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma_0/\sqrt{n}}+\frac{\mu-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}\sim N(\frac{\mu-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}},1)$$

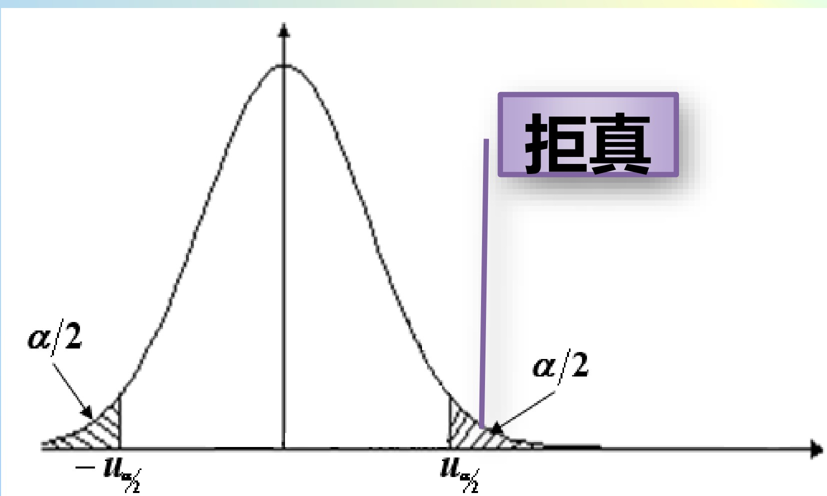
二. 两类错误

总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，**检验：** H_0: $\mu=\mu_0$　H_1: $\mu\neq\mu_0$

当 H_0 **成立时，**

$$U=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$$

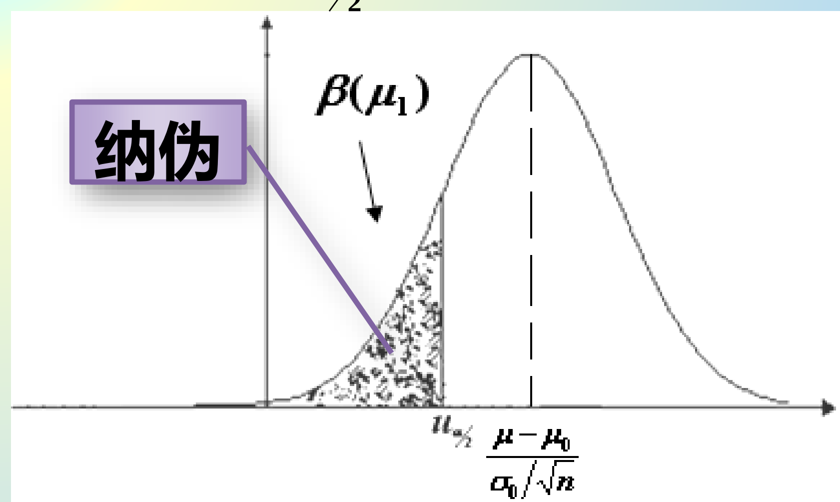
$$P_{\mu_0}\{|U|>u_{\alpha/2}\}=\alpha$$



当 H_1 **成立时，(即** $\mu\neq\mu_0$**)**

$$U=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}\sim N\left(\frac{\mu-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}},1\right)$$

$$P_{\mu}\{|U|\leq u_{\alpha/2}\}=\beta(\mu),\quad \mu\neq\mu_0$$



第8章1节　假设检验的基本思想与步骤

二. 两类错误

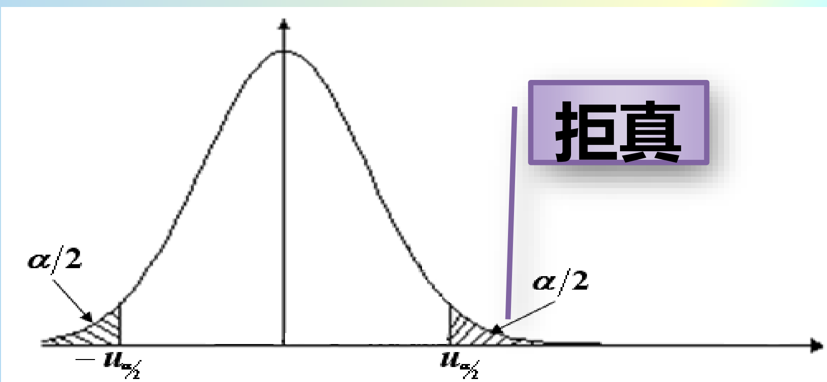
总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，检验：$H_0: \mu=\mu_0$　$H_1: \mu\neq\mu_0$

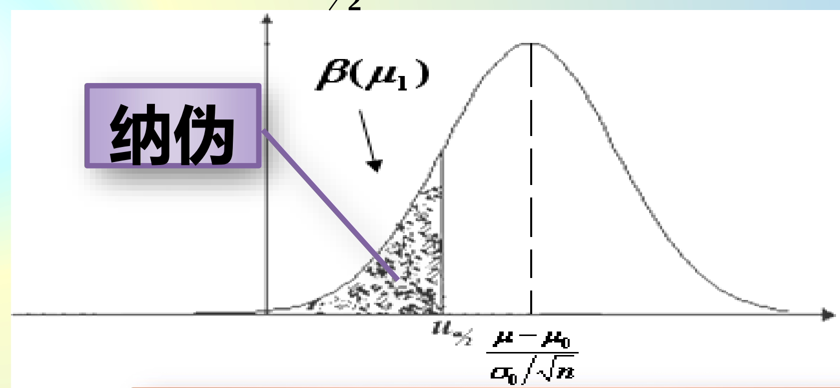
当H_0成立时，

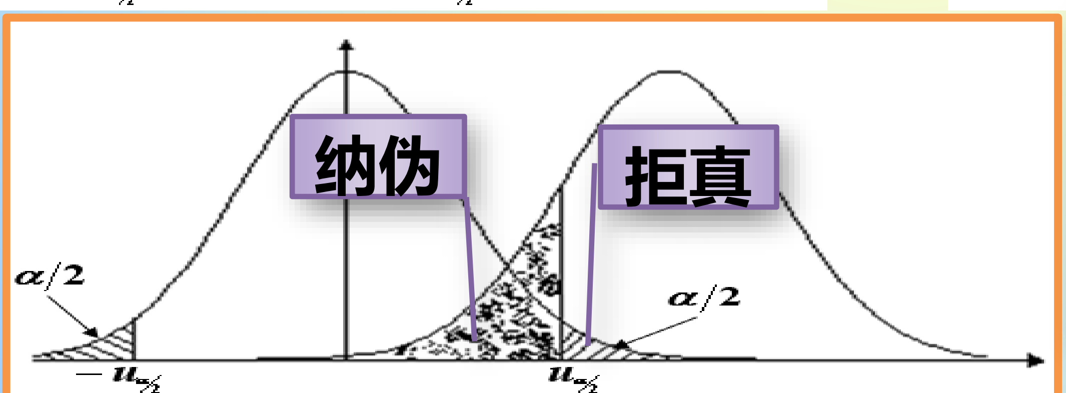
$$P_{\mu_0}\{|U|>u_{\alpha/2}\}=\alpha$$

当H_1成立时，(即$\mu\neq\mu_0$)

$$P_{\mu}\{|U|\le u_{\alpha/2}\}=\beta(\mu),\quad \mu\neq\mu_0$$







这两种错误，减小其中一个，必然会使另一个增大！

二. 两类错误

人们希望两种错误都尽可能小，但这不可能！这两种错误，减小其中一个，必然会使另一个增大.

假设检验的通常做法，是按照奈曼—皮尔逊(Neyman-Pearson)提出的*原则*：

- 先控制犯第一类错误的概率α；
- 再使犯第二类错误的概率$\beta(\mu)$尽可能地小.

三. 假设检验的基本步骤

1. **提出原假设**：根据实际问题提出原假设H_0和备择假设H_1；并提出显著性水平α和样本容量n；

2. **建立检验统计量**：寻找一个参数的良好估计量，据此建立一个（除待检参数外）不含任何未知参数的统计量W作为检验统计量，并在H_0成立的条件下，确定W的分布(或近似分布);

三. 假设检验的基本步骤

3. **确定H_0的拒绝域**：根据实际问题选定显著性水平α，依据检验统计量的分布和H_0的内容，确定的H_0拒绝域；

4. **对H_0作判断**：根据样本值算出检验统计量的统计值w，判断w是否落在拒绝域，以确定拒绝或接受H_0 .