

## 第六章 数理统计的基本概念



1. 总体、样本与统计量
2. 常用的分布

## 第6章1节 总体、样本与统计量



## 一. 引言

数理统计是以概率论为理论基础, 研究如何以有效的方式收集和整理受随机因素影响的数据(称为**试验设计**), 研究如何合理地分析这些数据从而作出科学的**推断**(称为**统计推断**).

这两部分有密切联系, 实际应用中更应前后兼顾。我们将主要介绍**统计推断**方面的内容。

## 引例1~5



## 第6章1节 总体、样本与统计量



## 二、总体与个体

**总体**: 是指研究对象的全体所组成的集合.  
**个体**: 是指组成总体的每个对象即元素.

例如, 我们要考察本校男生的身高和体重情况, 则将本校的所有男生视为一个总体, 而每一位男生就是一个个体.

我们关心的是**总体的**一项或几项数量指标  $X$ . 如上例, 我们只考虑男生的身高和体重, 不考虑男生的视力、成绩等.



## 第6章1节 总体、样本与统计量



## 二、总体与个体

由于数量指标  $X$  往往是一个**随机变量**, 具有一定的分布.

例如, 我们考察电子元件的寿命时, 则寿命  $X$  为其一个数量指标, 且  $X$  是服从指数分布的随机变量.

我们以后就把**总体**和数量指标  $X$  等同起来.

所谓**总体分布**就是指数量指标  $X$  的分布.

**总体视为随机变量**



## 第6章1节 总体、样本与统计量



## 三、样本

为了研究总体的性质, 乍看起来, 最好是把每个个体都加以观测研究, 但这往往是不必要的, 有时甚至是不可能的.

例如, 研究一批炮弹的杀伤力时, 不可能将每一发炮弹都拿来作试验.



## 第6章1节 总体、样本与统计量



## 三、样本

一般, 我们是从**总体中抽取一部分**, 比如说  $n$  个, 进行观测, 再根据这  $n$  个观测值去**推断总体的性质**.

我们希望“一叶知秋”、“管斑窥豹”, 但又要避免“盲人摸象”.

抽样方法



推断方法



## 第6章1节 总体、样本与统计量



## 三、样本

**样本：**按照一定的规则从总体中抽取的一部分个体；

**抽样：**抽取样本的过程；

**样本容量：**样本中个体的数目  $n$ 。

规则?

过程?

数目?

TIPS

从民意测验看抽样

电子科技大学数学科学学院 杜润飞 hmg@cdut.cn

7



## 第6章1节 总体、样本与统计量



## 三、样本

为了使样本具有**代表性**，抽样必须是**随机**的。

我们称与总体同分布且**相互独立**的样本为**简单随机样本**，简称**样本**。

**样本**是一组**随机变量**，记为  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ，其具体数值记为  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，称为**样本观测值**，简称**样本值**。

注意大小写的区分!

电子科技大学数学科学学院 杜润飞 hmg@cdut.cn

8



## 第6章1节 总体、样本与统计量



## 三、样本

若总体  $X$  的分布函数为  $F(x)$ ， $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自  $F(x)$  的一组样本，则对  $n$  维随机变量  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  有

$$F^n(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n F(x_i)$$

$$f^n(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f(x_i)$$

若总体  $X$  的分布**未知**，如何根据样本  $X_1, X_2, \dots, X_n$  推断总体的分布或参数?

电子科技大学数学科学学院 杜润飞 hmg@cdut.cn

9



## 第6章1节 总体、样本与统计量



## 四、统计量

**统计量：**完全由样本决定，不包含未知参数的函数  $g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 。

TIPS

统计量的判断

对于相应的样本值  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ， $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$  称为**统计量的值**，简称**统计值**。

电子科技大学数学科学学院 杜润飞 hmg@cdut.cn

10



## 第6章1节 总体、样本与统计量



## 四、统计量

总体是随机变量

样本是一组随机变量

统计量是随机变量(或向量)

电子科技大学数学科学学院 杜润飞 hmg@cdut.cn

11



## 第6章1节 总体、样本与统计量



## 常见统计量

样本均值:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

样本方差:

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

样本  $k$  阶原点矩:

$$A_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k$$

样本  $k$  阶中心矩:

$$M_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^k$$

统称**样本矩**。

电子科技大学数学科学学院 杜润飞 hmg@cdut.cn

12



## 第6章1节 总体、样本与统计量

## 常见统计量

思考1:

样本矩是不是随机变量?  
总体矩 (即第四章中定义的矩) 呢?

样本矩 是 随机变量, 总体矩 是 数值 (据定义)

电子科技大学数学科学学院 杜冠飞 hmg@cdut.cn

13



## 第6章1节 总体、样本与统计量

## 常见统计量

思考2: 如何用样本矩(统计量)推断总体特征?

用样本矩估计总体矩

$$E(X_i) = E(X) = \mu \quad E(\bar{X}) = E\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i\right) = \mu$$

可用样本均值估计  $\mu$  —— 其原理是什么?

独立同分布大数定律

电子科技大学数学科学学院 杜冠飞 hmg@cdut.cn

14



## 第6章1节 总体、样本与统计量

## 几个重要关系式

$$A_1 = \bar{X} \quad M_2 = \frac{n-1}{n} S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 - \bar{X}^2 = A_2 - A_1^2$$

思考: 设  $E(X) = \mu$ ,  $D(X) = \sigma^2$   
则  $E(A_1) = \mu$   
又若  $E(S^2) = \sigma^2$ , 则  $E(M_2) = \frac{n-1}{n} \sigma^2$

 $\bar{X}, S^2, A_k, M_k$ 

统计量

 $\bar{x}, s^2, a_k, m_k$ 

统计值

电子科技大学数学科学学院 杜冠飞 hmg@cdut.cn

15



## 第6章1节 总体、样本与统计量

## 常见统计量

思考3: 中心极限定理在这里有何作用?

1. 正态分布是最常见的分布, 本书统计推断部分将以正态分布为主进行分析
2. 独立同分布随机变量之和近似为正态分布, 故: 样本容量足够大时, 样本矩(统计量)可近似为正态分布

电子科技大学数学科学学院 杜冠飞 hmg@cdut.cn

16

