# 第四章　随机变量的数字特征

| | |
|---|---|
| 1. | 数学期望 |
| 2. | 随机变量的方差 |
| 3. | 协方差、相关系数和矩 |
| 4. | 多维正态随机变量 |



电子科技大学数学科学学院 杜鸿飞　hongfeidu@qq.com

# 第4章1节　数学期望

## 随机变量的数字特征

### 一. 随机变量的数学期望

引 例 1　　引 例 2

**定义**

设$X$是离散型随机变量，其分布律为

$$P\{X=x_i\}=p_i,\quad i=1,2,3....$$

若 $\sum_{i=1}^{+\infty}|x_i|p_i<+\infty$，则称

$$E(X)=\sum_{i=1}^{+\infty}x_ip_i$$ 为$X$的**数学期望(均值)**

绝对收敛

# 第4章1节　数学期望

## 一. 随机变量的数学期望

设 <u>连续型</u>随机变量$X$的概率密度为$f(x)$, 若

若：　$\int_{-\infty}^{+\infty}|x|f(x)dx<+\infty$ 称

$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx$ 为$X$的数学期望(均值)

**期望是否存在?**

**注：并非所有的随机变量$X$都存在数学期望。**

## 一. 随机变量的数学期望

二者关系

1. $X \sim P(\lambda)$ 则 $E(X)=\lambda$ 泊松分布期望值

2. $X \sim B(n,p)$ 则 $E(X)=np$ 二项分布期望值

3. $X \sim N(\mu,\sigma^2)$ 则 $E(X)=\mu$ 正态分布期望值

4. $X \sim U(a,b)$ 则 $E(X)=\dfrac{a+b}{2}$

5. $X \sim E(\lambda)$ 则 $E(X)=\dfrac{1}{\lambda}$ 注意λ含义

## 二. 随机变量的函数的数学期望

### 随机变量函数的数学期望

**定理** 设$Y$是随机变量$X$的函数$Y = g(X)$, $g(x)$为连续函数

1) 若$X$是离散型随机变量，其分布律为

$$P\{X = x_i\} = p_i, \qquad i = 1, 2, 3, \cdots$$

若: $\sum_{i=1}^{+\infty} g(x_i)p_i$绝对收敛, 则有

$$E(Y) = E[g(X)] = \sum_{i=1}^{+\infty} g(x_i)p_i$$

## 二. 随机变量的函数的数学期望

**定理** 设$Y$是随机变量$X$的函数$Y=g(X)$, $g(x)$为连续函数

2) $X$是<u>连续型</u>随机变量，其概率密度为$f(x)$,

若：$\int_{-\infty}^{+\infty}|g(x)|f(x)<+\infty$ 则

$$E(Y)=E[g(X)]=\int_{-\infty}^{+\infty}g(x)f(x)dx$$

**离差平方的期望**

## 二. 随机变量的函数的数学期望

*思考：* 我们可否将前定理推广到二维甚至更多维的情况。

参见书上 定理4.1.2

$X \cdot Y$的期望　　$\min(X, Y)$的期望

**练习**　设随机变量$X$与$Y$相互独立，且$X, Y \sim N\left(0, \frac{1}{2}\right)$

则　$E\left(|X - Y|\right) =$ ________

练 习 解 答

## 三. 随机变量的数学期望的性质

设$X, X_1, X_2, \cdots, X_n$是随机变量，$c, b$ 是常数

1） $E(c) = c$

2） $E(cX) = cE(X)$

$$E(cX + b) = cE(X) + b$$

证　明

3） $$E\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \sum_{i=1}^{n} E(X_i)$$

4） 若$X_1, X_2, \cdots, X_n$相互独立，则

$$E\left(\prod_{i=1}^{n} X_i\right) = \prod_{i=1}^{n} E(X_i)$$

# 第4章1节　数学期望

## 三. 随机变量的数学期望的性质

$$E\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \sum_{i=1}^{n} E(X_i)$$

**应用:**

调 整 设 备 的 平 均 次 数

超几何分布的数学期望

验 血 的 次 数