电子科技大学 2022-2023 学年第 1 学期期末考试 A 卷

考试科目：<u>概率论与数理统计</u>考试形式：<u>闭卷</u>考试日期：____年____月____日

本试卷由<u>三</u>部分构成，共<u>4</u>页。考试时长：<u>150</u>分钟

成绩构成比例：平时成绩<u>30</u>%，期末成绩<u>70</u>%

说明：可使用非存储功能的简易计算器

一、选择题（共 16 分，共 8 题，每小题 2 分）

1. 设 A,B,C 为三事件，则 $\overline{(A\cup C)B}=$（　　）.

（A）ABC；　（B）$(\bar{A}\bar{C})\cup\bar{B}$；　（C）$(\bar{A}\cup\bar{B})\cup C$；　（D）$(\bar{A}\cup\bar{C})\cup\bar{B}$.

2.设 X 与 Y 是任意两个连续型随机变量，它们的概率密度分别为 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$，则（　　）

（A）$f_1(x)+f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度;

（B）$\frac{1}{2}(f_1(x)+f_2(x))$ 必为某一随机变量的概率密度;

（C）$f_1(x)-f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度;

（D）$f_1(x)f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度.

3.设随机变量 (X,Y) 服从二维正态分布，则随机变量 $U=X+Y$ 与 $V=X-Y$ 相互独立的充分必要条件为（　　　）

（A）$E(X)=E(Y)$；

（B）$E(X^2)-(E(X))^2=E(Y^2)-(E(Y))^2$；

（C）$E(X^2)=E(Y^2)$；

（D）$E(X^2)+(E(X))^2=E(Y^2)+(E(Y))^2$.

4.设随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 相互独立，$S_n=X_1+X_2+\cdots X_n$，则根据列维-林德伯格中心极限定理，当 n 充分大时，若要 S_n 近似服从正态分布，只要 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 满足条件（　　）

（A）有相同的数学期望;　　（B）有相同的方差;

（C）服从同一指数分布;　　（D）服从同一离散型分布.

5. 设随机变量 X 与 Y 都服从标准正态分布，则（　　）

（A）$X+Y$ 服从正态分布;　　（B）X^2+Y^2 服从 χ^2 分布;

（C）X^2 和 Y^2 都服从 χ^2 分布;　　（D）X^2/Y^2 服从 F 分布.

学院____ 姓名____ 学号____ 任课教师____ 考场教室____ 座位号____

密封线以内答题无效

6.矩估计必然是（　　　）.

（A）总体矩的函数;　　　　（B）样本矩的函数;

（C）无偏估计;　　　　（D）最大似然估计.

7.设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，其中 σ^2 已知，则总体均值 μ 的置信区间长度 l 与置信度 $1-\alpha$ 的关系是（　　）

（A）当 $1-\alpha$ 缩小时，l 缩短;　　　　（B）当 $1-\alpha$ 缩小时，l 增大;

（C）当 $1-\alpha$ 缩小时，l 不变;　　　　（D）以上说法都不变.

8.总体均值 μ 置信度为95%的置信区间为 $(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$，其含义是（ ）

（A）总体均值 μ 的真值以95%的概率落入区间 $(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$;

（B）样本均值 $\overline{X}$ 以 95%的概率落入区间 $(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$;

（C）区间 $(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$ 含总体均值 μ 的真值的概率为 95%;

（D）区间 $(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$ 含样本均值 $\overline{X}$ 的概率为 95%.

二、填空题（共 24 分，共 8 题，每小题 3 分）

1.已知 $P(A)=P(B)=P(C)=\dfrac{1}{4}, P(AB)=0, P(AC)=P(BC)=\dfrac{1}{8}$, 则事件 A,B,C 全不发生的概率为__________.

2.设随机变量 X 在 $(1,6)$ 上服从均匀分布，则方程 $y^2+Xy+1=0$ 有实根的概率为__________.

3.设随机变量 X 服从 $(0,2)$ 上的均匀分布，则随机变量 $Y=X^2$ 在 $(0,4)$ 内的概率密度 $f_Y(y)$=

________________.

4. 设随机变量 X 表示 10 次独立重复射击时命中目标的次数，若每次命中目标的概率为 0.4，则 X^2 的数学期望 $E(X^2)=$__________.

5.设随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{21}{4}x^2y, & x^2<y<1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$，求 $f_{Y|X}(y\,|\,x)=$

____

6.设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$,其中 μ 未知,σ^2 已知.又设 X_1, X_2, X_3 是来自总体 X 的一个样本，作样本

函数如下：① $\frac{1}{2}X_1+\frac{2}{3}X_2-\frac{1}{6}X_3$；② $\frac{1}{3}(X_2+2\mu)$；③ X_3；④ $\sum_{i=1}^{3}\frac{X_i^2}{\sigma^2}$；⑤ $\min\{X_1,X_2,X_3\}$.这些函数中，是统计量的有________________，而在统计量中，是 μ 的无偏估计量的有____________，其中最有效的是________________.

7.设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个样本，μ 未知，则参数 σ^2 的置信水平为 0.95 的置信区间是 ____________

8.设 y 与 x 间的关系为 $\begin{cases} y=ax+b+\varepsilon, \\ \varepsilon\sim N(\mu,\sigma^2), \end{cases}$ $(x_i,y_i),i=1,2,\cdots,n$ 是 (x,y) 是 n 组观测值，则回归系数的最小二乘估计是 $\hat{b}=$ ________，$\hat{a}=$ ____________

三、计算题（10 分）

有朋自远方来，他乘火车、轮船、汽车、飞机来的概率分别为 0.3，0.2，0.1，0.4，如果他乘火车、轮船、汽车来的话，迟到的概率分别为 $\frac{1}{4},\frac{1}{3},\frac{1}{12}$，而乘飞机则不会迟到，求（1）他迟到的概率;（2）他迟到了，他乘火车来的概率为多少？

四、计算题（15 分）

设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} 1, & |y|<x,0<x<1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

（1）计算 $P\left(X>\frac{1}{2}\mid Y>0\right)$;

（2）求 X 与 Y 的边缘概率密度;

（3）求 $Z=X+Y$ 的概率密度.

学院________ 姓名________ 学号________ 任课教师________ 考场教室________ 座位号________

学院________ 姓名________ 学号________ 任课教师________ 考场教室________ 座位号________

密封线以内答题无效

五、计算题（10 分）

某药厂生产的某种药品，据说对某疾病的治愈率为 80%.现为了检验其治愈率，任意抽取 100 个此种病患进行临床试验，如果有多于 75 人治愈，则此药通过检验.试在以下两种情况下，分别计算此药通过检验的可能性.（1）此药的实际治愈率为 80%;（2）此药的实际治愈率为 70%.

注：$\Phi(1.25)=0.8944$；$\Phi(1.09)=0.8621$.

六、计算题（10 分）

设总体 X 的密度函数为

$$f(x)=\frac{1}{2\theta}e^{-\frac{|x|}{\theta}},\ -\infty<x<\infty,$$

$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自 X 的简单随机样本，试求 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}$，并判断 $\hat{\theta}$ 是否是 θ 的无偏估计.

七、 计算题（15 分）

设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$, 从总体中抽取容量为 36 的一个样本，样本均值和样本方差值分别为 $\overline{x}=3.5, s^2=4$.

（1）已知 $\sigma^2=1$, 求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间;

（2）σ^2 未知，求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间;

（3）当 $\sigma^2=8$ 时，如果以 $(\overline{X}-1,\overline{X}+1)$ 作为 μ 的置信区间，求置信度.

注：$u_{0.025}=1.96$; $t_{0.025}(35)=2.0301$; $t_{0.025}(36)=2.0281$; $\Phi(2.121)=0.983$