

第二章 随机变量的分布

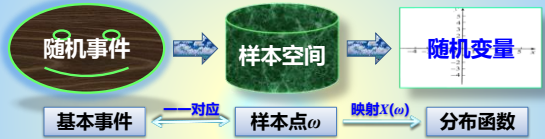
1. 随机变量的分布函数
2. 离散型随机变量
3. 连续型随机变量

电子科技大学数学科学学院 杜海飞 hongheida@qq.com

1

第2章1节 随机变量的分布函数

一、随机变量



定义

设 E 的样本空间为 Ω ，对于每一个样本点 $\omega \in \Omega$ ，都有**唯一实数** $X(\omega)$ 与之对应，且对于任意实数 x ，事件 $\{\omega | X(\omega) \leq x\}$ 都有**确定的概率**，则称 $X(\omega)$ 为**随机变量**，简记为 X 。

思考：若随机变量 X 为成绩，则 X 及相应概率有何特点？

第2章1节 随机变量的分布函数

- 引入随机变量的好处：
- (1) 将样本空间数值化、变量化(但不同于通常变量)
- (2) 可以完整地描述随机试验
- (3) 可以借用其它数学工具来解决随机问题。

例： **摸彩赌博**

从上例可知对任一实数 $x \rightarrow P\{\omega | X(\omega) \leq x\}$ 是一个函数。

定义

设 X 是一个随机变量， x 是任意实数，称函数 $F(x) = P\{X \leq x\} = P\{\omega : X(\omega) \leq x\}$ ，为随机变量 X 的**分布函数**， $F(x)$ 也记为 $F_X(x)$ 。

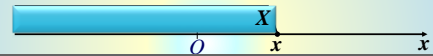
电子科技大学数学科学学院 杜海飞 hongheida@qq.com

3

第2章1节 随机变量的分布函数

注：

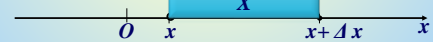
(1) 分布函数 $F(x)$ 的函数值表示事件“随机点 X 落在 $(-\infty, x]$ 内”的概率。



(2) $F(x)$ 的改变量

$$\Delta F = F(x + \Delta x) - F(x) = P\{x < X \leq x + \Delta x\}$$

是事件“随机点 X 落在 $(x, x + \Delta x]$ 内”概率。



电子科技大学数学科学学院 杜海飞 hongheida@qq.com

4

第2章1节 随机变量的分布函数

例 **摸彩试验**
射击试验
仪器寿命问题

电子科技大学数学科学学院 杜海飞 hongheida@qq.com

5

第2章1节 随机变量的分布函数

分布函数的性质：

- (1) $F(x)$ 为单调不降函数，即若 $x_1 \leq x_2$ ，则 $F(x_1) \leq F(x_2)$
- (2) $0 \leq F(x) \leq 1$ ，且 $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$ ， $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$
- (3) $F(x)$ 是右连续函数，即 $F(x+0) = F(x)$

电子科技大学数学科学学院 杜海飞 hongheida@qq.com

6

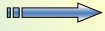
第2章1节 随机变量的分布函数



分布函数的性质常用于:

1. 判断某一函数是否为一个随机变量的分布函数
2. 求分布函数中的未知参数

例



确定未知参数

电子科技大学数学科学学院 杜润飞 hongheida@qq.com

7

第2章1节 随机变量的分布函数



用随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$ 表示下述事件的概率:

- (1) $\{X = a\}$ (2) $\{X < a\}$ (3) $\{X > a\}$ (4) $\{X \geq a\}$

分析: 利用分布函数的定义与右连续性质

$$F(a) = F(a + 0)$$

$$(1) P\{X = a\} = F(a + 0) - F(a - 0) = F(a) - F(a - 0)$$

$$(2) \because \{X < a\} = \{X \leq a\} - \{X = a\}$$

$$\therefore P\{X < a\} = P\{X \leq a\} - P\{X = a\} = F(a - 0)$$

$$(3) \because \{X > a\} \text{ 与 } \{X \leq a\} \text{ 互为对立事件}$$

$$\therefore P\{X > a\} = 1 - P\{X \leq a\} = 1 - F(a)$$

$$(2) \because \{X \geq a\} \text{ 与 } \{X < a\} \text{ 互为对立事件}$$

$$\therefore P\{X \geq a\} = 1 - P\{X < a\} = 1 - F(a - 0)$$

电子科技大学数学科学学院 杜润飞 hongheida@qq.com

8