第二章　随机变量的分布

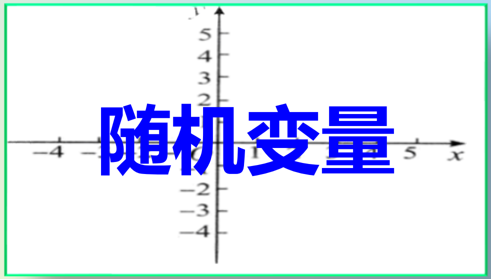
1.	随机变量的分布函数
2.	离散型随机变量
3.	连续型随机变量

电子科技大学数学科学学院 杜鸿飞　hongfeidu@qq.com

第2章1节　随机变量的分布函数

一、随机变量

随机事件 → 样本空间 →



基本事件 $\xleftrightarrow{\text{一一对应}}$ 样本点ω $\xrightarrow{\text{映射}X(\omega)}$ 分布函数

定义 设E的样本空间为Ω，对于每一个样本点$\omega\in\Omega$，都有<u>唯一实数$X(\omega)$</u>与之对应,且对于任意实数x，事件$\{\omega\,|X(\omega)\le x\}$都有<u>确定的概率</u>，则称$X(\omega)$为**随机变量**，简记为$X$.

思考：若随机变量X为成绩，则X及相应概率有何特点?

第2章1节　随机变量的分布函数

- **引入随机变量的好处:**
- (1)将样本空间数值化、变量化(但不同于通常变量)
- (2)可以完整地描述随机试验
- (3)可以借用其它数学工具来解决随机问题.

例: → **摸彩赌博**

从上例可知对任一实数$x \to P\{\omega | X(\omega) \le x\}$是一个函数.

定义

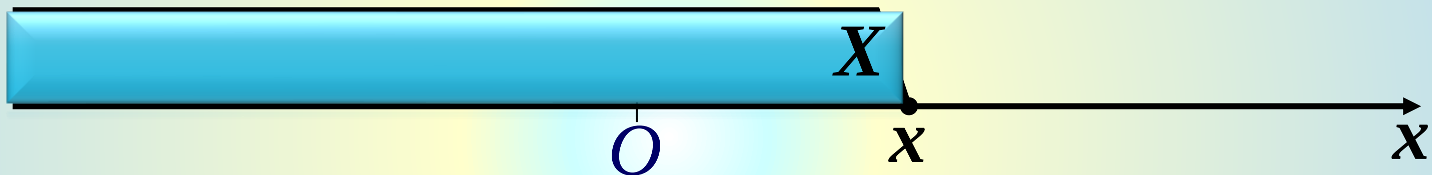
设X是一个随机变量，x是任意实数，称函数$F(x) = P\{X \le x\} = P\{\omega : X(\omega) \le x\}$，为随机变量$X$的**分布函数**，$F(x)$也记为$F_X(x)$.

电子科技大学数学科学学院 杜鸿飞　hongfeidu@qq.com

第2章1节　随机变量的分布函数

注:

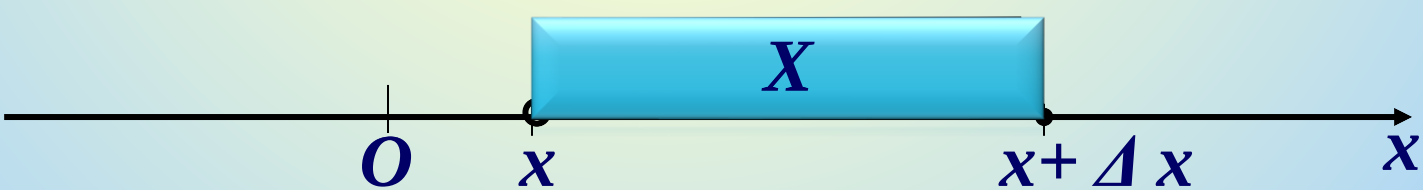
（1）分布函数$F(x)$的函数值表示事件“随机点X落在$(-\infty, x]$内”的概率。



（2）$F(x)$的改变量

$$\Delta F = F(x+\Delta x) - F(x) = P\{x < X \leq x+\Delta x\}$$

是事件“随机点X落在$(x, x+\Delta x]$内”概率。



电子科技大学数学科学学院 杜鸿飞　hongfeidu@qq.com

第2章1节　随机变量的分布函数

例

- 摸彩试验
- 射击试验
- 仪器寿命问题

电子科技大学数学科学学院 杜鸿飞　hongfeidu@qq.com

第2章1节　随机变量的分布函数

分布函数的性质：

(1)

- $F(x)$为单调不降函数，即

  若 $x_1 \le x_2$，则 $F(x_1) \le F(x_2)$

(2)

- $0 \le F(x) \le 1$，且

  $\lim\limits_{x\to-\infty} F(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to\infty} F(x) = 1$

(3)

- $F(x)$是右连续函数，即$F(x+0) = F(x)$

电子科技大学数学科学学院 杜鸿飞　hongfeidu@qq.com

第2章1节　随机变量的分布函数

分布函数的性质常用于:

1. 判断某一函数是否为一个随机变量的分布函数

2. 求分布函数中的未知参数

例　　确定未知参数

电子科技大学数学科学学院 杜鸿飞　hongfeidu@qq.com

第2章1节　随机变量的分布函数

用随机变量X的分布函数为$F(x)$表示下述事件的概率：

(1) $\{X = a\}$　　(2) $\{X < a\}$　　(3) $\{X > a\}$　　(4) $\{X \ge a\}$

分析：利用分布函数的定义与右连续性质

$$F(a) = F(a+0)$$

(1) $P\{X = a\} = F(a+0) - F(a-0) = F(a) - F(a-0)$

(2) $\because \{X < a\} = \{X \le a\} - \{X = a\}$

$$\therefore P\{X < a\} = P\{X \le a\} - P\{X = a\} = F(a-0)$$

(3)$\because \{X > a\}$与$\{X \le a\}$互为对立事件

$$\therefore P\{X > a\} = 1 - P\{X \le a\} = 1 - F(a)$$

(2)$\because \{X \ge a\}$与$\{X < a\}$互为对立事件

$$\therefore P\{X \ge a\} = 1 - P\{X < a\} = 1 - F(a-0)$$

电子科技大学数学科学学院 杜鸿飞　hongfeidu@qq.com