

电子科技大学 2021-2022 学年第 1 学期期中 考试 A 卷

考试科目: 概率论与数理统计 考试形式: 闭卷 考试日期: 2021 年 11 月 14 日

成绩构成比例: 平时 50 %, 期末 50 %

本试卷由 五 部分构成, 共 2 页。考试时长: 120 分钟

一、选择题 (每小题 6 分, 共 60 分)

1. 设 A, B 为随机事件, 且 $P(B) > 0, P(A|B) = 1$, 则必有 []
(A) $P(A \cup B) > P(A)$ (B) $P(A \cup B) > P(B)$
(C) $P(A \cup B) = P(A)$ (D) $P(A \cup B) = P(B)$
2. 设两个相互独立的事件 A 和 B 都不发生的概率为 $1/9$, A 发生 B 不发生的概率与 B 发生 A 不发生的概率相等, 则 $P(A) =$ []
(A) $1/9$ (B) $1/2$ (C) $3/2$ (D) $2/3$
3. 袋中有 50 个乒乓球, 其中 20 个是黄球, 30 个是白球, 今有两人依次随机地从袋中各取一球, 取后不放回, 则第二个人取得黄球的概率是 []
(A) 0.5 (B) 0.4 (C) 0.3 (D) 0.2
4. 随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1+x}{3}, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

则下面关于 X 说法正确的是 []

- (A) 是离散型随机变量 (B) 是连续型随机变量
(C) 既是离散型又是连续型 (D) 既非离散型也非连续型
5. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$, Y 服从正态分布 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 且 $P\{|X - \mu_1| < 1\} > P\{|Y - \mu_2| < 1\}$, 则必有 []
(A) $\sigma_1 < \sigma_2$ (B) $\sigma_1 > \sigma_2$ (C) $\mu_1 < \mu_2$ (D) $\mu_1 > \mu_2$
6. 下列四种情形中, 服从泊松分布的随机变量是 []
(A) 射击直到命中为止, 射击次数 X
(B) n 次射击中的命中次数 X
(C) 青年人的寿命 T
(D) 单位时间内到达服务台的顾客数 X
7. 设 X_1 和 X_2 是相互独立的连续型随机变量, 它们的密度函数分别为 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$, 分布函数分别为 $F_1(x)$ 和 $F_2(x)$, 则 []
(A) $f_1(x) + f_2(x)$ 必为密度函数
(B) $f_1(x)f_2(x)$ 必为密度函数
(C) $F_1(x) + F_2(x)$ 必为某一随机变量的分布函数
(D) $F_1(x)F_2(x)$ 必为某一随机变量的分布函数

8. 关于联合分布函数 $F(x, y)$, 下列性质正确的是 []

- (A) $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x, y) = 1$ (B) $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x, y) = 0$
(C) $\lim_{\substack{x \rightarrow -\infty \\ y \rightarrow -\infty}} F(x, y) = -1$ (D) $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x, y) = -1$

9. 设随机变量服从参数为 $\lambda (\lambda > 0)$ 的指数分布, 即 $X \sim E(\lambda)$, 若 $Y = 1 - X$, 则 Y 的概率密度为 []

- (A) $f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$
(B) $f_Y(y) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda y}, & y > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}$
(C) $f_Y(y) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(1-y)}, & y < 1 \\ 0, & y \geq 1 \end{cases}$
(D) $f_Y(y) = \begin{cases} -\lambda e^{-\lambda(1-y)}, & y < 1 \\ 0, & y \geq 1 \end{cases}$

10. 设两个相互独立的随机变量 X 和 Y 分别服从正态分布 $N(0,1)$ 和 $N(1,1)$, 则正确的是 []

- (A) $P\{X + Y \leq 0\} = 1/2$ (B) $P\{X + Y \leq 1\} = 1/2$
(C) $P\{X - Y \leq 0\} = 1/2$ (D) $P\{X - Y \leq 1\} = 1/2$

二、计算题 (共 10 分)

设工厂 A 和工厂 B 的产品的次品率分别为 1% 和 2%, 现从由 A 和 B 的产品分别占 60% 和 40% 的一批产品中随机抽取一件, 问: (1) 所取产品是次品的概率有多大? (2) 若已发现该产品是次品, 该次品最可能是哪个工厂生产的?

三、计算题 (共 10 分)

随机变量 X 的分布函数是 $F(x) = A + B \arctan x, -\infty < x < +\infty$, 试求

- (1) 系数 A 和 B ; (2) X 的概率密度; (3) X 落在区间 $(-1,1)$ 内的概率.

四、计算题 (共 10 分)

设随机变量 $X \sim U(0,1)$, 当 $X = x (0 < x < 1)$ 时, Y 在 $(x,1)$ 上服从均匀分布, 求 (X,Y) 的联合概率密度, 并判断 X,Y 是否相互独立.

五、计算题 (共 10 分)

设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y) = \begin{cases} 2-x-y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

- (1) 求 $P\{X > 2Y\}$; (2) 求 $Z = X + Y$ 的概率密度 $f_Z(z)$.