

南京航空航天大学

第 1 页 （共 6 页）

二〇 ~ 二〇 学年 第二学期 《 》 考试试题

考试日期： 年 月 日 试卷类型： 试卷代号：

班号	学号					姓名					
题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

本题分数	10 分
得 分	

一、（1）证明：无向图中的奇度点的数目一定是偶数。
（2）分别判断下面数列是否可以图化？是否可以简单图化？如果可以，分别画出一个相应的图。写出求解过程。 ① (3,3,3,1) ②(4,3,3,3,3,3)

本题分数	10 分
得 分	

二、 T 是简单无向图，请由定义直接证明： T 连通无回路 当且仅当 T 中任意两点之间有唯一的初级通路（即基本通路）。

本题分数	10 分
得 分	

三、求 K_7 和 $K_{2,3}$ 的点色数、边色数和面色数（请写出求解过程）。

本题分数	10 分
得 分	

四、无向简单平面图 G 中最小度 $\delta > 4$, 证明: G 中至少有 30 条边。

本题分数	10 分
得 分	

五、设 i 是虚数单位, Z 是整数集, $+$ 是普通加法, $G = \{a+bi \mid a, b \in Z\}$, 证明: $\langle G, + \rangle$ 是群。

本题分数	10 分
得 分	

六、 $\langle \mathbb{Z}_{10}, +_{10} \rangle$ 是模 10 加群，求 $\langle \mathbb{Z}_{10}, +_{10} \rangle$ 的单位元、每个元素的逆元、所有的生成元和所有的子群。

本题分数	10 分
得 分	

七、 \mathbb{R}^* 是非零实数集合， $\langle \mathbb{R}^*, \circ \rangle$ 是代数系统，对于 \mathbb{R}^* 中元素 x, y ，令 $x \circ y = x + 2y - 2$ 。请问 $\langle \mathbb{R}^*, \circ \rangle$ 中是否存在单位元、零元、哪些元素有逆元？运算 \circ 是否满足交换律和结合律。分别说明理由。

本题分数	10 分
得 分	

- 八、 f 是群 G 到群 H 的满同态, R 是 G 上的一个二元关系,
 $R = \{ \langle a, b \rangle \mid f(a) = f(b) \}$, 证明:
- ① R 是 G 上的一个等价关系。
 - ② $\langle a, b \rangle \in R$ 当且仅当 a 与 b 关于 $\ker(f)$ 的右陪集相等。

本题分数	10 分
得 分	

- 九、 H, K 是 G 的两个子群且 $H \neq G, K \neq G$, 证明: $H \cup K \neq G$ 。

本题分数	10 分
得 分	

十、在下列矩阵中找出 5 个数，行列各不相同（即任意两个数不在同行也不在同列）且 5 个数的和尽可能的大。

①将上述问题转换为图论问题。

②设计一种算法求解上述问题，写出简要的算法步骤、理由及求解结果。

$$\begin{bmatrix} 7 & 5 & 3 & 4 & 2 \\ 8 & 4 & 5 & 4 & 7 \\ 6 & 3 & 2 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 6 & 4 & 9 \\ 6 & 4 & 5 & 3 & 8 \end{bmatrix}$$