基础电路与电子学

主讲：陈开志

办公室：学院2号楼304

Email: ckz@fzu.edu.cn

QQ群： 812010686

第 2 章 电 路 的 过 渡 过 程

电路主要元件两大类:

1 电源：电压源、电流源

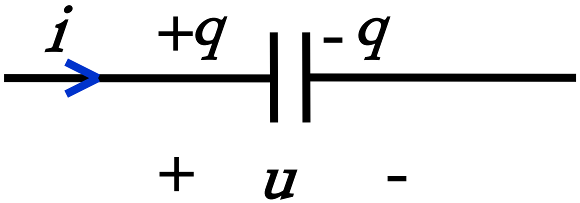
2 负载：电阻，电感、电容

交流电路中经常出现

2.1 电容元件与电感元件

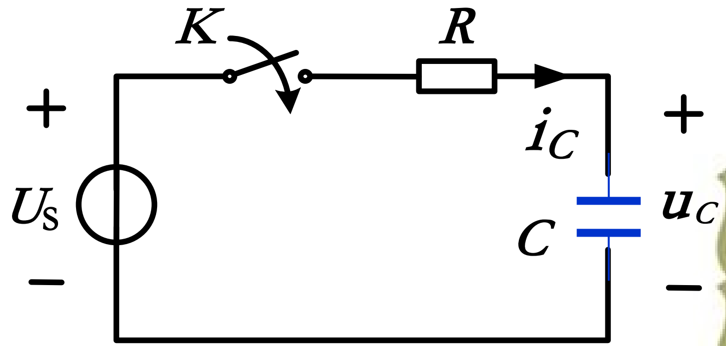
介绍电感电容的基本概念

2.1.1 电容元件



$$C = \frac{q}{u} \qquad u = \frac{q}{C}$$

电压与电流取关联参考方向

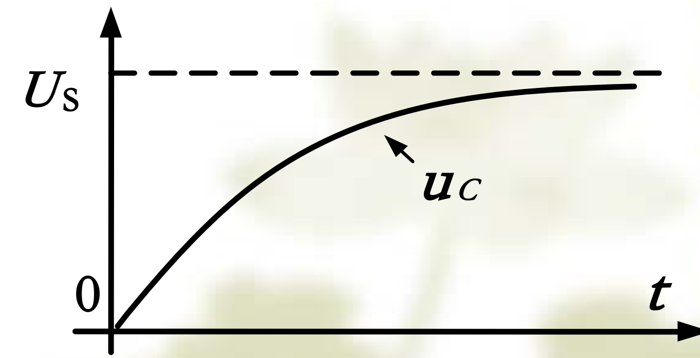


$$i(t) = \frac{\mathrm{d}q(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\,[Cu(t)]}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}\,[u(t)]}{\mathrm{d}t}$$

另外一种表示

$$u(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{q(t_0) + \int_{t_0}^{t} i(\xi)d\xi}{C}$$

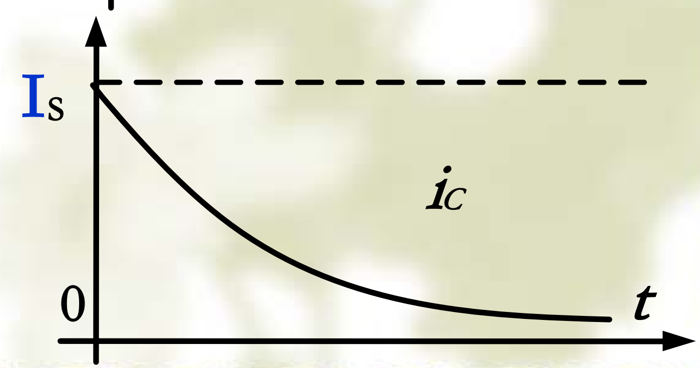
$$= u(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(\xi)d\xi$$



电容元件存储的能量为

$$w_C(t) = \int \mathrm{d}w_C(t) = \int p\mathrm{d}(t) = \int ui\mathrm{d}(t)$$

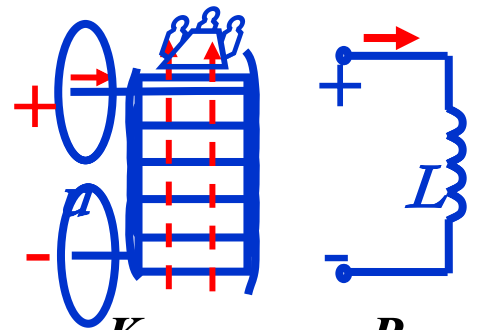
$$= \int u[C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}]\mathrm{d}(t) = \int Cu\mathrm{d}(u) = \frac{1}{2}C\,u^2(t)$$



2.1.2 电感元件

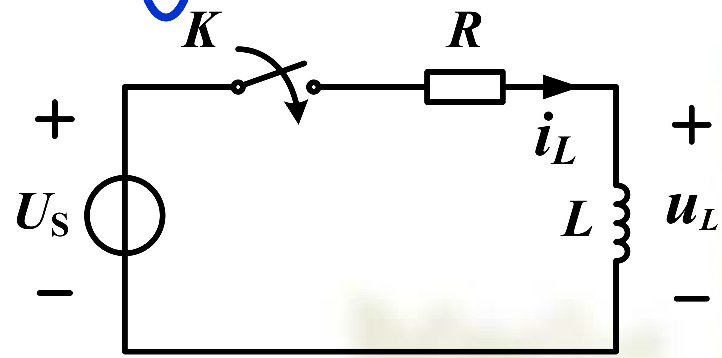
磁通量 Ψ 与电流 i 取右螺旋方向

$$L=\frac{\Psi(t)}{i}, \quad \Psi(t)=L\,i(t)$$



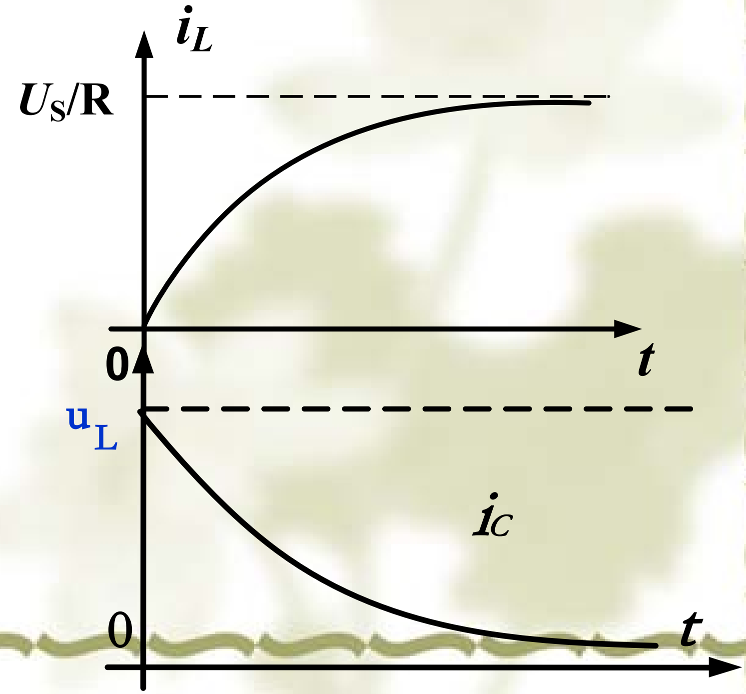
电压与电流取关联参考方向

$$u=\frac{\mathrm{d}\Psi(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}[Li(t)]}{\mathrm{d}t}=L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$$



另外一种表示

$$i(t)=i(t_0)+\frac{1}{L}\int_{t_0}^{t}u(\xi)\mathrm{d}(\xi)$$



电感元件存储的能量为

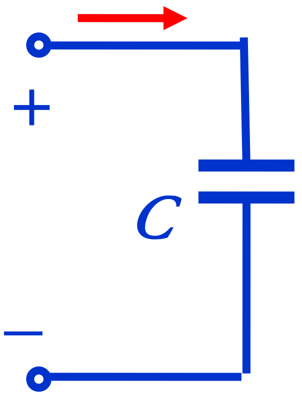
$$w_L(t)=\int ui\,\mathrm{d}(t)=\int Li\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}(t)$$

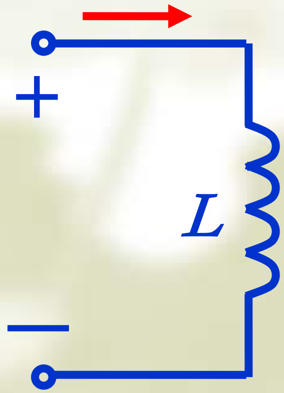
$$=\frac{1}{2}L\,i^2(t)$$

对照电容元件与电感元件，结论：

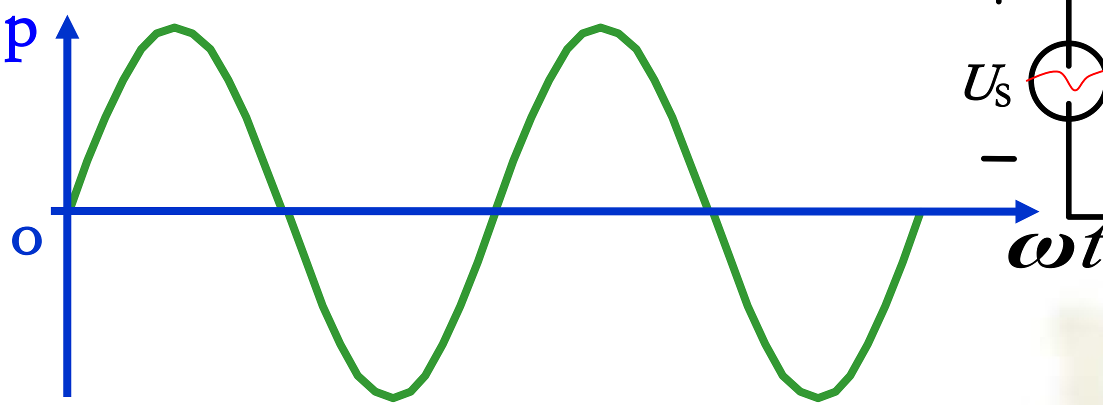
1, 电容的电压随着充放电慢慢变化，不能突变。两端电流可以突变。

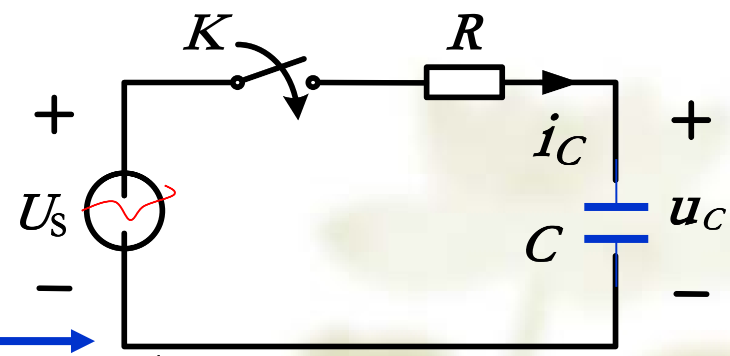
2, 电感的电流随着充放电慢慢变化，不能突变。两端电压可以突变。





思考：输入Us是正弦信号的时候，Uc输出什么样的。R值大小对电路有什么有影响。电容C值大小对电路有什么影响





第 3 章　交流电路

3.1 正弦交流电的基本概念

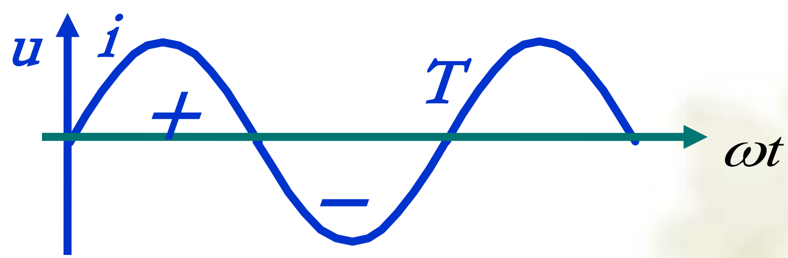
3.1.1 周期电流

周期电流：电流满足

$$f(t) = f(t+T)$$

其中，T 称为周期，单位是秒，表示电流完成一个循环所需的时间；

频率 $f=1/T$，单位是赫兹 [Hz]。



3.1.2 正弦交流电

正弦交流电瞬时值的一般表达式为：

$u=U_m \sin(\omega t+\varphi_u)$

$i=I_m \sin(\omega t+\varphi_i)$

初相角

角频率

最大值（幅值）

三要素：区别不同正弦量的依据

瞬时值

结论：若已知最大值、角频率、初相角，则瞬时值就唯一确定。

注意：1：幅度恒正的值 >0 $u=-7\sin(\omega t+\phi_u)$ $\times$

2： ω 单位 [rad/s, 弧度 / 秒] 与周期或频率的关系，

$\omega T=2\pi$，即 $\omega=2\pi/T=2\pi f$

3 ： 规定: $-\pi \le \varphi_u \le \pi$

例题：已知 $u = 220\sqrt{2} \sin 314t \quad V$

求：U_m，T，f，ω

$\because \quad u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$

$\therefore \quad U_m = 220\sqrt{2}\ V \qquad \omega = 314\ rad/s$

$\because \quad \omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f$

$\therefore \quad T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 20ms \qquad f = \dfrac{\omega}{2\pi} = 50Hz$ → 工频

验证：$f = \dfrac{1}{T}$

正弦交流电量的三要素：最大值、角频率、初相角

结论：要表示一个正弦交流电量，必须唯一确定三要素。

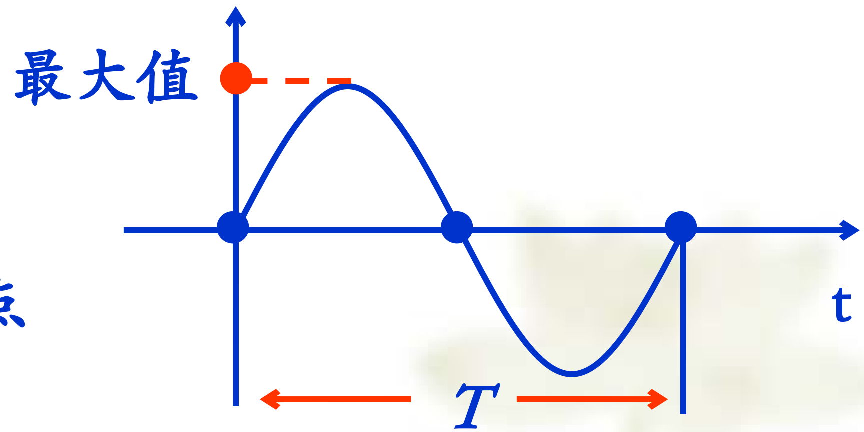
通用表达式和波形图之间存在着一一对应的关系。

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$$

波峰值

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

原点与零值点之间的角度

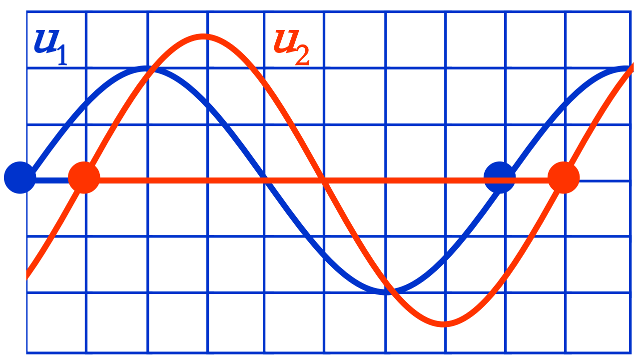


要求掌握：1、已知通用表达式，会画出对应的波形图；

2、已知波形图，写出对应的通用表达式；

例题：已知横坐标为 1ms/ 格，纵坐标为 2V/ 格，写出 u_1、 u_2 的瞬时值表达式

坐标原点



$$u = \underbrace{U_m}_{\text{波峰值}} \sin(\underbrace{\omega t}_{\omega=\frac{2\pi}{T}} + \underbrace{\varphi_u}_{\text{原点与零值点之间的角度}})$$

U_{m1}= 2×2V = 4V $\qquad u_1 = 4\sin(250\pi t)\ V$

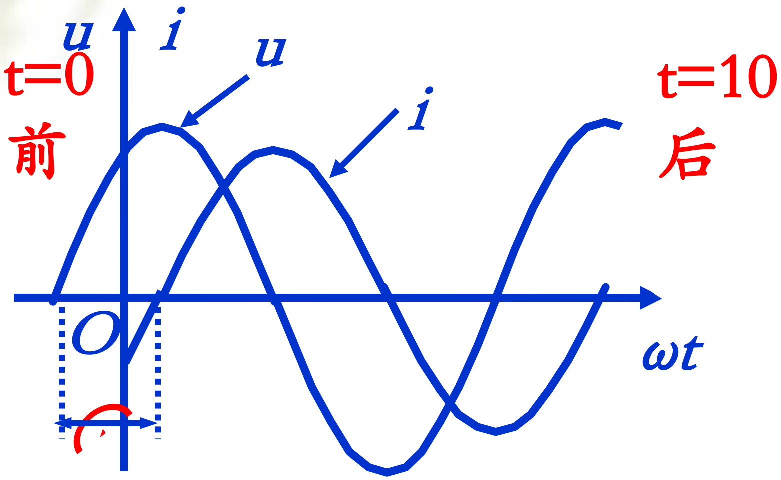
T_1= 8×1ms = 8ms → $\omega_1 = \dfrac{2\pi}{T_1} = 250\pi\ {rad}/{s} \qquad \varphi_1 = 0°$

U_{m2}= 2.5×2V = 5V $\qquad u_2 = 5\sin(250\pi t - 45°)\quad V$

T_2= 8×1ms = 8ms → $\omega_2 = 250\pi\ {rad}/{s} \qquad \varphi_2 = -45°$

4、相位差：两个同频正弦量的相位之差。如：

u、i 的初相位分别为 φ_u、φ_i，则 u、i 的相位差为 $(\omega t+\varphi_u)-(\omega t+\varphi_i)=\varphi_u$· ※ 规定：$-\pi<\varphi\leq\pi$



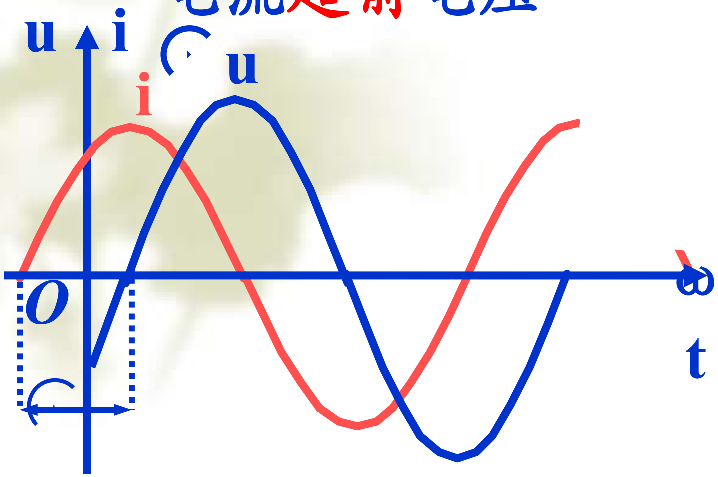
※ 超前量在左边；滞后量在右边

如果 $\varphi>0$，称 u 超前 i，或 i 滞后 u；

如果 $\varphi<0$，称 i 超前 u，或 u 滞后 i.

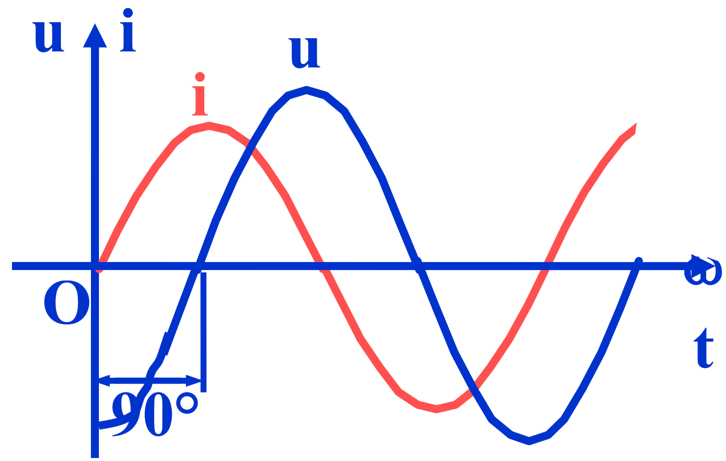
$\phi = \psi_u - \psi_i < 0$

电流超前电压



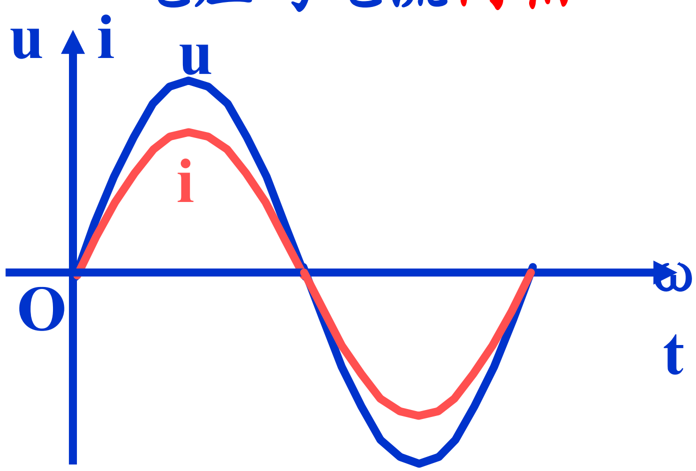
$\phi = \psi_u - \psi_i = -90^0$

电流超前电压 90^0



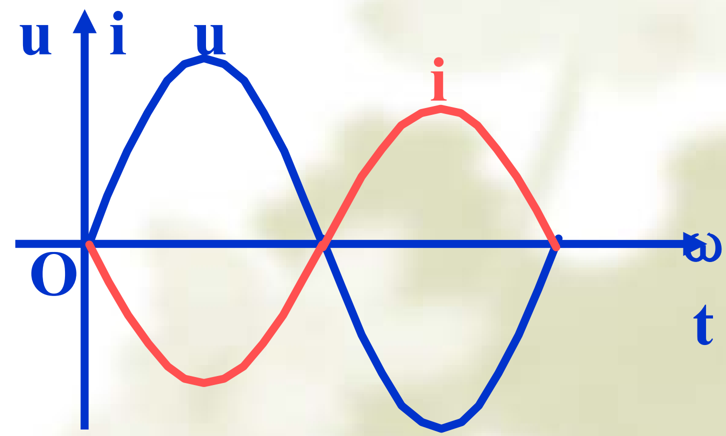
$\phi = \psi_u - \psi_i = 0^0$

电压与电流同相



$\phi = \psi_u - \psi_i = 180^0$

电压与电流反相



零值点在原点的左边 $\longrightarrow$ $\varphi_u > 0$ 时间轴向右 $\longrightarrow$ 越往左越超前

例题：请判断下列物理量的相位关系（同相、反相、超前、滞后）

（1）$u_1 = U_{m1}\sin(\underline{\omega t} + 30°)$

$u_2 = U_{m2}\sin(\underline{2\omega t} + 45°)$

（2）$i_1 = I_{m1}\underline{\sin}(\omega t + 45°)$

$i_2 = I_{m2}\underline{\cos}(\omega t + 45°)$

（3）$u_1 = 5\sin(314t - 30°)$

$u_2 = -3\sin(314t + 30°)$

（4）$i_1 = 5\sin(\omega t + 135°)$

$i_2 = 3\sin(\omega t - 90°)$

（1）$\boxed{\times}$ ∵ 两者不同频 ∴ 不能讨论相位关系

（2）$i_2 = I_{m2}\cos(\omega t + 45°) = I_{m2}\sin(\omega t + 45° + 90°)$

$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 90° > 0 \longrightarrow$ i_2 超前 i_1 90°

$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = -90° < 0 \longrightarrow$ i_1 滞后 i_2 90°

例题：请判断下列物理量的相位关系（同相、反相、超前、滞后）

（1）$u_1 = U_{m1}\sin(\omega t + 30°)$

$u_2 = U_{m2}\sin(2\omega t + 45°)$

（2）$i_1 = I_{m1}\sin(\omega t + 45°)$

$i_2 = I_{m2}\cos(\omega t + 45°)$

（3）$u_1 = 5\sin(314t - 30°)$

$u_2 = -3\sin(314t + 30°)$

（4）$i_1 = 5\sin(\omega t + 135°)$

$i_2 = 3\sin(\omega t - 90°)$

负号 → 反相 → $\pm\pi$

① 若初相角>0， 则“-π”

② 若初相角<0， 则“+π”

（3）$u_2 = -3\sin(314t + 30°) = 3\sin(314t + 30° - 180°)$

$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 120° > 0$ → u_1 超前 u_2 120°

→ u_2 滞后 u_1 120°

例题：请判断下列物理量的相位关系（同相、反相、超前、滞后）

（1）$u_1 = U_{m1}\sin(\omega t + 30°)$

$u_2 = U_{m2}\sin(2\omega t + 45°)$

（2）$i_1 = I_{m1}\sin(\omega t + 45°)$

$i_2 = I_{m2}\cos(\omega t + 45°)$

（3）$u_1 = 5\sin(314t - 30°)$

$u_2 = -3\sin(314t + 30°)$

（4）$i_1 = 5\sin(\omega t + 135°)$

$i_2 = 3\sin(\omega t - 90°)$

（4）$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 225° > 0 \longrightarrow$ i_1 超前 i_2 225° $\boxed{\times}$

※ 规定：$-\pi \le \varphi \le \pi \longrightarrow$ 选择 $\pm 2\pi$

$\varphi' = 225° - 360° = -135° < 0 \longrightarrow$ i_1 滞后 i_2 135°

例题：请判断下列物理量的相位关系（同相、反相、超前、滞后）

（1）$u_1 = U_{m1}\sin(\omega t + 30°)$

$u_2 = U_{m2}\sin(2\omega t + 45°)$

（2）$i_1 = I_{m1}\sin(\omega t + 45°)$

$i_2 = I_{m2}\cos(\omega t + 45°)$

（3）$u_1 = 5\sin(314t - 30°)$

$u_2 = -3\sin(314t + 30°)$

（4）$i_1 = 5\sin(\omega t + 135°)$

$i_2 = 3\sin(\omega t - 90°)$

结论：两个物理量在进行相位比较时，必须在同频率、同正弦函数、同正号、且 $-\pi \leqslant \varphi \leqslant \pi$ 的前提下，才能确定其相位的关系。

第 3 章　交流电路

3.1　正弦交流电的基本概念

3.1.1　周期电流

3.1.2　正弦交流电

3.1.3　交流电的有效值

3.2　正弦量的相量表示法

3.3　单一元件参数电路

3.4　简单的正弦交流电路分析

3.6　正弦交流电路的功率

3.1.3 交流电的有效值

与交流电热效应（功率）相等的直流电定义为交流电的有效值。用大写字母 I、U 表示。

由 $RI^2T = \int_0^T Ri^2 \mathrm{d}t$ 得到 $I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 \mathrm{d}t}$

则有 $$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 \mathrm{d}t}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t \,\mathrm{d}t} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \approx 0.707 I_m$$

反之，则有 $I_m = \sqrt{2}\, I \approx 1.414\, I$

对电压，有 $U_m = \sqrt{2}\, U \approx 1.414\, U$

$$\left.\begin{array}{l}\text{正弦交流电流 } i \text{ 的有效值：} I=\dfrac{I_m}{\sqrt{2}} \\ \text{正弦交流电压 } u \text{ 的有效值：} U=\dfrac{U_m}{\sqrt{2}}\end{array}\right\} ※$$

补充：

交流电压 220V 或 380V，指的是其有效值。

交流电压表与交流电流表测量的数据为有效值，

交流设备铭牌标注的电压、电流均为有效值。

问题：

电压或电流的平均值为多少? 直流分量为多少。

$$A=\int_0^T f(t)\,dt$$

P75-79　三相交流电路（不做要求）

常识1：我国的居民用电采用三相五线制供电方式

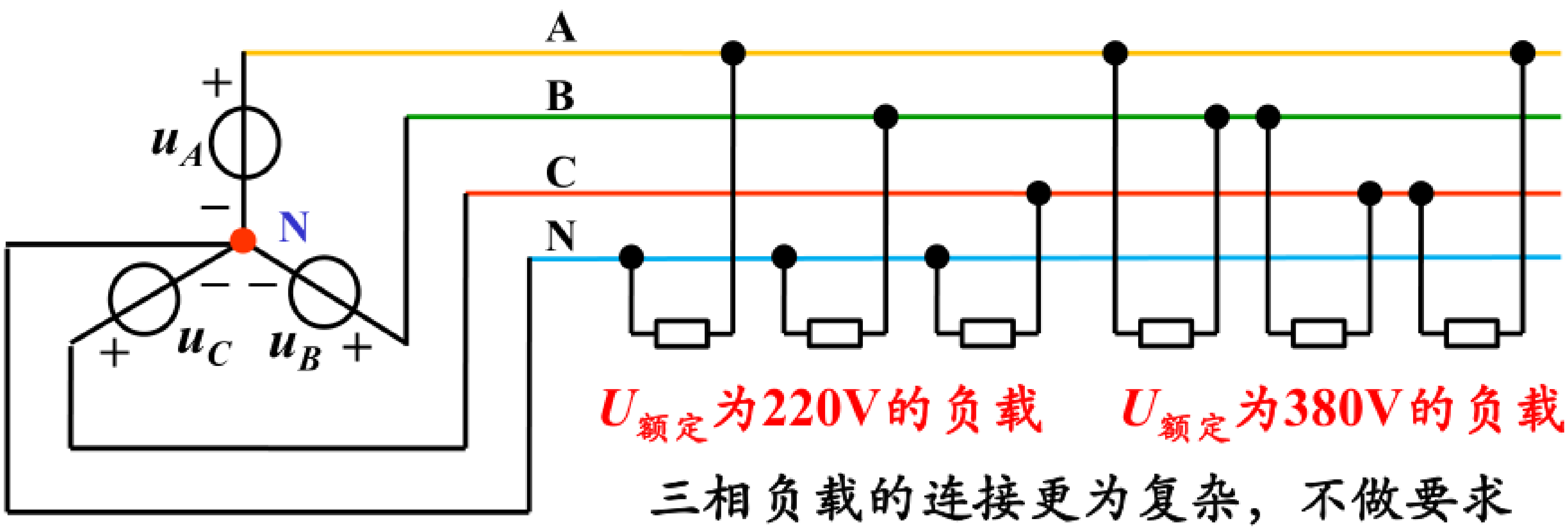
u_A, u_B, u_C是大小相同,频率相同,相位差互为120°的正弦交流电压

A、B、C称为“相线”(或火线)；N称为“中线”(或零线)

常识2：相线和中线之间的电压称为“相电压”（有效值220V）

常识3：相线和相线之间的电压称为“线电压”（有效值380V）

$$u_{AB}=u_A-u_B=220\sqrt{2}\sin(\omega t)-220\sqrt{2}\sin(\omega t-120°)=380\sqrt{2}\sin(\omega t+30°)$$



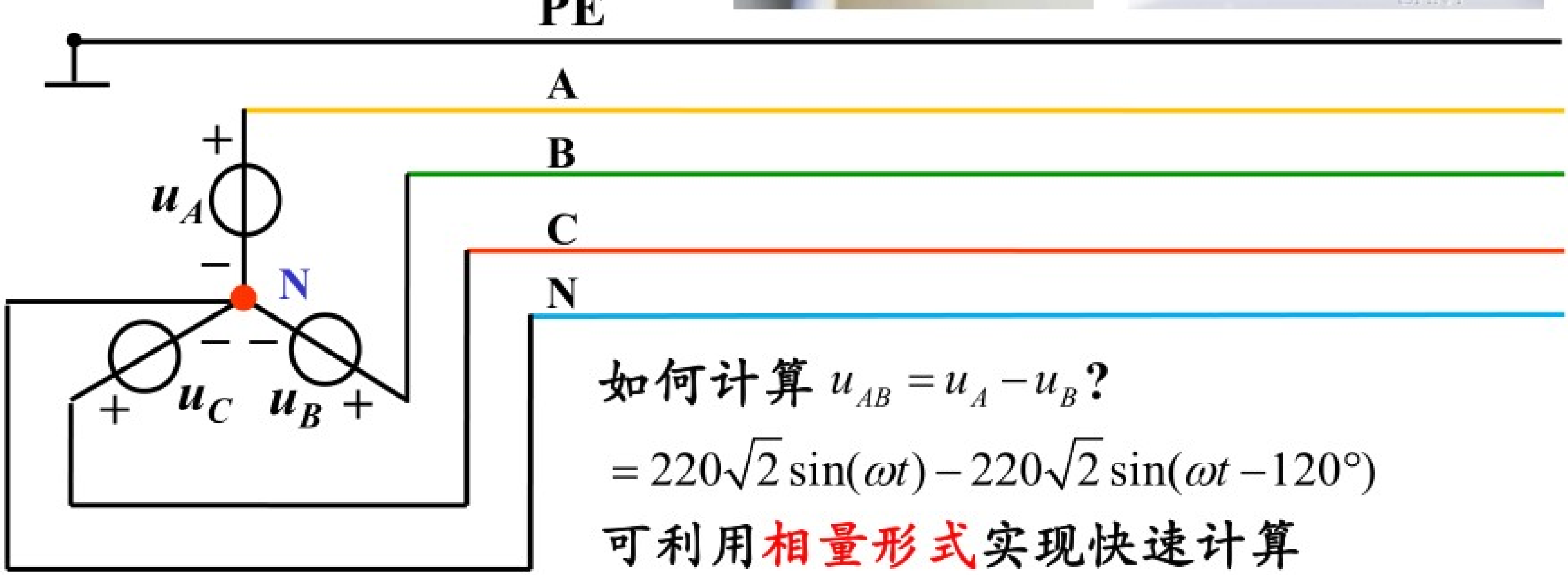
$U_{额定}$为220V的负载　　$U_{额定}$为380V的负载

三相负载的连接更为复杂，不做要求

总结：三相五线制供电方式包括三根相线，一根中线，一根地线

常识4：带金属机壳的大功率电器必须机壳接地（PE）

插入时，接地脚先接触地线，先形成接地保护再接通电源；拔出时，先断电后断开保护。



如何计算 $u_{AB} = u_A - u_B$？

$$= 220\sqrt{2}\sin(\omega t) - 220\sqrt{2}\sin(\omega t - 120°)$$

可利用**相量形式**实现快速计算

第 3 章　交流电路

3.1　正弦交流电的基本概念

3.2　正弦量的相量表示法

3.3　单一元件参数电路

3.4　简单的正弦交流电路分析

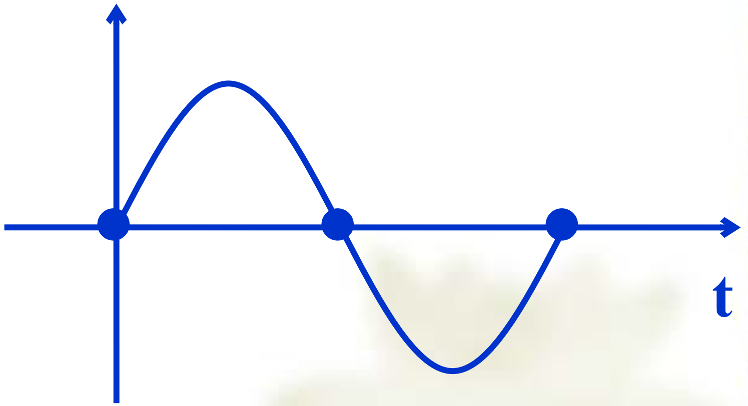
3.6　正弦交流电路的功率

3.2 正弦量的相量表示法

要表示一个正弦交流电量，必须唯一确定三要素。

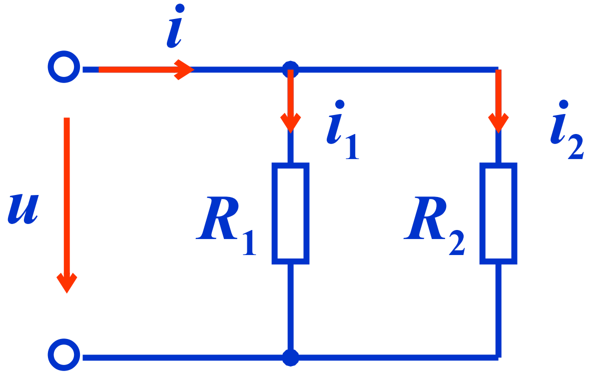
正弦交流电的表示法：通用表达式和波形图。

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$$



优点：非常直观

缺点：不易进行运算



已知：$i_1 = 8\sqrt{2}\sin(314t + 60°)A$

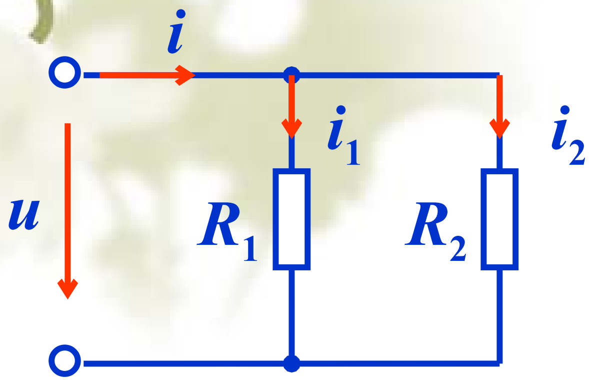
$i_2 = 6\sqrt{2}\sin(314t - 30°)A$

求：i 的有效值

问题：使用 KCL? $\boxed{\surd}$

$i = i_1 + i_2$ 怎么计算？ 三角函数展开，合并

3.2 正弦量的相量表示法



已知：$i_1 = 8\sqrt{2}\sin(314t + 60°)A$

$i_2 = 6\sqrt{2}\sin(314t - 30°)A$

求： i 的有效值

问题：使用 KCL? $\boxed{\surd}$

结论：同频正弦信号计算时，频率不会变，幅值和初始相位变。

∴ 为了计算正弦交流电的方便，引入新的表示法：相量表示法

相量的表示：

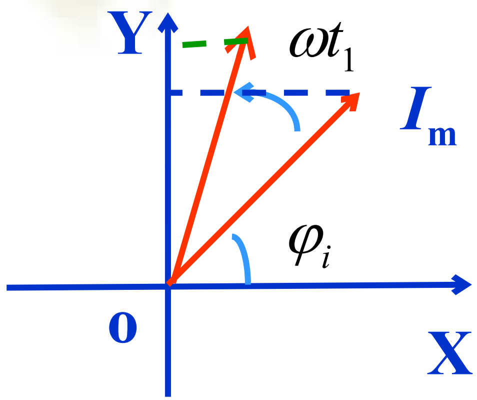
- 相量图
- 复数式

所有交流电路的分析和计算都将采用相量进行

一、相量图表示法

在坐标平面上，利用一条旋转的有向线段来表示一个正弦量。

要表示一个正弦交流电量，必须唯一确定三要素。



规定：

① $\overrightarrow{OA}$ 的长度 ＝ 最大值

② $\overrightarrow{OA}$ 与 X 轴正半轴的夹角＝初相角

③ $\overrightarrow{OA}$ 以 ω 为角速度作逆时针旋转

在任一瞬间，$\overrightarrow{OA}$ 在 Y 轴上的投影就是该正弦量的瞬时值

例题：$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$

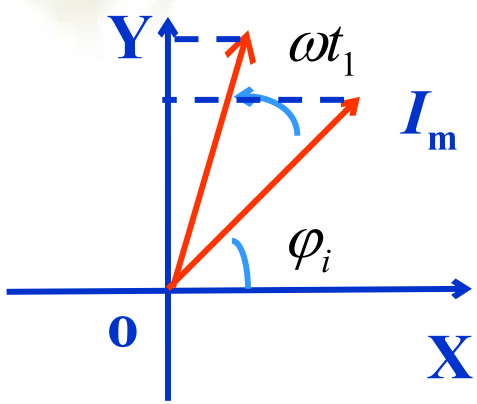
当 $t = 0$ 时　$I_m \sin \varphi_i = i_1$

当 $t = t_1$ 时　$I_m \sin(\omega t_1 + \varphi_i) = i_2$

一、相量图表示法

在坐标平面上，利用一条旋转的有向线段来表示一个正弦量。

要表示一个正弦交流电量，必须唯一确定三要素。



规定：

① $\overrightarrow{OA}$ 的长度 ＝ 最大值 或有效值

② $\overrightarrow{OA}$ 与 X 轴正半轴的夹角＝初相角

③ $\overrightarrow{OA}$ 以 ω 为角速度作逆时针旋转

在任一瞬间，$\overrightarrow{OA}$ 在 Y 轴上的投影就是该正弦量的瞬时值

问题：若 $\overrightarrow{OA}$ 的长度＝有效值，能不能唯一确定正弦量的瞬时值?

√ $\overrightarrow{OA}$ 在 Y 轴上的投影 $\times\sqrt{2}$ ＝正弦量的瞬时值

画相量图的步骤：

① 画一条横线，表示 X 轴正半轴

② 画一条有向线段

若初相角 >0 ，画在横线上方

若初相角 <0 ，画在横线下方

③ 标上相量符号

若长度＝最大值 → 幅值相量 → $\dot{U}_{\mathrm{m}}$

若长度＝有效值 → 有效值相量 → $\dot{U}$

$\dot{U}_m$ *cf* U_m

$\dot{U}_m$ ↓ 相量 ↓ 变量 u

U_m ↓ 最大值 ↓ 常数

※ 结论： $\dot{U}_m$ 和 u 所表示的内容相同

∴ 只要对 u 成立的表达式，对相量也成立

※ 结论： KCL 和 KVL 对相量成立

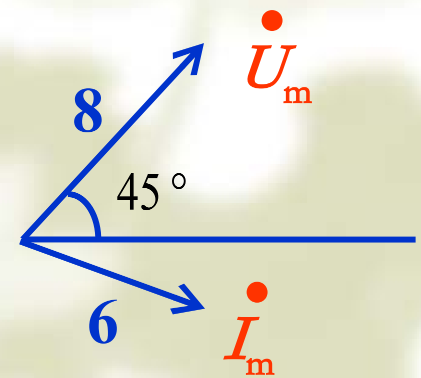
画相量图的步骤：

① 画一条横线，表示 X 轴正半轴

② 画一条有向线段
- 若初相角 >0 ，画在横线上方
- 若初相角 <0 ，画在横线下方

③ 标上相量符号
- 若长度＝最大值 → 幅值相量 → $\dot{U}_{\mathrm{m}}$
- 若长度＝有效值 → 有效值相量 → $\dot{U}$

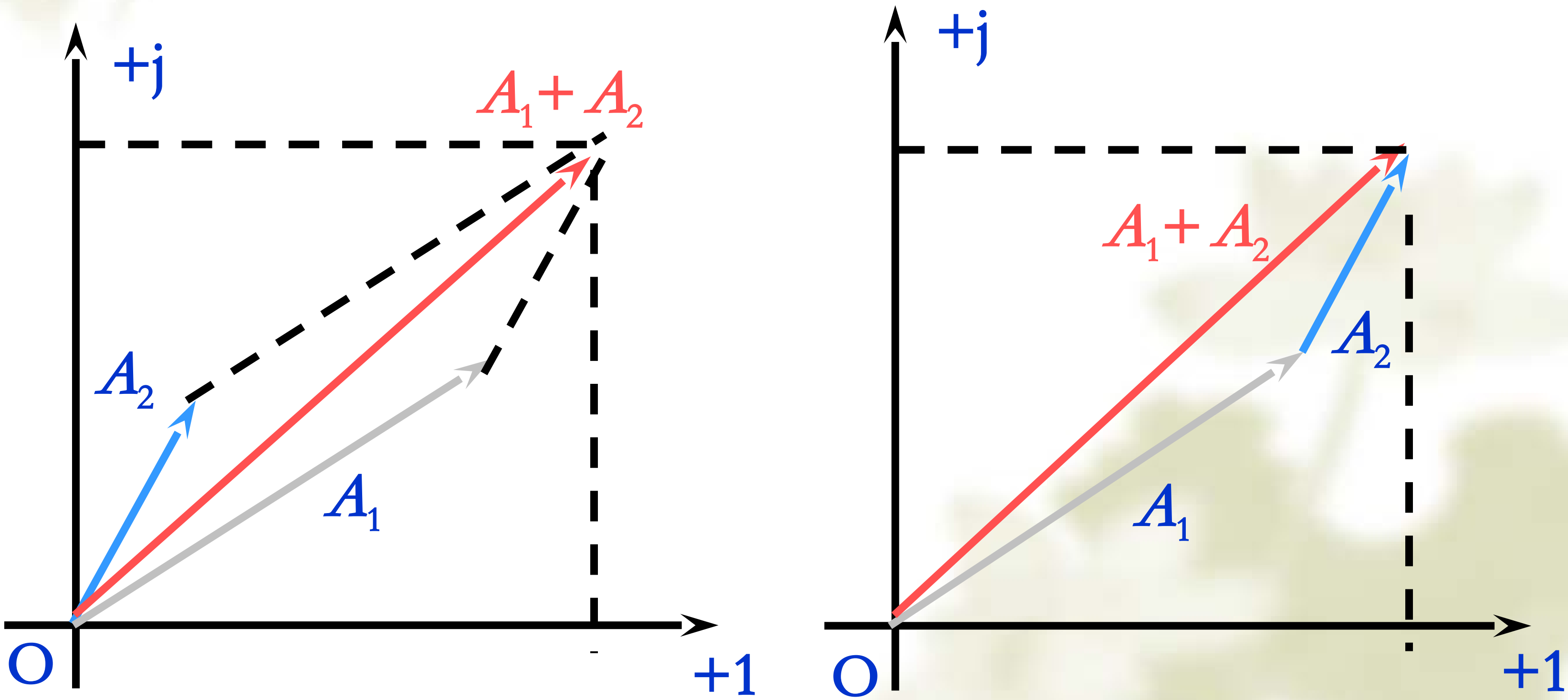
已知： $u = 8\sin(\omega t + 45°)$　　$i = 6\sin(\omega t - 20°)$



注意点：只有同频率的标准正弦交流量才能画在同一张相量图上

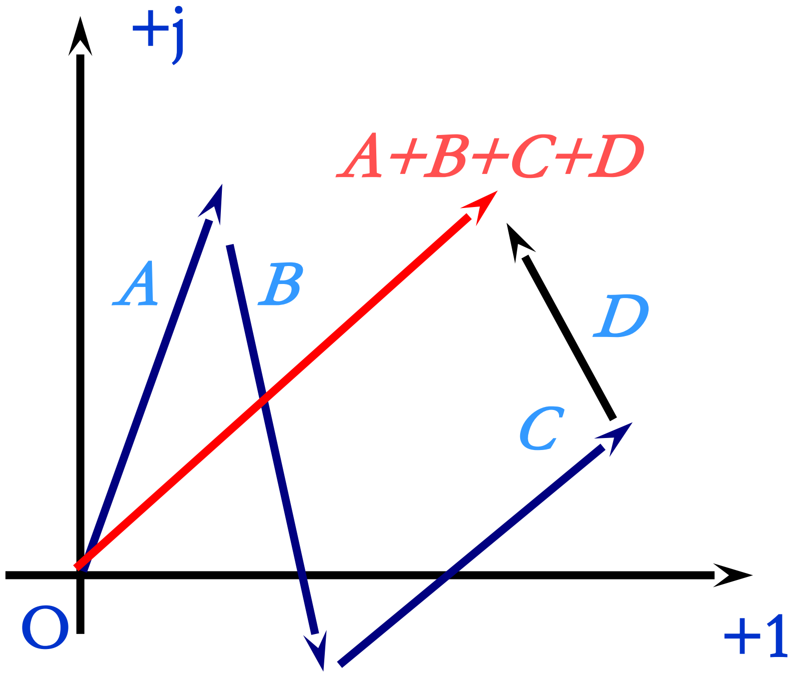
用途：① 判断相位关系； ② 进行加减运算；

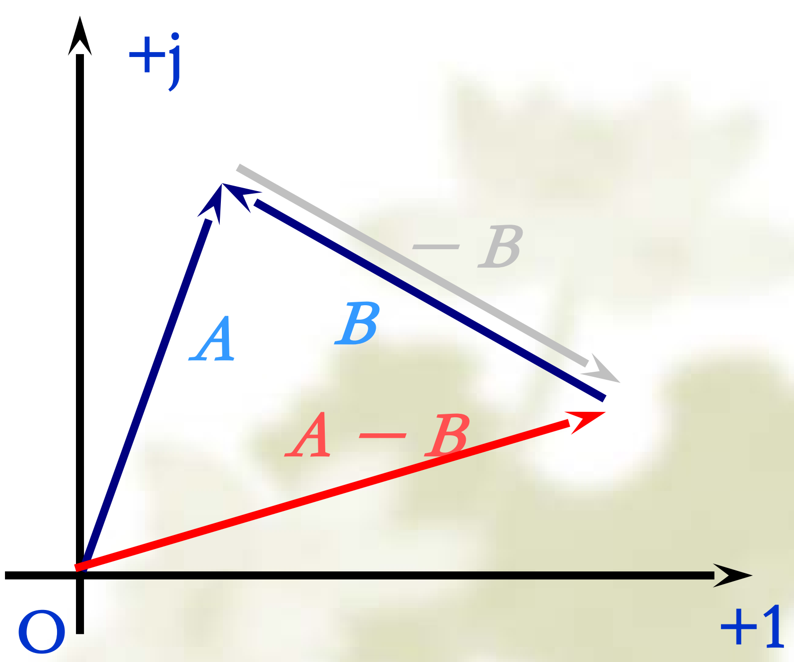
相量的加减可以在复平面上用平行四边形来进行。前面例题的相量图见下面左图，右图是另一种画法。右图的画法更为简捷，当有多个相量相加减时会显得很方便。

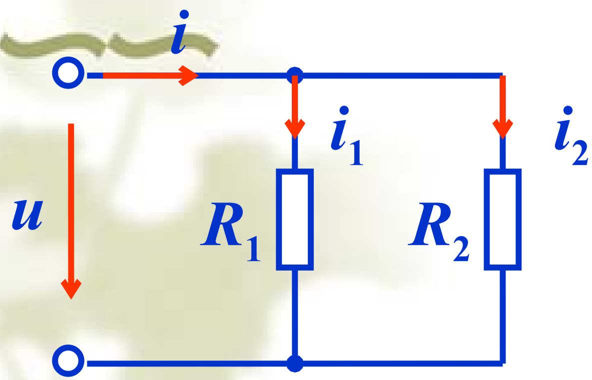


下面左图是4个相量相加，可以看出这种头尾相接的画法比逐个用平行四边形相加要好很多。右图是相量相减。

对电路进行分析计算时一般是用相量图与解析计算相结合。



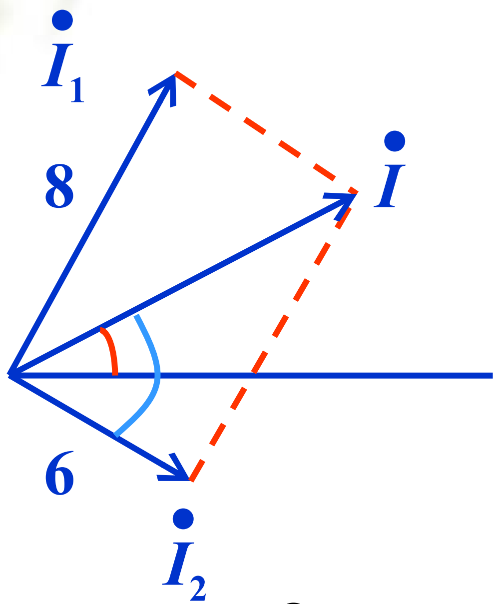




已知：$i_1 = 8\sqrt{2}\sin(314t + 60°)A$

$i_2 = 6\sqrt{2}\sin(314t - 30°)A$

求：$i = ?$



$$\varphi_i = arctg\frac{8}{6} - 30°$$

$= 53.1° - 30° = 23.1°$

KCL：$i = i_1 + i_2$

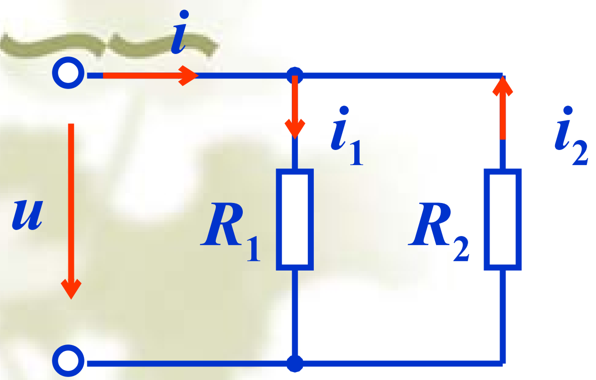
$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 10A$$

$$I_m = \sqrt{2}I = 10\sqrt{2}A$$

∵ **画在同一张相量图上**

∴ $\omega = 314$ rad/s

$$i = 10\sqrt{2}\sin(314t + 23.1°)A$$



已知: $i_1 = 8\sqrt{2}\sin(314t + 60°)A$

$i_2 = 6\sqrt{2}\sin(314t - 30°)A$

求: $i = ?$

KCL: $i = i_1 - i_2 = i_1 + (-i_2)$

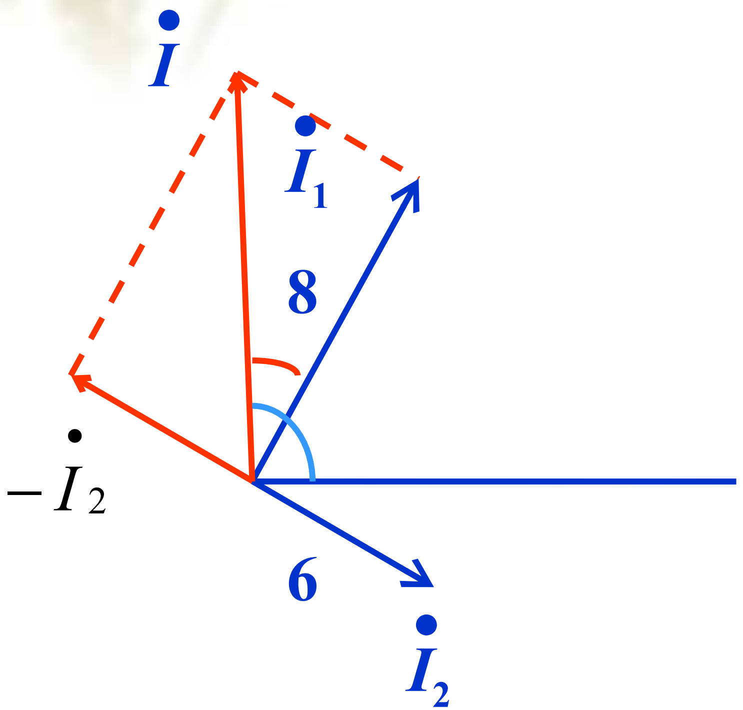
$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 10A$$

∵ 画在同一张相量图上

∴ $\omega = 314$ rad/s

$$\varphi_i = arctg\frac{6}{8} + 60°$$

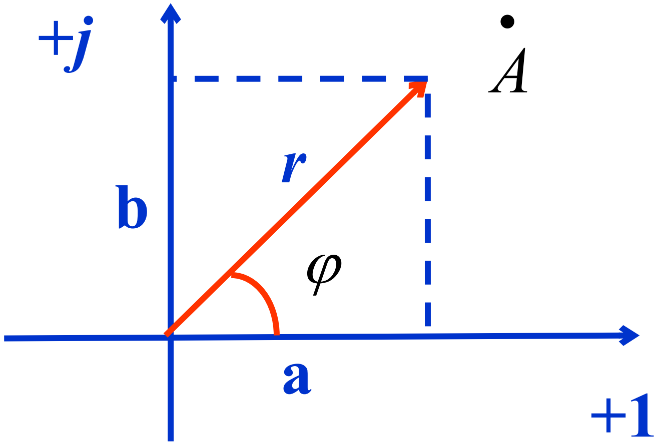
$= 36.9° + 60° = 96.9°$



$$i = \underline{10\sqrt{2}}\sin(314t + 96.9°)A$$

二、复数式表示法

直角坐标 ⟶ 复数坐标



横轴 ⟶ 实轴 ⟶ 表示复数的实部

纵轴 ⟶ 虚轴 ⟶ 表示复数的虚部

$$a = r\cos\varphi$$

$$b = r\sin\varphi$$

※ ① 复数的代数式 ⟶ $\dot{A} = a + jb$

② 复数的三角函数式 ⟶ $\dot{A} = r\cos\varphi + j\,r\sin\varphi$

欧拉公式：

$$\cos\varphi = \frac{e^{j\varphi} + e^{-j\varphi}}{2}$$

$$\sin\varphi = \frac{e^{j\varphi} - e^{-j\varphi}}{2j}$$

③ 复数的指数式 ⟶ $\dot{A} = re^{j\varphi}$

※ ④ 复数的极坐标式 ⟶ $\dot{A} = r\angle\varphi$

相量的加减运算常用代数形式；乘除运算常用极坐标形式；

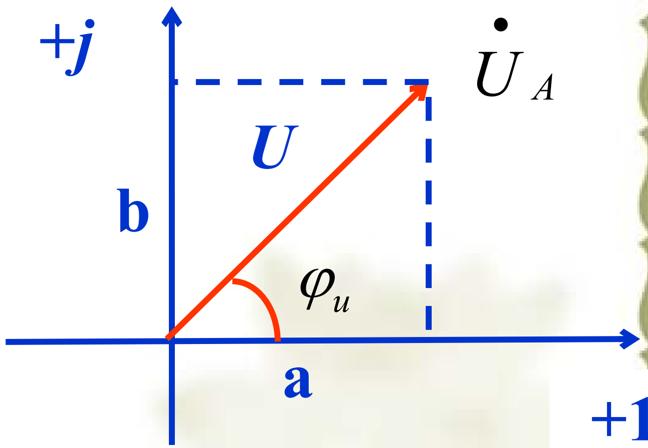
例题： $u_A = 220\sqrt{2}\sin(314t)\,V$ $u_B = 220\sqrt{2}\sin(314t - 120°)\,V$

要求：写出幅值相量和有效值相量的代数形式和极坐标形式

$$\dot{U}_{Am} = r\angle\varphi = 220\sqrt{2}\angle 0° = a + jb$$

$$= (220\sqrt{2}\cos 0°) + j(220\sqrt{2}\sin 0°)$$

$$= 220\sqrt{2}\ V$$



$$\dot{U}_A = r\angle\varphi = 220\angle 0° = a + jb$$

$$= (220\cos 0°) + j(220\sin 0°) = 220\ V$$

※ 结论：用复数表示正弦交流电量时，常用极坐标形式表示

$\dot{U}_m = U_m\angle\varphi_u$ $\dot{U} = U\angle\varphi_u$ 常使用有效值相量

相量的加减运算常用代数形式；乘除运算常用极坐标形式；

$$\dot{A}_1 = a_1 + jb_1 = r_1\angle\varphi_1$$

$$\dot{A}_2 = a_2 + jb_2 = r_2\angle\varphi_2$$

① $\dot{A} = \dot{A}_1 + \dot{A}_2$

$$= (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2)$$

② $\dot{A} = \dot{A}_1 - \dot{A}_2$

$$= (a_1 - a_2) + j(b_1 - b_2)$$

③ $\dot{A} = \dot{A}_1 \times \dot{A}_2$

$$= r_1 r_2 \angle(\varphi_1 + \varphi_2)$$

④ $\dot{A} = \dot{A}_1 \div \dot{A}_2$

$$= \frac{r_1}{r_2}\angle(\varphi_1 - \varphi_2)$$

[例 3-3] 已知 $A_1=10+j5$, $A_2=3+j4$. 求 $A_1 \cdot A_2$ 和 $\frac{A_1}{A_2}$

解：方法一

$$A_1 \cdot A_2 = (10 + j5)(3 + j4)$$
$$= (10 \times 3 - 5 \times 4) + j(10 \times 4 + 5 \times 3)$$
$$= 10 + j55$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{(10 + j5)}{((3 + j4)} = \frac{(10 + j5)(3 - j4)}{(3 + j4)(3 - j4)}$$

$$= \frac{50 - j25}{3^2 + 4^2} = 2 - j1$$

[例 3- 3] 已知 $A_1=10+j5$, $A_2=3+j4$. 求 $A_1 \cdot A_2$ 和 $\frac{A_1}{A_2}$

解：方法二

$$A_1 = 10 + j5 = 11.18\angle 26.57^0$$

$$A_2 = 3 + j4 = 5\angle 53.13^0$$

$$A_1 \cdot A_2 = (11.18\angle 26.57^0)(5\angle 53.13^0)$$

$$= (11.18\times 5)\angle(26.57^0 + 53.13^0)$$

$$= 55.90\angle 79.70^0$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{11.18\angle 26.57^0}{5\angle 53.13^0}$$

$$= \frac{11.18}{5}\angle\ (26.57^0 - 53.13^0)$$

$$= 2.236\angle -26.56^0$$

第 3 章　交流电路

3.1　正弦交流电的基本概念

3.2　正弦量的相量表示法

3.3　单一元件参数电路

3.4　简单的正弦交流电路分析

3.6　正弦交流电路的功率