第4章 队列

- ADT队列
- 用指针实现队列
- 用循环数组实现队列
- 队列的应用

4.1 ADT队列(Queue)

- 队列是另一种特殊的表，也是操作受限的线性表。
- 定义：限定只能在表的一端进行插入，在表的另一端进行删除的线性表。
  - 队尾(rear)——允许插入的一端
  - 队头(front)——允许删除的一端
- 特点：先进先出（FIFO）
- 例如：排队上车。

Bus Stop Queue

front rear

Bus Stop Queue

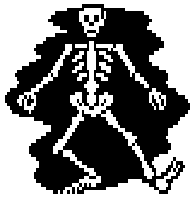
front

rear

Bus Stop Queue

front rear

Bus Stop Queue

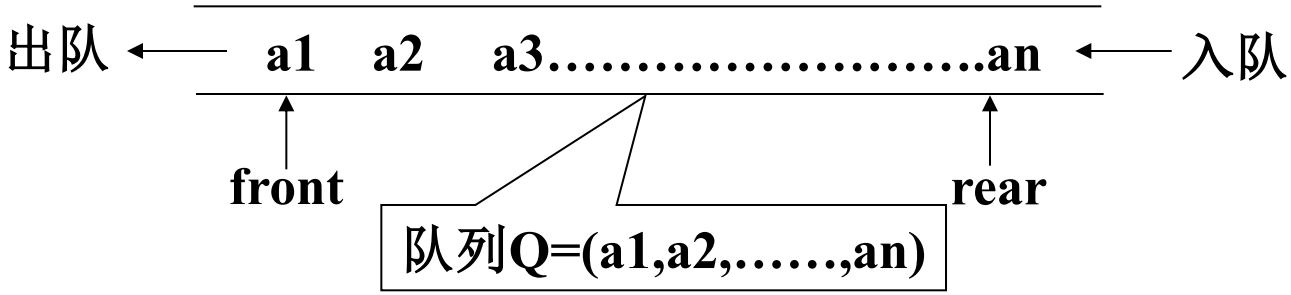


front

rear

- 队列的操作示例

假设队列Q=(a1，a2，…an)，则a1就是队首元素，an为队尾元素。队列中的元素按a1，a2，…an的次序进入，退出队列也只能按照这个次序依次退出。



- ADT队列上定义的常用的基本运算
  - QueueEmpty(Q): 测试队列Q是否为空
  - QueueFull(Q):测试队列Q是否已满
  - QueueFirst(Q): 返回队列Q的队首元素
  - QueueLast(Q): 返回队列Q的队尾元素
  - EnterQueue(x，Q):在队列Q的队尾插入元素x
  - DeleteQueue(Q):删除并返回队列Q的队首元素

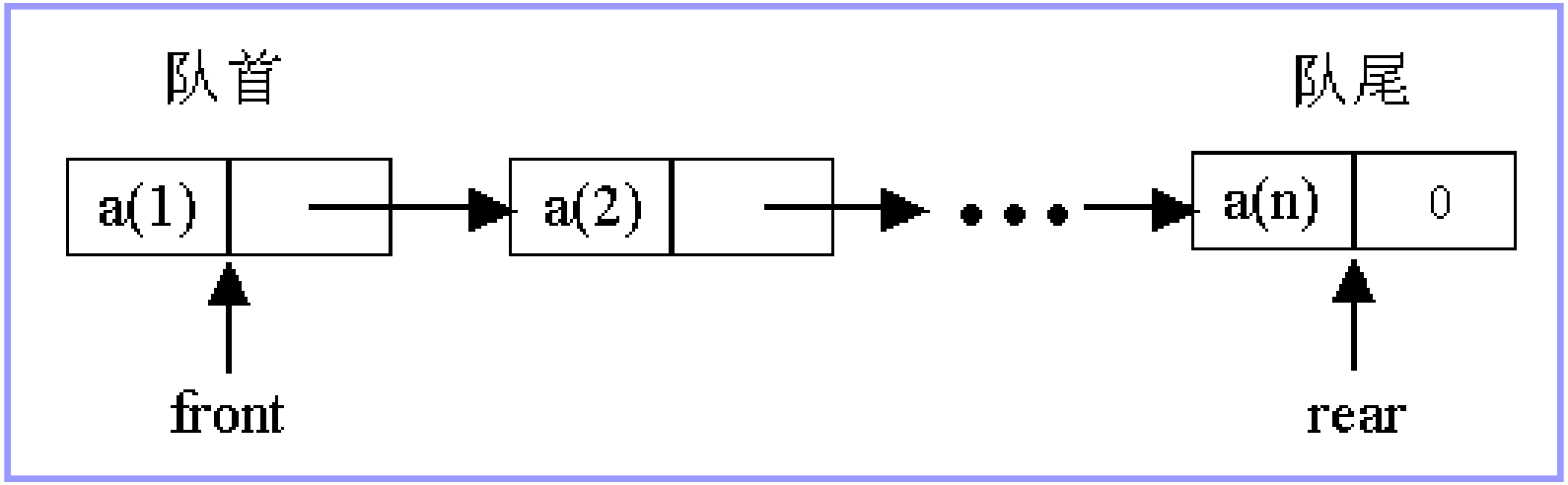
4.2 用指针实现队列

- 与栈的情形相同，任何一种实现表的方法都可以用于实现队列。用指针实现队列实际上得到一个单链表。
- 队列结点的类型与单链表结点类型相同。

```
typedef  struct  qnode  *qlink;
typedef  struct  qnode {
    QItem  element;
    qlink     next;
} QNode;
```

- 用指针实现的队列**Queue**定义如下：

```
typedef struct lque *Queue;
typedef struct lque
{
    qlink  front;     //队首结点指针
    qlink  rear;     //队尾结点指针
}Lqueue;
```



队列上的基本运算的实现

1、创建空队列

将队首指针**front**和队尾指针**rear**均置为空指针，创建一个空队列，实现方法如下：

```
Queue QueueInit ( )
{
    Queue Q=malloc(sizeof *Q);
    Q->front=Q->rear=0;
    return Q;
}
```

2、判断队列是否为空

检测**front**是否为空指针，实现方法如下：

```
int QueueEmpty (Queue Q)
{
   return Q->front==0;
}
```

3、判断队列是否已满

为队列Q试分配一个新结点，检测队列空间是否已满。

```
int QueueFull (Queue Q)
{
   return QMemFull( );
}
int QMemFull( )
{
   qlink p;
   if((p=malloc(sizeof(QNode)))==0    return 1;
   else  {  free(p);   return 0;}
}
```

4、返回队首结点中的元素

```
QItem QueueFirst (Queue Q)
{
   if(QueueEmpty(Q))    Error("Queue is empty");
   else    return Q->front->element;
}
```

5、返回队尾结点中的元素

```
QItem QueueLast (Queue Q)
{
  if(QueueEmpty(Q))    Error("Queue is empty");
  else    return Q->rear->element;
}
```

6、在队列Q的队尾插入元素x

先为元素x创建一个新结点，然后修改队列Q的队尾结点指针，在队尾插入新结点，使新结点成为新队尾结点。

```
void EnterQueue (QItem x, Queue Q)
{
   qlink p;
   p=NewQNode( );
   p->element=x;
   p->next=0;
   if(Q->front)      Q->rear->next=p;
   else  Q->front=p;
   Q->rear=p;
}
```

7、删除并返回队列Q的队首元素

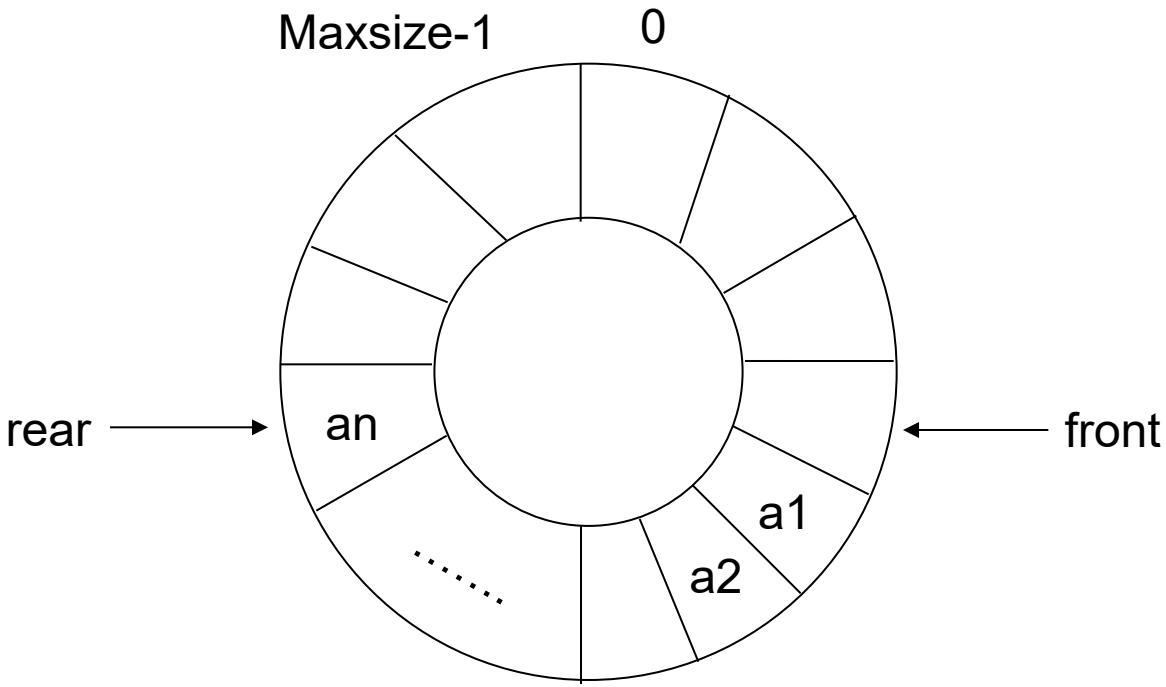
先将队首元素存于x中，然后修改队列Q的队首结点指针，使其指向队首结点的下一个结点，从而删除队首结点，最后返回x。

```
QItem DeleteQueue(Queue Q)
{
   qlink p;    QItem x;
   if(QueueEmpty(Q))    Error("Queue is empty");
   x=Q->front->element;
   p=Q->front;
   Q->front=Q->front->next;
   free(p);
   return x;
}
```

4.3 用循环数组实现队列

- 用数组也可以实现队列，但效果不理想。尽管可以用一个游标来指示队尾，使得**EnterQueue**运算在**O(1)**时间内完成，但在执行**DeleteQueue**时，为了删除队首元素，必须将数组中其他所有元素都前移一个位置，很浪费时间。
- 为提高运算效率，可采用另一种观点来处理数组中各单元的位置关系。

- 设想数组queue[0:maxsize-1]中的单元不是排成一行，而是围成一个首尾相接的圆环，即queue[0]接在queue[maxsize-1]的后面。这种意义下的数组称为循环数组。

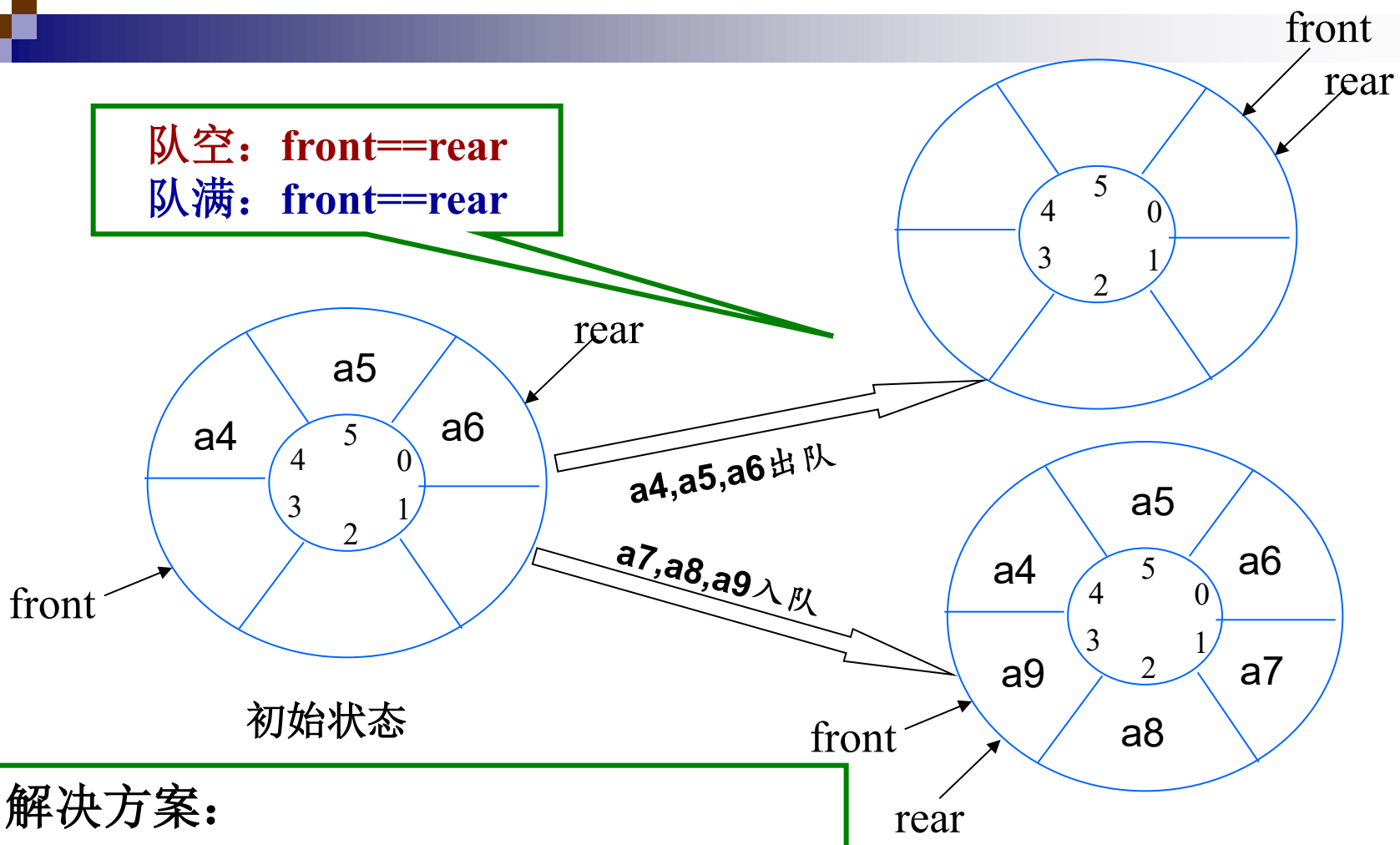


- 用循环数组实现队列
  - 将队列中从队首到队尾的元素按顺时针方向存放在循环数组的一段连续的单元中。
  - 实现：利用“模”运算
  - 入队：将队尾游标**rear**按顺时针方向移一位，并在此单元中存入新元素。

    rear=(rear+1)%Maxsize;　queue[rear]=x;
  - 出队：将队首游标**front**按顺时针方向移一位即可。

    front=(front+1)%Maxsize;　x=queue[front];
  - 队满、队空判定条件

队空：front==rear
队满：front==rear



解决方案：

1. 另外设一个布尔量区别队空、队满
2. 少用一个元素空间：(只用Maxsize-1空间）

队空：front==rear

队满：(rear+1)%Maxsize==front

- 用循环数组实现的队列**Queue**定义如下：

```
typedef struct aque *Queue;
typedef struct aque
{
    int maxsize;      //循环数组大小
    int front;        //队首游标
    int rear;         //队尾游标
    QItem  *queue;    //循环数组
}Aqueue;
```

用循环数组实现队列上的基本运算

1、创建空队列

为队列分配一个容量为**size**的循环数组，并将队首游标**front**和队尾游标**rear**均置为**0**，创建一个空队列。

```
Queue QueueInit (int size)
{
   Queue Q=malloc(sizeof *Q);
   Q->queue=malloc (size*sizeof(QItem));
   Q->maxsize=size;
   Q->front=Q->rear=0;
   return Q;
}
```

2、判断队列是否为空

通过检测队列Q的队首游标front与队尾游标rear是否重合来判断队列Q是否为空队列。

```
int QueueEmpty (Queue Q)
{
   return Q->front==Q->rear;
}
```

3、判断队列是否已满

通过在队列**Q**的队尾插入一个元素后队首游标**front**与队尾游标**rear**是否重合，来判断队列**Q**是否为满队列。

```
int QueueFull (Queue Q)
{
  return (((Q->rear+1) % Q->maxsize==Q->front)?1:0);
}
```

4、返回队列Q的队首元素

由于队首游标**front**指向队首元素的前一位置，所以队首元素在循环数组**queue**中的下标是**(front+1)%maxsize**。

```
QItem QueueFirst (Queue Q)
{
   if(QueueEmpty(Q))    Error("Queue is empty");
   else
      return Q->queue[(Q->front+1) % Q->maxsize];
}
```

5、返回队列Q的队尾元素

```
QItem QueueLast (Queue Q)
{
  if(QueueEmpty(Q))    Error("Queue is empty");
  else    return Q->queue[Q->rear];
}
```

6、在队列Q的队尾插入元素x

先计算出在循环的意义队列Q的队尾元素在循环数组queue中的下一个位置(rear+1)%maxsize，然后在该位置插入元素x。

```
void EnterQueue (QItem x, Queue Q)
{
   if(QueueFull(Q))    Error("Queue is Full");
   Q->rear=(Q->rear+1) % Q->maxsize;
   Q->queue[Q->rear]=x;
}
```

7、删除并返回队列Q的队首元素

先将队首游标**front**修改为在循环意义下队首元素在循环数组**queue**中的下一个位置**(front+1)%maxsize**，然后返回该位置处的元素。

```
QItem DeleteQueue(Queue Q)
{
   if(QueueEmpty(Q))    Error("Queue is empty");
   Q->front=(Q->front+1) % Q->maxsize;
   return Q->queue[Q->front];
}
```

4.4 队列的应用举例

例1 模拟打印机缓冲区

在主机将数据输出到打印机时，会出现主机速度与打印机的打印速度不匹配的问题。这时主机就要停下来等待打印机。显然，这样会降低主机的使用效率。为此人们设想了一种办法：为打印机设置一个打印数据缓冲区，当主机需要打印数据时，先将数据依次写入这个缓冲区，写满后主机转去做其他的事情，而打印机就从缓冲区中按照先进先出的原则依次读取数据并打印，这样做即保证了打印数据的正确性，又提高了主机的使用效率。由此可见，打印机缓冲区实际上就是一个队列结构。

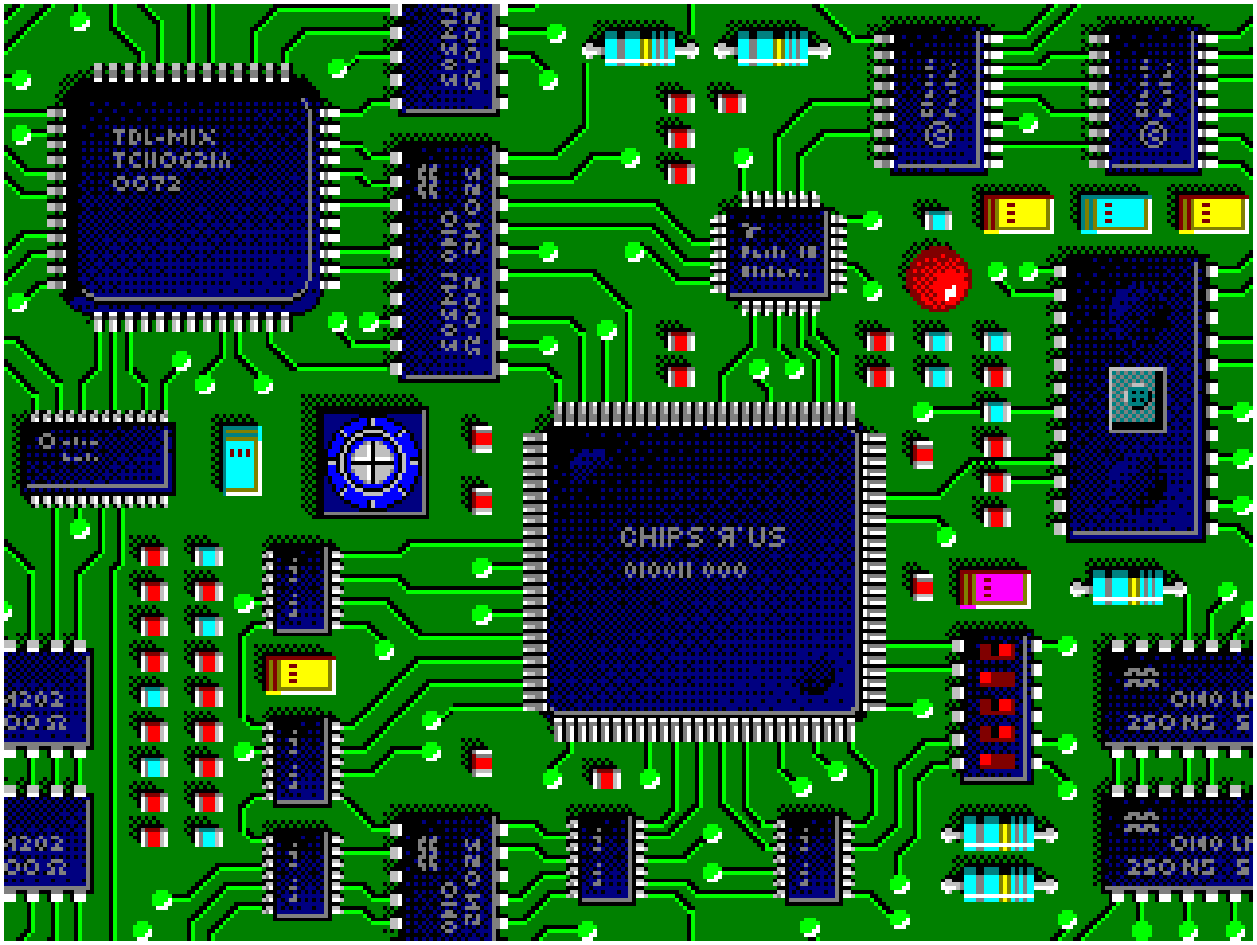
4.4 队列的应用举例

例2 CPU分时系统

在一个带有多个终端的计算机系统中，同时有多个用户需要使用CPU运行各自的应用程序，它们分别通过各自的终端向操作系统提出使用CPU的请求，操作系统通常按照每个请求在时间上的先后顺序，将它们排成一个队列，每次把CPU分配给当前队首的请求用户，即将该用户的应用程序投入运行，当该程序运行完毕或用完规定的时间片后，操作系统再将CPU分配给新的队首请求用户，这样即可以满足每个用户的请求，又可以使CPU正常工作。

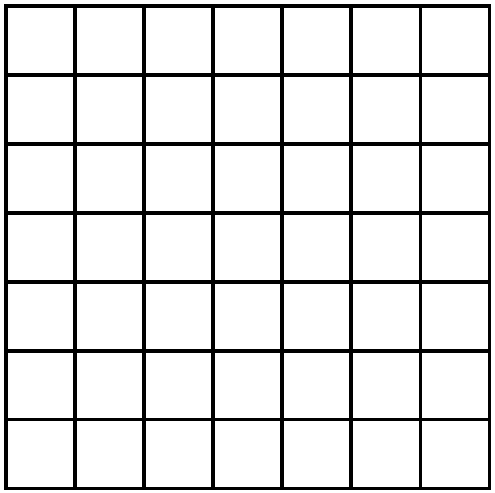
4.4 队列的应用举例

例3 最优电路布线问题

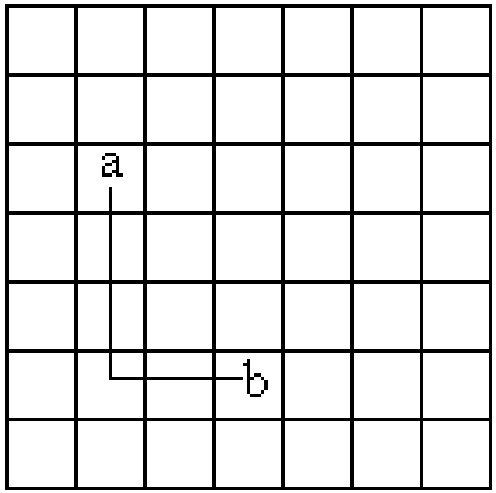


最优电路布线

- 采用广度优先的搜索方式，即采用由近及远的方式
- 用一个队列来存储待进一步搜索的方格
- 可以保证第1次找到的可布线路径是最短的可布线路径



(a) 布线区域

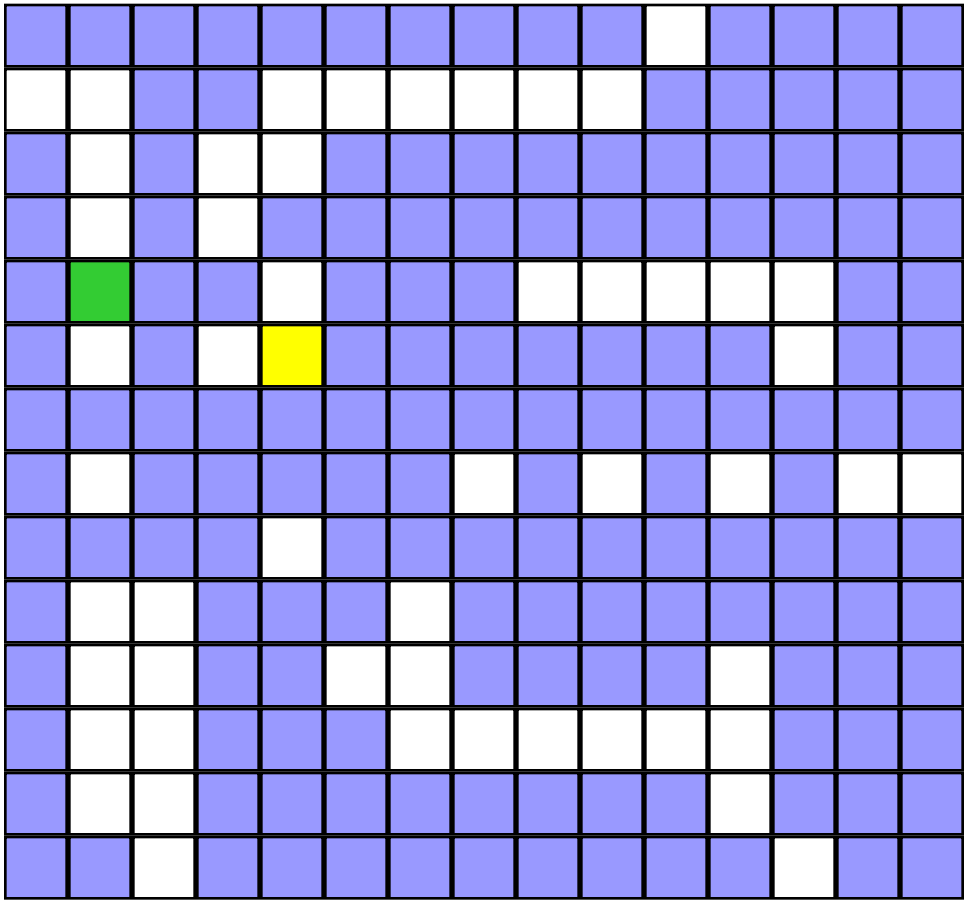


(b) 沿直线或直角布线

电路布线问题

a:start pin

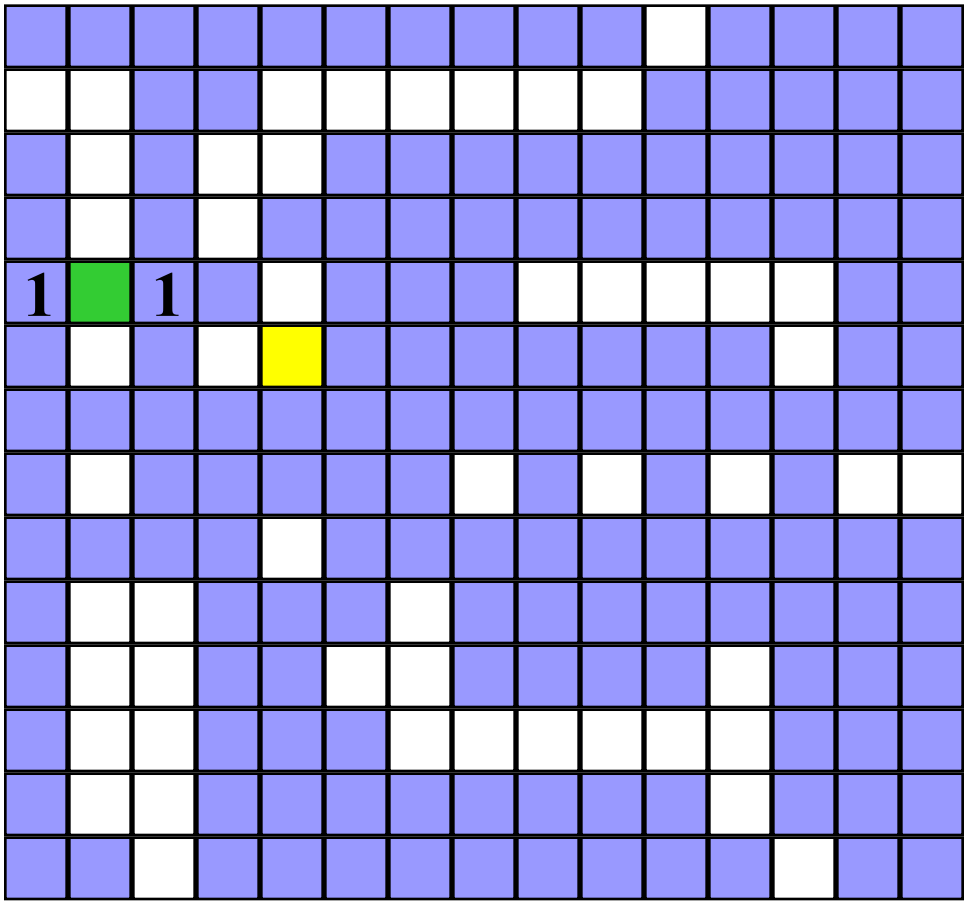
b:end pin



与起始方格a相邻并且可达的方格成为待考察方格被加入到待考察方格队列中，并且将这些方格标记为1，即从起始方格到这些方格的距离为1。

a:start pin

b:end pin



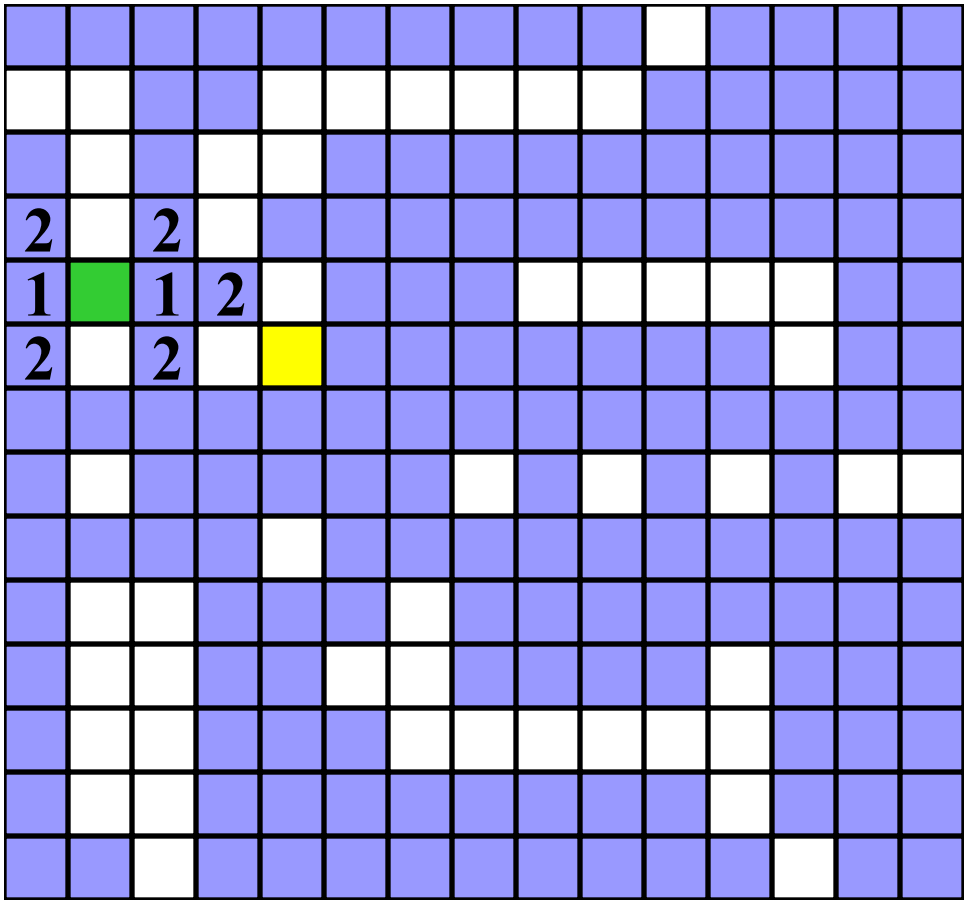
从待考察方格队列中取出队首结点作为下一个考察方格，并将与当前考察方格相邻且未标记过的方格标记为2，并存入待考察方格队列。

这个过程一直继续到算法搜索到目标方格或待考察队列为空时为止。

电路布线问题

start pin

end pin

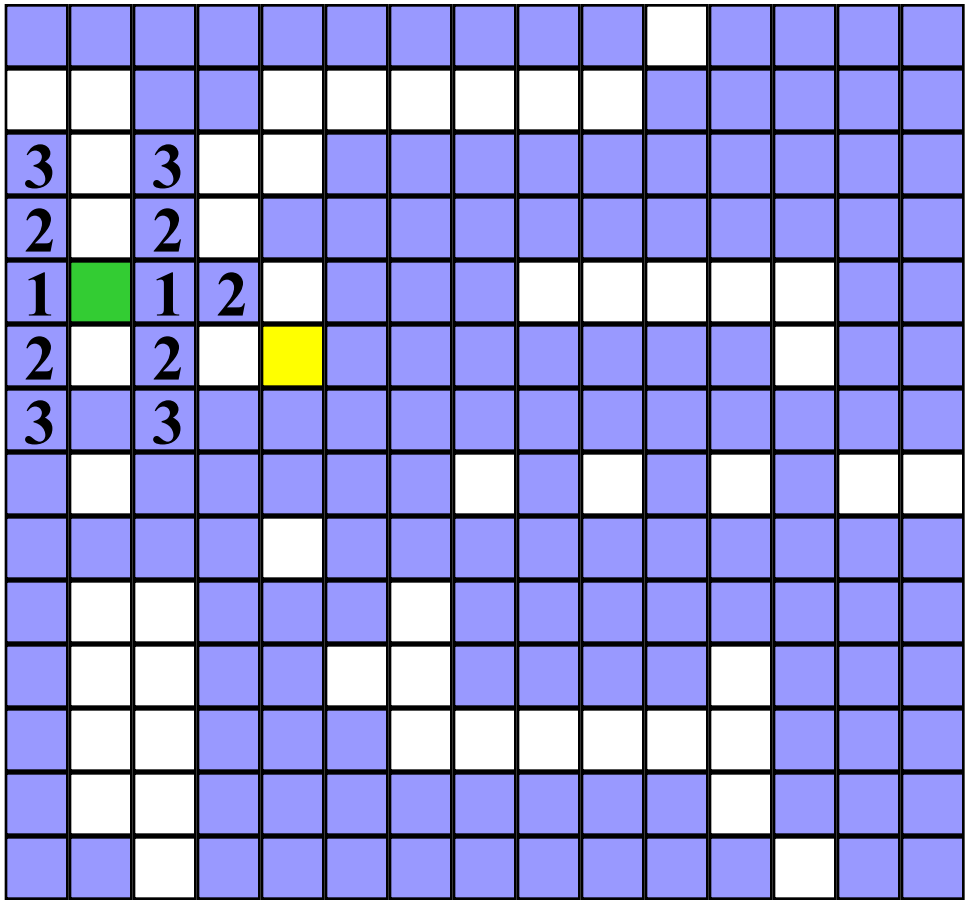


Label all reachable unlabeled squares 3 units from start.

电路布线问题

start pin

end pin

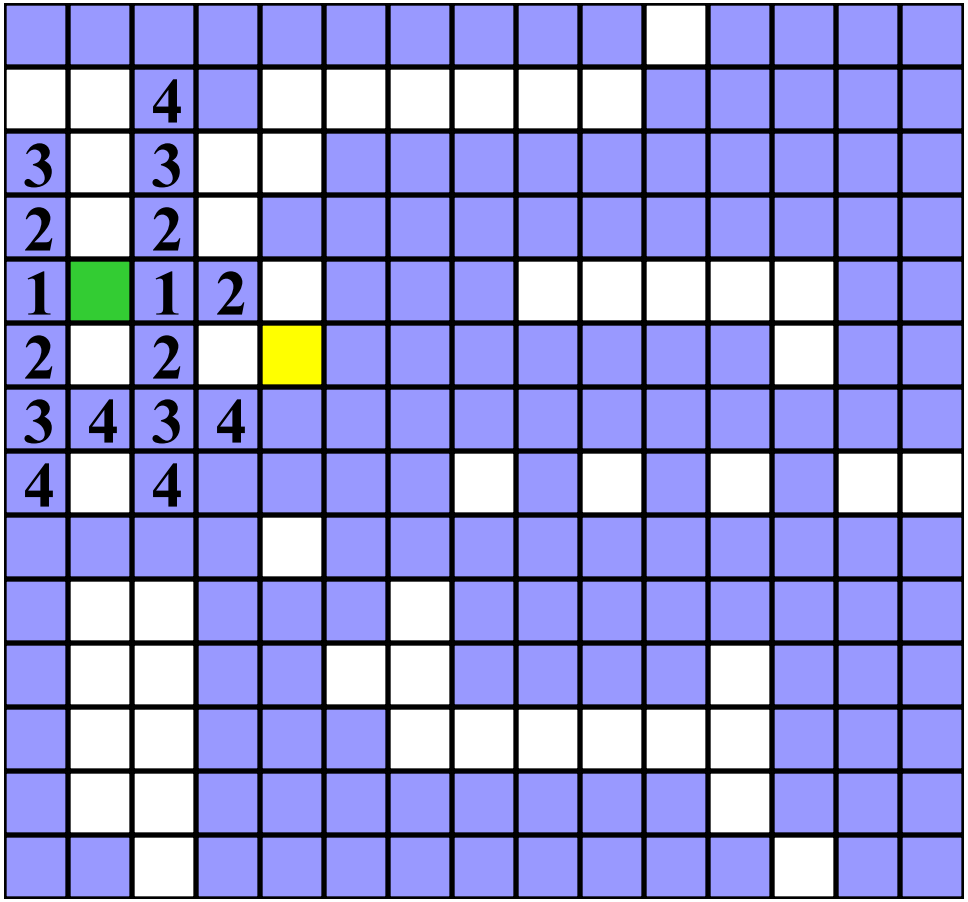


Label all reachable unlabeled squares 4 units from start.

电路布线问题

start pin

end pin

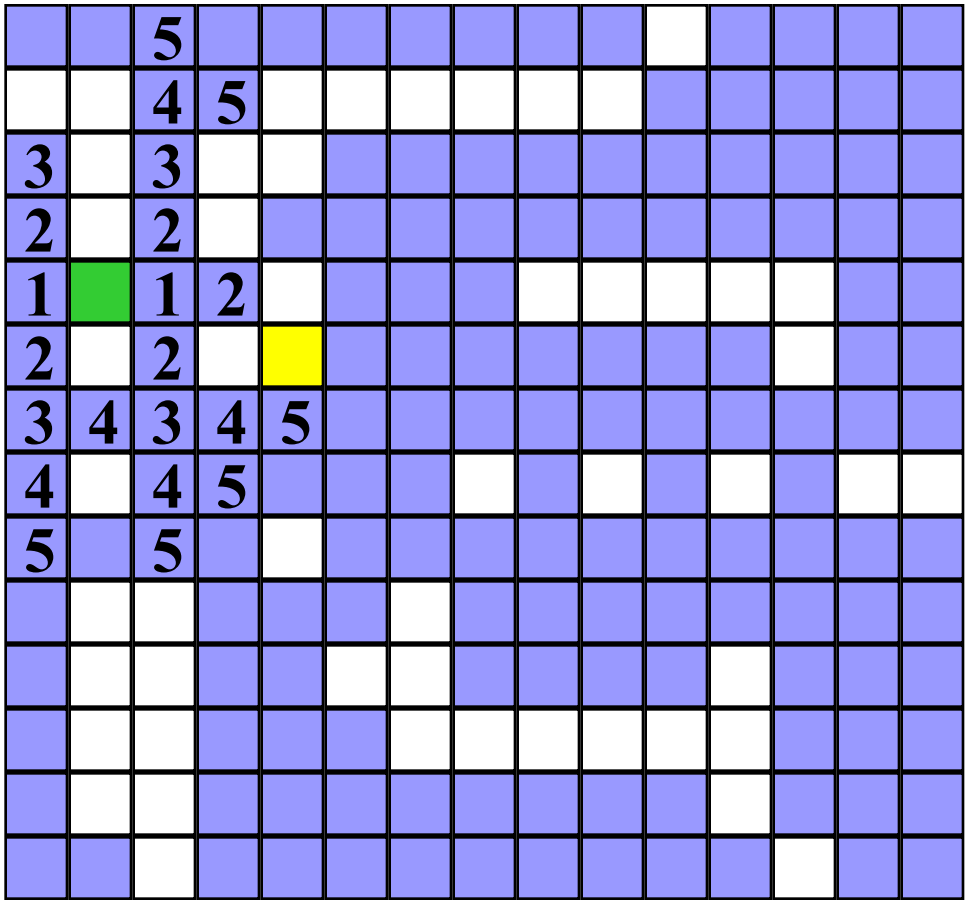


Label all reachable unlabeled squares 5 units from start.

电路布线问题

start pin

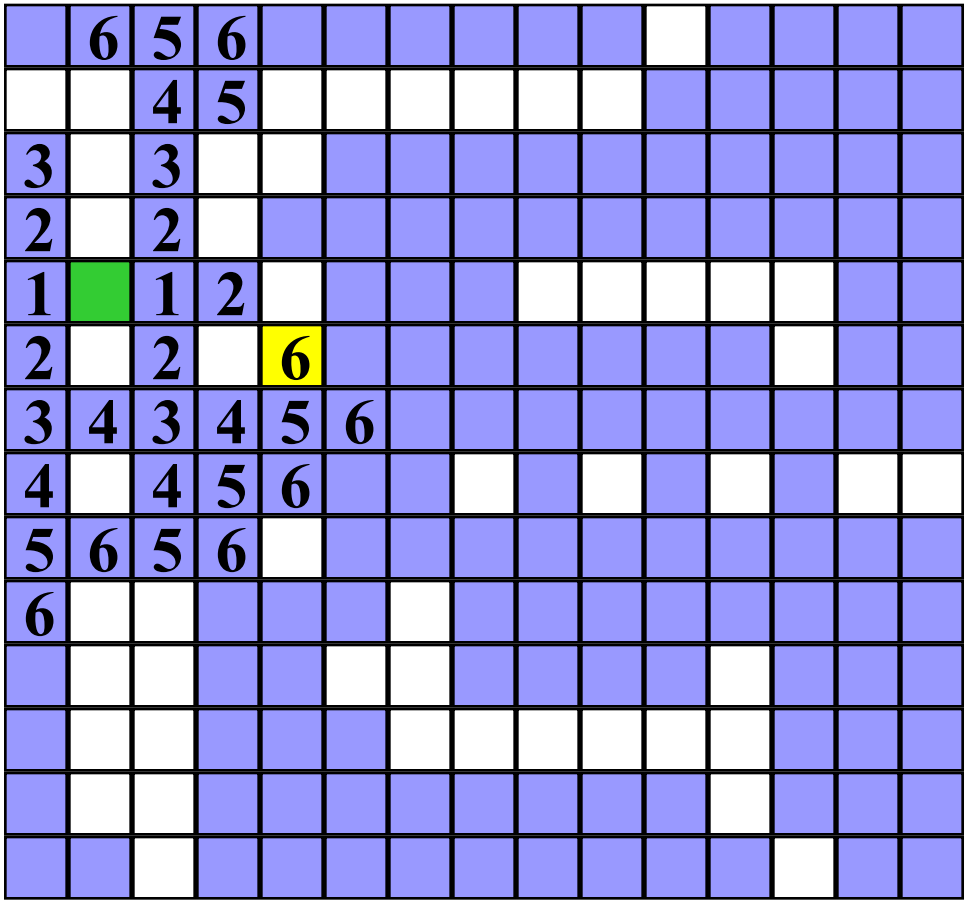
end pin



Label all reachable unlabeled squares 6 units from start.

start pin

end pin

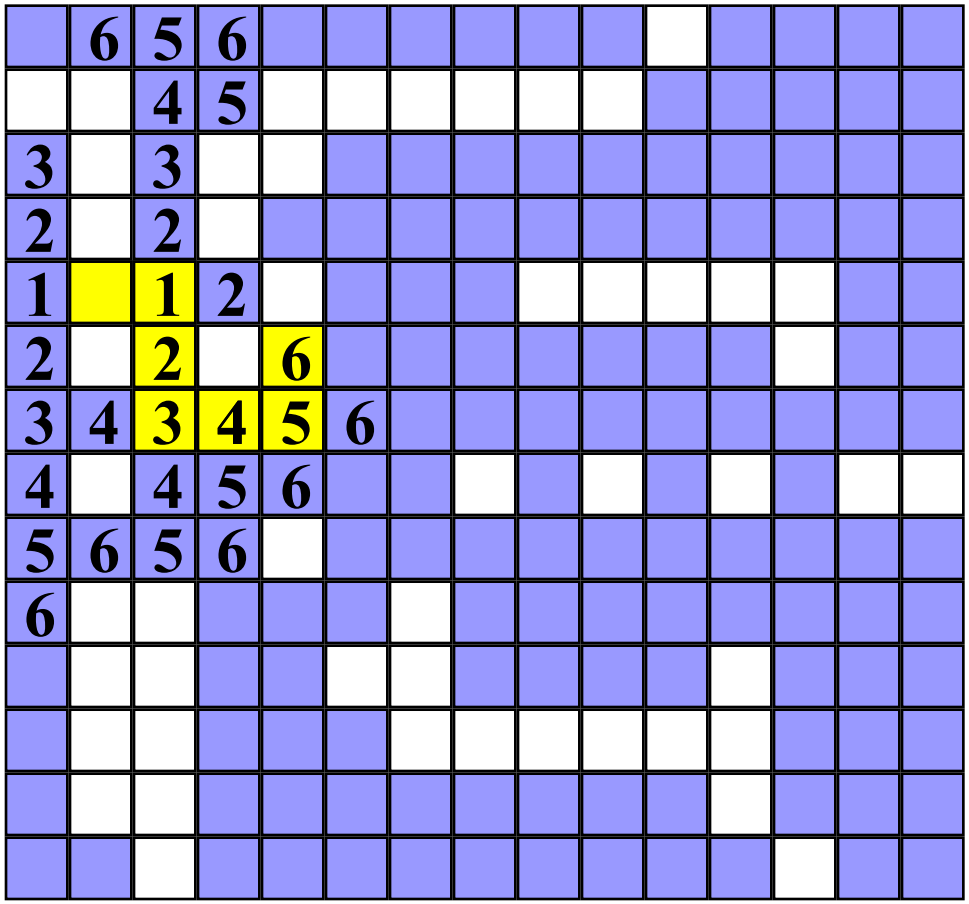


到达目标方格。

要构造出与最短距离相应的最短路径，可以从目标方格开始向起始方格方向回溯，逐步构造出最优解。

start pin

end pin



构造与最短距离相应的最短路径：每次向标记的距离比当前方格标记距离少1的相邻方格移动，直至到达起始方格时为止。

- 例4 划分子集问题

问题描述：已知集合A={a1,a2,……an}，及集合上的关系R={ (ai,aj) | ai,aj∈A, i≠j}，其中(ai,aj)表示ai与aj间存在冲突关系。要求将A划分成互不相交的子集A1,A2,……Ak,(k≦n)，使任何子集中的元素均无冲突关系，同时要求分子集个数尽可能少。

例 A={1,2,3,4,5,6,7,8,9}

R={ (2,8), (9,4), (2,9), (2,1), (2,5), (6,2), (5,9),
(5,6), (5,4), (7,5), (7,6), (3,7), (6,3) }

可行的子集划分为：

A1={ 1,3,4,8 }

A2={ 2,7 }

A3={ 5 }

A4={ 6,9 }

- 算法思想：利用循环筛选。从第一个元素开始，凡与第一个元素无冲突的元素划归一组；再将剩下的元素重新找出互不冲突的划归第二组；直到所有元素进组。
- 所用数据结构
  - 冲突关系矩阵
    - **r[i][j]=1，i,j有冲突**
    - **r[i][j]=0，i,j无冲突**
  - 循环队列**cq[n]**
  - 数组**result[n]**存放每个元素分组号
  - 工作数组**newr[n]**

- 工作过程
  - 初始状态：A中元素放于cq中，result和newr数组清零，组号group=1
  - 第一个元素出队，将r矩阵中第一行“1”拷入newr中对应位置，这样，凡与第一个元素有冲突的元素在newr中对应位置处均为“1”,下一个元素出队
    - 若其在newr中对应位置为“1”，有冲突，重新插入cq队尾，参加下一次分组
    - 若其在newr中对应位置为“0”,无冲突，可划归本组；再将r矩阵中该元素对应行中的“1”拷入newr中
  - 如此反复，直到9个元素依次出队，由newr中为“0”的单元对应的元素构成第1组,将组号group值“1”写入result对应单元中
  - 令group=2,newr清零，对cq中元素重复上述操作，直到cq中front==rear,即队空，运算结束

- 算法描述

R={ (2,8), (9,4), (2,9), (2,1), (2,5), (6,2), (5,9),
(5,6), (5,4), (7,5), (7,6), (3,7), (6,3) }

$$R=\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&1&1&0&1&1\\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&1\\ 0&1&0&1&0&1&1&0&1\\ 0&1&1&0&1&0&1&0&0\\ 0&0&1&0&1&1&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&1&1&0&0&0&0 \end{pmatrix}$$

初始

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
cq	1	2	3	4	5	6	7	8	9

f r

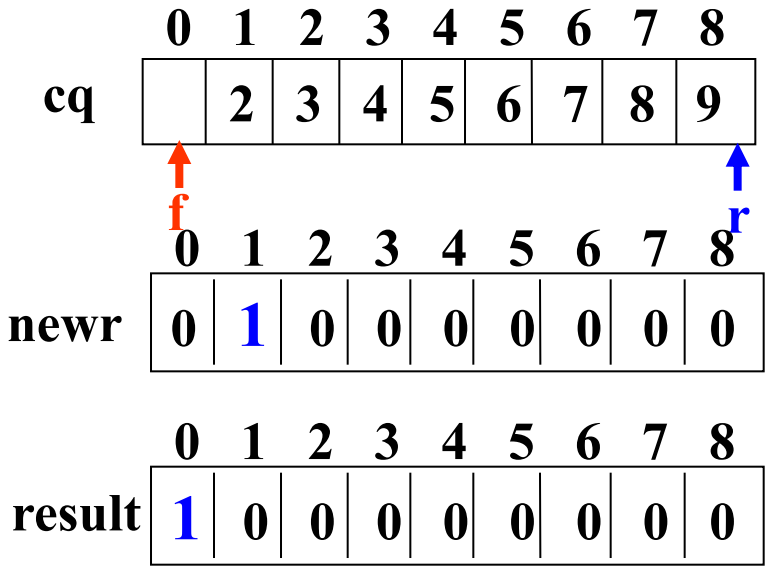
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
newr	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
result	0	0	0	0	0	0	0	0	0

算法描述

R={ (2,8), (9,4), (2,9), (2,1), (2,5), (6,2), (5,9),
(5,6), (5,4), (7,5), (7,6), (3,7), (6,3) }

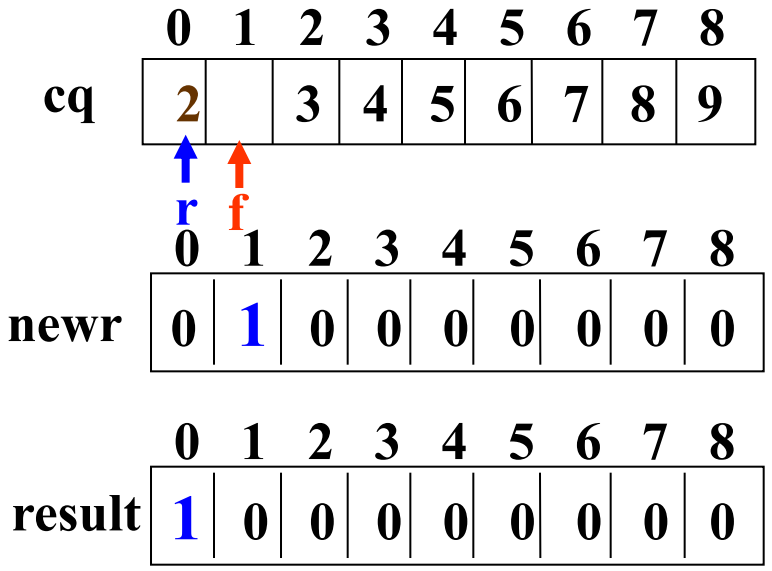
$$R=\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&1&1&0&1&1\\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&1\\ 0&1&0&1&0&1&1&0&1\\ 0&1&1&0&1&0&1&0&0\\ 0&0&1&0&1&1&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&1&1&0&0&0&0 \end{pmatrix}$$



算法描述

R={ (2,8), (9,4), (2,9), (2,1), (2,5), (6,2), (5,9),
(5,6), (5,4), (7,5), (7,6), (3,7), (6,3) }

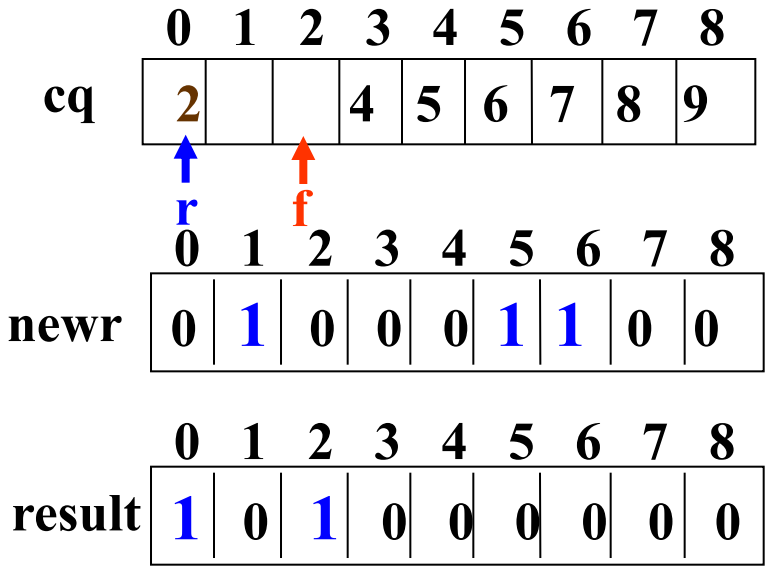
$$R=\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&1&1&0&1&1\\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&1\\ 0&1&0&1&0&1&1&0&1\\ 0&1&1&0&1&0&1&0&0\\ 0&0&1&0&1&1&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&1&1&0&0&0&0 \end{pmatrix}$$



算法描述

R={ (2,8), (9,4), (2,9), (2,1), (2,5), (6,2), (5,9),
(5,6), (5,4), (7,5), (7,6), (3,7), (6,3) }

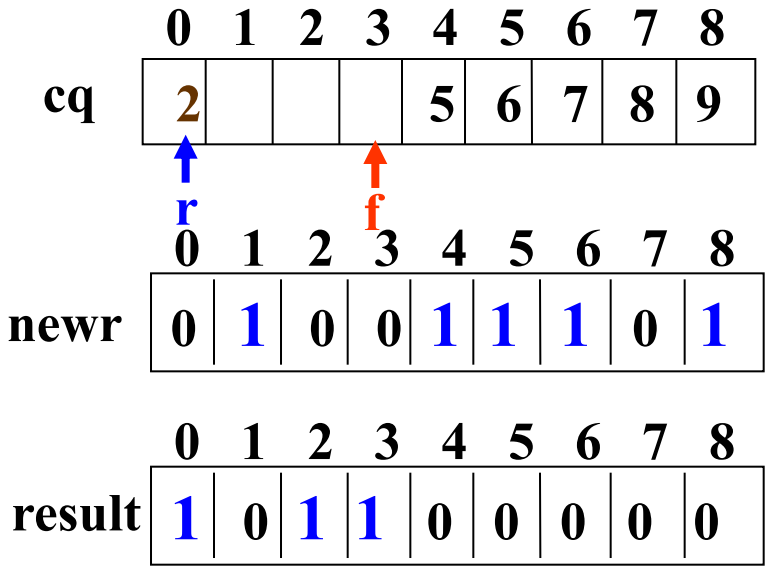
$$R=\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&1&1&0&1&1\\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&1\\ 0&1&0&1&0&1&1&0&1\\ 0&1&1&0&1&0&1&0&0\\ 0&0&1&0&1&1&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&1&1&0&0&0&0 \end{pmatrix}$$



算法描述

R={ (2,8), (9,4), (2,9), (2,1), (2,5), (6,2), (5,9),
(5,6), (5,4), (7,5), (7,6), (3,7), (6,3) }

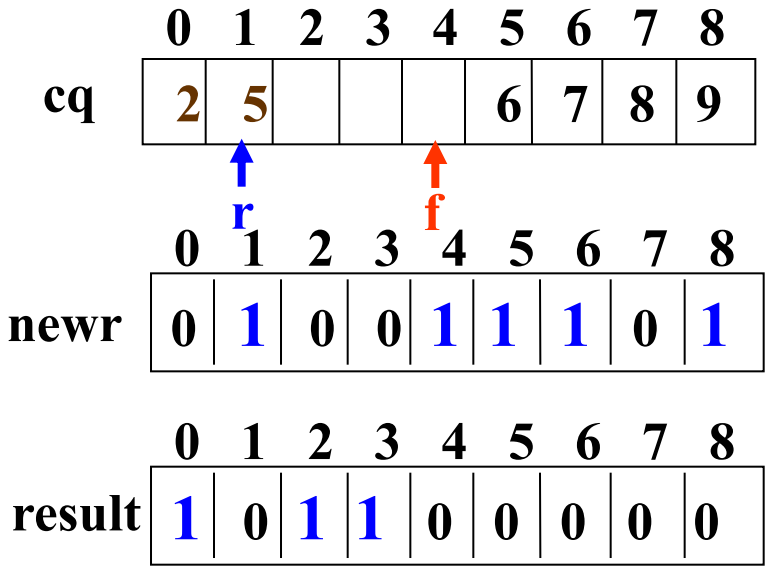
$$R=\begin{pmatrix}
0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&1&0&1&1\\
0&0&0&0&0&1&1&0&0\\
0&0&0&0&1&0&0&0&1\\
0&1&0&1&0&1&1&0&1\\
0&1&1&0&1&0&1&0&0\\
0&0&1&0&1&1&0&0&0\\
0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&1&1&0&0&0&0
\end{pmatrix}$$



算法描述

R={ (2,8), (9,4), (2,9), (2,1), (2,5), (6,2), (5,9),
(5,6), (5,4), (7,5), (7,6), (3,7), (6,3) }

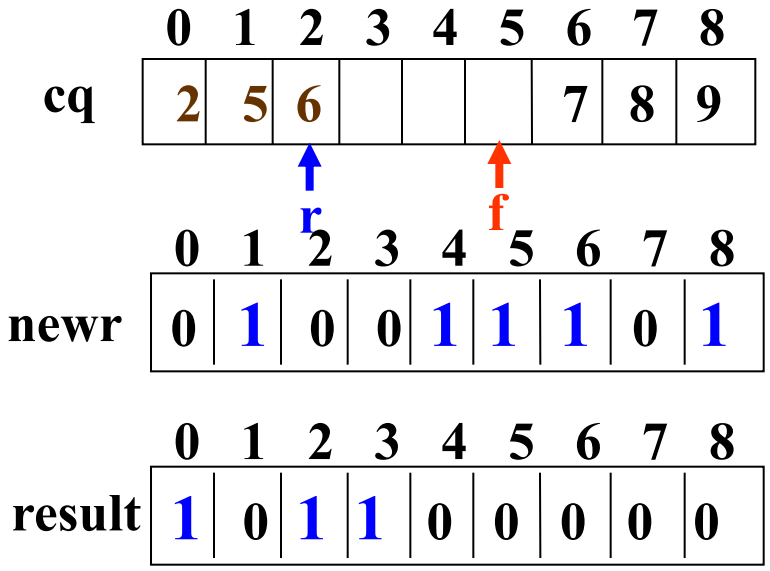
$$R=\begin{pmatrix}
0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&1&0&1&1\\
0&0&0&0&0&1&1&0&0\\
0&0&0&0&1&0&0&0&1\\
0&1&0&1&0&1&1&0&1\\
0&1&1&0&1&0&1&0&0\\
0&0&1&0&1&1&0&0&0\\
0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&1&1&0&0&0&0
\end{pmatrix}$$



算法描述

R={ (2,8), (9,4), (2,9), (2,1), (2,5), (6,2), (5,9),
(5,6), (5,4), (7,5), (7,6), (3,7), (6,3) }

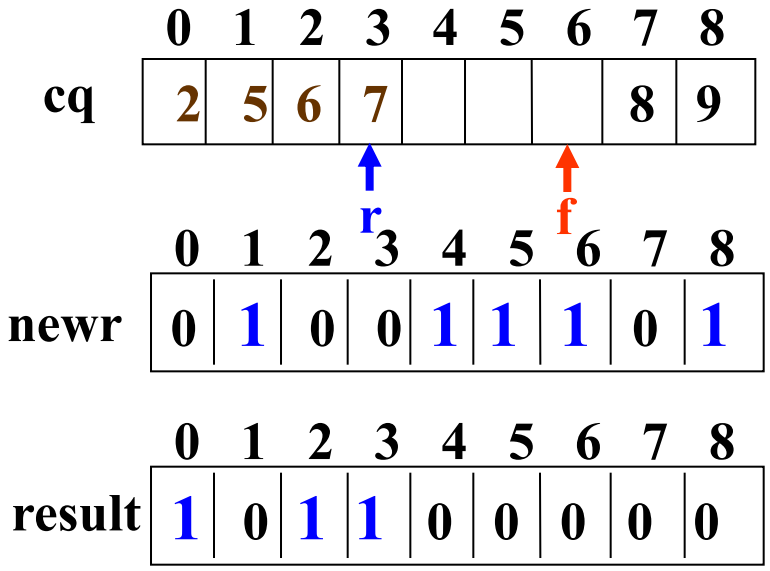
$$R=\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&1&1&0&1&1\\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&1\\ 0&1&0&1&0&1&1&0&1\\ 0&1&1&0&1&0&1&0&0\\ 0&0&1&0&1&1&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&1&1&0&0&0&0 \end{pmatrix}$$



算法描述

R={ (2,8), (9,4), (2,9), (2,1), (2,5), (6,2), (5,9),
(5,6), (5,4), (7,5), (7,6), (3,7), (6,3) }

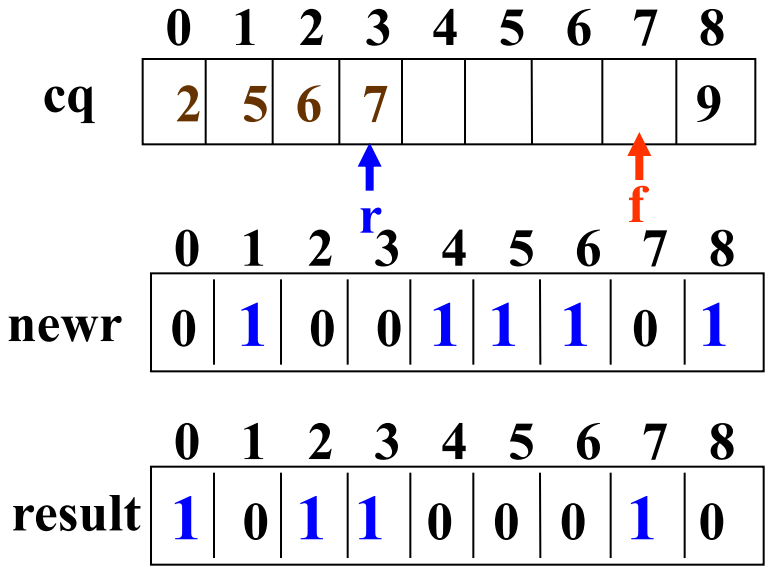
$$R=\begin{pmatrix}0&1&0&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&1&1&0&1&1\\0&0&0&0&0&1&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&1\\0&1&0&1&0&1&1&0&1\\0&1&1&0&1&0&1&0&0\\0&0&1&0&1&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&1&1&0&0&0&0\end{pmatrix}$$



算法描述

R={ (2,8), (9,4), (2,9), (2,1), (2,5), (6,2), (5,9),
(5,6), (5,4), (7,5), (7,6), (3,7), (6,3) }

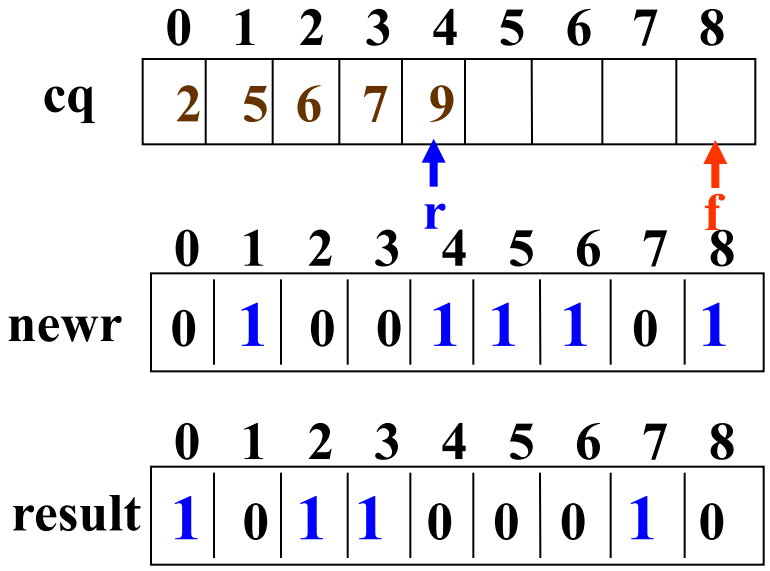
$$R=\begin{pmatrix}0&1&0&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&1&1&0&1&1\\0&0&0&0&0&1&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&1\\0&1&0&1&0&1&1&0&1\\0&1&1&0&1&0&1&0&0\\0&0&1&0&1&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&1&1&0&0&0&0\end{pmatrix}$$



- 算法描述

R={ (2,8), (9,4), (2,9), (2,1), (2,5), (6,2), (5,9),
(5,6), (5,4), (7,5), (7,6), (3,7), (6,3) }

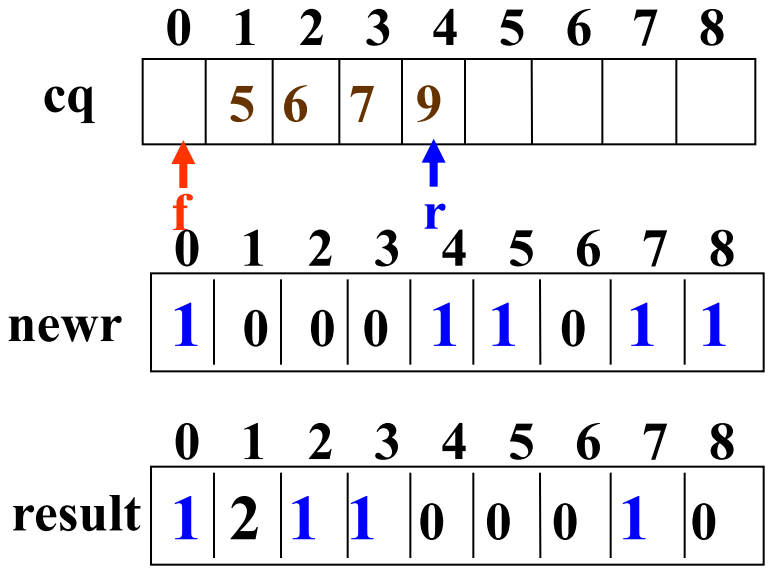
$$R=\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&1&1&0&1&1\\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&1\\ 0&1&0&1&0&1&1&0&1\\ 0&1&1&0&1&0&1&0&0\\ 0&0&1&0&1&1&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&1&1&0&0&0&0 \end{pmatrix}$$



算法描述

R={ (2,8), (9,4), (2,9), (2,1), (2,5), (6,2), (5,9),
(5,6), (5,4), (7,5), (7,6), (3,7), (6,3) }

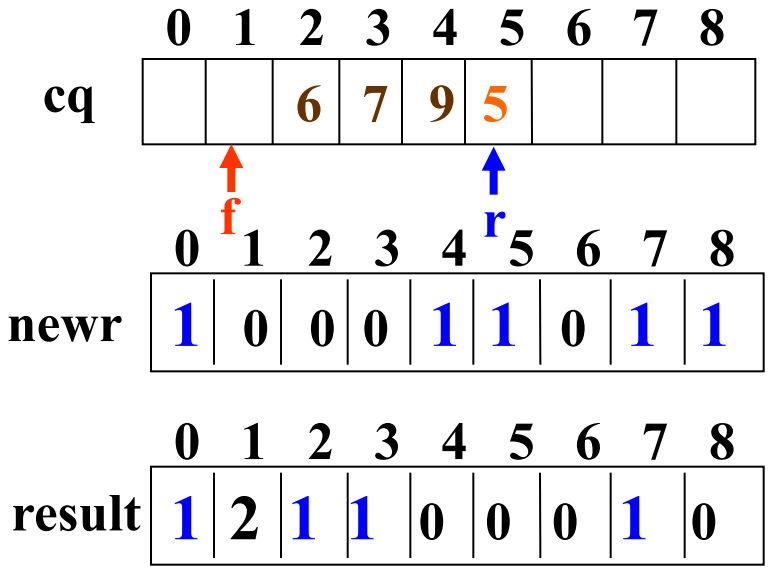
$$R=\begin{pmatrix}
0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&1&0&1&1\\
0&0&0&0&0&1&1&0&0\\
0&0&0&0&1&0&0&0&1\\
0&1&0&1&0&1&1&0&1\\
0&1&1&0&1&0&1&0&0\\
0&0&1&0&1&1&0&0&0\\
0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&1&1&0&0&0&0
\end{pmatrix}$$



算法描述

R={ (2,8), (9,4), (2,9), (2,1), (2,5), (6,2), (5,9),
(5,6), (5,4), (7,5), (7,6), (3,7), (6,3) }

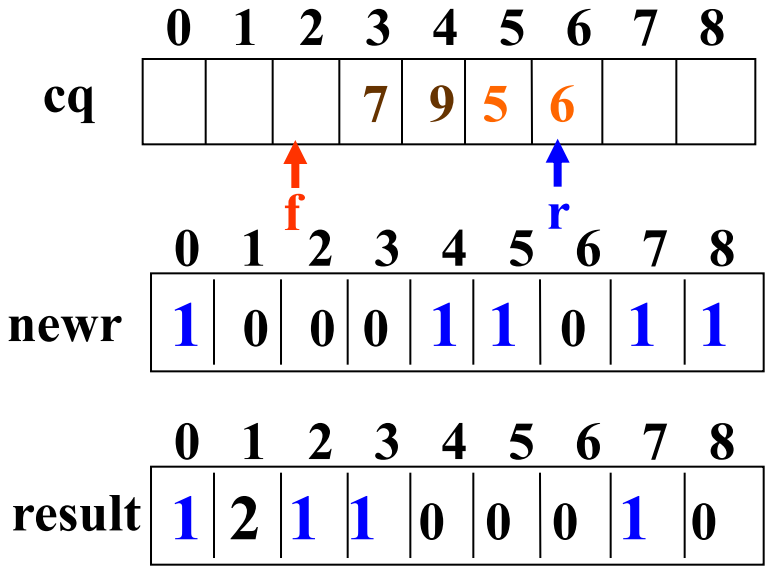
$$R=\begin{pmatrix}
0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&1&0&1&1\\
0&0&0&0&0&1&1&0&0\\
0&0&0&0&1&0&0&0&1\\
0&1&0&1&0&1&1&0&1\\
0&1&1&0&1&0&1&0&0\\
0&0&1&0&1&1&0&0&0\\
0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&1&1&0&0&0&0
\end{pmatrix}$$



算法描述

R={ (2,8), (9,4), (2,9), (2,1), (2,5), (6,2), (5,9),
(5,6), (5,4), (7,5), (7,6), (3,7), (6,3) }

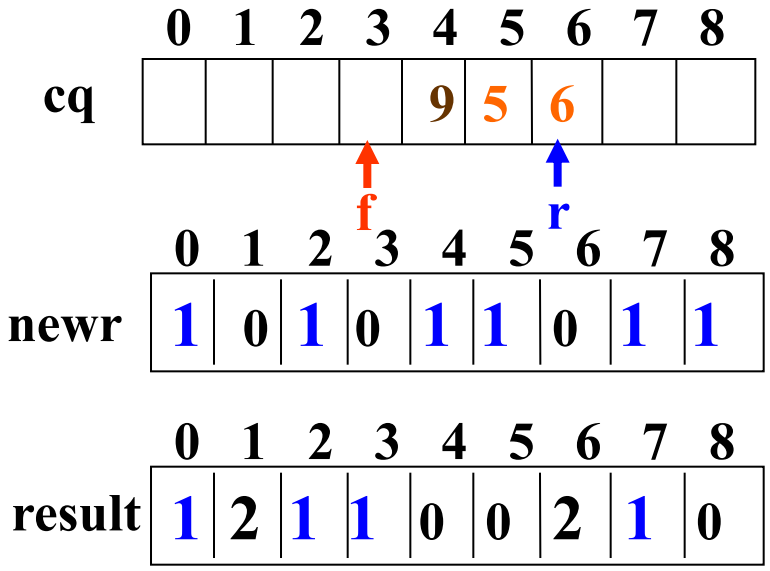
$$R=\begin{pmatrix}
0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&1&0&1&1\\
0&0&0&0&0&1&1&0&0\\
0&0&0&0&1&0&0&0&1\\
0&1&0&1&0&1&1&0&1\\
0&1&1&0&1&0&1&0&0\\
0&0&1&0&1&1&0&0&0\\
0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&1&1&0&0&0&0
\end{pmatrix}$$



- 算法描述

R={ (2,8), (9,4), (2,9), (2,1), (2,5), (6,2), (5,9),
(5,6), (5,4), (7,5), (7,6), (3,7), (6,3) }

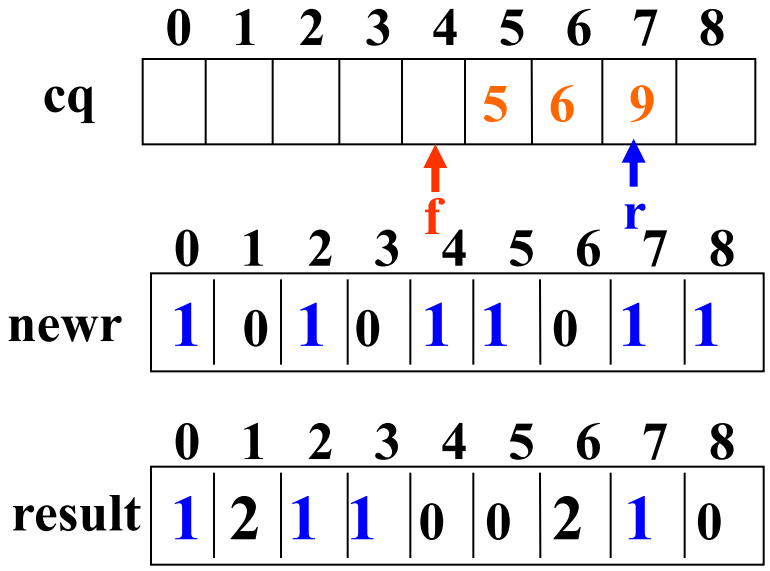
$$R=\begin{pmatrix}
0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&1&1&0&1&1\\
0&0&0&0&0&1&1&0&0\\
0&0&0&0&1&0&0&0&1\\
0&1&0&1&0&1&1&0&1\\
0&1&1&0&1&0&1&0&0\\
0&0&1&0&1&1&0&0&0\\
0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&1&1&0&0&0&0
\end{pmatrix}$$



算法描述

R={ (2,8), (9,4), (2,9), (2,1), (2,5), (6,2), (5,9),
(5,6), (5,4), (7,5), (7,6), (3,7), (6,3) }

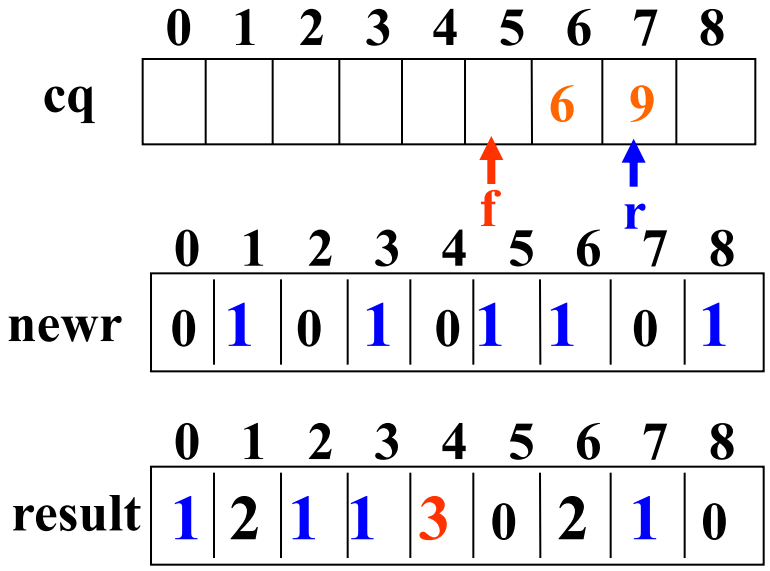
$$R=\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&1&1&0&1&1\\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&1\\ 0&1&0&1&0&1&1&0&1\\ 0&1&1&0&1&0&1&0&0\\ 0&0&1&0&1&1&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&1&1&0&0&0&0 \end{pmatrix}$$



算法描述

R={ (2,8), (9,4), (2,9), (2,1), (2,5), (6,2), (5,9),
(5,6), (5,4), (7,5), (7,6), (3,7), (6,3) }

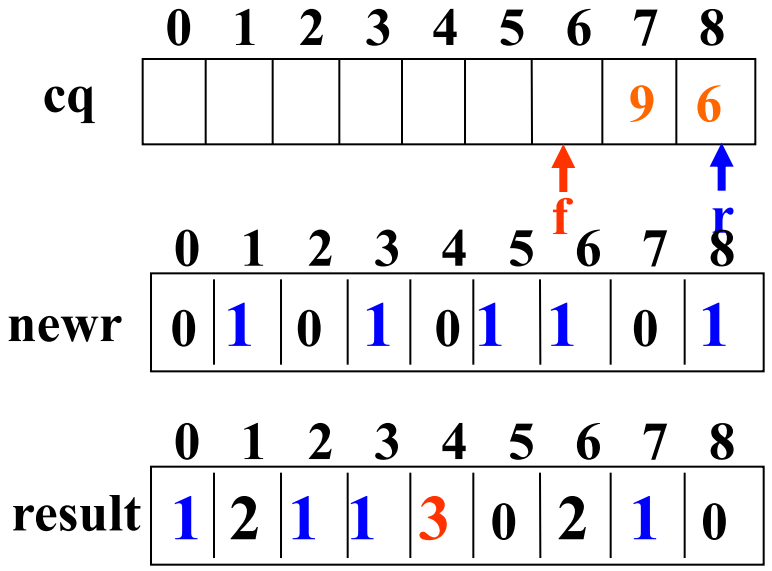
$$R=\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&1&1&0&1&1\\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&1\\ 0&1&0&1&0&1&1&0&1\\ 0&1&1&0&1&0&1&0&0\\ 0&0&1&0&1&1&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&1&1&0&0&0&0 \end{pmatrix}$$



算法描述

R={ (2,8), (9,4), (2,9), (2,1), (2,5), (6,2), (5,9),
(5,6), (5,4), (7,5), (7,6), (3,7), (6,3) }

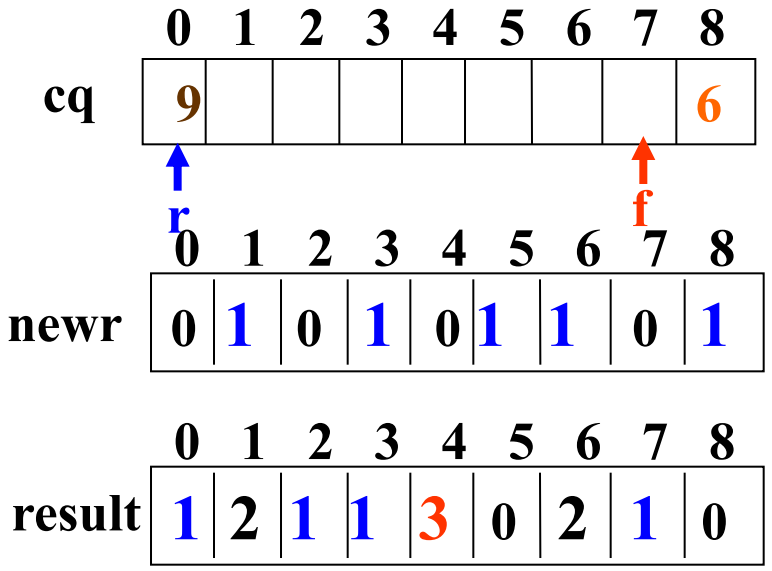
$$R=\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&1&1&0&1&1\\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&1\\ 0&1&0&1&0&1&1&0&1\\ 0&1&1&0&1&0&1&0&0\\ 0&0&1&0&1&1&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&1&1&0&0&0&0 \end{pmatrix}$$



算法描述

R={ (2,8), (9,4), (2,9), (2,1), (2,5), (6,2), (5,9),
(5,6), (5,4), (7,5), (7,6), (3,7), (6,3) }

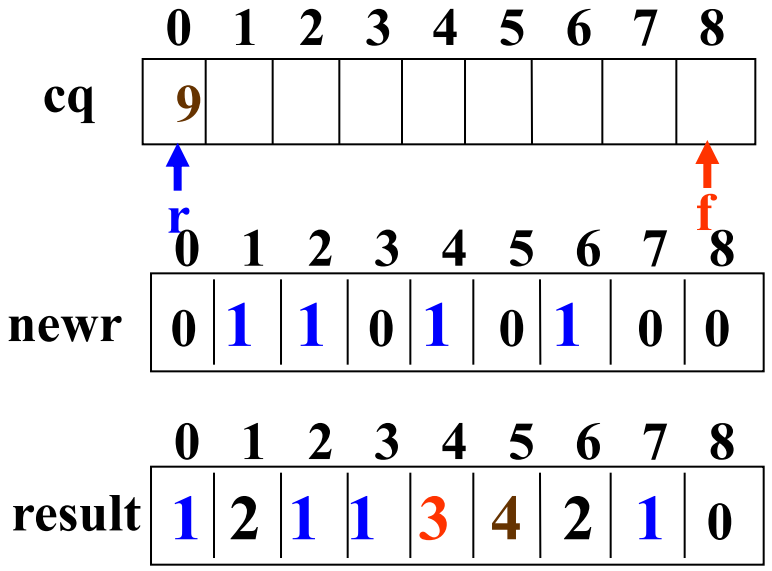
$$R=\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&1&1&0&1&1\\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&1\\ 0&1&0&1&0&1&1&0&1\\ 0&1&1&0&1&0&1&0&0\\ 0&0&1&0&1&1&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&1&1&0&0&0&0 \end{pmatrix}$$



算法描述

R={ (2,8), (9,4), (2,9), (2,1), (2,5), (6,2), (5,9),
(5,6), (5,4), (7,5), (7,6), (3,7), (6,3) }

$$R=\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&1&1&0&1&1\\ 0&0&0&0&0&1&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&1\\ 0&1&0&1&0&1&1&0&1\\ 0&1&1&0&1&0&1&0&0\\ 0&0&1&0&1&1&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&1&1&0&0&0&0 \end{pmatrix}$$

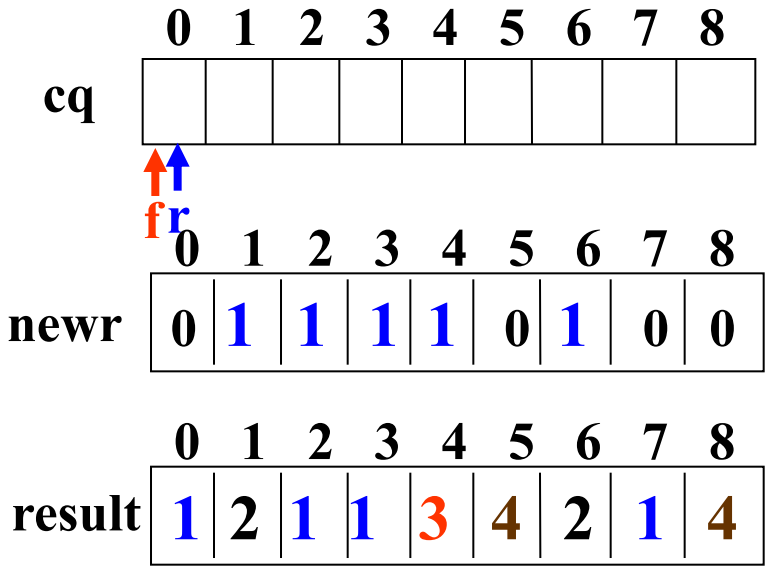


- 算法描述

可行的子集划分为：
A1={ 1,3,4,8 }
A2={ 2,7 }
A3={ 5 }
A4={ 6,9 }

R={ (2,8), (9,4), (2,9), (2,1), (2,5), (6,2), (5,9),
(5,6), (5,4), (7,5), (7,6), (3,7), (6,3) }

$$R=\begin{pmatrix}0&1&0&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&1&1&0&1&1\\0&0&0&0&0&1&1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&1\\0&1&0&1&0&1&1&0&1\\0&1&1&0&1&0&1&0&0\\0&0&1&0&1&1&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&1&1&0&0&0&0\end{pmatrix}$$



? 这样的方法是否能保证最少的子集划分？怎么证明？

本章小结

- 理解队列是满足FIFO存取原则的表。
- 熟悉定义在抽象数据类型队列上的基本运算。
- 掌握用指针实现队列的步骤和方法。
- 掌握用循环数组实现栈的步骤和方法。
- 理解用队列解决实际问题的方法。