

武汉理工大学

数学建模暑期培训论文

第 1 题

基于 xxxxxxxx 模型

第 10 组

姓名

刘子川（组长）

程宇

祁成

方向

编程

建模

写作

2020 年 8 月 9 日

摘要

控制高压油管的压力变化对减小燃油量偏差,提高发动机工作效率具有重要意义。本文建立了基于质量守恒定理的微分方程稳压模型,采用二分法、试探法以及自适应权重的蝙蝠算法对模型进行求解。//

针对问题一,建立基于质量守恒定律的燃油流动模型,考察单向阀开启时间对压力稳定性的影响。综合考虑压力与弹性模量、密度之间的关系,提出燃油压力-密度微分方程模型和燃油流动方程。本文采用改进的欧拉方法对燃油压力-密度微分方程求得数值解;利用二分法求解压力分布。综合考虑平均绝对偏差等反映压力稳定程度的统计量,求得直接稳定于 100MPa 的开启时长为 **0.2955ms**,在 2s、5s 内到达并稳定于 150MPa 时开启时长为 **0.7795ms**、**0.6734ms**,10s 到达并稳定于 150MPa 的开启时长存在多解。最后对求解结果进行灵敏度分析、误差分析。//

针对问题二,建立基于质量守恒定律的泵-管-嘴系统动态稳压模型,将燃油进入和喷出的过程动态化处理。考虑柱塞和针阀升程的动态变动,建立喷油嘴流量方程和质量守恒方程。为提高角速度求解精度,以凸轮转动角度为固定步长,转动时间变动步长,采用试探法粗略搜索与二分法精细搜索的方法求解,求得凸轮最优转动角速度 **0.0283rad/ms** (转速 **270.382 转/分钟**),并得到该角速度下高压油管的密度、压力周期性变化图。对求解结果进行误差分析与灵敏度分析,考察柱塞腔残余容积变动对高压油管压力稳态的影响。//

针对问题三,对于增加一个喷油嘴的情况,改变质量守恒方程并沿用问题二的模型调整供、喷油策略,得到最优凸轮转动角速度为 **0.0522rad/ms** (**498.726 转/分钟**);对于既增加喷油嘴又增加减压阀的情况,建立基于自适应权重的蝙蝠算法的多变量优化模型,以凸轮转动角速度、减压阀开启时长和关闭时长为参数,平均绝对偏差 MAD 为目标,在泵-管-嘴系统动态稳压模型的基础上进行求解,得到最优参数:角速度 **0.0648 rad/ms** (**619.109 转/分钟**)、减压阀的开启时长 **2.4ms** 和减压阀的关闭时长 **97.6ms**。//

本文的优点为:1. 采用试探法粗略搜索与二分法精细搜索结合的方法,降低了问题的求解难度。2. 以凸轮转动角度为固定步长,对不同角速度按照不同精度的时间步长求解,大大提高了求解的精确度。3. 针对智能算法求解精度方面,采用改进的蝙蝠算法,使速度权重系数自适应调整,兼顾局部搜索与全局搜索能力。

关键词: 微分方程 微分方程 微分方程 微分方程

目录

一、 问题重述	1
1.1 问题背景	1
1.2 问题概述	1
二、 模型假设	2
三、 符号说明	2
四、 问题一模型的建立与求解	2
4.1 问题描述与分析	2
4.2 模型的建立	3
4.2.1 自适应分数阶微分强化算法	3
4.2.2 滤波	4
4.3 模型的求解	4
4.4 实验结果及分析	4
五、 问题二模型的建立与求解	4
5.1 问题描述与分析	4
5.2 模型的建立	5
5.3 模型的求解	5
5.4 实验结果及分析	5
六、 问题三模型的建立与求解	6
6.1 结果分析	6
七、 灵敏度分析	6
八、 模型的评价	6
8.1 模型的优点	6
8.2 模型的缺点	6
8.3 模型改进	6
附录 A 数据可视化的实现	8

一、问题重述

1.1 问题背景

自动指纹识别系统 (automated fingerprint identification system, 简称 AFIS) 有着广泛的应用背景。目前对自动指纹识别系统的研究主要有 3 个方面, 即图像增强、指纹分类和细节匹配。一般可以分成“离线部分”和“在线部分”两个部分。如图 1 所示, 离线部分包括用指纹采集仪采集指纹、提取出细节点、将细节点保存到数据库中形成指纹模板库等主要步骤。在线部分包括用指纹采集仪采集指纹、提取出细节点、然后将这些细节点与保存在数据库中模板细节点进行匹配, 判断输入细节点与模板细节点是否来自同一个手指的指纹^[1, 3]。指纹分类一般是用在大规模的指纹库中, 作为细节匹配中减少搜索范围的步骤使用。指纹图像一般占用较多的空间, 且图像中的像素信息并不适合计算机进行分析或匹配。为实现计算机自动识别, 需要有一种方法来描述指纹的内在结构、具体形态和其它特征并将其用最少的字节数来存储于计算机中。此计算机系统可扫描犯罪现场采集的指纹, 并且与州、地区、国家之间执法机关采集的数百万指纹档案互相比对^[2]。指纹由专家追踪后, 经计算机扫描, 得到许多细节来和数据库里其它指纹比对, 列出相符合的百分比来让鉴识人员得知可能的相符人选¹。任何计算机比对的结果, 都会经指纹专家比较与此指纹相关的样本来验证。

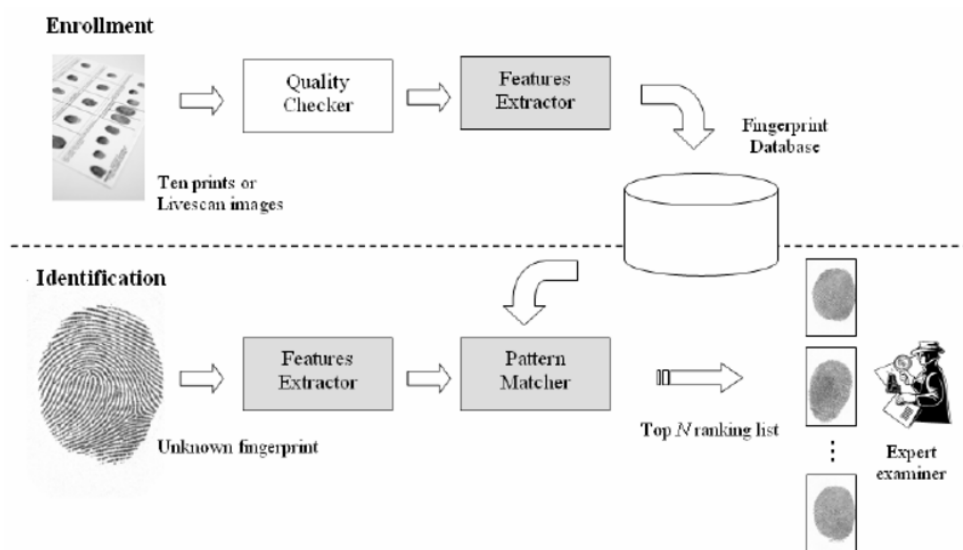


图 1 自动指纹识别系统框图

1.2 问题概述

围绕相关附件和条件要求, 试根据附件中的 16 幅指纹图像, 不借助现有的指纹相关软件, 依次提出以下问题:

¹ <https://baike.baidu.com/item/AFIS/2851410?fr=aladdin>

编码：给出一种用不超过 200 字节（下面称为“指纹密码”）来刻画描述指纹基本特征的表示方法，介绍其数学原理。

匹配：将你的方法编程实现，对附件中的每一幅指纹都给出其“指纹密码”的表示。基于你找到的这些指纹表示，你能否给出一种方法比较不同指纹间的异同及相似程度？

应用：你能否对附件中的 16 个指纹进行对比和归类？请给出你对比及分类的依据和结果。

二、模型假设

- (1)
- (2)
- (3)
- (4)

三、符号说明

符号	说明
P_n	20 个站点
P_n	20 个站点
P_n	20 个站点

注：表中未说明的符号以首次出现处为准

四、问题一模型的建立与求解

4.1 问题描述与分析

问题一要求

其思维流程图如图 2 所示：

武汉理工大学

图 2 问题一思维流程图

4.2 模型的建立

$$d(p_i, p_j) = |x_i - x_j| + |y_i - y_j|,$$

4.2.1 自适应分数阶微分强化算法

分数阶微分广泛应用于图像强化,与传统强化方法相比,具有图像边缘增强明显、纹理细节清晰的效果,同时能非线性保留平滑区域信息。本节中,利用 Grunward-Letnikov 微分算子,构造自适应函数,并将其应用于指纹像素掩膜;采集梯度信息和计算信息熵,从而确定微分阶数。本方法非线性加强了像素信息中的高频成分,也保留了一定的低频和直流成分,有效提高图像质量,减少掩膜耗时。

对 $\alpha \in \mathbb{R}$, 定义 Grunward-Letnikov 分数阶微分算子

$$({}_\alpha^G D_t^\alpha f)(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\Delta_h^\alpha f)(x)}{h^\alpha} \quad (1)$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{k=0}^m (-1)^k \binom{\alpha}{k} f(t - kh) \quad (2)$$

其中, $(\Delta_h^\alpha f)(x)$ 是 Grunward-Letnikov 分数阶差分, h 是微分步长, α 和 t 分别是微分的上限和下限, 持续周期 $t \in [\alpha, t]$ 。 $m = \left\lceil \frac{t - \alpha}{h} \right\rceil$ 是 $\frac{t - \alpha}{h}$ 取整数, $\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha!}{k!(\alpha - k)!}$ 。

对指纹信号 $f(x, y)$ 分别对 x 和 y 进行分数阶偏微分, 取最小步长 $h = 1$ 。可分别得到 $f(x, y)$ 在 x_i 方向上的分数阶偏微分近似表达:

$$\frac{\partial^v f(x, y)}{\partial x_i^v} \doteq \sum_{k=0}^{x_i - v} (-1)^k \binom{l}{k} f(x_i - k) \quad (3)$$

其中, $x_i (i = 0, 1, \dots, 6)$ 是不同的偏微分方向, 此处取以 x 轴正向为起始方向, 顺时针旋转一周均匀分部的 8 个方向。为方便计算, 此处 $x_i - v$ 取 3。分别在 8 个方向采用分数阶微分近似掩膜, 从而提高图像质量。

为了确定自适应分数阶微分阶数 v , 需要确定每个像素的梯度和信息熵,

4.2.2 滤波

4.3 模型的求解

Algorithm 1: Procedure of Apriori

Input: item data base: D
minimum Support threshold: Sup_{min}
minimum Confidence threshold: $Conf_{min}$
Output: frequent item sets F

```
1 Initialize  
   iteration  $t \leftarrow 1$   
   The candidate FIS:  $C_t = \emptyset$   
   The length of FIS:  $length = 1$   
   for  $i=1$  to  $sizeof(D)$  do  
2      $I_i = D(i)$   
      $n = sizeof(I_i)$   
     for  $j=1$  to  $n$  do  
3       if  $I_i(j) \notin C_t$  then  
4          $C_t = C_t \cup I_i(j)$   
5       end  
6     end  
7 end  
8  $F_t = \{f | f \in C_t, Sup(f) > Sup_{min}\}$   
   while  $F \neq \emptyset$  do  
9      $t = t + 1$   
      $length = length + 1$   
      $C_t \leftarrow$  all candidate of FIS in  $F_{t-1}$   
      $F_t = \{f | f \in C_t, (Sup(f) > Sup_{min}) \cap (Conf(f) > Conf_{min})\}$   
10 end  
11 return  $F_{t-1}$ 
```

4.4 实验结果及分析

五、 问题二模型的建立与求解

5.1 问题描述与分析

问题二要求

其思维流程图如图 3 所示:

武汉理工大学

图 3 问题二思维流程图

5.2 模型的建立

5.3 模型的求解

5.4 实验结果及分析

结果如下表??所示：

表 1 XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

XXXXXXX	XXXXXXX
XXXXXXX	909.80
XXXXXXX	852.60

由表1可知

其各个小车的运输细节图下图所示：

武汉理工大学 武汉理工大学

图 4 XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

参考文献

- [1] Davies S G. Touching Big Brother: How biometric technology will fuse flesh and machine[J]. Information Technology & People, 2014, 7(4): 38-47.
- [2] Moses K R, Higgins P, McCabe M, et al. Automated fingerprint identification system (AFIS)[J]. Scientific Working Group on Friction Ridge Analysis Study and Technology and National institute of Justice (eds.) SWGFAST-The fingerprint sourcebook, 2011: 1-33.
- [3] Dror I E, Wertheim K, Fraser-Mackenzie P, et al. The impact of human – technology co-operation and distributed cognition in forensic science: biasing effects of AFIS contextual information on human experts[J]. Journal of forensic sciences, 2012, 57(2): 343-352.
- [4]
- [5]

附录 A 数据可视化的实现

第一问画图-python 源代码

第二问画图-python 源代码
