

目录

| | |
|-----------------------------|----|
| 一、 问题重述 | 1 |
| 1.1 问题背景 | 1 |
| 1.2 问题概述 | 1 |
| 二、 模型假设 | 1 |
| 三、 符号说明 | 2 |
| 四、 问题一模型的建立与求解 | 2 |
| 4.1 问题描述与分析 | 2 |
| 4.2 模型的建立 | 3 |
| 4.2.1 经典旅行商模型 | 3 |
| 4.3 模型的求解 | 3 |
| 4.3.1 遗传算法 | 3 |
| 4.3.2 动态赌轮 | 4 |
| 4.4 实验结果及分析 | 5 |
| 五、 问题二模型的建立与求解 | 6 |
| 5.1 问题描述与分析 | 6 |
| 5.2 模型的建立 | 7 |
| 5.2.1 带约束的多旅行商模型 | 7 |
| 5.3 模型的求解 | 7 |
| 5.4 实验结果及分析 | 7 |
| 六、 灵敏度分析 | 8 |
| 七、 模型的评价 | 8 |
| 7.1 模型的优点 | 8 |
| 7.2 模型的缺点 | 8 |
| 7.3 模型改进 | 9 |
| 附录 A 模型的代码实现 | 11 |
| A.1 GATSP-matlab 源代码 | 11 |
| A.2 MGATSP-matlab 源代码 | 12 |
| A.3 distan-matlab 源代码 | 14 |
| 附录 B 数据可视化的实现 | 15 |
| B.1 第一问画图-python 源代码 | 15 |
| B.2 第二问画图-python 源代码 | 16 |

一、问题重述

1.1 问题背景

在物资调运过程中，完成指定点的调运任务是最基本的要求，在完成基本的任务之外，往往有更高的追求，比如如何使总运费最省？怎样才能使得运输时间最短？如何选择运输路径使得运输总距离最短等等。这些更高的追求往往是企业期望达到的目标，为了解决这些类似问题，有必要对物资调运的过程进行数学模型的建立，以期通过模型来理解和分析物资调运的过程，并为其找到解决的方法。现以具体的食品调运案例进行分析研究^[1]。

某食品公司有 19 个食品销售点，销售点的地理坐标和每天的需求量见附件。每天凌晨都要从仓库（第 20 号站点）出发将食品运至每个销售点，运送物品后最终返回仓库。现有运送食品的运输车，每台车每日工作 4 小时，运输车重载运费 2 元/吨公里，并且假定街道方向均平行于坐标轴，任意两站点间都可以通过一次拐弯到达。

1.2 问题概述

围绕相关附件和条件要求，研究食品运输车在各仓库间的调度方案，依次提出以下问题：

问题一：若只有一辆载重 100 吨的大型运输车，运输车平均速度为 40 公里 / 小时，每个销售点需要用 20 分钟的时间下货，空载费用 0.6 元/公里。它送完所有食品并回到仓库，求最少需要时间及其对应的总距离，总运费。

问题二：有一种小型运输车，运输车平均速度为 50 公里 / 小时，每个销售点需要用 5 分钟的时间下货，载重为 6 吨，空载费用 0.4 元/公里；要使它们送完所有食品并回到仓库，运输车应如何调度使总体调度效率最高？

问题三：如果有载重量为 4 吨、6 吨两种运输车，空载费用分别为 0.2、0.4 元/公里，其他条件均相同，又如何安排车辆数和调度方案。

二、模型假设

- (1) 假设汽车速度均匀，不会随载重而发生变化。
- (2) 假定街道方向均平行于坐标轴，任意两站点间都可以通过一次拐弯到达。

三、符号说明

| 符号 | 说明 |
|-----------|--------|
| P_n | 20 个站点 |
| d | 曼哈顿距离 |
| f | 最短路径 |
| $\{A_n\}$ | 原始染色解集 |
| $\{H_n\}$ | 交叉染色解集 |

四、问题一模型的建立与求解

4.1 问题描述与分析

问题一要求规划大型运输车的行驶路径，使得货物运输时间达到最短。该问题本质是旅行商问题，基于街道方向均平行于坐标轴，我们求解任意两点间的曼哈顿距离作为其间的距离，并设计动态赌轮遗传算法对其进行求解。

其思维流程图如图 1 所示：

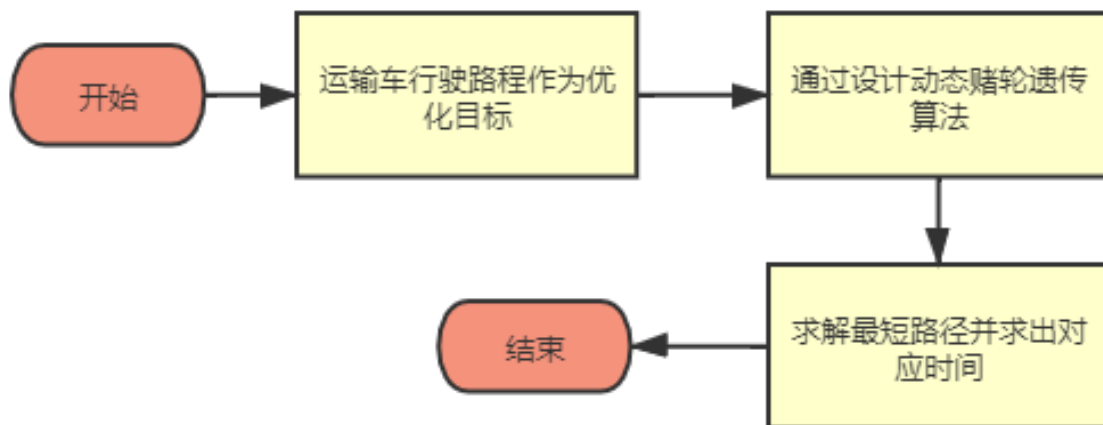


图 1 问题一思维流程图

4.2 模型的建立

4.2.1 经典旅行商模型

分析问题一，由于大型运输车的行驶速度固定，优化行驶路径使得运输车行驶路程最短时，即可求得最小运输时间。遍历路径可表示为二维有限序列如下：

$$P_n = [p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_{19}], \quad (1)$$

其中 $p_i (1 \leq i \leq 19, i \in Z)$ 表示处运输起点外的的仓库坐标, 且对于 $\forall i \neq j$ 都有 $p_i \neq p_j$ 。任意两坐标点 $p_i(x_i, y_i), p_j(x_j, y_j)$ 间的曼哈顿距离可表示为：

$$d(p_i, p_j) = |x_i - x_j| + |y_i - y_j|,$$

将运输车行驶路程作为优化目标即可得到目标函数如下：

$$f(P_n) = d(p_0, p_1) + d(p_0, p_{19}) + \sum_{i=1}^{18} d(p_i, p_{i+1}),$$

即可得到整体优化模型如下：

$$f(P_n) = d(p_0, p_1) + d(p_0, p_{19}) + \sum_{i=1}^{18} d(p_i, p_{i+1}), \quad (2)$$

$$\begin{cases} 1 \leq i \leq 19, i \in Z \\ \forall i \neq j, p_i \neq p_j \end{cases} \quad (3)$$

4.3 模型的求解

4.3.1 遗传算法

初始化编码 对于表示为二维有限序列的遍历路径 P_n ，对其进行整数编码为

$$A_n = [a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{ni}, \dots, a_{n19}],$$

$$1 \leq a_i \leq 19, i \in Z; \forall i, \neq j \Rightarrow p_i \neq p_j$$

定义 A_n 为解序列 P_n ，其中 a_{ni} 表式对应仓库的访问顺序，例如 $ai = 7$ 表示第 i 次访问 7 号仓库。即随机生成初始解集 $A = \{A_n\}$ 其中 $n = 1, 2, \dots, w$ ， w 为的种群容量。

交叉 在原染色解集 $\{A_n\}$ 中的染色体按照随机顺序配对，按照以下的方式交叉 (补全)，生成交叉解集 $\{H_n\}$ ，为保证变异率并保留优秀基因片段和本题采用的两种交叉方式：

(1) 单点交叉：

对于两个父代个体 $A_n = [a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{ni}, \dots, a_{n19}]$ 和 $H_n = [a'_{n1}, a'_{n2}, \dots, a'_{ni}, \dots, a'_{n19}]$ ，随机选择第 k 个基因处为交叉点，将该基因后所有基因进行交换，得到子代基因。

(2) 中间值交叉:

对于两个父代个体 $A_n = [a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{ni}, \dots, a_{n19}]$ 和 $H_n = [a'_{n1}, a'_{n2}, \dots, a'_{ni}, \dots, a'_{n19}]$, 随机选取 $a''_k \in [a_k, a'_k]$ 得到子代基因。

再选取交叉个体时采用混合分组的方法, 将父代均匀混合后选取所有编号为奇数的个体, 与其相邻对应编号为偶数的个体, 通过两种交叉方式产生处两种类型的子代。其过程如下表所示:

表 1 各个小型运输车对应运输路径方案

| 交叉片段编号 | 对应运输路线 |
|---------------|---|
| 基因序列 A_1 | [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19] |
| 基因序列 A_2 | [13, 11, 12, 19, 14, 15, 18, 16, 17, 10, 9, 1, 2, 5, 6, 7, 4, 3, 8] |
| 基因序列 A_3 | [13, 19, 12, 11, 6, 7, 5, 2, 4, 1, 3, 8, 9, 10, 17, 16, 18, 15, 14] |
| ... | [... , ... , ... , ...] |
| 基因序列 A_{19} | [20, 8, 3, 4, 5, 2, 1, 9, 10, 17, 16, 18, 14, 15, 19, 13, 11, 12, 6, 7, 20] |
| 基因序列 A_{20} | [20, 8, 3, 4, 5, 2, 1, 9, 10, 17, 16, 18, 15, 14, 19, 13, 12, 11, 6, 7, 20] |

变异 鉴于序列式染色体的特殊性, 为了在变异阶段内尽可能不破坏原有的基因段, 采取改良圈算法的思路进行变异操作。即在染色体 A 中随机选取 a_i 与 $a_j (1 \leq i < j \leq j)$, 颠倒 a_{ni} 与 a_{nj} 间顺序的顺序, 即:

$$M = [a_1, \dots, a_i, a_{j-1}, a_{j-2}, \dots, a_{i+1}, a_i, \dots, a_{19}] \quad (4)$$

M 为染色体 A 对应的变异染色体, 对于每个染色体 A_n , 都设定相同的变异概率 γ 去执行上述的变异操作。

4.3.2 动态赌轮

将第 g 代的染色体与其交叉和变异产生的子代并入同一解集 $G_g = \{A, H, M\}$ 。 k 表示原解集 A , 交叉解集 H 和变异解集 M 中解的数量之和, 即为 G_g 中的解的数目。设置 G_g 第 i 个解 $G_g(i)$ 被选择进入下一代的概率为:

$$P(G_g(i)) = \frac{w f^{-g/\gamma}(G_g(i))}{\sum_{j=1}^k f^{-g/\gamma}(G_g(j))}, \quad (5)$$

$f^{-g/\gamma}(G_g(i))$ 为 $G_g(i)$ 对应的目标函数值，即为 $G_g(i)$ 对应的适应度。其中参数 γ 为衰减系数， w 为种群容量。即适应度值相对较小的解保留概率将逐渐增大，即算法初始阶段将保留丰富度尽可能多的解，而愈到算法后期，策略就越接近于精英策略，加快算法的收敛速度，即有：

$$\lim_{g \rightarrow \infty} P(G_g(min)) = \lim_{g \rightarrow \infty} \frac{w f^{-g/\gamma}(min)}{\sum_{j=1}^k f^{-g/\gamma}(G_g(j))} \rightarrow 1, \quad (6)$$

该式表明当迭代次数 g 足够大时，选择策略将趋近于为精英策略，将加速算法的收敛。重复上述进化过程，当进化代数足够多时，求解得到全局最优解。

4.4 实验结果及分析

遗传算法的算法收敛图如图2所示：

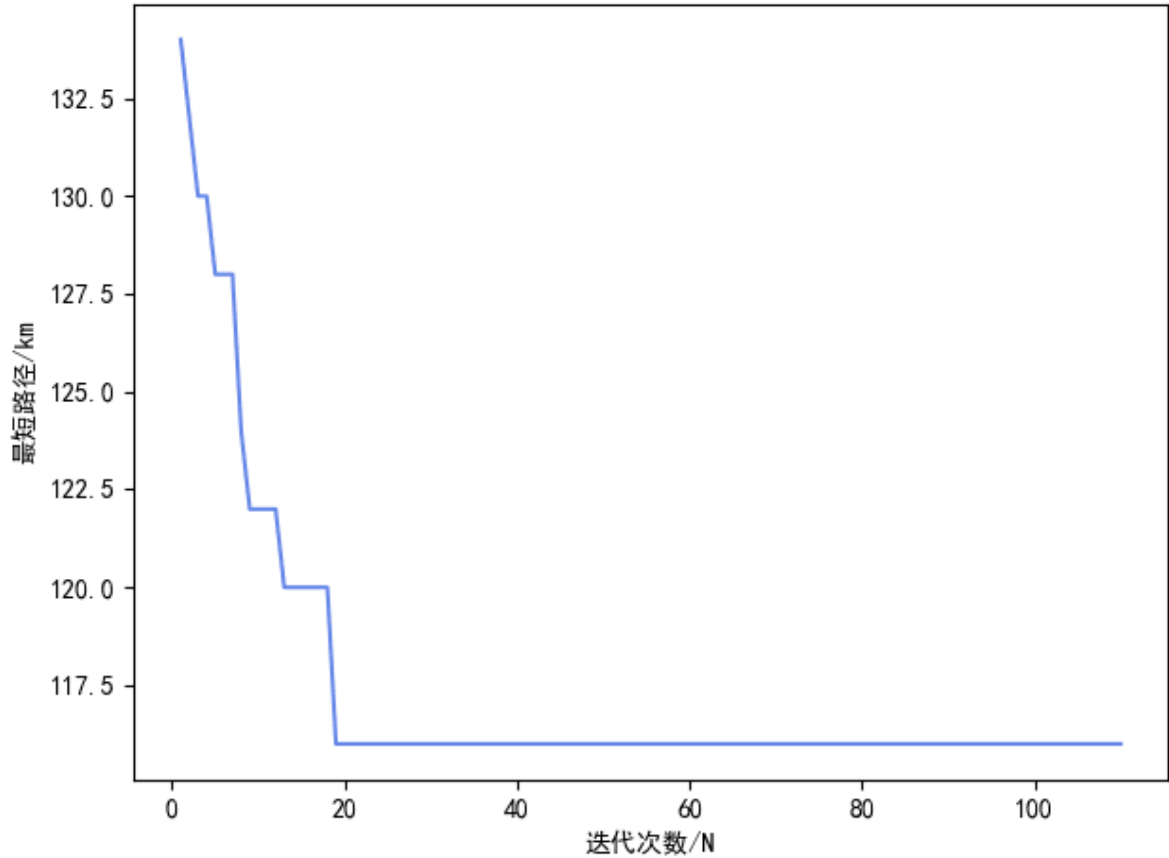


图 2 遗传算法收敛图

由算法收敛图可知算法收敛速度较快，早熟问题解决的较好，全局搜索能力较强，求得最短距离为 116km，其最优个体基因为：

$$route = [20, 8, 3, 4, 5, 2, 1, 9, 10, 17, 16, 18, 15, 14, 19, 13, 12, 11, 6, 7, 20].$$

其对应大型运输车运输方案为 route 的路径如图 3所示:

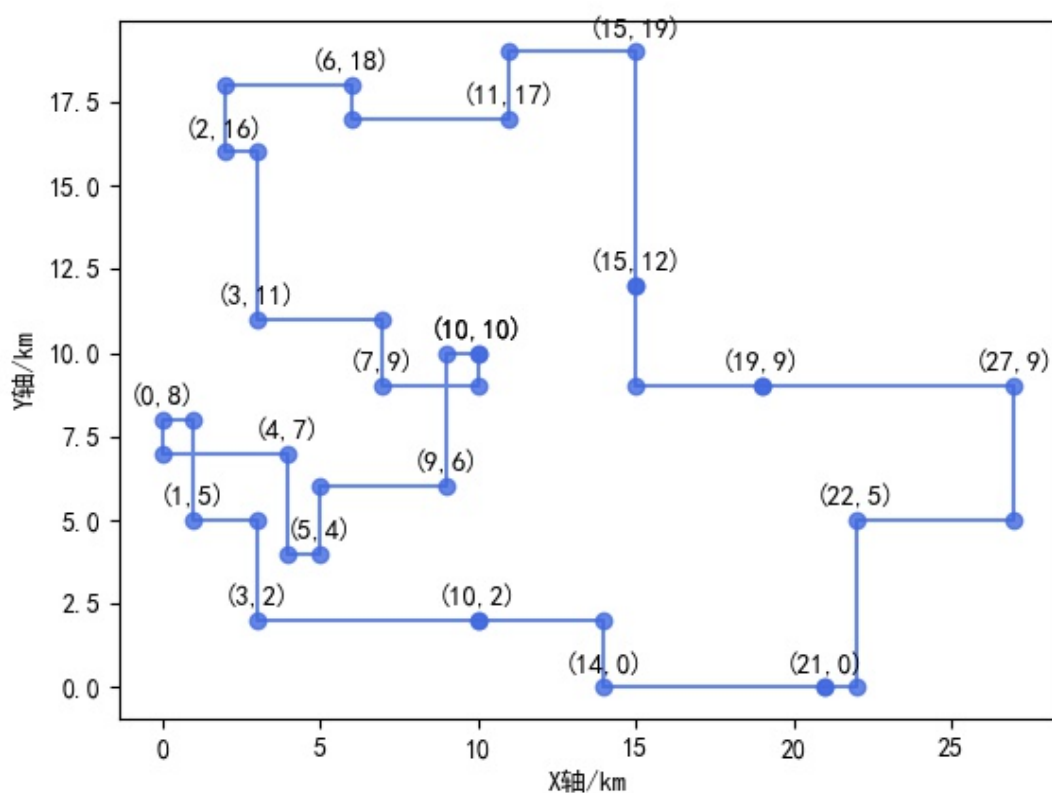


图 3 大型运输车运输方案路径

则大型送完所有食品并回到仓库，最少需要 2.9 时间，总费用为 3664.6 元。

五、问题二模型的建立与求解

5.1 问题描述与分析

问题二要求设计小型运输车的调度方案，从而使得总体调度效率最高。我们将时间限制设置为约束，着重优化方案的经济效率。在问题一的基础上重新建立模型，鉴于第二问的决策变量是多段序列的和，我们设计了插板编码对决策变量进行编码，并基于问题一中的动态赌轮遗传算法以运输总成本为目标进行优化。

5.2 模型的建立

5.2.1 带约束的多旅行商模型

当雇佣 b 辆小型运输车时，总决策序列可表示为

$$P_n = \{[p_1, p_2]_1, [\cdots, p_i]_j, [\cdots]_{b-1}, [p_{19}]_b\} \quad (7)$$

即将类似于模型一中的坐标序列分割为多段，每一段分别由一辆小型运输车单独完成，定义

$$B_j = \quad (8)$$

5.3 模型的求解

5.4 实验结果及分析

由算法收敛图可知算法收敛速度较快，早熟问题解决的较好，全局搜索能力较强，求得所需要 9 量小型运输车，并给出最优个体基因如表2所示：

表 2 各个小型运输车对应运输路径方案

| 运输车编号 | 对应运输路线 |
|--------|----------------------|
| 1 号运输车 | [20, 14, 20] |
| 2 号运输车 | [20, 18, 15, 20] |
| 3 号运输车 | [20, 10, 9, 20] |
| 4 号运输车 | [20, 17, 16, 20] |
| 5 号运输车 | [20, 12, 11, 20] |
| 6 号运输车 | [20, 4, 2, 3, 8, 20] |
| 7 号运输车 | [20, 5, 1, 20] |
| 8 号运输车 | [20, 19, 20] |
| 9 号运输车 | [20, 6, 7, 20] |

其对应各量小型运输车运输方案为 routes 的路径如图 4所示，其中箭头表述运输的方向:

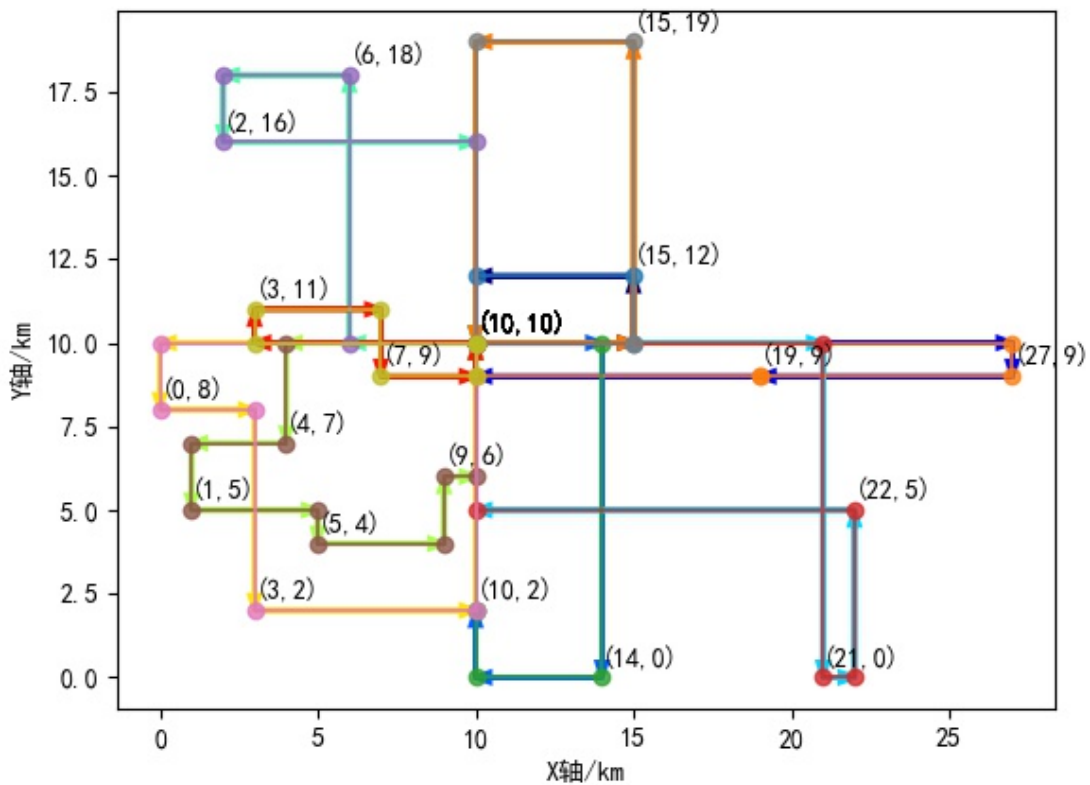


图 4 小型运输车运输方案图

它送完所有食品并回到仓库，最少需要???? 时间 (需要给出运输方案，及其对应的总距离，总运费) ?

六、灵敏度分析

七、模型的评价

7.1 模型的优点

- (1) 使用遗传算法，具有很强的全局搜索能力和鲁棒性，运算时间远小于全遍历算法。
- (2) 针对支持向量回归参数选取，利用灰色关联度筛选合适指标，相较于主观选取指标具有客观性、严谨性。

7.2 模型的缺点

多目标遗传算法初始解由卡特蒙洛法随机生成，每次搜索结果不完全相同，可能引起结果的偏差，需要多搜索几次选择才能得到最优结果。

7.3 模型改进

可使用改进的生命遗传算法，加强算法的局部搜索能力，解决算法早熟的问题。

参考文献

- [1] 张斯嘉, 郭建胜, 钟夫, 等. 基于蝙蝠算法的多目标战备物资调运决策优化 [J]. 火力与指挥控制, 2016, 41(1): 58-61.
- [2] 李健, 张文文, 白晓昀, 等. 基于系统动力学的应急物资调运速度影响因素研究 [J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(3): 661-670.
- [3] Wang J, Ersoy O K, He M, et al. Multi-offspring genetic algorithm and its application to the traveling salesman problem[J]. Applied Soft Computing, 2016, 43: 415-423.
- [4] 陶丽华, 马振楠, 史朋涛, 等. 基于 TSP 问题的动态蚁群遗传算法 [J]. 机械设计与制造, 2019 (12): 39.

附录 A 模型的代码实现

A.1 GATSP–matlab 源代码

```
clear;
w=20;g=100;d=19;%w为种群数,g代数,d维数
G(1:w,1:d)=0;%初始化空间
for i=1:w%初始化
    c=randperm(d);
    for t=1:20
        flag=0;
        for t1=1:d-1
            for t2=t1+1:d
                cl=c;
                cl(t1:t2)=cl(t2:-1:t1);
                if distan(cl)<distan(c)
                    c=cl;
                    flag=1;
                end
            end
        end
        if flag==0
            G(i,1:d)=c;break
        end
    end
end
for k=1:g %进入遗传循环
    A=G;%预备交叉阵
    c=randperm(w);%配对序列
    %c=1:w;
    for i=1:2:w %交叉
        F1=ceil(rand*d);%交叉点1
        F2=ceil(rand*d);%交叉点2
        while(F1==F2)
            F2=ceil(rand*d);
        end
        if(F1>F2)%交叉地址调序
            tem=F1;
            F1=F2;
            F2=tem;
        end
        j=0;t=1;%计数标值
        while(j~=d+F1-F2-1)%如果剩余基因没完全插入就继续
            if(isempty(find(A(c(i),F1:F2)==G(c(i+1),t),1))) %目标基因于交换片段中都不同
                j=j+1;
            end
            if j<F1 %前半段基因交换
```

```

A(c(i),j)=G(c(i+1),t);
A(c(i+1),t)= G(c(i),j);
else %后半段基因交换
A(c(i),j+F2-F1+1)=G(c(i+1),t);
A(c(i+1),t)=G(c(i),j+F2-F1+1);
end
end
t=t+1;
end
end
by=[];
while isempty(by)
by=find(rand(1,w)<0.3);%变异地址
end
B=G(by,1:d);%预备变异阵
for j=1:length(by)
bw=sort(ceil(rand(1,2)*d));%变异基因节点
B(j,bw(1))=G(j,bw(2));%单点基因交换
B(j,bw(2))=G(j,bw(1));
end
GG=[G;A;B];%GG为选择阵
clear A; clear B;%清除数据防止规格保存
m=size(G,1);%选择阵个体数
long(1:m)=0;%目标函数初始化
for i=1:m%计算函数
long(i)=distan(GG(i,:));
end
[slong,ind]=sort(long(1:m));%目标函数排序
for i=1:w%精英选择
G(i,:)=GG(ind(i),:);
end
clear GG;%清除数据防止规格保存
end

```

A.2 MGATSP–matlab 源代码

```

clear;
for pp=6:13 %6:13
for ppp=1:100
n=pp;w=20;g=100;d=19+n-1;%n为车数，w为种群数，g代数，d维数
G(1:w,1:d)=0;%初始化空间
for i=1:w%初始化
c=randperm(d);
for t=1:20
flag=0;

```

```

for t1=1:d-1
for t2=t1+1:d
c1=c;
c1(t1:t2)=c1(t2:-1:t1);
if price(c1)<price(c)
c=c1;
flag=1;
end
end
end
if flag==0
G(i,1:d)=c;break
end
end
end
for k=1:g %进入遗传循环
A=G;%预备交叉阵
c=randperm(w);%配对序列
%c=1:w;
for i=1:2:w %交叉
F1=ceil(rand*d);%交叉点1
F2=ceil(rand*d);%交叉点2
while(F1==F2)
F2=ceil(rand*d);
end
if(F1>F2)%交叉地址调序
tem=F1;
F1=F2;
F2=tem;
end
j=0;t=1;%计数标值
while(j~=d+F1-F2-1)%如果剩余基因没完全插入就继续
if isempty(find(A(c(i),F1:F2)==G(c(i+1),t),1))) %目标基因于交换片段中都不同
j=j+1;
if j<F1 %前半段基因交换
A(c(i),j)=G(c(i+1),t);
A(c(i+1),t)= G(c(i),j);
else %后半段基因交换
A(c(i),j+F2-F1+1)=G(c(i+1),t);
A(c(i+1),t)=G(c(i),j+F2-F1+1);
end
end
t=t+1;
end
end
by=[];
while isempty(by)

```

```

by=find(rand(1,w)<0.3);%变异地址
end
B=G(by,1:d);%预备变异阵
for j=1:length(by)
bw=sort(ceil(rand(1,2)*d));%变异基因节点
B(j,bw(1))=G(j,bw(2));%单点基因交换
B(j,bw(2))=G(j,bw(1));
end
GG=[G;A;B];%GG为选择阵
clear A; clear B;%清除数据防止规格保存
m=size(G,1);%选择阵个体数
long(1:m)=0;%目标函数初始化
for i=1:m%计算函数
long(i)=price(GG(i,:));
end
[slong,ind]=sort(long(1:m));%目标函数排序
for i=1:w%精英选择
G(i,:)=GG(ind(i),:);
end
clear GG;%清除数据防止规格保存
end
result(pp-5,ppp)=long(1);
XXX(pp-5,ppp,1:d)=G(1,1:d);
end
end

```

A.3 distan–matlab 源代码

```

function f=distan(X)
n=size(X,2);
a=[3 2
1 5
5 4
4 7
0 8
3 11
7 9
9 6
10 2
14 0
2 16
6 18
11 17
15 12
19 9

```

```

22 5
21 0
27 9
15 19];
f=sum(abs(a(X(1),:)-10));%距离值初始化
for i=1:n-1%计算距离和
f=f+sum(abs(a(X(i+1),:)-a(X(i),:)));
end
f=f+sum(abs(a(X(n),:)-10));%头尾固定

```

附录 B 数据可视化的实现

B.1 第一问画图-python 源代码

```

from pylab import *
mpl.rcParams['font.sans-serif'] = ['SimHei']

dict = {"1": [3,2], "2": [1,5], "3": [5,4], "4": [4,7], "5": [0,8], "6": [3,11], "7": [7,9],
"8": [9,6], "9": [10,2], "10": [14,0], "11": [2,16], "12": [6,18], "13": [11,17], "14": [15,12],
"15": [19,9], "16": [22,5], "17": [21,0], "18": [27,9], "19": [15,19], "20": [10,10],}
x_axis_data = []
y_axis_data = []
road = [20,8,3,4,5,2,1,9,10,17,16,18,15,14,19,13,12,11,6,7,20]
x_tem = []
y_tem = []
for i in range(len(road)):
x = str(road[i])
print(dict[x])
x_axis_data.append(dict[x][0])
y_axis_data.append(dict[x][1])

try:
x_tem.append(dict[str(road[i+1])][0])
y_tem.append(dict[str(road[i])][1])
except:
pass

x_ = []
y_ = []

for i in range(len(x_tem)):
x_.append(x_axis_data[i])
y_.append(y_axis_data[i])
x_.append(x_tem[i])
y_.append(y_tem[i])

```



```

x_.append(x_axis_data[i+1])
y_.append(y_axis_data[i+1])

plt.plot(x_, y_, 'ro-', color='#4169E1', alpha=0.8, label='路径')

for x, y in zip(x_axis_data, y_axis_data):
    plt.text(x, y+0.3, '({},{})'.format(x,y), ha='center', va='bottom', fontsize=10.5)

# plt.legend(loc="road")
plt.xlabel('X轴/km')
plt.ylabel('Y轴/km')

# plt.show()
plt.savefig('demo.jpg') # 保存该图片

```

B.2 第二问画图—python 源代码

```

from pylab import *
mpl.rcParams['font.sans-serif'] = ['SimHei']
# import matplotlib.pyplot as plt
import numpy
import matplotlib.colors as colors
import matplotlib.cm as cmx

dicts = {"1": [3,2], "2": [1,5], "3": [5,4], "4": [4,7], "5": [0,8], "6": [3,11], "7": [7,9],
"8": [9,6], "9": [10,2], "10": [14,0], "11": [2,16], "12": [6,18], "13": [11,17], "14": [15,12],
"15": [19,9], "16": [22,5], "17": [21,0], "18": [27,9], "19": [15,19], "0": [10,10],}
x_axis_data = []
y_axis_data = []

cars = [14,0,18,15,0,10,9,0,17,16,0,12,11,0,4,2,3,8,0,5,1,0,19,0,6,7,0,13]

c_ = []
x = [0]
for j in range(len(cars)):
    x.append(cars[j])
    if cars[j]==0:
        c_.append(x)
    x = [0]

print(c_)
cmap = plt.cm.jet
cNorm = colors.Normalize(vmin=0, vmax=len(c_))
scalarMap = cmx.ScalarMappable(norm=cNorm, cmap=cmap)

```

```

for fff in range(len(c_)):
    #####
    x_axis_data = []
    y_axis_data = []
    road = c_[fff]
    x_tem = []
    y_tem = []
    for i in range(len(road)):
        x = str(road[i])
        x_axis_data.append(dict(x)[0])
        y_axis_data.append(dict(x)[1])

    try:
        x_tem.append(dict(str(road[i + 1]))[0])
        y_tem.append(dict(str(road[i]))[1])
    except:
        pass

    x_ = []
    y_ = []

    for i in range(len(x_tem)):
        x_.append(x_axis_data[i])
        y_.append(y_axis_data[i])
        x_.append(x_tem[i])
        y_.append(y_tem[i])

    colorVal = scalarMap.to_rgba(fff)
    x_.append(x_axis_data[i + 1])
    y_.append(y_axis_data[i + 1])
    plt.plot(x_, y_, 'o-', alpha=0.8)
    for i in range(0, len(x_)-1):
        plt.arrow(x_[i], y_[i], x_[i+1] - x_[i], y_[i+1] - y_[i],
                  length_includes_head=True, head_width=0.3, lw=2,
                  color=colorVal)

    for x, y in zip(x_axis_data, y_axis_data):
        plt.text(x, y + 0.3, '({},{})'.format(x, y),)

    plt.xlabel('X轴/km')
    plt.ylabel('Y轴/km')

    # plt.show()
    plt.savefig('demo.jpg') # 保存该图片

```