

武汉理工大学

数学建模暑期培训论文

第 1 题

基于 xxxxxxxx 模型

第 10 组

姓名

刘子川

程宇

祁成

方向

编程

建模

写作

2020 年 8 月 20 日

摘要

控制高压油管的压力变化对减小燃油量偏差,提高发动机工作效率具有重要意义。本文建立了基于质量守恒定理的微分方程稳压模型,采用二分法、试探法以及自适应权重的蝙蝠算法对模型进行求解。

针对问题一,建立基于质量守恒定律的燃油流动模型

针对问题二,建立基于质量守恒定律的泵-管-嘴系统动态稳压模型,将燃油进入和喷出的过程动态化处理。考虑柱塞和针阀升程的动态变动,建立喷油嘴流量方程和质量守恒方程。为提高角速度求解精度,以凸轮转动角度为固定步长,转动时间变动步长,采用试探法粗略搜索与二分法精细搜索的方法求解,求得凸轮最优转动角速度 **0.0283rad/ms (转速 270.382 转/分钟)**,并得到该角速度下高压油管的密度、压力周期性变化图。对求解结果进行误差分析与灵敏度分析,考察柱塞腔残余容积变动对高压油管压力稳态的影响。

针对问题三,对于增加一个喷油嘴的情况,改变质量守恒方程并沿用问题二的模型调整供、喷油策略,得到最优凸轮转动角速度为 **0.0522rad/ms (498.726 转/分钟)**;对于既增加喷油嘴又增加减压阀的情况,建立基于自适应权重的蝙蝠算法的多变量优化模型,以凸轮转动角速度、减压阀开启时长和关闭时长为参数,平均绝对偏差 MAD 为目标,在泵-管-嘴系统动态稳压模型的基础上进行求解,得到最优参数:角速度 **0.0648 rad/ms (619.109 转/分钟)**、减压阀的开启时长 **2.4ms** 和减压阀的关闭时长 **97.6ms**。

本文的优点为:1. 采用试探法粗略搜索与二分法精细搜索结合的方法,降低了问题的求解难度。2. 以凸轮转动角度为固定步长,对不同角速度按照不同精度的时间步长求解,大大提高了求解的精确度。3. 针对智能算法求解精度方面,采用改进的蝙蝠算法,使速度权重系数自适应调整,兼顾局部搜索与全局搜索能力。

关键词: 微分方程 微分方程 微分方程 微分方程

目录

1 问题重述	1
1.1 问题背景	1
1.2 问题概述	2
2 模型假设	2
3 符号说明	2
4 问题一模型的建立与求解	2
4.1 问题描述与分析	2
4.2 传染病动力学模型	3
4.3 免疫差分进化算法	6
4.4 实验结果及分析	8
4.5 灵敏度分析	9
5 问题二模型的建立与求解	10
5.1 问题描述与分析	10
5.2 模型的建立	10
5.3 模型的求解	10
5.4 实验结果及分析	10
6 问题三模型的建立与求解	11
6.1 结果分析	13
7 灵敏度分析	13
8 模型的评价	13
8.1 模型的优点	13
8.2 模型的缺点	13
8.3 模型改进	13
附录 A 数据可视化的实现	15

1 问题重述

1.1 问题背景

新型冠状病毒肺炎（Corona Virus Disease 2019, COVID-19），简称“新冠肺炎”，世界卫生组织命名为“COVID-19”，是指 2019 新型冠状病毒感染导致的肺炎。2020 年 3 月 11 日，世界卫生组织总干事谭德塞宣布，世卫组织认为当前新冠肺炎疫情可被称为全球大流行（pandemic）。目前，COVID-19 疫情仍在世界各地蔓延，已超过 1630 万人感染，65 万余人死亡，给世界各国的经济发展和人民生活带来了极大影响，甚至从一定程度上改变了人类的工作生活方式。

在当前信息快速传播的社会中，在传染病传播周期内，人群一般都会经历“不重视-自我保护”2 个阶段：在第一阶段，由于群众对疾病具体情况不知情，对疫情的认知程度有限，对疾病传播缺乏有效的防备措施。在此阶段中的疾病传播过程可认为符合基本再生数为常数的经典 (Susceptible-Exposed-Infectious-Recovered, SEIR) 模型^[1]。在第二阶段，由于政府和群众高度重视，各种防治措施与资源被相继引入^[2]，加上对疾病传播途径已有较为准确的认知，人群会逐渐采取有效且科学的防控措施，使得基本再生数不断下降，直到其下降到小于 1，并持续一段时间，最终达到对疾病的根除。

共确诊：80980

湖北：67781

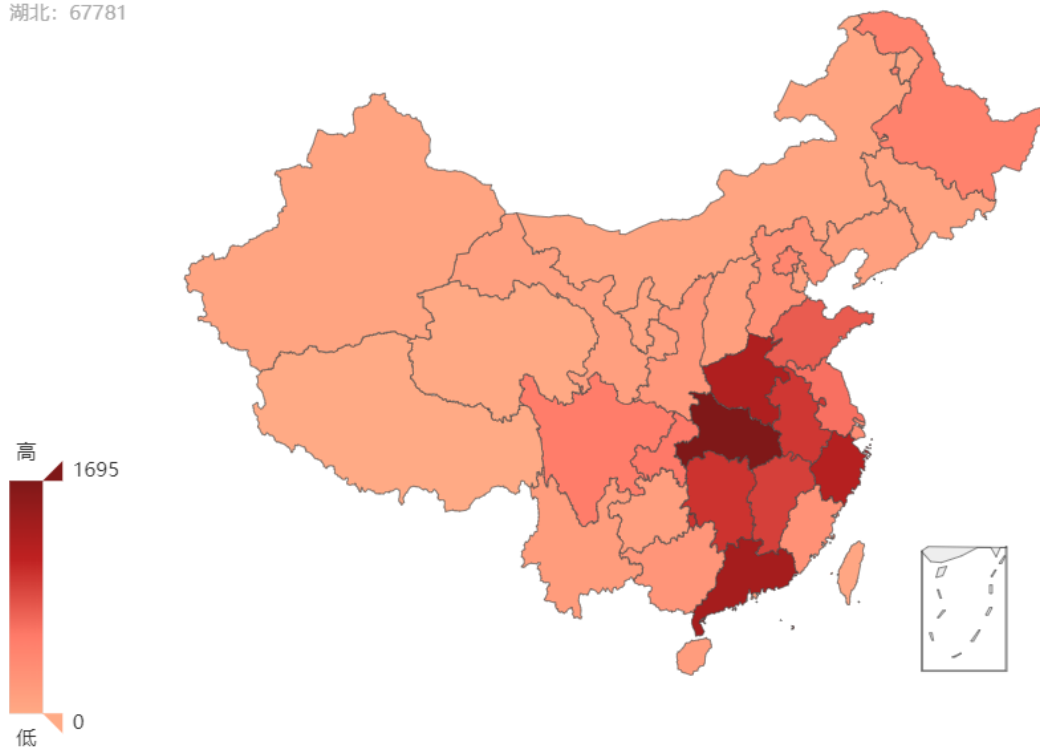


图 1 新型冠状病毒肺炎在中国蔓延情况

1.2 问题概述

围绕相关附件和条件要求，定量地研究传染病的传播规律，利用所给（不限于）资料和数据，作出预测并给出控制传染病蔓延的对策建议，具体要求如下：

问题一：建立模型，预测不同国家或地区（至少预测两个国家或地区）确诊病例和死亡病例数的变化。

问题二：收集 COVID-19 对经济某个方面影响的数据（须说明数据获取方式或来源），建立相应的数学模型并进行预测。

问题三：结合你们模型和预测数据，给相关国家或地区的卫生部门写一篇短文，对该国或该地区的疾病防控给出对策建议。

2 模型假设

- (1) 假设所有感染者与潜伏者分别具有相同的疾病传播能力，且感染者的传染能量强于潜伏者。
- (2) 假设实施严格的隔离措施与实施居家令分别能有效的提高隔离比例和降低人与之间的接触次数。
- (3) 假设所有康复者具有病毒抗体，不会出现二次感染的情况。
- (4)

3 符号说明

符号	说明
P_n	20 个站点
P_n	20 个站点
P_n	20 个站点

注：表中未说明的符号以首次出现处为准

4 问题一模型的建立与求解

4.1 问题描述与分析

问题一要求建立至少两个地区的确诊病例数与死亡数的预测模型，并基于模型对这些地区的卫生部门所采取的措施做出评论。收集整理文献可知^[2, 3]，灰度预测、时间序列等完全基于数据的预测模型难以更改环境参数，即难以得出卫生部门采取措施对疫情

数据的影响。故本节使用可灵活调整参数的动力学模型预测确诊病例数与死亡数的变化趋势。

本文改进了动力学模型中的 SEIR 模型，基于新冠病毒的特点，添加无症状感染者元素，且使得潜伏者具有传染特性。即总方程组中包含易感者、隔离易感者、潜伏者、隔离潜伏者、感染者以及隔离感染者与无症状感染者等变量。针对方程中的未统计参数，如接触感染率与潜伏者数量等参数，本文使用免疫差分进化算法拟合预测曲线与统计数据以求解该类未知参数。

用改进的动力学模型预测湖北省与美国的确确诊病例数与死亡数后，我们通过修改模型参数以探讨当地卫生部门采取的措施对疫情趋势的影响。针对湖北省，我们分别提前和延后 5 天调整模型的隔离比例以分析提前或延后采取严格的隔离措施，对疫情传播所造成的影响。针对美国，我们通过调整日平均接触人数以讨论实施或取消居家令和就地避难令对疫情传播的影响。最后给予部分参数细微震荡，对整体模型进行灵敏度分析。

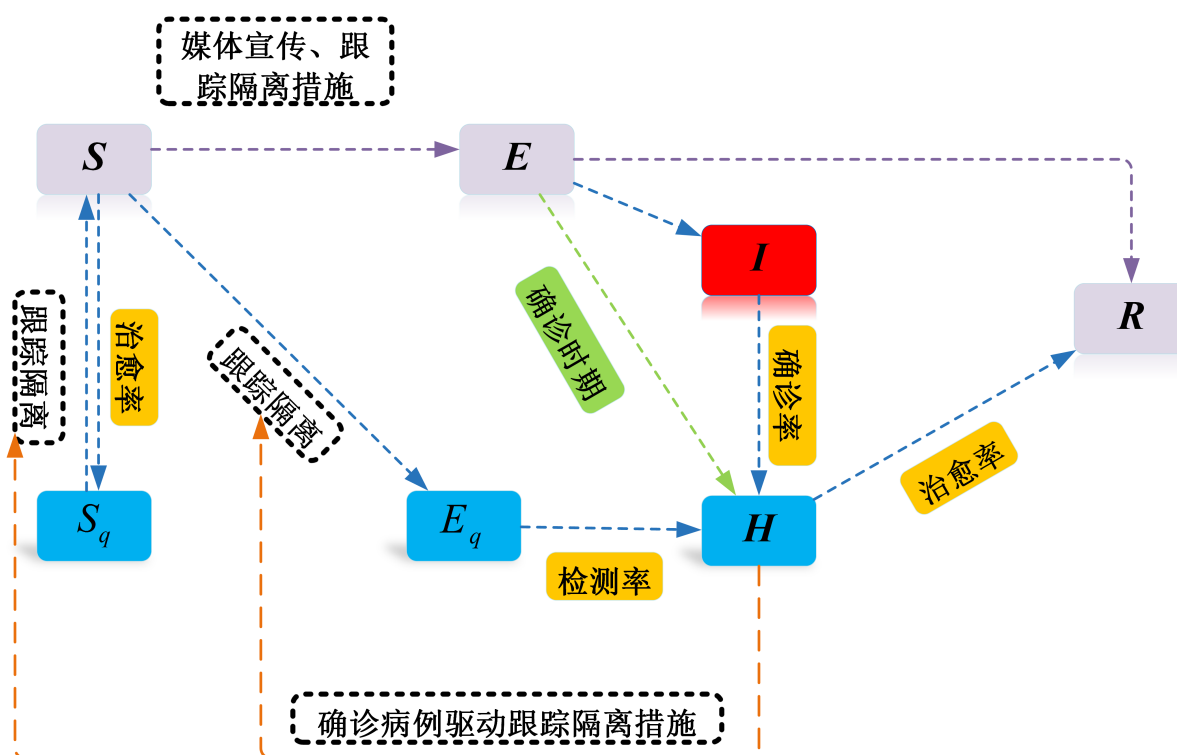


图 2 问题一人群转化关系图

4.2 传染病动力学模型

本节介绍改进的 SEIR 模型. 研究对象是感染者、潜伏者、易感者、痊愈者等，我们使用如下记号来代表每个人群的人数：

- $S(t)$: t 时刻易感者的累计总数；
- $E(t)$: t 时刻潜伏者的累计总数；
- $I(t)$: t 时刻感染者的累计总数；

- $S_q(t)$: t 时刻隔离易感者的累计总数;
- $E_q(t)$: t 时刻隔离潜伏者的累计总数;
- $H(t)$: t 时刻住院患者的累计总数;
- $R(t)$: t 时刻痊愈者的累计总数。

该基于人群模型有以下前提:

1. 潜伏者在出现明显症状前会经历 7 天的潜伏期, 一旦出现症状, 潜伏者将寻求治疗, 从而转为确诊的感染者;
2. 由于政府干预控制措施, 部分感染者在潜伏期内尚未出现症状已被隔离, 成为隔离潜伏者, 在被隔离了平均 14 天后出现症状, 成为确诊的感染者。
3. 模型求解过程中不考虑迁入迁出的影响, 满足总人群数守恒, 即

$$\frac{dS}{dt} + \frac{dE}{dt} + \frac{dI}{dt} + \frac{dH}{dt} + \frac{dE_q}{dt} + \frac{dS_q}{dt} = 0. \quad (1)$$

可建立模型如下:

定义接触率 α 、传染率 β 和有效接触系数 ρ 。分析可知, 有效接触系数 $\rho = S/(S + E + I + H)$ 是易感人群在随机均匀混合人群中的占比。记单个感染者个体 I_j 在 Δt 时间内接触和传染均匀混合个体分别为事件 A 和事件 B 。单个感染者个体 I_j 在 Δt 时间内接触的均匀混合个体数记为 $\alpha = P(A)$, 即有效接触率。将传染率定义为单个感染者个体在接触易感者的条件下传染给该易感人群的条件概率, 记为 $\beta = P(B|A)$ 。由条件概率公式, $\alpha \cdot \beta = P(A) \cdot P(B|A) = P(AB)$ 是单个感染者个体接触并感染易感者的概率, 称为有效感染概率。

分析可知易感者 S 有三种转化途径: 向隔离易感者 S_q 、隔离潜伏者 E_q 和潜伏者 E 的转化速率 (单位时间 Δt 内, 转化数量 Δn 与同类群体的个数 n 的比值) 分别为 $\rho(1-\beta)q$, $\rho\beta q$ 和 $\rho\beta(1-q)$ 。此外, 确认隔离期 t_d 无症状后, 隔离易感者 S_q 也可向易感者 S 以 λS_q 的速率转化。由以上分析可建立易感者 S 转化方程:

$$\frac{dS}{dt} = -\alpha\rho[\beta + q(1-\beta)]S(I + \theta E) + \lambda S_q, \quad (2)$$

其中, θ 是潜伏者相对于感染者传播能力的比值。 $\lambda = 1/14$ 是隔离解除速率, 数值取隔离期的倒数。

潜伏者可以向感染者转化, 易感者可向潜伏者转化, 可列出潜伏者 S 的转化方程:

$$\frac{dE}{dt} = \alpha\rho\beta(1-q)(I + \theta E) - \sigma E, \quad (3)$$

其中, σ 为潜伏者向感染者的转化速率。

潜伏者可以转化为感染者, 感染者的流向有死亡、被治愈和被隔离。定义病死率 d 、

感染者恢复率 ς_I 和隔离速率 σ_I ，对感染者有：

$$\frac{dI}{dt} = \sigma E - (\sigma_I + d + \varsigma_I)I. \quad (4)$$

对于被隔离的群体，隔离易感者 S_q 与易感者相互转化；隔离潜伏者 E_q 来源于易感者，可转化为隔离感染者。定义 δ_q 是隔离潜伏者向隔离感染者的转化速率，则有

$$\frac{dS_q}{dt} = \alpha \rho q (1 - \beta)(I + \theta E) - \lambda S_q, \quad (5)$$

$$\frac{dE_q}{dt} = \rho \alpha \beta q (I + \theta E) - \delta_q E_q. \quad (6)$$

对住院患者，感染者和隔离的潜伏者向住院患者的转化速率分别是 δ_I 和 δ_q ，住院患者流向为死亡和康复，对应系数为死亡率 d 和住院患者恢复率 ς_H 。

$$\frac{dH}{dt} = \delta_I I + \delta_q E_q - (d + \varsigma_H)H. \quad (7)$$

对死亡病例，有

$$\frac{dD}{dt} = D + d(H + I). \quad (8)$$

最后，痊愈者来源有感染者和住院患者，故对痊愈者有

$$\frac{dR}{dt} = \varsigma_I I + \varsigma_H H. \quad (9)$$

模型的总表达为：

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS}{dt} = -\alpha\rho[\beta + q(1 - \beta)]S(I + \theta E) + \lambda S_q, \\ \frac{dE}{dt} = \alpha\rho\beta(1 - q)(I + \theta E) - \sigma E, \\ \frac{dI}{dt} = \sigma E - (\sigma_I + d + \varsigma_I)I, \\ \frac{dS_q}{dt} = \alpha\rho q(1 - \beta)(I + \theta E) - \lambda S_q, \\ \frac{dE_q}{dt} = \rho\alpha\beta q(I + \theta E) - \delta_q E_q, \\ \frac{dH}{dt} = \delta_I I + \delta_q E_q - (d + \varsigma_H)H, \\ \frac{dR}{dt} = \varsigma_I I + \varsigma_H H, \\ \frac{dD}{dt} = D + d(H + I). \end{array} \right. \quad (10)$$

4.3 免疫差分进化算法

本文设计免疫差分进化算法估计微分方程组中的未知参数，定义决策向量为

$$X = [x_1, x_2, x_3, x_4], \quad (11)$$

其中 x_1 、 x_2 、 x_3 和 x_4 分别表示每个患者的日平均接触人数、接触感染概率、初始潜伏者数量以及潜伏者相对于感染者传播能力的比值。将目标函数定义为损失函数如下

$$\min Loss(X) = \sum_{t=1}^T (|\frac{D_r(t) - D(t)}{D_r(t)}| + |\frac{R_r(t) - R(t)}{R_r(t)}| + |\frac{H_r(t) - H(t)}{H_r(t)}|), \quad (12)$$

其中 T 表示选取数据的终止节点，即表示选取用于估计参数的数据来自疫情发生的第 1 天到第 T 天。 $D_r(t)$ 、 $R_r(t)$ 与 $H_r(t)$ 分别表示疫情发生后第 t 天的死亡人数、治愈人数和医院患者人数的真实数据； $D(t)$ 、 $R(t)$ 与 $H(t)$ 分别表示其对应的由 SEIR 模型。损失函数 $Loss$ 表示预测结果与实际结果间的距离，即 $Loss$ 值越小，预测曲线就与真实曲线越接近。

种群初始化 在解空间中随机产生 p 个初始个体 $X_i(0) = [x_1, x_2, x_3, x_4], (i = 1, 2, 3, \dots, p)$. 其中第 i 个个体的第 j 维取值方式如下

$$x_{i,j}(0) = x_{j,min} + rand(0, 1)(x_{j,max} - x_{j,min}),$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, p, j = 1, 2, 3, 4,$$

其中 p 表示种群规模, $x_{j,max}$ 和 $x_{j,min}$ 分别表示决策变量 X 第 j 维的取值范围上界与下界。

变异 在第 g 次迭代中, 生成变异个体 $H_i(g)$, 从种群中随机选取三个个体 $X_{p1}(g), X_{p2}(g)$ 和 $X_{p3}(g)$, 且 $p_1 \neq p_2 \neq p_3 \neq i$, 生成的变异向量为

$$H_i(g) = X_{p1}(g) + F(g) * (X_{p2}(g) - X_{p3}(g)),$$

$F(g) \in (0, 1)$ 是每一代中的放缩因子, 其服从柯西分部如下

$$F(g) = cauchyrnd(uF, 0.1),$$

其中 uF 是 F 的期望值, 本文取值为 $uF = 0.5$ 。

交叉 对第 g 代种群中第 i 个体进行交叉操作, 生成交叉个体 $V_i(g)$, 具体表达式如下:

$$v_{i,j} = \begin{cases} h_{i,j}(g), rand(0, 1) \leq cr_i, \\ x_{i,j}(g), rand(0, 1) > cr_i, \end{cases} \quad (13)$$

其中 $cr_i \in [0.1, 0.6]$ 是个体 i 的交叉概率, 参数 cr_i 将进行自适应调整, 具体表达式如下:

$$cr_i = \begin{cases} cr_l + (cr_u - cr_l) \frac{Loss_i - Loss_{min}}{Loss_{max} - Loss_{min}}, Loss_i > \overline{Loss}, \\ cr_l, Loss_i \leq \overline{Loss}. \end{cases} \quad (14)$$

免疫选择 混合第 g 代的交叉个体 $V(g)$ 与原始个体 $X(g)$, 得到待选组 $\{X'(g+1)\}$ 如下

$$X'_i(g+1) = \begin{cases} X_i(g), i \leq p, \\ V_{i-p}(g), i > p. \end{cases}$$

个体 $X'_a(g+1)$ 和 $X'_b(g+1)$ 的亲密度 $S_{a,b}$ 可表示为

$$S_{a,b} = \sqrt{\sum_{i=1}^4 \left(\frac{x_{i,a} - x_{i,b}}{x_{i,max} - x_{i,min}} \right)^2}, \quad (15)$$

$S_{a,b}$ 为 $X'_a(g+1)$ 和 $X'_b(g+1)$ 的归一化距离，表示个体 $X'_a(g+1)$ 和 $X'_b(g+1)$ 的相似性。定义个体 $X'_i(g+1)$ 的抗体浓度为 C_i ，即

$$C_i = \frac{1}{2p} \sum_{j=1}^{2p} N_{i,j},$$

$$N_{i,j} = \begin{cases} 1, & S_{i,j} \geq \mu, \\ 0, & S_{i,j} < \mu, \end{cases}$$

$\mu (\mu \in [0, 1])$ 为相似度阈值，即当个体 i 和 j 的亲密度 $S_{i,j} \geq \mu$ 时认为个体 i 和 j 为相似个体。 C_i 即为 $\{X'(g+1)\}$ 中 $X'_i(g+1)$ 的相似个体所占比例， C_i 越大即表示 $X'_i(g+1)$ 所在区域的个体密度越大。我们优先将损失函数 $Loss$ 值最优的前 σ 个解放入下一代个体 $\{X(g+1)\}$ 中以防止最优解丢失。再计算剩余个体的复合适应度函数，即个体 i 的复合适应度函数可表示为

$$\min F(X'_i(g+1)) = \frac{Loss(X'_i(g+1)) - Loss_{min}}{Loss_{max} - Loss_{min}} + C_i \quad (16)$$

即选取复合适应度函数 F 较优的剩余 $p - \sigma$ 个个体放入下一代个体 $\{X(g+1)\}$ 中。重复迭代上述算法 G 次后终止算法并输出最优参数集 X_{best} 。

4.4 实验结果及分析

使用免疫差分进化算法可求得湖北省与美国的未统计参数如表 1 所示

表 1 未统计参数

	湖北省	美国
日平均接触人数	909.80	
接触感染概率	852.60	
初始潜伏者数量	852.60	
潜伏者与患者感染能力比	852.60	

根据该参数求得预测参数与实际统计参数可解得湖北省数据预测曲线如图 ?? 所示。其中取隔离解除速率 $\lambda = \frac{1}{14}$ ，潜伏者向感染者的转化速率 $\sigma = \frac{1}{7}$ 。取 1 月 27 日前，即严格的隔离措施执行前隔离比例 $q = 0.2$ ，取执行之后的隔离比例为 $q = 0.95$ 。

图

若使严格隔离措施推后 5 日执行，即使得 2 月 1 日前隔离比例为 $q = 0.2$ ，之后的隔离比例为 $q = 0.99$ ，可得预测曲线如图 ?? 所示

由图可知，推后 5 日执行严格隔离措施将使得疫情高峰于 ??? 日到来。最高感染人数将达到 ???，是原始数据的 ?? 倍。死亡人数将达到 ???，是原始数据的 ?? 倍。若使严格隔离措施提前 3 日执行，即使得 1 月 24 日前隔离比例为 $q = 0.2$ ，之后的隔离比例为 $q = 0.99$ ，可得预测曲线如图 ?? 所示

由图可知，推后 5 日执行严格隔离措施将使得疫情高峰于 ??? 日到来。最高感染人数将达到 ???，是原始数据的 ??。死亡人数将达到 ???，是原始数据的 ??。即仅提前三天执行隔离措施将大幅度降低疫情损失，而推后 5 日执行隔离措施将使得疫情损失大幅度增长。取隔离比例 $q = 0.1$ 可得美国测曲线如图 ?? 所示

若全美实施居家令，即使得日平均接触人数减半，可得可得预测曲线如图 ?? 所示由图可知，推后 5 日执行严格隔离措施将使得疫情高峰于 ??? 日到来。最高感染人数将达到 ???，是原始数据的 ??。死亡人数将达到 ???，是原始数据的 ??。即若全美实施居家令将使得疫情损失大幅度降低。

4.5 灵敏度分析

分别使得患者的日平均接触人数、接触感染概率、初始潜伏者数量以及潜伏者相对于感染者传播能力的比值上下波动 15%，观察最高感染人数与死亡人数值是否发生改变

图

分析图 ?? 可知

5 问题二模型的建立与求解

5.1 问题描述与分析

问题二要求
其思维流程图如图 3 所示：



图 3 问题二思维流程图

5.2 模型的建立

5.3 模型的求解

5.4 实验结果及分析

结果如下表??所示：

表 2 XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

XXXXXXX	XXXXXXX
XXXXXXX	909.80
XXXXXXX	852.60

由表2可知
其各个小车的运输细节图下图所示：

武汉理工大学 武汉理工大学

武汉理工大学 武汉理工大学

图 4 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

6 问题三模型的建立与求解

信：

尊敬的 xxx 地区政府机构 (卫生部门)：

寒暄几句

part one 第一问预测结果：采取居家令的措施和时滞效应分析。。。分析居家令 (stay-at-home policy) 和就地避难令 (shelter-in-place policy) 的防疫效应前，需要根据我们模型的种类，从量化层面理解防疫的最终目的。我们建立的改进的 SEIR(名字可以取好听

点。。。) 动力学模型满足总人群数守恒的假设, 因此防疫抗疫的本质是降低潜伏者和感染者的占比, 提高易感者的占比, 在经过一个较长的周期后最终实现感染者清零。

控制其他参数不变, 对弱势群体易感者建立的改进的 SEIR 模型中的微分方程中, 居家令的实施限制了易感者的人口流动, 降低了易感人群在随机均匀混合人群中的占比, 即有效降低了方程中的有效接触系数 ρ 。这个效应在潜伏者、隔离潜伏者和隔离易感者的控制方程中得到体现, 在其他参数不变的情况下有效减缓了这三者的增速。根据模型, 因为感染者增速与易感者转化的速率成正比, 实施居家令的代价是感染者增速会随着易感者增多而加快, 但由于初始状态下易感者人群数目主要体现下降的趋势, 因此, 实施居家令可以有效阻止疫情扩散, 降低易感人群患病风险。

此外, 就地避难令的提出对防疫抗疫也具有深刻意义。假设考虑甲乙两地的混合均匀迁入迁出, 甲地向乙地单项流动, 其中甲是高风险区域, 乙是低风险区域, 两地区的总人群数目不变。对甲乙两地的总人群, 根据改进的 SEIR 模型, 由于人口流动能力增强, 接触率 α 增大, 。。。。

提出建议

对模型进行综合分析后, 我们提出以下建议:

第一,

第二,

第三,

第一, 未来我国避免不了债务率的攀升, 但可以在债务内部进行结构调整, 优化杠杆结构。经济低迷通过加杠杆可以有效提振经济, 我国政府负债率相对较低, 政府部门需要加杠杆, 加大政府部门负债率, 拉动经济增长, 而对于非政府部门, 应继续控制杠杆攀升速度。政府发行债务筹到的资金应用于大规模的基建建设, 基建投资带动相关产业就业, 而且基建的投资未来还可以为国家带来收入改善国家资产负债表。第二, 在供给方面: 首先, 推进复工复产进程的同时, 要继续加大企业减税力度, 并且向受疫情冲击较大的企业直接提供大规模免息贷款或无偿救助资金, 尤其是进出口企业。其次, 要避免社会供给减少, 还需要寻求新的经济增长点, 因此我国需要加大数字经济投资力度, 完善数字经济基础设施, 提供数字经济就业岗位。最后, 要加大我国国有企业改革进程, 以完善现代企业制度, 提高供给和供给质量。第三, 在土地利用方面: 我国还有大量荒废的农村土地, 可以利用荒废土地加快推进农村城镇化建设和推进现代化新农业种植模式, 提高农村现代化基础设施建设。第四, 在民生方面: 要极度关注失业人口和贫困人口, 短期应对极度贫困人口直接给予资金补助, 以保障基本生活需求。长期看可以对贫困人口进行相关职业培训, 利用农村城镇化建设和基建建设带动失业人口和贫困人口就业。第五, 疫情的影响将会持续很长时间, 从长期角度看, 国家应加快数字货币的研发力度, 使未来国家能更好地控制资金流向, 提高资金使用效率。

part two 炒股的 analysis 提出股市建议

最后希望 xxx 地区能早日走出病毒肆虐的阴影。。。

6.1 结果分析

7 灵敏度分析

8 模型的评价

8.1 模型的优点

(1)

(2)

8.2 模型的缺点

8.3 模型改进

参考文献

- [1] Berger D W, Herkenhoff K F, Mongey S. An seir infectious disease model with testing and conditional quarantine[R]. National Bureau of Economic Research, 2020.
- [2] Pandey G, Chaudhary P, Gupta R, et al. SEIR and Regression Model based COVID-19 outbreak predictions in India[J]. arXiv preprint arXiv:2004.00958, 2020.

附录 A 数据可视化的实现

第一问画图-python 源代码

第二问画图-python 源代码
