武漢理工大學

数学建模暑期培训论文

第 1 题

基于 xxxxxxxxx 模型

第 10 组

姓名	方向
刘子川	编程
程宇	建模
祁成	写作

2020 年 8 月 19 日

摘要

控制高压油管的压力变化对减小燃油量偏差，提高发动机工作效率具有重要意义。本文建立了基于质量守恒定理的微分方程稳压模型，采用二分法、试探法以及自适应权重的蝙蝠算法对模型进行求解。

针对问题一，建立基于质量守恒定律的燃油流动模型，考察单向阀开启时间对压力稳定性的影响。综合考虑压力与弹性模量、密度之间的关系，提出燃油压力-密度微分方程模型和燃油流动方程。本文采用改进的欧拉方法对燃油压力-密度微分方程求得数值解；利用二分法求解压力分布。综合考虑平均绝对偏差等反映压力稳定程度的统计量，求得直接稳定于 100MPa 的开启时长为 **0.2955ms**，在 2s、5s 内到达并稳定于 150MPa 时开启时长为 **0.7795ms**、**0.6734ms**，10s 到达并稳定于 150MPa 的开启时长存在多解。最后对求解结果进行灵敏度分析、误差分析。

针对问题二，建立基于质量守恒定律的泵-管-嘴系统动态稳压模型，将燃油进入和喷出的过程动态化处理。考虑柱塞和针阀升程的动态变动，建立喷油嘴流量方程和质量守恒方程。为提高角速度求解精度，以凸轮转动角度为固定步长，转动时间变动步长，采用试探法粗略搜索与二分法精细搜索的方法求解，求得凸轮最优转动角速度 **0.0283rad/ms**（**转速 270.382 转/分钟**），并得到该角速度下高压油管的密度、压力周期性变化图。对求解结果进行误差分析与灵敏度分析，考察柱塞腔残余容积变动对高压油管压力稳态的影响。

针对问题三，对于增加一个喷油嘴的情况，改变质量守恒方程并沿用问题二的模型调整供、喷油策略，得到最优凸轮转动角速度为 **0.0522rad/ms**（**498.726 转/分钟**）；对于既增加喷油嘴又增加减压阀的情况，建立基于自适应权重的蝙蝠算法的多变量优化模型，以凸轮转动角速度、减压阀开启时长和关闭时长为参数，平均绝对偏差 MAD 为目标，在泵-管-嘴系统动态稳压模型的基础上进行求解，得到最优参数：**角速度 0.0648 rad/ms**（**619.109 转/分钟**）、减压阀的开启时长 **2.4ms** 和减压阀的关闭时长 **97.6ms**。

本文的优点为：1. 采用试探法粗略搜索与二分法精细搜索结合的方法，降低了问题的求解难度。2. 以凸轮转动角度为固定步长，对不同角速度按照不同精度的时间步长求解，大大提高了求解的精确度。3. 针对智能算法求解精度方面，采用改进的蝙蝠算法，使速度权重系数自适应调整，兼顾局部搜索与全局搜索能力。

关键词： 微分方程　微分方程　微分方程　微分方程

目录

1 问题重述

1.1 问题背景

新型冠状病毒肺炎（Corona Virus Disease 2019，COVID-19），简称“新冠肺炎”，世界卫生组织命名为“COVID-19”，是指 2019 新型冠状病毒感染导致的肺炎。2020 年 3 月 11 日，世界卫生组织总干事谭德塞宣布，世卫组织认为当前新冠肺炎疫情可被称为全球大流行（pandemic）。目前，COVID-19 疫情仍在世界各地蔓延，已超过 1630 万人感染，65 万余人死亡，给世界各国的经济发展和人民生活带来了极大影响，甚至从一定程度上改变了人类的工作生活方式。

1.2 问题概述

围绕相关附件和条件要求，定量地研究传染病的传播规律，利用所给（不限于）资料和数据，作出预测并给出控制传染病蔓延的对策建议，具体要求如下：

问题一：

问题二：

问题三：

2 模型假设

(1)

(2)

(3)

(4)

3 符号说明

符号	说明
P_n	20 个站点
P_n	20 个站点
P_n	20 个站点

注：表中未说明的符号以首次出现处为准

4 问题一模型的建立与求解

4.1 问题描述与分析

问题一要求

其思维流程图如图 1 所示：

图 **1**　问题一思维流程图

4.2 模型的建立

$$d(p_i, p_j) = |x_i - x_j| + |y_i - y_j|,$$

4.3 模型的求解

4.3.1 免疫差分进化算法

本文设计免疫差分进化算法估计微分方程组中的未知参数，定义决策向量为

$$X = [x_1, x_2, x_3, x_4], \tag{1}$$

其中 x_1、x_2、x_3 和 x_4 分别表示每个患者的日平均接触人数、传染概率、初始潜伏者与患者人数比例以及潜伏者相对于感染者传播能力的比值。将目标函数定义为损失函数如下

$$minLoss(X) = \sum_{t=1}^{T}(|\frac{D_r(t) - D(t)}{D_r(t)}| + |\frac{R_r(t) - R(t)}{R_r(t)}| + |\frac{H_r(t) - H(t)}{H_r(t)}|) \tag{2}$$

其中 T 表示选取数据的终止节点，即表示选取用于估计参数的数据来自疫情发生的第 1 天到第 T 天。$D_r(t)$、$R_r(t)$ 与 $H_r(t)$ 分别表示疫情发生后第 t 天的死亡人数、治愈人数和医院患者人数的真实数据；$D(t)$、$R(t)$ 与 $H(t)$ 分别表示其对应的由 SEIR 模型。损失

函数 $Loss$ 表示预测结果与实际结果间的距离，即 $Loss$ 值越小，预测曲线就与真实曲线越接近。

种群初始化 在解空间中随机产 p 个初始个体 $X_i(0)=[x_1,x_2,x_3,x_4],(i=1,2,3,\cdots,p)$. 其中第 i 个个体的第 j 维取值方式如下

$$x_{i,j}(0)=x_{j,min}+rand(0,1)(x_{j,max}-x_{j,min}),$$
$$i=1,2,3,\cdots,p,j=1,2,3,4$$

其中 p 表示种群规模，$x_{j,max}$ 和 $x_{j,min}$ 分别表示决策变量 X 第 j 维的取值范围上界与下界。

变异 在第 g 次迭代中，生成变异个体 $H_i(g)$，从种群中随机选取三个个体 $X_{p1}(g)$,$X_{p2}(g)$ 和 $X_{p3}(g)$，且 $p_1\neq p_2\neq p_3\neq i$，生成的变异向量为

$$H_i(g)=X_{p1}(g)+F(g)*(X_{p2}(g)-X_{p3}(g)) \tag{3}$$

$F(g)\in(0,1)$ 是每一代中的放缩因子，其服从柯西分部如下

$$F(g)=cauchyrnd(uF,0.1)$$

其中 uF 是 F 的期望值，本文取值为 $uF=0.5$。

交叉 对第 g 代种群中第 i 个体进行交叉操作，生成交叉个体 $V_i(g)$，具体表达式如下：

$$v_{i,j}=\begin{cases}h_{i,j}(g),rand(0,1)\leq cr_i\\ x_{i,j}(g),rand(0,1)>cr_i\end{cases} \tag{4}$$

其中 $cr_i\in[0.1,0.6]$ 是个体 i 的交叉概率，参数 cr_i 将进行自适应调整，具体表达式如下：

$$cr_i=\begin{cases}cr_l+(cr_u-cr_l)\frac{Loss_i-Loss_{min}}{Loss_{max}-Loss_{min}},Loss_i>\overline{Loss}\\ cr_l,Loss_i\leqslant\overline{Loss}\end{cases} \tag{5}$$

免疫选择 混合第 g 代的交叉个体 $V(g)$ 与原始个体 $X(g)$，得到待选组 $\{X'(g+1)\}$ 如下

$$X_i'(g+1)=\begin{cases}X_i(g),i\leqslant p\\ V_{i-p}(g),i>p.\end{cases}$$

个体 $X'_a(g+1)$ 和 $X'_b(g+1)$ 的亲和度 $S_{a,b}$ 可表示为

$$S_{a,b}=\sqrt{\sum_{i=1}^{4}(\frac{x_{i,a}-x_{i,b}}{x_{i,max}-x_{i,min}})^2} \tag{6}$$

$S_{a,b}$ 为 $X'_a(g+1)$ 和 $X'_b(g+1)$ 的归一化距离，表示个体 $X'_a(g+1)$ 和 $X'_b(g+1)$ 的相似性。定义个体 $X'_i(g+1)$ 的抗体浓度为 C_i, 即

$$C_i=\frac{1}{2p}\sum_{j=1}^{2p}N_{i,j}, \tag{7}$$

$$N_{i,j}=\begin{cases}1, S_{i,j}\geqslant\mu\\0, S_{i,j}<\mu\end{cases} \tag{8}$$

$\mu(\mu\in[0,1])$ 为相似度阈值，即当个体 i 和 j 的亲和度 $S_{i,j}\geqslant\mu$ 时认为个体 i 和 j 为相似个体。C_i 即为 $\{X'(g+1)\}$ 中 $X'_i(g+1)$ 的相似个体所占比例，C_i 越大即表示 $X'_i(g+1)$ 所在区域的个体密度越大。我们优先将损失函数 $Loss$ 值最优的前 σ 个解放入下一代个体 $\{X(g+1)\}$ 中以防止最优解丢失。再计算剩余个体的复合适应度函数，即个体 i 的复合适应度函数可表示为

$$minF(X'_i(g+1))=\frac{Loss(X'_i(g+1))-Loss_{min}}{Loss_{max}-loss_{min}}+C_i \tag{9}$$

即选取复合适应度函数 F 较优的剩余 $p-\sigma$ 个个体放入下一代个体 $\{X(g+1)\}$ 中。重复迭代上述算法 G 次后终止算法并输出最优参数集 X_{best}。

4.4 实验结果及分析

5 问题二模型的建立与求解

5.1 问题描述与分析

问题二要求

其思维流程图如图 2 所示：

图 **2**　问题二思维流程图

5.2 模型的建立

5.3 模型的求解

5.4 实验结果及分析

结果如下表**??**所示：

表 **1**　**xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx**

xxxxxxx	xxxxxxx
xxxxxxx	909.80
xxxxxxx	852.60

由表1可知

其各个小车的运输细节图下图所示：

图 **3**　**xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx**

6 问题三模型的建立与求解

6.1 结果分析

7 灵敏度分析

8 模型的评价

8.1 模型的优点

(1)

(2)

8.2 模型的缺点

8.3 模型改进

参考文献

[1] 张斯嘉, 郭建胜, 钟夫, 等. 基于蝙蝠算法的多目标战备物资调运决策优化 [J]. 火力与指挥控制, 2016, 41(1): 58-61.

附录 A 数据可视化的实现

第一问画图–**python** 源代码

第二问画图–**python** 源代码