

光电成像器件计算机辅助设计 (CAD)
基础知识及课程设计指导书
(第四版)

倪国强 陈小梅

北京理工大学
2015 年 3 月

前 言

《光电成像器件计算机辅助设计 (CAD)》课程设计是我光电学院电子科学和技术(光电子方向)专业主干专业课程之一《光电成像原理》的重要组成部分,也是该课程重要的后续设计实践课程。其主要任务是结合比较接近实际情况的像管设计计算课题,综合运用《光电成像原理》课程中有关基本原理及其它有关知识,将本课程设计基本理论所给出的光电成像器件电子光学系统计算机辅助设计的物理模型与数学模型转化为可以实际进行数值计算的 CAD 程序软件系统,以达到培养综合运用知识的能力,编制、调试、开发实际工程软件的能力,提高运用现代设计方法与手段及计算机应用开发能力的目的。

课程设计的具体任务是计算某种电子光学系统的空间电场分布及其它有关内容。

要求每个学生在规定的时间内,独立完成 CAD 设计各项任务,独立完成符合要求的设计技术报告,提交设计计算程序文本,提交计算结果(打印文件)。为加强全面素质教育,课程采用开放式教学方法,鼓励学生在进行设计理论学习、编程、上机调试、撰写设计报告等过程中,充分讨论、相互启发,提高学习质量,真正学有所获。

同时要求学生要独立完成课题任务,坚决杜绝不劳而获、抄袭程序与报告文本的学术腐败作风与不端行为。

作为一门独立的教学实践课程,课程设计成绩单独评定,单独记载学分。

评定成绩的主要依据为:

1. 是否在规定的时间内独立完成规定的任务,并提交正确的计算结果;
2. 是否独立按要求、高质量地撰写设计技术报告;
3. 是否做到:程序设计思想合理新颖,符合要求,文本简洁明了、逻辑清晰,编排规范,打印格式整齐等;
4. 是否遵守纪律,遵守上机规则。

成绩组成:平时成绩(包括出勤和程序设计)40%,计算结果40%;设计技术报告20%。

目 录

前 言.....	I
目 录.....	II
1 计算电场的有限差分法.....	1
1.1 计算电场的拉普拉斯 (Laplace) 方程	2
1.2 有限差分方程的建立	2
1.3 连续超张弛迭代法 (SOR 法)	6
1.4 最佳迭代加速因子的求取	9
1.5 连续超张弛迭代法计算步骤	10
1.6 非封闭边界的处理及域内节点电位初值的给定	11
1.7 误差分析	13
1.8 等位线的计算	15
1.9 旋转对称电场中的电位鞍点	16
1.10 拉格朗日 (Lagrange) 插值法	17
1.11 其他	20
1.12 静电场的三个基本定理	20
2 设计任务书.....	22
3 设计技术报告要求.....	25
4 程序编制与上机.....	28
5 总结与答辩要求.....	29

1 计算电场的有限差分法

《光电成像原理》课程已涉及了光电成像器件中电子光学系统的基本原理。本课程设计进而专门讨论电子光学系统的计算机辅助设计的有关问题并提供初步设计实践的机会。

我们知道，要确定电子光学系统的成像参量并进行像质评定，必须先确定电子运动的轨迹。而为此，又必须首先确定器件中场的分布。

通常确定场分布与电子轨迹有 3 种方法：解析法，实验测量法，数值计算法。解析求解法虽然精确且解的形式十分完美，但在实际的电磁场系统中，边界条件的复杂性常使解很难甚至根本无法求出，只有极少数特殊情况才能求解。实验法虽直观简便，但精度不高。而由于大容量、高速度计算机的广泛使用以及计算方法和计算技术的迅速发展，使数值计算法尤其成为精度高、速度快的方法。从上世纪六十年代后期开始，特别是进入八十年代以来，计算机辅助设计方法一直广泛应用于电子光学系统的计算与设计。这使经典的电子光学理论与研制电子光学器件、仪器和装置的实际技术更紧密的结合起来，并因此而取得巨大的进展，很快就成为电子光学系统的最主要的计算与设计手段。上世纪八十年代中后期，伴随着个人计算机的广泛使用，更极大地推动了计算机辅助设计方法的推广普及，并使得其进一步向优化设计与自动设计方向发展，取得了长足的进展，开拓了一个崭新的学术领域。

通常，电子光学系统的计算机辅助设计方法可以用来解决以下问题：

1. 计算系统的电场和磁场分布，包括旋转对称聚焦场、偏转场等；
2. 计算电子在电磁场中运动的轨迹；
3. 计算成像器件电子光学系统的成像参量（成像系统的像面位置、放大率等）和偏转系统的偏转灵敏度等；
4. 计算系统的像差，包括各级几何像差（球差、彗差、场曲、像散、畸变等）和色差，阴极透镜的近轴像差，偏转系统的偏转像差等；
5. 计算电子光学系统的像质评定指标——电子光学鉴别力和传递函数等。

结合本课程设计的具体情况和任务要求,这里将重点讲述电子光学系统计算机辅助(CAD)设计的一种算法及其程序思想,即计算电场的有限差分法(Finite Differential Method—FDM)及其迭代算法,并介绍一些与课程设计任务有关的问题。

1.1 计算电场的拉普拉斯(Laplace)方程

在真空中,当无空间电荷时,静电场的电位 φ 满足拉普拉斯方程:

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (1-1)$$

即在圆柱坐标系 (z, r, θ) 中,有

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0 \quad (1-2)$$

对旋转对称场,这时电位与方位角 θ 无关,则上式成为:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0 \quad (1-3)$$

该方程是椭圆型偏微分方程,求解时必须用到电位所满足的不同类型(一般分为3类)的封闭边界条件。通常都是给定区域 G 的边界 Γ 上的电位,即给定每一电极的电位及其他非电极的边界上的电位。这类问题称为第一类边界值问题,或称狄里赫莱(Dirichlet)问题。由微分方程理论可知,这时方程有唯一确定的解。

本节介绍一种求解这类问题的数值计算方法,即有限差分法。其基本思想是:在旋转对称场的半子午面 (z, r) 上用离散的点列来代替区域内的连续平面点集,这称为离散化过程。这样处理后,拉普拉斯方程中的偏微分便可以用相邻点的差分代替,相应的偏微分方程也就由对应的差分方程代替。而对后者可用数值计算方法求解,其解可作为边值偏微分方程的数值形式的近似解。

1.2 有限差分方程的建立

用差分法解偏微分方程的边值问题,一个重要的问题是如何在区域内划分足

够密集的网格，以选取最经济的网格数，又能满足给定的精度要求。

图 1-1 是某典型像增强器的半子午面。 z 轴与像管的对称轴重合，其与阴极面的交点选为系统的原点。作平行于径向 r 和轴向 z 的两族直线，将该半子午面划分成等距或不等距的网格，它们的交点为网格节点。

这两族直线足够密集，它们两两邻接的间距都可以认为是一阶小量。

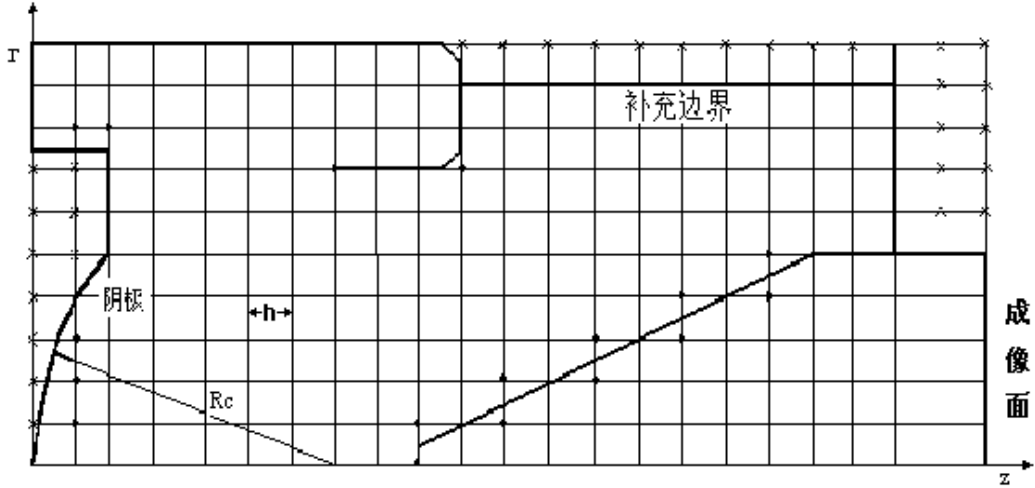


图 1-1 子午面上的电极边界和网格的划分

h 步长， \times 域外点， \bullet 域内不规则点，其它网格点为一般内点。

下面推导旋转对称场“十”字形不等距五点差分公式（见图 1-2）。设任意网格点 0 的坐标为 (z_0, r_0) ，其电位为 φ_0 ；相邻的四点 1, 2, 3, 4 与它的间距分别为 h_1, h_2, h_3, h_4 （均取绝对值），各点的电位分别为 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ 。利用泰勒（Taylor）公式将这些电位在 (z_0, r_0) 点附近展开，并忽略高阶小量项（间距步长 $h_1 \sim h_4$ 的高阶项），便有：

$$\begin{aligned}
 \varphi_1 &= \varphi_0 - h_1 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)_0 + \frac{h_1^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right)_0 \\
 \varphi_2 &= \varphi_0 + h_2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)_0 + \frac{h_2^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right)_0 \\
 \varphi_3 &= \varphi_0 - h_3 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} \right)_0 + \frac{h_3^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} \right)_0 \\
 \varphi_4 &= \varphi_0 + h_4 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} \right)_0 + \frac{h_4^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} \right)_0
 \end{aligned} \tag{1-4}$$

式中下标的 0 表示在 (z_0, r_0) 点取值，由此得到在 0 点 (z_0, r_0) 处的偏导数：

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}\right)_0 &= \frac{2}{h_1(h_1+h_2)}\varphi_1 + \frac{2}{h_2(h_1+h_2)}\varphi_2 - \frac{2}{h_1h_2}\varphi_0 \\ \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2}\right)_0 &= \frac{2}{h_3(h_3+h_4)}\varphi_3 + \frac{2}{h_4(h_3+h_4)}\varphi_4 - \frac{2}{h_3h_4}\varphi_0 \\ \left(\frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial r}\right)_0 &= -\frac{h_4}{r_0h_3(h_3+h_4)}\varphi_3 + \frac{h_3}{r_0h_4(h_3+h_4)}\varphi_4 - \frac{h_3-h_4}{r_0h_3h_4}\varphi_0\end{aligned}\quad (1-5)$$

将上述各式代入(1-3)式，即得“十”字形五点差分公式：

$$\varphi_0 = (c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2 + c_3\varphi_3 + c_4\varphi_4)/c_0 \quad (1-6)$$

此式中各系数是相邻的 1, 2, 3, 4 点网格间距（步长）及 r_0 的函数：

$$c_1 = \frac{2}{h_1(h_1+h_2)}, \quad c_2 = \frac{2}{h_2(h_1+h_2)} \quad (1-7)$$

$$c_3 = \frac{2r_0-h_4}{r_0h_3(h_3+h_4)}, \quad c_4 = \frac{2r_0+h_3}{r_0h_4(h_3+h_4)} \quad (1-8)$$

$$c_0 = c_1 + c_2 + c_3 + c_4 \quad (1-9)$$

当 0 点 (z_0, r_0) 在轴上时，上述推导不适用，即 $r_0=0$ 时，(1-5)式中最后一式、(1-6)式、(1-8)式无意义。

对轴上点 $r_0=0$ ，利用洛必达（L'Hospital）法则，有

$$\left.\frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial r}\right|_{r_0=0} = \left.\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2}\right|_{r_0=0} \quad (1-10)$$

因此轴上点的拉普拉斯方程为

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + 2\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} = 0 \quad (1-11)$$

把(1-5)式的前两式代入上式，便得到轴上点的差分公式。其形式虽然与(1-6)式相同，且其系数 c_1, c_2 也与(1-7)式相同，但 c_3, c_4 不同：

$$c_3 = 0, \quad c_4 = \frac{4}{h_4^2} \quad (1-12)$$

当然 c_0 也不同：

$$c_0 = 2 \left(\frac{1}{h_1 h_2} + \frac{2}{h_4^2} \right) \quad (1-13)$$

在 $h_1=h_2=h_3=h_4=h$ 的正方形网格情况下, 可得“十”字形等距五点 (见图 1-3) 的差分公式。对轴外点有

$$\varphi_0 = \frac{1}{4} \left[\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 \left(1 - \frac{h}{2r_0} \right) + \varphi_4 \left(1 + \frac{h}{2r_0} \right) \right] \quad (1-14)$$

对轴上点则有

$$\varphi_0 = \frac{1}{6} (\varphi_1 + \varphi_2 + 4\varphi_4) \quad (1-15)$$

对于实际网格点, 对轴外点, $\varphi_0 = \varphi_{i,j}$, $\varphi_1 = \varphi_{i,j-1}$, $\varphi_2 = \varphi_{i,j+1}$, $\varphi_3 = \varphi_{i-1,j}$, $\varphi_4 = \varphi_{i+1,j}$, $r_0 = r(i,j)$ (对等距网格 $r_0 = ih$), 其中 i, j 分别为 0 点所在处的行好和列号。对于轴上点, $i=0$, φ_3 不出现, $r_0=0$ 。

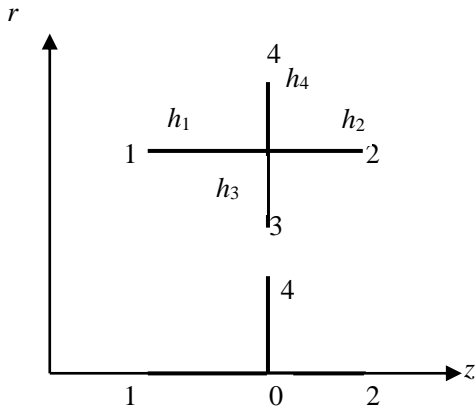


图 1-2 不等距“十”字形五点差分格式

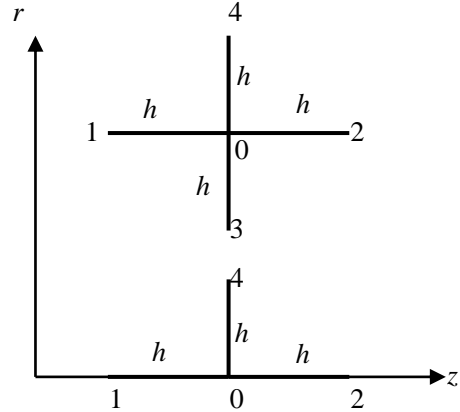


图 1-3 等距“十”字形五点差分格式

可以看出, 上述差分公式就是将区域内任何点的电位与其周围相邻点的电位联系起来的线性代数方程, 且方程的系数 c_0, c_1, c_2, c_3, c_4 在电子光学系统结构尺寸确定以及网格一旦划定后都是已知的。如果在电场区域内, 自轴线开始, 沿 z 轴方向逐点逐点地、按 r 方向逐行逐行地 (即在 z 方向从左到右、在 r 方向从下到上), 把区域网格点电位依次编为 $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n, \dots, \varphi_N$ (网格点总数为 N), 就可以在所有网格点上都建立起相应的差分方程。于是便得到一个 N 元一次线性方程组:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & \cdots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & \cdots & a_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix} \quad (1-16)$$

即

$$[A][\varphi] = [B] \quad (1-17)$$

其中常数矩阵 $[B]$ 不为零矩阵，是因为将边界处的电位值常数代入的缘故。

一般说来，求解 N 阶线性代数方程组，可用克莱姆（Cramer）行列式法、逆矩阵法、主元素法等方法。但这些方法都只适用于 N 较小的情况。光电成像器件的电子光学系统的网格数 N 一般都相当大，达几千甚至上万。此时这些方法难于使用。

注意到差分方程组的系数矩阵 $[A]$ 是稀疏矩阵，即每个方程最多只出现五个未知数，其他绝大多数系数为零，且按上述顺序排列，矩阵中非零元素基本上集中在主对角线附近，两侧绝大部分为零，即具有“主对角线优势”。对于这类方程组，一般采用迭代法求出近似解。

1.3 连续超张弛迭代法（SOR 法）

所谓迭代法（Iteration），是把方程组的解看作是某种极限过程的极限，而在实现这一极限过程的每一步的结果是把前一步所得结果作为计算前提、施行相同的演算步骤而得到的。为此对差分公式

$$\varphi_0 = (c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2 + c_3\varphi_3 + c_4\varphi_4)/c_0 \quad (1-18)$$

按照已知边界条件所给定的边界上的电位分布，在区域内任意假定一个尝试性的零次近似分布：

$$\varphi_1^{[0]}, \varphi_2^{[0]}, \cdots, \varphi_n^{[0]}, \cdots, \varphi_N^{[0]} \quad (1-19)$$

其中用带方括号的上标表示迭代次数，其一般表达符号为 $[k]$ ， $k=0, 1, 2, \cdots$ 。

将(1-19)式所表示的场分布代入(1-18)式，便得到第一次迭代近似分布：

$$\begin{cases} \varphi_0^{[1]} = (c_1\varphi_1^{[0]} + c_2\varphi_2^{[0]} + c_3\varphi_3^{[0]} + c_4\varphi_4^{[0]})/c_0 \\ \varphi_{\text{边}}^{[1]} = \varphi_{\text{边}}^{[0]} \end{cases} \quad (1-20)$$

其中下标“边”表示边界点。因为边界点电位由外界电源供给，是常数，所以不参加迭代。这样继续迭代 k 次，可得到第 $k+1$ 次迭代结果的近似分布：

$$\begin{cases} \varphi_0^{[k+1]} = (c_1\varphi_1^{[k]} + c_2\varphi_2^{[k]} + c_3\varphi_3^{[k]} + c_4\varphi_4^{[k]})/c_0 \\ \varphi_{\text{边}}^{[k+1]} = \varphi_{\text{边}}^{[0]} \end{cases} \quad (1-21)$$

可以证明，在这类像管电场的计算问题中，上述迭代过程是收敛的，即一般说来，每次迭代结果比前一次的结果更好地逼近线性方程组的真解。这种迭代过程称为高斯（Gauss）迭代法，或称同步迭代法，也有称张弛法（Relaxation）的。它是把所有网格点上的第 k 次近似值都求出来，代入差分方程再求出所有网格点上的第 $k+1$ 次近似解。这种方法要求计算机有大量的内存，因为它需要存储所有网格点前后两次迭代值，而且收敛较慢。

另一种迭代法叫赛德尔-黎伯曼（Seidel-Liebmann）迭代法。这种方法在求第 $k+1$ 次近似解时，在差分方程(1-21)式右端尽量采用最新迭代得到的电位（即第 $k+1$ 次近似值）去代替上次（第 k 次）的近似值。因为在求 $\varphi_0^{[k+1]}$ 时，按上述迭代顺序，该点邻接的左右上下四点中，其左、下两点的第 $k+1$ 次近似解已经求出。无疑，当 k 较大时，第 $k+1$ 次近似解比第 k 次近似解更接近差分方程之真解。以图 1-2 或图 1-3 所示的五点网格为例，当迭代次序在 z 方向是从左到右、在 r 方向是从下到上时，赛德尔-黎伯曼迭代公式是

$$\begin{cases} \varphi_0^{[k+1]} = (c_1\varphi_1^{[k+1]} + c_2\varphi_2^{[k]} + c_3\varphi_3^{[k+1]} + c_4\varphi_4^{[k]})/c_0 \\ \varphi_{\text{边}}^{[k+1]} = \varphi_{\text{边}}^{[0]} \end{cases} \quad (1-22)$$

这种方法能节省计算机内存量（只需存储所有迭代点当前所得的一次迭代值），并加快迭代过程，提高收敛速度，称为连续（逐步）张弛法（Successive Relaxation Method），也有称为异步迭代法的。

前后两次迭代过程中各网格点电位的差值，称为残差（实际是伪残差）：

$$E_0^{[k+1]} = \varphi_0^{[k+1]} - \varphi_0^{[k]} \quad (1-23)$$

为了进一步提高迭代的收敛速度，杨氏（Young）和富兰开尔（Frankel）等人对赛德尔-黎伯曼迭代法作了进一步改进，提出了连续（逐次）超张弛法（Successive Over Relaxation Method，简记为 SOR 法）：将上述残差乘以一个加速因子 ω （ $1 \leq \omega < 2$ ）再叠加到 $\varphi_0^{[k]}$ 上作为正式的 0 点电位的第 $k+1$ 次近似值，

而把先前赛德尔-里伯曼迭代法求得的 $\varphi_0^{[k+1]}$ 作为第 $k+1$ 次的“历史”近似值 $\bar{\varphi}_0^{[k+1]}$ ，即

$$\varphi_0^{[k+1]} = \varphi_0^{[k]} + \omega(\bar{\varphi}_0^{[k+1]} - \varphi_0^{[k]}) \quad (1-24)$$

即非边界点的迭代公式为：

$$\varphi_0^{[k+1]} = (1-\omega)\varphi_0^{[k]} + \omega(c_1\varphi_1^{[k+1]} + c_2\varphi_2^{[k]} + c_3\varphi_3^{[k+1]} + c_4\varphi_4^{[k]})/c_0 \quad (1-25)$$

这就是五点不等距差分的 SOR 公式， ω 称为超张弛迭代因子。

对于狄里赫莱问题，从理论上可以证明，当 $0 < \omega < 2$ 时，SOR 迭代过程是收敛的。当 $\omega > 2$ 时，SOR 迭代将发散；若 $1 < \omega < 2$ 时，收敛过程加速，即为上述的超张弛迭代过程，并在此范围内存在 ω 的最佳值 ω_m ，使收敛过程显著加快；若 $0 < \omega < 1$ ，则收敛减速，称为亚张弛（低张弛）过程。当 $\omega=1$ ，则(1-24)与(1-25)式又变成赛德尔-黎伯曼迭代过程。

为什么加速因子 ω 能改变迭代收敛速度呢？这里作一概略的说明：在赛德尔-黎伯曼迭代法中，随着迭代次数的增加，迭代解逐渐逼近差分方程之真解。在迭代初期的几遍，其近似解可能有跳动现象，但当 k 较大时，不妨设

$$\varphi_0^{[k]} > \varphi_0^{[k-1]}$$

则一般可估计到仍有

$$\varphi_0^{[k+1]} > \varphi_0^{[k]}$$

即一般说来，绝大多数网格点上的迭代残差 $E_0^{[k+1]}$ 在以后迭代过程中符号不变，

且其绝对值改变很小，故迭代收敛很慢（如图 1-4 所示）。若在 $\varphi_0^{[k]}$ 上加上一个

比残差 $E_0^{[k+1]} = \varphi_0^{[k+1]} - \varphi_0^{[k]}$ 要略大一点之值 $\omega E_0^{[k+1]}$ ，作为正式的 $\varphi_0^{[k+1]}$ ，代替“历

史”的 $\bar{\varphi}_0^{[k+1]}$ ，自然会加速收敛；反之， $\omega < 1$ ，会使收敛变慢。

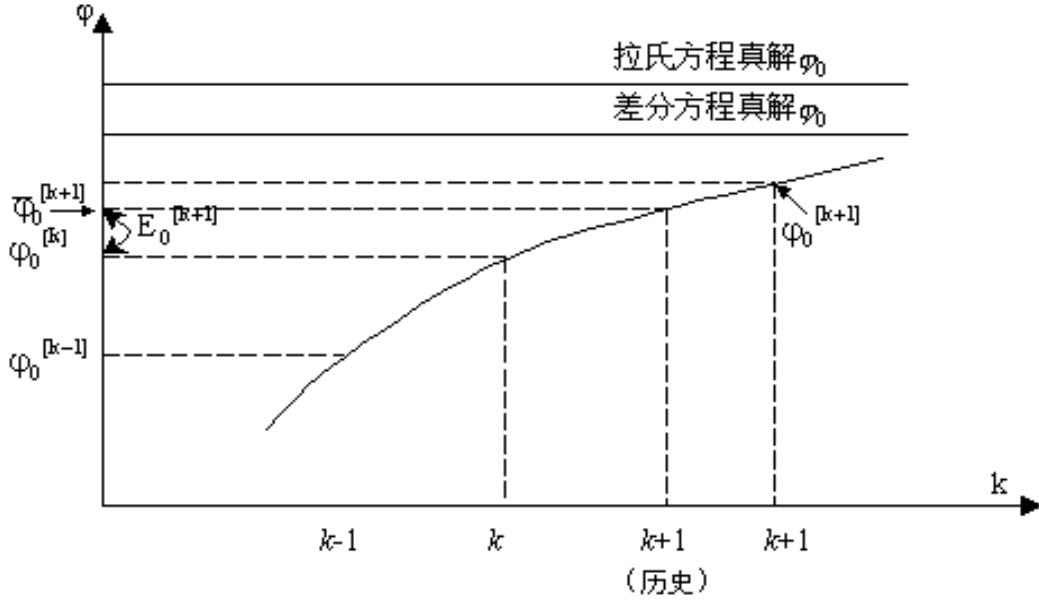


图 1-4 迭代过程示意图

目前在弱流电子光学系统（即电子束流作为空间电荷的作用可以忽略不计的系统）场分布的计算中，广泛地采用 SOR 迭代法。

1.4 最佳迭代加速因子的求取

上面已经说过，SOR 因子 ω 选取是否得当，对于收敛速度有很大影响。对于任何一个特定的电子光学系统及特定的网格划分，都存在着一个最佳因子 ω_m 。引用它在理想情况下可使迭代效率大大提高，使迭代次数下降为采用简单迭代法的几分之一、十几分之一甚至几十分之一。但在迭代求解之前， ω_m 一般是不能精确知道的。

ω_m 一般可按下述步骤求取：

设任一网格点在 k 和 $k+1$ 这两次迭代中的残差都由(1-23)式给出，则残差的平均值就是

$$\begin{aligned}\bar{E}^{[k]} &= \sum_{n=1}^N \left| \varphi_n^{[k]} - \varphi_n^{[k-1]} \right| / N \\ \bar{E}^{[k+1]} &= \sum_{n=1}^N \left| \varphi_n^{[k+1]} - \varphi_n^{[k]} \right| / N\end{aligned}\tag{1-26}$$

两者的比值为

$$\lambda = \bar{E}^{[k+1]} / \bar{E}^{[k]} \quad (1-27)$$

如果在 k 次迭代时迭代因子为 $\omega^{[k]}$ ，则有

$$\omega_\lambda = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \mu_\lambda^2}} \quad (1-28)$$

其中

$$\mu_\lambda = \frac{\lambda + \omega^{[k]} - 1}{\sqrt{\lambda \omega^{[k]}}} \quad (1-29)$$

于是在 $k+1$ 次迭代中， ω_m 采用下述经验公式求得：

$$\omega_m = \omega_\lambda - (2 - \omega_\lambda) / 4 = 1.25\omega_\lambda - 0.5 \quad (1-30)$$

1.5 连续超张弛迭代法计算步骤

实际计算时，是按卡瑞（Carre）提出的、在迭代过程中能不断获得并不断加以改进修正的加速因子的估值方法进行的。其步骤如下：

1. 首先，第一轮取 $\omega_0=1$ ，迭代 1 次；
2. 再取 ω 为另一值 ω_1 （仍较小）作第二轮的若干次迭代（对此卡瑞建议取 $\omega_1=1.375$ ，迭代 12 次），再引用其最后 3 次的迭代结果计算出 λ 值；
3. 用 ω_1 和 λ ，由(1-28)式和(1-29)式，初步估算加速因子 ω_λ ，式中 $\omega^{[k]} = \omega_1$ ；
4. 按(1-30)式修正 ω_m ；
5. 用 ω_m 代替原来的 ω_1 ，作第三轮 12 次迭代，并继续用上述 2. ~4. 三个步骤求改进的 $\bar{\omega}_m$ 。

6. 反复这个过程，直到连续两个轮次求得的 $\bar{\omega}_m$ 和 ω_m 之值满足如下不等式

$$\left| \frac{\bar{\omega}_m - \omega_m}{2 - \omega_m} \right| < 0.05 \quad (1-31)$$

时为止。这时，估计值 $\bar{\omega}_m$ 与理论上的最佳迭代因子值相差约为 0.01~0.02，从而

可把 $\bar{\omega}_m$ 固定，继续迭代；

7. 判断所有域内网格节点前、后两次迭代所得到的电位值是否满足以下收

敛判别准则：

$$\left| \varphi_n^{[k+1]} - \varphi_n^{[k]} \right| < \varepsilon_1 \quad (1-32)$$

或

$$\frac{\left| \varphi_n^{[k+1]} - \varphi_n^{[k]} \right|}{\varphi_n^{[k+1]}} < \varepsilon_2 \quad (1-33)$$

其中 ε_1 、 ε_2 是预先给定的允许精度误差。满足，则认为迭代已达到预定的精度指标，退出迭代，并把第 $k+1$ 次迭代结果作为场分布的近似解。否则，继续按上述步骤迭代。

实际计算时，一般经过几个轮次迭代计算，即可求得 ω 的最佳值的估计值。上述过程中 ω 初值的选取，每轮迭代次数以及(1-31)式的精度控制常数，均可灵活掌握。

1.6 非封闭边界的处理及域内节点电位初值的给定

在求解狄里赫莱问题时，要求所计算区域的边界是封闭的。实际的系统中，电极并不封闭，这样在电极之间的边界线（例绝缘材料）上电位分布是未知的。这种缺口称为非封闭边界。非封闭边界的存在使其邻接的域内节点的差分公式中有不确定因素，迭代计算就无法进行。为此须在适当的位置上补加上边界，使之封闭，即必须给需要封闭的非封闭边界节点赋电位值，作“补充边界线”。例如，在 (z, r) 平面上，在等半径双圆筒电极之间，再加上沿 z 方向的水平补充边界；在不等半径双圆筒电极端面之间，可加沿 r 方向的垂直补充边界，在平行圆孔阑平板电极之间加平行于孔阑轴线的补充边界，等等（见图 1-5 中各例图中的虚线）。

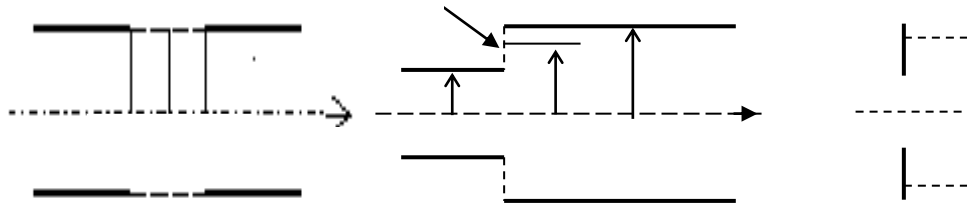


图 1-5 补充边界示意图（一）

边界的封闭处理有两条原则：一是补充边界线的位置应选取在远离电子通过之区域，以减小其误差传递对关键场区的影响；二是尽可能使赋值反映实际边界场的分布。

当然，补充边界之赋值，可用实验测定法；也可以在形状简单的绝缘管壁上均匀涂敷一层高阻半导体，利用其泄漏之微小电流自动形成一段边界，完成封闭化处理。以上方法称为物理赋值法。但在计算时最重要、最常用的方法是插值法。按不同情况，可采用不同的插补算法。通常有：

补充边界线沿 z 方向，可作线性插值：

$$\varphi(z) = \varphi_1 + (\varphi_2 - \varphi_1) \frac{z - z_1}{z_2 - z_1} \quad (1-34)$$

补充边界线沿 r 方向，可作对数插值：

$$\varphi(z) = \varphi_1 + (\varphi_2 - \varphi_1) \ln \frac{r}{r_1} \bigg/ \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (1-35)$$

补充边界线沿同心球电容器半径方向，可按同心球电场处理，作以下形式插值：

$$\varphi(r) = \varphi_{ac} \left(\frac{R_c}{r} - 1 \right) \bigg/ \left(\frac{R_c}{R_a} - 1 \right) \quad (1-36)$$

上述 3 式中各量的物理意义，见图 1-5 与图 1-6。

关于区域内节点电位初值 $\varphi_n^{[0]}$ ($n=1, 2, \dots, N$) 的给出，从理论上讲，是可以任意的，总可以经反复迭代计算而得到收敛于线性代数方程组的真解的近似解。但问题在于，若给定初值较接近于迭代终值，则迭代次数可以少些。然而，由于实际系统电极形状各异，结构繁简不一，若要对域内各点都给出较理想的初值，势必造成程序编制上的困难。所以，初值的给出应适当选取，但毋需追求过于精确。

初值的给出方法很多，例如可采用线性插值结合网格折半的措施，也可采用 $4/3$ 次方分布公式代替线性分布公式，等等。这里不加赘述，有兴趣的同学可查阅有关文献。

本课程设计中，也可采用给所有域内点初值赋零的方法来作简单处理。

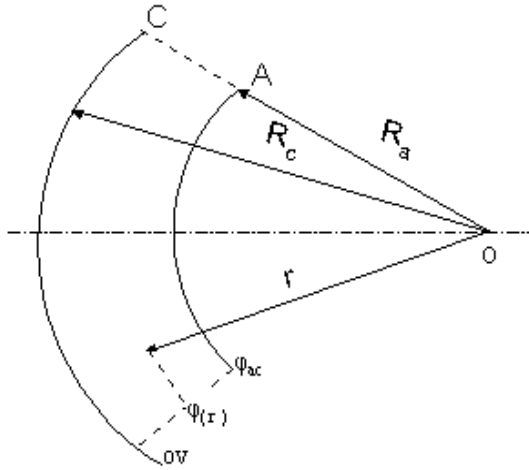


图 1-6 补充边界示意图（二）

1.7 误差分析

差分方程的最终解与微分方程的真解之间总会有一定的差别，称为截断误差。它是决定计算结果准确度的系统误差，它与场结构和网格划分方式及网格间距（步长）有关。

若将(1-4)式泰勒展开式保留更高阶的项，在以后的差分公式中都将出现步长的更高阶项。显然，这时截断误差将减小。

也很容易证明，对同一网格点，当采用不同的差分格式，截断误差也会有所不同。例“十”字形五点差分格式（图 1-3）与“田”字形五点差分格式（图 1-7），由于它们的差分公式系数不尽一致，它们的截断误差纵然有相当的阶次，但还会有所不同。这说明，计算结果的准确度直接与差分格式有关。

需要指出，上述分析是对某一点的周围网格点电位值都取正确值而言的。实际上的截断误差要复杂的多。但上述分析的截断误差仍不失是一个重要指标，仍常常用来表示解差分方程组所得的结果与拉普拉斯方程的真解之差。

另外，当用迭代法求解差分方程组时，只能按给定的控制精度，以计算机允许的一定数位进行有限次迭代。这样在迭代近似解和差分方程组真解之间又存在着另一类误差，即所谓“残差”。所以实际迭代近似解与拉普拉斯方程真解之差，应为上述截断误差与残差的代数和。残差可以通过增加迭代次数和增加有效数字位数的方法而减至足够小，并保持各点电位值相互间的内在协调。这在高速、

大容量计算机上是容易实现的。但截断误差是固有的系统误差（原理误差），因而是场分布计算中的主要误差。

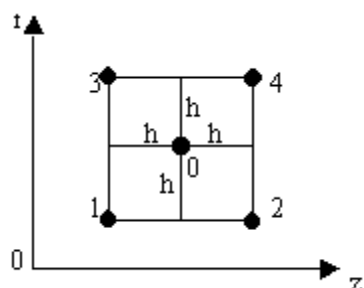


图 1-7 “田”字形等距五点差分格式

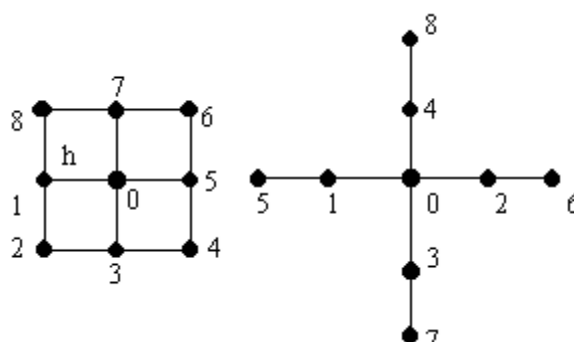


图 1-8 等距九点差分格式

为减小截断误差，可以采用以下方法：

1. 采用涉及较多网格点的差分格式，例等距九点（“田”字形或“十”字形）差分格式（见图 1-8）。但在近边界区域，九点格式是有困难的。

2. 减小步长 h 。因网格加密意味着离散化的量化阶梯趋小，自然更能逼近连续化，而且也更能充分反映边界的实际情况。从极限观点看，当 $h \rightarrow 0$ 时，则截断误差 $\rightarrow 0$ 。

但步长不能太小，否则，由于节点数成倍增长，迭代收敛显著变慢，这样会受计算机内存容量和计算时间的限制，往往使迭代次数不够，使残差增大。所以步长选多大，应根据具体系统的实际情况和所要求的精度来确定。

3. 采用不均匀距离网格。该方法既能减少网格点数，又能在一定程度上提高计算结果的准确度。一般在电子运动速度较小的近阴极区、场较强的近阳极区和近轴区，用较小网格，而在远离成像电子束通过或在场较弱的区域（例等位区）用较大网格。该方法运用得当，可以获得较好的效果。

4. 子区间技术。该方法是将已进行网格划分的部分区域划出，再加密划分网格，作小步长计算，即把区域内成为新的子区间边界的节点，利用原来节点（在其周围）数据插值求出其电位值并予以固定，然后再进行迭代计算。

上述的不等距网格和子区间技术应处理得当，以避免因各种网格步长和格式不同引起的精度各不相同而造成精度的不协调而反过来损害精度。

1.8 等位线的计算

在经过足够多次迭代后,当域内各网格点电位的残差都已小于给定的控制精度误差(相对的或绝对的),即已达到预期的精度,便可停止迭代。这样便得到了各个网格上的电位值,并可据此描绘出等位线。描绘等位线主要是为了能形象直观地了解系统的场分布,以帮助分析、评判系统的性质。

在旋转对称电场中,等位面的方程为 $\varphi(z, r) = \varphi_d$, φ_d 为某电位常数。不同的 φ_d 就对应不同的等位面。旋转对称的等位面与系统子午面的交线即为该子午面内的等位线。

描绘等位线的方法有几种,主要有微积分方程追迹法和扫描搜索法。结合课程设计任务,这里只介绍简单而常常被实际采用的扫描搜索法。

当需要描绘电位为常数 φ_d 的等位线时,可沿着每一横行网格点作“行扫描”,去检查各个网格点的电位值。比如,当沿着第 i 行扫描时,发现 $\varphi_{i,j} < \varphi_d$ 且 $\varphi_{i,j+1} > \varphi_d$,则在 $\varphi_{i,j}$ 和 $\varphi_{i,j+1}$ 之间作线性插值,便可求得 φ_d 所对应的点的轴向坐标 z_d 与径向坐标 r_d :

$$\begin{cases} z_d = z_j + \frac{z_{j+1} - z_j}{\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j}} (\varphi_d - \varphi_{i,j}) \\ r_d = r_i \end{cases} \quad (1-37)$$

该式的条件是 $\varphi_{i,j} < \varphi_d < \varphi_{i,j+1}$ 。同理,也可沿着每一纵向网格作“列扫描”,在

$\varphi_{i,j} < \varphi_d < \varphi_{i+1,j}$ 的情况下,可求出 φ_d 对应点的坐标点 (z_d, r_d) :

$$\begin{cases} z_d = z_j \\ r_d = r_i + \frac{r_{i+1} - r_i}{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j}} (\varphi_d - \varphi_{i,j}) \end{cases} \quad (1-38)$$

其中各量的意义,可见图 1-9。

把电位值为 φ_d 的这些点连起来,就得到所要求的等位线。

扫描搜索法虽然原理是近似的,但计算简单,误差每点相互独立而不首尾传

递，能同时确定同一电位 φ_d 值所对应的多根等位线。只要迭代有一定精度，则其所描绘出的等位线可以是足够光滑的。

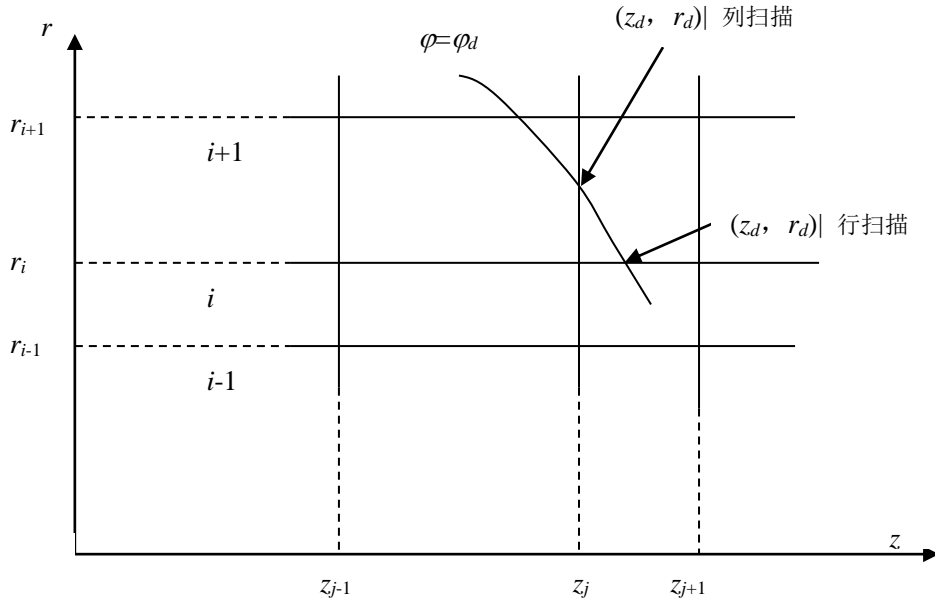


图 1-9 等位线的描绘

1.9 旋转对称电场中的电位鞍点

当旋转对称电场中的电位分布随 z 轴方向变化出现较明显的“高-低-高”或“低-高-低”的情况时，会呈现一种比较特殊的空间电位的鞍形等位面形状。

根据电子光学基本原理，旋转对称的空间电位分布都可用轴上电位分布展开得到。将 $\varphi(z, r)$ 在 $z=z_0$ 点展开，用轴上电位分布 $V(z)$ 的泰勒调和函数表示，并只考虑考察在 $z=z_0$ 点附近的近轴区域内的等位线形状，即认为此时 $(z-z_0)$ 与 r 均是一阶小量，在展开式中略去它们的高次项，得：

$$\varphi(z, r) = V(z_0) + (z - z_0)V'(z_0) + (1/2)(z - z_0)^2 V''(z_0) - (1/4)r^2 V''(z_0) \quad (1-39)$$

式中撇号表示对 z 的求导。这时轴上电位若在 $z=z_0$ 处取极值，则有：

$$V'(z_0) = 0, V''(z_0) \neq 0 \quad (1-40)$$

我们称 $z=z_0$ 为“鞍点”。鞍点附近的电位分布由(1-39)式中代入 $V'(z_0) = 0$ ，而表示为：

$$\varphi(z, r) = V(z_0) + (1/2)(z - z_0)^2 V''(z_0) - (1/4)r^2 V''(z_0) \quad (1-41)$$

当 $V''(z_0) > 0$ 时，电位随着 $|z - z_0|$ 的增大而增大，随着 r 的增大而减小；当 $V''(z_0) < 0$ 时，电位随着 $|z - z_0|$ 的增大而减小，随着 r 的增大而增大。因此等位面在该极值点附近的空分布为鞍形。鞍点名称由此而得。

由(1-41)式中令 $\varphi(z, r) = V(z_0)$ ，得到鞍点处的等位面方程：

$$(z - z_0)^2 = (1/2)r^2 \text{ 或 } r = \pm\sqrt{2}(z - z_0) \quad (1-42)$$

很明显，该等位面是一个旋转对称圆锥面，圆锥与 z 轴的半顶夹角为：

$$\alpha = \arctan \sqrt{2} = 54^\circ 44' \quad (1-43)$$

该圆锥面实际上是(1-41)式所表示的鞍状旋转双曲面在 $(z - z_0)$ 与 r 都趋于 0 时的渐近面。

由(1-41)式表示的鞍状旋转双曲面以及由(1-42)式表示的旋转对称圆锥面，在旋转对称子午面上 $z = z_0$ 点附近，表现为如图 1-10 所示的等位线。

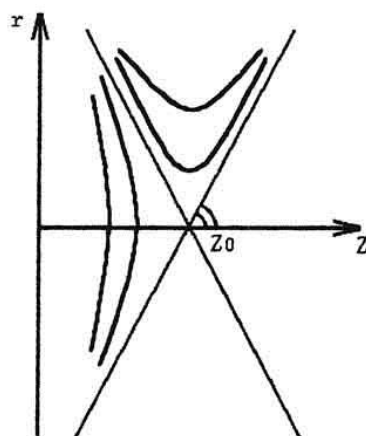


图 1-10 鞍点附近的等位线示意图

了解鞍点附近的等位面（线）的性质与形状，对正确绘制其附近的等位线图形无疑是十分重要的。当系统中出现与不出现鞍点时，调用曲线描绘程序来描绘等位线的方法是有区别的。

1.10 拉格朗日（Lagrange）插值法

为了确定电子轨迹，除了要知道各网格点上的电位值，更重要的是必须求知

电子轨迹行进中所经过的任意流动点的电位及其偏导数，而电子行进点一般都不恰在网格点上。任意流动点 (z, r) 上的电位 $\varphi(z, r)$ 是通过利用该点的邻近之若干网格点电位值进行插值计算求得的，而各偏导数是对电位的插值多项式进行微分获得的。

结合本课程设计任务，这里只介绍一种一维数值插值计算方法——拉格朗日插值法。

所谓插值问题，就是当仅知道函数 $F(x)$ 在 $n+1$ 个节点 x_0, x_1, \dots, x_n （不妨设 $x_0 < x_1 < \dots < x_n$ ）处的各数值 $F(x_i)$ ，要求估计出任意一点 x 处的函数值 $F(x)$ 的问题。插值法的基本思想是寻求或构造一个适当的解析函数 $P(x)$ ，来近似逼近、模拟这个未知函数 $F(x)$ ，而使之在各节点处的值有：

$$P(x_i) = F(x_i) \quad (i = 0, 1, \dots, n) \quad (1-44)$$

这 $P(x)$ 就称为插值函数。若被插值点 x 在 (x_0, x_n) 区域内，称内插法；若 x 在 (x_0, x_n) 之外，称外推法。

显然，满足同一问题的插值函数不是唯一的。为了保证插值精度，采用何种插值函数形式，要看节点值 $F(x_i)$ 的具体情况而定。

由于多项式插值函数对连续平滑的函数是适宜的，而且多项式还便于进行数值微分和数值积分，所以常常被采用。其标准形式为：

$$P_n(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n \quad (1-45)$$

称为 n 次插值多项式。它是以 $n+1$ 个基本点为依据的。而基于 $n+1$ 个基点的 n 次插值多项式是唯一的。

实际应用时， $P_n(x)$ 往往不取其标准形式，例如可采用拉格朗日插值多项式形式：

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n a_i(x) y_i \quad (1-46)$$

这里 $y_i = F(x_i)$ ，即为各节点函数值。

若构造一个 $n+1$ 次多项式函数 $f(x)$ ：

$$f(x) = \prod_{j=0}^n (x - x_j) \quad (1-47)$$

则

$$f'(x) = \frac{d}{dx} \prod_{j=0}^n (x - x_j) = \prod_{j=0}^n (x - x_j)' \quad (1-48)$$

以 $x=x_i$ 代入, 有

$$f'(x_i) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n (x_i - x_j) \quad (1-49)$$

式中撇号表示对 x 求导。于是(1-46)式中 $a_i(x)$ 写成:

$$a_i(x) = \frac{f(x)}{x - x_i} \frac{1}{f'(x_i)} \quad (1-50)$$

其具体形式为

$$a_i(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \cdots (x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \cdots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \cdots (x_i - x_n)} \quad (1-51)$$

显然, 它满足条件

$$a_i(x_j) = \begin{cases} 0 & (j \neq i \text{ 时}) \\ 1 & (j = i \text{ 时}) \end{cases} \quad (1-52)$$

于是

$$L_n(x_i) = y_i \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (1-53)$$

显而易见, 当把 $L_n(x)$ 展开整理, 即可化为多项式的标准形式(1-45)式。

实际应用时, 一般人们不会取 x_0, x_1, \dots, x_n 这所有点上的函数值去对任意点 x 作全程(全区域)插值。因为当 n 稍大一点, 插值函数次方过高, 形式太复杂, 计算也不方便。人们常常采用分段局部插值方法, 即判断插值点 x 所在位置, 以最靠近 x 的若干点(例 4 个点), 以某阶次(例 3 次方)的拉格朗日插值函数来求得该点的函数近似值。这样在整个插值区域内若始终采用同样阶次的插值函数, 则可以保证精度的协调一致, 又可以简化计算, 提高效率。

三点二次、四点三次拉格朗日插值公式是常用的。三点二次拉格朗日函数的具体形式为:

$$L_2(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} y_0 + \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)} y_1 + \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)} y_2$$

其计算程序可查阅有关数值计算方法的子程序集。

1.11 其他

计算机辅助设计 (Computer Aided Design—CAD) 有着极其广泛的内容。仅就光电成像器件电子光学系统的 CAD 而言, 也远不止上述有关内容。电子光学系统中电磁场的计算, 除了采用上述有限差分法 (Finite Differential Method—FDM), 还有一系列有效的算法, 例有限元法 (Finite Element Method—FEM)、电荷模拟法 (Charge Simulation Method—CSM)、边界积分方程法 (Boundary Integral Equation Method—BIEM) 和边界元素法 (Boundary Element Method—BEM) 等。这些方法都已相当完善和成熟, 有不少算法及方程可直接利用。当然不同情况下各算法的效率与效果 (使用复杂程度、数据准备、网格或边界划分难易及其自动化程度、计算速度、计算精度等) 可能会各不相同, 要根据具体情况选用不同的方法。

除了上述电子光学的电磁场计算, 电子光学系统电子轨迹的计算、成像参量的计算、像质评定指标的计算等, 也都已得到了充分的发展。目前电子光学系统的逆设计方法 (Inverse Design Method), 优化设计方法 (Optimization Design Method)、自动设计方法 (Automatic Design Method) 也都取得了一定的进展。有关内容请查阅有关文献。

1.12 静电场的三个基本定理

1) 唯一性定理

若已经给定系统中所有电极的形状和排列, 并给定每一电极的电位, 那么由这些电极所产生的静电场将由拉普拉斯方程 (当空间电荷密度分布影响不可忽略时, 则为泊松 (Poisson) 方程) 唯一地确定。换言之, 只存在唯一的解 φ 在区域内处处满足拉普拉斯方程, 而在边界上满足给定的电位值。

这里我们不予证明, 只是指出, 该定理在实际上有很大的用处。有了该定理, 不论用什么方法找到一个函数 $\varphi(z, r)$, 若它既能满足拉普拉斯方程, 又能在区域的边界上符合给定的电位值, 那么, 它就一定是真正的解, 而且也是唯一的解。

2) 相似性定理

1) 若电极系统中各电极的电位都增大为 K 倍, 当电位零点不变时, 则空间各点的电位也都增大为 K 倍, 从而系统中等位面的形状不变。

2) 当系统各电极的电位保持不变, 而电极尺寸按比例相似增大为 K 倍, 则原系统中任一点上的电位 $\varphi(z, r)$ 和放大的系统中对应点 (Kz, Kr) 上的电位 $\varphi(Kz, Kr)$ 完全相同, 只要系统坐标零点不变即可。因之, 新系统中的等位面可以看作是原系统中的等位面保持几何相对形状和电位数值不变, 只是尺寸放大为 K 倍似的。

必须指出, 当发生上述变化时, 对于系统中各点的电场强度, 则有如下相应变化:

- 1) 电极电位变化为 K 倍, 电场强度变化为 K 倍;
- 2) 电极尺寸变化为 K 倍, 电场强度变化为 $1/K$ 倍。

相似性定理只对拉普拉斯方程成立。当空间电荷效应不可忽略时, 只有当空间自由电荷分布也按比例增大或缩小, 才对泊松方程成立。

由唯一性定理以及拉普拉斯方程对电位与位置坐标都具有齐次性, 不难证明相似性定理。

该定理对实际的实验工作、计算工作的重要指导性意义是不言而喻的。

3) 多电极系统的电位迭加定理

当各电极的形状、相对位置确定后, 电场分布满足下述迭加定理:

$$\varphi(z, r) = \sum_{i=1}^n V_i \varphi_i(z, r) \quad (1-54)$$

其中 V_i 为第 i 个电极上所加的电位值, $\varphi_i(z, r)$ 为 $V_i=1$ 、其它 $V_j=0 (j \neq i)$ 时的系统内的电位分布函数, 称为相应电极的单位电位分布函数。

对一个各电极形状、相对位置确定的系统, 当需要不断通过改变一个或部分电极的电位值而获得系统新的电位分布时, 可依据该定理由已先行计算、存储的单位电位分布函数的简单迭加来获得, 而不必每次都重新进行电位分布的迭代计算。

2 设计任务书

目的：训练、培养独立进行计算机辅助设计（CAD）工作的初步能力。

课题：用有限差分法对具有多个平圆孔阑电极的像增强器电子光学成像系统的空间电场分布进行数值计算，并完成其它相关的任务。

学时：56 学时，每人约上机 36-48 学时。

形式：统一以 C、C++或 C#语言编制计算程序，在微机上进行程序编制、调试与计算，编译环境：Visual Studio。

内容与要求：

1. 熟悉、领会有限差分法计算电场分布的基础理论与计算方法，掌握超张弛迭代法。

2. 用“十”字形五点不等距差分格式计算空间电场分布。

3. 采用 SOR 法，按照第 1 节中所述的计算步骤，选择并寻求最佳迭代因子 ω_m （当 $\omega_0=1$ 时，迭代 1 遍，也可迭代 12 遍；其他 ω 值取法、每论迭代次数、 ω 精度控制等均按第 1 节要求）。

4. 对电极之间的间隙进行边界封闭处理。

5. 所有迭代内点上的初置电位全部取零，或采用平板电容器之间的线性插值法获得。

6. 采用满足绝对精度控制准则来终止迭代过程。

7. 程序要求有一定的通用性，以便使之可以用来计算同一种类型的不同像管的电场分布。例：

电极个数、电极电位值（ $\leq 100V$ ）、计算场分布控制精度（最优达 10^{-6} ）、步长数（每个电极厚度占 1 个步长）及其它有关参数（详见计算实例中给出的计算数据）应在一定范围内具有任意性。这些数据要求以运行程序从数据文件读入的方式读入。

8. 用扫描搜索法扫描若干条等位线，等位线电位可以在 0V 到最高电位之间以一组值任意给定，也可以一个电位间隔值（电位差值）给出。

电位分布可能存在鞍点。

9. 用拉格朗日三点二次插值公式，从通过迭代已计算出的轴上网格点上的

电位值出发，插值计算任意给出的轴上点的电位值。一般要求插值计算给定数目的轴上等距点上的电位值。

10. 程序中实变量均采用双精度。

11. 程序要求语句结构合理，段落清晰分明，功能齐全，可读性强，计算结果正确，存储单元尽可能少（根据 SOR 法，空间电位分布只能设置一个存储空间）。

12. 输出打印及数据处理内容：

1) 输出有关过程信息，包括必要的输入数据（计算前提）及计算中间结果，例：网格点坐标（ z , r 坐标方向网格步长划分）、各电极位置配置及电位、收敛控制精度及反映迭代计算过程的其它有关信息，例：迭代轮次、迭代次数、每轮迭代因子值、每轮迭代结束时（以及达到精度、退出迭代时）前后两次迭代的平均残差、最大残差，等；

2) 按具体要求列表输出打印网格点上的电位值（例：全部、或隔行隔列、或隔两行隔两列等方式输出）；

3) 输出扫描等位线的电位值及各点坐标值，及其等位线形状图（含电极结构）；

4) 输出经拉格朗日插值计算后的轴上电位值（及其位置值）及其图形曲线：以打印结果文件方式输出轴上电位值，调用 C 语言绘图数据库程序，输出轴上电位分布曲线。

13. 要求调用 C 语言绘图数据库程序，输出空间电位分布中存在鞍点时的等位线描绘图。

14. 根据静电场的第三个基本定理，在只多设置一个空间电位存储空间的情况下，校核直接迭代获得的空间电位分布与通过分别迭代获得各电极的单位电位分布函数、然后进行线性迭加得到的空间电位分布之间的误差。要求输出对所有网格点上这两个空间电位分布之间的最大绝对误差、平均绝对误差、均方根误差等数据。

15. 要求整个输出结果作为一个文件，存入微机当前驱动器。要求结果正规整齐，有适当的标题及说明，可以装订或保存，便于检索查阅。

像管的具体结构及有关计算参数如图 2-1 所示。

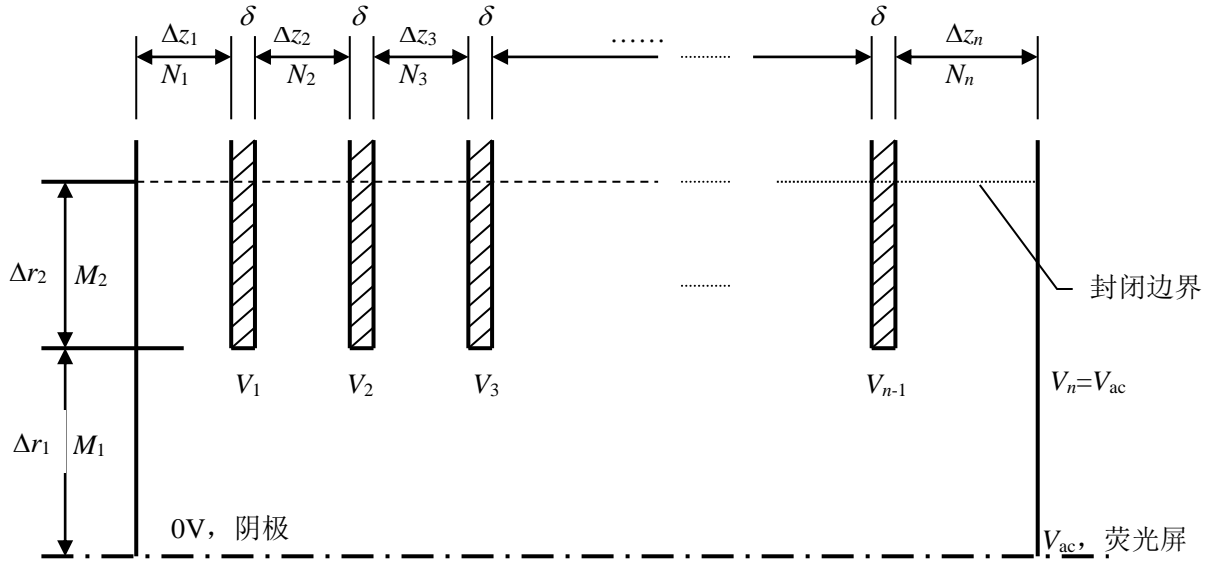


图 2-1 像管结果及有关参数示意图（一）

n : 电极（包括中间电极与荧光屏，但不包括电位为 $0V$ 的阴极）总数；

δ : 电极厚度（mm），占 1 个步长，所有电极厚度相同；

$\Delta z_1, \Delta z_2, \dots, \Delta z_n$: 相邻电极之间的距离（mm）；

N_1, N_2, \dots, N_n : 相邻电极之间要划分的步长数。在每一个 Δz_i 范围内作等步长划分网格，总网格数 $N_1 + N_2 + \dots + N_n + n - 1$ ；

V_1, V_2, \dots, V_n : 电极电位（V）。

Δr_1 : 电极内孔径半径（mm），所有电极内孔径半径相同；

M_1 : Δr_1 范围内等步长划分的网格数；

Δr_2 : 从电极内孔边沿到封闭边界处的径向距离（mm）；

M_2 : Δr_2 范围内等步长划分的网格数；

ε : 迭代控制精度；

NST : 输出打印空间电位时网格点间隔数，当 $NST=1$ ，全部打印； $NST=2$ ，隔行隔列打印，依次类推；

INS : 轴上电位作等距插值时的步长数；

ΔV : 要求扫描搜索等电位线的电位间隔值，例 $V_{ac}=100V$ 时， $\Delta V=12V$ ，则应扫描电位为 12、24、36、48、60、72、84、96V 的等位线；

EV_1, EV_2, \dots, EV_m : 要求扫描搜索等电位线的电位值, 共 m 个。采用本数据或上述 ΔV , 由指导教师届时具体指定择一而行, 但程序应同时具有这 2 种功能。

调试计算时, 可采用以下数据:

$\delta=0.5\text{mm}; n=7;$

$\Delta z_i=5.2, 8.6, 8.6, 8.6, 8.6, 8.6, 5.2\text{mm};$

$N_i=6, 10, 10, 10, 10, 10, 4;$

$V_i=24, 40, 62, 74, 85, 96, 100\text{V}$ (对存在鞍点的情况, 可采用: 36, 70, 82, 46, 83, 96, 100V);

$\Delta r_1=20\text{mm}, M_1=23; \Delta r_2=12\text{mm}; M_2=15;$

$\varepsilon=0.0005\text{V}; NST=2; INS=60; \Delta V=10\text{V}。$

为加快调试程序的速度, 在初期试算时可减少步长数, 降低精度要求。正式计算数据由指导教师届时给定。

正式计算数据必须统一, 切勿擅自改动, 以便核对数据和评定成绩。

3 设计技术报告要求

人们通过科学论文和技术报告的撰写, 来表达自己的合作者从事科学研究或承担专门技术工作取得的成果, 反映课题组或技术组分析和解决科学技术问题的独到新颖的见解, 或论证提出解决问题的方案, 反映在本学科或专业领域内所掌握的理论基础和专业知识的深度和广度, 或报告科学研究或技术工作的成果。

本设计技术报告是本课程设计工作的记录和总结。通过设计报告, 对有关理论进行必要的阐述, 对设计过程与方法作如实记载, 对设计结果进行认真的分析、归纳与评价, 对整个工作进行总结提高。

通过撰写设计报告, 应努力提高写作科学论文及技术报告的能力。

设计报告的大致内容、结构与要求如下:

一、开始部分:

1. 设计报告课题名称: 要求确切、恰当、鲜明、简短, 能概括内容, 又引

人注目。

2. 摘要 (Abstract): 要求概括论文的主要内容, 简短扼要, 引人入胜, 说明主要工作的目的、方法、成果和结论, 重点是反映成果和结论。

3. 目录: 列出提纲目录, 分别层次, 逐项标注页码。要达到使人一目了然的目的。

本设计报告要求在 150 字左右, 同时提供英文摘要。

二、主体部分:

1. 前言: 论述本设计工作的意义, 由来, 研究目的, 预期目标等。

2. 理论基础: 对基本理论、物理模型与数学模型等作必要的引述, 罗列必要的公式, 说明符号意义 (当第一次出现时)。

切忌生搬照抄, 应有机、简洁、和谐地组合引述。

3. 阐述程序设计思想: 叙述程序编制的主要思路, 计算功能, 计算步骤, 数据与信息。

4. 程序主要变量与数组名表: 一律用大写; 数组要带容量下标; 共用变量名, 尤应说明清楚。

5. 程序流程框图: 中文与字母说明相结合, 反映实际步骤, 简繁适当, 避免过简与过繁。

6. 使用说明: 数据文件的建立, 数据的修改, 输入数据编排顺序、类型与范围, 输出格式及其阅读方式。

7. 误差分析。

8. 数据处理: 提供调用 C 语言绘图数据库程序所绘制的轴上电位分布曲线与等位线图形 (含电极结构)。

三、结束部分:

1. 结论与讨论: 具体说明各项设计任务完成情况, 包括针对空间电位分布迭代计算、等位线扫描、轴上电位插值、存在鞍点时的等位线扫描、考核多电极电位迭加定理等任务一一说明完成情况, 来不及完成的任务及其原因分析; 对可选择性的, 要说明具体选择 (例用 $\omega_0=1$ 迭代 1 次还是 12 次, 网格点初值是全部赋零还是插值等); 总结工作成果, 给出能给人以启示性的结论 (要求简单明了, 鲜明具体); 讨论工作收获与体会, 总结程序编制与调试技巧; 不足之处;

可以进一步深入或改进的地方；等。

2. 致谢（必要时）：向所有提供过指导、支援及帮助的人员、与作者作过有益讨论的人员等表示感谢，以表达尊重他人劳动的心情。语言应诚挚热情，恰当而不过分。

3. 参考文献：应以文献在文中引用的先后次序作编号，引用时应当遵守一般的规范性（见例举）。

引用科技期刊中的论文格式：序号，作者姓名，论文名，期刊名[J]，年份，期刊卷号，期数，起讫页码。

例（请注意其中的各标点使用）：

[3] 周立伟，倪国强，方二伦．图像无旋转的电磁聚焦移像系统的研究．电子学报[J]．1984，12（3）：33～40

引用科技书籍格式：编号，编著者姓名，书名[M]，出版地点，出版社，出版年份（，引用部分起讫页码或章节）。

例（请注意其中的各标点使用）：

[5] 向世明，倪国强编著．光电子成像器件原理[M]．北京：国防工业出版社，1999

引用会议录、资料汇编、技术报告、档案资料、学位论文、论文集、专利等的方法，请见有关专门书籍介绍，这里不赘述。

4. 附录：附程序文本，计算结果（打印）等。

写作设计报告时，注意：

1. 要求 A4 幅面，有封面，左侧装订成册，双面打印，正文 5 号字，单倍行距。

2. 上述写作格式仅供参考，前后次序与组合关系，可灵活处理，不应死板模仿。

3. 第一部分 3 小点、第三部分 4 小点不予编号，其余可连续编号，不机械划分。

4. 章节体例规格整齐统一，段落分明，概念清楚；叙述简洁明了，用词准确规范洗练，应用陈述口气，不要夸张，渲染与感叹，务必实事求是；尽可能打印；若书写，要求字迹清晰端正；引用部分，要经过自己的整理、选择与加工，

不要简单抄袭；同学之间杜绝抄袭现象。

总的要求是：科学性（Scientific）和逻辑性（Logical）。

具体要求是：准确性（Accuracy），客观性（Objectivity），公正性（Impartiality），确切性（Verifiability），可读性（Readability）。

4 程序编制与上机

一、必要条件

1. 认真熟悉领会本指导书的内容，深入了解基本理论，将物理与数学模型思想转化为进行数值计算的程序设计思想，进而编制程序，上机输入、调试，最后进行计算。必须高度重视本教学实践环节。

2. 复习并熟悉掌握 C、C++ 语言，或其他一种高级程序语言；

3. 了解操作系统，掌握与本设计任务有关的命令；

4. 了解程序语言的编辑环境、连接方法及操作命令，熟练掌握编译、查错、调试、修改、再编译、连接、运行等一系列必要步骤的操作方法。

二、文件编号

每位同学建立 1 个源程序文件，命名为“学号_姓名.cpp”。

在源程序中开辟 2 个计算机通道，用 OPEN 语句来执行。一个赋予计算数据文件，命名为“学号_姓名.dat”，一个赋予结果记录文件，命名为“学号_姓名.res”。在编译中还会产生相应的目标文件（.obj）及执行文件（.exe）等，但其命名原则是一致的，便于统一管理。

在最后完成任务、准备下机时，要将计算过程与显示结果向指导教师演示，并以书面记录形式申报源程序及结果文件名。

源程序及结果文件都要统一打印，并作为附件随设计报告上交。为避免混乱，请将所有文件存放在文件夹“d:\CADtest\2015\学号_姓名”，以便认领。

三、上机要求

1. 力争在规定时间内完成规定的任务，并注意统筹安排，做到边编制程序、边上机、边调试、边完善；上机调试应有屏幕显示；

2. 由于计算空间电场分布是本课程设计最基本的任务，应集中力量完成。扫描等位线、轴上电位插值等任务，特别是存在鞍点时的扫描等位线、考核多电极电位迭加定理等任务，可以靠后安排，时间不够可予放弃。

3. 按时上机，不得无故缺席；按时下机，以便下一批同学接班上机或机房下班；按指定机号上机，不要随便串位；计算机出现异常，及时报告，以便及时处理；不得私自处理；不得私自乱动别人程序；严格遵守机房纪律。

4. 计算中心禁止使用笔记本电脑，请带优盘进行存储。

5 总结与答辩要求

在设计任务与上机结束后，全体同学需参加总结与答辩会。

该环节是设计任务的极其重要的过程，同学不得无故缺席。

指导教师将挑选部分同学分别就设计的基础理论、算法思想、编程流程实施过程、编程技巧、上机调试过程实施、调试技巧等相关专题作答辩演讲与质疑。质疑与提问除了向演讲同学提出外，可以针对全体同学进行。