

System Dynamics and Control Design

~ Automatic Control Web Course ~

Matlab Version 5.3

光機電實驗室
張仁宗教授
馮晉 2001 碩士
V1.0

一、簡介

Matlab(Matrix laboratory)是一套主要用來做科學及工程上的數值計算與模擬的應用軟體。集合了矩陣運算、數值分析(Numerical Analysis)、訊號處理、圖形繪製及系統模擬(System Simulation)等功能。其基本資料元素為矩陣。本講義主要介紹一些基本的矩陣運算、圖形繪製及系統模擬用法。

二、基本宣告及變數

Matlab 的變數及函數不用宣告，名稱開頭需為英文字母，長度不得超過 30 個字元，且大小寫不同。並用等號(=)來指定變數的值及表示變數之形式。標準表示形式如：

Variable = expression

Matlab 有一些內定的基本變數，包含 π 、 ∞ 、Not-a-Number 及 $\sqrt{-1}$ 。

Matlab 運算時採 double-precision，但卻以 short format 顯示(輸出)結果。若要改變顯示形式可用 format 指令，如下：

```
p = 2/3;  
p  
輸出  
p =  
    0. 6667
```

```
format long  
p  
輸出  
p =  
    0. 66666666666667
```

對於不清楚用法與功能的指令可用 help 來查詢。如：

```
help inv
```

INV Matrix inverse.

INV(X) is the inverse of the square matrix X.

A warning message is printed if X is badly scaled or nearly singular.

*基本數學運算及函數

Matlab 之基本算術運算子(運算符號)簡介如下:

+ : 加法運算
- : 減法運算
* : 乘法運算
/ : 右除法運算
\ : 左除法運算
^ : 次方運算

運算優先順序為: ^、*、/、\、+、-，但可用括號來改變之: ()、[]、{ }。如:

```
a=1+6-3*4/(4-2)
a =
    1
```

Matlab 並提供了很多方便的數學運算函數。如用 sin(x)表正弦函數，在此並不一一介紹(見附錄 A)。

*陣列及矩陣運算

a. 向量表示法:

列(row)向量 r

```
r = [2,4,5];
```

行(column)向量 c

```
c = [2,4,5]'
```

% (') is the transpose notation

% : 在程式中為注解用，不執行

b. 矩陣表示法:

```
A = [2,3,5;1,5,7;2,6,7]
```

```
A = [2 3 5;1 5 7;2 6 7]
```

```
A = [2 3 5;
```

```
    1 5 7;
```

```
    2 6 7]
```

以上三種均為矩陣輸入形式，Matlab 輸出為:

```
A =
     2     3     5
     1     5     7
     2     6     7
```

c. 陣列運算:

陣列運算時，只需在數學運算符號前加一個句點(.)即可。如:

```
a = [1 2 3];  
b = [2 3 4];  
c = a.*b
```

```
c =  
2     6    12
```

d. 矩陣運算:

矩陣運算子與算術運算子同，運算優先順序亦一樣。

以下為一例:

% 求 A 的轉置矩陣 B

```
B = A'
```

```
B =
```

```
2     1     2  
3     5     6  
5     7     7
```

```
A+B      %餘下之運算同
```

```
ans =
```

```
4     4     7  
4    10    13  
7    13    14
```

欲求矩陣的特徵方程式及特徵值:

%求特徵方程式

```
p=poly(A)
```

```
p =
```

```
1.0000 -14.0000 4.0000 13.0000
```

其中 p 即表多項式 $p(x)=x^3-14x^2+4x+13$ ，以下 roots(p)代表求多項式 p 的根，即矩陣 A 的特徵值。

```
r=roots(p)
```

```
r =
```

```
13.6368  
1.1747  
-0.8115
```

%求特徵值

```
eig(A)
```

```
ans =
```

```
1.1747  
13.6368  
-0.8115
```

還有一些線性代數方面的運算如求矩陣奇異值(Singular values)、逆矩陣…等，可見附錄 B。

e. 複變數:

Matlab 中可以使用複變數來作運算，以 i 或 j 代表純虛數 $\sqrt{-1}$ 。例

```
c1=1+5i;  
c2=2+4i;  
C=[c1,c2]  
C =  
1.0000 + 5.0000i    2.0000 + 4.0000i
```

```
c1/c2  
ans =  
1.1000 + 0.3000i
```

三、資料輸入與輸出

*直接輸入資料與輸出

可從指令 'input' 進行資料直接輸入，按 'enter' 執行並輸出結果資料。

例:

```
x = input('angle = ')  
angle =  
%從鍵盤輸入'1'，按 enter，輸出結果(資料)為:  
x =  
1
```

*從檔案讀入資料與資料儲存

用指令 'load' 從檔案讀入資料，然後再做處理即可；'save' 來儲存輸出資料。

例:

```
y=0:1:10;  
save('out','y') %檔名為 out.mat  
load out.mat  
y
```

y =

```
0    1    2    3    4    5    6    7    8    9  
10
```

*繪圖(Graphics)

a. Plot Format:

plot(x,y): plots vector y versus vector x.

plot(y): plots the columns of y versus their index.

Ps: If y is complex, plot (y) = plot (real(y), imag(y)).

semilogx(x,y): plots the vector y versus vector x, the x-axis is \log_{10} ; the

y-axis is linear.

semilogy(x,y): plots the vector y versus vector x, the x-axis is linear; the y-axis is \log_{10} .

Loglog(x,y): plots the vector y versus vector x, the x-axis and y-axis are \log_{10} .

b. Functions for Customized Plots:

title('text'): puts 'text' at the top of the plot.

xlabel('text'): labels the x-axis with 'text'.

ylabel('text'): labels the y-axis with 'text'.

text(p1,p2,'text','sc'): puts 'text' at (p1,p2) in screen coordinates.

where (0.0,0.0) is the lowest left, (1.0,1.0) is the upper right of the screen.

subplot: subdivides the graphics window.

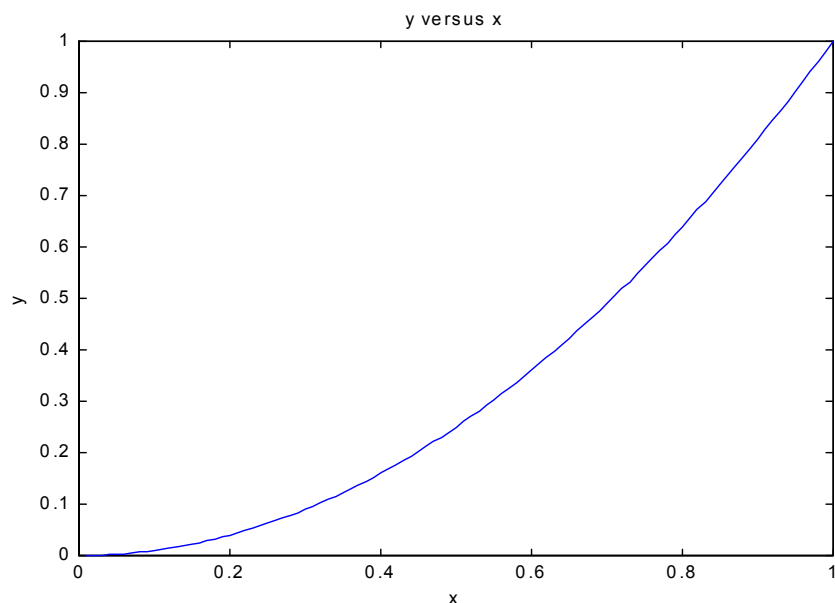
grid: draws grid lines on the current plot.

例 1:

程式

```
x=0.01:0.01:1;  
y=x.^2;  
plot(x,y)  
title('y versus x')  
xlabel('x')  
ylabel('y')
```

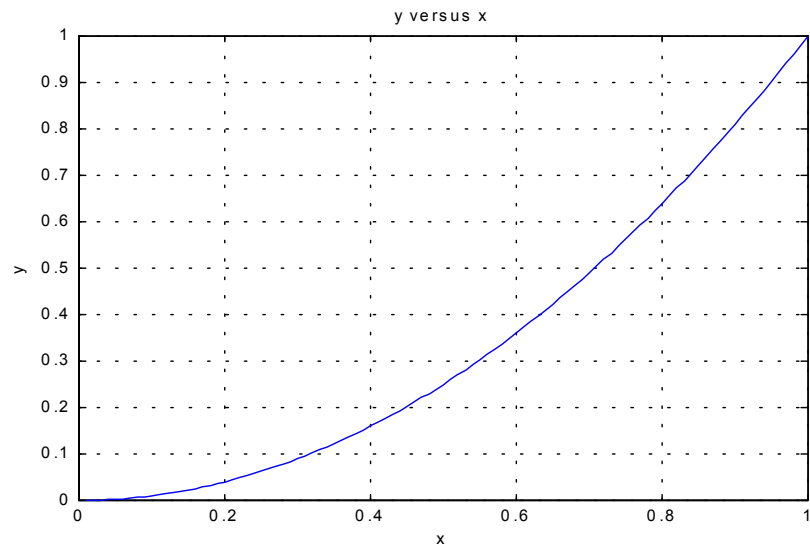
輸出結果



程式加上一個指令 `grid`，使顯示格子

`grid`

輸出結果

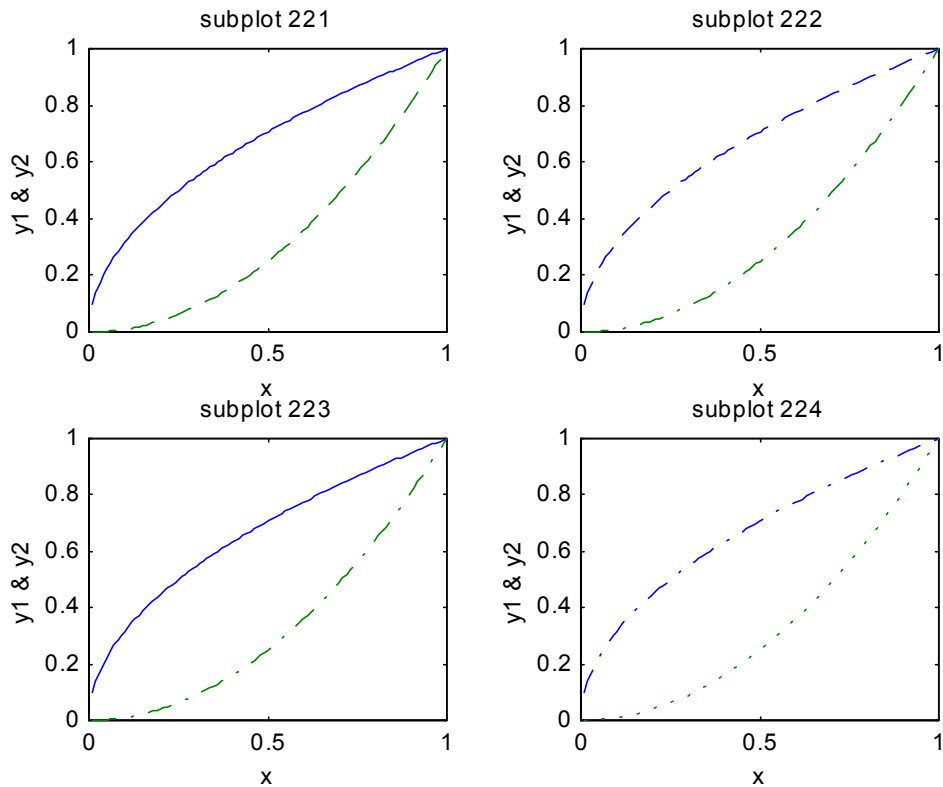


例 2:

程式

```
x=0.01:0.01:1;
y1=x.^0.5;
y2=x.^2;
subplot(221),plot(x,y1,'-',x,y2,'--')
title('subplot 221')
xlabel('x')
ylabel('y1 & y2')
subplot(222),plot(x,y1,'--',x,y2,'-.')
title('subplot 222')
xlabel('x')
ylabel('y1 & y2')
subplot(223),plot(x,y1,'-',x,y2,'-.')
title('subplot 223')
xlabel('x')
ylabel('y1 & y2')
subplot(224),plot(x,y1,'-',x,y2,':')
title('subplot 224')
xlabel('x')
ylabel('y1 & y2')
```

輸出結果

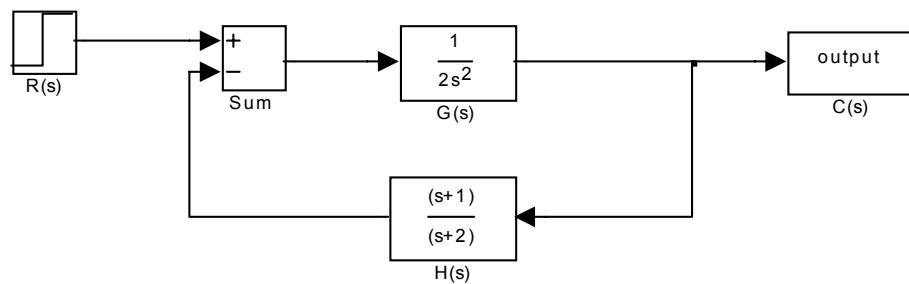


其中, subplot(221), plot(x,y1,'-',x,y2,'--') 表把視窗分成2x2(4格)，畫出第一格，y1、y2畫在一起，y1為實線、y2為虛線。

四、控制應用範例

a. 求轉移函數(transfer function)

如下為一系統方塊圖




```

numg=[1];
deng=[2 0 0];
numh=[1 1];
denh=[1 2];
[num,den]=feedback(numg,deng,numh,denh,-1);
printsys (num,den)    %求系統轉移函數
roots(den)            %求系統極點
roots(num)            %求系統零點

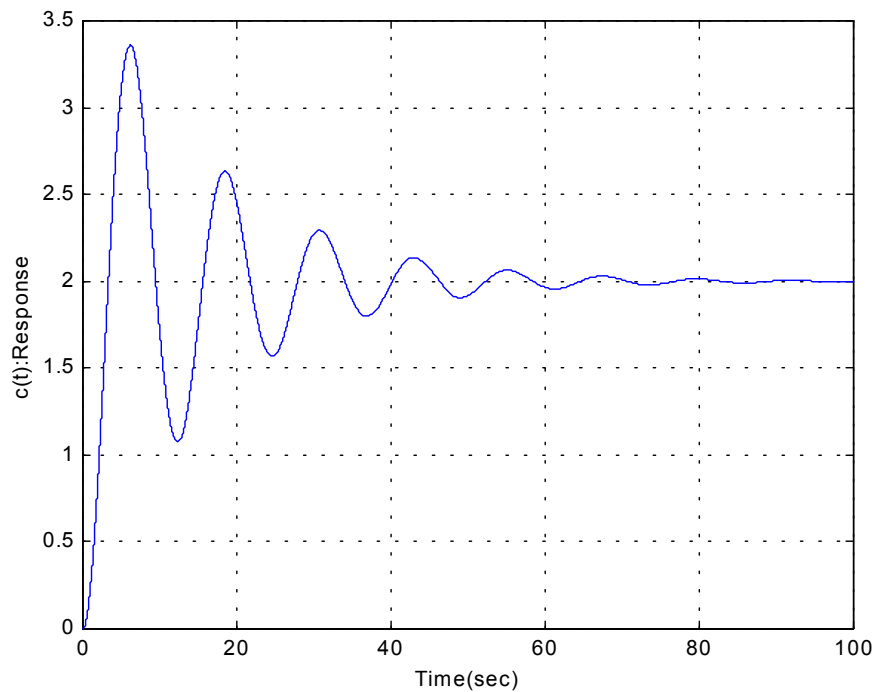
```

輸出結果:

```

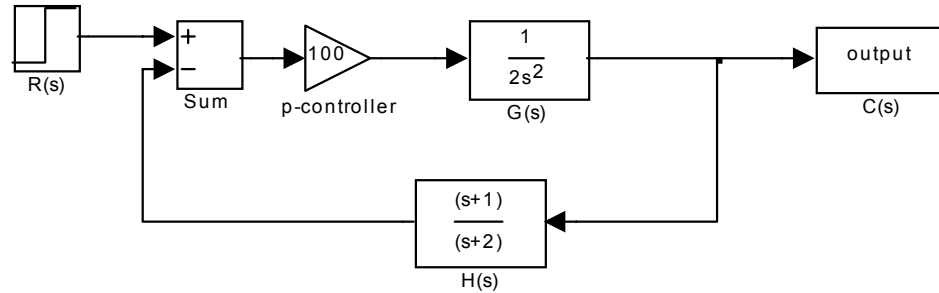
num/den =
          s + 2
-----
2 s^3 + 4 s^2 + s + 1
ans =
-1.8756 -0.0622 + 0.5126i -0.0622 - 0.5126i
ans =
-2
%畫系統響應:c(t)
t=[0:0.01:100];
[y,x,t]=step(num,den,t);
plot(t,y),grid
xlabel('Time(sec)')
ylabel('c(t):Response')

```



b. 求根軌跡(root locus)

接 a 之例子，加上一 p-controller，gain 為 K，則系統方塊圖如：



其轉移函數(Transfer Function):

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)H(s)}$$

The characteristic equation:

$$1 + KG(s)H(s) = 0$$

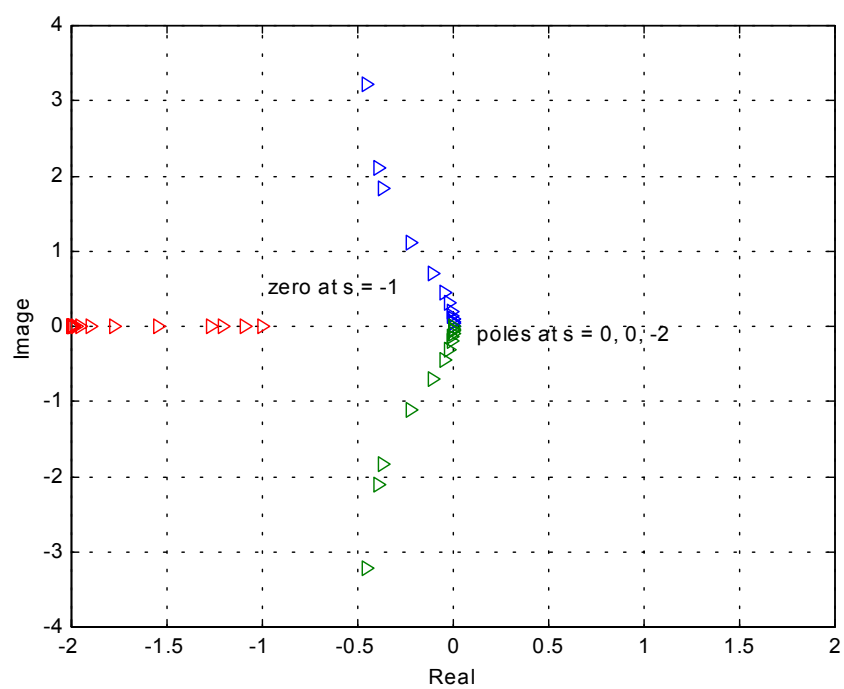
$$\Rightarrow 1 + K \frac{(s+1)}{2s^2(s+2)} = 0$$

$$\Rightarrow 1 + K \frac{p(s)}{q(s)} = 0$$

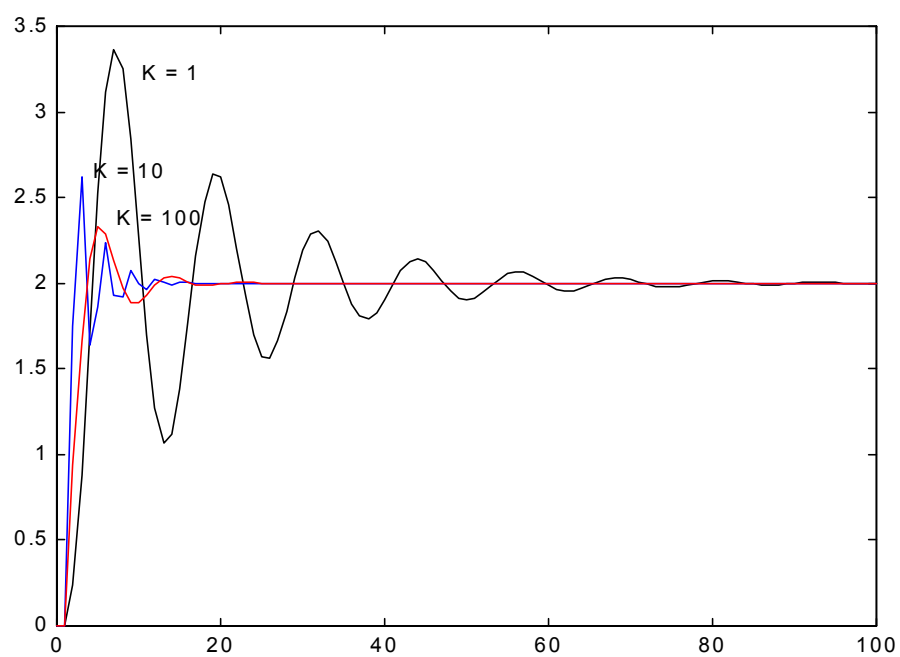
The Matlab program:

```
p = [1 1];
q = [2 4 0 0];
[r,k] = rlocus(p,q);    %求根軌跡
plot(r,'>'),grid       %畫出根軌跡
xlabel('Real')
ylabel('Image')
axis([-2 2 -4 4])      %限定 x 軸範圍(-2~2)，y 軸範圍(-4~4)
gtext('zero at s = -1') %於圖面上標示:zero at s = -1，位置自己點選
gtext('poles at s = 0, 0, -2') %同上
```

輸出見下圖：



不同 K 值有不同響應(見下圖):



c. 畫波德圖(Bode Diagram)

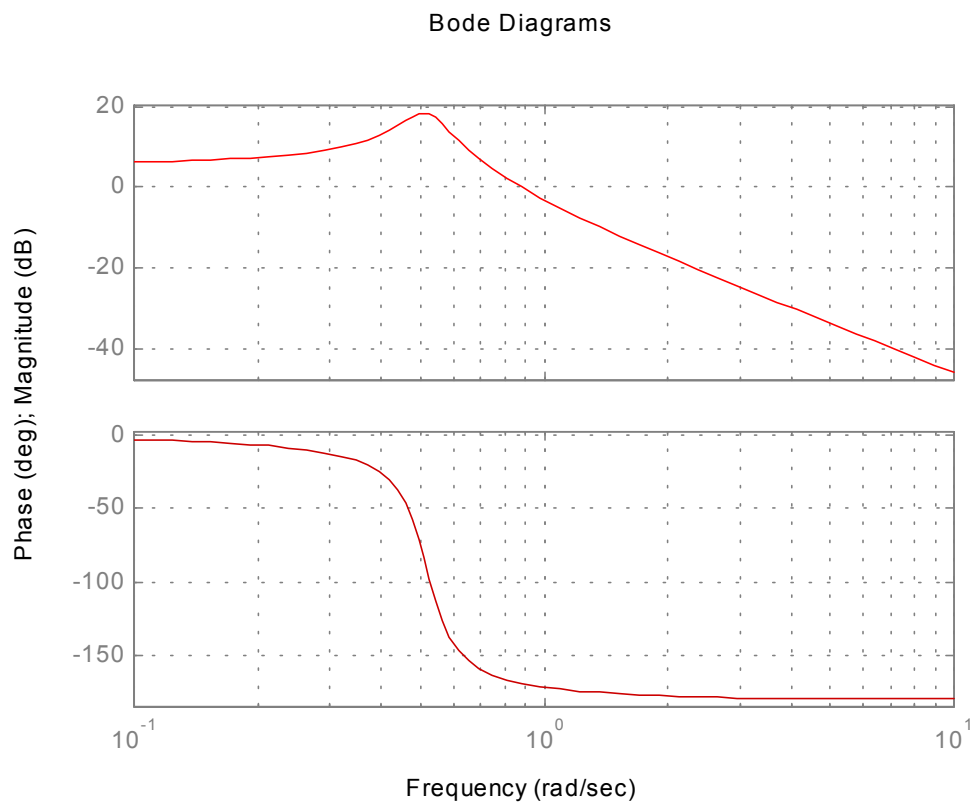
承上 a.，可由其轉移函數：

$$T(s) = \frac{p(s)}{q(s)} \\ = \frac{s+2}{2s^3+4s^2+s+1}$$

畫出其波德圖。程式如下：

```
p = [1 2];  
q = [2 4 1 1];  
bode(p,q)
```

其輸出結果：



注意事項：

1. 本講義以版本 Matlab 5.2 以上為基準。
2. Matlab 軟體使用:
 - a. 打開 Matlab 視窗(主視窗)，在視窗中直接鍵入指令，按 enter 鍵即可執行。
 - b. Matlab 自動於下一行顯示輸出結果。其中可在指令後加分號(;)，使不顯示輸出。
 - c. Matlab program 編輯:
 - 按下 File→new→M-file，開啟一 Matlab Editor/Debugger 子視窗
 - 於子視窗中進行 program 編輯，
 - 複製 program 到 Matlab 主視窗下按 enter 鍵執行。
 - 結束可把 program 存檔(其副檔名為 .m)以供下次使用。