

正修科技大學
機電工程研究所
碩士論文

以 MATLAB 系統識別工具箱進行動態系統之
模型識別

Model Identification for Dynamical System Using
MATLAB System Identification Toolbox

研 究 生：張文鴻
指導教授：孫允平

中華民國九十八年一月

正 修 科 技 大 學
機 電 工 程 研 究 所 碩 士 班
論 文 口 試 委 員 會 審 定 書

本校機電工程研究所碩士班張文鴻君

所提論文以 MATLAB 系統識別工具箱進行動態系統之
模型識別

合於碩士資格水準，業經本委員會評審認可。

口試委員：涂燕妮 孫允平
熊仁洲 _____

指導教授：孫允平

研究所所長：蕭金光

中華民國 98 年 1 月 9 日

摘要

本論文利用 MATLAB 之系統識別工具箱(System Identification Toolbox)進行 ARX(Auto-Regressive eXogeneous)模型的識別，並且以兩種方法去搜尋模型中的參數：第一種為最小平方方法(Least Square Method, LSM)，第二種則是以最小平方方法之結果作為初值(initial guess)，再以預測誤差法(prediction error method, PEM)進行疊代搜尋最佳化。本論文針對線性二階單輸入單輸出(Single-input-Single-output, SISO)懸吊系統，線性四階多輸入多輸出(Multi-input-Multi-output, MIMO)無人飛行載具(Unmanned Aerial Vehicle, UAV)的縱向(longitudinal)與橫向(lateral)動態系統，以及 UAV 實際飛行數據進行系統識別。根據識別結果可得到下述結論：(1)經由 MATLAB 系統識別工具箱可以有效地得到動態系統的 ARX 模型、(2)取樣間隔愈短，所得到的數據去進行識別，愈能得到較好的辨識結果、(3)SISO 系統的識別結果相當精準，但 MIMO 系統則相對較不理想、(4)不論是輸入或輸出數據，一旦含有未知的干擾或是雜訊，將會嚴重影響識別的結果。

關鍵字：ARX 模型，系統識別，MATLAB，無人飛行載具，最小平方方法，

預測誤差法

Abstract

This thesis uses MATLAB System Identification Toolbox to identify the auto-regressive exogeneous (ARX) model from input/output data of a dynamical system. Two typical methods are used to search the parameters in ARX model. One is the least square method (LSM), the other is a combination of LSM and prediction error method (PEM), which performs an iterative numerical search to find an optimal solution by using the results of LSM as an initial guess. Three types of dynamical system are studied, including a linear second-order single-input-single-output (SISO) suspension system, the linear fourth-order multiple-input-multiple-output (MIMO) unmanned aerial vehical (UAV) longitudinal and lateral system, and the real input/output data from UAV test flight. The following conclusions are presented. (1) The ARX models can be systematically obtained by using MATLAB System Identification Toolbox. (2) If we use the input/output data with shorter sampling period, the identification results show the better fitness. (3) The identified results of SISO system show much better fitness than that of MIMO system. (4) When the input/output data contain unknown disturbance or noise, the fitness of identification seriously becomes worse.

Keywords: MATLAB, ARX model, system identification, unmanned aerial vehicle, least square method, prediction error method

致謝

在兩年半的研究所生涯中，首先感謝指導教授孫允平博士的細心教導，無論是研究或生活的處事態度，都使我獲益良多，對於任何事物都能有正確的處理方式，並且盡力完成，由衷感謝老師與師母在這兩年半的鼓勵與指導，讓我努力學習，相信往後能更夠學以致用，在未來的路上可以更加充實順利。

感謝空軍軍官學校航空太空工程系梁燕祝教授、正修科技大學機械工程系熊仁洲教授與正修科技大學機械工程系孫允平教授對本論文的指導與建議，使的本論文能夠更加完善。

在兩年半的研究所生涯中，感謝呂育豪、施垣光、李建南學長所給予的指導，以及同學朱俊彥、陳田濬、莊琮樺、黃啓智、葉炫威、林其鴻、朱健安在學業上的協助與鼓勵，以及學弟蔡佳宏、林政良、戴仲浩、朱國禎、黃偉棋、梁政國、李家豪、傅一中在研究之餘的幫忙，使我的研究生活更加充實順遂，也充滿了許多歡樂。

最後要感謝我的父母、女友與身邊的好朋友，一直默默的支持我，在我受到挫折與失意的時候，都給我很大的鼓勵，成為我心靈上最大的支柱，並且更堅定自己的意志，奮力向前。

目錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
致謝.....	iii
目錄.....	iv
表目錄.....	vii
圖目錄.....	ix
符號表.....	xv
第一章 緒論.....	1
1-1 前言.....	1
1-2 研究動機.....	1
1-3 研究背景.....	2
1-4 研究方法.....	5
1-5 各章概述.....	6
第二章 系統識別法.....	8
2-1 ARX 模型.....	8
2-2 ARX 模型之參數識別法.....	10
2-2-1 最小平方法.....	10

2-2-2 預測誤差法.....	11
2-3 MATLAB System Identification Tooibox(SITB)的指令說明.....	12
第三章 懸吊系統之線性二階動態模型之模擬.....	15
3-1 系統介紹.....	15
3-2 線性二階動態系統模型建構.....	16
3-3 二階動態系統模型模擬與識別結果.....	18
3-3-1 模擬輸入數據的產生.....	19
3-3-2 無外擾時.....	20
3-3-3 外擾置於系統前.....	22
3-3-4 外擾置於系統後.....	23
第四章 UAV 線性動態模型之模擬與參數識別.....	25
4-1 UAV線性四階縱向動態模型之建構.....	26
4-2 縱向系統模擬與識別.....	30
4-2-1 辨識數據的多寡對於 ID 結果之影響.....	31
4-2-2 取樣間隔的長短對於 ID 結果之影響.....	36
4-3 橫向系統模擬與識別.....	41
4-3-1 辨識數據的多寡對於ID結果之影響.....	42
4-3-2 取樣間隔的長短對於ID結果之影響.....	47

第五章 實際飛行數據之系統模型建立.....	53
5-1 飛行數據之處理.....	53
5-2 根據實際輸入模擬輸出進行系統識別.....	54
5-2-1 縱向系統識別.....	55
5-2-2 橫向系統識別.....	58
5-3 根據各組飛行區段之輸入輸出數據進行系統識別.....	61
5-3-1 縱向識別結果.....	61
5-3-2 各組飛行區間建立橫向之系統識別.....	65
5-4 合併縱向橫向實際輸入輸出數據之系統識別.....	70
第六章 結論.....	73
參考文獻.....	76

表目錄

表 1.1 參考文獻分類表:依照建立 UAV 數學模型的不同方法.....	81
表 1.2 各種無人飛行載具的規格比較.....	82
表 1.3 各種無人飛行載具的線性化縱向數學模型中的因次化參數比較...	83
表 1.4 各種無人飛行載具的線性化橫向數學模型中的因次化參數比較...	84
表 3.1 外擾位置與理論模型之極零點比較.....	85
表 3.2 外擾位置與理論模型之輸出結果的 fitness 程度比較.....	86
表 4.1 縱向模擬實驗(1)與(2), 模型與模擬輸出之 fitness 程度表.....	87
表 4.2 縱向模擬實驗(1)與(2), 模型之極零點比較表.....	88
表 4.3 縱向模擬實驗(2)、(3)、(4), 模型與模擬輸出之 fitness 程度表.....	89
表 4.4 縱向模擬實驗(2)、(3)、(4), 模型之極零點比較表.....	90
表 4.5 橫向模擬實驗(1)與(2), 模型與模擬輸出之 fitness 程度表.....	91
表 4.6 橫向模擬實驗(1)與(2), 模型之極零點比較表.....	92
表 4.7 橫向模擬實驗(2)、(3)、(4), 模型與模擬輸出之 fitness 程度表.....	93
表 4.8 橫向模擬實驗(3)與(4), 模型之極零點比較表.....	94
表 4.9 各文獻之極點位置.....	95
表 5.1 [18]縱向水平直線飛行的時間區間.....	96
表 5.2 [18]橫向水平直線飛行的時間區間.....	97
表 5.3 模擬縱向輸出, 模型與模擬輸出 fitness 程度表.....	98

表 5.4 模擬縱向輸出，模型與理論模型之轉移函數極零點比較.....	99
表 5.5 模擬橫向輸出，模型與模擬輸出 fitness 程度表.....	100
表 5.6 模擬橫向輸出，各模型與理論模型之轉移函數極零點比較.....	101
表 5.7 縱向各飛行區段的實際輸入輸出數據所識別之結果.....	102
表 5.8 以縱向第 1 組為識別模型，其他飛行區段識別之結果.....	103
表 5.9 真實橫向輸出，模型與模擬輸出 fitness 程度表.....	104
表 5.10 以橫向第 2 組為識別模型，其他飛行區段識別之結果.....	105
表 5.11 以一圈為一區間飛行的時間.....	106



圖目錄

圖 2.1 ARX 模型之方塊圖.....	107
圖 3.1 機械垂直位移系統.....	108
圖 3.2 arxstruc 指令之結果圖.....	109
圖 3.3 MATLAB/Simulink 模擬系統圖.....	110
圖 3.4 Uniform Random Number 之設定.....	111
圖 3.5 Random Number 之設定.....	112
圖 3.6 控制輸入與外擾圖.....	113
圖 3.7 無外擾時之二階系統方塊.....	114
圖 3.8 無外擾時，模型與模擬輸出 fitness 程度(識別數據).....	115
圖 3.9 無外擾時，模型與模擬輸出 fitness 程度(驗證數據).....	116
圖 3.10 外擾置於系統前時之二階系統方塊圖.....	117
圖 3.11 外擾置於系統前時，模型與模擬輸出之 fitness 程度(識別數據)....	118
圖 3.12 外擾置於系統前時，模型與模擬輸出之 fitness 程度(驗證數據)....	119
圖 3.13 外擾置於系統後時之二階系統方塊圖.....	120
圖 3.14 外擾置於系統後時，模型與模擬輸出 fitness 程度(識別數據).....	121
圖 3.15 外擾置於系統後時，模型與模擬輸出 fitness 程度(驗證數據).....	122
圖 4.1 UAV 輸入輸出關係圖.....	123
圖 4.2 以文獻[26]為理論模型之縱向模擬實驗流程圖.....	124
圖 4.3 縱向模擬實驗(1)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(識別數據)....	125
圖 4.4 縱向模擬實驗(1)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(驗證數據)....	126

圖 4.5 縱向模擬實驗(2)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(識別數據).....	127
圖 4.6 縱向模擬實驗(2)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(驗證數據).....	128
圖 4.7 縱向模擬實驗(3)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(識別數據).....	129
圖 4.8 縱向模擬實驗(3)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(驗證數據).....	130
圖 4.9 縱向模擬實驗(4)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(識別數據).....	131
圖 4.10 縱向模擬實驗(4)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(驗證數據).....	132
圖 4.11 以文獻[26]為理論模型之橫向模擬實驗流程圖	133
圖 4.12 橫向模擬實驗(1)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(識別數據).....	134
圖 4.13 橫向模擬實驗(1)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(驗證數據).....	135
圖 4.14 橫向模擬實驗(2)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(識別數據).....	136
圖 4.15 橫向模擬實驗(2)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(驗證數據).....	137
圖 4.16 橫向模擬實驗(3)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(識別數據).....	138
圖 4.17 橫向模擬實驗(3)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(驗證數據).....	139
圖 4.18 橫向模擬實驗(4)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(識別數據).....	140
圖 4.19 橫向模擬實驗(4)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(驗證數據).....	141
圖 5.1 前處理流程圖	142
圖 5.2 實驗飛行軌跡圖	143
圖 5.3 縱向第 1,2,3,4 組直線飛行軌跡(標示的數字為飛行的時間).....	144
圖 5.4 縱向第 5,6 組直線飛行軌跡(標示的數字為飛行的時間).....	145
圖 5.5 橫向第 1,2,3,4,5 組直線飛行軌跡(標示的數字為飛行的時間)....	146
圖 5.6 橫向第 6,7,8 組直線飛行軌跡(標示的數字為飛行的時間).....	147

圖 5.7 縱向第 1 組輸入輸出數據.....	148
圖 5.8 縱向第 2 組輸入輸出數據.....	149
圖 5.9 縱向第 3 組輸入輸出數據.....	150
圖 5.10 縱向第 4 組輸入輸出數據.....	151
圖 5.11 縱向第 5 組輸入輸出數據.....	152
圖 5.12 縱向第 6 組輸入輸出數據.....	153
圖 5.13 橫向第 1 組輸入輸出數據.....	154
圖 5.14 橫向第 2 組輸入輸出數據.....	155
圖 5.15 橫向第 3 組輸入輸出數據.....	156
圖 5.16 橫向第 4 組輸入輸出數據.....	157
圖 5.17 橫向第 5 組輸入輸出數據.....	158
圖 5.18 橫向第 6 組輸入輸出數據.....	159
圖 5.19 橫向第 7 組輸入輸出數據.....	160
圖 5.20 橫向第 8 組輸入輸出數據.....	161
圖 5.21 縱向第 2 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(識別數據)....	162
圖 5.22 縱向第 1 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據)....	163
圖 5.23 縱向第 3 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據)....	164
圖 5.24 縱向第 4 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據)....	165
圖 5.25 縱向第 5 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據)....	166
圖 5.26 縱向第 6 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據)....	167
圖 5.27 橫向第 1 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據)....	168

圖 5.28 橫向第 2 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據).....	169
圖 5.29 橫向第 3 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據).....	170
圖 5.30 橫向第 4 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據).....	171
圖 5.31 橫向第 5 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據).....	172
圖 5.32 橫向第 6 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據).....	173
圖 5.33 橫向第 7 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據).....	174
圖 5.34 橫向第 8 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據).....	175
圖 5.35 縱向第 1 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度.....	176
圖 5.36 縱向第 2 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度.....	177
圖 5.37 縱向第 3 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度.....	178
圖 5.38 縱向第 4 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度.....	179
圖 5.39 縱向第 5 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度.....	180
圖 5.40 縱向第 6 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度.....	181
圖 5.41 縱向第 2 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據).....	182
圖 5.42 縱向第 3 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據).....	183
圖 5.43 縱向第 4 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據).....	184
圖 5.44 縱向第 5 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據).....	185
圖 5.45 縱向第 6 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據).....	186
圖 5.46 橫向第 1 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度.....	187
圖 5.47 橫向第 2 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度.....	188
圖 5.48 橫向第 3 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度.....	189

圖 5.49 橫向第 4 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度.....	190
圖 5.50 橫向第 5 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度.....	191
圖 5.51 橫向第 6 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度.....	192
圖 5.52 橫向第 7 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度.....	193
圖 5.53 橫向第 8 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度.....	194
圖 5.54 橫向第 1 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據)....	195
圖 5.55 橫向第 3 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據)....	196
圖 5.56 橫向第 4 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據)....	197
圖 5.57 橫向第 5 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據)....	198
圖 5.58 橫向第 6 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據)....	199
圖 5.59 橫向第 7 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據)....	200
圖 5.60 橫向第 8 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據)....	201
圖 5.61 以一圈為一區間，第 1,2 組飛行軌跡(標示的數字為飛行的時間).....	202
圖 5.62 以一圈為一區間的縱向第 1 組輸入輸出數據.....	203
圖 5.63 以一圈為一區間的橫向第 1 組輸入輸出數據.....	204
圖 5.64 以一圈為一區間的縱向第 2 組輸入輸出數據.....	205
圖 5.65 以一圈為一區間的橫向第 2 組輸入輸出數據.....	206
圖 5.66 第 1 圈飛行數據與模型輸出的 fitness 程度(識別數據-1).....	207
圖 5.67 第 1 圈飛行數據與模型輸出的 fitness 程度(識別數據-2).....	208
圖 5.68 第 2 圈飛行數據與模型輸出的 fitness 程度(驗證數據-1).....	209

圖 5.69 第 2 圈飛行數據與模型輸出的 fitness 程度(驗證數據-2).....	210
--	-----



符號表

u ：前進速度

v ：側滑速度

w ：垂直速度

p ：滾轉角速率

q ：俯仰角速率

r ：偏航角速率

θ ：俯仰角度

ϕ ：滾轉角度

ψ ：偏航角度

δ_e ：升降舵角度

δ_{th} ：油門角度

g ：重力加速度

u_0 ：UAV 穩定飛行時之前進速度

δ_a ：副翼角度

δ_r ：方向舵角度

B ：彈簧常數

K ：阻尼常數

M ：物體質量

u_U ：向上速度



y ：系統輸出項

e ：外擾項

na ：輸出階數

nb ：輸入階數

nk ：延遲時間階數

I_{xx} ：X 軸質量慣性矩

I_{yy} ：Y 軸質量慣性矩

I_{zz} ：Z 軸質量慣性矩

I_{xy} ：XY 軸質量慣性矩

I_{yz} ：YZ 軸質量慣性矩

I_{xz} ：XZ 軸質量慣性矩



第一章 緒論

1-1 前言

無人飛行載具(Unmanned Air Vehicle, UAV)是一種不需要駕駛員在載具內操控，僅透過地面控制站(Ground Control Station, GCS)，或是由載具內的自動駕駛飛控系統(Autopilot Flight Control System)，即可達到飛行控制與導航任務的飛行載具。

UAV 由於沒有人員限制與安全的考量，所帶來的優點有體積小、重量輕、機動性高、製造成本低及操控時不受人類體能負荷的限制等多項特性，加上擁有的自主性(autonomous)能力，能依照既定或隨時變更的任務目標進行自動駕駛飛行，完成任務，因此 UAV 在國防科技及民生等用途上，提供相當多的幫助。例如：氣象觀測、無人戰機、交通監控、災害調查及救援等[1-3]。

1-2 研究動機

目前國內各式的無人飛行載具研究計劃不斷持續進行，針對不同型式的 UAV，以發展自動駕駛系統為主要目標[4-6]，然而，在設計控制系統的過程中往往藉由試誤法(trial-and-error)來得到控制律的參數增益值(gain)，因此在此在試飛過程中，經常造成無人飛行載具的損失。

UAV 自動駕駛系統的設計需要可靠的數學模型(mathematical model)，模型中的參數，如氣動力導數(aerodynamical derivatives)或者穩定性導數(stability derivatives)等，代表實際飛行動態特性，因此建立妥適的數學模型以掌握 UAV 的飛行動態，這是自動駕駛設計的重要關鍵。

數學模型之建立主要有以下幾種方式：

1. 透過風洞實驗，將 UAV 縮小比例製作模型放入風洞實驗內，求得其穩定性導數[7-8]。
2. 擷取實際飛行數據，進行系統識別(system identification) [9-18]。
3. 運用計算流體力學(Computer Fluid Dynamics, CFD)的方法，以電腦計算出不同尺寸外形 UAV 的參數[19-20]。

本論文採用第 2 種方式，希望由根據試飛數據透過系統識別的方法建立數學模型。

1-3 研究背景

近年來以 UAV 或 MAV(Micro Air Vehicle)進行參數識別之研究有：

1. 風洞實驗：2001 年楊明浩[7]透過風洞及水洞試驗得到 MAV 的氣動力參數；2006 年林崇仁[8]利用風洞實驗的方式計算無人連翼機之空氣參數，並經由六力平衡儀修正其參數。
2. 實際飛行：1997 年官文霖[9]利用 UAV 實際飛行，擷取其數據後，

建立 UAV 之縱向數學模型；2001 年張光華[10]利用無人旋翼機垂直飛行與前進飛行所得數據，以最小平方法(Least Square Method, LSM)做為參數識別的方法，建立無人旋翼機的非線性數值模型；2001 年黃琮琳[11]對小型無人旋翼機的試飛數據以預測誤差法(prediction error method, PEM)及黑箱模型(black box model)建立停懸時的數值模型；2004 年 Huaiyu Wu 等人[12]根據 MAV 的實際飛行數據進行 ARX (Auto-Regressive eXogeneous, ARX)模型，並模擬 SISO (single-input-single-output)與 MIMO (Multi-input-Multi-output)之系統；2004 年 Hu 等人[13]利用 UAV 之飛行數據，分別透過 ARX、ARMAX 與 BJ 等識別方法建立小型 UAV 數學模型；2005 年 Cerro 等人[14]以實際試飛數據，使用基因演算法識別無人旋翼機數學模型中的參數；2006 年 Matt Garratt 等人[15]利用 UAV 飛行數據，分別透過 PEM 識別方法建立小型 UAV 數學模型；2006 年 Ming Liu 等人[16]以實際試飛數據，利用 ARX 模型識別方法進行 UAV 之各角速率之模型；2007 年 Ondrej Spinka 等人[17] 利用 UAV 之飛行數據，以 PEM 識別方法得到 UAV 參數識別，並主要加以設計其飛行控制律；2008 年 Sun Yun-Ping 等人[18]根據 MP2000UAV 的實際飛行數據，以最小平方法與非線性最佳化法得到縱向與橫向數學模型。

3. 計算流體力學：2004 年蔡博章等人[19]利用流體力學的方式計算 MAV 氣動力參數，並且模擬 MAV 飛行時所遭受的問題；2006 年蕭飛賓等人[20]以計算流體力學的方法，利用 DATCOM 資料庫取得 UAV 空氣動力係數，並以風洞測試加以驗證。
4. 其它識別方法：2002 年吳朝棟[21]透過 UAV 外型尺寸之參數，以文獻[22]的經驗公式法建立 UAV 之氣動力參數；2002 年王慶銅[23]則是透過六自由度非線性動態模型，以電腦模擬的方式產生輸入與輸出數據，再利用最大可能性估測法與修正的牛頓-拉夫森法來進行參數識別；2004 年吳昌暉等人[24]根據取得 UAV 的各種物理特性後，以文獻[9]的經驗公式法取得其小型無人飛機之橫向數學模型，進而設計數位控制器；2004 年吳昌暉等人[25]其模型之做法與文獻[24]相同，並取得其小型無人飛機之縱向數學模型，進而設計用一套以單晶片微控制器為核心之航電平台；2006 年蔡彥祥[26]根據 UAV 的各種物理特性後，以文獻[27]的經驗公式法，建立 UAV 非線性與線性數學模型，做為設計控制律之用，提升自行研發的無人飛行載具之操控性與穩定性；2007 年 Vishwas R. Puttige 等人[28]利用電腦模擬方式取得 UAV 飛行之數據，再以 ARX 模型識別方法進行參數識別。

依照建立數學模型的方式，將上述文獻分類整理如表 1.1。另外，[29]、

[30]為數學模型在 UAV 上的應用，其中，包含了 UAV 線性數學模型。將以上具有線性化數學模型[31]的文獻，其物理特性、規格與線性模型中的參數整理如表 1.2、1.3、1.4。

1-4 研究方法

本論文以系統識別理論中重要的 ARX (Auto-Regressive eXogeneous) 模型[32]為識別模型的基礎，利用視算軟體 MATLAB 之系統識別工具箱 (System Identification Toolbox)建立模型，其建立識別方式具有兩種：一種為最小平方法(Least Square Method, LSM)，另一種由最小平方法之結果作為初值，再進行預測誤差法(prediction error method, PEM)。首先利用單輸入單輸出(SISO)之二階懸吊動態系統，及多輸入多輸出(MIMO)之四階 UAV 縱向與橫向動態系統，作為識別對象，最後以實際 UAV 飛行數據建立其系統識別。主要的研究重點如下：

(1) 引用文獻[33]中的機械懸吊系統之二階狀態方程式為理論模型，此

系統為 SISO 系統，以隨機輸入訊號進行模擬實驗，模擬其輸入輸出資料，探討三種情況：

- i. 沒有未知外擾或雜訊
- ii. 當未知外擾由系統的輸入端介入
- iii. 當未知雜訊由系統的輸出端介入

(2)以文獻[26] UAV 之四階縱向與橫向運動方程式為理論模型，此為 MIMO 系統，以隨機輸入訊號進行模擬實驗，探討以下兩點對系統識別結果的影響：

- i. 識別數據的多寡
- ii. 取樣間隔的長短

(3)根據 2004 年陳建丞[34]的 UAV 試飛數據為基礎，選取不同飛行區段，經由前處理程序得到所需的輸入輸出資料，分為三個階段探討：

- i. 以文獻[18] UAV 之四階縱向與橫向運動方程式為理論模型，以實際輸入-模擬輸出資料，進行縱向與橫向的系統識別。
- ii. 以飛行區段之實際輸入輸出數據，分別進行縱向與橫向模型的識別。
- iii. 合併縱向與橫向輸入輸出數據，進行縱向及橫向耦合(coupling)模型的識別。

1-5 各章概述

本文各章概述如下：

第一章：說明本論文的研究動機、背景與方法。

第二章：介紹系統識別之 ARX 模型及使用方法，以及 PEM 之疊代搜尋數值的方式。

第三章：以典型的線性機械懸吊系統進行系統識別。

第四章：以線性的 UAV 縱向及橫向模型進行系統識別。

第五章：以實際的 UAV 飛行數據進行系統識別。

第六章：總結本文完成的工作成果並提出建議。



第二章 系統識別法

系統識別的目的是根據實驗結果，建立起輸入輸出之間的數學關係(亦稱為數學模型)。在連續時間(continuous-time)系統中通常以微分方程式(differential equation)(或拉普拉斯轉換之轉移函數)表示之，而在離散時間系統中以差分方程式(difference equation)(或z轉換之轉移函數)表示之[35]。本章主要介紹系統識別之ARX模型，及模型之最小平方法(LSM)與預測誤差法(PEM)。

2-1 ARX 模型

考慮一離散時間系統之差分方程式為

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_{na} y(k-na) = b_1 u(k-nk) + b_2 u(k-nk-1) + \dots + b_{nb} u(k-nk-nb+1) + e(k) \quad (2-1)$$

其中， u 為控制輸入， y 為系統輸出項， e 為外擾項， na 與 nb 分別為輸出與輸入的階數， nk 為輸入至輸出之延遲時間的階數。

根據z轉換的定義[35]

$$u(k-1) = z^{-1}u(k) \quad (2-2)$$

根據(2-2)式的定義，重新改寫(2-1)式，表示為

$$\begin{aligned} y(k) + a_1 z^{-1} y(k) + \dots + a_{na} z^{-na} y(k) \\ = b_1 z^{-nk} u(k) + \dots + b_{nb} z^{-nk-nb+1} u(k) \end{aligned} \quad (2-3)$$

考慮兩個多項式

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{na} z^{-na} \quad (2-4)$$

$$B(z) = b_1 z^{-nk} + \dots + b_{nb} z^{-nk-nb+1} \quad (2-5)$$

則(2-3)式可以改寫為

$$A(z)y(k) = B(z)u(k) + e(k) \quad (2-6)$$

$$\Rightarrow y(k) = \frac{B(z)}{A(z)}u(k) + \frac{1}{A(z)}e(k) \quad (2-7)$$

此模型稱為 ARX 模型，此為系統識別中經常使用的重要模型，ARX 模型之方塊圖，如圖 2.1 所示。

在系統識別中，定義待定參數向量為

$$\Theta = [a_1, \dots, a_{na}, b_1, \dots, b_{nb}] \quad (2-8)$$

將 ARX 模型表示為

$$y(k) = G(z)u(k) + H(z)e(k) \quad (2-9)$$

其中， $G(z, \Theta)$ 為系統轉移函數， $H(z, \Theta)$ 為雜訊模型之轉移函數：

$$G(z, \Theta) = \frac{B(z)}{A(z)} \quad (2-10)$$

$$H(z, \Theta) = \frac{1}{A(z)} \quad (2-11)$$

系統識別的工作，即是有系統的運用數學分析的方法，建立清晰的輸入輸出的因果關係，也就是系統的數學模型。

2-2 ARX 模型之參數識別法

2-2-1 最小平方法

以另一種形式來看(2-1)式，輸出之值由先前的觀察可得知

$$y(k) = -a_1 y(k-1) - \dots - a_{na} y(k-na) + b_1 u(k-nk) + b_2 u(k-nk-1) + \dots + b_{nb} u(k-nk-nb+1) + e(k) \quad (2-12)$$

定義資料向量為

$$\varphi(k) = [-y(k-1), \dots, -y(k-na), u(k-1), \dots, u(k-nb)]^T \quad (2-13)$$

再根據(2-9)式參數向量之定義，可將(2-1)式架構表示如下

$$y = \Theta \varphi \quad (2-14)$$

我們稱預測計算的值為 \hat{y} ，並寫成

$$\hat{y} = \Theta \varphi \quad (2-15)$$

接著再利用最小平方法來求得參數。

最小平方法的說明：定義預測誤差 ε 為

$$\varepsilon = y - \Theta \varphi \quad (2-16)$$

定義代價函數 J

$$J(\Theta) = \frac{1}{2} \varepsilon^T \varepsilon \quad (2-17)$$

針對 J 進行最小化(minimization)

$$\min_{\Theta} J(\Theta) \quad (2-18)$$

將(2-16)式代入(2-17)中，

$$\begin{aligned} J(\Theta) &= \frac{1}{2}(y - \Theta\varphi)^T(y - \Theta\varphi) \\ &= \frac{1}{2}(y^T y - \varphi^T \Theta^T y - y^T \Theta \varphi + \varphi^T \Theta^T \Theta \varphi) \end{aligned} \quad (2-19)$$

其中， $\varphi^T \Theta^T y$ 與 $y^T \Theta \varphi$ 均為純量，因此

$$\varphi^T \Theta^T y = y^T \Theta \varphi \quad (2-20)$$

(2-19)式可改寫為

$$J(\Theta) = \frac{1}{2}(y^T y - 2\varphi^T \Theta^T y + \varphi^T \Theta^T \Theta \varphi) \quad (2-21)$$

對 J 取一階導數偏微分為 0，可得

$$\Theta^T \Theta \varphi = \Theta^T y \quad (2-22)$$

則可得知估測的參數為

$$\varphi = (\Theta^T \Theta)^{-1} \Theta^T y \quad (2-23)$$

為了求得 ARX 模型之參數識別，本論文以 MATLAB 中的 *arx* 指令求出參數值。

2-2-2 預測誤差法

一般性的問題，並不保證 $J(\Theta)$ 為 Θ 的線性函數，而是需要根據某些數值方法進行重複疊代搜尋來求得最佳解，其中代表性的方法有高斯-牛頓法與牛頓-拉夫森法。

MATLAB 的指令 *pem* 即是根據最小平方方法的結果為初值，然後以牛頓-拉夫森法進行疊代反覆的方式搜尋最佳值。

牛頓-拉夫森法的說明：假設一方程式為

$$h(x) = 0 \quad (2-24)$$

其解可以使用下面之反覆計算來求得

$$x^{(i+1)} = x^{(i)} - \mu[h'(x^{(i)})]^{-1} h(x^{(i)}) \quad (2-25)$$

但 $h'(x)$ 是 $h(x)$ 之對 x 的一階微分，而 μ 稱為步階長，是調整演算法的收斂速度之參數。此方法稱為牛頓-拉夫森法(Newton-Raphson method)。

預測誤差法中，可以根據下式解來求出最小值

$$\frac{d}{d\Theta} J(\Theta) = 0 \quad (2-26)$$

$J(\Theta)$ 為實數值函數，對(2-25)式來應用牛頓-拉夫森法，得到

$$\hat{\Theta}^{(i+1)} = \hat{\Theta}^{(i)} - \mu[J_N''(\hat{\Theta}^{(i)})]^{-1} J_N'(\hat{\Theta}^{(i)}) \quad (2-27)$$

2-3 MATLAB System Identification Toolbox(SITB)的指令說明

首先將所需要的輸入輸出資料使用 MATLAB 中的 *iddata* 指令製成一個封包

```
>> data = iddata(y1,u1,T)
```

其中， $y1$ 為輸出數據， $u1$ 為輸入數據， T 為擷取資料數據的取樣時間。將 $data$ 分為 ze 與 zv 兩個區段， ze 為識別數據 (ID data time)， zv 為驗證數據 (Validation data time)

$$\gg ze = data(\lambda : \bar{\lambda})$$

$$\gg zv = data(\eta : \bar{\eta})$$

其中， λ 為識別數據之起始點， $\bar{\lambda}$ 為識別數據之終點， η 為驗證數據之起始點， $\bar{\eta}$ 為驗證數據之終點。之後再利用 arx 指令求得 ARX 模型

$$\gg M = arx(ze, orders)$$

其中， $orders$ 為離散時間的差分方程式之輸入輸出階數與延遲時間，由 MATLAB 中的 help 可得知

$$\gg orders = [na \ nb \ nk]$$

根據(2-10)式可得知， na 為 $A(z)$ 之階數， nb 為 $B(z)$ 之階數， nk 為 z 之階數。

其延遲時間的產生與驗證，可以利用 MATLAB 中的 $arxsturc$ 指令可得知

$$\gg arxsturc(ze, zv, struc(na, nb, nk))$$

將 nk 的部份設定為數值的範圍，例如設定 nk 部分為 $[1:10]$ ，則代表此程式執行時，由 1 到 10 搜尋其 nk 之最佳階數，此指令之詳述將在下一章的二階系統做說明。

為了求得 PEM，MATLAB 之 pem 指令為

$$\gg M0 = pem(ze, M)$$

其中， M 為初始模型，本論文中使用最小平方法所得到之結果作為 PEM 的初始模型。



第三章 懸吊系統之線性二階動態模型之模擬

3-1 系統介紹

將懸吊系統簡化為一質量-彈簧-阻尼(mass-spring-damping)垂直位移行為模式[33]，如圖3.1，其中 K 為彈簧常數， B 為阻尼常數， M 為物體質量，當質量懸掛到彈簧與阻尼上時，由於重力的作用，彈簧伸長，提供恢復力以平衡質量 M 所受之重力，當恢復力等於重力時，此刻為系統的平衡點。

當加入外力 f ，並定義 y 為質量 M 相對於平衡點的位移，根據牛頓第二運動定律可得到

$$M\ddot{y}(t) + B\dot{y}(t) + Ky(t) = f(t) \quad (3-1)$$

定義狀態變數

$$x_1(t) = y(t) \quad (3-2)$$

$$x_2(t) = \dot{y}(t) \quad (3-3)$$

因此可得到

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t) \quad (3-4)$$

$$\dot{x}_2(t) = \left(\frac{1}{M} \right) [f(t) - Kx_1(t) - Bx_2(t)] \quad (3-5)$$

將(3-4)式與(3-5)式重新整理成矩陣形式，並以位移 y 作為系統之輸出，可表示為下述之狀態空間(state-space)表示式

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{M} & -\frac{B}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} f(t) \quad (3-6)$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

此為典型之單輸入單輸出(SISO)之線性動態系統。本章將利用MATLAB模擬(3-6)式輸入輸出，根據第二章識別系統的方法，建立其數學模型。

3-2 線性二階動態系統之 ARX 模型建構

將上式以(3-1)式等號兩端同除以 M ，並定義識別參數為 A_1 、 A_2 、 B_1

$$A_1 = \frac{B}{M} \quad (3-7)$$

$$A_2 = \frac{K}{M} \quad (3-8)$$

$$B_1 = \frac{1}{M} \quad (3-9)$$

可得到

$$\ddot{y} + A_1\dot{y} + A_2y = B_1f \quad (3-10)$$

根據向後差分定義[36]

$$\frac{dy}{dt} = \frac{y(k+1) - y(k)}{T} \quad (3-11)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{y(k+2) - 2y(k+1) + y(k)}{T^2} \quad (3-12)$$

將(3-10)式轉換成離散形式

$$\left[\frac{y(k+2) - 2y(k+1) + y(k)}{T^2} \right] + A_1 \left[\frac{y(k+1) - y(k)}{T} \right] + A_2 y(k) = B_1 f(k) \quad (3-13)$$

合併後整理如下

$$\left[\frac{1}{T^2} \right] y(k+2) + \left[-\frac{2}{T^2} + \frac{A_1}{T} \right] y(k+1) + \left[\frac{1}{T^2} - \frac{A_1}{T} + A_2 \right] y(k) = B_1 f(k) \quad (3-14)$$

再同乘以 T^2 ，可得

$$y(k) + [-2 + A_1 T] y(k-1) + [1 - A_1 T + A_2 T^2] y(k-2) = B_1 T^2 f(k-2) \quad (3-15)$$

根據第二章所介紹之 ARX 模型的定義，(3-15)式可以表示為

$$y(k) = -a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) + b_1 f(k-2) \quad (3-16)$$

利用系統識別得到未知參數，使用 MATLAB 進行系統參數識別，求得 ARX 模型相對應的參數 a_1 、 a_2 、 b_1 。

其中

$$a_1 = [-2 + A_1 T] \quad (3-17)$$

$$a_2 = [1 - A_1 T + A_2 T^2] \quad (3-18)$$

$$b_1 = B_1 T^2 \quad (3-19)$$

而輸出的階數 na

$$na = 2 \quad (3-20)$$

而輸入的階數 nb

$$nb = 2 \quad (3-21)$$

根據第二章 SITB 的指令說明，將所需要的輸入輸出資料分為識別時間 ze 與驗證時間 zv 兩個區段，再以(3-20)、(3-21)式設定 ARX 模型之輸入 nb 與輸出 na 的階數，利用 *arxstruc* 指令自動求出輸入至輸出之延遲時間 nk ，在此先將 nk 設定為[1:10]

$$\gg \text{arxstruc}(ze, zv, \text{struc}(na, nb, [1:10]))$$

其結果為圖 3.2 所示。

圖 3.2 中， V 為各階數的組合與此時的代價函數之對數值，第一列為代價函數之對數值，第二列為 na 之階數，第三列為 nb 之階數，第四列為 nk 之階數，由此， $nk=1$ 時，代價函數的對數值以 0 為最小，所以設定 $nk=1$ ，再利用 *arx* 指令建立其 ARX 模型

$$\gg M = \text{arx}(ze, [2 \ 2 \ 1])$$

3-3 二階動態系統模型模擬與識別結果

令 M 、 B 、 K 之值為

$$M = 2 \quad (3-22)$$

$$B = 1.8 \quad (3-23)$$

$$K = 0.04 \quad (3-24)$$

代入(3-6)式，可得到

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.02 & -0.9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \end{bmatrix} f(t)$$
$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$
(3-25)

將(3-25)式做為二階線性系統之理論模型，利用MATLAB/Simulink模擬其輸出，其模擬輸入輸出時間為100秒，取樣間隔為0.1秒，其數據點數共有1000筆，將0~30秒作為識別數據，再取30~100秒做為驗證數據，模擬所產生的輸入輸出資料於MATLAB進行ARX模型，其建立方式具有兩種，一種為最小平方法，另一種由最小平方法之結果，再進行預測誤差法。

將模擬實驗區分為三種：

- (1)無外擾時
- (2)當外擾置於系統前時
- (3)當外擾置於系統後時

針對這三種模擬輸入輸出，建立其數學模型，並做比較。

3-3-1 模擬輸入數據的產生

在 MATLAB/Simulink 模擬系統中，令控制輸入 f 為一隨機訊號(Random Number)，利用 MATLAB/Simulink 的 Uniform Random Number 產生，其設定如圖 3.4 所示，其隨機訊號的範圍為-5~+5，Initial seed 設定為 0，使每一次輸入數據都以一組固定的亂數值，取樣時間為 0.1 秒；而外擾(noise)

則是以利用 MATLAB/Simulink 的 Random Number 產生，如圖 3.5 所示，

Mean 為亂數之平均值，預設值設定為 0，其平均值之定義為

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} \quad (3-26)$$

其中， N 為數值的總點數， y_i 為輸出數值。Variance 為亂數之變異數，在此設為 0.05，其變異數之定義為

$$s = \sigma^2 \quad (3-27)$$

其中， σ 為標準差，標準差的定義為

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \mu)^2}{N}} \quad (3-28)$$

其本論文之二階系統模擬之控制輸入與外擾，如圖 3.6 所示。

3-3-2 無外擾時

當無外擾時，如圖 3.7 所示，將模擬的輸入輸出之資料進行 ARX 模型，所得到模型之識別數據 ze 與驗證數據 zv 的輸出分別與系統輸出結果做比較，其程式撰寫為：

```
>> dry = iddata(y,u,0.1)    %輸入  $y$  與輸出  $u$  製成一 ID 封包， $T=0.1$  秒  
>> ze = dry(1:300)          %將數據前 300 筆作為識別數據  
>> ze = detrend(ze)         %將識別數據去除偏離
```

```

>> LS = arx(ze,[2 2 1])           %建立 ARX 模型之最小平方法(LSM)

>> PEM = pem(ze,LS)               %以 LSM 為初值進行預測誤差法(PEM)

>> compare(ze,LS,PEM)             %畫出識別模型與理論模型之 fitness 程度

>> zv = dry(300:1000)             %將數據的第 300 到 1000 筆作為驗證數據

>> zv = detrend(zv)                %將驗證數據去除偏離

>> compare(zv,LS,PEM)             %畫出識別模型與理論模型之 fitness 程度

```

其模型與模擬輸出結果由圖 3.8 與 3.9 所示，圖中 Fit 代表模型與系統輸出的符合度(fitness)得知差異程度，其定義為

$$Fit = \left[1 - \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (y_i - \mu)^2}} \right] \times 100\% \quad (3-29)$$

其中， \hat{y}_i 為模型輸出值。由此可觀察出，求得模型和理論模型之輸出結果都達到 90%以上。

當執行完 MATLAB 的 *arx* 指令後，可得到以最小平方法之識別結果為

$$A(z) = 1 - 1.1914z^{-1} + 0.9145z^{-2} \quad (3-30)$$

$$B(z) = 0.0478z^{-1} - 0.0478z^{-2} \quad (3-31)$$

將(3-30)與(3-31)式做為初始模型，再利用 *pem* 指令進行預測誤差法後，所得到的識別結果為

$$A(z) = 1 - 1.917z^{-1} + 0.9165z^{-2} \quad (3-32)$$

$$B(z) = 0.0478z^{-1} - 0.048z^{-2} \quad (3-33)$$

將理論模型(3-25)式轉換為離散時間系統，取樣時間為 0.1 秒，可得

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.9999 & 0.0956 \\ -0.0019 & 0.9138 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0.0024 \\ 0.0478 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(k) \\ f_2(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-34)$$

再將(3-34)式轉為 $f \rightarrow x_1$ 的轉移函數

$$\frac{x_1(z)}{f(z)} = \frac{0.0478z - 0.0478}{z^2 - 1.914z + 0.9139} \quad (3-35)$$

將以上識別結果與理論模型之離散轉移函數的極零點(pole/zero)整理如表 3.1 所示，可觀察出，由最小平方方法後再經由預測誤差法所得到之識別結果，和理論模型之極零點相當接近。

3-3-3 外擾置於系統前

考慮若有一外擾放置於系統之前，如圖 3.10 所示，透過電腦模擬，得到系統的輸出結果，由圖中可發現，真正輸入系統的訊號為

$$f = u + d \quad (3-36)$$

但真正進入系統識別的程序不包含 d ，故進行系統識別的輸入輸出資料之 ID 封包程式撰寫為：

$$\gg dry = iddata(y, u, 0.1) \quad \% \text{輸入 } u \text{ 與輸出 } y \text{ 製成一 ID 封包, } T=0.1 \text{ 秒}$$

其模型與模擬輸出結果由圖 3.11 與 3.12 可觀察出，fitness 程度會比無外擾時差。

以最小平方方法所得到之識別結果為

$$A(z) = 1 - 0.8859z^{-1} + 0.0198z^{-2} \quad (3-37)$$

$$B(z) = 0.0471z^{-1} - 0.0008z^{-2} \quad (3-38)$$

將(3-37)與(3-38)式做為初始模型，進行預測誤差法後，所得到的識別結果為

$$A(z) = 1 - 0.8795z^{-1} + 0.0261z^{-2} \quad (3-39)$$

$$B(z) = 0.0471z^{-1} - 0.0012z^{-2} \quad (3-40)$$

將以上識別結果之極零點(pole/zero)整理如表 3.1 所示，可觀察出，兩種方法所得到的識別結果之極零點，有一極點與零點和理論模型有所差距。

3-3-4 外擾置於系統後

考慮若有一外擾放置於系統之後，如圖 3.13 所示，透過電腦模擬，得到系統的輸出結果，由圖中可發現，真正輸入系統的訊號為 u ，系統輸出為 y ，但是輸出遭受到雜訊的干擾，所量測到的訊號(亦即作為識別之用的訊號)為 c ，故進行系統識別的輸入輸出資料之 ID 封包程式撰寫改為：

`>> dry = iddata(c,u,0.1)` %輸入 u 與輸出 c 製成一 ID 封包， $T=0.1$ 秒

其模型與模擬輸出結果由圖 3.14 與圖 3.15 可觀察出，所求得模型和理論模型之輸出結果，fitness 程度相當不理想。

ARX 模型之以最小平方法所得到之識別結果為

$$A(z) = 1 - 0.0924z^{-1} + 0.1051z^{-2} \quad (3-41)$$

$$B(z) = 0.0373z^{-1} - 0.0425z^{-2} \quad (3-42)$$

將(3-41)與(3-42)式做為初始模型，進行預測誤差法後，所得到的識別結果為

$$A(z) = 1 - 0.0819z^{-1} + 0.131z^{-2} \quad (3-43)$$

$$B(z) = 0.04z^{-1} - 0.0426z^{-2} \quad (3-44)$$

將以上識別結果之極零點(pole/zero)整理如表 3.1 所示，可觀察出，兩種方法所得到的識別結果之極零點，和理論模型之極零點有所差距。

將以上所有的 fitness 程度整理於表 3.2，當無外擾時，所得到的模型與系統輸出之 fitness 程度相當高，進而以極零點得知模型之準確性。當外擾置於系統後時，輸出結果因為受到外擾的影響，導致所求得的模型和理論模型有所差異，甚至相當不理想。

第四章 UAV 線性動態模型之模擬與參數識別

根據文獻[31]中，無人飛行載具UAV縱向與橫向狀態空間數學模型，其

縱向狀態方程式表示如下：

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \\ Z_u & Z_w & u_0 & 0 \\ \bar{M}_u & \bar{M}_w & \bar{M}_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta_e} & X_{\delta_{th}} \\ Z_{\delta_e} & Z_{\delta_{th}} \\ \bar{M}_{\delta_e} & \bar{M}_{\delta_{th}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_{th} \end{bmatrix} \quad (4-1)$$

其中， u 為前進速度， w 為垂直速度， q 為俯仰角速率(pitch rate)， θ 為俯仰角度(pitch angle)， δ_e 為升降舵(elevator)角度， δ_{th} 為油門(throttle)角度， g 為重力加速度， u_0 代表UAV穩定飛行時之前進速度， X_u 、 X_w 、 X_{δ_e} 、 $X_{\delta_{th}}$ 、 Z_u 、 Z_w 、 Z_{δ_e} 、 $Z_{\delta_{th}}$ 、 \bar{M}_u 、 \bar{M}_w 、 \bar{M}_q 、 \bar{M}_{δ_e} 、 $\bar{M}_{\delta_{th}}$ 為縱向運動之13個因次化穩定性導數。

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & Y_p & -(u_0 - Y_r) & g \\ L_v & L_p & L_r & 0 \\ N_v & N_p & N_r & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & Y_{\delta_r} \\ L_{\delta_a} & L_{\delta_r} \\ N_{\delta_a} & N_{\delta_r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (4-2)$$

其中， v 為側滑速度， p 為滾轉角速率(roll rate)， r 為偏航角速率(yaw rate)， ϕ 為滾轉角度(roll angle)， δ_a 為副翼(aileron)角度， δ_r 為方向舵(rudder)角度， Y_v 、 Y_p 、 Y_r 、 Y_{δ_r} 、 L_v 、 L_p 、 L_r 、 L_{δ_a} 、 L_{δ_r} 、 N_v 、 N_p 、 N_r 、 N_{δ_a} 、 N_{δ_r} 為橫向運動之14個因次化穩定性導數。

本論文以文獻[26]之縱向與橫向數學模型當作理論模型，其四階系統之方塊圖為圖4.1所示，利用MATLAB模擬縱向輸入 δ_e 、 δ_{th} 及輸出 u 、 w 、 q 、 θ ，橫向輸入 δ_a 、 δ_r 及輸出 v 、 p 、 r 、 ϕ ，將模擬所產生的輸入輸出資料於MATLAB進行ARX模型之建立，其建立模型方式具有兩種，一種為由最小平方方法(LSM)求出其參數值，另一種則是將最小平方方法之結果，再進行預測誤差法(PEM)，為進而得知其識別之參數結果。

4-1 UAV 線性四階縱向動態模型之構建

將(4-1)式改寫為以下四個式子

$$\dot{u}(t) - X_u \cdot u(t) - X_w \cdot w(t) - 0 \cdot q(t) + g \cdot \theta(t) = X_{\delta_e} \cdot \delta_e(t) + X_{\delta_{th}} \cdot \delta_{th}(t) \quad (4-3)$$

$$\dot{w}(t) - Z_u \cdot u(t) - Z_w \cdot w(t) - u_0 \cdot q(t) - 0 \cdot \theta(t) = Z_{\delta_e} \cdot \delta_e(t) + Z_{\delta_{th}} \cdot \delta_{th}(t) \quad (4-4)$$

$$\dot{q}(t) - \bar{M}_u \cdot u(t) - \bar{M}_w \cdot w(t) - \bar{M} \cdot q(t) - 0 \cdot \theta(t) = \bar{M}_{\delta_e} \cdot \delta_e(t) + \bar{M}_{\delta_{th}} \cdot \delta_{th}(t) \quad (4-5)$$

$$\dot{\theta}(t) - 0 \cdot u(t) - 0 \cdot w(t) - 1 \cdot q(t) - 0 \cdot \theta(t) = 0 \cdot \delta_e(t) + 0 \cdot \delta_{th}(t) \quad (4-6)$$

將(4-3)~(4-6)以 ARX 模型表示，以下是以(4-3)為例：

(4-3)可由下式表示

$$\frac{du}{dt} - X_u \cdot u - X_w \cdot w + g \cdot \theta = X_{\delta_e} \cdot \delta_e + X_{\delta_{th}} \cdot \delta_{th} \quad (4-7)$$

利用後向差分[36]轉換為離散形式為

$$\left[\frac{u(k+1) - u(k)}{T} \right] - X_u \cdot u(k) - X_w \cdot w(k) + g \cdot \theta(k) = X_{\delta_e} \cdot \delta_e(k) + X_{\delta_{th}} \cdot \delta_{th}(k) \quad (4-8)$$

整理後如下

$$\left[\frac{u(k+1)-u(k)}{T} \right] - X_u \cdot u(k) - X_w \cdot w(k) + g \cdot \theta(k) = X_{\delta_e} \cdot \delta_e(k) + X_{\delta_{th}} \cdot \delta_{th}(k) \quad (4-9)$$

同乘以 T ，並將上式整理後可得

$$\begin{aligned} u(k) - [1 + X_u \cdot T] \cdot u(k-1) - X_w \cdot T \cdot w(k-1) - 0 \cdot T \cdot q(k) + g \cdot T \cdot \theta(k-1) \\ = X_{\delta_e} \cdot T \cdot \delta_e(k-1) + X_{\delta_{th}} \cdot T \cdot \delta_{th}(k-1) \end{aligned} \quad (4-10)$$

依照上述轉換方式可將(4-3)、(4-4)、(4-5)計算出以下的式子

$$\begin{aligned} -Z_u \cdot T \cdot u(k-1) + w(k) - [1 + Z_w \cdot T] \cdot w(k-1) - u_0 \cdot T \cdot q(k-1) - 0 \cdot T \cdot \theta(k-1) \\ = Z_{\delta_e} \cdot T \cdot \delta_e(k-1) + Z_{\delta_{th}} \cdot T \cdot \delta_{th}(k-1) \end{aligned} \quad (4-11)$$

$$\begin{aligned} -\bar{M}_u \cdot T \cdot u(k-1) - \bar{M}_w \cdot T \cdot w(k-1) + q(k) - [1 + \bar{M}_q \cdot T] \cdot q(k-1) + 0 \cdot \theta(k-1) \\ = \bar{M}_{\delta_e} \cdot T \cdot \delta_e(k-1) + \bar{M}_{\delta_{th}} \cdot T \cdot \delta_{th}(k-1) \end{aligned} \quad (4-12)$$

$$\begin{aligned} 0 \cdot T \cdot u(k-1) - 0 \cdot T \cdot w(k-1) - 1 \cdot T \cdot q(k-1) + \theta(k) - [1 + 0 \cdot T] \cdot \theta(k-1) \\ = 0 \cdot T \cdot \delta_e(k-1) + 0 \cdot T \cdot \delta_{th}(k-1) \end{aligned} \quad (4-13)$$

將(4-10)~(4-13)式之係數表示為

$$A_1 = -[1 + X_u \cdot T] \quad (4-14)$$

$$A_2 = -Z_u \cdot T \quad (4-15)$$

$$A_3 = -\bar{M}_u \cdot T \quad (4-16)$$

$$B_1 = -X_w \cdot T \quad (4-17)$$

$$B_2 = -[1 + Z_w \cdot T] \quad (4-18)$$

$$B_3 = -\bar{M}_w \cdot T \quad (4-19)$$

$$C_1 = -u_0 \cdot T \quad (4-20)$$

$$C_2 = -[1 + \bar{M}_q \cdot T] \quad (4-21)$$

$$D_1 = g \cdot T \quad (4-22)$$

$$D_2 = -[1 + 0 \cdot T] \quad (4-23)$$

$$E_1 = X_{\delta_e} \cdot T \quad (4-24)$$

$$E_2 = Z_{\delta_e} \cdot T \quad (4-25)$$

$$E_3 = \bar{M}_{\delta_e} \cdot T \quad (4-26)$$

$$F_1 = X_{\delta_{th}} \cdot T \quad (4-27)$$

$$F_2 = Z_{\delta_{th}} \cdot T \quad (4-28)$$

$$F_3 = \bar{M}_{\delta_{th}} \cdot T \quad (4-29)$$

代入(4-10)~(4-13)式後則得

$$\begin{aligned} u(k) + A_1 u(k-1) + B_1 w(k-1) - 0 \cdot q(k-1) + D_1 \cdot \theta(k-1) \\ = E_1 \delta_e(k-1) + F_1 \delta_{th}(k-1) \end{aligned} \quad (4-30)$$

$$\begin{aligned} A_2 u(k-1) + w(k) + B_2 w(k-1) + C_2 q(k-1) - 0 \cdot \theta(k-1) \\ = E_2 \delta_e(k-1) + F_2 \delta_{th}(k-1) \end{aligned} \quad (4-31)$$

$$\begin{aligned} & A_3 u(k-1) + B_3 w(k-1) + q(k) + C_3 q(k-1) - 0 \cdot \theta(k-1) \\ & = E_3 \delta_e(k-1) + F_3 \delta_{th}(k-1) \end{aligned} \quad (4-32)$$

$$\begin{aligned} & 0 \cdot u(k-1) - 0 \cdot w(k-1) - 1 \cdot q(k-1) + \theta(k) + D_2 \theta(k-1) \\ & = 0 \cdot \delta_e(k-1) + 0 \cdot \delta_{th}(k-1) \end{aligned} \quad (4-33)$$

將(4-30)~(4-33)式整理成矩陣型式

$$\sum output = \sum input \quad (4-34)$$

可得

$$\begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_1 & B_1 & 0 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_1 & 0 \\ A_3 & B_3 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k-1) \\ w(k-1) \\ q(k-1) \\ \theta(k-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 & F_1 \\ E_2 & F_2 \\ E_3 & F_3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k-1) \\ \delta_{th}(k-1) \end{bmatrix} \quad (4-35)$$

$$\Rightarrow Y(k) + \mathbf{G}y(k-1) = \mathbf{H}\delta(k-1) \quad (4-36)$$

根據第二章所定義之階數設定， na 與矩陣 \mathbf{G} 的維數相同，其中 i 列 j 行

的元素，定義為

$$na_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{if } g_{i,j} \neq 0 \\ 0, & \text{if } g_{i,j} = 0 \end{cases}$$

nb 與矩陣 \mathbf{H} 的維數相同，其中的元素為

$$nb_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{if } h_{i,j} \neq 0 \\ 0, & \text{if } h_{i,j} = 0 \end{cases}$$

故 ARX 模型階數設定如下

$$\gg na = [1 \ 1 \ 0 \ 1; 1 \ 1 \ 1 \ 0; 1 \ 1 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 1 \ 1]$$

$$\gg nb = [1 \ 1; 1 \ 1; 1 \ 1; 0 \ 0]$$

根據第二章之差分方程式的定義， nk 設定為

$$\gg nk = [1 \ 1; 1 \ 1; 1 \ 1; 0 \ 0]$$

由此設定，可以使用 MATLAB 來解(4-36)式中 ARX 模型。在橫向動態模型之建構，如同縱向之作法，其橫向之 ARX 模型階數設定如下

$$\gg na = [1 \ 1 \ 1 \ 1; 1 \ 1 \ 1 \ 0; 1 \ 1 \ 1 \ 0; 0 \ 1 \ 0 \ 1]$$

$$\gg nb = [0 \ 1; 1 \ 1; 1 \ 1; 0 \ 0]$$

$$\gg nk = [0 \ 1; 1 \ 1; 1 \ 1; 0 \ 0]$$

4-2 縱向系統模擬與識別

以文獻[26]之縱向數學模型為理論模型

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.084 & 0.126 & 0 & -9.8 \\ -1.0824 & -6.28 & 18.04 & 0 \\ 0.1419 & -1.7433 & -8.045 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.052 & 0.237 \\ -12.177 & 0 \\ -51.026 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_{th} \end{bmatrix} \quad (4-37)$$

其中， u 為前進速度， w 為垂直速度，其單位為(m/s)， q 為俯仰角速率，其單位為(deg/s)， θ 為俯仰角度，其單位為(deg)， δ_e 為水平控制翼面之角度， δ_{th} 為正規化(normalized)，範圍為 0~1 之油門角度，其單位為(deg)。 u 、 w 、 q 、 θ 都是針對穩態直線飛行的配平點(Trim condition)之變化量

$$\Delta u = u - u_0 \quad (4-38)$$

$$\Delta w = w - w_0 \quad (4-39)$$

$$\Delta q = q - q_0 \quad (4-40)$$

$$\Delta \theta = \theta - \theta_0 \quad (4-41)$$

在此 u_0 、 w_0 、 q_0 、 θ_0 之皆設為 0。

令水平控制翼面輸入 δ_e 與油門角度 δ_{th} 皆為隨機訊號，水平控制翼面輸入 δ_e 範圍為 -3~+3，油門角度 δ_{th} 範圍為 0.3~0.7，將模擬輸入訊號送入理論模型中，其模擬輸入輸出之數據的時間為 100 秒，並根據以下兩點產生模擬的飛行數據

(1) 辨識數據的多寡

(2) 取樣間隔的長短

其模擬實驗之流程如圖 4.2 所示，分別將輸入輸出資料於 MATLAB 中進行 ARX 模型之建立，觀察並比較此兩點對系統識別之結果所產生之影響。

4-2-1 辨識數據的多寡對於 ID 結果之影響

假設取樣間隔為 0.1 秒，資料點數共有 1000 筆，將識別數據分為 0~40 秒與 0~20 秒，分別送入縱向理論模型，將模擬的輸入輸出於 MATLAB 中建立縱向 ARX 模型。

模擬實驗(1)：將識別數據為 0~40 秒，資料點數共有 400 筆，其程式撰寫為：

```

>> uu=[deltaE deltaT] %將輸入 $\delta_e$ 與 $\delta_{th}$ 向量化
>> yy=[u w q theta] %將輸出 $u$ 、 $w$ 、 $q$ 、 $\theta$ 向量化
>> dry=iddata(yy,uu,0.1) %輸入輸出製成一 ID 封包，T=0.1 秒
>> ze=dry(1:400) %將前 400 筆數據作為識別數據
>> ze=detrend(ze) %將識別數據去除偏離
>> na=[1 1 0 1;1 1 1 0;1 1 1 0;0 0 1 1] %設定 na 階數
>> nb=[1 1;1 1;1 1;0 0] %設定 nb 階數
>> nk=[1 1;1 1;1 1;0 0] %設定 nk 階數
>> LS=arx(ze,[na nb nk]) %建立 ARX 模型之最小平方法(LS)
>> PEM=pem(ze,LS) %以 LS 為初值進行預測誤差法(PEM)
>> compare(ze,LS,PEM) %畫出識別模型與理論模型之 fitness 程度

```

所得到的識別模型與模擬之各輸出 fitness 程度由圖 4.3 所示，將其餘的資料數據作為驗證數據，其程式撰寫為：

```

>> zv=dry(400:1000) %將第 400 到 1000 筆數據作為驗證數據
>> zv=detrend(zv) %將驗證數據去除偏離
>> compare(zv,LS,PEM) %畫出識別模型與理論模型之 fitness 程度

```

對於其餘資料數據進行驗證，由圖 4.4 所示，其驗證結果與模擬輸出之 fitness 程度都有明顯的提高。

將 (4-37)式轉換為離散時間系統，取樣時間為 0.1 秒

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u(k+1) \\ w(k+1) \\ q(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.9909 & 0.0109 & -0.0302 & -0.9757 \\ -0.0688 & 0.4561 & 0.838 & 0.0395 \\ 0.0151 & -0.0808 & 0.3744 & -0.0074 \\ 0.0008 & -0.0054 & 0.0657 & 0.9998 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0.0425 & 0.0236 \\ -3.698 & -0.001 \\ -3.288 & 0.0002 \\ -0.1918 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k) \\ \delta_{th}(k) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4-42}$$

以最小平方法(LSM)所得到之識別結果為

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u(k+1) \\ w(k+1) \\ q(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.9890 & -0.0022 & 0 & -0.9548 \\ -0.069 & 0.4569 & 0.8336 & 0 \\ 0.0152 & -0.0819 & 0.3710 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0651 & 0.9873 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0.0469 & 0.0156 \\ -3.3675 & -0.0011 \\ -2.9765 & -0.0009 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k) \\ \delta_{th}(k) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4-43}$$

以最小平方法之結果作為初值，進行預測誤差法(LSM+PEM)進行預測誤差

法後所得到的識別結果為

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u(k+1) \\ w(k+1) \\ q(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.9889 & -0.0007 & 0 & -0.9741 \\ -0.0691 & 0.4557 & 0.8364 & 0 \\ 0.0152 & -0.0817 & 0.3703 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0650 & 0.9930 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0.0460 & 0.0153 \\ -3.3750 & -0.0011 \\ -2.9750 & -0.0009 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k) \\ \delta_{th}(k) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4-44}$$

模擬實驗(2)：當識別數據為 0~20 秒，其資料點數共有 200 筆，其識別數據的程式撰寫改為：

$\gg ze = dry(1:200)$ %將前 200 筆數據作為識別數據

所得到的識別模型與模擬之各輸出 fitness 程度由圖 4.5 所示，將其餘的資料數據作為驗證數據，其驗證數據程式撰寫改為：

$\gg zv = dry(200:1000)$ %將第 200 到 1000 筆的數據作為驗證數據

對於其餘資料數據進行驗證，由圖 4.6 所示，從中可觀察出，在驗證結果與模擬輸出之 fitness 程度較識別結果有明顯的降低。

以最小平方法(LSM)所得到之識別結果為

$$\begin{bmatrix} u(k+1) \\ w(k+1) \\ q(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9889 & -0.0007 & 0 & -0.9741 \\ -0.0691 & 0.4557 & 0.8364 & 0 \\ 0.0152 & -0.0817 & 0.3703 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0650 & 0.9930 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0408 & 0.0272 \\ -2.5964 & -0.0017 \\ -2.2884 & -0.0002 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k) \\ \delta_{th}(k) \end{bmatrix} \quad (4-45)$$

以最小平方法之結果作為初值，進行預測誤差法(LSM+PEM)進行預測誤差法後所得到的識別結果為

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u(k+1) \\ w(k+1) \\ q(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.9889 & -0.0022 & 0 & -0.9545 \\ -0.0690 & 0.4569 & 0.8336 & 0 \\ 0.0152 & -0.0819 & 0.3710 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0653 & 0.9876 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0.0438 & 0.0292 \\ -2.5910 & -0.0017 \\ -2.2896 & -0.0002 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k) \\ \delta_{th}(k) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4-46}$$

將模擬實驗(1)與模擬實驗(2)的 fitness 程度整理於表 4.1，當中可觀察出，利用最小平方法後再進行預測誤差法有微小的提升，在識別數據中，模擬實驗(2)比模擬實驗(1)的各輸出與模擬輸出之 fitness 程度較佳，但是，在驗證數據中模擬實驗(2)的各輸出與模擬輸出之 fitness 程度略遜於模擬實驗(1)。

針對由 δ_e 至 θ 的轉移函數進行比較，其理論模型(4-42)式的離散轉移函數為

$$\frac{\theta(z)}{\delta_e(z)} = \frac{0.1918z^2 - 0.1531z - 0.1162}{z^4 - 2.821z^3 + 2.885z^2 - 1.299z + 0.2367} \tag{4-47}$$

模擬實驗(1)所得到的辨識結果(4-43)，表示成離散轉移函數為

$$\frac{\theta(z)}{\delta_e(z)} = \frac{0.1487z^2 - 0.2287z - 0.0807}{z^4 - 2.808z^3 + 2.856z^2 - 1.28z + 0.2327} \tag{4-48}$$

模擬實驗(1)所得到的辨識結果(4-44)，表示成離散轉移函數為

$$\frac{\theta(z)}{\delta_e(z)} = \frac{0.1495z^2 - 0.2301z - 0.0812}{z^4 - 2.805z^3 + 2.851z^2 - 1.277z + 0.2321} \tag{4-49}$$

模擬實驗(2)所得到的辨識結果(4-45)，表示成離散轉移函數為

$$\frac{\theta(z)}{\delta_e(z)} = \frac{0.1383z^2 - 0.213z - 0.0752}{z^4 - 2.805z^3 + 2.852z^2 - 1.277z + 0.2318} \quad (4-50)$$

模擬實驗(2)所得到的辨識結果(4-46)，表示成離散轉移函數為

$$\frac{\theta(z)}{\delta_e(z)} = \frac{0.1387z^2 - 0.2133z - 0.0753}{z^4 - 2.808z^3 + 2.858z^2 - 1.281z + 0.2329} \quad (4-51)$$

將理論模型與模擬實驗(1)、(2)的各識別模型之極零點整理於表 4.2，可觀察出，兩種方法所得到的轉移函數中的極點與理論模型相當接近，但是，零點與理論模型有所差距。

4-2-2 取樣間隔的長短對於 ID 結果之影響

假設識別數據為 0~20 秒，取樣間隔分為 0.1 秒、0.2 秒、0.05 秒，分別送入縱向理論模型，將模擬的輸入輸出於 MATLAB 中建立縱向 ARX 模型，因為取樣間隔為 0.1 秒時，已經在模擬實驗(2)得出結果，故接下來就以取樣間隔 0.2 秒與 0.05 秒做模擬實驗。

模擬實驗(3)：當取樣間隔為 0.2 秒時，資料點數共有 500 筆，識別數據為 0~20 秒，其點數有 100 筆，其 ID 封包及識別數據程式撰寫改為：

```
>> dry = iddata(yy,uu,0.2)           %輸入輸出製成一 ID 封包，T=0.2 秒
>> ze = dry(1:100)                   %將前 100 筆數據作為識別數據
```


所得到的識別模型與模擬之各輸出 fitness 程度由圖 4.7 所示，將其餘的資料數據作為驗證數據，其驗證數據程式撰寫改為：

`>> zv = dry(100:500)` %將第 100 到 500 筆數據作為驗證數據

對於其餘資料數據進行驗證，由圖 4.8 所示，從中可觀察出，驗證結果與模擬輸出之 fitness 程度皆降低許多。

將(4-37)式轉換為離散時間系統，取樣時間為 0.2 秒

$$\begin{bmatrix} u(k+1) \\ w(k+1) \\ q(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9735 & -0.0175 & 0 & -1.9346 \\ -0.096 & 0.0281 & 0.6745 & 0 \\ 0.0304 & -0.0703 & -0.0534 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0951 & 0.9775 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.3179 & 0.106 \\ -8.8114 & -0.0029 \\ -4.2133 & -0.0014 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k) \\ \delta_{th}(k) \end{bmatrix} \quad (4-52)$$

以最小平方法(LSM)所得到之識別結果為

$$\begin{bmatrix} u(k+1) \\ w(k+1) \\ q(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9760 & -0.0326 & 0 & -1.7769 \\ -0.0969 & 0.0312 & 0.6689 & 0 \\ 0.0304 & -0.0718 & -0.0502 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0918 & 0.9398 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.2440 & 0.1626 \\ -6.77433 & -0.0044 \\ -3.2427 & -0.0022 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k) \\ \delta_{th}(k) \end{bmatrix} \quad (4-53)$$

以最小平方法之結果作為初值，進行預測誤差法(LSM+PEM)進行預測誤差法後所得到的識別結果為

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u(k+1) \\ w(k+1) \\ q(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.9734 & -0.0184 & 0 & -1.9327 \\ -0.0968 & 0.0296 & 0.6705 & 0 \\ 0.0306 & -0.0708 & -0.0525 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0914 & 0.9659 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0.2660 & 0.1773 \\ -6.7853 & -0.0045 \\ -3.2390 & -0.0021 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k) \\ \delta_{th}(k) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4-54}$$

模擬實驗(4)：當取樣間隔為 0.05 秒時，資料點數共有 2000 筆，識別數據為 0~20 秒，其點數有 400 筆，其 ID 封包及識別數據程式撰寫改為：

```

>> dry = iddata(yy,uu,0.05) %輸入輸出製成一 ID 封包，T=0.05 秒
>> ze = dry(1:400) %將前 400 筆數據作為識別數據

```

所得到的識別模型與模擬之各輸出 fitness 程度由圖 4.9 所示，將其餘的資料數據作為驗證數據，其驗證數據程式撰寫改為：

```

>> zv = dry(400:2000) %將第 400 到 2000 筆數據作為驗證數據

```

對於其餘資料數據進行驗證，由圖 4.10 所示，從中可觀察出，在驗證結果與模擬輸出之 fitness 程度都些微的降低。

將(4-37)式轉換為離散時間系統，取樣時間為 0.05 秒

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u(k+1) \\ w(k+1) \\ q(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.9956 & 0.0056 & -0.0085 & -0.4889 \\ -0.0433 & 0.7027 & 0.6226 & 0.0115 \\ 0.0076 & -0.0601 & 0.6419 & -0.0018 \\ 0.0002 & -0.0017 & 0.0407 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0.003 & 0.0118 \\ -1.42 & -0.0003 \\ -2.054 & 0 \\ -0.0553 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k) \\ \delta_{th}(k) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4-55}$$

以最小平方法所得到之識別結果為

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u(k+1) \\ w(k+1) \\ q(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.9954 & 0.0004 & 0 & -0.4606 \\ -0.0433 & 0.7045 & 0.6209 & 0 \\ 0.0076 & -0.0605 & 0.6422 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0412 & 0.9994 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0.0196 & 0.0130 \\ -0.9870 & -0.0006 \\ -1.4229 & -0.0009 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k) \\ \delta_{th}(k) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4-56}$$

以最小平方法之結果作為初值，進行預測誤差法(LSM+PEM)進行預測誤差

法後所得到的識別結果為

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u(k+1) \\ w(k+1) \\ q(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.9951 & 0.0025 & 0 & -0.4882 \\ -0.0433 & 0.7043 & 0.6216 & 0 \\ 0.0076 & -0.0604 & 0.6419 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0410 & 0.9977 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0.0079 & 0.0053 \\ -0.9850 & -0.0006 \\ -1.4227 & -0.0009 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k) \\ \delta_{th}(k) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4-57}$$

將模擬實驗(2)、(3)、(4)的 fitness 程度整理於表 4.3，當中可觀察出，模擬實驗(3)與模擬輸出之 fitness 程度最低，而模擬實驗(4)與模擬輸出之 fitness 程度最高。

針對由 δ_e 至 θ 的轉移函數進行比較，其理論模型(4-52)式的離散轉移函數為

$$\frac{\theta(z)}{\delta_e(z)} = \frac{0.5797z^2 - 0.4362z - 0.2243}{z^4 - 2.189z^3 + 1.466z^2 - 0.3221z + 0.056} \quad (4-58)$$

模擬實驗(3)所得到的辨識結果(4-53)，表示成離散轉移函數為

$$\frac{\theta(z)}{\delta_e(z)} = \frac{0.2977z^2 - 0.345z - 0.0508}{z^4 - 1.897z^3 + 0.9241z^2 - 0.0632z + 0.0431} \quad (4-59)$$

模擬實驗(3)所得到的辨識結果(4-54)，表示成離散轉移函數為

$$\frac{\theta(z)}{\delta_e(z)} = \frac{0.296z^2 - 0.3416z - 0.05025}{z^4 - 1.916z^3 + 0.9399z^2 - 0.0601z + 0.4395} \quad (4-60)$$

理論模型(4-55)式的離散轉移函數為

$$\frac{\theta(z)}{\delta_e(z)} = \frac{0.0553z^2 - 0.0484z - 0.0425}{z^4 - 3.34z^3 + 4.168z^2 - 2.314z + 0.4866} \quad (4-61)$$

模擬實驗(4)所得到的辨識結果(4-56)，表示成離散轉移函數為

$$\frac{\theta(z)}{\delta_e(z)} = \frac{0.0586z^2 - 0.0302z - 0.0436}{z^4 - 3.338z^3 + 4.164z^2 - 2.31z + 0.4861} \quad (4-62)$$

模擬實驗(4)所得到的辨識結果(4-57)，表示成離散轉移函數為

$$\frac{\theta(z)}{\delta_e(z)} = \frac{0.0583z^2 - 0.0302z - 0.0433}{z^4 - 3.339z^3 + 4.165z^2 - 2.312z + 0.4861} \quad (4-63)$$

將理論模型與模擬實驗(2)、(3)、(4)的各識別模型之極零點整理由表 4.4 所示，由此可以觀察出，模擬實驗(3)之轉移函數有一極點及兩零點，與理論模型有所差距，其餘模擬實驗之轉移函數皆有一零點與理論模型有所差距。

4-3 橫向系統模擬與識別

以文獻[26]之縱向數學模型為理論模型

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.75 & 0.0146 & -17.4 & 9.774 \\ -0.92 & -0.245 & 1 & 0 \\ 2.167 & -2.51 & -1.9 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 9.468 \\ 271.202 & 6.65 \\ -294.426 & -33.76 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (4-64)$$

其中， v 為測滑速度，其單位為(m/s)， p 為滾轉角速率， r 為偏航角速率，其單位為(deg/s)， ϕ 為滾轉角度，其單位為(deg)， δ_a 為副翼角度， δ_r 為方向舵角度，其單位為(deg)。 v 、 p 、 r 、 ϕ 都是針對穩態直線飛行的配平點之變化量

$$\Delta v = v - v_0 \quad (4-65)$$

$$\Delta p = p - p_0 \quad (4-66)$$

$$\Delta r = r - r_0 \quad (4-67)$$

$$\Delta\phi = \phi - \phi_0 \quad (4-68)$$

其 v_0 、 p_0 、 r_0 、 ϕ_0 之皆設為 0。

當副翼角度輸入 δ_a 與方向舵角度 δ_r 皆為隨機訊號，副翼角度輸入 δ_a 與方向舵角度 δ_r 範圍為 -3~+3，將模擬輸入訊號送入理論模型中，其模擬輸入輸出之數據的時間為 100 秒，並根據以下兩點產生模擬的飛行數據

(1) 辨識數據的多寡

(2) 取樣間隔的長短

其模擬實驗之流程如圖 4.11 所示，分別將輸入輸出資料於 MATLAB 中進行 ARX 模型之建立，觀察並比較此兩點對系統識別之結果所產生之影響。

4-3-1 辨識數據的多寡對於 ID 結果之影響

假設取樣間隔為 0.1 秒，識別數據分為 0~40 秒與 0~20 秒，分別送入橫向理論模型，將模擬的輸入輸出於 MATLAB 中建立橫向 ARX 模型。

模擬實驗(1)：將識別數據為 0~40 秒，資料點數共有 400 筆，其程式撰寫為：

```
>> uu = [deltaA deltaR] %將輸入  $\delta_a$  與  $\delta_r$  向量化
>> yy = [v p r phi] %將輸出  $v$ 、 $p$ 、 $r$ 、 $\phi$  向量化
>> dry = iddata(yy,uu,0.1) %輸入輸出製成一 ID 封包，T=0.1 秒
```

» $ze = dry(1:400)$ %將前 400 筆數據作為識別數據

» $ze = detrend(ze)$ %將識別數據去除偏離

» $na = [1 \ 1 \ 1 \ 1; 1 \ 1 \ 1 \ 0; 1 \ 1 \ 1 \ 0; 0 \ 1 \ 0 \ 1]$ %設定 na 階數

» $nb = [0 \ 1; 1 \ 1; 1 \ 1; 0 \ 0]$ %設定 nb 階數

» $nk = [0 \ 1; 1 \ 1; 1 \ 1; 0 \ 0]$ %設定 nk 階數

» $LS = arx(ze, [na \ nb \ nk])$ %建立 ARX 模型之最小平方法(LS)

» $PEM = pem(ze, LS)$ %以 LS 為初值進行預測誤差法(PEM)

» $compare(ze, LS, PEM)$ %畫出識別模型與理論模型之 fitness 程度

所得到的識別模型與模擬之各輸出 fitness 程度，由圖 4.12 所示，將其
餘資料數據作為驗證數據，其驗證數據程式撰寫為：

» $zv = dry(400:1000)$ %將第 400 到 1000 筆數據作為驗證數據

» $zv = detrend(zv)$ %將驗證數據去除偏離

» $compare(zv, LS, PEM)$ %畫出識別模型與理論模型之 fitness 程度

對於其餘資料數據進行驗證，由圖 4.13 所示，在驗證結果中， v 、 p 、
 r 與模擬輸出的 fitness 程度，比識別結果有明顯的降低。

將(4-64)式轉換為離散時間系統，取樣時間為 0.1 秒

$$\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7576 & 0.2388 & -1.42 & 0.8845 \\ -0.0723 & 0.9571 & 0.1542 & -0.0389 \\ 0.1872 & -0.2073 & 0.6541 & 0.0972 \\ -0.004 & 0.0982 & 0.0069 & 0.9986 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 24.92 & 3.512 \\ 24.59 & 0.3812 \\ -28.09 & -2.851 \\ 1.277 & 0.0243 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} \quad (4-69)$$

以最小平方法(LSM)所得到之識別結果為

$$\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7653 & 0.1864 & -1.4545 & 0.8947 \\ -0.0727 & 0.8815 & 0.0980 & 0 \\ 0.1880 & -0.0179 & 0.7947 & 0 \\ 0 & 0.0842 & 0 & 1.0007 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2.1629 \\ 24.5175 & 0.4001 \\ -27.8996 & -2.9014 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} \quad (4-70)$$

以最小平方法之結果作為初值，進行預測誤差法(LSM+PEM)進行預測誤差

法後所得到的識別結果為

$$\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7686 & 0.1583 & -1.4718 & 0.9052 \\ -0.0724 & 0.8808 & 0.0978 & 0 \\ 0.1898 & -0.0219 & 0.7936 & 0 \\ 0 & 0.0836 & 0 & 1.0011 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2.2139 \\ 24.4639 & 0.4011 \\ -27.7687 & -2.8699 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} \quad (4-71)$$

模擬實驗(2)：將識別數據為 0~20 秒，資料點數共有 200 筆，其識別數據程式撰寫改為：

$\gg ze = dry(1:200)$ %將前 200 筆數據作為識別數據

所得到的識別模型與模擬之各輸出 fitness 程度由圖 4.14 所示。將其餘資料數據作為驗證數據，其驗證程式撰寫改為：

$\gg zv = dry(200:1000)$ %將第 200 到 1000 筆數據作為驗證數據

對於其餘資料數據進行驗證，由圖 4.15 所示，可以觀察出，在驗證結果中， v 、 p 、 r 與模擬輸出的 fitness 程度，比識別結果有明顯的降低。

以最小平方法(LSM)所得到之識別結果為

$$\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7800 & 0.2070 & -1.4205 & 0.7272 \\ -0.0724 & 0.9353 & 0.1358 & 0 \\ 0.1895 & -0.1648 & 0.6928 & 0 \\ 0 & 0.0845 & 0 & 0.9868 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2.8435 \\ 24.8144 & 0.2707 \\ -28.7083 & -2.5847 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} \quad (4-72)$$

以最小平方法之結果作為初值，進行預測誤差法(LSM+PEM)進行預測誤差法後所得到的識別結果為

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.7649 & 0.2462 & -1.4043 & 0.7889 \\ -0.0727 & 0.9368 & 0.1367 & 0 \\ 0.1880 & -0.1571 & 0.6976 & 0 \\ 0 & 0.0845 & 0 & 0.9961 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0 & 2.6549 \\ 24.7093 & 0.2659 \\ -28.3867 & -2.5704 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4-73}$$

將模擬實驗(1)與模擬實驗(2)的 fitness 程度整理於表 4.5，當中可觀察出，無論在識別結果或驗證結果中，模擬實驗(2)與模擬輸出的 fitness 程度比模擬實驗(1)較高。

針對由 δ_a 至 ϕ 的轉移函數進行比較，其理論模型(4-69)式的離散轉移函數為

$$\frac{\phi(z)}{\delta_a(z)} = \frac{-1.277z^2 + 0.9039z + 0.9422}{z^4 - 3.367z^3 + 4.534z^2 - 2.915z + 0.7486} \tag{4-74}$$

模擬實驗(1)所得到的辨識結果(4-70)，表示成離散轉移函數為

$$\frac{\phi(z)}{\delta_a(z)} = \frac{-2.064z^2 + 3.451z + 1.748}{z^4 - 3.442z^3 + 4.715z^2 - 3.059z + 0.7856} \tag{4-75}$$

模擬實驗(1)所得到的辨識結果(4-71)，表示成離散轉移函數為

$$\frac{\phi(z)}{\delta_a(z)} = \frac{-2.045z^2 + 3.422z + 1.746}{z^4 - 3.444z^3 + 4.725z^2 - 3.071z + 0.7898} \tag{4-76}$$

模擬實驗(2)所得到的辨識結果(4-72)，表示成離散轉移函數為

$$\frac{\phi(z)}{\delta_a(z)} = \frac{-2.097z^2 + 3.418z + 1.705}{z^4 - 3.395z^3 + 4.601z^2 - 2.964z + 0.7585} \quad (4-77)$$

模擬實驗(2)所得到的辨識結果(4-73)，表示成離散轉移函數為

$$\frac{\phi(z)}{\delta_a(z)} = \frac{-2.088z^2 + 3.382z + 1.671}{z^4 - 3.395z^3 + 4.597z^2 - 2.96z + 0.7583} \quad (4-78)$$

將理論模型與模擬實驗(1)、(2)的各識別模型之極零點整理於表 4.6，可觀察出，兩種方法所得到的轉移函數中極點與理論模型相當接近，但零點與理論模型有些微差距。

4-3-2 取樣間隔的長短對於 ID 結果之影響

假設識別數據為 0~20 秒，取樣間隔分為 0.1 秒、0.2 秒、0.05 秒，分別送入橫向理論模型，將模擬的輸入輸出於 MATLAB 中建立橫向 ARX 模型，因為取樣間隔為 0.1 秒時，已經在模擬實驗(2)得出結果，故接下來就以取樣間隔 0.2 秒與 0.05 秒做模擬實驗。

模擬實驗(3)：當取樣間隔為 0.2 秒時，資料點數共有 500 筆，識別數據為 0~20 秒，其點數共有 100 筆，其 ID 封包及識別數據程式撰寫改為：

```
>> dry = iddata(yy,uu,0.2) %輸入輸出製成一 ID 封包，T=0.2 秒
```

```
>> ze = dry(1:100) %將前 100 筆數據作為識別數據
```

所得到的識別模型與模擬之各輸出 fitness 程度由圖 4.16 所示，將其餘資料數據做為驗證數據，其驗證數據程式撰寫改為

$\gg zv = dry(100:500)$

%將第 100 到 500 筆數據作為驗證數據

對於其餘資料數據進行驗證，由圖 4.17 所示，從中可觀察出，驗證結果與模擬輸出之 fitness 程度皆降低許多。

將(4-64)式轉換為離散時間系統，取樣時間為 0.2 秒

$$\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2874 & 0.7907 & -1.962 & 1.406 \\ -0.095 & 0.863 & 0.3509 & -0.125 \\ 0.2789 & -0.2797 & 0.1308 & 0.3343 \\ -0.0128 & 0.1897 & 0.0323 & 0.9906 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 90.68 & 10.33 \\ 41.94 & 0.0513 \\ -46.77 & -4.137 \\ 4.674 & 0.0522 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} \quad (4-79)$$

以最小平方方法(LSM)所得到之識別結果為

$$\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4119 & 0.014 & -2.3009 & 1.5058 \\ -0.0927 & 0.7131 & 0.2429 & 0 \\ 0.2760 & 0.1153 & 0.4109 & 0 \\ 0 & 0.1897 & 0 & 1.0038 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 4.8397 \\ 41.2785 & 0.0849 \\ -45.0539 & -4.0552 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} \quad (4-80)$$

以最小平方方法之結果作為初值，進行預測誤差法(LSM+PEM)進行預測誤差法後所得到的識別結果為

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.2966 & 0.4441 & -2.1033 & 1.4128 \\ -0.0943 & 0.7181 & 0.2449 & 0 \\ 0.2758 & 0.1152 & 0.4107 & 0 \\ 0 & 0.1239 & 0 & 1.0010 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0 & 0.8309 \\ 41.4153 & 0.0426 \\ -45.3008 & -4.0895 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4-81}$$

模擬實驗(4)：當取樣間隔為 0.05 秒時，資料點數共有 2000 筆，識別數據為 0~20 秒，其點數有 400 筆，其 ID 封包及識別數據程式撰寫改為：

```

>> dry = iddata(yy,uu,0.05) %輸入輸出製成一 ID 封包，T=0.05 秒
>> ze = dry(1:400) %將前 400 筆數據作為識別數據

```

所得到的識別模型與模擬之各輸出 fitness 程度，由圖 4.18 所示，將其餘資料數據作為驗證數據，其驗證數據程式撰寫改為：

```

>> ze = dry(400:2000) %將第 400 到 2000 筆數據作為驗證數據

```

對於其餘資料數據進行驗證，由圖 4.19 所示，從中可觀察出，在驗證結果中， v 、 p 、 r 與模擬輸出的 fitness 程度，比識別結果時有明顯的降低。

將(4-64)式轉換為離散時間系統，取樣時間為 0.05 秒

$$\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.918 & 0.0642 & -0.8003 & 0.4722 \\ -0.0416 & 0.9838 & 0.0655 & -0.0105 \\ 0.1024 & -0.1165 & 0.8624 & 0.0256 \\ -0.0011 & 0.0496 & 0.0015 & 0.9998 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6.372 & 1.161 \\ 13.01 & 0.2686 \\ -14.62 & -1.579 \\ 0.3303 & 0.0073 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} \quad (4-82)$$

以最小平方法(LSM)所得到之識別結果為

$$\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9158 & 0.1022 & -0.7619 & 0.4274 \\ -0.0414 & 0.9724 & 0.0559 & 0 \\ 0.1032 & -0.0923 & 0.8836 & 0 \\ 0 & 0.0463 & 0 & 0.9987 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0.8379 \\ 13.0747 & 0.2715 \\ -14.7749 & -1.5774 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} \quad (4-83)$$

以最小平方法之結果作為初值，進行預測誤差法(LSM+PEM)進行預測誤差

法後所得到的識別結果為

$$\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9145 & 0.0836 & -0.7787 & 0.4493 \\ -0.0416 & 0.9729 & 0.0562 & 0 \\ -0.1025 & -0.0900 & 0.8849 & 0 \\ 0 & 0.0463 & 0 & 0.9997 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0.8240 \\ 13.0441 & 0.2686 \\ -14.6949 & -1.5789 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} \quad (4-84)$$

將模擬實驗(2)、(3)、(4)的 fitness 程度整理於表 4.7，當中可觀察出，在識別結果中，模擬實驗(4)與模擬輸出之 fitness 程度最高。

針對由 δ_a 至 ϕ 的轉移函數進行比較，其理論模型(4-79)式的離散轉移函數為

$$\frac{\phi(z)}{\delta_a(z)} = \frac{-4.674z^2 + 0.7009z + 1.117}{z^4 - 2.272z^3 + 2.419z^2 - 1.712z + 0.5606} \quad (4-85)$$

模擬實驗(3)所得到的辨識結果(4-80)，表示成離散轉移函數為

$$\frac{\phi(z)}{\delta_a(z)} = \frac{-5.077z^2 + 5.524z + 3.456}{z^4 - 2.54z^3 + 2.906z^2 - 1.94z + 0.5708} \quad (4-86)$$

模擬實驗(3)所得到的辨識結果(4-81)，表示成離散轉移函數為

$$\frac{\phi(z)}{\delta_a(z)} = \frac{-5.131z^2 + 5.004z + 2.896}{z^4 - 2.426z^3 + 2.65z^2 - 1.774z + 0.5477} \quad (4-87)$$

理論模型(4-82)式的離散轉移函數為

$$\frac{\phi(z)}{\delta_a(z)} = \frac{-0.33z^2 + 0.2955z + 0.3005}{z^4 - 3.764z^3 + 5.4z^2 - 3.501z + 0.8652} \quad (4-88)$$

模擬實驗(4)所得到的辨識結果(4-83)，表示成離散轉移函數為

$$\frac{\phi(z)}{\delta_a(z)} = \frac{-0.6054z^2 + 1.128z + 0.5509}{z^4 - 3.77z^3 + 5.415z^2 - 3.512z + 0.8675} \quad (4-89)$$

模擬實驗(4)所得到的辨識結果(4-84)，表示成離散轉移函數為

$$\frac{\phi(z)}{\delta_a(z)} = \frac{-0.6039z^2 + 1.125z + 0.5499}{z^4 - 3.772z^3 + 5.415z^2 - 3.512z + 0.8691} \quad (4-90)$$

將理論模型與模擬實驗(2)、(3)、(4)的各識別模型之極零點整理由表 4.8 所示，當中可觀察出，模擬實驗(3)之轉移函數有一極點及一零點，與理論模型有所差距，其餘模擬實驗之轉移函數的零點與理論模型皆有所差距。

在縱向模型中，辨識數據的多寡對於 ID 結果較無明顯的影響，而取樣間隔對於 ID 結果，可以觀察出，當取樣間隔越小時，fitness 程度會有所改善；在橫向模型中，辨識數據的多寡對於 ID 結果同樣較無明顯的影響，而取樣間隔對於 ID 結果，可以觀察出，當取樣間隔越小時，fitness 程度並非有改善的現象。

對於縱向與橫向有如此不一致的結果，將仔細探討縱向與橫向模型的穩定性，由表 4.9 所示，可以觀察出，各文獻中之縱向模型的極點皆為穩定，但橫向模型中，皆有不穩定的一個或一對之極點，由此推測縱向與橫向不一致的結果，可能是在於橫向系統具有不穩定性，導致識別結果無法如縱向系統有相同的結果。

第五章 實際飛行數據之系統模型建立

5-1 飛行數據之處理

根據文獻[34]UAV之原始飛行數據(raw data)，經過前處理流程，如圖5.1所示，將原始數據轉換與處理，進而得到做為建立系統識別所需要的飛行數據，以下是前處理的流程說明[18]：

- (1) 飛行數據的轉換：將UAV之原始數據，轉換為建立系統識別之各物理量，其中包含控制翼面角度 δ_e 、 δ_{th} 、 δ_a 、 δ_r ，角速率 p 、 q 、 r ，位置座標LocationE、LocationN及飛行高度Altitude。
- (2) 選取直線飛行區間：根據飛行軌跡，如圖5.2所示，從中選取水平直線飛行區段，關於縱向識別的部份，選取飛行秒數為171-180、200-212、231-237、258-268、287-297、344-350共有六個時間區段；關於橫向識別的部份，選取飛行秒數為180-186、207-212、230-235、235-240、264-270、291-300、320-326、344-350共有八個時間區段，選取的縱向與橫向之飛行軌跡如圖5.3-5.6，時間區間如表5.1、5.2所示。
- (3) 尤拉角的計算：透過 p 、 q 、 r 之積分可得到飛行姿態之三個尤拉角 ϕ 、 θ 、 ψ 。

(4) 線速度的計算：根據座標數據LocationE與LocationN，經過微分處理，

可得到相對座標系統的速度 u_N 、 u_E ，而向上速度 u_U ，則是經由

高度計微分求得，之後可由 u_N 、 u_E 、 u_U 轉換為線速度 u 、 v 、 w 。

(5) 異常數據的判定與處理：飛行過程中，會受到外界環境或電子元件

本身的干擾，所以會造成數據上產生異常的變化，此時對於異常數

據需要加以處理。

(6) 配平點(Trim condition)處理：在縱向與橫向的數學模型，是依據配

平點線性化所得，將每一項數據各取平均值後，再由各項數據減去

對應的平均值。

經由前處理過程後，可得建立系統識別之各項數據，如圖 5.7-5.20，詳細的處理過程，請參考文獻[18]。

5-2 根據實際輸入模擬輸出進行系統識別

以文獻[18]縱向與橫向之動態方程式作為理論模型，其縱向動態方程

式為

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6.113 & 0.7889 & 0 & -9.8 \\ 8.952 & -9.220 & 16 & 0 \\ 1.2746 & -1.290 & -1.3656 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.273 & 2.9361 \\ 3.9191 & 143.24 \\ -1.699 & -64.192 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_{th} \end{bmatrix} \quad (5-1)$$

橫向動態方程式為

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.373 & -5.113 & -15.236 & 9.8 \\ -2.135 & -2.6564 & -5.4143 & 0 \\ 0.5837 & 1.2497 & -1.3069 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1.2636 \\ 0.9666 & 5.9744 \\ -0.191 & -4.9689 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (5-2)$$

將6組縱向飛行區間及8組橫向飛行區間分別各取出一組做為識別數據，將其輸入數據根據(5-14)式與(5-15)式，模擬得到輸出數據，由於真實數據的取樣間隔時間為0.2秒，故使用取樣時間0.2秒，以真實輸入-模擬輸出進行系統識別，之後把縱向及橫向之其它飛行區間做為驗證數據之用，將所得到的識別模型及理論模型，分別以其他各飛行區段的輸入數據進行電腦模擬，然後比較識別模型與理論模型的輸出結果的吻合程度。

5-2-1 縱向系統識別

以縱向第2組飛行區間做為識別數據，其程式撰寫為：

```
>> uu2=[deltaE2 deltaT2] %第2組輸入 $\delta_e$ 與 $\delta_{th}$ 向量化
>> yy2=[u2 w2 q2 theta2] %第2組輸出 $u$ 、 $w$ 、 $q$ 、 $\theta$ 向量化
>> dry2=iddata(yy2,uu2,0.2) %輸入輸出製成一ID封包，T=0.2秒
>> ze=dry2(1:61) %將封包內點數作為識別數據
>> ze=detrend(ze) %將識別數據去除偏離
>> na=[1 1 0 1;1 1 1 0;1 1 1 0;0 0 1 1] %設定na階數
>> nb=[1 1;1 1;1 1;0 0] %設定nb階數
```

» $nk = [1 \ 1; 1 \ 1; 1 \ 1; 0 \ 0]$ %設定 nk 階數

» $LS = arx(ze, [na \ nb \ nk])$ %建立 ARX 模型之最小平方法(LS)

» $PEM = pem(ze, LS)$ %以 LS 為初值進行預測誤差法(PEM)

» $compare(ze, LS, PEM)$ %畫出識別模型與理論模型之 fitness 程度

所得之識別模型輸出與理論模型輸出之 fitness 程度由圖 5.21 所示，可觀察出，識別模型與理論模型之模擬輸出結果，fitness 程度超過 90%，其它飛行區間做為驗證數據，以第一段為例，其程式撰寫為：

» $uu1 = [\delta E1 \ \delta T1]$ %第 1 組輸入 δ_e 與 δ_{th} 向量化

» $yy1 = [u1 \ w1 \ q1 \ \theta1]$ %第 1 組輸出 u 、 w 、 q 、 θ 向量化

» $dry1 = iddata(yy1, uu1, 0.2)$ %輸入輸出製成一 ID 封包， $T=0.2$ 秒

» $zv1 = dry1(1:46)$ %將封包內點數作為驗證數據

» $zv1 = detrend(zv1)$ %將驗證數據去除偏離

» $compare(zv1, LS, PEM)$ %畫出驗證與理論模型之 fitness 程度

對於其餘縱向飛行區段進行驗證，由圖 5.22-5.26 所示，模型輸出與理論模型輸出都仍有 70% 以上的 fitness 程度，將以上 fitness 程度整理於表 5.3。

將縱向理論模型(5-1)式轉換為離散系統模型，取樣時間為 0.2 秒

$$\begin{bmatrix} u(k+1) \\ w(k+1) \\ q(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3281 & 0.0377 & -0.0351 & -1.164 \\ 0.4771 & 0.0806 & 1.061 & -0.7681 \\ 0.0387 & -0.0831 & 0.573 & -0.0835 \\ 0.0085 & -0.0126 & 0.1596 & 0.9925 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} \\
+ \begin{bmatrix} -0.0053 & 1.344 \\ 0.0351 & 1.954 \\ -0.3229 & -12.02 \\ -0.0338 & -1.261 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k) \\ \delta_{th}(k) \end{bmatrix} \quad (5-3)$$

以最小平方法(LSM)所得到之識別結果為

$$\begin{bmatrix} u(k+1) \\ w(k+1) \\ q(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8388 & -0.1293 & 0 & -0.5292 \\ 1.0680 & -0.0914 & 0.9170 & 0 \\ 0.0990 & -0.0975 & 0.5363 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1943 & 0.9906 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} \\
+ \begin{bmatrix} 0.0065 & 1.9889 \\ -0.0441 & -1.3216 \\ -0.3413 & -12.7155 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k) \\ \delta_{th}(k) \end{bmatrix} \quad (5-4)$$

以最小平方法之結果作為初值，進行預測誤差法(LSM+PEM)進行預測誤差

法後所得到的識別結果為

$$\begin{bmatrix} u(k+1) \\ w(k+1) \\ q(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3312 & 0.0326 & 0 & -1.1669 \\ 1.0825 & -0.1052 & 0.9616 & 0 \\ 0.1017 & -0.1003 & 0.5431 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1931 & 0.9907 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} \\
+ \begin{bmatrix} -0.0116 & 1.9889 \\ 0.022 & -0.657 \\ -0.3385 & -12.638 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k) \\ \delta_{th}(k) \end{bmatrix} \quad (5-5)$$

針對由 δ_e 至 θ 的轉移函數進行比較，其理論模型(5-3)式的離散轉移函數為

$$\frac{\theta(z)}{\delta_e(z)} = \frac{0.0338z^2 + 0.0189z - 0.0142}{z^4 - 1.974z^3 + 1.32z^2 - 0.3806z + 0.0354} \quad (5-6)$$

LSM辨識結果(5-4)表示成離散轉移函數為

$$\frac{\theta(z)}{\delta_e(z)} = \frac{0.0663z^2 - 0.0505z - 0.0048}{z^4 - 2.274z^3 + 1.823z^2 - 0.6325z + 0.0855} \quad (5-7)$$

LSM+PEM辨識結果(5-5)表示成離散轉移函數為

$$\frac{\theta(z)}{\delta_e(z)} = \frac{0.0654z^2 - 0.0154z - 0.0421}{z^4 - 1.76z^3 + 0.911z^2 - 0.1218z + 0.025} \quad (5-8)$$

將理論模型與識別模型之轉移函數的極零點位置，整理於表5.4。

5-2-2 橫向系統識別

以橫向第1組飛行區間做為識別數據，其程式撰寫為：

```
>> uu1=[deltaA1 deltaR1] %第1組輸入 $\delta_a$ 與 $\delta_r$ 向量化
>> yy1=[v1 p1 r1 phi1] %第1組輸出 $v$ 、 $p$ 、 $r$ 、 $\phi$ 向量化
>> dry1=iddata(yy1,uu1,0.2) %輸入輸出製成一ID封包，T=0.2秒
>> ze=dry1(1:31) %將封包內點數作為識別數據
>> ze=detrend(ze) %將識別數據去除偏離
>> na=[1 1 1 1;1 1 1 0;1 1 1 0;0 1 0 1] %設定na階數
>> nb=[0 1;1 1;1 1;0 0] %設定nb階數
```

```

>> nk=[0 1;1 1;1 1;0 0] %設定 nk 階數
>> LS=arx(ze,[na nb nk]) %建立 ARX 模型之最小平方法(LS)
>> PEM=pem(ze,LS) %以 LS 為初值進行預測誤差法(PEM)
>> compare(ze,LS,PEM) %畫出識別模型與理論模型之 fitness 程度

```

所得之模型輸出與模擬輸出之 fitness 程度由圖 5.27 所示，其它飛行區間做為驗證數據，以第二段為例，其程式撰寫為：

```

>> uu2=[deltaA2 deltaR2] %第 2 組輸入  $\delta_a$  與  $\delta_r$  向量化
>> yy2=[v2 p2 r2 phi2] %第 2 組輸出  $v$ 、 $p$ 、 $r$ 、 $\phi$  向量化
>> dry2=iddata(yy2,uu2,0.2) %輸入輸出製成一 ID 封包，T=0.2 秒
>> zv2=dry2(1:26) %將封包內點數作為驗證數據
>> zv2=detrend(zv2) %將驗證數據去除偏離
>> compare(zv2,LS,PEM) %畫出驗證結果與理論模型之 fitness 程度

```

對於其餘橫向飛行區段進行驗證，由圖 5.28-5.34 所示，將以上 fitness 程度整理於表 5.5，可觀察出，除了第 1 組與第 7 組以外，其餘均達到 80% 以上。

將橫向理論模型(5-2)式轉換為離散系統模型，取樣時間為 0.2 秒

$$\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.96 & -0.9163 & -2.855 & 1.911 \\ -0.3633 & 0.6698 & -0.3657 & -0.3765 \\ 0.0782 & 0.1722 & 1.045 & 0.0887 \\ -0.0384 & 0.1606 & -0.0593 & 0.9742 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.0361 & 0.6329 \\ 0.1666 & 1.303 \\ -0.0215 & -0.9448 \\ 0.0175 & 0.1294 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} \quad (5-9)$$

以最小平方法(LSM)所得到之識別結果為

$$\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9585 & -0.9217 & -2.8985 & 1.9378 \\ -0.4377 & 0.3940 & -1.1659 & 0 \\ 0.0970 & 0.2347 & 1.2275 & 0 \\ 0 & 0.2099 & 0 & 0.9537 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0.5960 \\ 0.1994 & 1.5163 \\ -0.0270 & -0.9846 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} \quad (5-10)$$

以最小平方法之結果作為初值，進行預測誤差法(LSM+PEM)進行預測誤差

法後所得到的識別結果為

$$\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9697 & -0.7998 & -2.4410 & 1.6925 \\ -0.4366 & 0.4065 & -1.1324 & 0 \\ 0.1159 & 0.2568 & 1.2441 & 0 \\ 0 & 0.2094 & 0 & 0.9609 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0.6506 \\ 0.1381 & 1.4697 \\ -0.0226 & -1.0552 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} \quad (5-11)$$

針對由 δ_a 至 ϕ 的轉移函數進行比較，其理論模型(5-9)式的離散轉移函數為

$$\frac{\phi(z)}{\delta_a(z)} = \frac{-0.0175z^2 + 0.0174z + 0.0125}{z^4 - 3.649z^3 + 5.044z^2 - 3.109z + 0.7173} \quad (5-12)$$

LSM辨識結果(5-10)表示成離散轉移函數為

$$\frac{\phi(z)}{\delta_a(z)} = \frac{-0.0419z^2 + 0.0849z + 0.0475}{z^4 - 3.534z^3 + 4.65z^2 - 2.653z + 0.5365} \quad (5-13)$$

LSM+PEM辨識結果(5-11)表示成離散轉移函數為

$$\frac{\phi(z)}{\delta_a(z)} = \frac{-0.0289z^2 + 0.0587z + 0.0328}{z^4 - 3.581z^3 + 4.849z^2 - 2.917z + 0.6531} \quad (5-14)$$

將理論模型與識別模型之轉移函數的極零點位置，整理於表5.6。

5-3 根據各組飛行區段之輸入輸出數據進行系統識別

5-3-1 縱向識別結果

以[18]各組縱向飛行區間，將每一組縱向區間分別當作是識別數據，建立縱向系統識別，以第1組為例，其程式撰寫為：

```
>> uu1=[deltaE1 deltaT1] %第1組輸入 $\delta_e$ 與 $\delta_{th}$ 向量化
>> yy1=[u1 w1 q1 theta1] %第1組輸出 $u$ 、 $w$ 、 $q$ 、 $\theta$ 向量化
>> dry1=iddata(yy1,uu1,0.2) %輸入輸出製成一ID封包，T=0.2秒
>> z1=dry1(1:46) %將封包內點數作為識別數據
```

```

>> z1 = detrend(z1) %將識別數據去除偏離

>> na = [1 1 0 1; 1 1 1 0; 1 1 1 0; 0 0 1 1] %設定 na 階數

>> nb = [1 1; 1 1; 1 1; 0 0] %設定 nb 階數

>> nk = [1 1; 1 1; 1 1; 0 0] %設定 nk 階數

>> LS1 = arx(z1,[na nb nk]) %建立 ARX 模型之最小平方法(LS)

>> PEM1 = pem(z1,LS1) %以 LS 為初值進行預測誤差法(PEM)

>> compare(z1,LS1,PEM1) %畫出識別模型與實際輸出之 fitness 程度

```

縱向模型與實際輸出之fitness程度由圖5.35-5.40所示，各段區間fitness

程度整理於表5.7。

以最小平方法後進行預測誤差法做為最終模型，其第1組之縱向模型為

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} u(k+1) \\ w(k+1) \\ q(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1.0048 & 0.0134 & 0 & -0.0879 \\ 0.6747 & 0.4421 & -0.3630 & 0 \\ 0.4170 & -0.1135 & 0.0388 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1551 & 0.9971 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} -0.0805 & 7.0939 \\ -0.7234 & 30.7917 \\ -0.6100 & -8.7298 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k) \\ \delta_{th}(k) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5-15}$$

第 2 組之縱向模型為

$$\begin{bmatrix} u(k+1) \\ w(k+1) \\ q(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8971 & 0.1631 & 0 & -0.0340 \\ 0.0059 & 1.0320 & -0.4283 & 0 \\ 0.0413 & 0.1275 & -0.2710 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1630 & 0.9694 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0501 & -1.5423 \\ -0.0676 & -0.5100 \\ -0.5835 & -0.6493 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k) \\ \delta_{th}(k) \end{bmatrix} \quad (5-16)$$

第 3 組之縱向模型為

$$\begin{bmatrix} u(k+1) \\ w(k+1) \\ q(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9579 & -0.0436 & 0 & -0.2202 \\ 1.3740 & -0.5193 & 0.5922 & 0 \\ -0.1731 & 0.2020 & -0.1464 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1447 & 0.9780 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.1098 & 4.0844 \\ -0.6263 & -22.6692 \\ -0.4277 & -16.4467 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k) \\ \delta_{th}(k) \end{bmatrix} \quad (5-17)$$

第 4 組之縱向模型為

$$\begin{bmatrix} u(k+1) \\ w(k+1) \\ q(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8633 & 0.5267 & 0 & 0.7388 \\ 0.0006 & 0.8191 & -0.2716 & 0 \\ -0.0713 & 0.0086 & 0.0246 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1320 & 0.9770 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.2465 & -8.0719 \\ -0.3408 & 0.8760 \\ -0.2993 & 4.6314 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k) \\ \delta_{th}(k) \end{bmatrix} \quad (5-18)$$

第 5 組之縱向模型為

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u(k+1) \\ w(k+1) \\ q(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.9091 & 0.0264 & 0 & 0.2379 \\ 0.0519 & 0.4507 & 0.7352 & 0 \\ 0.3237 & -0.0196 & 0.1897 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1317 & 0.9474 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0.0357 & -1.0751 \\ 0.2939 & 4.1203 \\ -0.2379 & 10.6726 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k) \\ \delta_{th}(k) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{5-19}$$

第 6 組之縱向模型為

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u(k+1) \\ w(k+1) \\ q(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.9014 & 0.0309 & 0 & -0.3423 \\ -0.3685 & 1.1075 & 2.0649 & 0 \\ 0.2564 & -0.1913 & -0.2090 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1224 & 0.9671 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0.0069 & -3.7119 \\ -0.0686 & -27.4233 \\ 0.0565 & 15.7622 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k) \\ \delta_{th}(k) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{5-20}$$

從中選擇出具有最好的 fitness 程度的第 1 組飛行區間所得到之識別模型，以其他 5 組的輸入輸出做為驗證數據，以第 2 組為例，其驗證數據之程式撰寫為：

```

>> uu2=[deltaE2 deltaT2] %第 2 組輸入  $\delta_e$  與  $\delta_{th}$  向量化
>> yy2=[u2 w2 q2 theta2] %第 2 組輸出  $u$ 、 $w$ 、 $q$ 、 $\theta$  向量化
>> dry2=iddata(yy2,uu2,0.2) %輸入輸出製成一 ID 封包，T=0.2 秒
>> zv2=dry2(1:61) %將封包內點數作為驗證數據
>> zv2=detrend(zv2) %將驗證數據去除偏離

```


» *compare*(zv2,PEM1)

%以第 1 組為識別模型，畫出驗證結果與第 2 組實際飛行數據之 fitness 程度

對於其餘縱向飛行區段進行驗證，由圖 5.41-5.45 所示，將 fitness 程度整理於表 5.8，從中可觀察出，fitness 程度相當不理想

5-3-2 各組飛行區間建立橫向之系統識別

以[18]各組橫向飛行區間，將每一組橫向區間分別當作是識別數據，建立橫向系統識別，以第1組為例，其程式撰寫為：

» *uu1*=[*deltaA1 deltaR1*] %第 1 組輸入 δ_a 與 δ_r 向量化

» *yy1*=[*v1 p1 r1 phi1*] %第 1 組輸出 v 、 p 、 r 、 ϕ 向量化

» *dry1*=*iddata*(*yy1,uu1,0.2*) %輸入輸出製成一 ID 封包，T=0.2 秒

» *z1*=*dry1*(1:31) %將封包內點數作為識別數據

» *z1*=*detrend*(*z1*) %將識別數據去除偏離

» *na*=[1 1 1 1;1 1 1 0;1 1 1 0;0 1 0 1] %設定 *na* 階數

» *nb*=[0 1;1 1;1 1;0 0] %設定 *nb* 階數

» *nk*=[0 1;1 1;1 1;0 0] %設定 *nk* 階數

» *LS1*=*arx*(*z1,[na nb nk]*) %建立 ARX 模型之最小平方法(LS)

» *PEM1*=*pem*(*z1,LS1*) %以 LS 為初值進行預測誤差法(PEM)

» *compare*(z1,LS1,PEM1) %畫出識別模型與實際輸出之 fitness 程度

橫向模型與實際輸出之fitness程度由圖5.46-5.53所示，各段區間fitness程度整理於表5.9。

以最小平方法後進行預測誤差法做為最終模型，其第1組之橫向模型為

$$\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1110 & 0.0726 & 0.1922 & 0.0644 \\ 0.0227 & 0.8124 & -0.4540 & 0 \\ -0.0009 & 0.0703 & 0.9478 & 0 \\ 0 & 0.1770 & 0 & 0.9680 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0.5156 \\ 0.0991 & 2.4152 \\ -0.0649 & -0.8466 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} \quad (5-21)$$

第2組之橫向模型為

$$\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9289 & 0.2117 & 0.5547 & -1.6543 \\ 0.0490 & 0.0375 & 0.4304 & 0 \\ -0.2060 & -0.0824 & 0.2228 & 0 \\ 0 & 0.1413 & 0 & 0.9278 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0.5036 \\ 1.9129 & -0.5217 \\ 0.1894 & 0.2884 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} \quad (5-22)$$

第3組之橫向模型為

$$\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9942 & 0.0692 & 0.2976 & -0.0891 \\ -0.0881 & 0.0854 & 0.0553 & 0 \\ -0.0043 & 0.1315 & 0.8620 & 0 \\ 0 & 0.1587 & 0 & 0.9607 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0.0070 \\ 0.9709 & -0.5218 \\ 0.1527 & 0.0558 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} \quad (5-23)$$

第4組之橫向模型為

$$\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9938 & 0.1752 & 0.1410 & 0.5667 \\ -0.1234 & 0.2148 & 0.3347 & 0 \\ 0.1914 & -0.3812 & -0.1764 & 0 \\ 0 & 0.1738 & 0 & 1.1167 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0.0159 \\ 1.4016 & -0.4142 \\ -0.3657 & -0.5071 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} \quad (5-24)$$

第5組之橫向模型為

$$\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0510 & -0.1442 & 0.3524 & -0.1617 \\ 0.1401 & -0.2533 & 0.1291 & 0 \\ -0.2950 & -0.0382 & 0.6905 & 0 \\ 0 & 0.1863 & 0 & 0.9714 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0.0099 \\ 1.3423 & -0.7626 \\ -0.0239 & 0.2911 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} \quad (5-25)$$

第6組之橫向模型為

$$\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9872 & 0.0825 & 0.2174 & 0.0262 \\ 0.2853 & 0.5920 & 0.7428 & 0 \\ 0.0588 & -0.2326 & 0.3278 & 0 \\ 0 & 0.1595 & 0 & 0.9959 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -0.0322 \\ 0.3727 & 0.2337 \\ -0.0330 & 0.0847 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} \quad (5-26)$$

第7組之橫向模型為

$$\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1448 & -0.0814 & 0.1598 & -0.1589 \\ 0.4358 & -0.3680 & 0.3425 & 0 \\ -0.3154 & 0.0936 & 0.4233 & 0 \\ 0 & 0.1446 & 0 & 0.9479 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0.1435 \\ 2.2301 & -0.7281 \\ -0.2728 & -0.5340 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} \quad (5-27)$$

第8組之橫向模型為

$$\begin{bmatrix} v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8530 & -0.0040 & 0.2560 & -0.2100 \\ 0.1271 & 0.1281 & -0.0031 & 0 \\ -0.0521 & 0.0487 & 0.8024 & 0 \\ 0 & 0.1485 & 0 & 0.9774 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -0.0158 \\ 0.9408 & 1.7684 \\ -0.0700 & -0.1123 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} \quad (5-28)$$

從中選擇出具有最好的 fitness 程度的第 2 組飛行區間所得到之識別模型，以其他 7 組的輸入輸出做為驗證數據，以第 1 組為例，其驗證數據之程式撰寫為：

```

>> uu1=[deltaA1 deltaR1]                %第 1 組輸入  $\delta_a$  與  $\delta_r$  向量化
>> yy1=[v1 p1 r1 phi1]                  %第 1 組輸出  $v$ 、 $p$ 、 $r$ 、 $\phi$  向量化
>> dry1=iddata(yy1,uu1,0.2)              %輸入輸出製成一 ID 封包，T=0.2 秒
>> zv1=dry1(1:31)                        %將封包內點數作為驗證數據
>> zv1=detrend(zv1)                       %將驗證數據去除偏離
>> compare(zv1,PEM2)

```

%以第 2 組為識別模型，畫出驗證結果與第 1 組實際飛行數據之 fitness 程度

對於其餘縱向飛行區段進行驗證，由圖 5.54-5.60 所示，將 fitness 程度整理於表 5.10，從中可觀察出，fitness 程度相當不理想

由每一組縱向與橫向區間當作是識別數據，建立縱向與橫向系統識別中，可觀察出，在橫向第 6 組，也就是 291-300 秒，fitness 程度相當差，而對應到縱向第 5 組，也就是 287-297 秒，fitness 程度也相當低，由此可知此飛行區段可能受到外界干擾較大，導致影響識別結果。

5-4 合併縱向橫向實際輸入輸出數據之系統識別

在實際飛行過程中，縱向與橫向互有耦合(coupling)效應，也就是說縱向的輸入 δ_e 、 δ_{th} 不僅影響縱向的輸出 u 、 w 、 q 、 θ ，也會左右橫向的輸出 v 、 p 、 r 、 ϕ ；反之，橫向的輸入 δ_a 、 δ_r ，亦如此。

本節將縱向與橫向的飛行數據合併，並且選取完整兩圈之飛行區段，以第一圈飛行秒數170-228秒為第1區段，做識別之用；第二圈飛行秒數228-278秒為第2區段，做驗證之用，飛行區間如表5.11所示，飛行軌跡如圖5.61所示，輸入輸出之飛行數據如圖5.62-5.65所示，其程式撰寫為：

```
>> uu1=[deltaE1 deltaT1 deltaA1 deltaR1]

%第一圈輸入 $\delta_e$ 、 $\delta_{th}$ 、 $\delta_a$ 、 $\delta_r$ 向量化

>> yy1=[u1 w1 q1 theta1 v1 p1 r1 phi1]

%第一圈輸出 $u$ 、 $w$ 、 $q$ 、 $\theta$ 、 $v$ 、 $p$ 、 $r$ 、 $\phi$ 向量化

>> dry1=iddata(yy1,uu1,0.2) %輸入輸出製成一 ID 封包，T=0.2 秒

>> ze=dry1(1:291) %將封包內點數作為識別數據

>> ze=detrend(ze) %將識別數據去除偏離

>> na=[1 1 0 1 0 0 0 0;1 1 1 0 0 0 0 0;1 1 1 0 0 0 0 0;
      0 0 1 1 0 0 0 0;0 0 0 0 1 1 1 1;0 0 0 0 1 1 1 0;
      0 0 0 0 1 1 1 0;0 0 0 0 0 1 0 1]

%設定na階數
```

```

>> nb=[1 1 0 0;1 1 0 0;1 1 0 0;0 0 0 0;
        0 0 0 1;0 0 1 1;0 0 1 1;0 0 0 0] %設定 nb 階數

>> nk=[1 1 0 0;1 1 0 0;1 1 0 0;0 0 0 0;
        0 0 0 1;0 0 1 1;0 0 1 1;0 0 0 0] %設定 nk 階數

>> LS1=arx(ze,[na nb nk]) %建立 ARX 模型之最小平方法(LS)

>> PEM1=pem(ze,LS1) %以 LS 為初值進行預測誤差法(PEM)

>> compare(ze,PEM1) %畫出識別模型與實際輸出之 fitness 程度

>> uu2=[deltaE2 deltaT2 deltaA2 deltaR2]
        %第二圈輸入  $\delta_e$ 、 $\delta_{th}$ 、 $\delta_a$ 、 $\delta_r$  向量化

>> yy2=[u2 w2 q2 theta2 v2 p2 r2 phi2]
        %第二圈輸出  $u$ 、 $w$ 、 $q$ 、 $\theta$ 、 $v$ 、 $p$ 、 $r$ 、 $\phi$  向量化

>> dry2=iddata(yy2,uu2,0.2) %輸入輸出製成一 ID 封包，T=0.2 秒

>> zv=dry2(1:251) %將封包內點數作為驗證數據

>> zv=detrend(zv) %將驗證數據去除偏離

>> compare(zv,PEM1)

```

%以第 1 圈為識別模型，畫出驗證結果與第 2 圈實際飛行數據之 fitness 程度

其識別模型輸出結果與實際輸出結果之 fitness 程度，由圖 5.66、5.67 所示，對於第二圈飛行區段進行驗證，由圖 5.68-5.69 所示，從中可以觀察

出，在第一圈識別模型中，輸出之 fitness 程度就已經不太理想，在第二圈驗證結果中，輸出之 fitness 程度同樣也相當差，

原因可能在於外界環境的影響外擾與感測器之電子元件本身的量測雜訊特性，或者 UAV 飛行過程中的轉彎處與直線平飛的模型不一致，導致 ARX 模型之輸出結果無法與實際飛行輸出吻合。

其得到之識別模型為

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} u(k+1) \\ w(k+1) \\ q(k+1) \\ \theta(k+1) \\ v(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.9794 & -0.0087 & 0 & 0.0212 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0022 & 0.9784 & -0.2717 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0017 & 0.0846 & 0.1370 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1648 & 0.9957 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.9876 & -0.0218 & -0.1573 & 0.1400 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0041 & 0.7666 & -0.2544 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0023 & 0.1128 & 0.9761 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1870 & 0 & 0.9768 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ w(k) \\ q(k) \\ \theta(k) \\ v(k) \\ p(k) \\ r(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} -0.0156 & -2.3899 & 0 & 0 \\ -0.1091 & -0.1042 & 0 & 0 \\ -0.4557 & -0.1849 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.2665 \\ 0 & 0 & 0.0596 & 0.6444 \\ 0 & 0 & -0.0197 & 0.0469 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e(k) \\ \delta_h(k) \\ \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

(5-29)

第六章 結論

本論文以 ARX 模型建立系統識別，利用 MATLAB 中的 System Identification Toolbox 建立模型，並且以最小平方法(LSM)及最小平方法之結果進行預測誤差法(PEM)，兩種方式進行識別，利用機械懸吊二階線性動態系統，UAV 縱向與橫向之四階線性動態系統，UAV 實際飛行數據，建立系統識別，可以歸納出以下結論：

1. 藉由單輸入單輸出(SISO)之二階懸吊系統中，驗證出模型的精準度，並且可發現當無外擾時，所建立之識別結果輸出與理論模型輸出 fitness 程度達到 90%，但當有外擾時則模型與系統輸出之 fitness 程度會降低，並且所得到的模型之轉移函數的極零點會與本身系統有所差異，尤其當外擾加於系統輸出端時，所建立之數學模型會相當不精準。
2. 在多輸入多輸出(MIMO)之四階 UAV 系統中，並非取較長之識別數據所建立數學模型會較佳。在穩定的縱向系統中，當取樣間隔時間越低時，所建立之模型與系統之輸出結果的 fitness 程度會提高；但是在不穩定的橫向系統中，卻無法得到一致性的結果。
3. 由最小平方法所建立之模型，再經由預測誤差法後，可以少許提升所得到之模型與系統輸出之 fitness 程度。

4. 實際輸入-模擬輸出：無論是縱向或橫向模型，任選 1 組飛行區間做為識別數據建立之識別模型，與理論模型比較，fitness 程度均相當理想，在縱向方面，均達到 70%以上；在橫向方面，除了第 1 組與第 7 組以外，其餘均達到 80%以上。
5. 分組實際輸入輸出：以縱向與橫向之每 1 組飛行區間建立數學模型，從模型與真實輸出之 fitness 程度，可得知哪一區段所受到外界影響最大。
6. 合併縱向與橫向之實際輸入-輸出：以 1 組飛行區間做為識別數據建立之數學模型，但是，因為縱向與橫向具有耦合效應，以及外界環境干擾或感測器本身電子元件的影響，導致無法符合其他飛行區段。

本論文對將來的相關研究出下列幾點建議：

1. 因為 UAV 在飛行過程中，容易受到外界環境干擾，故未來建議使用更精準的飛行紀錄系統，並且以較低的取樣間隔時間擷取，使求得之系統識別能更精準。
2. 根據 UAV 飛行的區段不同，所建立的模型也跟著不同，未來希望能求得誤差模型，以統合不同區段之模型，並解決縱向與橫向耦合效應，使縱向與橫向能合併為一動態系統，完成 UAV 之完整系統識別。
3. 本論文所得到的 ARX 模型與 UAV 真實試飛數據輸出之 fitness 程度不盡理想，也無法根據 ARX 模型求得狀態空間模型內的氣動力參

數，未來應可嘗試其他的系統識別模型與最佳化方式，建立更吻合 UAV 飛行動態之數學模型。



參考文獻

- [1] M.K. Hook, D.A. Findlay, A.G. Purcell, R.T. Watkin, "Autonomous Soaring," IEEE Institution of Engineering and Technology Conference on Autonomous System, pp.1-20, 2007.
- [2] Allison Ryan, J. Karl Hedrick, "A Mode-Switching Path Planner for UAV-assisted Search and Rescue," IEEE Conference on Decision and Control, pp.1471-1476, 2005.
- [3] Prithwish Basu and Jason Redi and Vladimir Shurbanov, "Coordinated Flocking of UAVs for Improved Connectivity of Mobile Gound Nodes," IEEE Military Communication Conference, vol. 3, pp.1628-1634, 2004.
- [4] 陳卓歆, 利用 GPS 導航的無人飛機之系統設計與測試, 國立成功大學航空太空工程研究所碩士論文, 2001.
- [5] 楊政城, 無人飛行載具自動飛行機載電腦平台開發, 國立成功大學航空太空工程研究所碩士論文, 2002.
- [6] 黃培育, 小型無人自主式直昇機整體系統架構規劃及航電系統建立, 元智大學機械工程研究所碩士論文, 2003.
- [7] 楊明浩, 固定翼微型無人載具設計與空氣動力性能分析, 成功大學航空太空工程研究所碩士論文, 2001.
- [8] 林崇仁, 無人連翼機空氣動力特性之風洞實驗研究, 國立成功大學航空太空工程研究所碩士論文, 2006.

- [9] 官文霖，差分衛星定位技術於無人飛機與輕航機縱向氣動參數估測之發展及應用，國立成功大學航空太空工程研究所碩士論文, 1997.
- [10] 張光華，以最小平方法建立直升機數值模型，國立成功大學航空太空工程研究所碩士論文, 2001.
- [11] 黃琮琳，建立直升機停懸控制使用之數值模型，國立成功大學航空太空工程研究所碩士論文, 2001.
- [12] Huaiyu Wu, Dong Sun, Zhaoying Zhou and Shenshu Xiong, "Model Identification of a Small-scale Air Vehicle for Loitering Control Design," IEEE International Conference on Robotics and Automation, Proceedings. ICRA '04. vol. 4, pp. 4035-4040, 2004.
- [13] Hu, C., Huang, X., Hu, J., and Zhu, J., "System Identification of a Small UAV's Speeding Up Process Before Take-off," 5th Asian Control Conference, 2004.
- [14] Cerro, J., Valero J., and Barrientos, A., "Identification of a Small Unmanned Helicopter Model Using Genetic Algorithms," IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System, pp. 3360-3365, 2005.
- [15] Matt Garratt, Bilal Ahmed and Hemanshu R. Pota, "Platform Enhancements and System Identification for Control of an Unmanned Helicopter," International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, ICARCV '06. 9th pp. 1-6, 2006.

- [16]Ming Liu, Gregory Egan and Yunjian Ge, "Identification of Attitude Flight Dynamics for an Unconventional UAV," IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 3243-3248, 2006.
- [17]Ondrej Spinka, "Control System for Unmanned Aerial Vehicles," IEEE International Conference on Industrial Informatics, 5th vol. 1, pp. 455-460, 2007.
- [18]Sun Yun-ping, Wu Lian-Yang, and Liang Yen-Chu, "Stability Derivatives Estimation of Unmanned Aerial Vehicle," Key Engineering Materials, Vol. 381-382, pp. 137-140, 2008.
- [19]蔡博章, 固定翼微飛行載具之研究, 中國航空太空研討會, 2004 年.
- [20]蕭飛賓, 徐嘉偉, 陳偉良, 李志升, 胡意婷, 利用 DATCOM 進行無人載具的氣動力分析, 2006 年中國航太學會/中華民航學會聯合學術研討會, 2006.
- [21]吳朝棟, 應用 DSP 及 FPGA 實現無人飛行載具之自動駕駛系統, 國立成功大學航空太空工程研究所碩士論文, 2002.
- [22]謝勝己, 許棟龍, 無人飛行載具之研製第三期期末報告書, 國防工業發展基金會委託學術機構研究計劃, pp.3~20, 2000.
- [23]王慶銅, 飛行器穩定與控制氣動力導數鑑別研究, 國防大學中正理工學院兵器系統工程研究所碩士論文, 2002.
- [24]吳昌暉, 林木泉, 應用 LQ 觀測器為基礎設計和實現小型無人飛機飛行控制, 2004 年中國航太學會/中華民航學會聯合學術研討會, 2004.

- [25]吳昌暉,黃祺欽, 小型無人飛機縱向飛行模式控制系統之設計與實作, 2004 年中國航太學會/中華民航學會聯合學術研討會, 2004.
- [26]蔡彥祥, 高機動性飛行控制系統之研發, 國立成功大學航空太空工程研究所碩士論文, 2006.
- [27]Chester H. Wolowicz and Roxanah B. Yancey, “Lateral Aerodynamic Characteristics of Light, Propeller-Driven Airplanes,” NASA TN D-6946, 1972.
- [28]Vishwas R. Puttige, Student member, IEEE, and Sreenatha G. Anavatti, “Real-time Multi-Network Based Identification with Dynamic Selection Implemented for a Low Cost UAV,” ISIC. IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, pp. 759-764, 2007.
- [29]Fei-Bin Hsiao, Yu-Hsu Chien, Tsung-Liang Liu, Meng-Tse Lee, Wen-Ying Chang, Shiang-Yi Han, Yi-Hsuan Wang, “A Novel Unmanned Aerial System with Autonomous Flight and Auto-Lockup Capability,” 43rd AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibit, 2005.
- [30]Fei-Bin Hsiao, Ying-Chih Lai, Hian-kun Tenn, Sheng-Yen Hsieh, Chun-Chih Chen, Woei-Leong Chan, “The Development of an Unmanned Aerial Vehicle System with Surveillance, Watch, Autonomous Flight and Navigation Capability,” 21st Bristol UAV System Conference, 2006.
- [31]Nelson, R. C., Flight Stability and Automatic Control, 2nd Ed, McGraw-Hill Book Company, 1998.
- [32]Oliver Nelles, Nonlinear System Identification, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2001.

[33]楊啟鐘，楊翰，于衛理，自動控制，新文京開發出版股份有限公司，2006.

[34]陳建丞，無人飛行載具 MP2000UAV 之氣動力參數識別，正修科技大學機電工程研究所碩士論文，2004.

[35]趙清風，控制之系統識別，全華科技圖書，2001.

[36]Palm, Introduction to MATLAB 7 for Engineers, McGraw-Hill Book Company, 2001.



表 1.1 參考文獻分類表:依照建立 UAV 數學模型的不同方法

文獻 編號	建立 UAV 數學模型的方法				
	風洞 實驗	飛行數據識別		CFD	其他
		實際飛行	電腦模擬		
[7]	✓				
[8]	✓				
[9]		✓			
[10]		✓			
[11]		✓			
[12]		✓			
[13]		✓			
[14]		✓			
[16]		✓			
[17]		✓			
[18]		✓			
[19]				✓	
[20]				✓	
[21]					✓(經驗公式法)
[23]			✓		
[24]					✓(經驗公式法)
[25]					✓(經驗公式法)
[26]					✓(經驗公式法)
[28]			✓		

表 1.2 各種無人飛行載具的規格比較

規格	文獻編號							
	[9]	[18]	[21]	[24]	[25]	[26]	[29]	[30]
翼展 長度 (cm)	324.5	175	457.2	154.9	167	162	244	*
翼面積 (cm ²)	11520	5116	26128	4355	4451	3656	8797	*
機身 長度 (cm)	230.45	*	304.8	129.5	130	129	*	*
空機 重量 (kg)	18	3.837	55	2.5	2.3	4.22	10.75	*
I_{xx} (kg-m ²)	1.6585	0.2758	32.6533	*	*	1.203	0.8189	*
I_{yy} (kg-m ²)	1.701	0.5045	93.2829	*	*	0.752	0.9059	*
I_{zz} (kg-m ²)	3.554	0.3284	0.1179			0.936	1.5208	*
I_{xy} (kg-m ²)	*	-0.0123	0			0	*	*
I_{xz} (kg-m ²)	*	0.0014	-13.1484			0	*	*
I_{yz} (kg-m ²)	*	-0.00001	0			0	*	*
引擎 型號	Super Tigre 4500	MDS 40	*			OS 91	*	*
伺服機 型號	*	JR NES-537	*	Futaba S3001	Futaba S3001	油門： JR NES-511	*	*
						方向舵 升降 舵： JR NES-593	*	*
						副翼： JR NES-579	*	*

*未說明

表 1.3 各種無人飛行載具的線性化縱向數學模型中的因次化參數比較

因次化 參數	文獻編號						
	[9] 不含 油門	[18]	[21] 不含 油門	[25]	[26]	[29]	[30] 不含 油門
X_u (s ⁻¹)	-0.1091	-6.113	-0.0454	-0.0567	-0.084	-0.0942	-0.0942
X_w (s ⁻¹)	6.3751	0.7889	-0.1321	-0.1652	0.126	0.1854	0.1854
$-g$ (m/s ²)	-9.81	9.8	9.81	9.8	9.8	-9.81	-9.81
Z_u (s ⁻¹)	-0.031	8.952	-0.2832	-0.3543	-1.0824	-0.6533	-0.6533
Z_w (s ⁻¹)	-3.5729	-9.220	-3.4478	-2.7279	-6.28	-6.9607	-6.9607
u_0 (m/s)	25	16	35.6666	15.012	18.04	30	22.2222
\bar{M}_u (1/m·s)	0.2096	1.2746	0.0065	0.0959	0.1419	0.0741	0.0741
\bar{M}_w (1/m·s)	-22.3371	-1.290	-0.671	0	-1.7433	-4.2393	-4.2393
\bar{M}_q (s ⁻¹)	-23.0519	-1.3656	-2.5693	-2.5693	-8.045	-12.9905	-12.9905
X_{δ_e} (s ⁻²)	-6.06	-0.273	0	0	-0.052	0	0
$X_{\delta_{th}}$ (s ⁻²)	0	143.24	0.3	2.502	0.237	0.03	0
Z_{δ_e} (m/s ²)	-7.717	-3.9191	-6.9477	0.5402	-12.177	-15.6639	-15.6639
$Z_{\delta_{th}}$ (m/s ²)	0	2.9361	0	0	0	0	0
\bar{M}_{δ_e} (s ⁻²)	-153.6	-1.699	-0.2851	-6.534	-51.026	-172.7806	-172.7806
$\bar{M}_{\delta_{th}}$ (s ⁻²)	0	-64.192	0	0	0	0	0

表 1.4 各種無人飛行載具的線性化向橫向數學模型中的因次化參數比較

因次化 參數	文獻編號					
	[18]	[21]	[24]	[26]	[29]	[30]
Y_v (s^{-1})	-0.373	-0.2407	-0.12	-0.75	-0.006	-0.028
Y_p (s^{-1})	-5.113	-0.0071	-1.21	0.01458	0	0.0007
$-(u_0 - Y_r)$ (m/s)	-15.236	-0.9953	0	-17.4	-0.9931	-0.9709
g (m/s^2)	9.8	9.8	9.8	9.8	9.8	9.8
L_v ($1/m \cdot s$)	-2.135	-3.6364	2.4219	-0.92	-2.208	-2.457
L_p (s^{-1})	-2.6564	-16.6672	-0.40	-0.245	-46.0118	-49.4129
L_r (s^{-1})	-5.4143	3.8016	-0.22	1	5.8154	7.9238
N_v ($1/m \cdot s$)	0.5837	0.5403	-6.3551	2.167	1.455	4.708
N_p (s^{-1})	1.2497	-0.7698	1.83	-2.51	-2.9077	-3.9619
N_r (s^{-1})	1.3069	-0.9056	-0.67	-1.9	-4.2257	-11.0143
Y_{δ_r} (s^{-1})	-1.2636	2.6179	0.089	9.468	2	0.2381
L_{δ_a} (s^{-2})	0.9666	5.5802	-0.78	271.202	149.85	116.7281
L_{δ_r} (s^{-2})	5.9744	3.0945	-2.86	6.65	14.2	15.2341
N_{δ_a} (s^{-2})	-0.191	-0.7725	5.58	-294.426	-9.6	-8.1767
N_{δ_r} (s^{-2})	-4.9689	-2.8583	3.09	-33.76	-36.9	-39.9755

表 3.1 外擾位置與理論模型之極零點比較

極零點	理論值	無外擾		外擾項於 系統前端		外擾項於 系統後端	
		LS	LS+ PEM	LS	LS+ PEM	LS	LS+ PEM
pole	0.913	0.92	0.92	0.908	0.908	0.374	0.385
	1	0.991	0.994	-0.0218	-0.0203	-0.281	-0.343
zero	1	1	1	-0.016	-0.016	-1.14	-1.14



表 3.2 外擾位置與理論模型之輸出結果的 fitness 程度比較

	Fitness					
	無外擾		外擾項 於系統前端		外擾項 於系統後端	
	ID results	Validation results	ID results	Validation results	ID results	Validation results
LS	93.41	96.29	73.48	73.04	3.085	2.369
LS +PEM	94.50	97.32	74.66	74.02	3.201	2.448



表 4.1 縱向模擬實驗(1)與(2)，模型與模擬輸出之 fitness 程度表

		Fitness			
		Experiment(1) ID=0~40s		Experiment(2) ID=0~20s	
		ID results	Validation results	ID results	Validation results
LS	u (m/s)	12.99	38.06	35.17	20.86
	w (m/s)	58.67	77.39	80.31	61.85
	q (deg/s)	59.70	80.31	85.15	67.16
	θ (deg)	17.17	34.29	33.26	15.86
LS+PEM	u (m/s)	15.32	38.98	39.04	24.95
	w (m/s)	59.75	77.68	82.46	65.54
	q (deg/s)	60.72	80.57	86.18	69.04
	θ (deg)	18.54	34.96	41.17	20.30

表 4.2 縱向模擬實驗(1)與(2)，模型之極零點比較表

極零點位置	[26] 理論模型	Experiment(1)		Experiment(2)	
		LS	LS+PEM	LS	LS+PEM
Pole	$0.414 \pm 0.257i$	$0.412 \pm 0.258i$	$0.411 \pm 0.258i$	$0.411 \pm 0.258i$	$0.411 \pm 0.257i$
	$0.996 \pm 0.0644i$	$0.993 \pm 0.0405i$	$0.992 \pm 0.0509i$	$0.992 \pm 0.0655i$	$0.993 \pm 0.0659i$
Zero	-0.476	-0.296	-0.296	-0.296	-0.296
	1.27	1.83	1.83	1.83	1.83



表 4.3 縱向模擬實驗(2)、(3)、(4)，模型與模擬輸出之 fitness 程度表

		Fitness					
		Experiment(3) T=0.2s		Experiment(2) T=0.1s		Experiment(4) T=0.05s	
		ID results	Validation results	ID results	Validation results	ID results	Validation results
LS	u (m/s)	16.72	6.81	35.17	20.86	63.96	53.22
	w (m/s)	69.99	43.26	80.31	61.85	82.5	78.02
	q (deg/s)	72.45	43.59	85.15	67.16	87.51	81.26
	θ (deg)	16.24	6.655	33.26	15.86	63.24	50.77
LS +PEM	u (m/s)	19.38	7.657	39.04	24.95	67.53	61.54
	w (m/s)	70.76	43.92	82.46	65.54	84.89	82.01
	q (deg/s)	73.19	44.21	86.18	69.04	88.85	84.56
	θ (deg)	17.99	7.074	41.17	20.30	66.56	59.13

表 4.4 縱向模擬實驗(2)、(3)、(4)，模型之極零點比較表

極零點位置		pole		zero	
[26]理論模型 T=0.2		0.106 $\pm 0.213i$	0.988 $\pm 0.113i$	-0.351	1.1
Experiment (3)	LS	0.0139 $\pm 0.215i$	0.962 $\pm 0.0719i$	-0.132	1.29
	LS +PEM	0.668 $\pm 0.191i$	1 $\pm 0.0638i$	-0.542	1.42
[26]理論模型 T=0.1		0.414 $\pm 0.257i$	0.996 $\pm 0.0644i$	-0.476	1.27
Experiment (2)	LS	0.411 $\pm 0.258i$	0.992 $\pm 0.0655i$	-0.296	1.83
	LS +PEM	0.411 $\pm 0.257i$	0.993 $\pm 0.0659i$	-0.296	1.83
[26]理論模型 T=0.05		0.668 $\pm 0.191i$	1 $\pm 0.0638i$	-0.542	1.42
Experiment (4)	LS	0.653 $\pm 0.197i$	1.02 $\pm 0.114i$	-0.642	1.16
	LS +PEM	0.671 $\pm 0.192i$	0.998 $\pm 0.0262i$	-0.641	1.16

表 4.5 橫向模擬實驗(1)與(2)，模型與模擬輸出之 fitness 程度表

		Fitness			
		Experiment(1) ID=0~40s		Experiment(2) ID=0~20s	
		ID results	Validation results	ID results	Validation results
LS	v (m/s)	55.41	24.55	71.21	27.5
	p (m/s)	73.3	23.87	82.49	24.02
	r (deg/s)	22.61	23.87	45.66	25.06
	ϕ (deg)	1.50	23.93	16.01	30.91
LS+PEM	v (m/s)	57.45	25.64	71.32	32.96
	p (m/s)	73.85	23.90	83.21	29.52
	r (deg/s)	26.44	25.13	45.76	30.66
	ϕ (deg)	6.375	25.18	16.07	25.30

表 4.6 橫向模擬實驗(1)與(2)，模型之極零點比較表

極零點位置	[26] 理論模型	Experiment(1)		Experiment(2)	
		LS	LS+PEM	LS	LS+PEM
Pole	$0.754 \pm 0.549i$	$0.789 \pm 0.537i$	$0.793 \pm 0.54i$	$0.773 \pm 0.543i$	$0.768 \pm 0.54i$
	0.871	0.855	0.855	0.859	0.866
	0.987	1.01	1	0.99	0.994
Zero	-0.575	-0.407	-0.41	-0.4	-0.397
	1.28	2.08	2.08	2.03	2.02



表 4.7 橫向模擬實驗(2)、(3)、(4)，模型與模擬輸出之 fitness 程度表

		Fitness					
		Experiment(3) T=0.2s		Experiment(2) T=0.1s		Experiment(4) T=0.05s	
		ID results	Validation results	ID results	Validation results	ID results	Validation results
LS	v (m/s)	74.53	24.08	71.21	27.5	78.2	12.44
	p (m/s)	82.23	15.55	82.49	24.02	88.04	12.93
	r (deg/s)	61	13.13	45.66	25.06	55.97	10.05
	ϕ (deg)	28.92	16.51	16.01	30.91	19.82	10.15
LS +PEM	v (m/s)	75.15	24.17	71.32	32.96	78.43	29.89
	p (m/s)	82.70	17.83	83.21	29.52	88.39	27.74
	r (deg/s)	61.40	14.24	45.76	30.66	56.05	26.13
	ϕ (deg)	29.01	17.49	16.07	25.30	20.15	26.45

表 4.8 橫向模擬實驗(3)與(4)，模型之極零點比較表

極零點位置		pole			zero	
[26]理論模型 T=0.2		0.264 $\pm 0.829i$	0.73	1.01	-0.42	0.57
Experiment (3)	LS	0.401 $\pm 0.785i$	0.726	1.01	-0.444	1.53
	LS +PEM	0.322 $\pm 0.781i$	0.754	1.01	-0.408	1.38
[26]理論模型 T=0.1		0.754 $\pm 0.549i$	0.871	0.987	-0.575	1.28
Experiment (2)	LS	0.773 $\pm 0.543i$	0.859	0.99	-0.4	2.03
	LS +PEM	0.768 $\pm 0.54i$	0.866	0.994	-0.397	2.02
[26]理論模型 T=0.05		0.917 $\pm 0.296i$	0.965 $\pm 0.0296i$		-0.606	1.5
Experiment (4)	LS	0.926 $\pm 0.286i$	0.959 $\pm 0.0637i$		-0.402	2.26
	LS +PEM	0.894 $\pm 0.285i$	0.992 $\pm 0.0564i$		-0.402	2.26

表 4.9 各文獻極點位置

文獻編號	[18]	[21]	[25]	[26]	[29]	[30]
縱向模型 極點位置	-8.85	-0.0176 $\pm 0.149i$	-0.022 $\pm 0.261i$	-7.14 $\pm 5.58i$	-9.9781 $\pm 10.8679i$	-0.0304 $\pm 0.4742i$
	-0.0106	-4.73 $\pm 8.5i$	-4.82	-0.026 $\pm 0.58i$	-0.0446 $\pm 0.3821i$	-6.8532 $\pm 6.0423i$
	-3.92 $\pm 2.45i$		-3.27			
文獻編號	[18]	[21]	[24]	[26]	[29]	[30]
橫向模型 極點位置	-1.2636 $\pm 0.5657i$	-0.57 $\pm 5.07i$	5	-0.694 $\pm 6.31i$	-45.7235	-48.7455
		0.0144	0.114	0.057	0.0038	0.0179
	0.4021 $\pm 1.3143i$	-16.9	-0.724 -3.05	-1.55	-2.3454 $\pm 6.6011i$	-6.1583 $\pm 8.7349i$

表 5.1 [18]縱向水平直線飛行的時間區間

組別	秒數區間
1	171~180
2	200~212
3	231~237
4	258~268
5	287~297
6	344~350

表 5.2 [18]橫向水平直線飛行的時間區間

組別	秒數區間
1	180~186
2	207~212
3	230~235
4	235~240
5	264~270
6	291~300
7	320~326
8	344~350

表 5.3 模擬縱向輸出，模型與模擬輸出 fitness 程度表

Fitness		組別					
		ID results	Validation results				
		2	1	3	4	5	6
LS	u (m/s)	91.88	87	71.59	81.30	90.84	81.34
	w (m/s)	90.35	88	74.23	81.58	90.2	87.58
	q (deg/s)	96.62	96.9	92.35	94.86	97.36	96.58
	θ (deg)	92.6	86.66	73.3	80.22	89.3	74.13
LS +PEM	u (m/s)	93.89	88.81	74.19	81.35	90.93	82.71
	w (m/s)	93.57	89.96	78.73	83.08	91.53	89.04
	q (deg/s)	97.72	96.75	96.12	98.59	97.5	98.62
	θ (deg)	93.85	86.99	73.64	80.23	89.73	75.46

表 5.4 模擬縱向輸出，模型與理論模型之轉移函數極零點比較

極零點 位置	理論模型	LS	LS+PEM
Pole	$0.403 \pm 0.215i$	$0.333 \pm 0.169i$	$0.438 \pm 0.211i$
	0.17	0.618	0.105
	0.997	0.989	0.99
Zero	-0.986	-0.847	-0.162
	0.427	0.0852	0.398



表 5.5 模擬橫向輸出，模型與模擬輸出 fitness 程度表

Fitness		組別							
		ID results	Validation results						
		1	2	3	4	5	6	7	8
LS	v (m/s)	79.98	84.99	50.33	55	72.2	89.04	24.83	75.44
	p (deg/s)	76	84.9	50.92	46.66	83.98	93.72	57.23	83.22
	r (deg/s)	31.84	59.29	45.35	50.7	69.84	86.54	28.8	64.66
	ϕ (deg)	46.77	73.84	47.55	21.01	70.03	86.33	27.89	65.9
LS +PEM	v (m/s)	83.45	94.93	89.84	92.67	89.79	97.68	32.18	95.19
	p (deg/s)	78.63	94.20	85.71	72.70	89.99	97.53	58.37	94.62
	r (deg/s)	31.98	88.13	82.66	80.75	89.54	96.69	30.69	89.10
	ϕ (deg)	47.01	92.15	85.91	80.58	88.98	97.06	35.01	90.83

表 5.6 模擬橫向輸出，各模型與理論模型之轉移函數極零點比較

極零點 位置	理論模型	ARX 模型	ARX+PEM
Pole	$1.03 \pm 0.237i$	$1.03 \pm 0.29i$	$1.03 \pm 0.291i$
	0.737	0.464	0.668
	0.85	1.01	0.856
Zero	-0.485	-0.457	-0.457
	1.48	2.49	2.49



表 5.7 縱向各飛行區段的實際輸入輸出數據所識別之結果

Fitness		組別					
		1	2	3	4	5	6
LS	u (m/s)	75.36	-2.294	58.59	20.75	30.28	-49.89
	w (m/s)	20.06	39.15	48.31	42.92	-29.63	-22.37
	q (deg/s)	38.2	42.48	27.77	20.09	-9.143	-12.56
	θ (deg)	56.57	60.72	50.14	24.06	-13.33	23.15
LS +PEM	u (m/s)	75.59	1.41	62.32	43.12	37.15	28.28
	w (m/s)	28.45	40.93	49.08	44.18	7.054	14.44
	q (deg/s)	40.73	49.01	28.80	22.35	8.223	16.94
	θ (deg)	60.60	72.03	53.51	38.52	8.731	35.32

表 5.8 以縱向第 1 組為識別模型，其他飛行區段識別之結果

Fitness		組別				
		2	3	4	5	6
LS +PEM	u (m/s)	-51.21	-6.233	79.29	48.04	-6.668
	w (m/s)	-452.8	-200.2	18.51	-10.15	-102.2
	q (deg/s)	-70.47	-56.90	-39.55	22.75	-40.65
	θ (deg)	-315.3	-51.20	-12.93	36.29	28.37



表 5.9 橫向各飛行區段的實際輸入輸出數據所識別之結果

Fitness		組別							
		1	2	3	4	5	6	7	8
LS	v (m/s)	26.98	64.4	12.71	11.85	43.54	-362.3	40.79	23.19
	p (deg/s)	0.668	52.29	42.98	47.44	73.89	-2.515	47.47	24.47
	r (deg/s)	9.167	42.05	23.75	42.31	-13.36	-610.4	1.466	-5.934
	ϕ (deg)	36.98	55.48	66.69	17.58	63.45	47.33	28.64	31.37
LS +PEM	v (m/s)	38.45	67.77	46.44	39.90	60.46	-41.78	47.36	42.08
	p (deg/s)	13.43	60.96	53.14	51.38	74.27	16.15	48.61	34.33
	r (deg/s)	25.98	51.18	27.79	53.74	9.646	-35.90	12.01	-0.92
	ϕ (deg)	53.44	56.96	85.11	18.1	77.02	55.01	33.63	57.14

表 5.10 以橫向第 2 組為識別模型，其他飛行區段識別之結果

Fitness		組別						
		1	3	4	5	6	7	8
LS +PEM	v (m/s)	-896.9	-769.1	-68.43	-467.2	-1266	-261.5	-526.1
	p (deg/s)	-142.1	-47.58	39.32	15.82	-90.87	28.61	-51.36
	r (deg/s)	-284.4	-130.8	-65.58	-227.2	-395.8	-50.13	-126.6
	ϕ (deg)	-66.17	50.29	7.27	80.14	-182	49.65	18.55



表 5.11 以一圈為一區間飛行的時間

組別	秒數區間
1	170~228
2	228~286



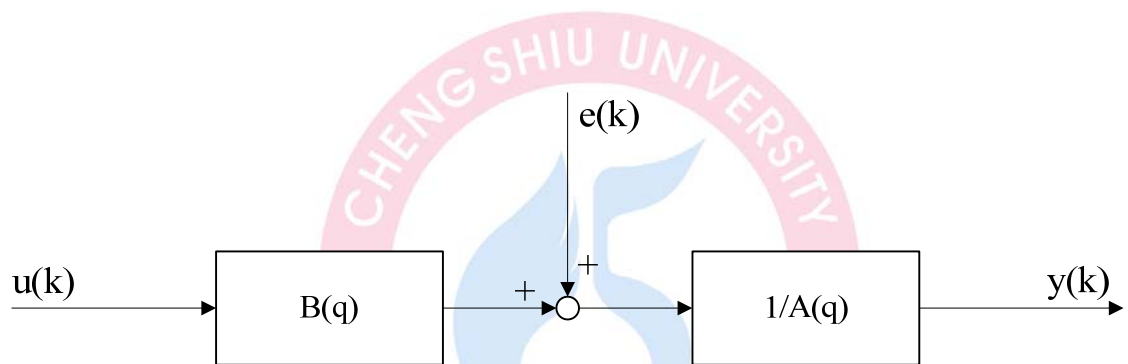


圖 2.1 ARX 模型之方塊圖

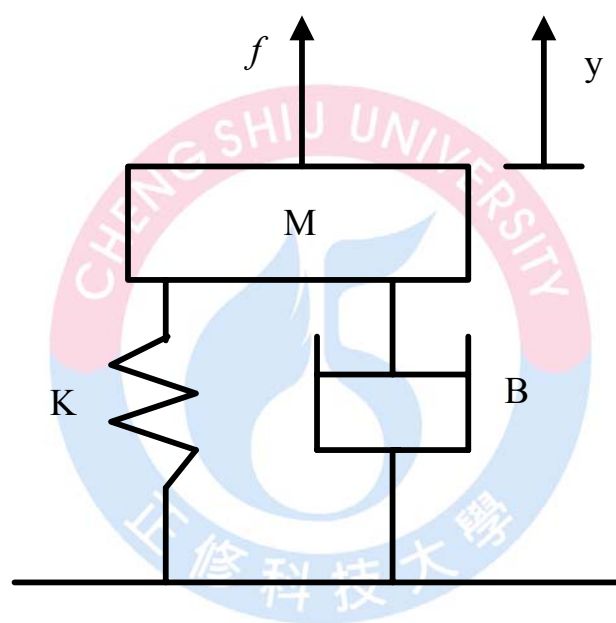


圖 3.1 機械垂直位移系統

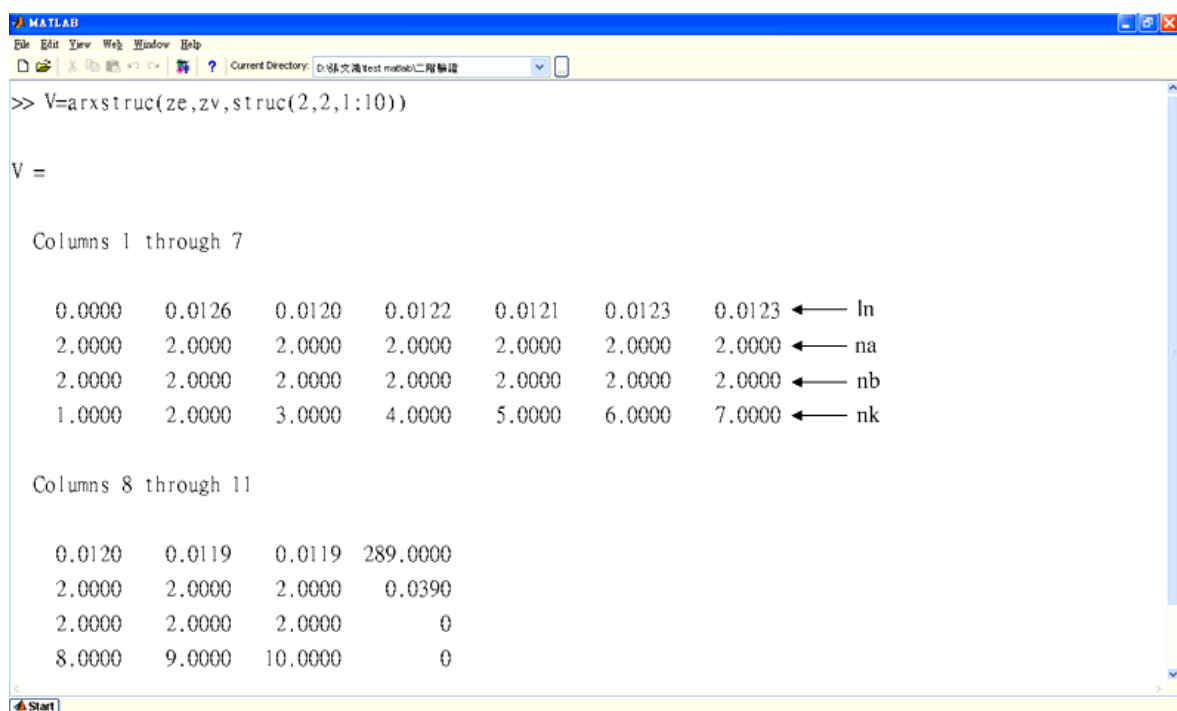


圖 3.2 arxstruc 指令之結果圖

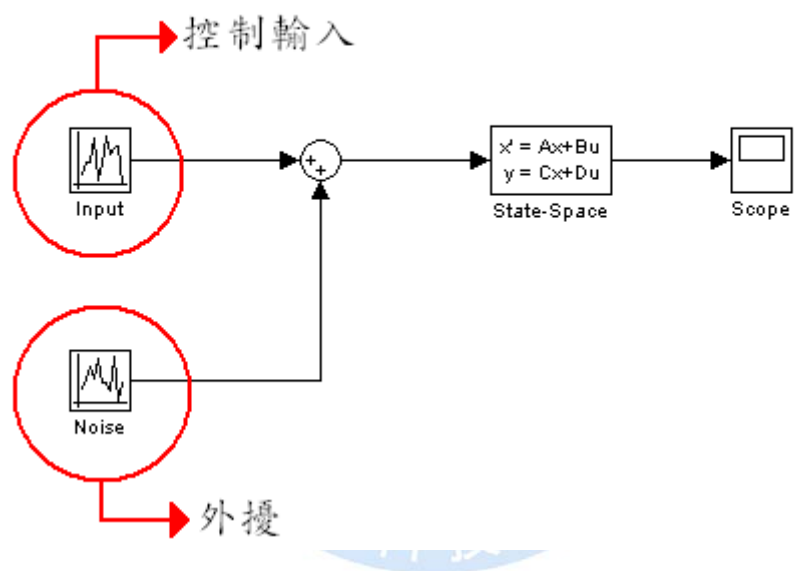


圖 3.3 MATLAB/Simulink 模擬系統圖

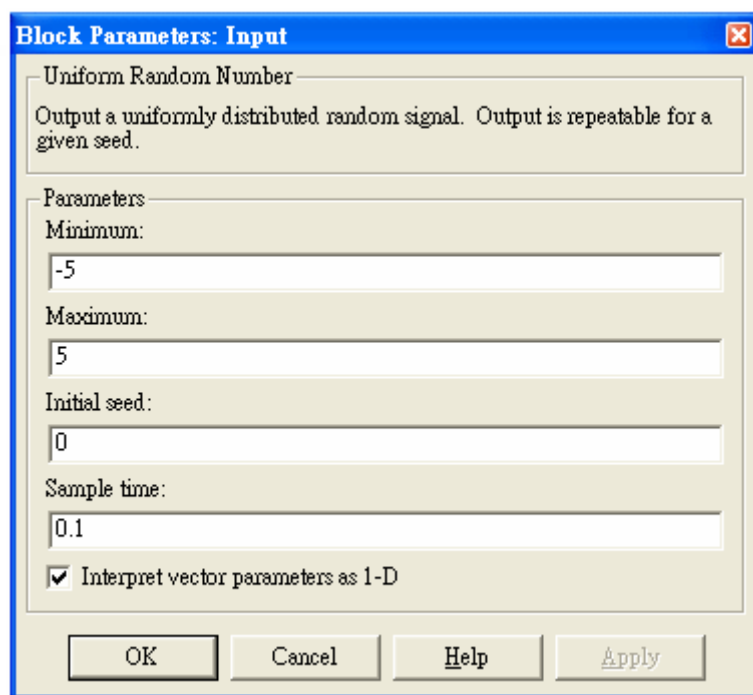


圖 3.3 Uniform Random Number 之設定

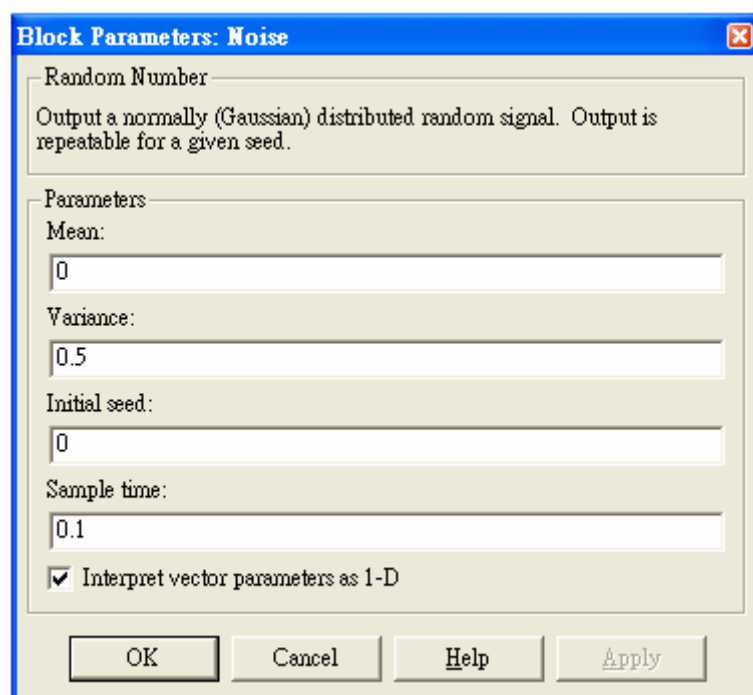


圖 3.4 Random Number 之設定

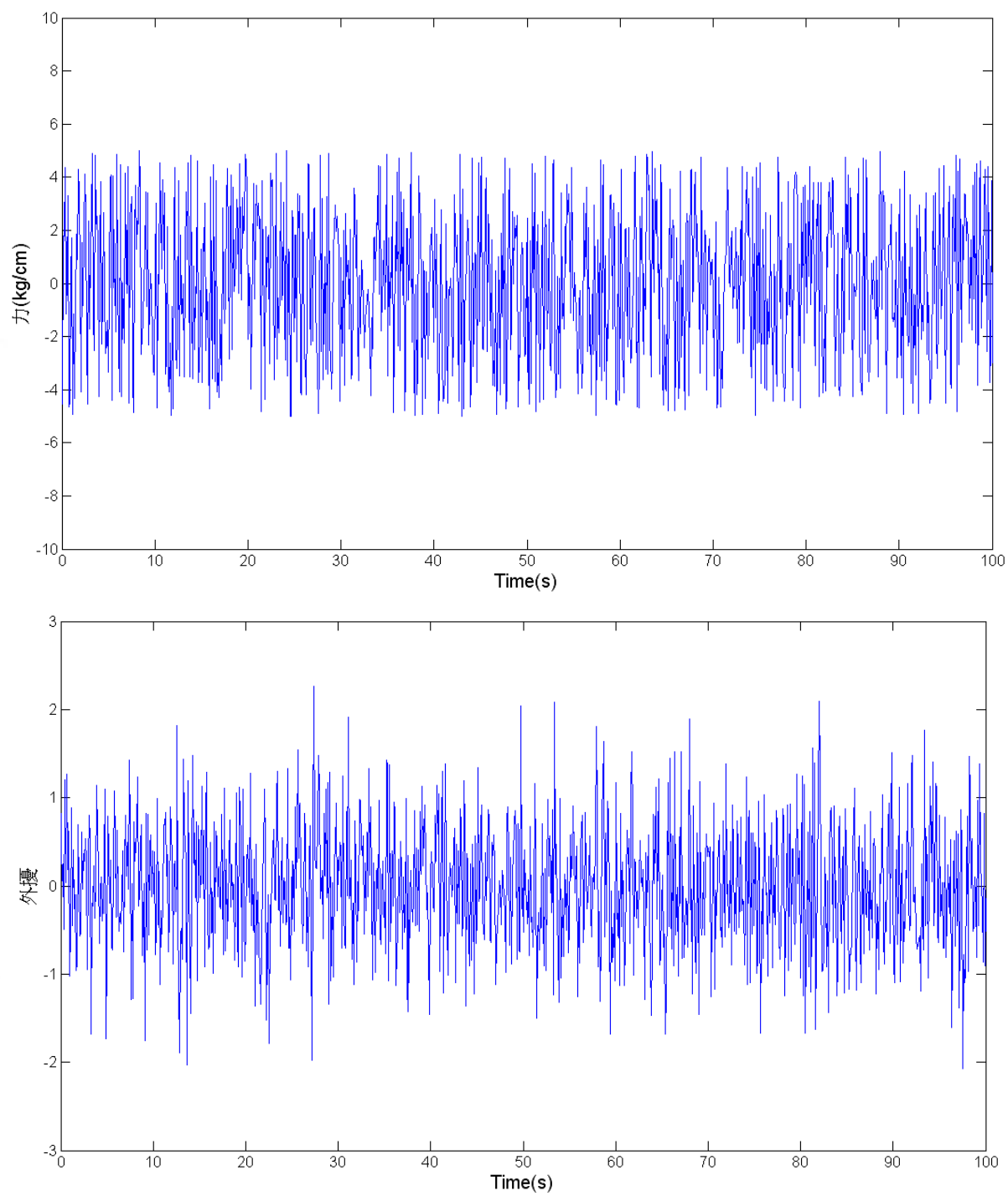


圖 3.5 控制輸入與外擾圖



圖 3.6 無外擾時之二階系統方塊圖

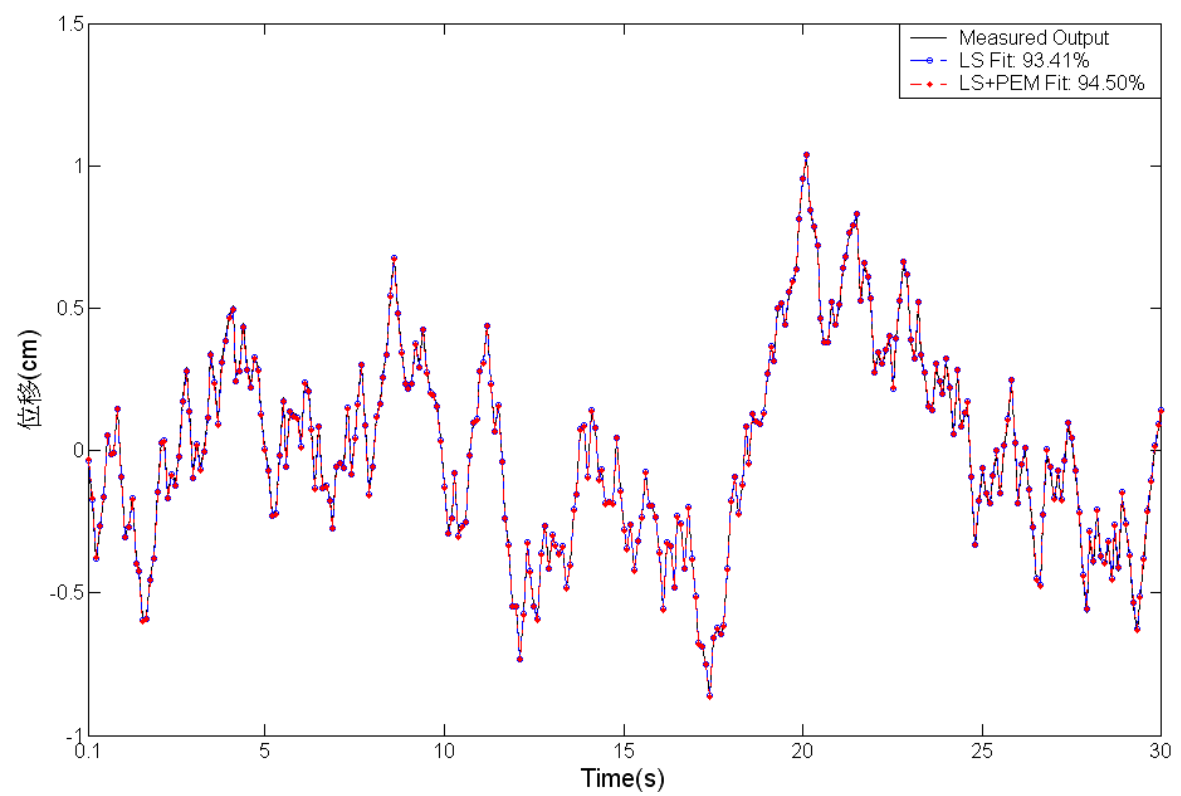


圖 3.7 無外擾時，模型與模擬輸出 fitness 程度(識別數據)

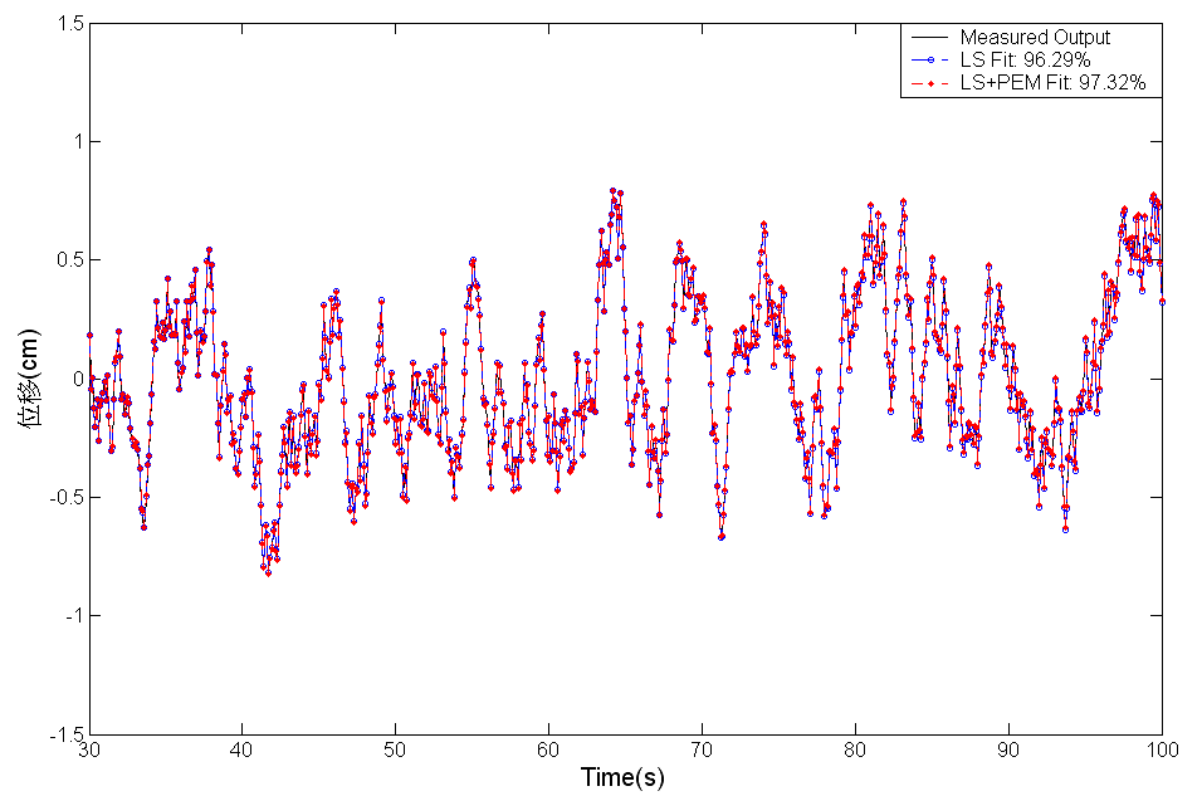


圖 3.8 無外擾時，模型與模擬輸出 fitness 程度(驗證數據)

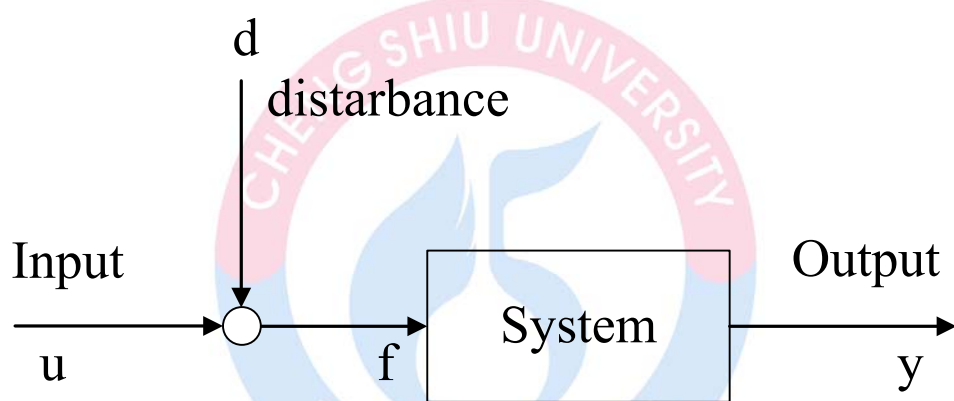


圖 3.9 外擾置於系統前時之二階系統方塊圖

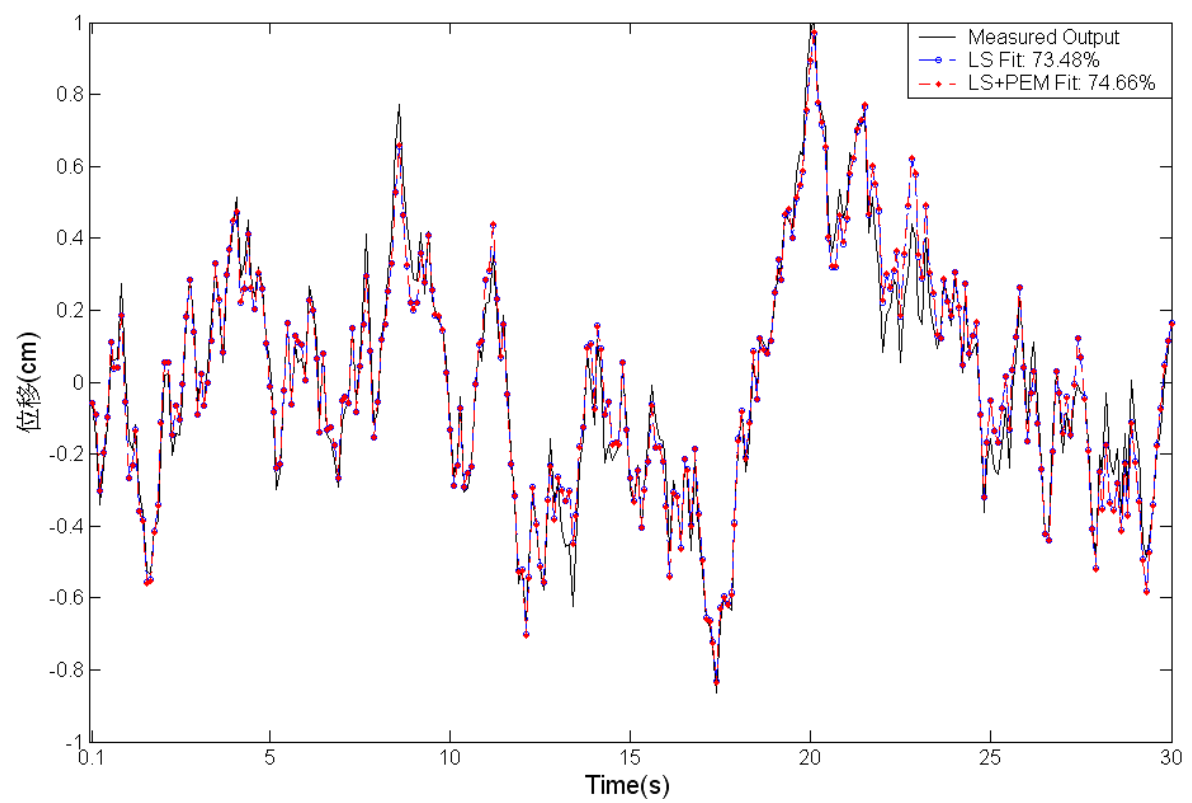


圖 3.10 外擾置於系統前時，模型與模擬輸出之 fitness 程度(識別數據)

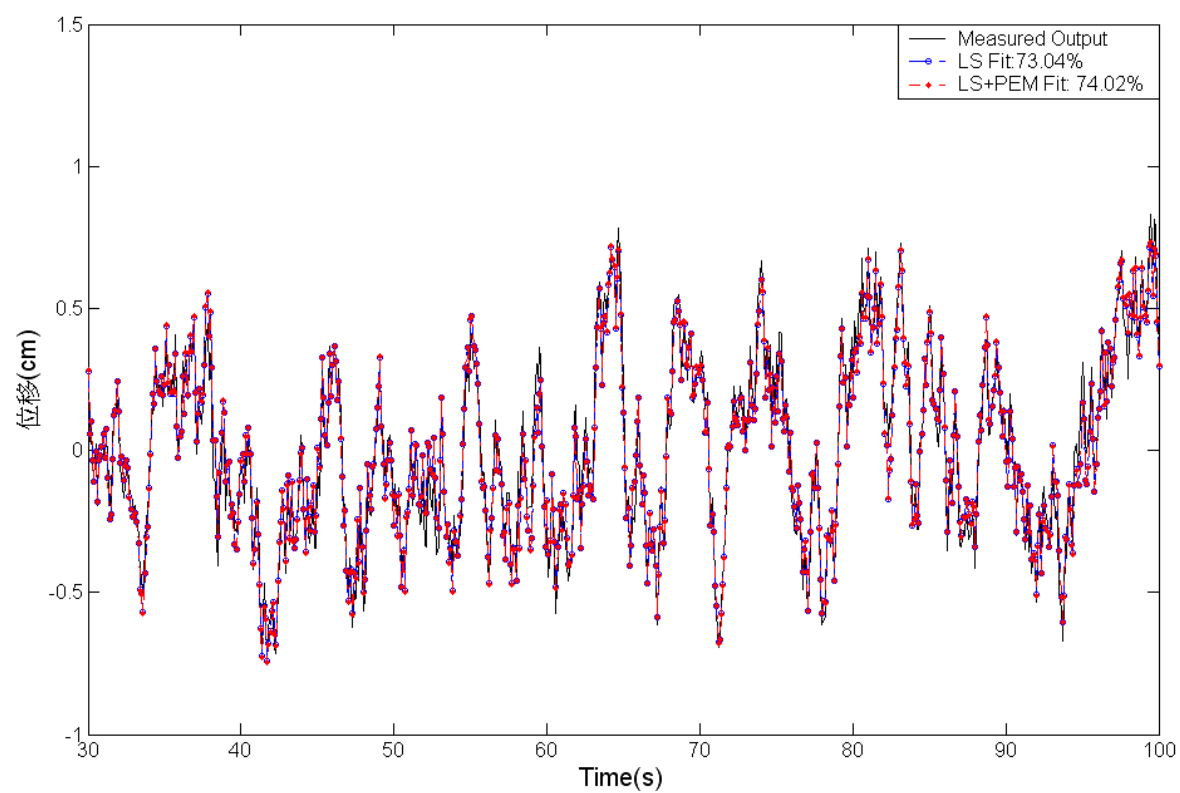


圖 3.11 外擾置於系統前時，模型與模擬輸出之 fitness 程度(驗證數據)

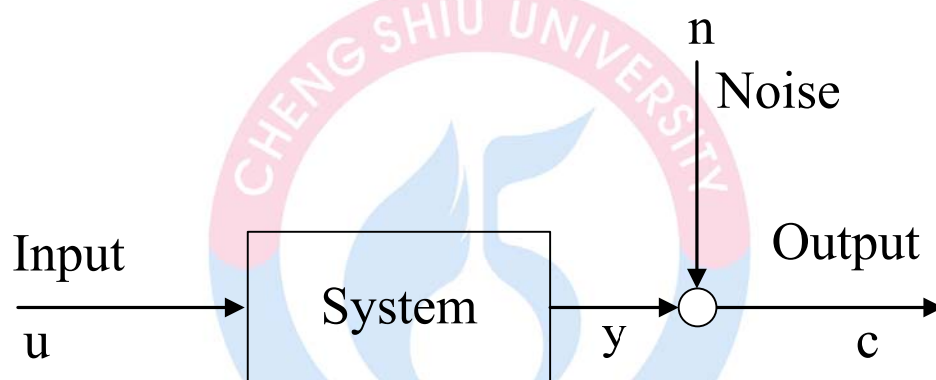


圖 3.12 外擾置於系統後時之二階系統方塊圖

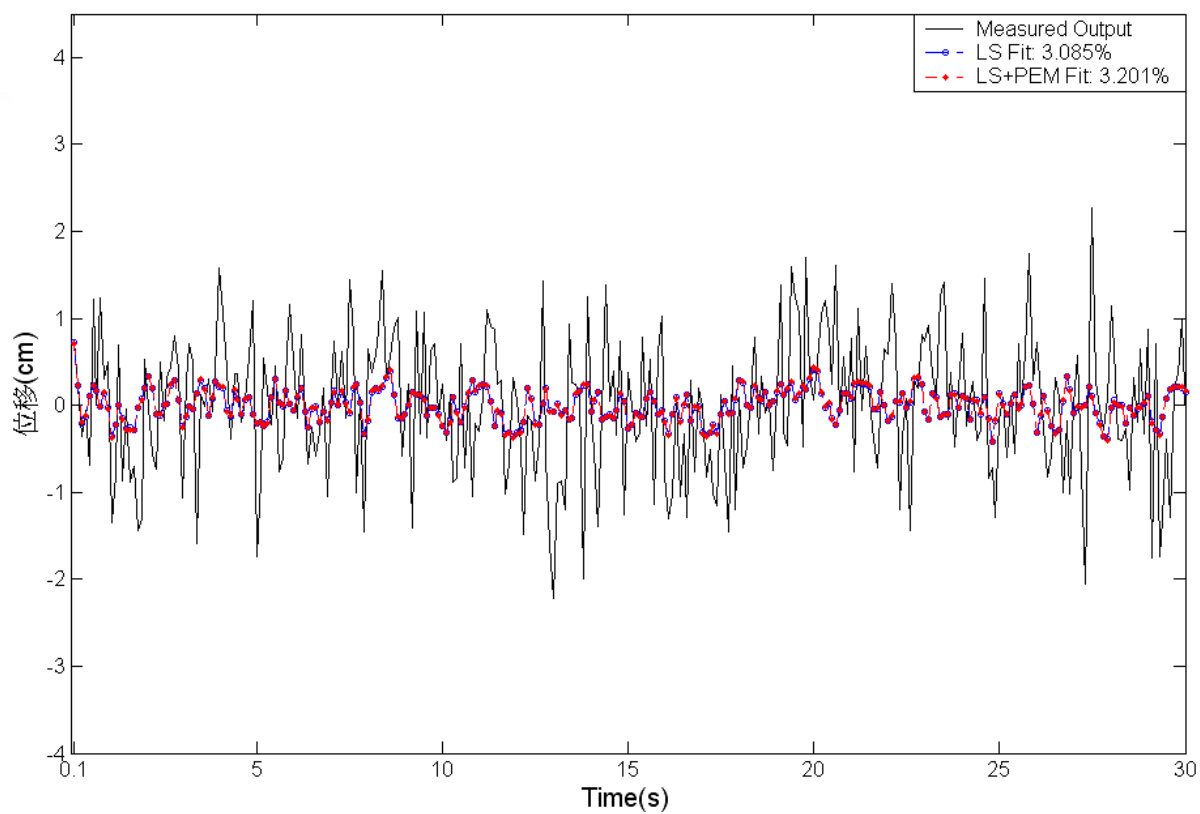


圖 3.13 外擾置於系統後時，模型與模擬輸出 fitness 程度(識別數據)

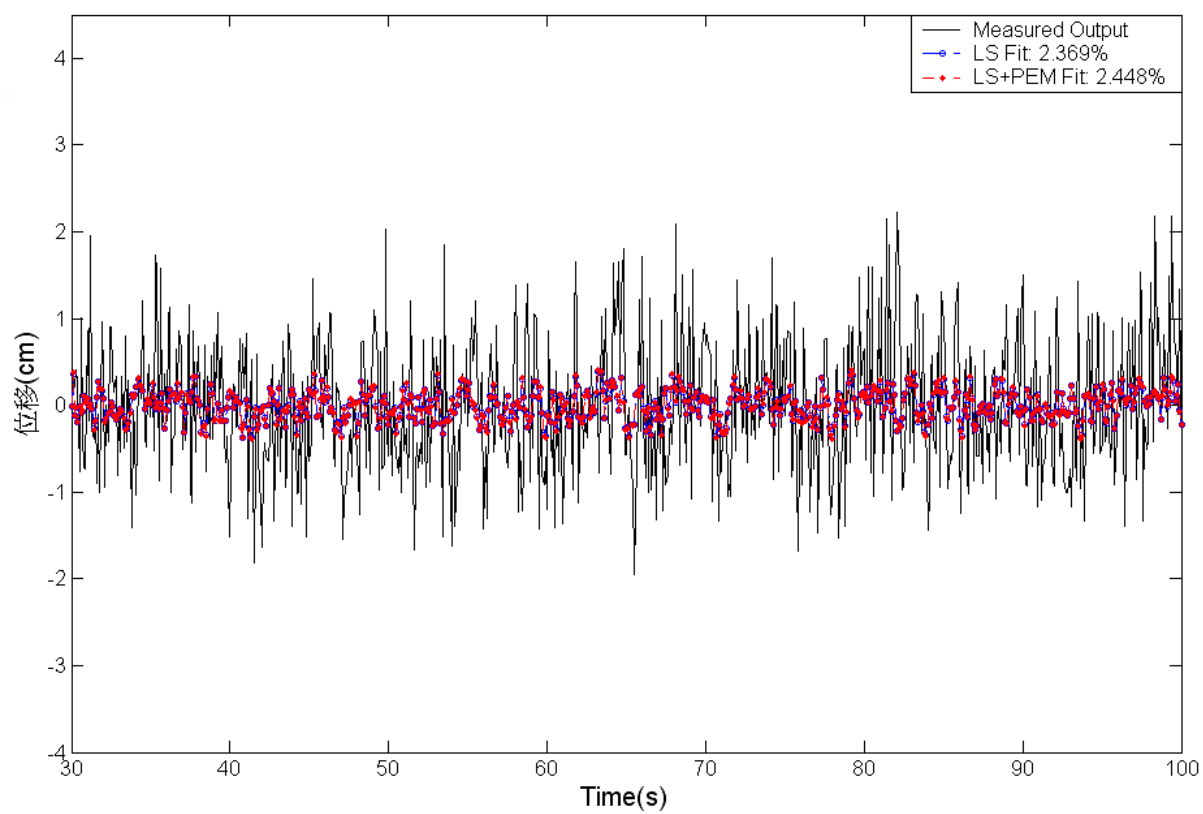


圖 3.14 外擾置於系統後時，模型與模擬輸出之 fitness 程度(驗證數據)

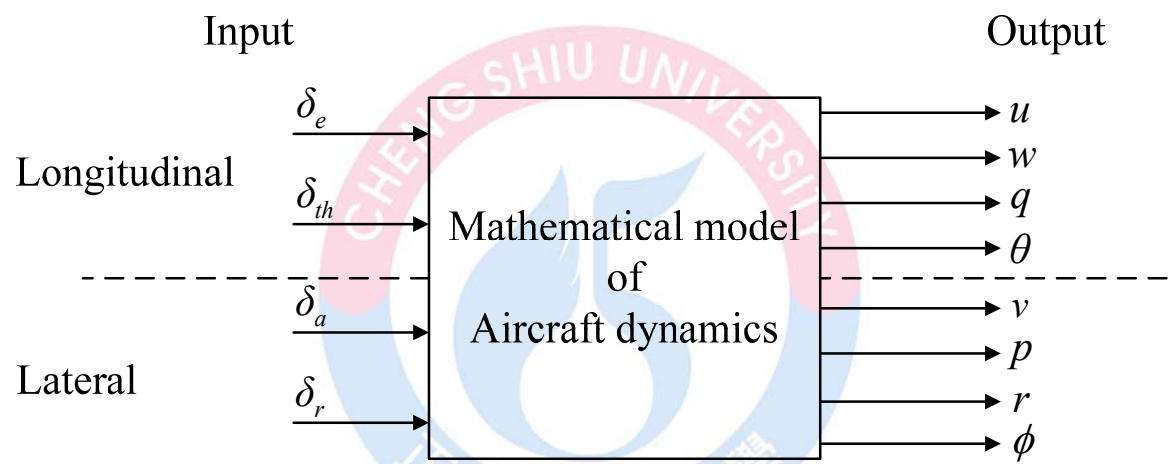


圖 4.1 UAV 輸入輸出關係圖

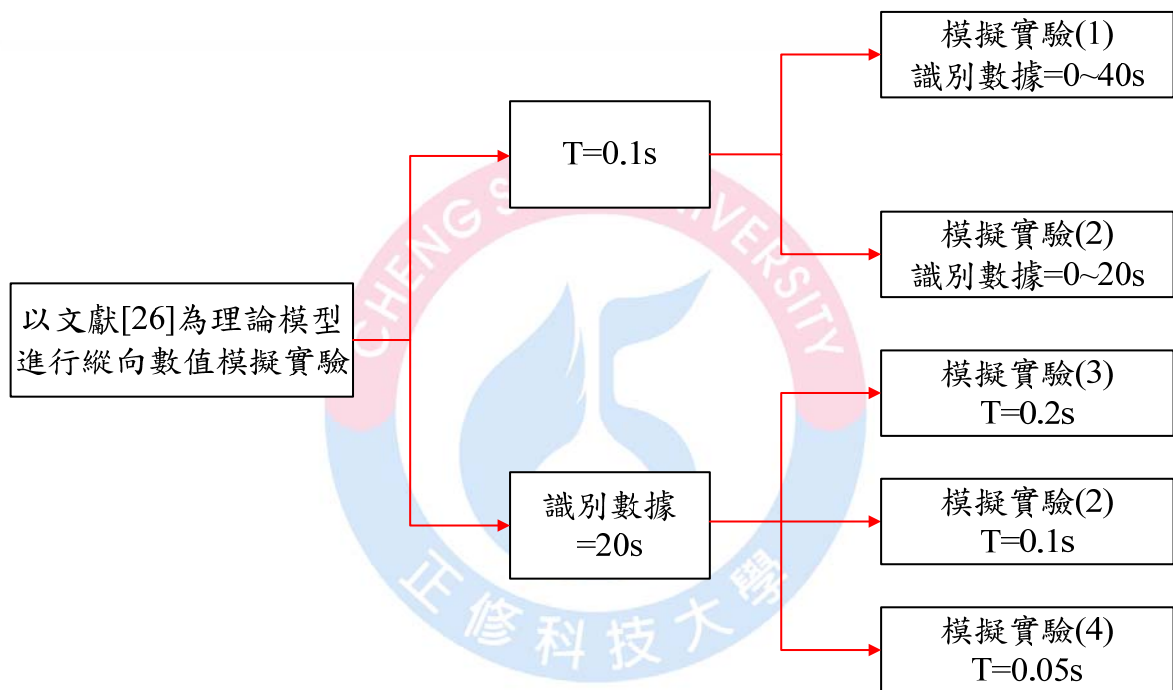


圖 4.2 以文獻[26]為理論模型之縱向模擬實驗流程圖

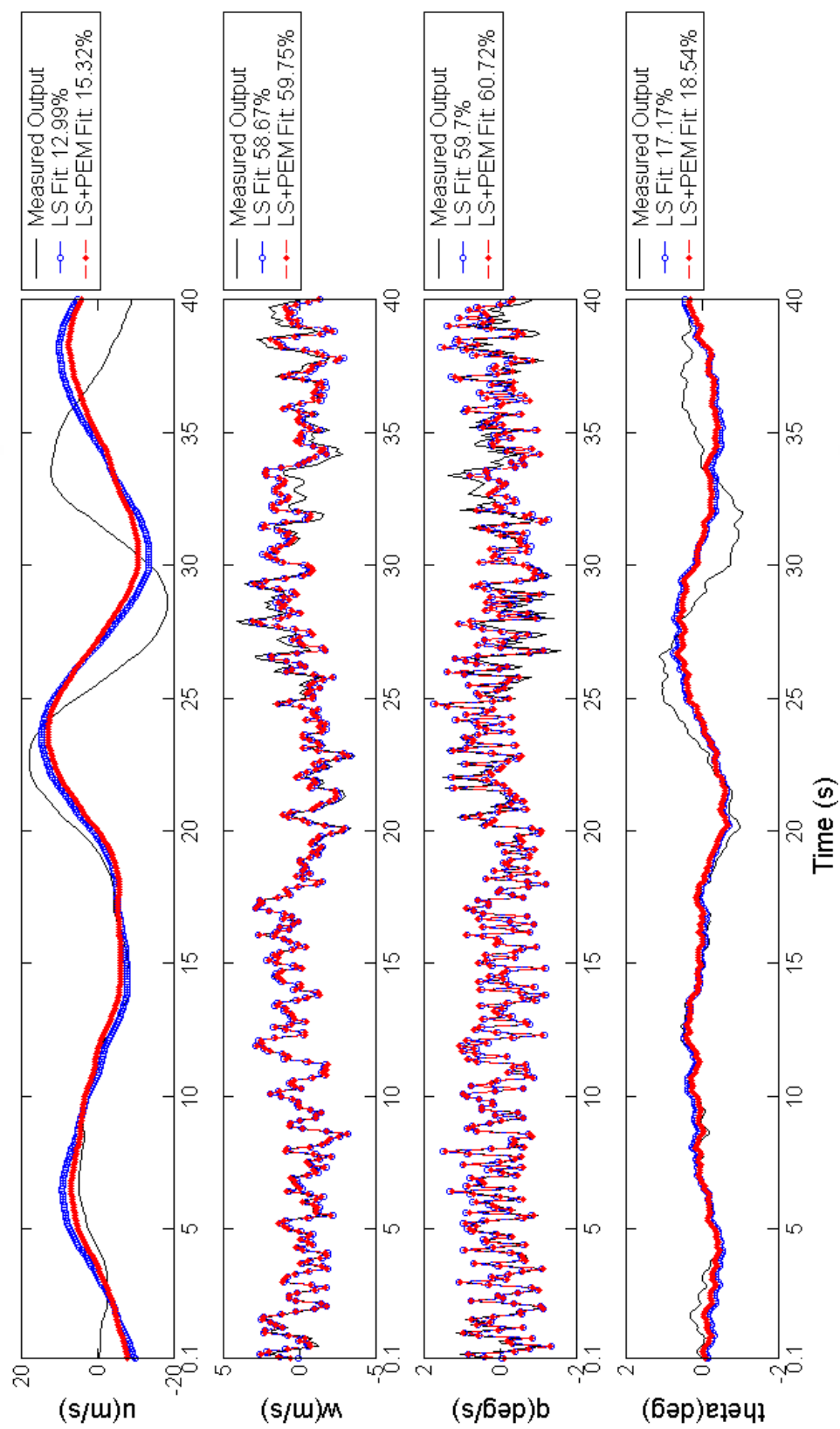


圖 4.3 縱向模擬實驗(1)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(識別數據)

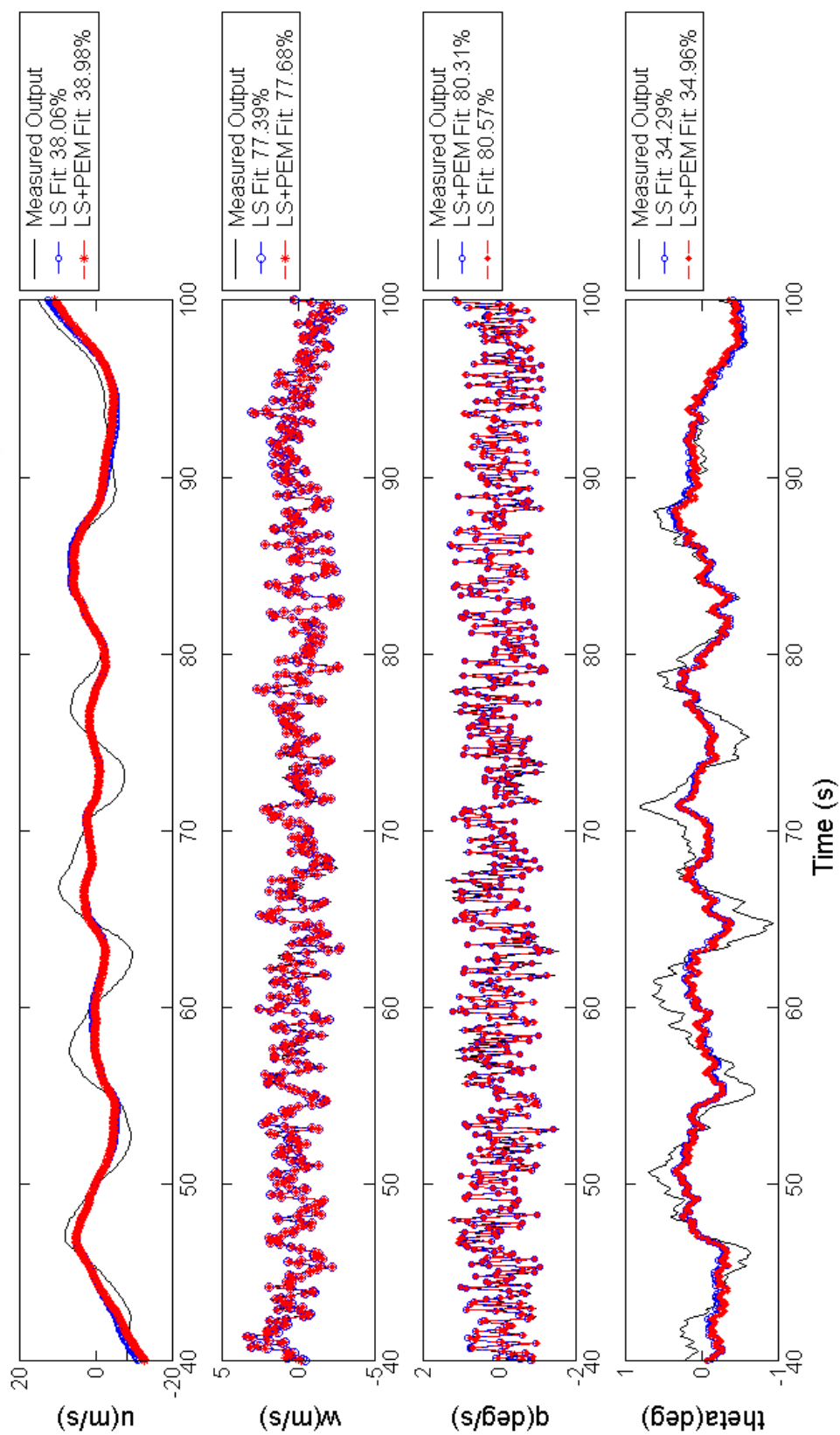


圖 4.4 縱向模擬實驗(1)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(驗證數據)

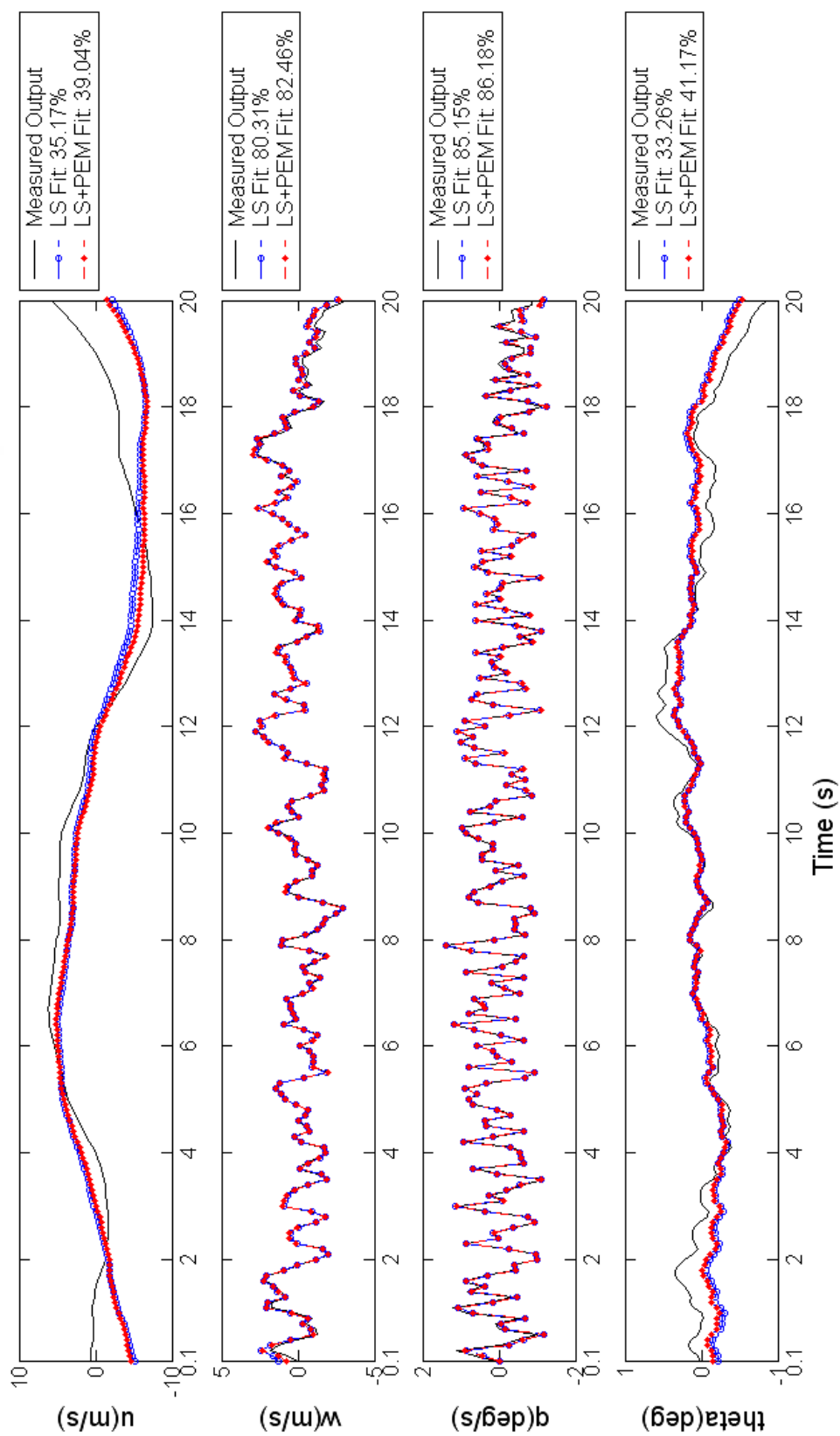


圖 4.5 縱向模擬實驗(2)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(識別數據)

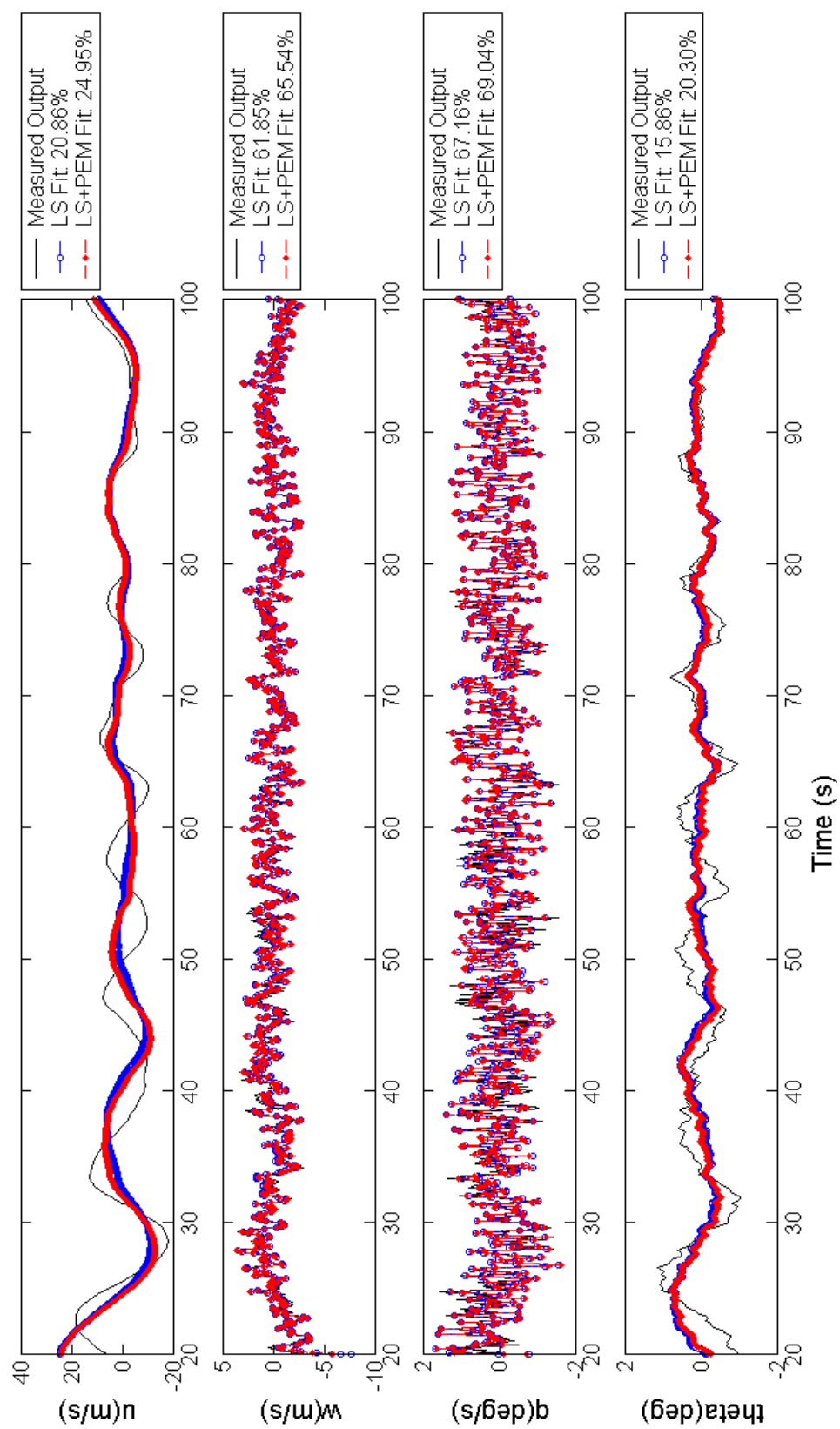


圖 4.6 縱向模擬實驗(2)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(驗證數據)

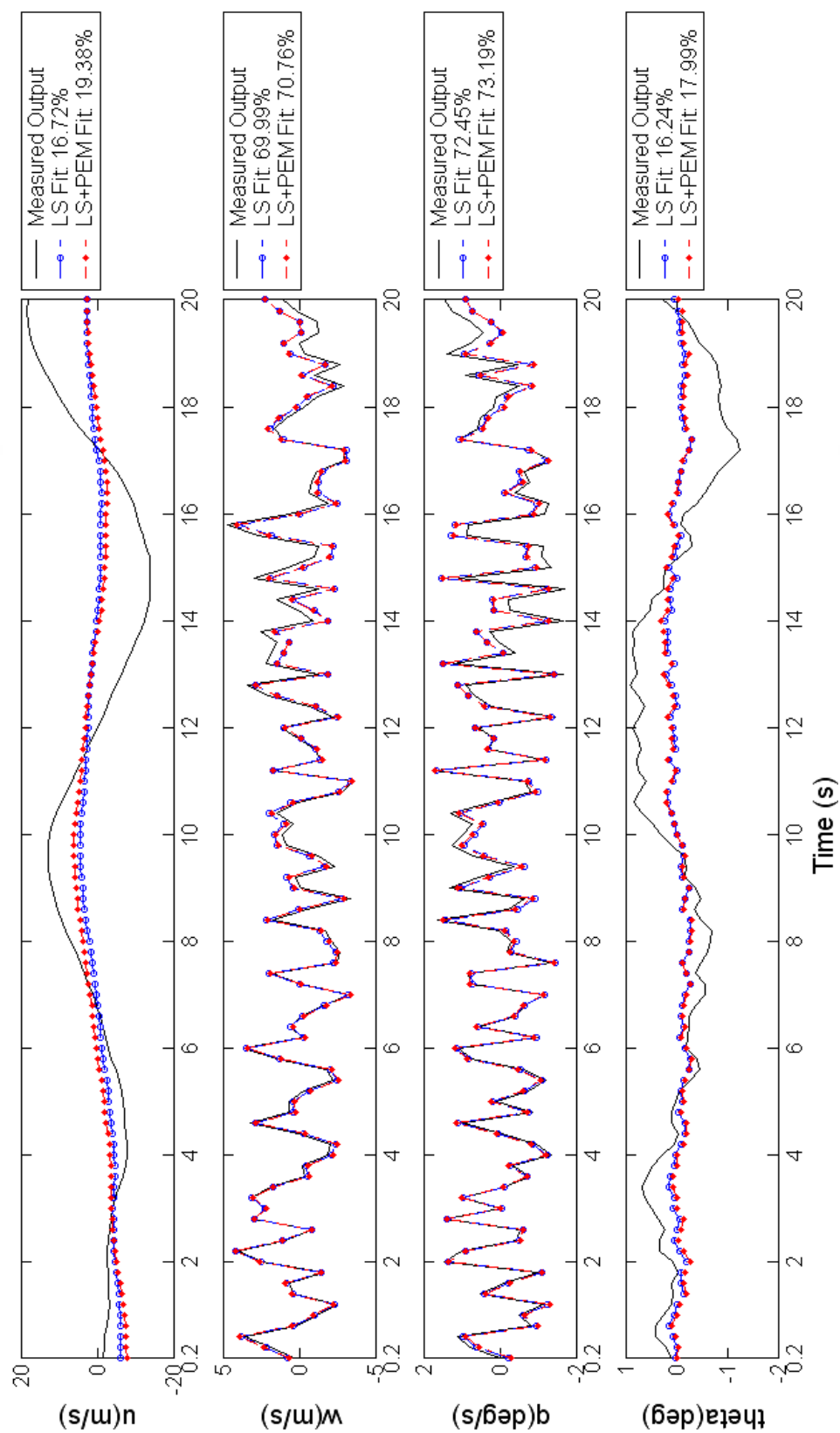


圖 4.7 縱向模擬實驗(3)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(識別數據)

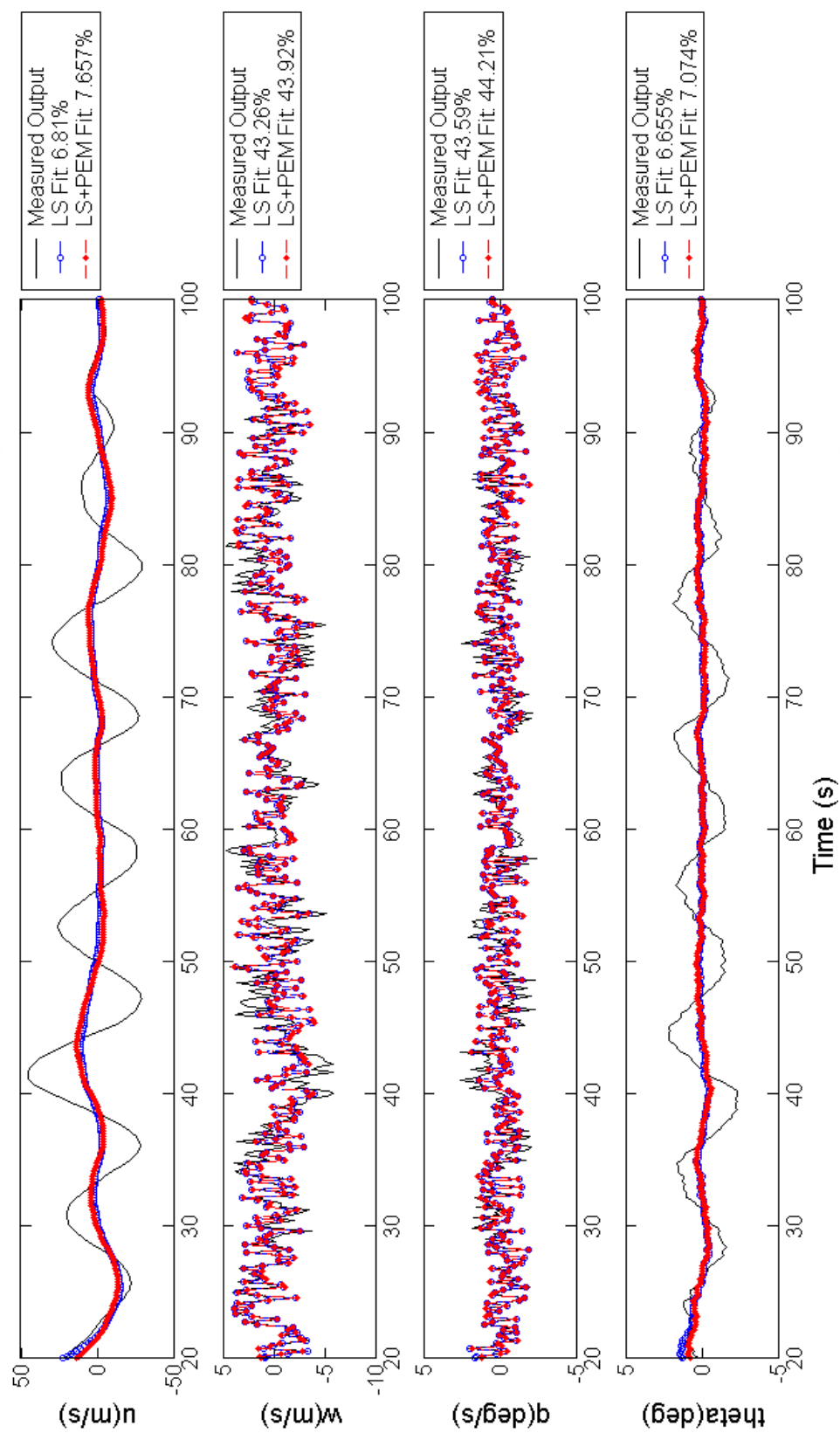


圖 4.8 縱向模擬實驗(3)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(驗證數據)

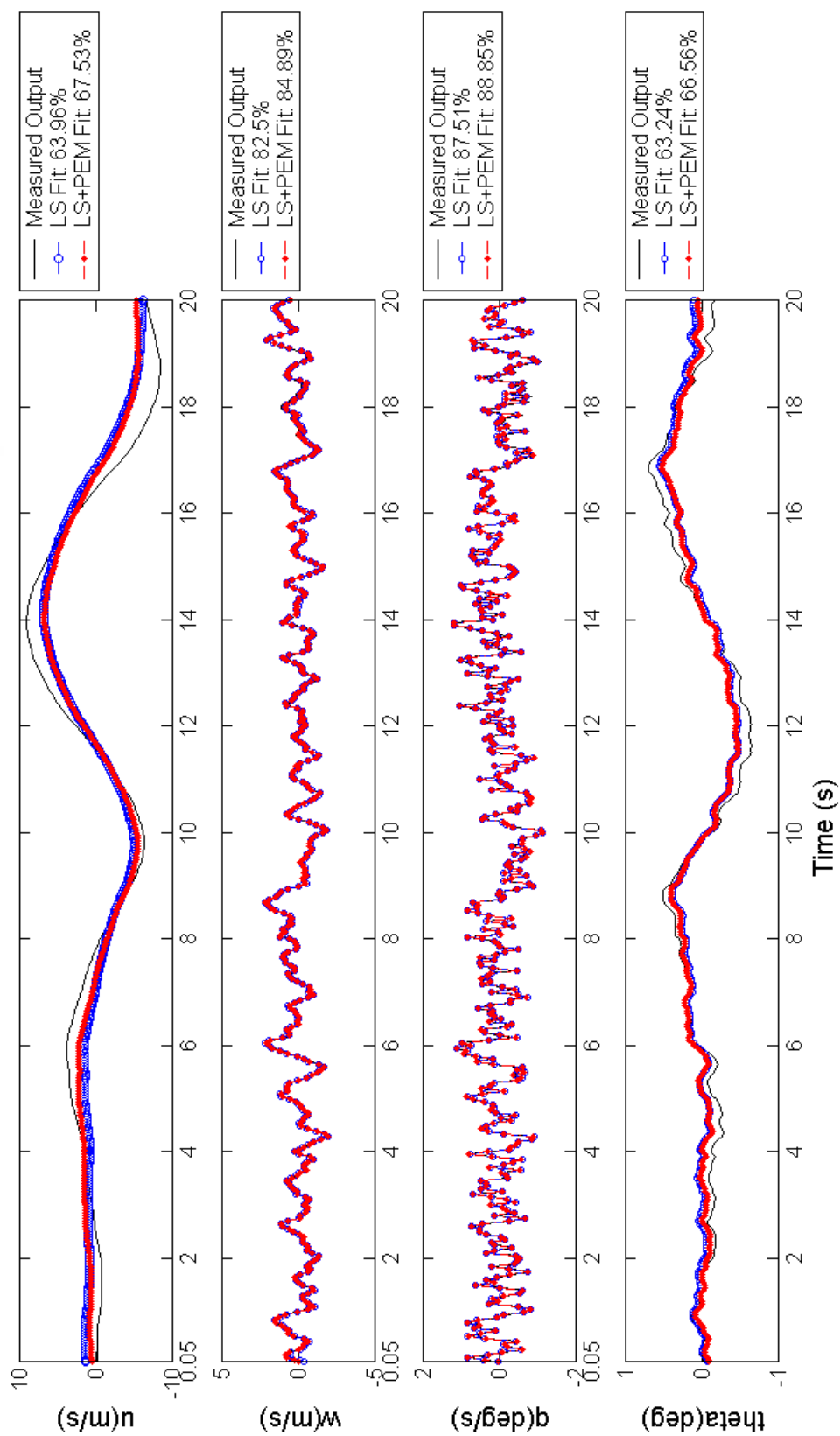


圖 4.9 縱向模擬實驗(4)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(識別數據)

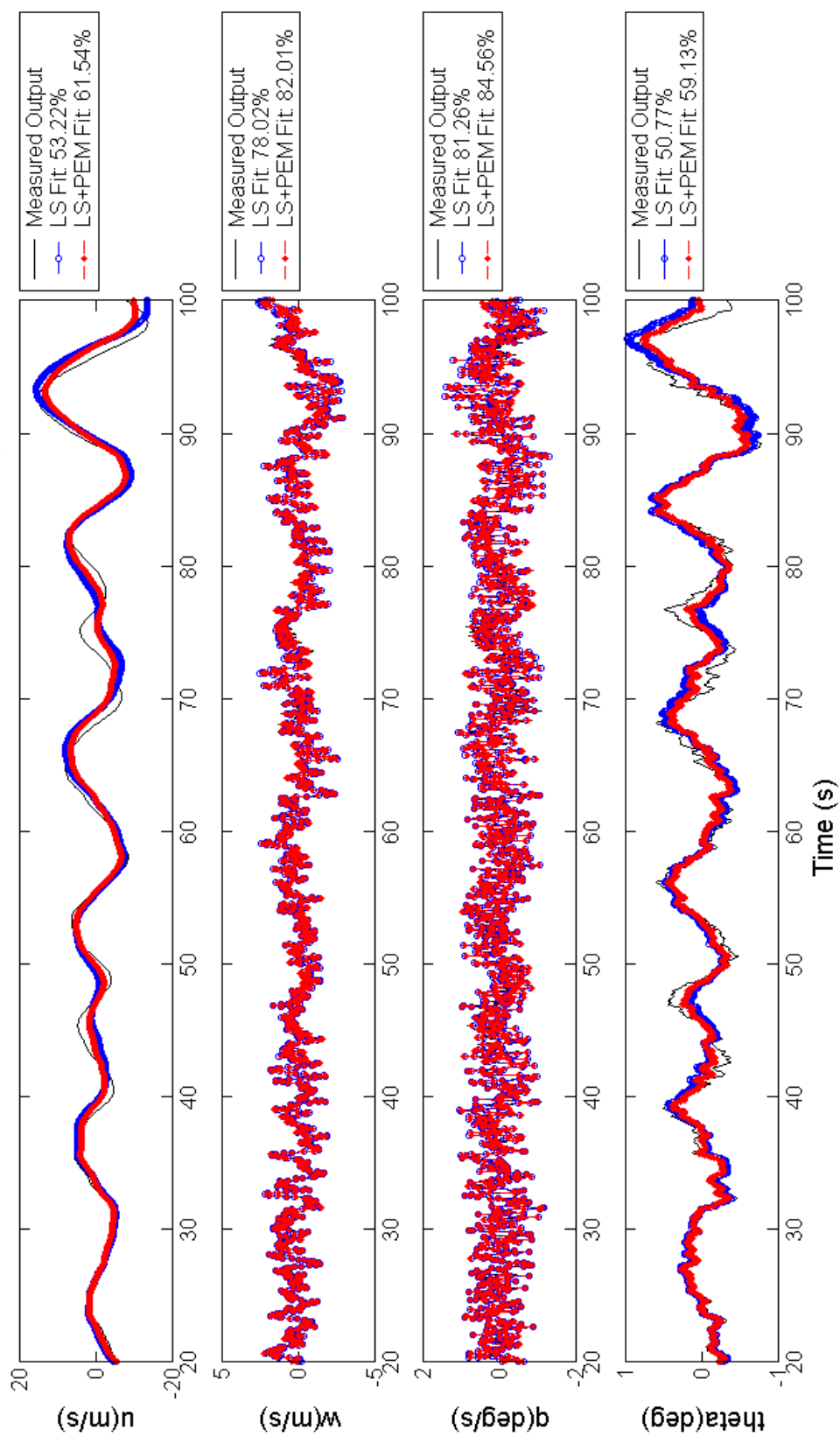


圖 4.10 縱向模擬實驗(4)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(驗證數據)

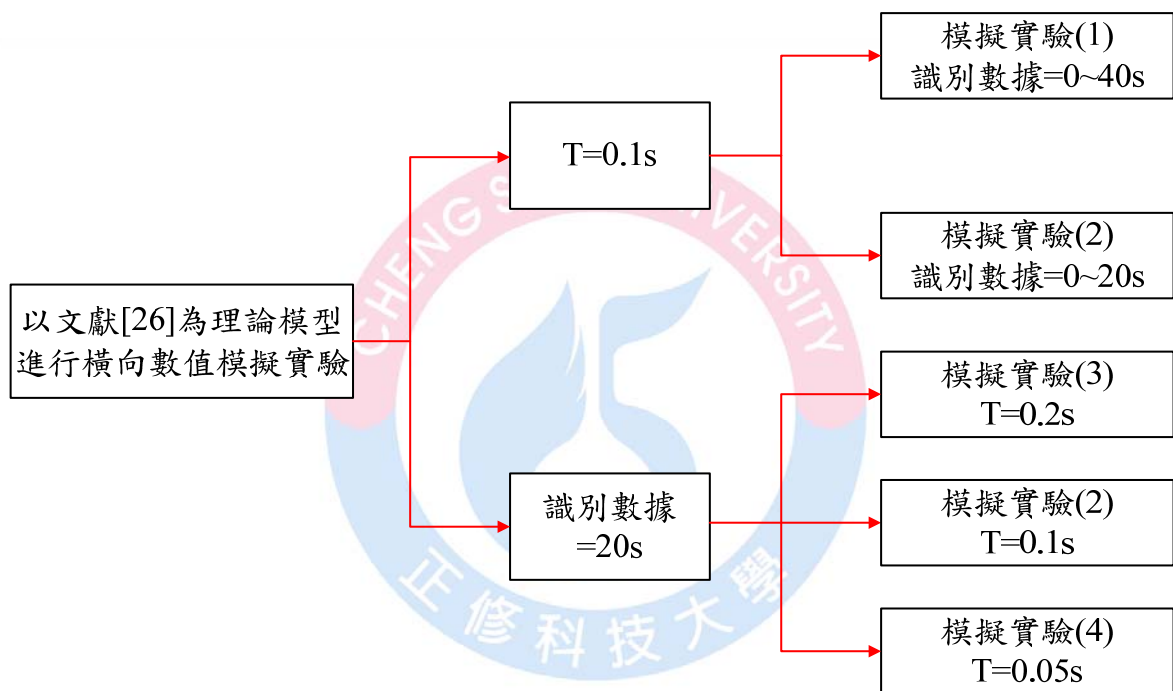


圖 4.11 以文獻[26]為理論模型之橫向模擬實驗流程圖

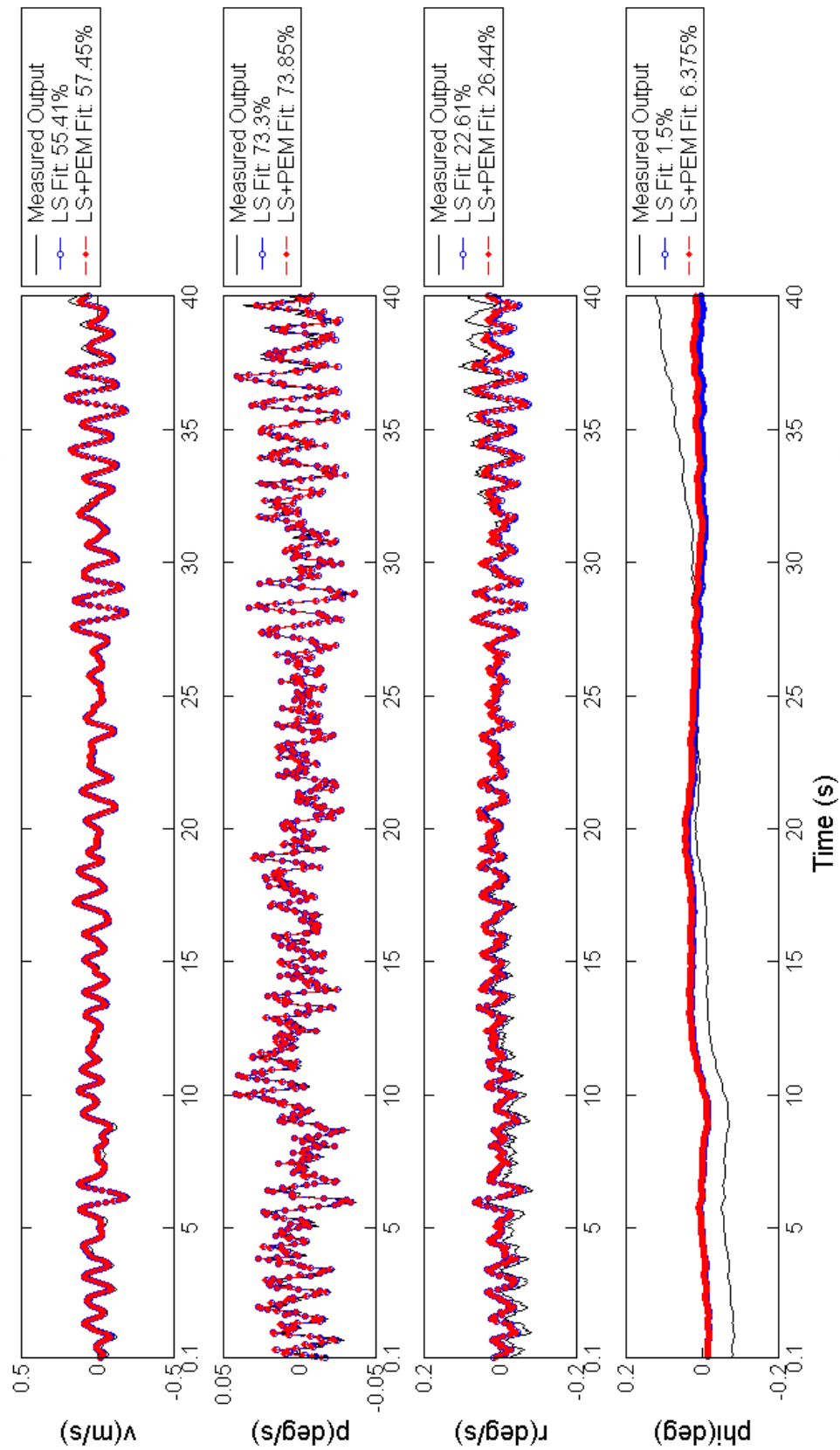


圖 4.12 橫向模擬實驗(1)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(識別數據)

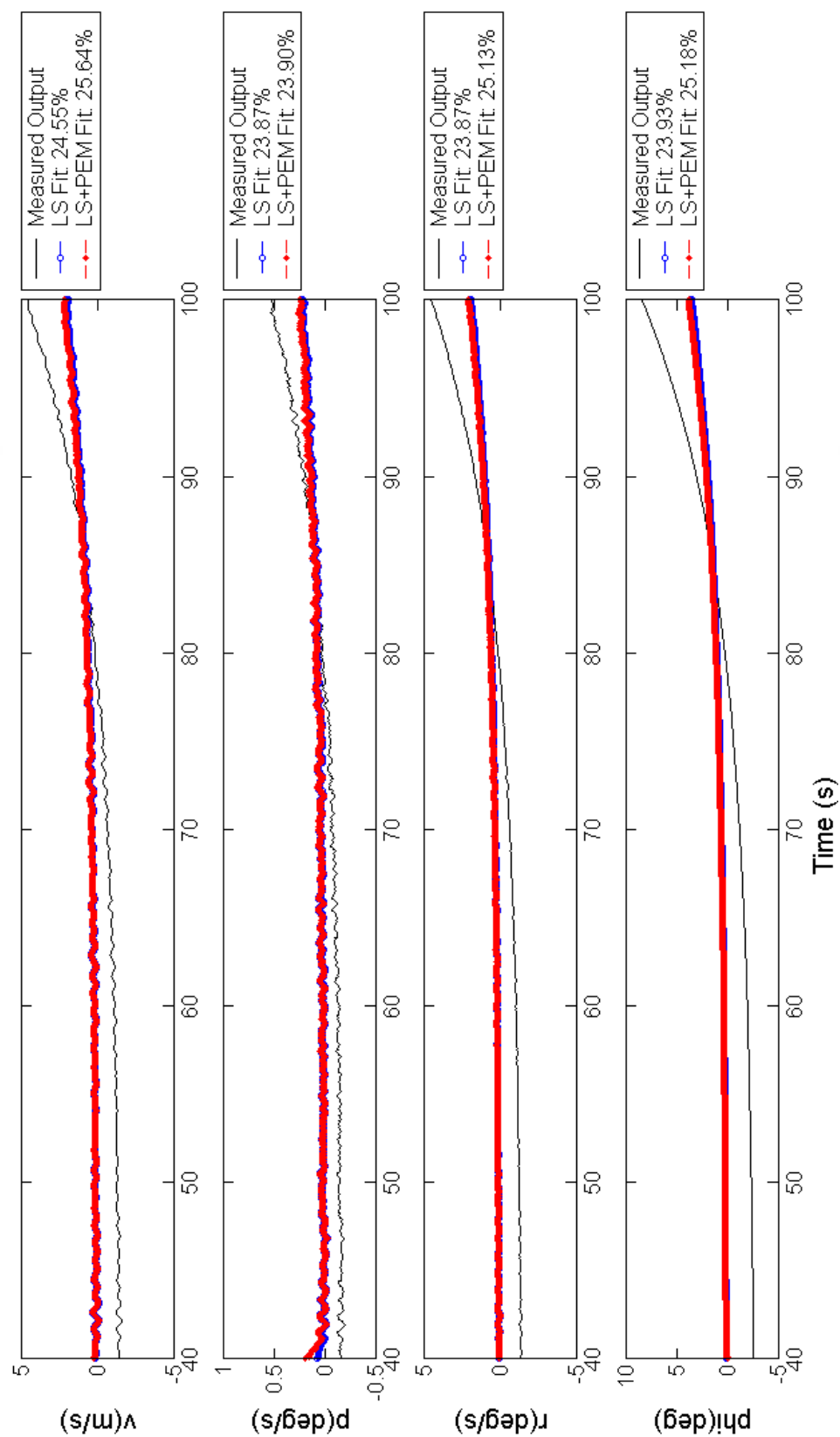


圖 4.13 橫向模擬實驗(1)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(驗證數據)

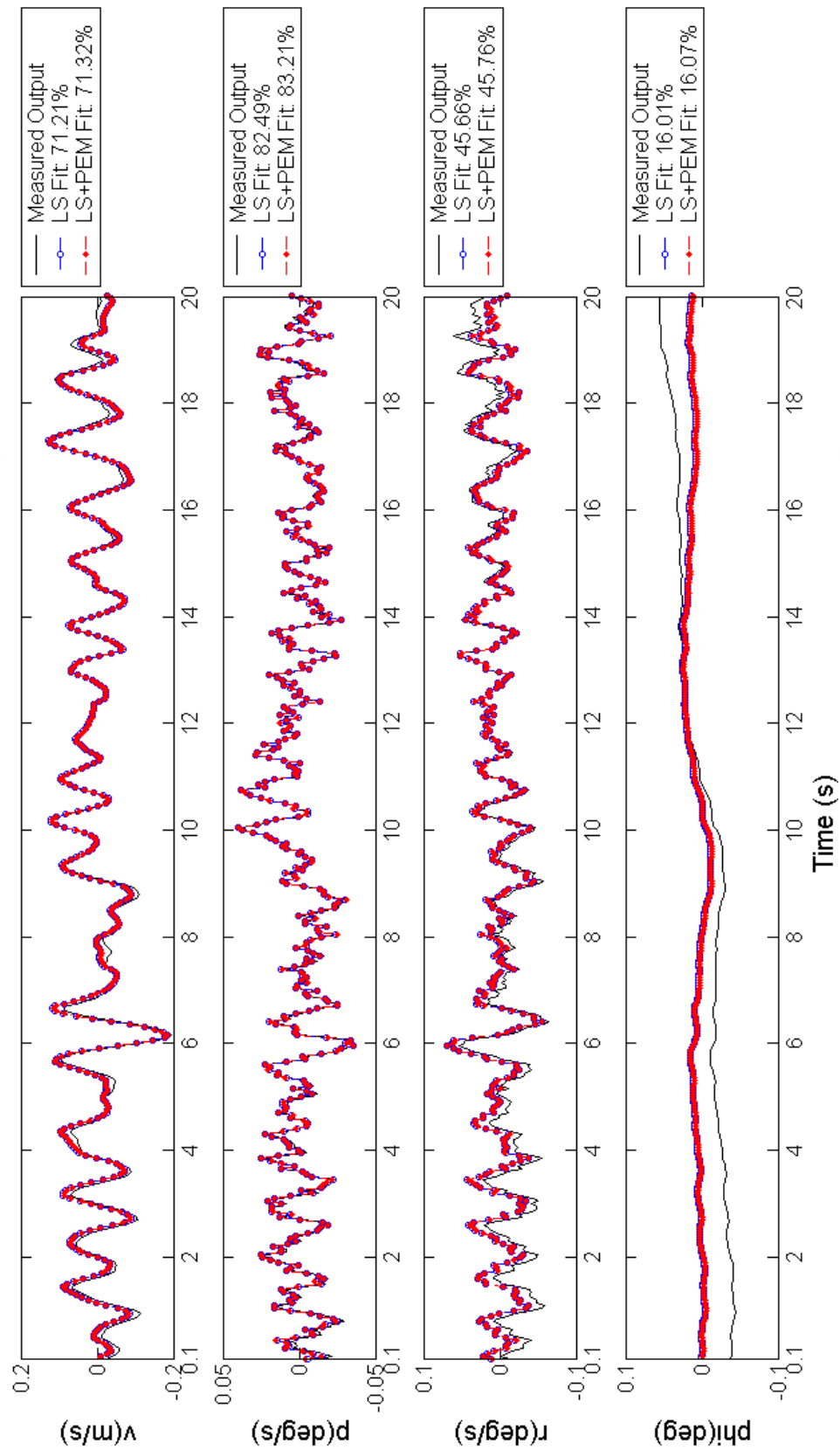


圖 4.14 橫向模擬實驗(2)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(識別數據)

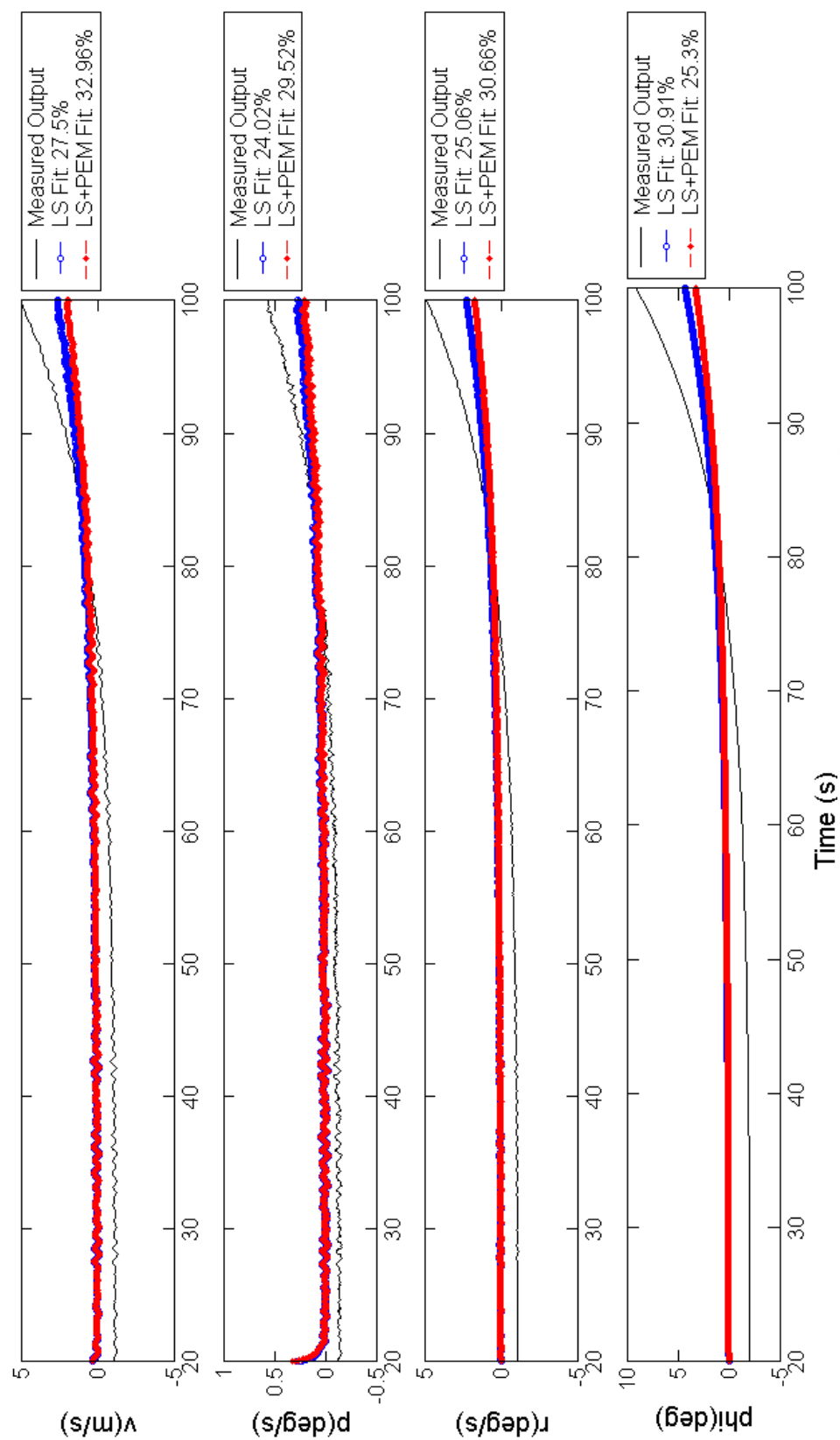


圖 4.15 橫向模擬實驗(2)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(驗證數據)

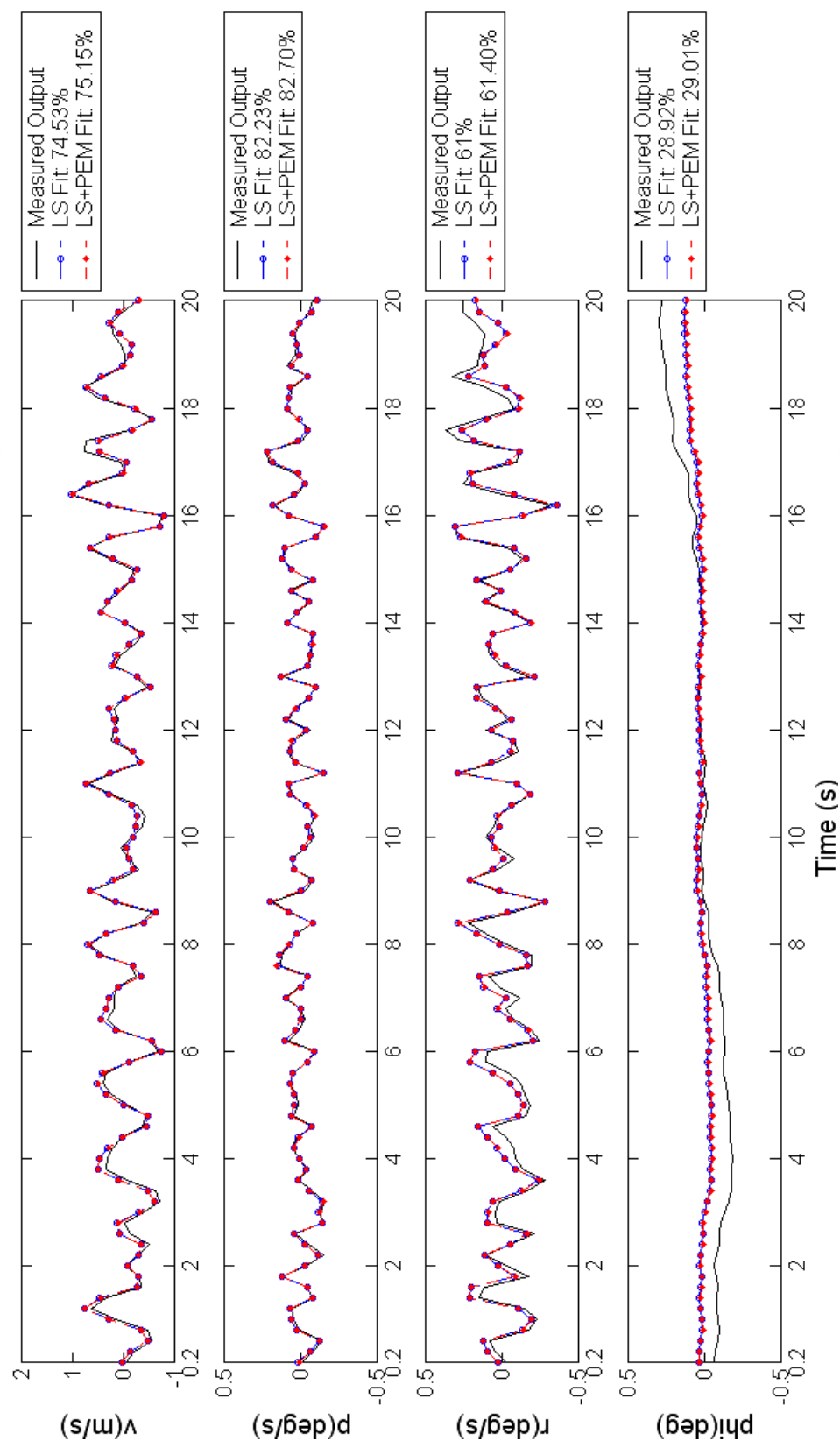


圖 4.16 橫向模擬實驗(3)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(識別數據)

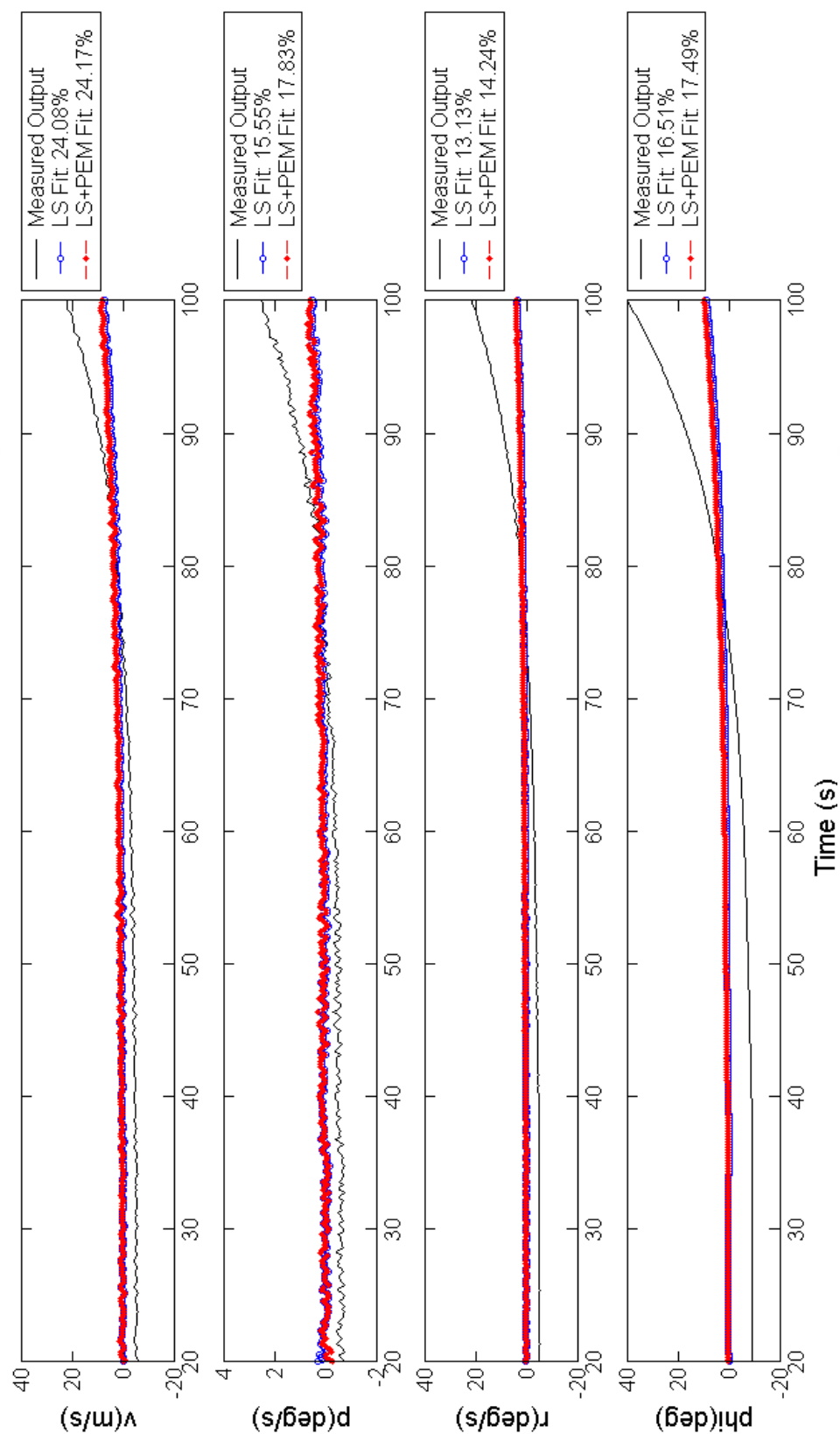


圖 4.17 橫向模擬實驗(3)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(驗證數據)

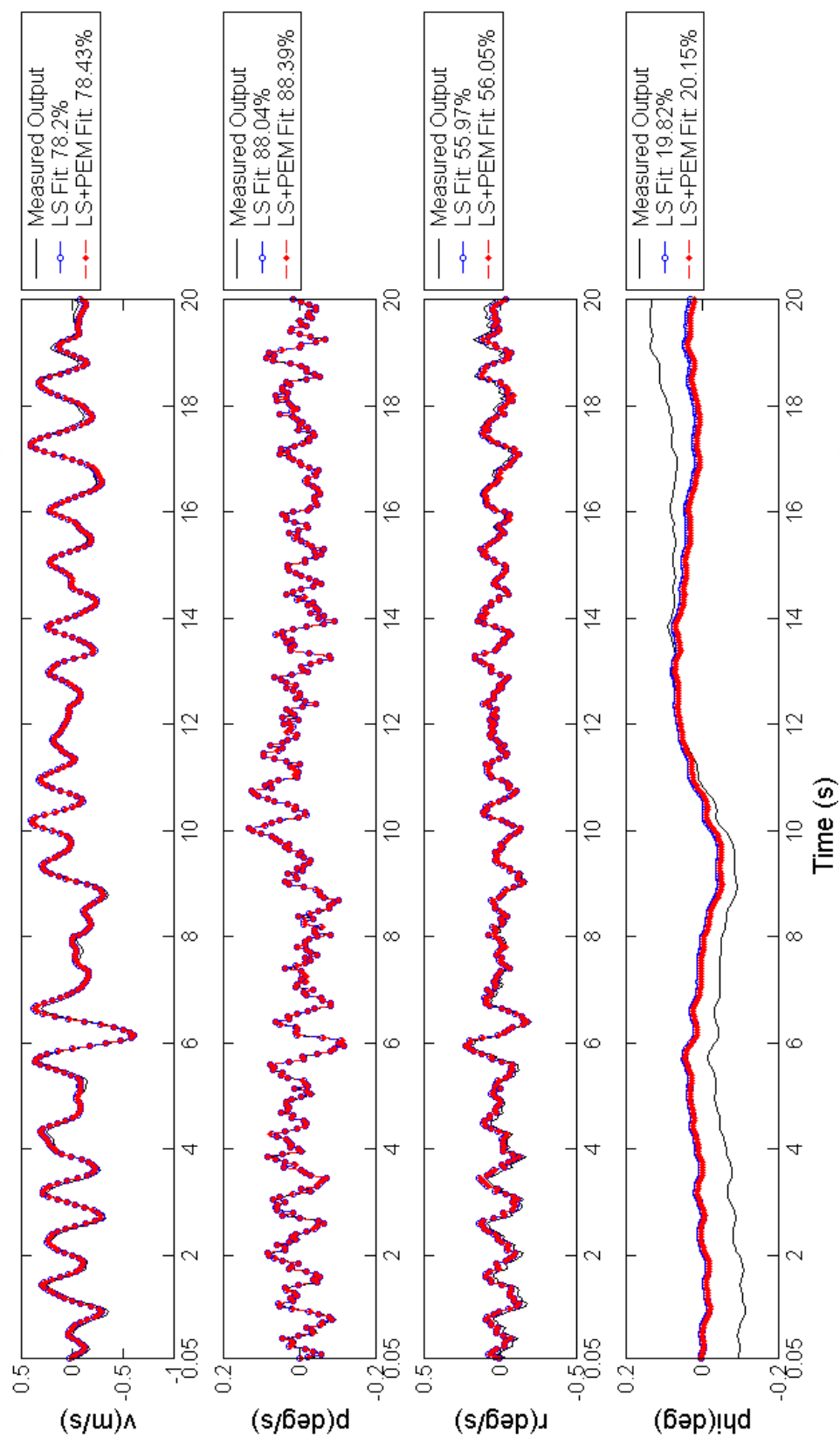


圖 4.18 橫向模擬實驗(4)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(識別數據)

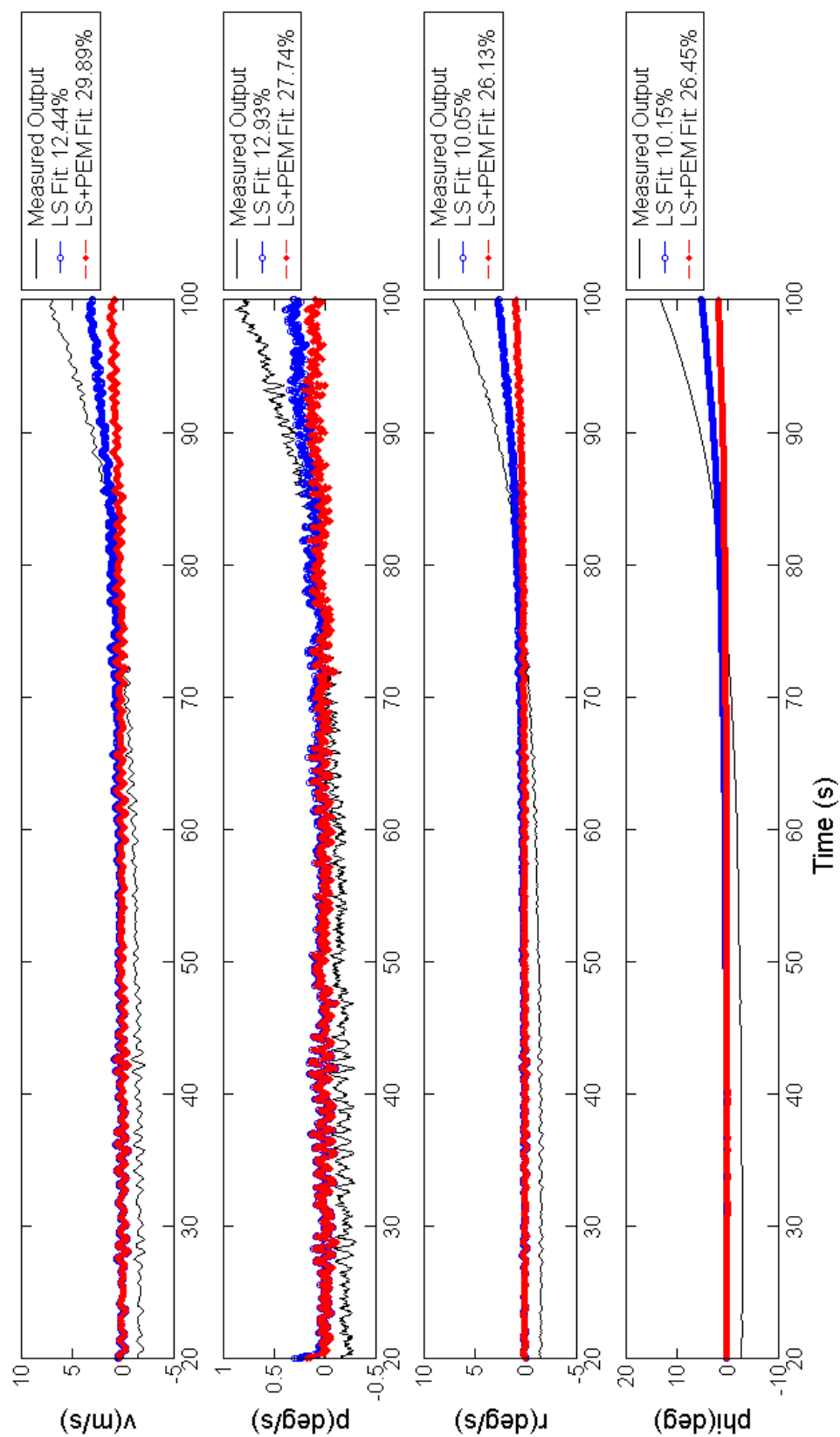


圖 4.19 橫向模擬實驗(4)-模型與模擬輸出之 fitness 程度(驗證數據)

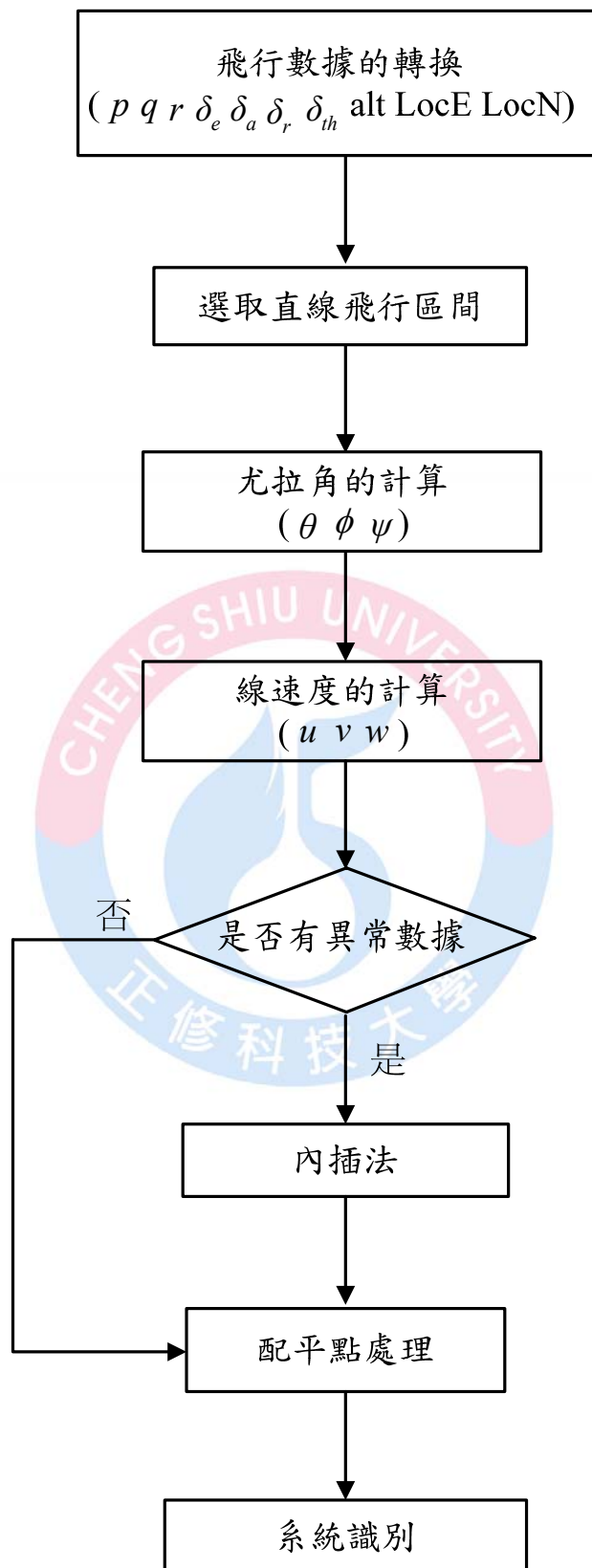


圖 5.1 前處理流程圖

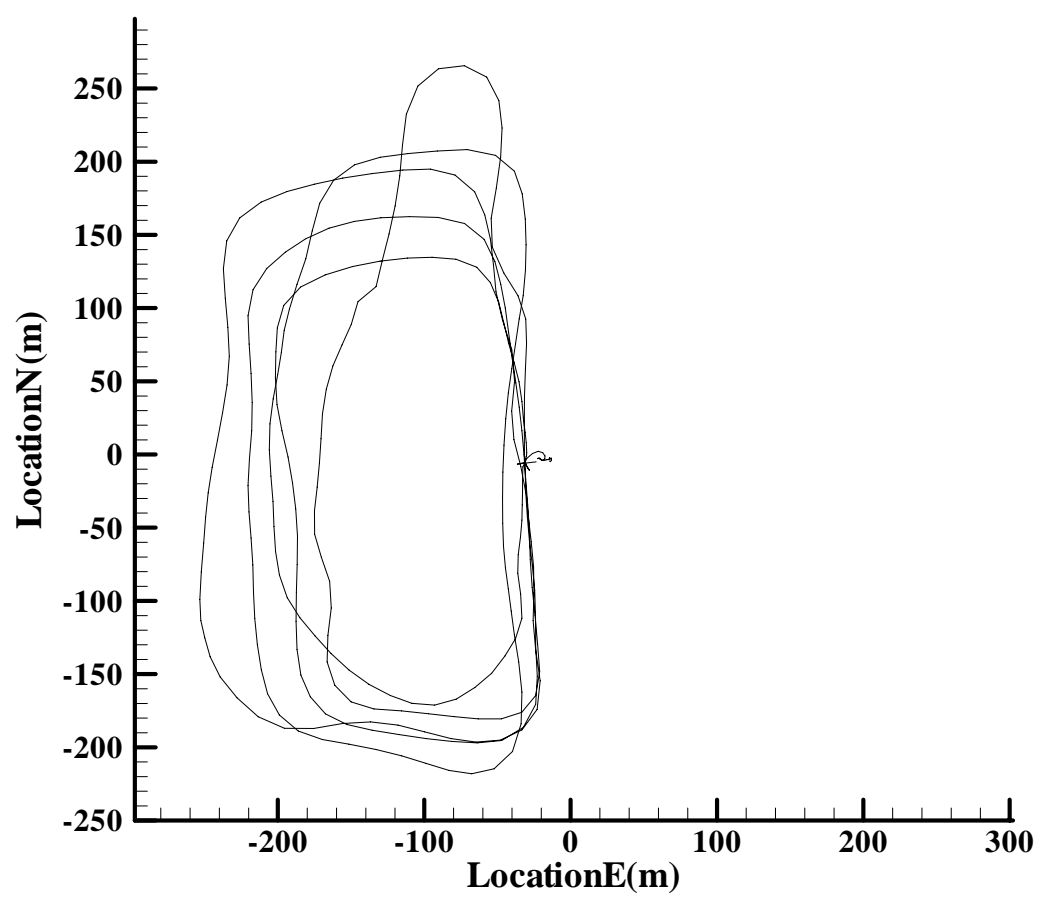


圖 5.2 實驗飛行軌跡圖

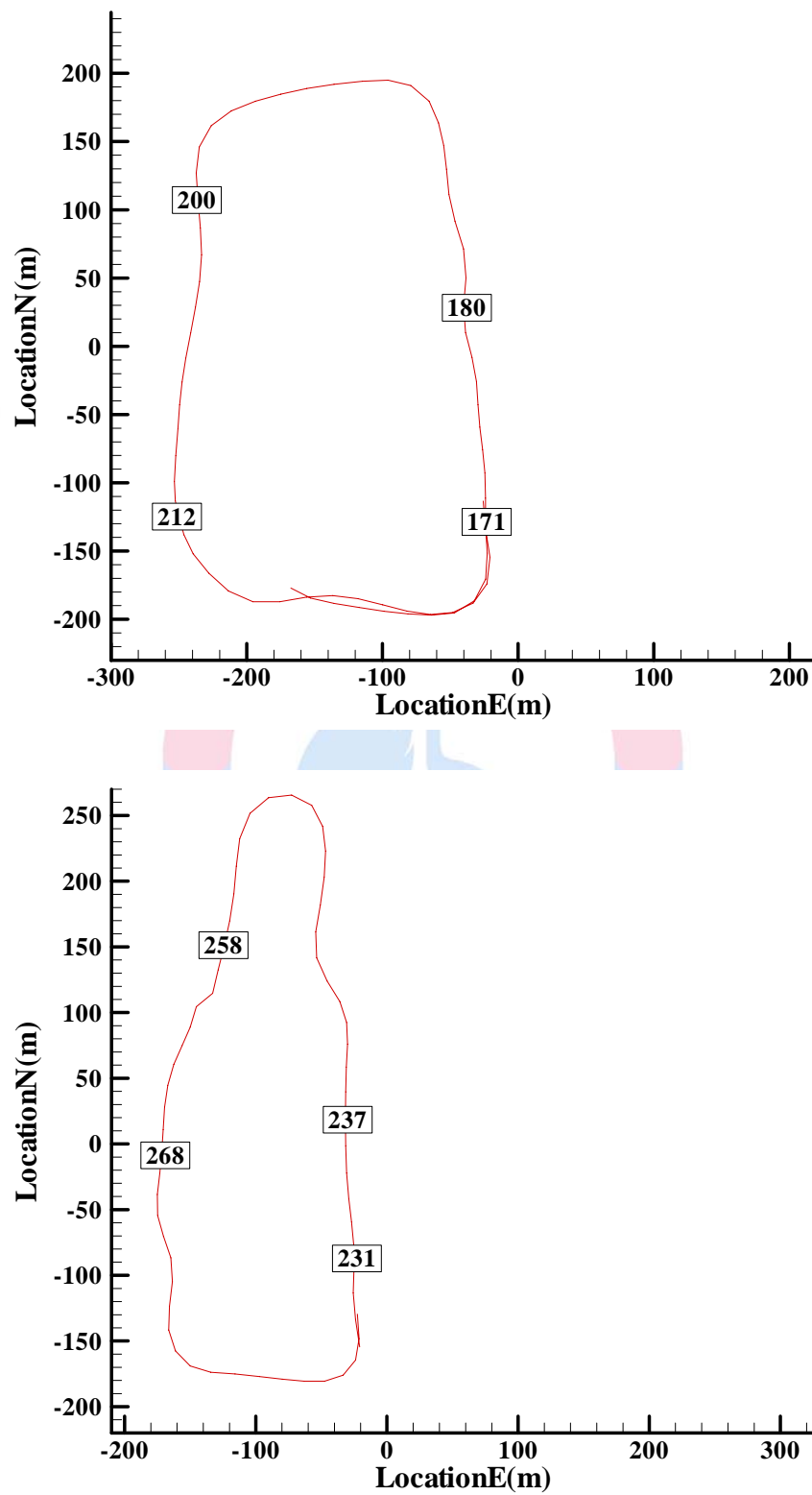


圖 5.3 縱向第 1,2,3,4 組直線飛行軌跡(標示的數字為飛行的時間)

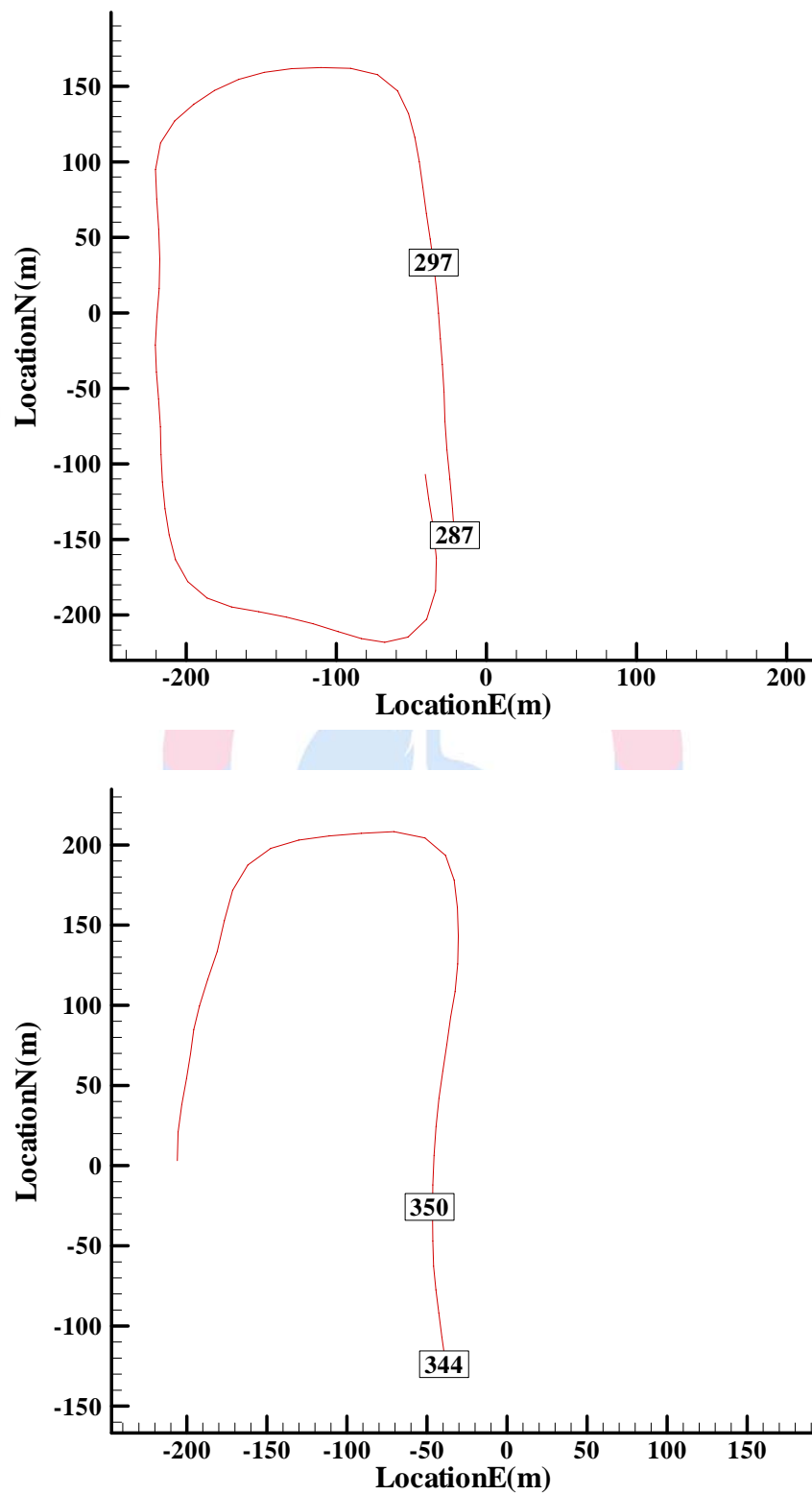


圖 5.4 縱向第 5,6 組直線飛行軌跡(標示的數字為代表飛行的時間)

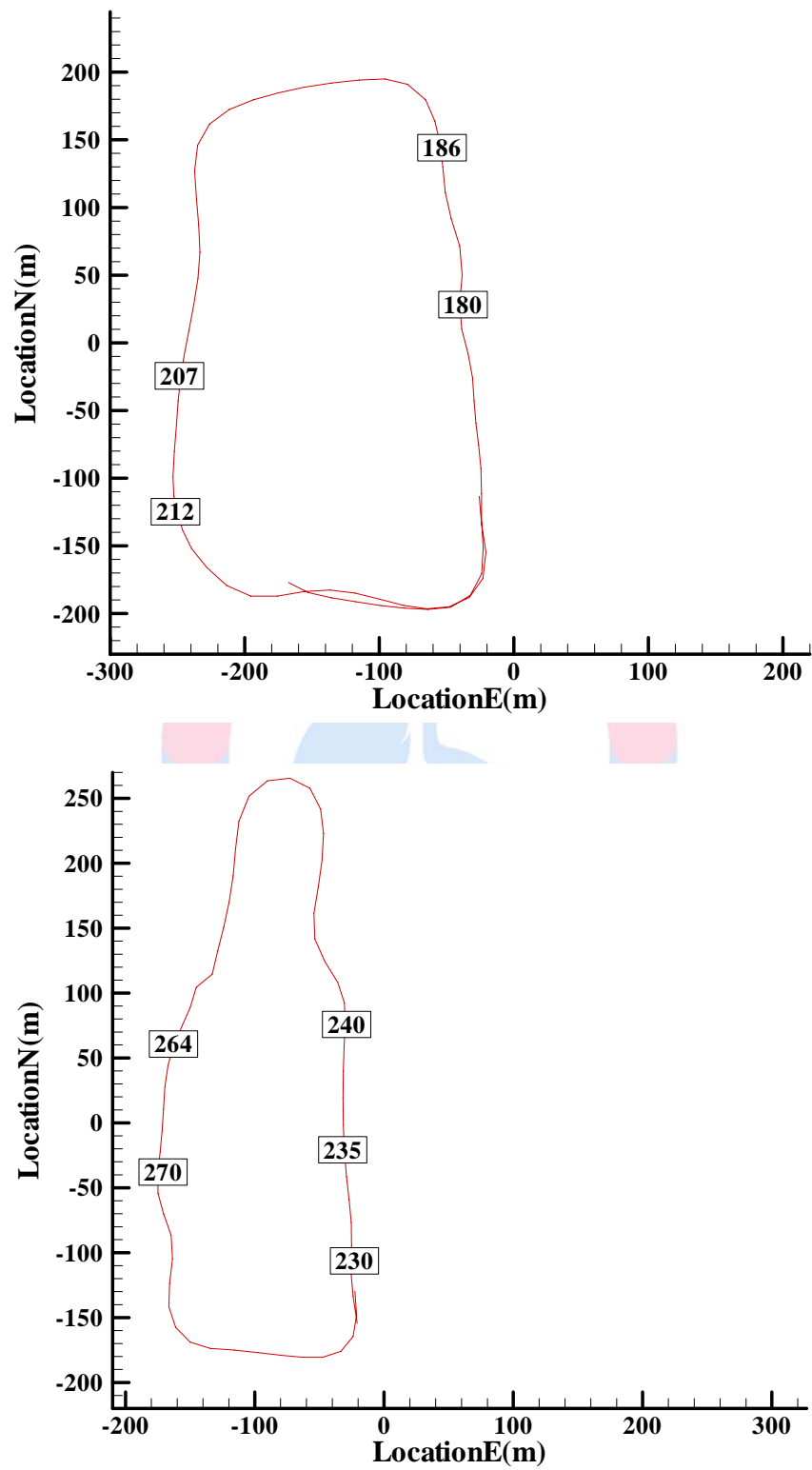


圖 5.5 橫向第 1,2,3,4,5 組直線飛行軌跡(標示的數字為代表飛行的時間)

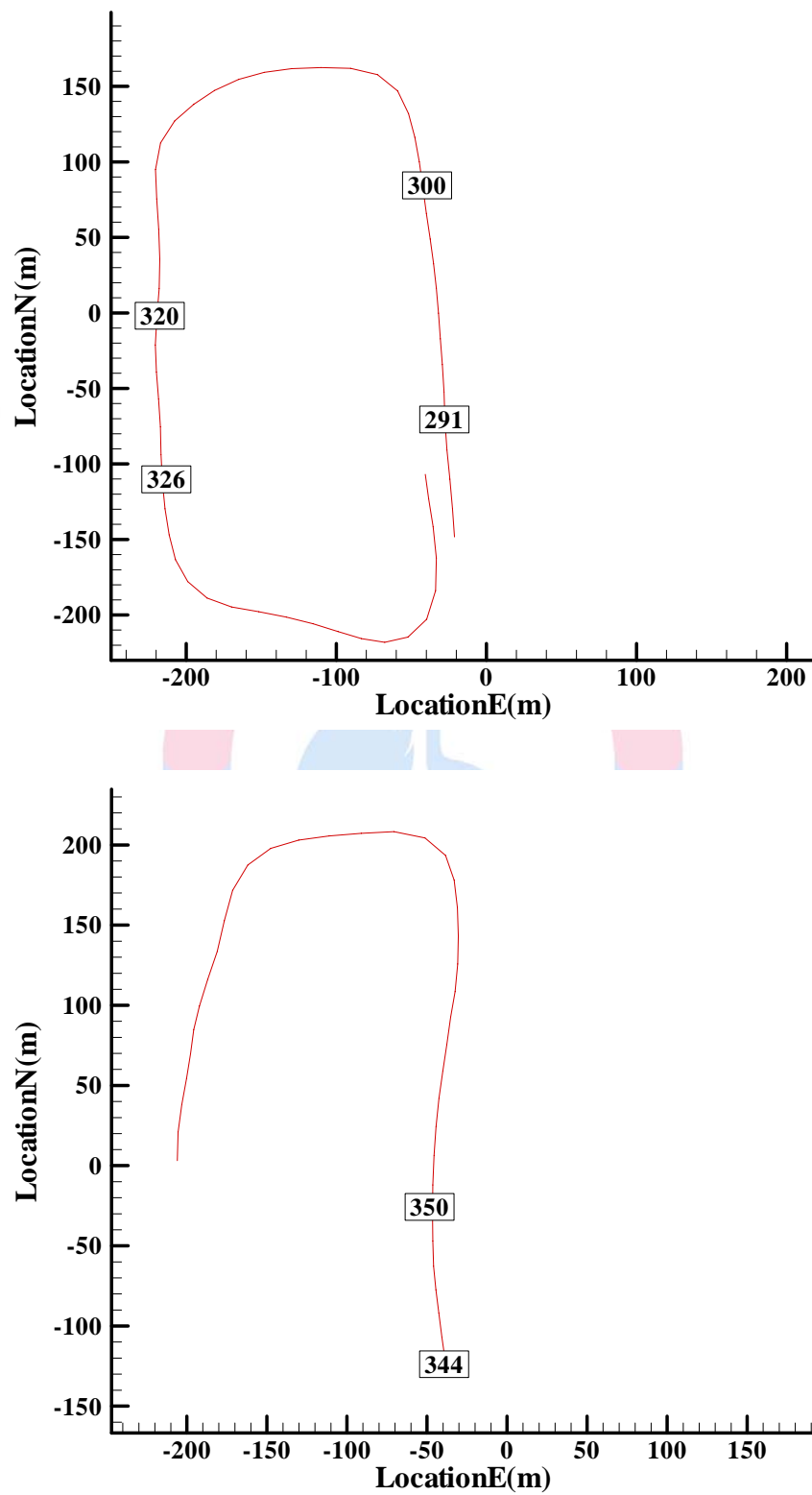


圖 5.6 橫向第 7,8 組直線飛行軌跡(標示的數字為飛行的時間)

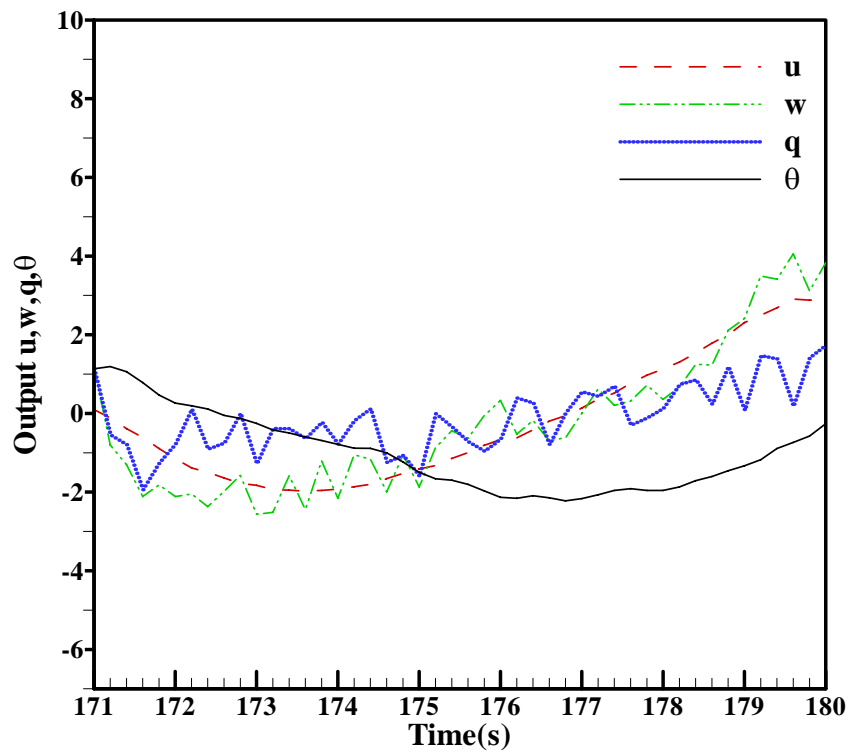
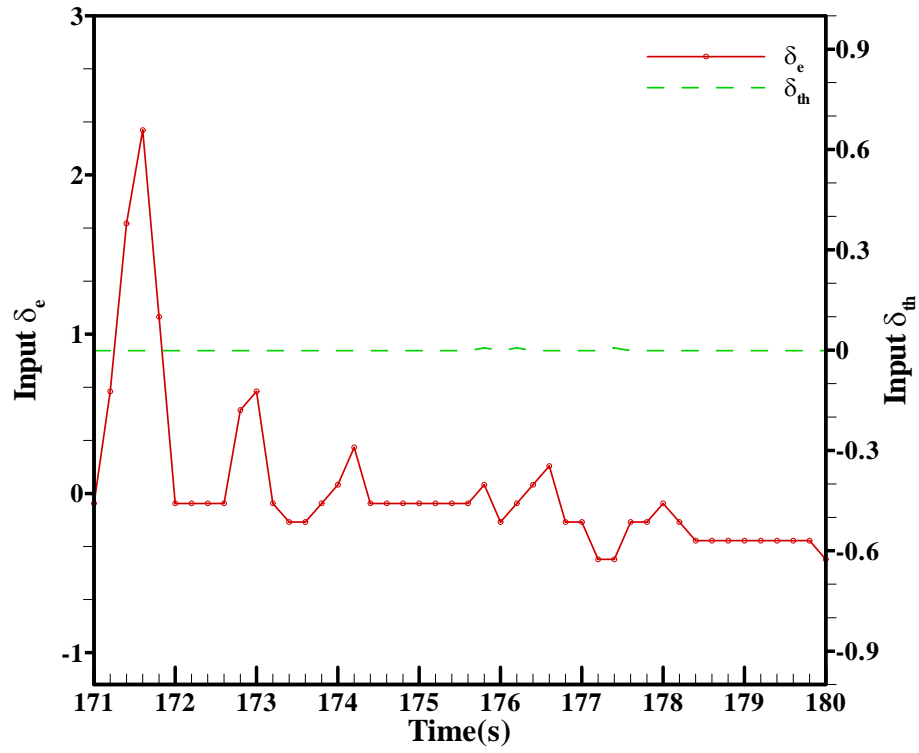


圖 5.7 縱向第 1 組輸入輸出數據

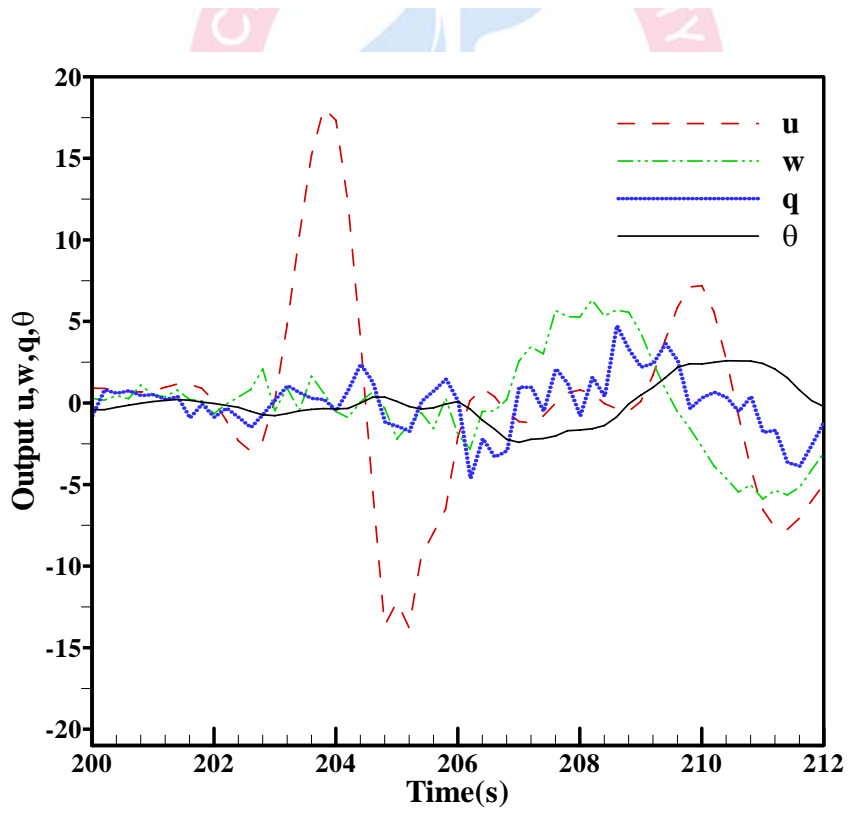
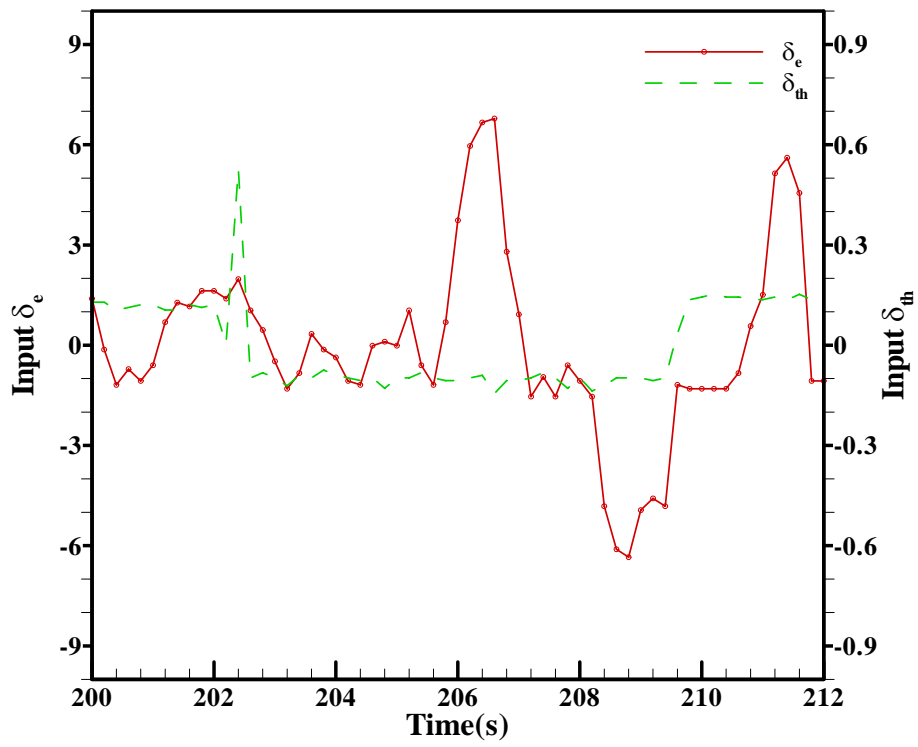


圖 5.8 縱向第 2 組輸入輸出數據

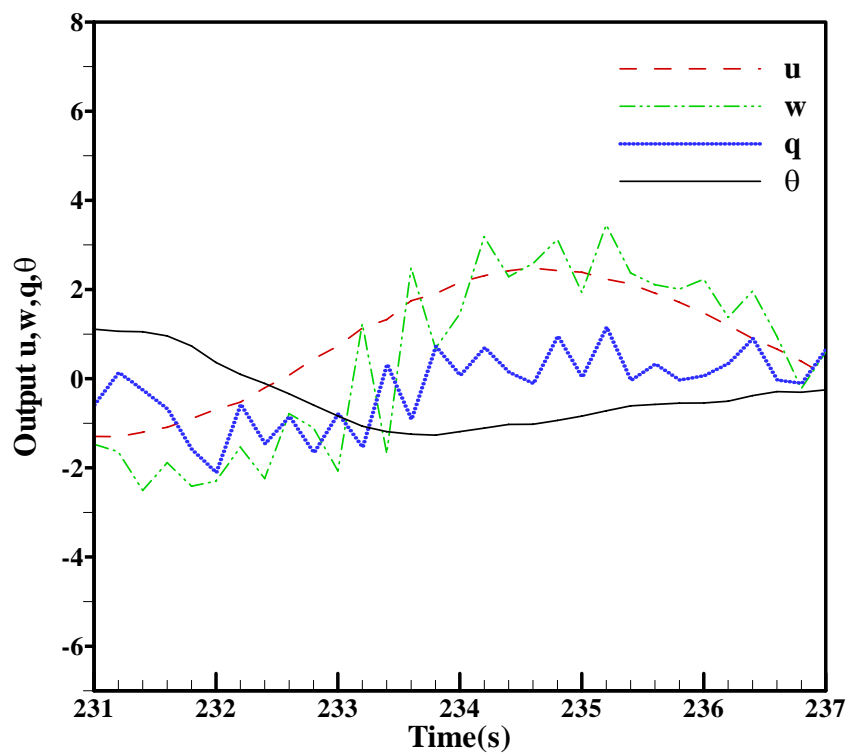
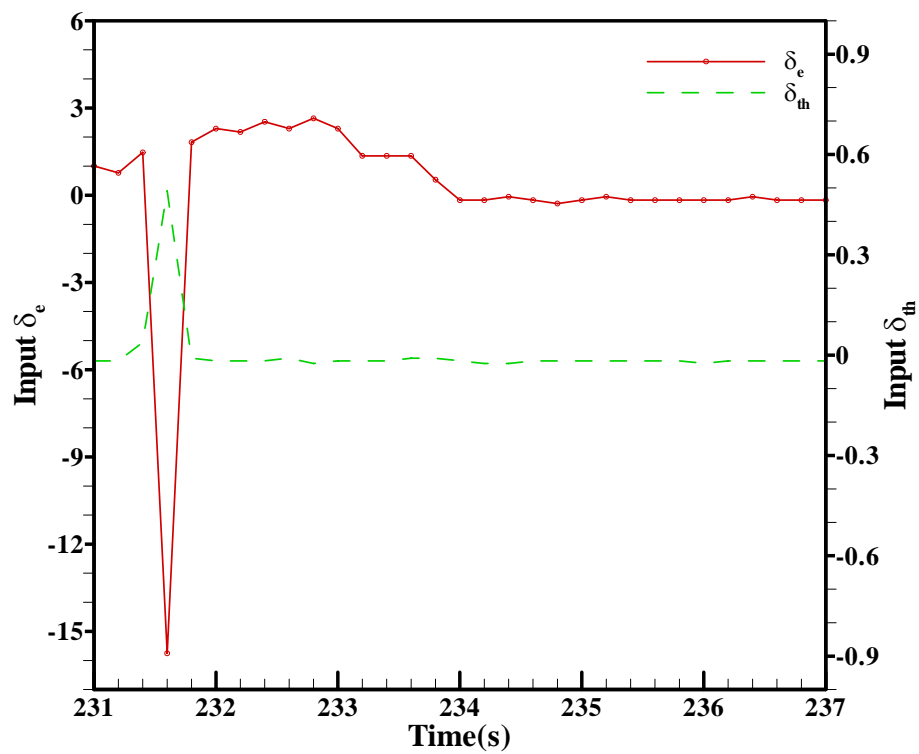


圖 5.9 縱向第 3 組輸入輸出數據

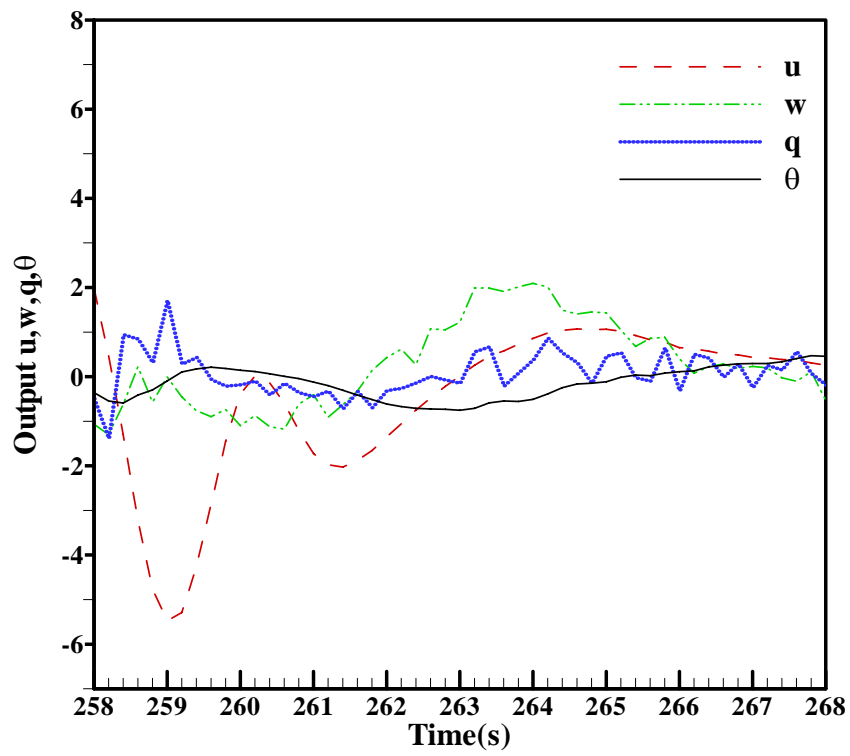
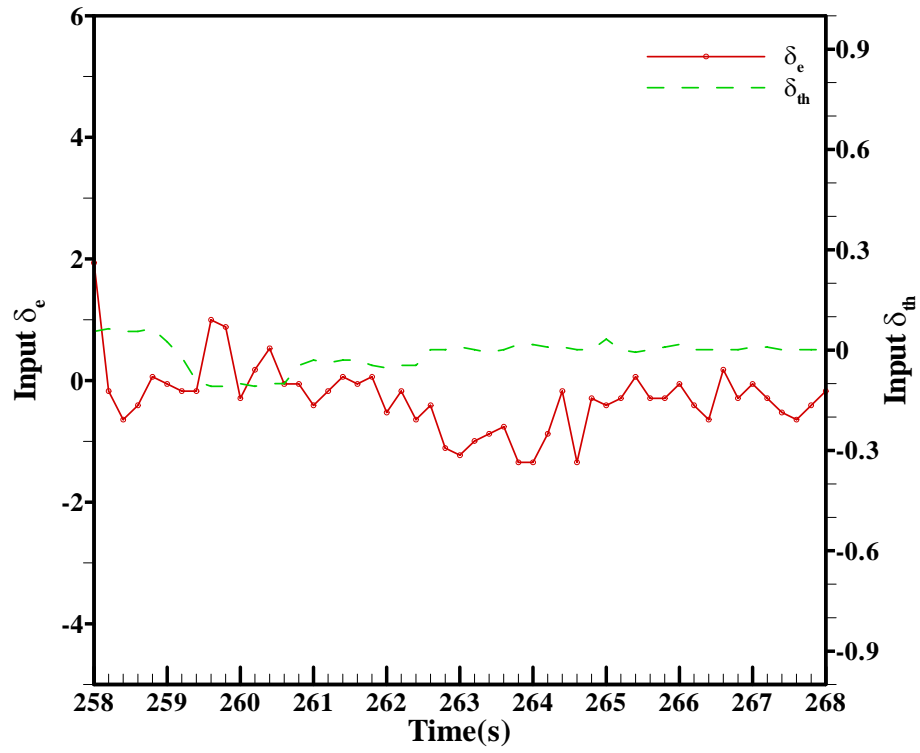


圖 5.10 縱向第 4 組輸入輸出數據

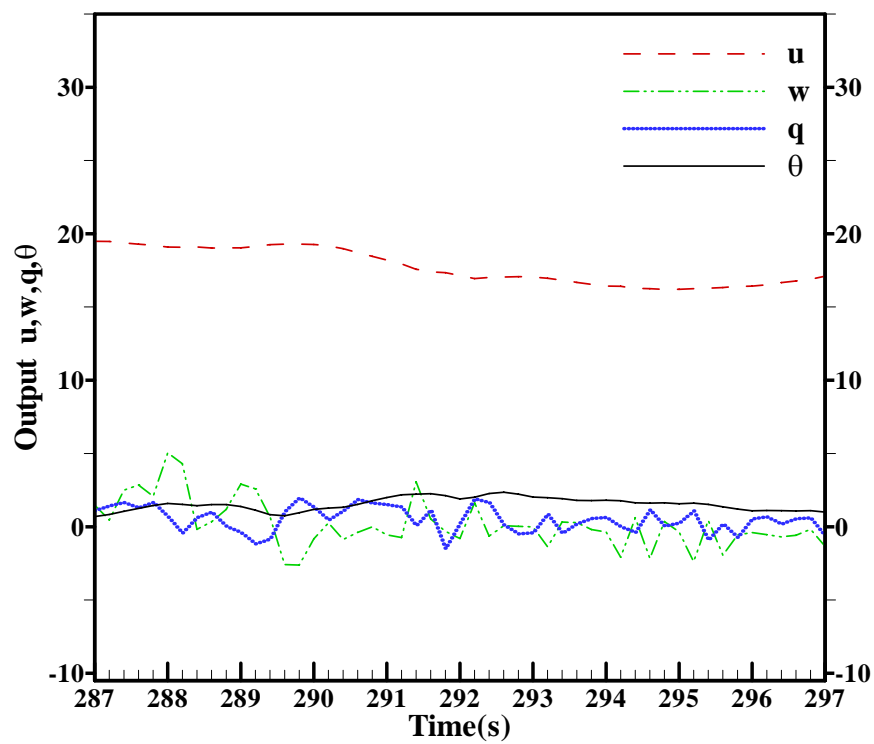
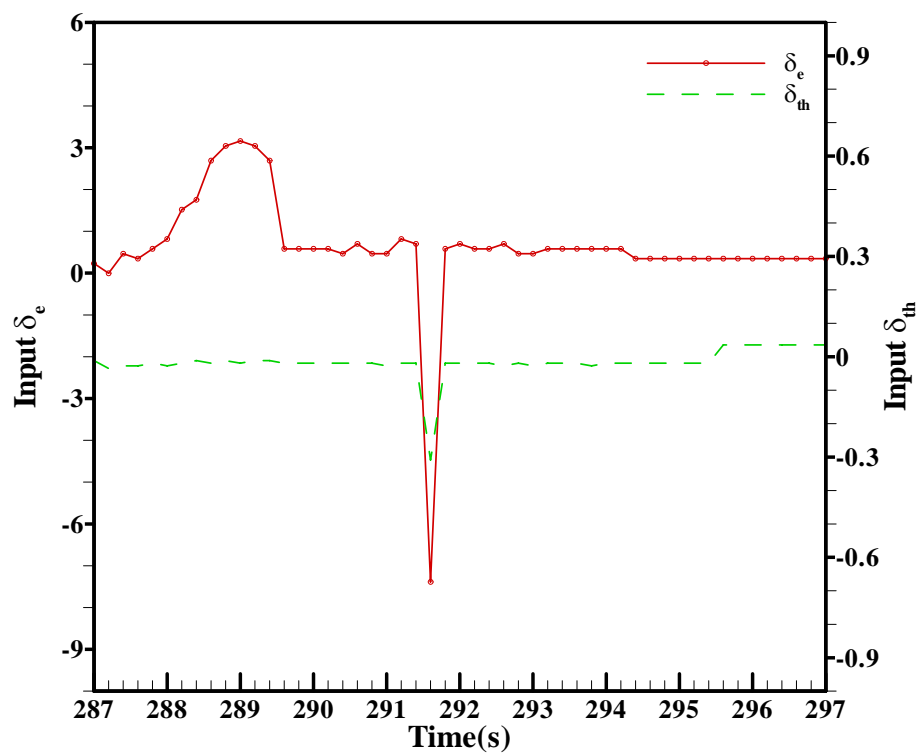


圖 5.11 縱向第 5 組輸入輸出數據

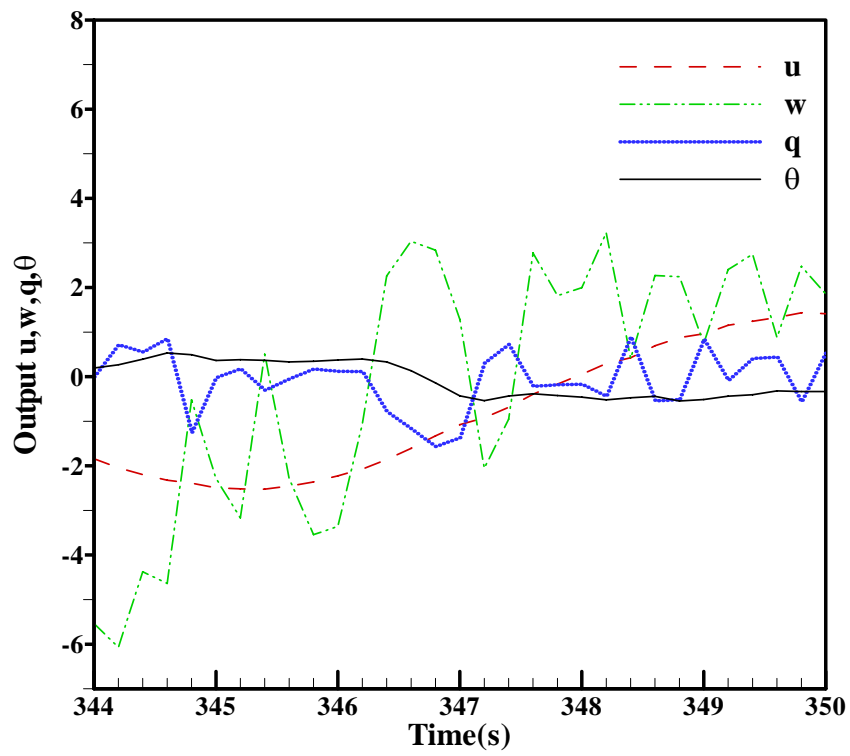
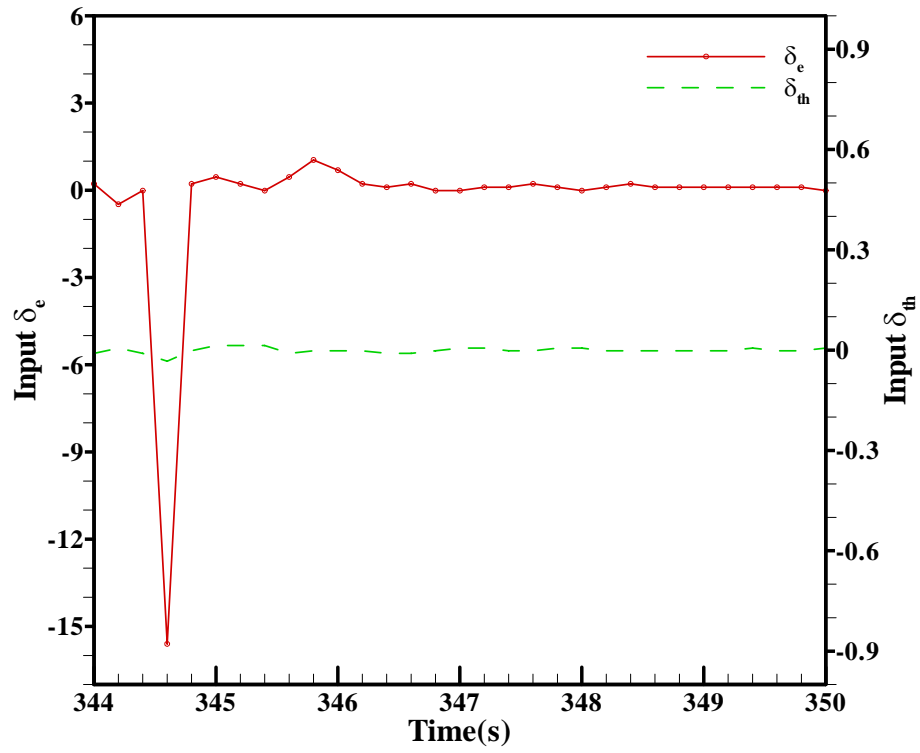


圖 5.12 縱向第 6 組輸入輸出數據

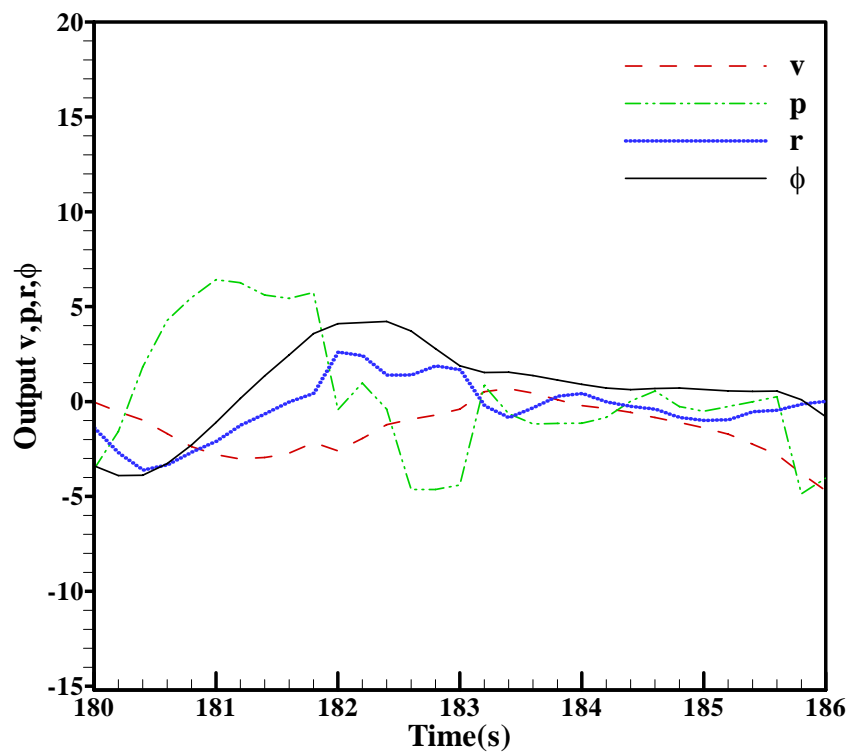
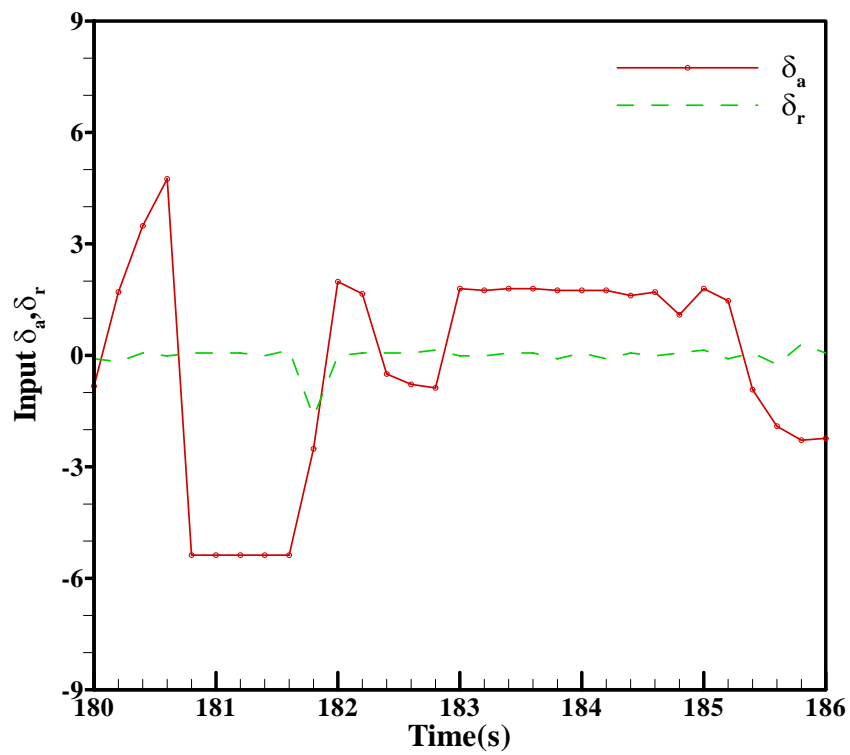


圖 5.13 橫向第 1 組輸入輸出數據

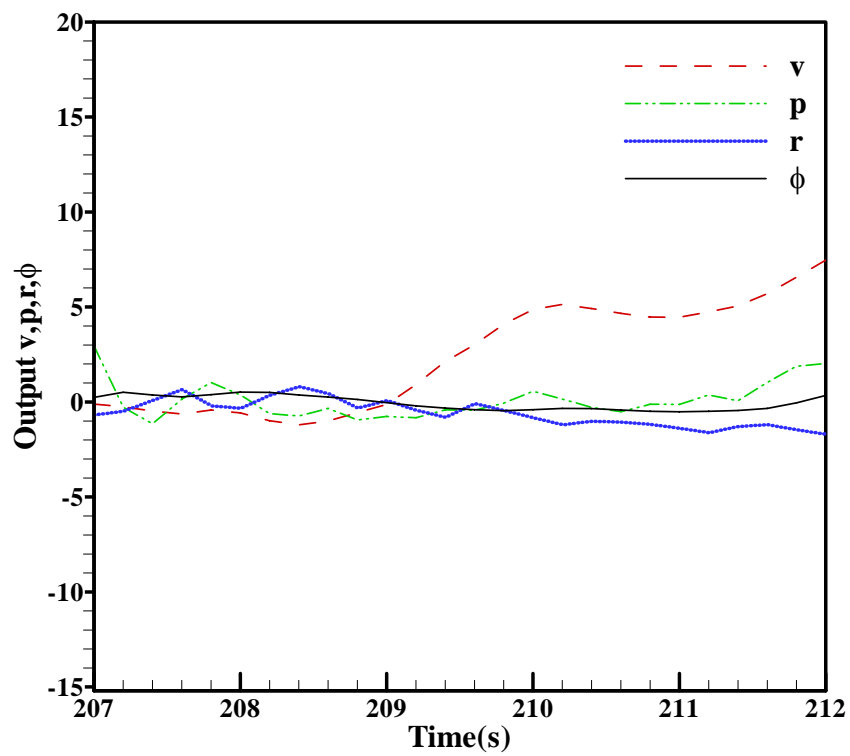
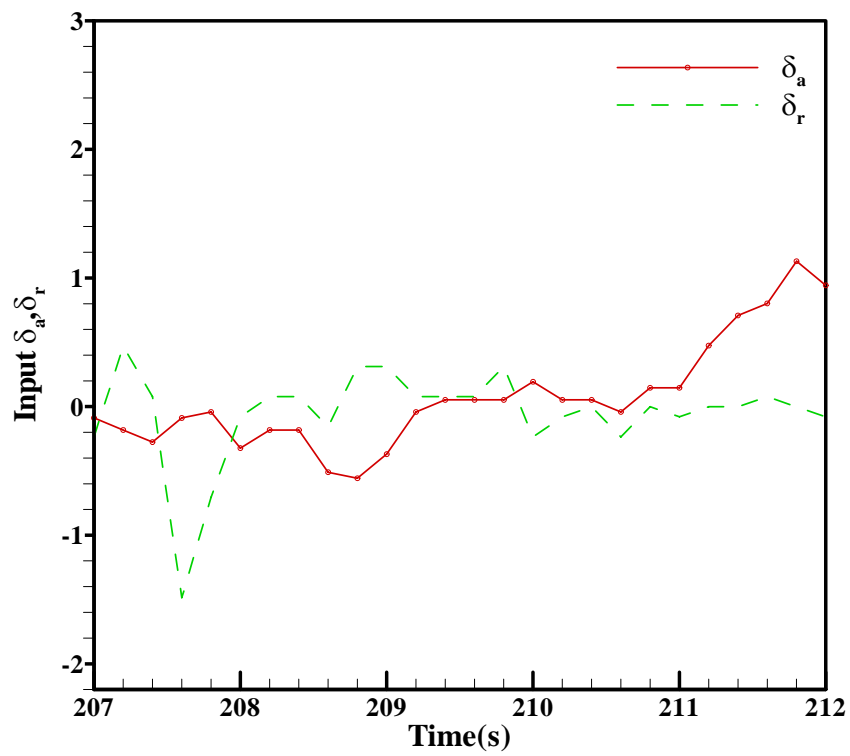


圖 5.14 橫向第 2 組輸入輸出數據

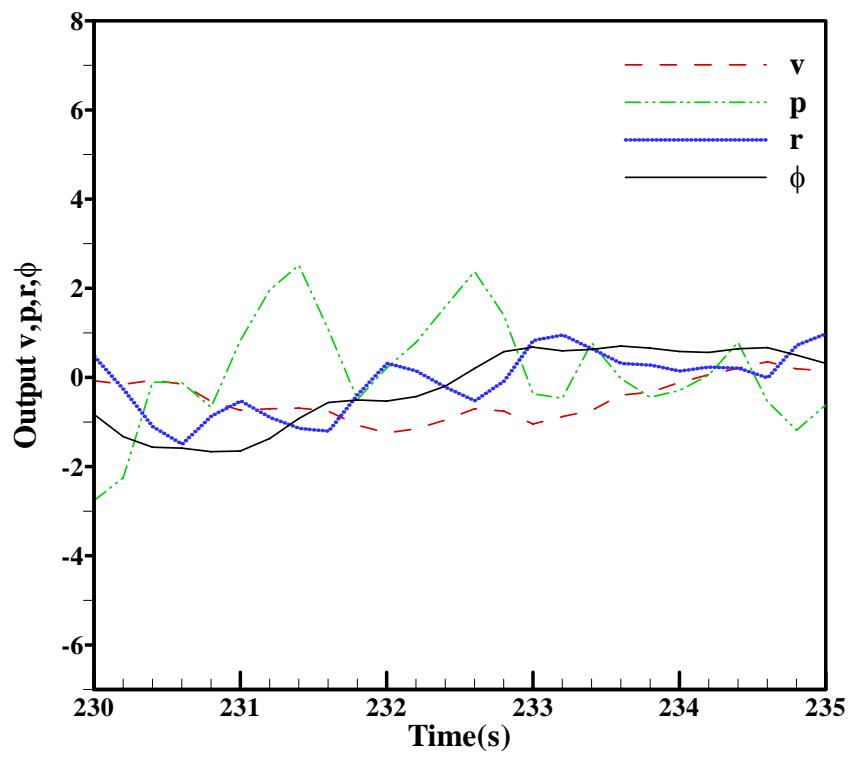
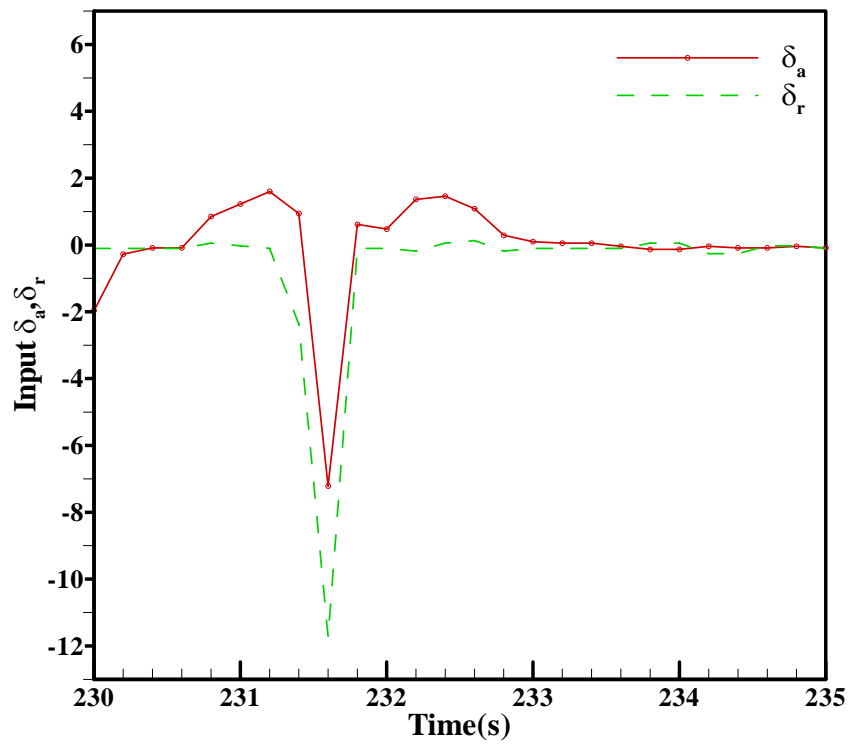


圖 5.15 橫向第 3 組輸入輸出數據

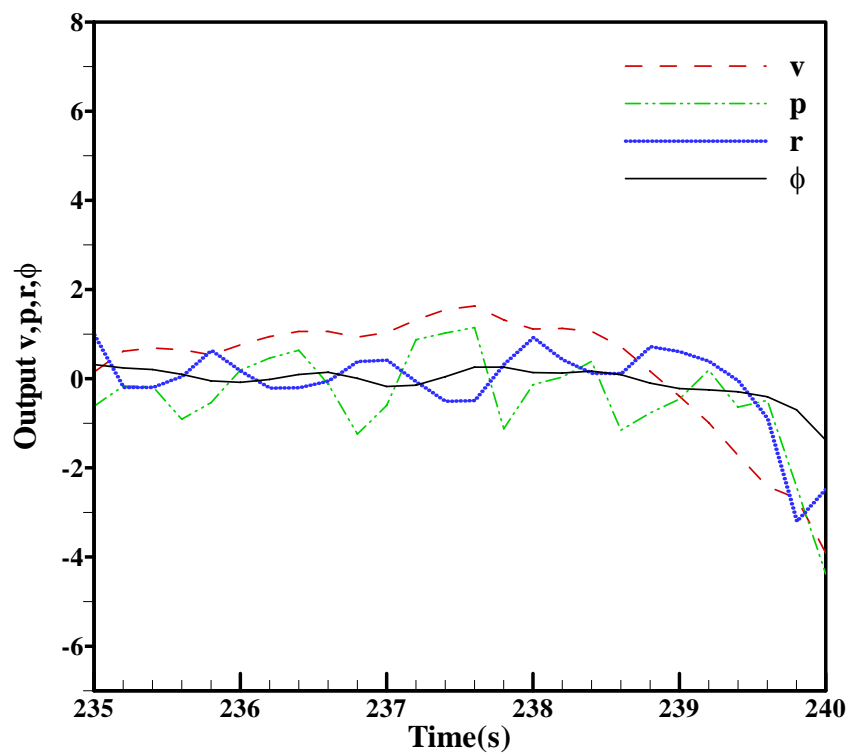
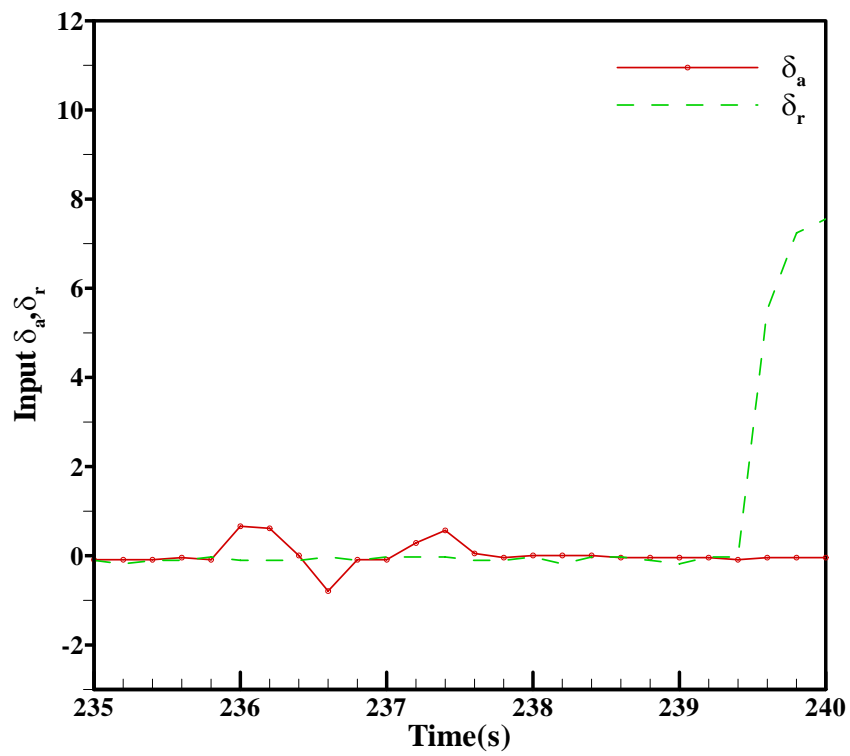


圖 5.16 橫向第 4 組輸入輸出數據

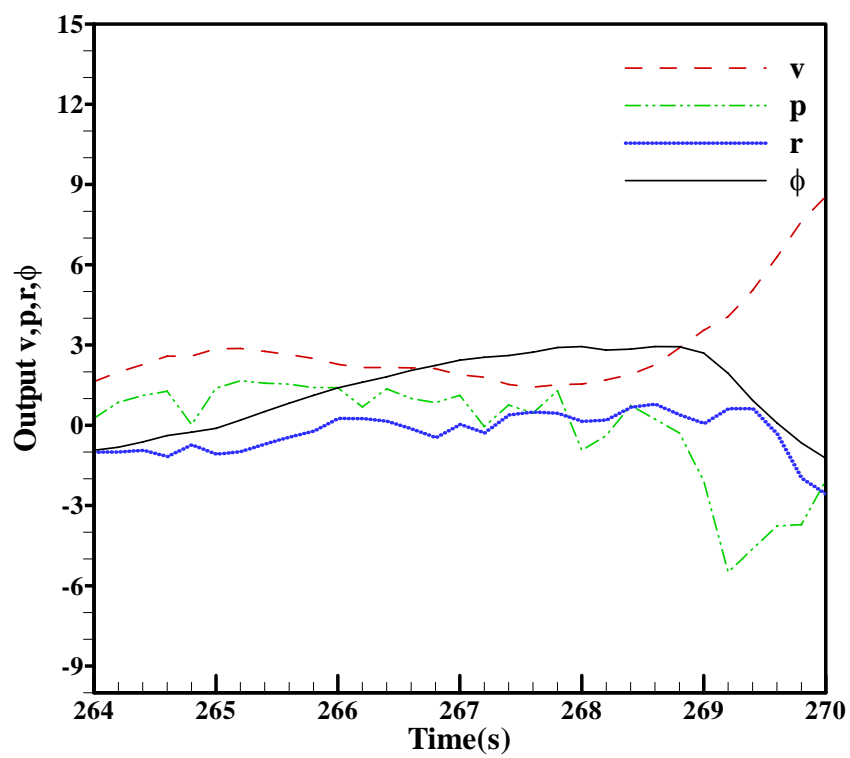
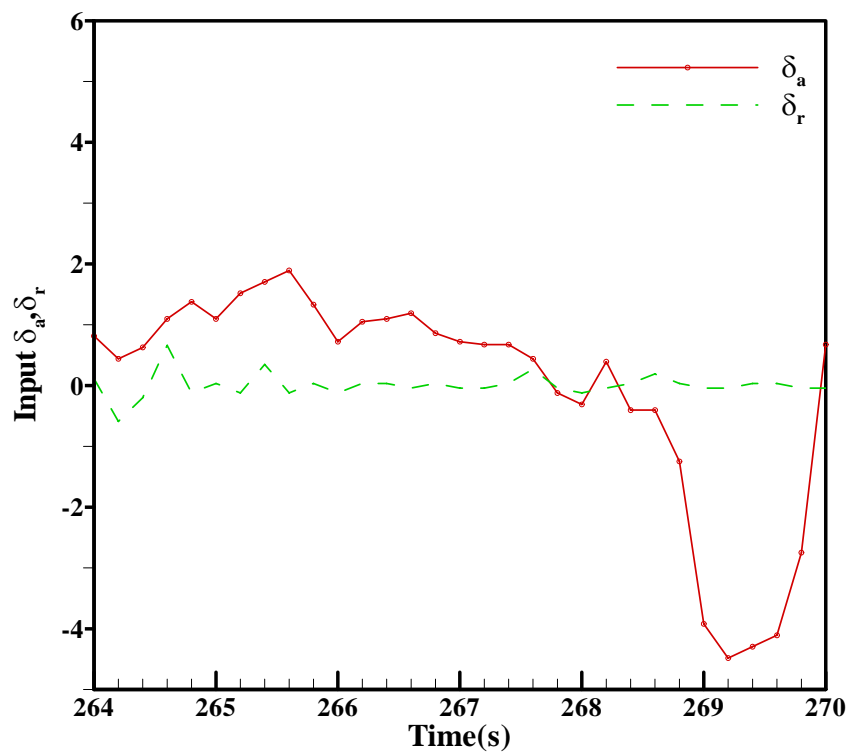


圖 5.17 橫向第 5 組輸入輸出數據

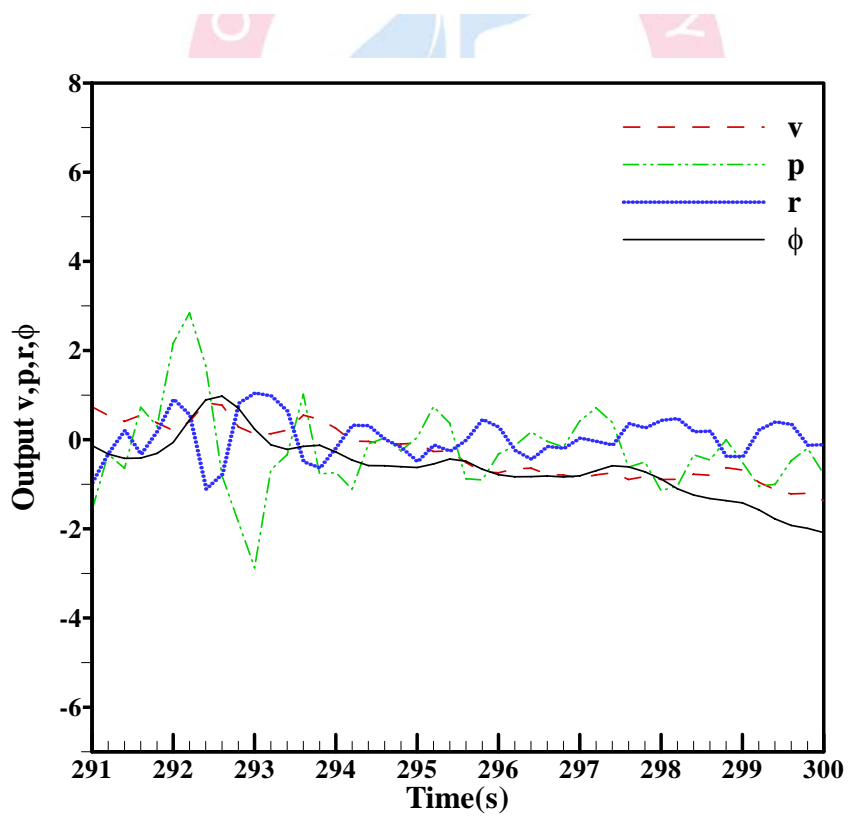
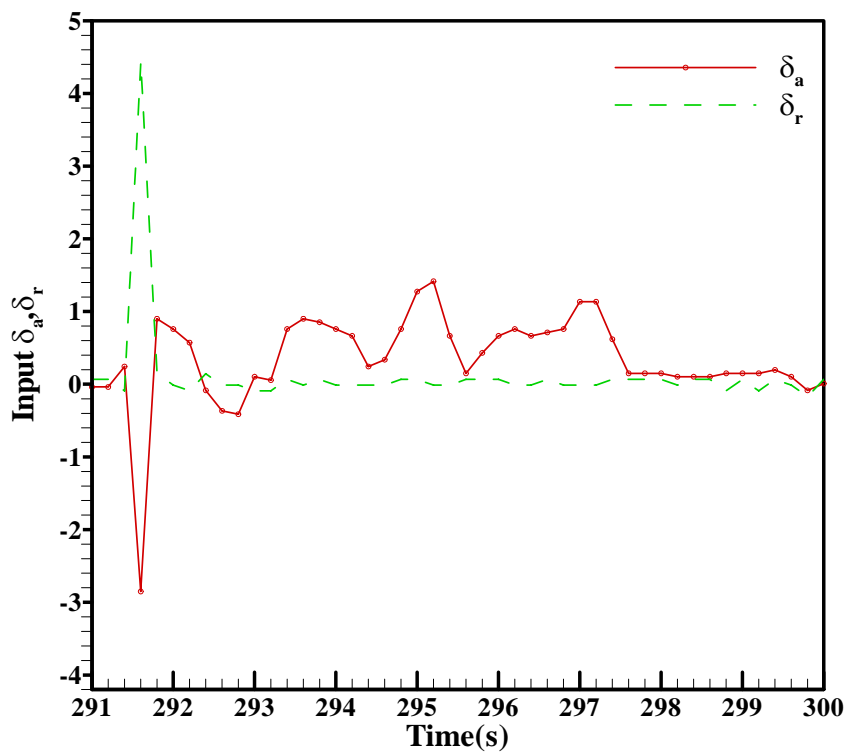


圖 5.18 橫向第 6 組輸入輸出數據

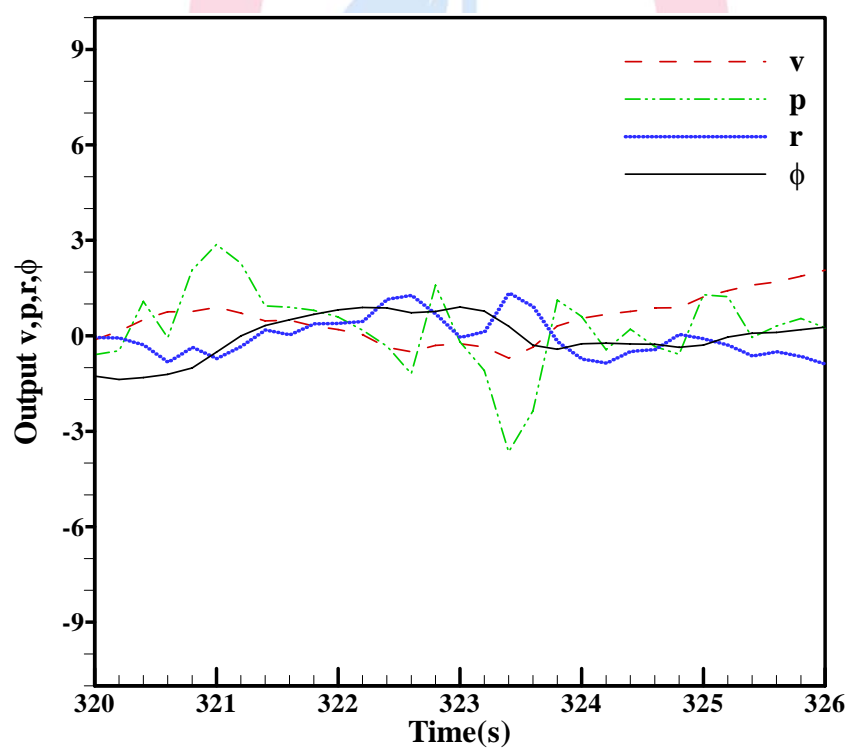
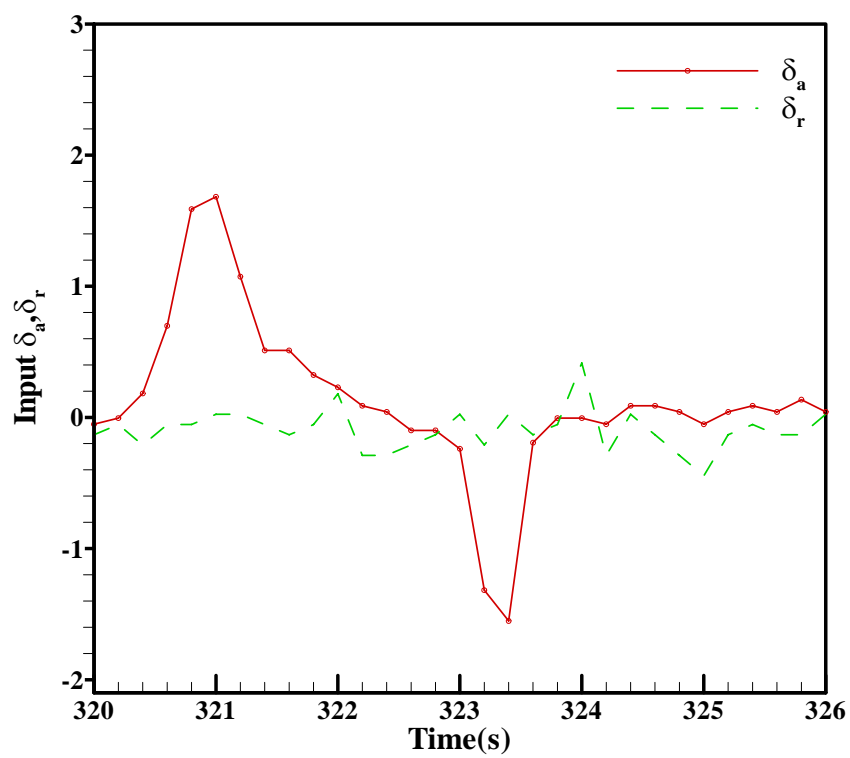


圖 5.19 橫向第 7 組輸入輸出數據

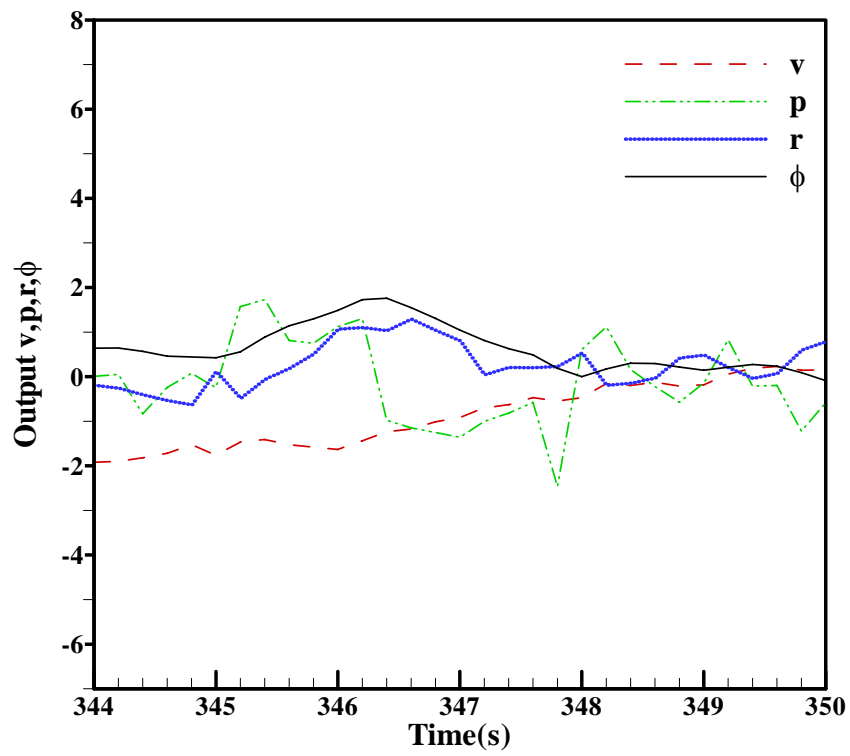
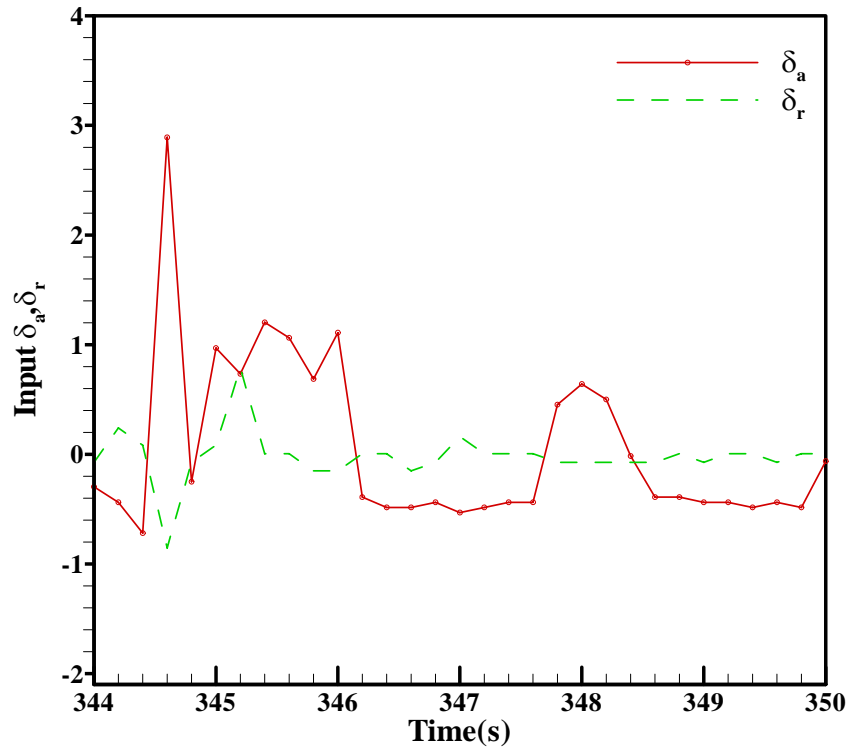


圖 5.20 橫向第 8 組輸入輸出數據

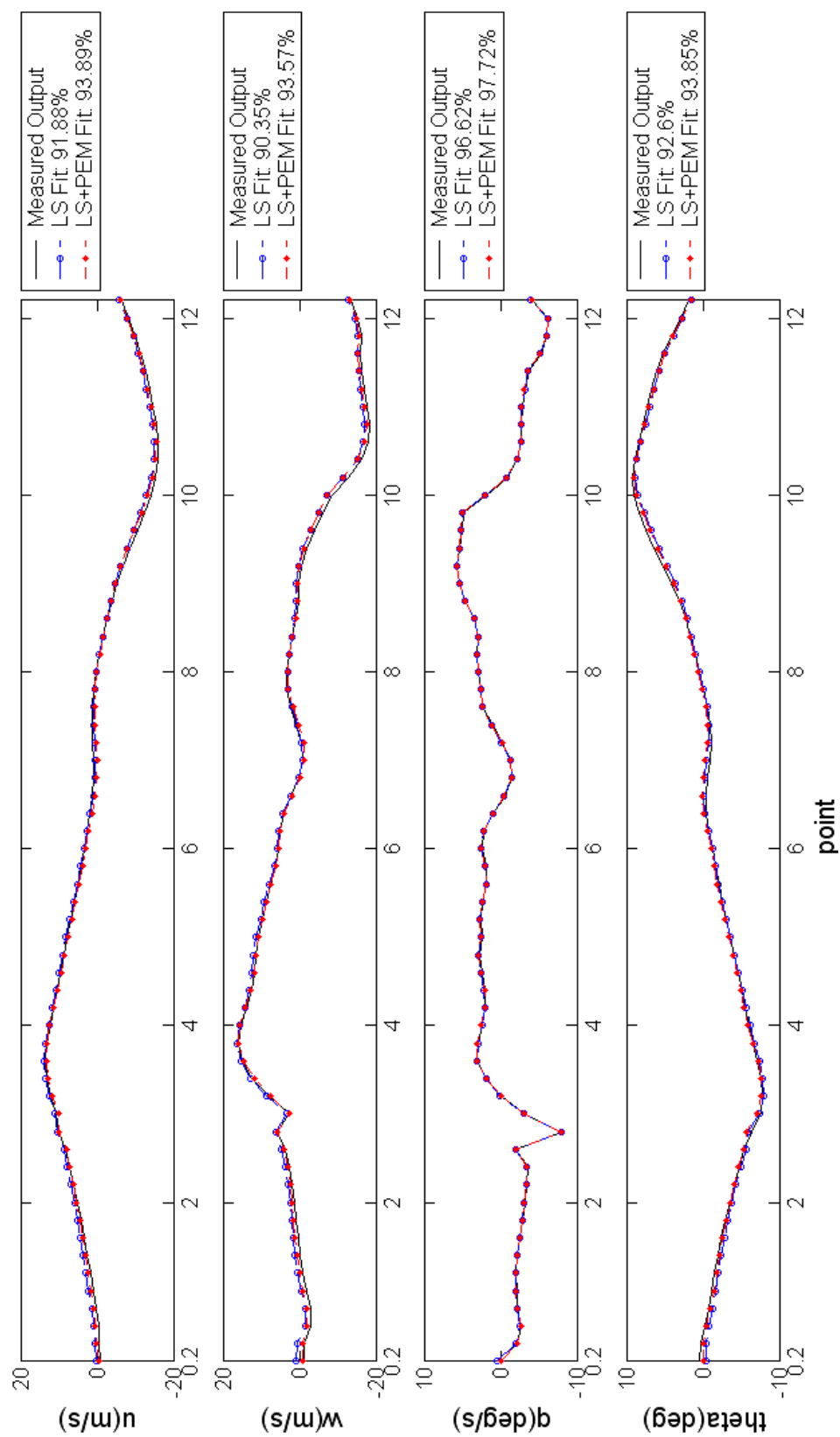


圖 5.21 縱向第 2 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(識別數據)

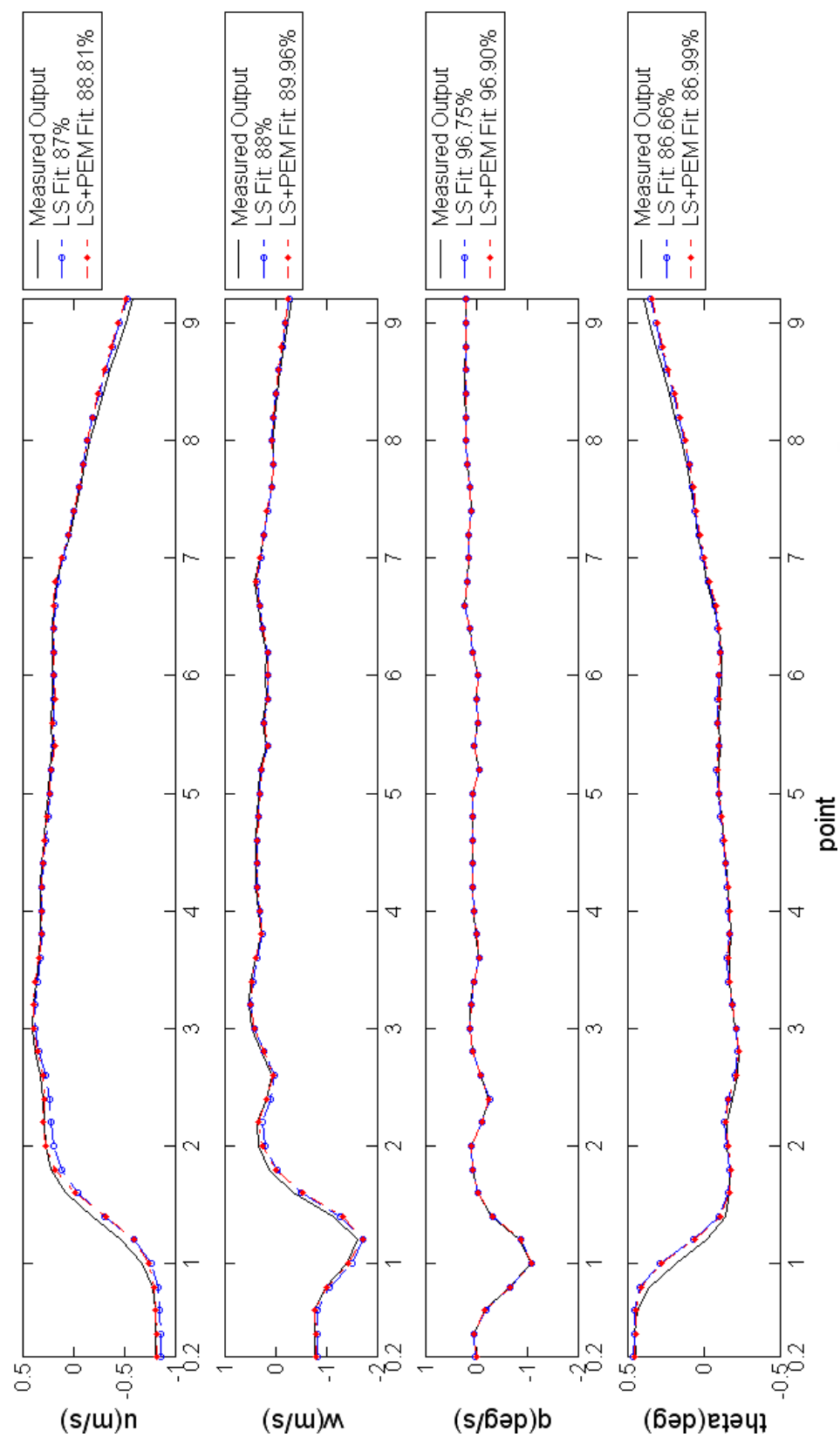


圖 5.22 縱向第 1 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據)

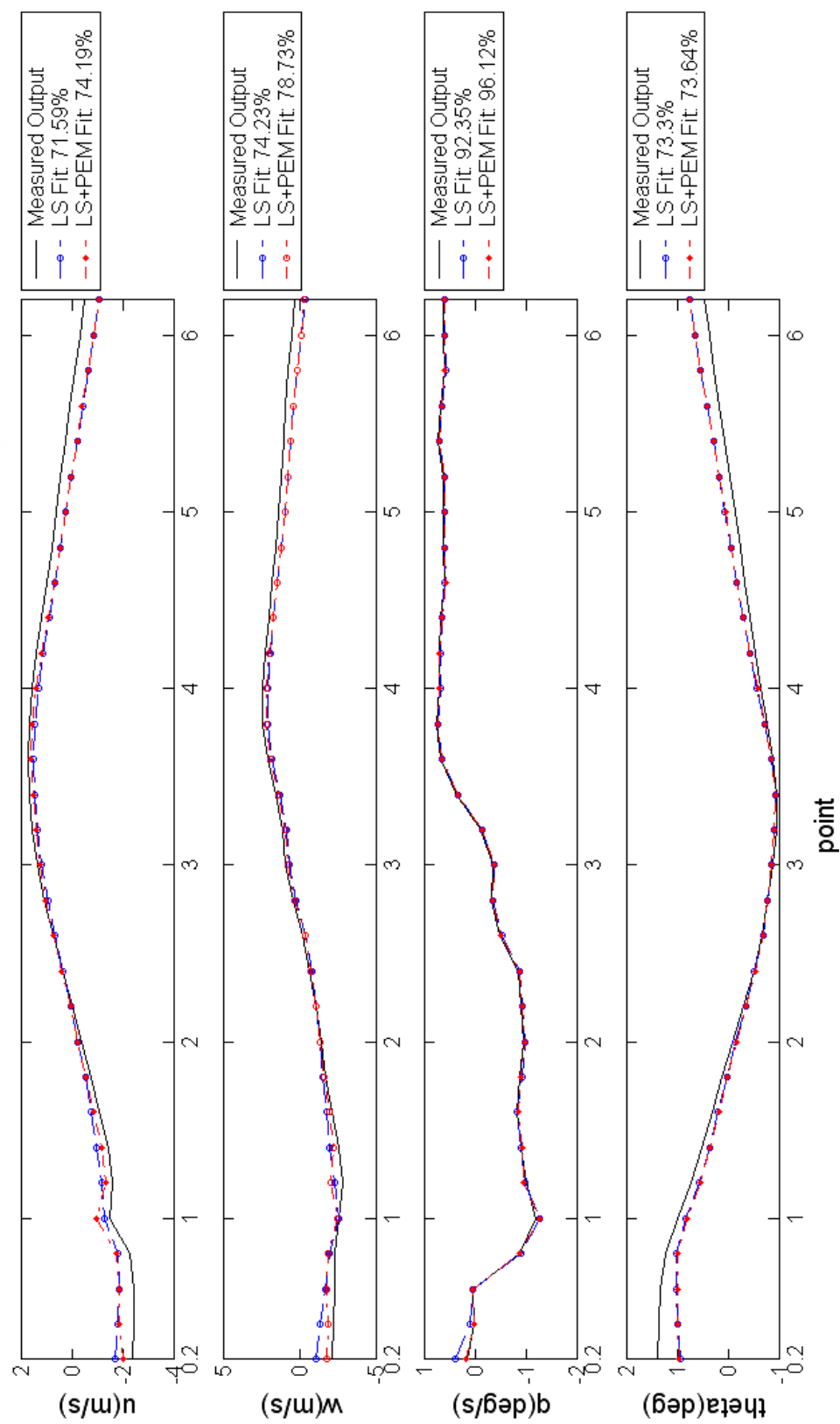


圖 5.23 縱向第 3 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據)

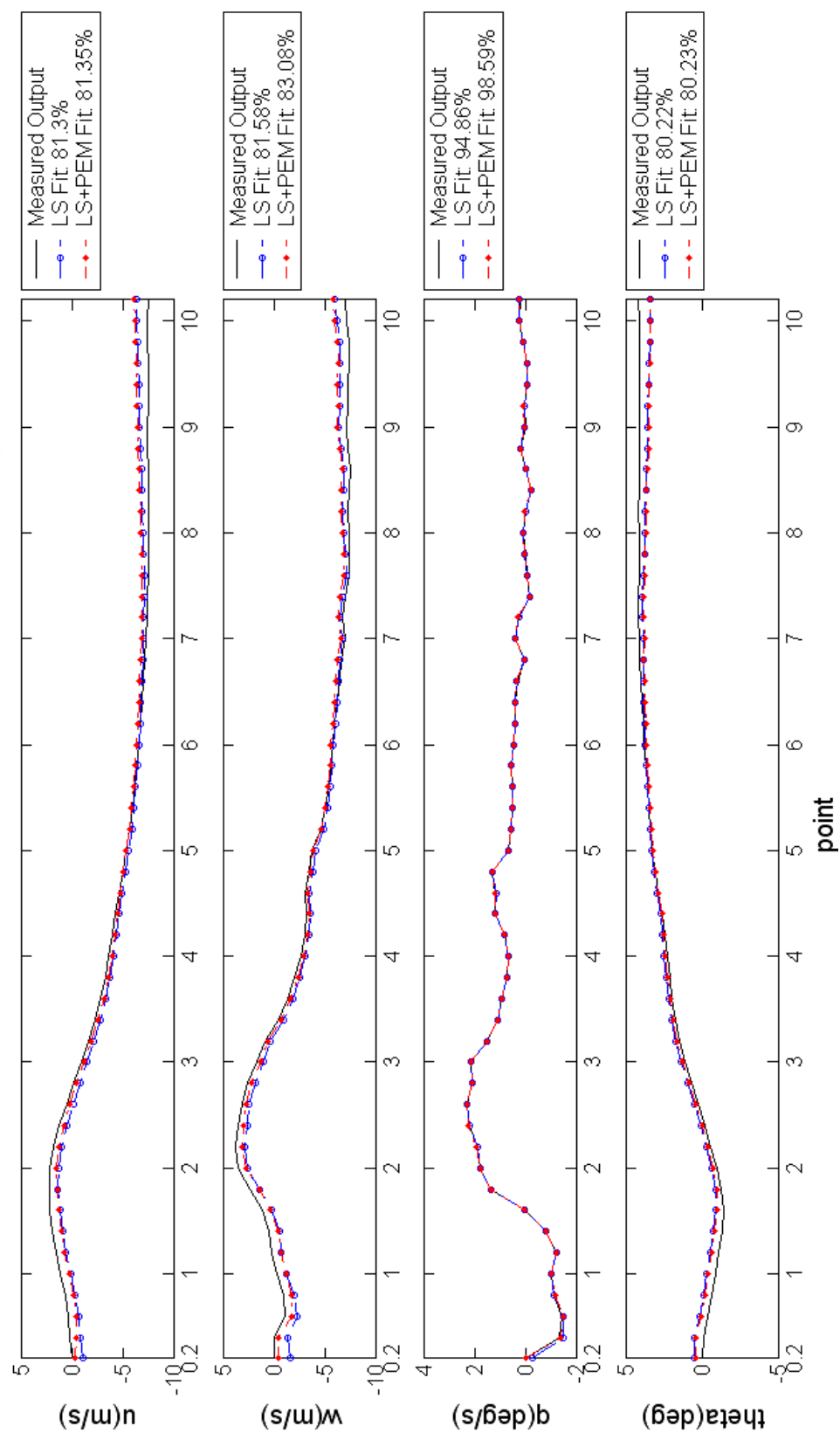


圖 5.24 縱向第 4 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據)

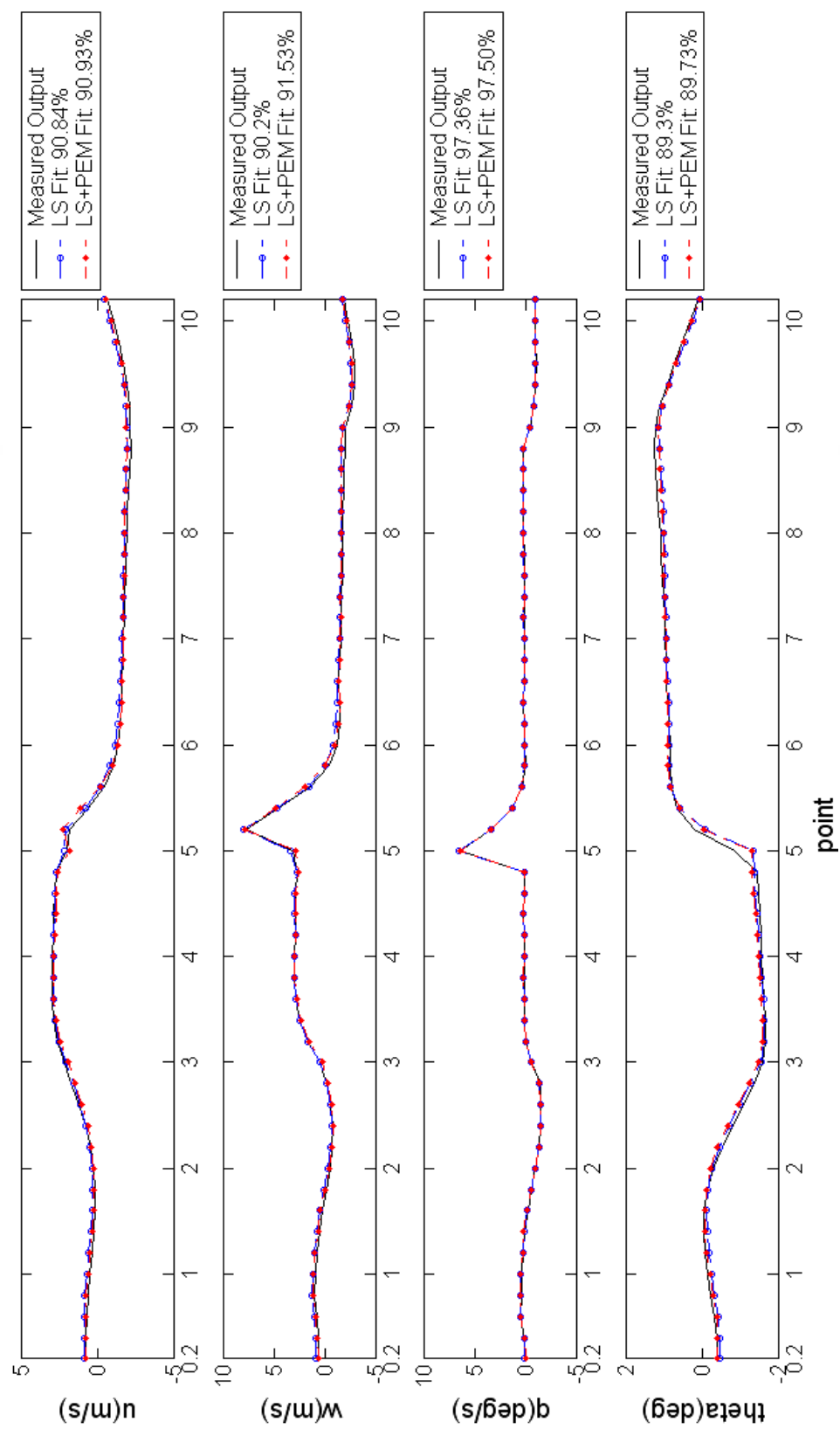


圖 5.25 縱向第 5 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據)

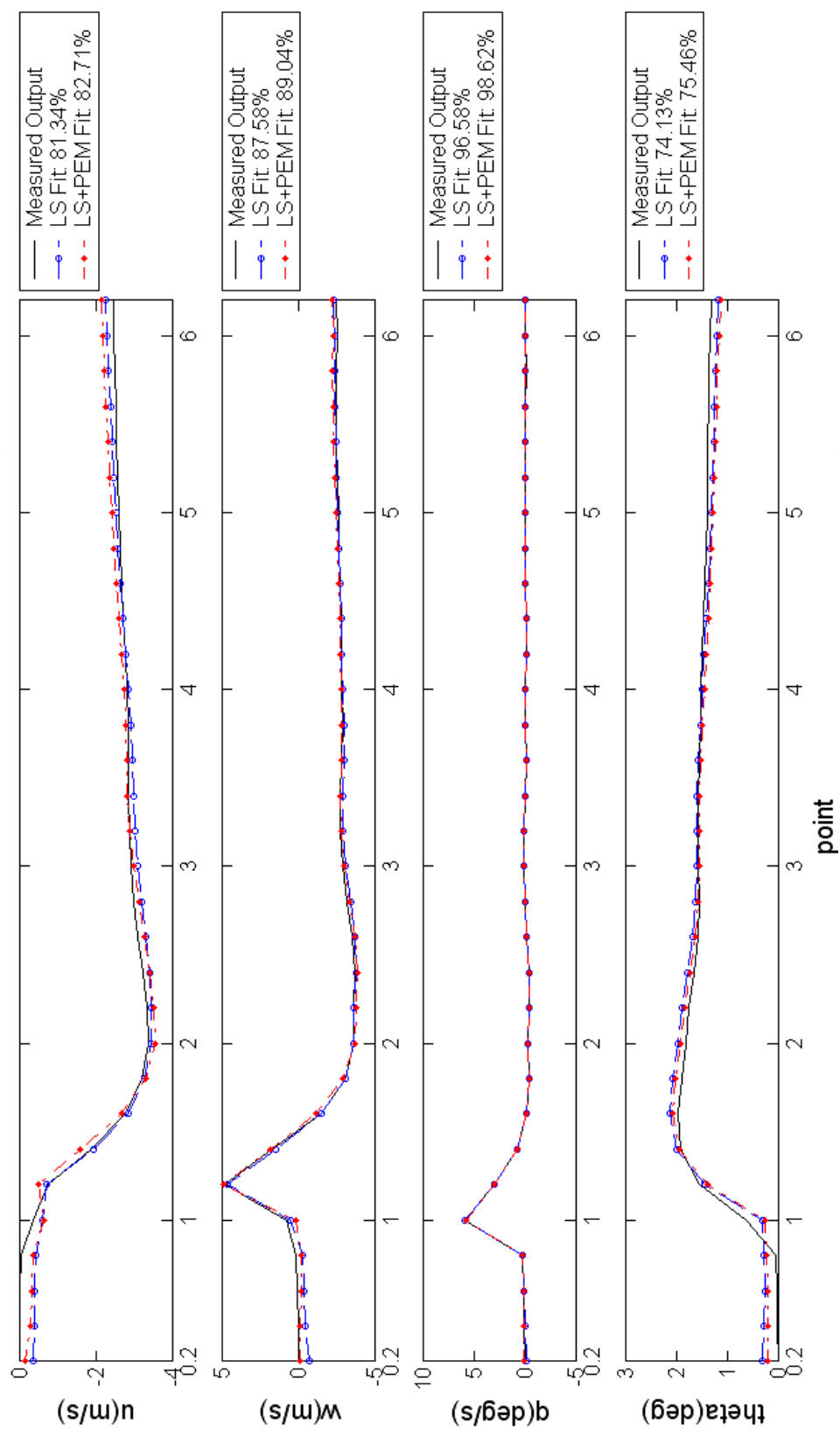


圖 5.26 縱向第 6 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據)

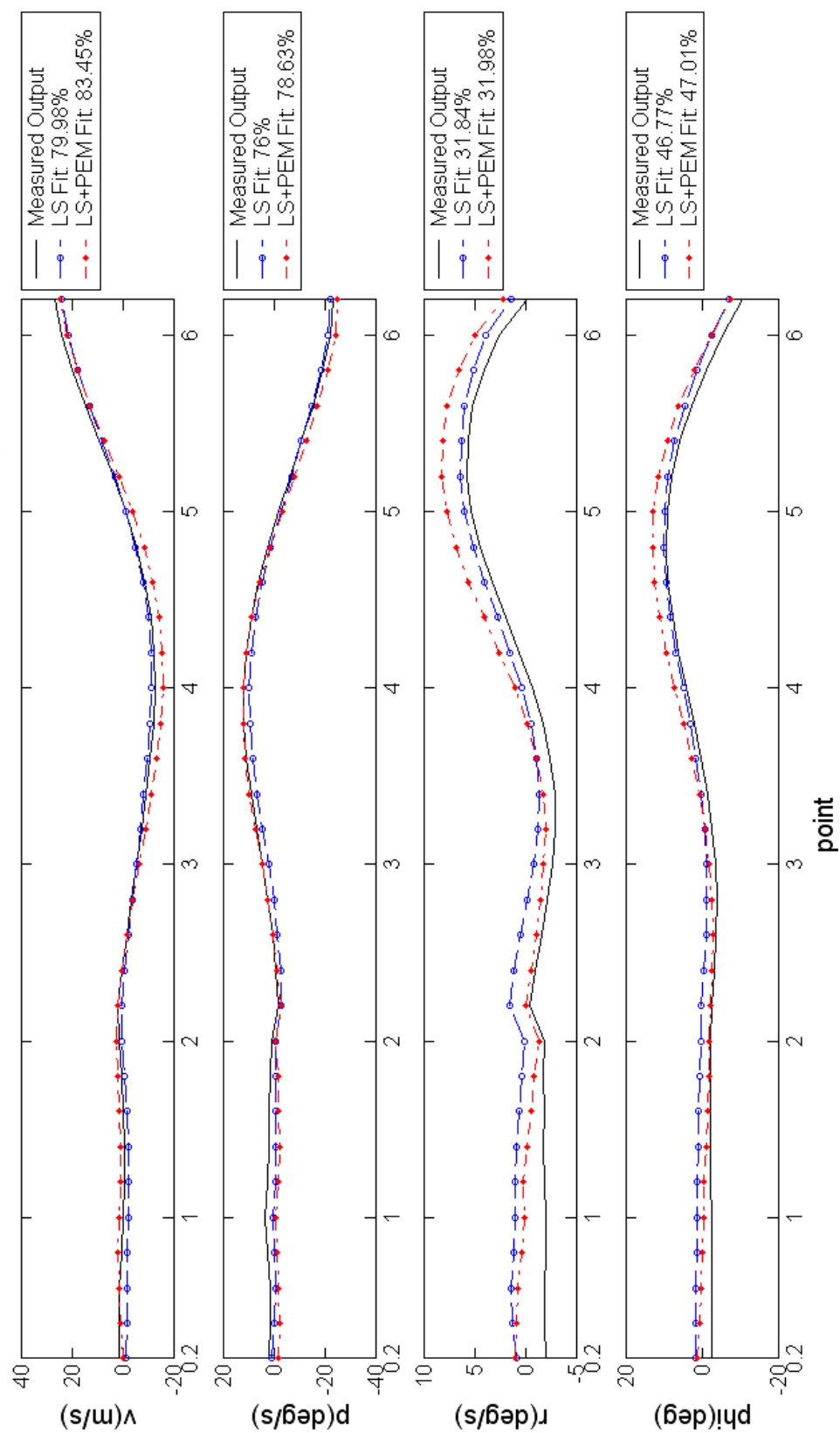


圖 5.27 橫向第 1 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(識別數據)

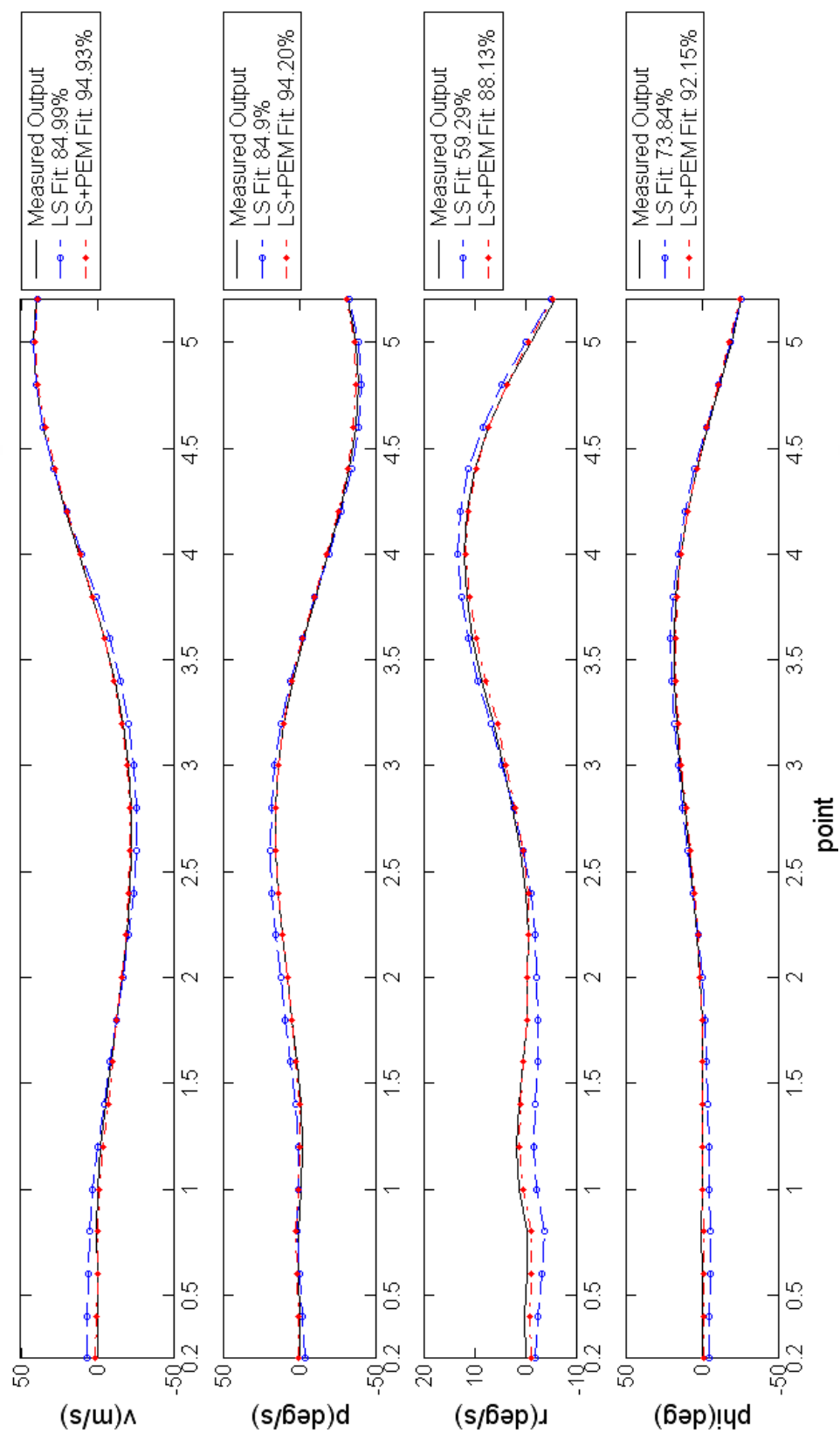


圖 5.28 橫向第 2 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據)

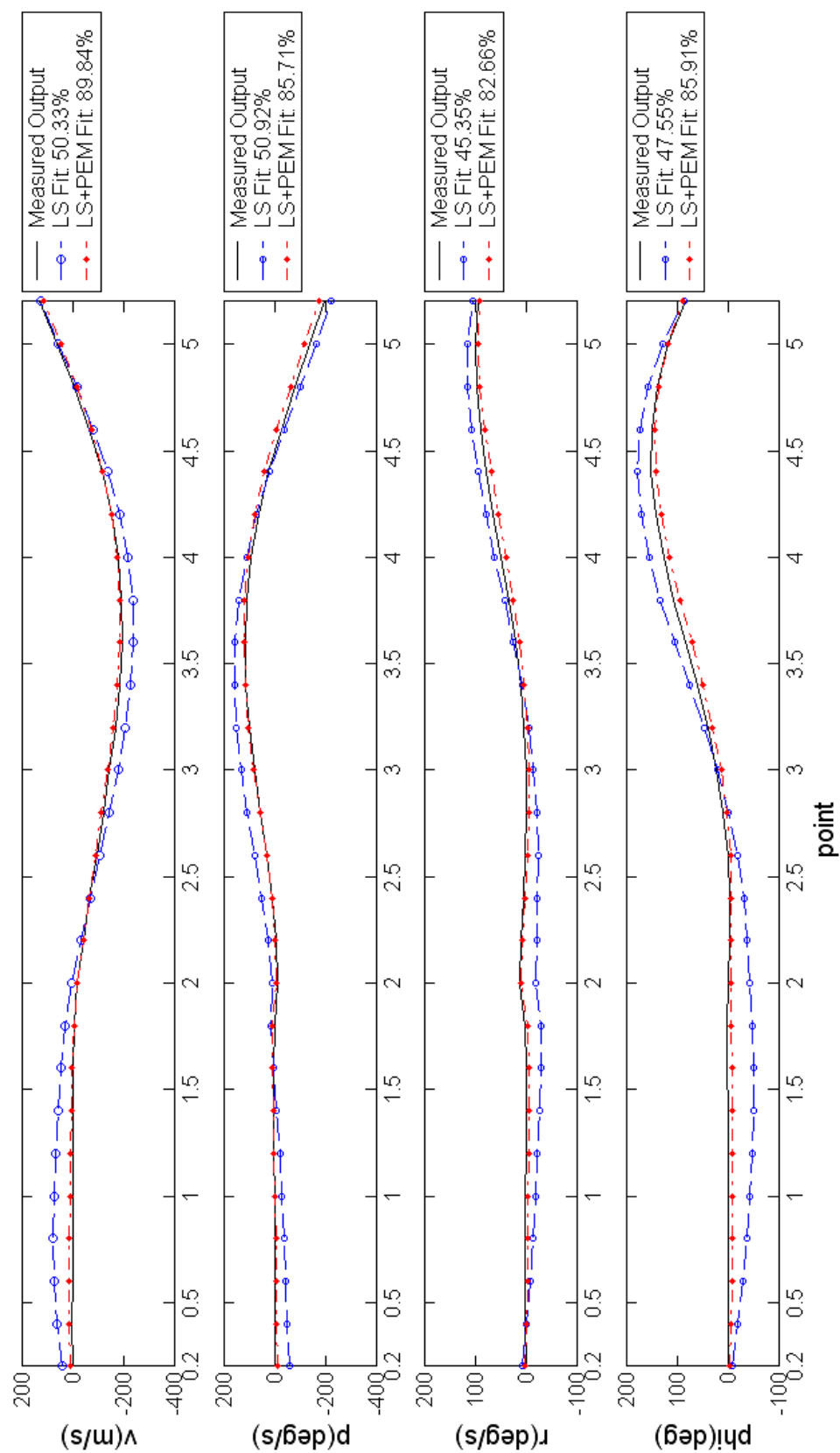


圖 5.29 橫向第 3 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據)

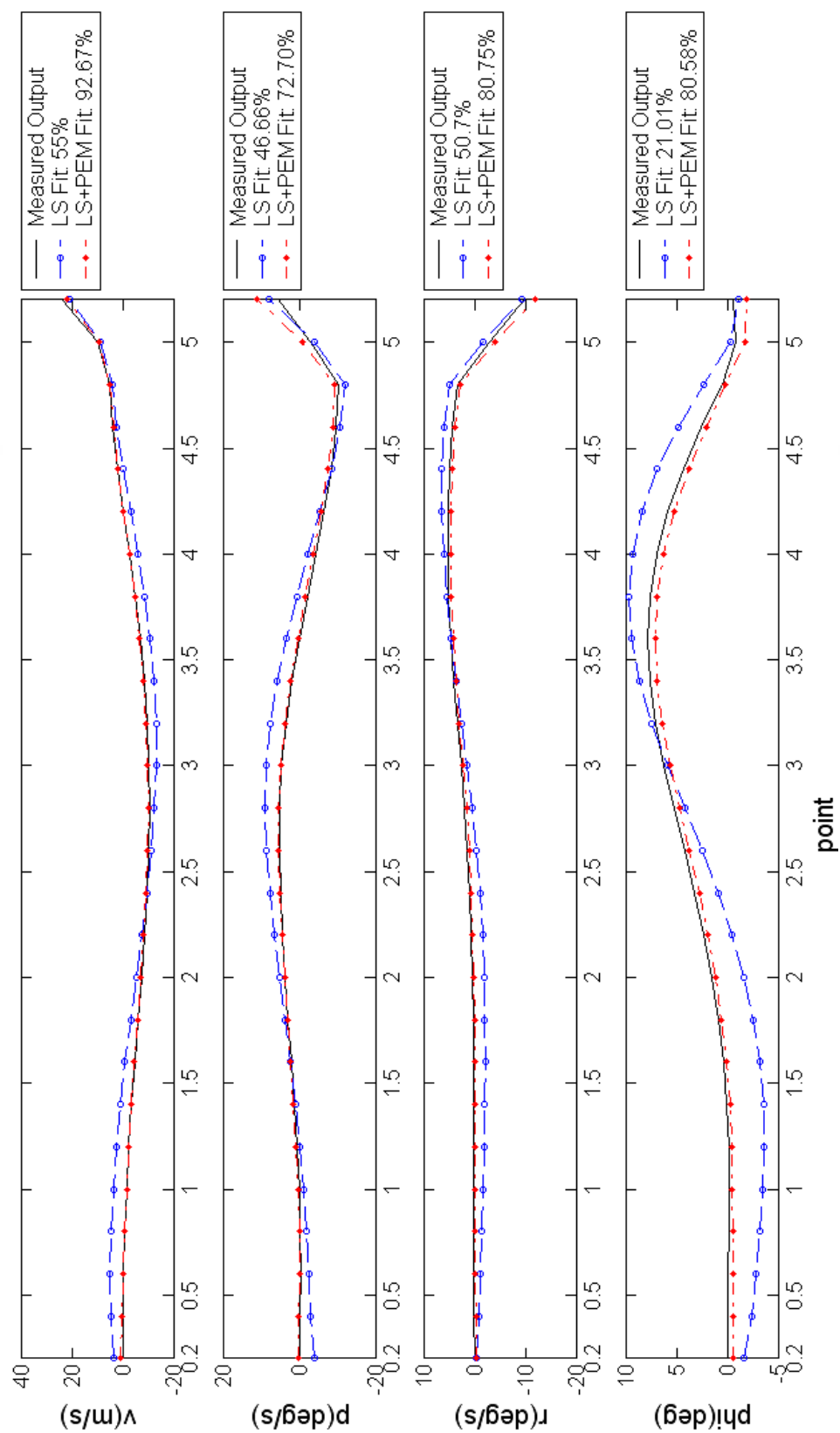


圖 5.30 橫向第 4 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據)

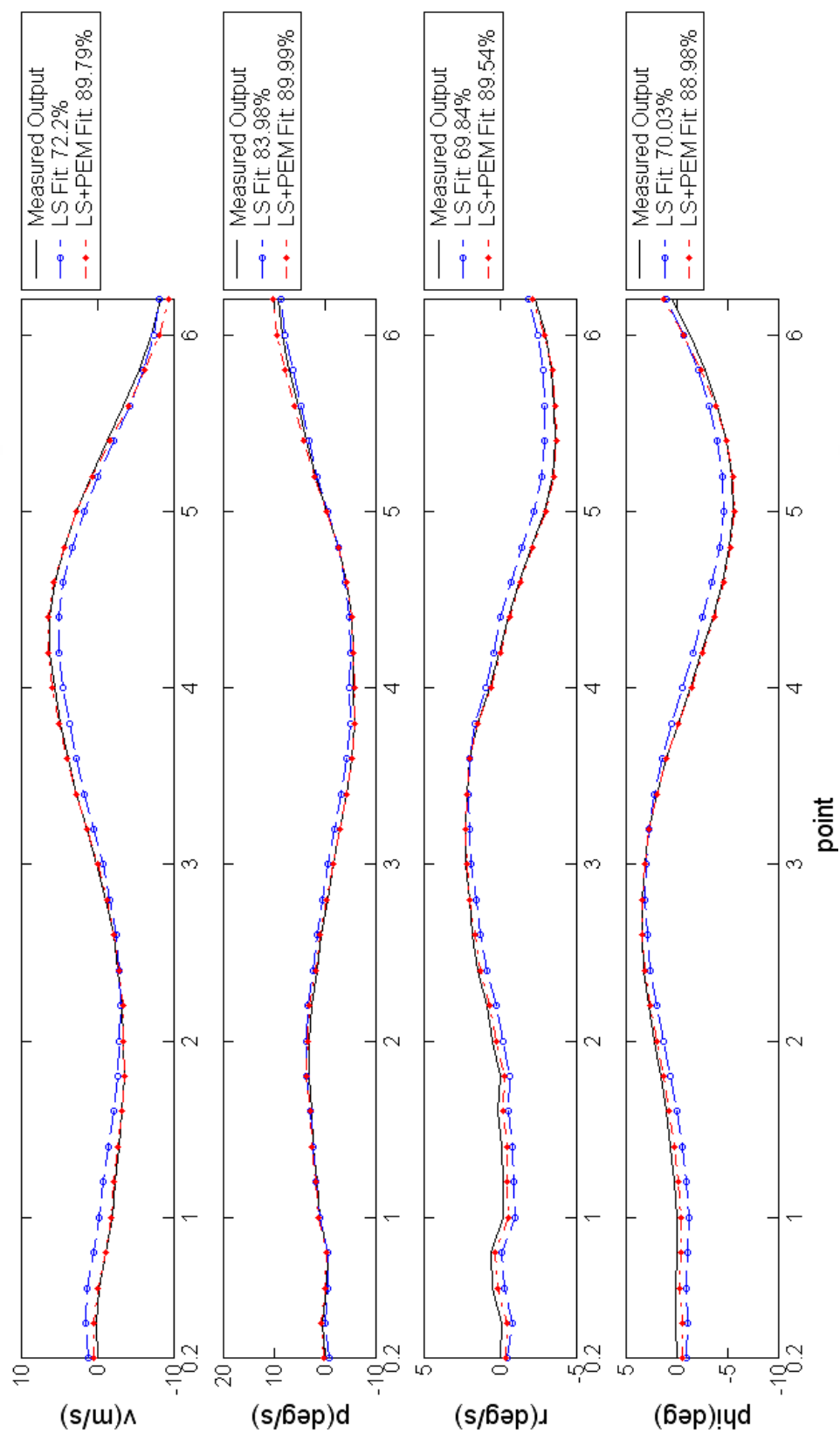


圖 5.31 橫向第 5 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據)

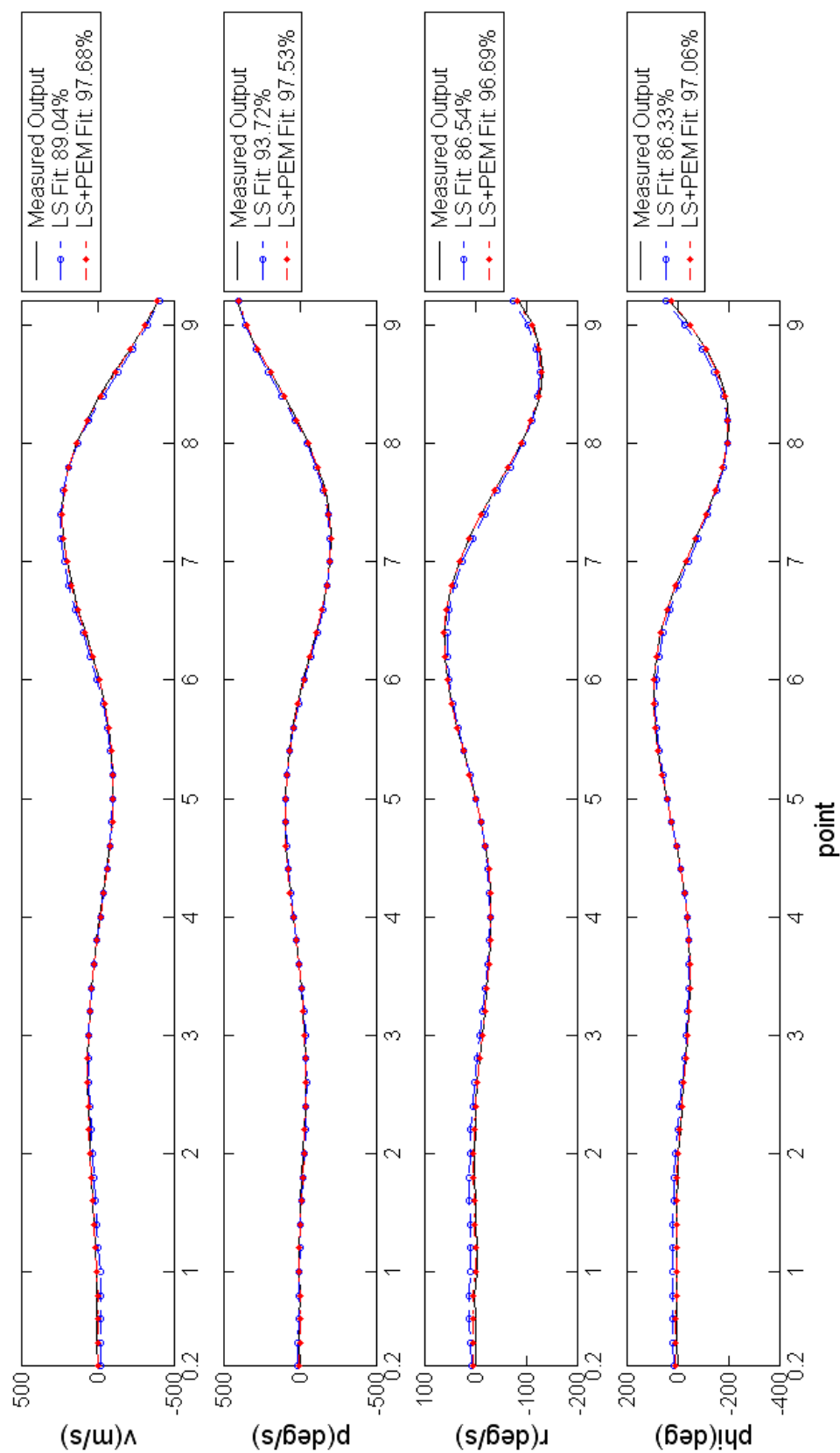


圖 5.32 橫向第 6 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據)

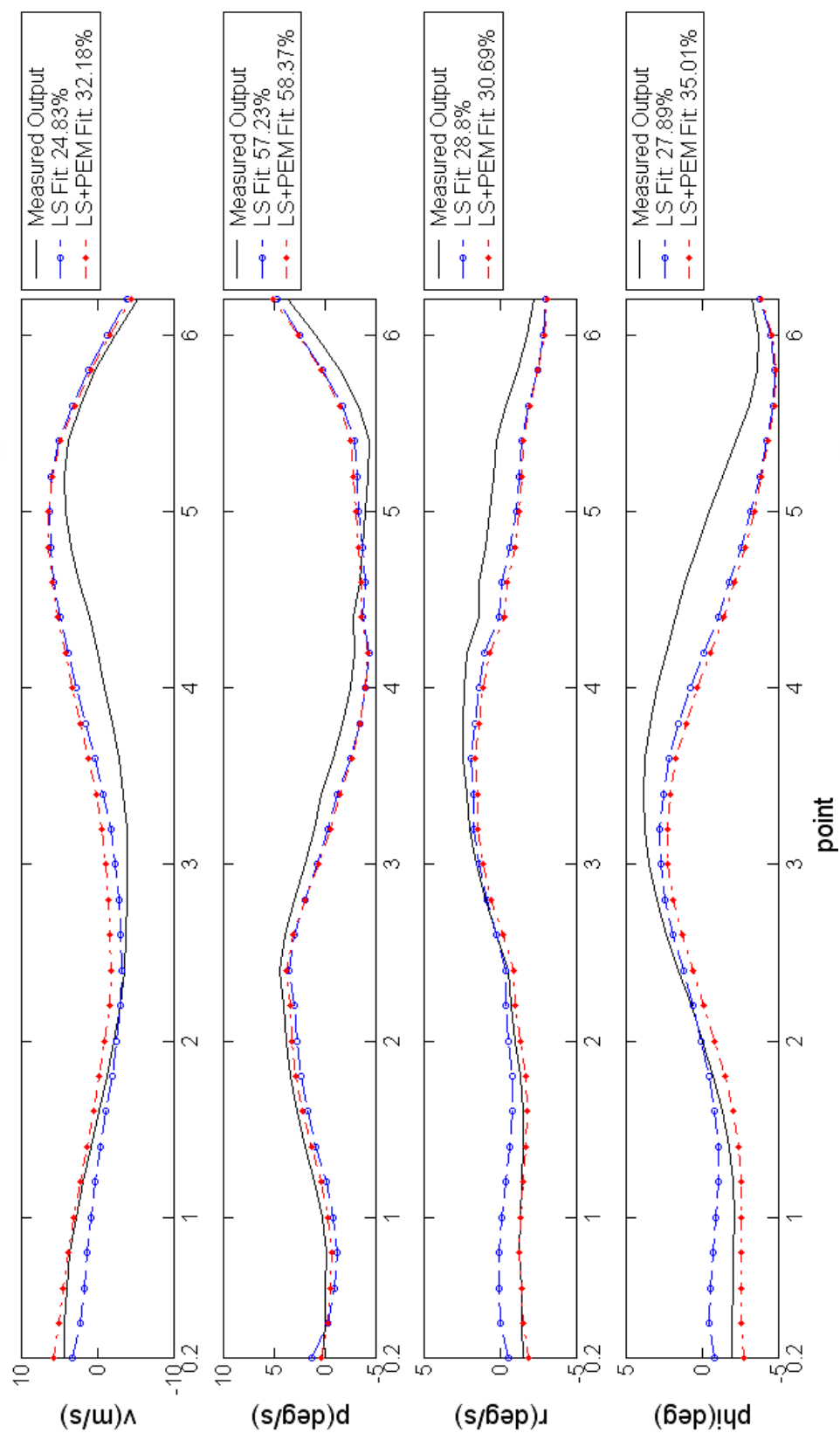


圖 5.33 橫向第 7 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據)

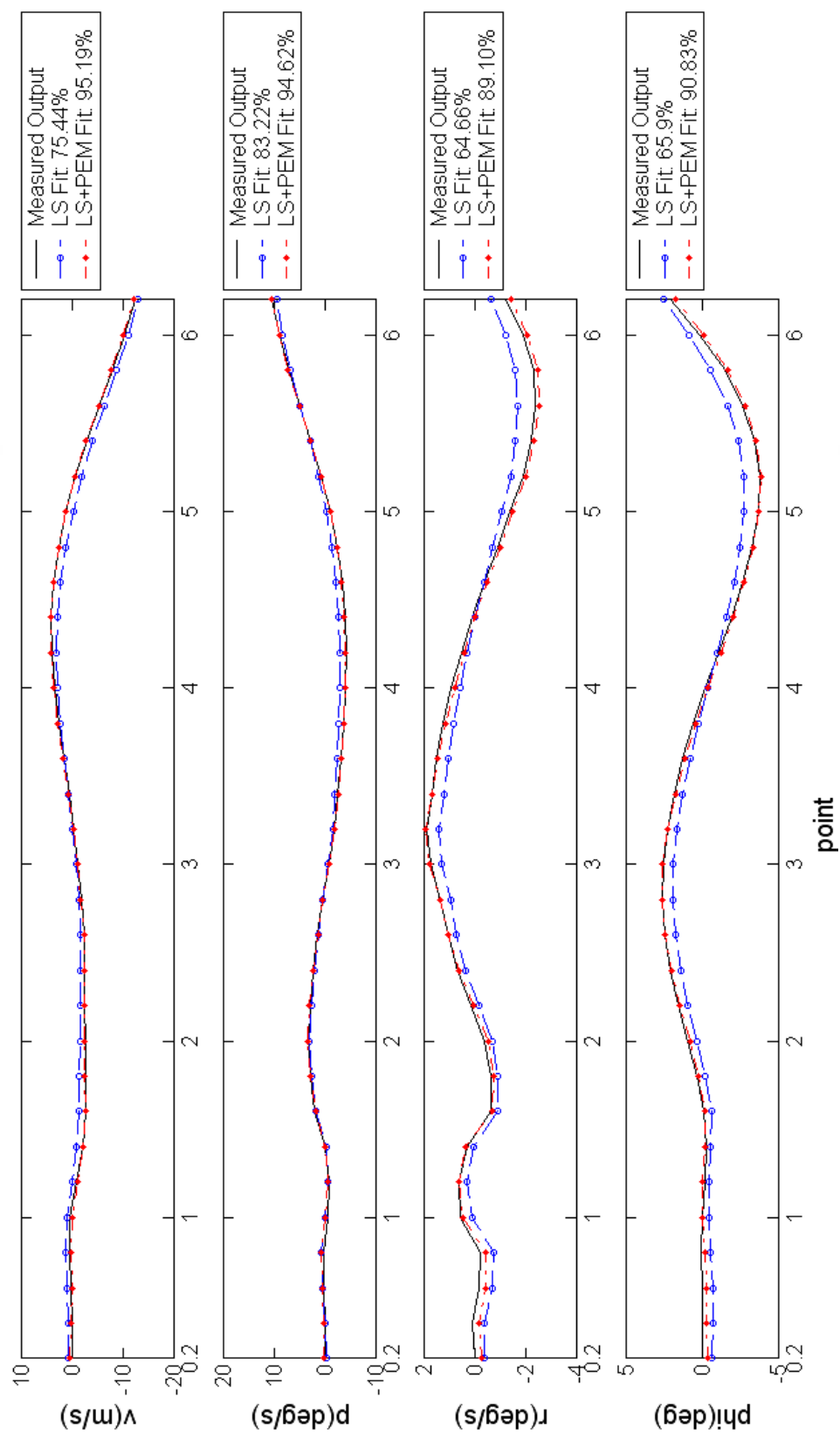


圖 5.34 橫向第 8 組之模型輸出與模擬輸出的 fitness 程度(驗證數據)

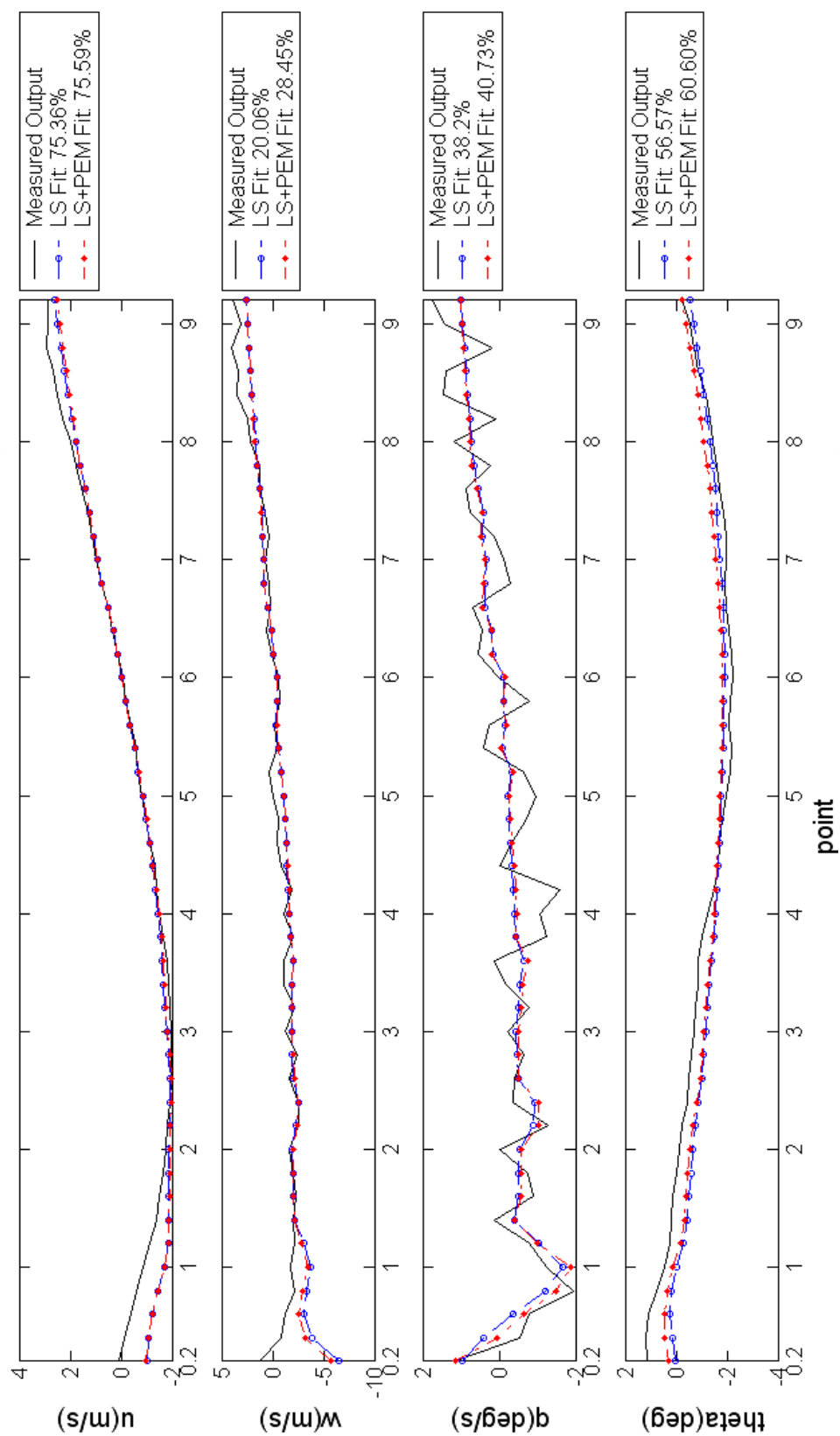


圖 5.35 縱向第 1 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度

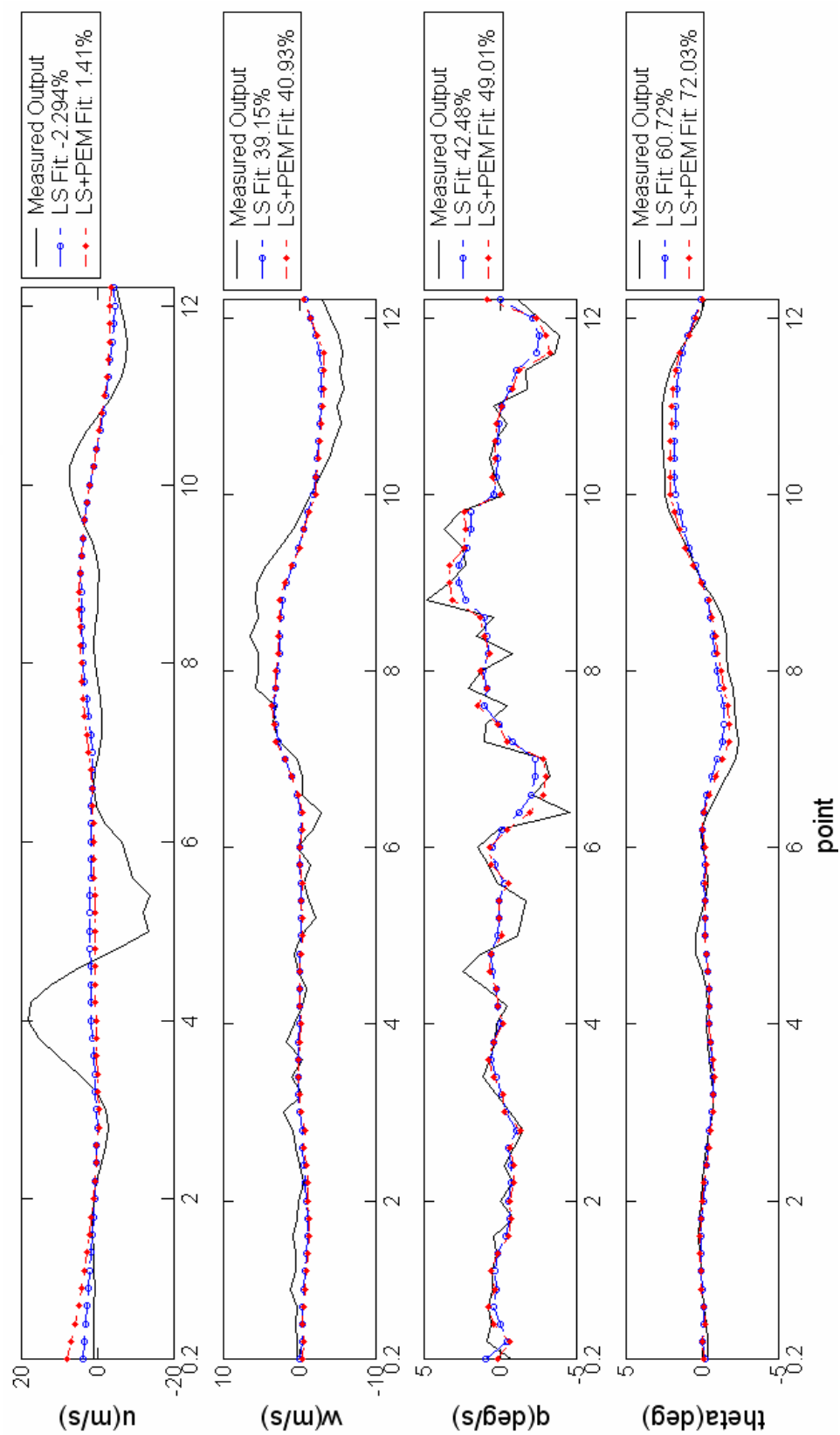


圖 5.36 縱向第 2 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度

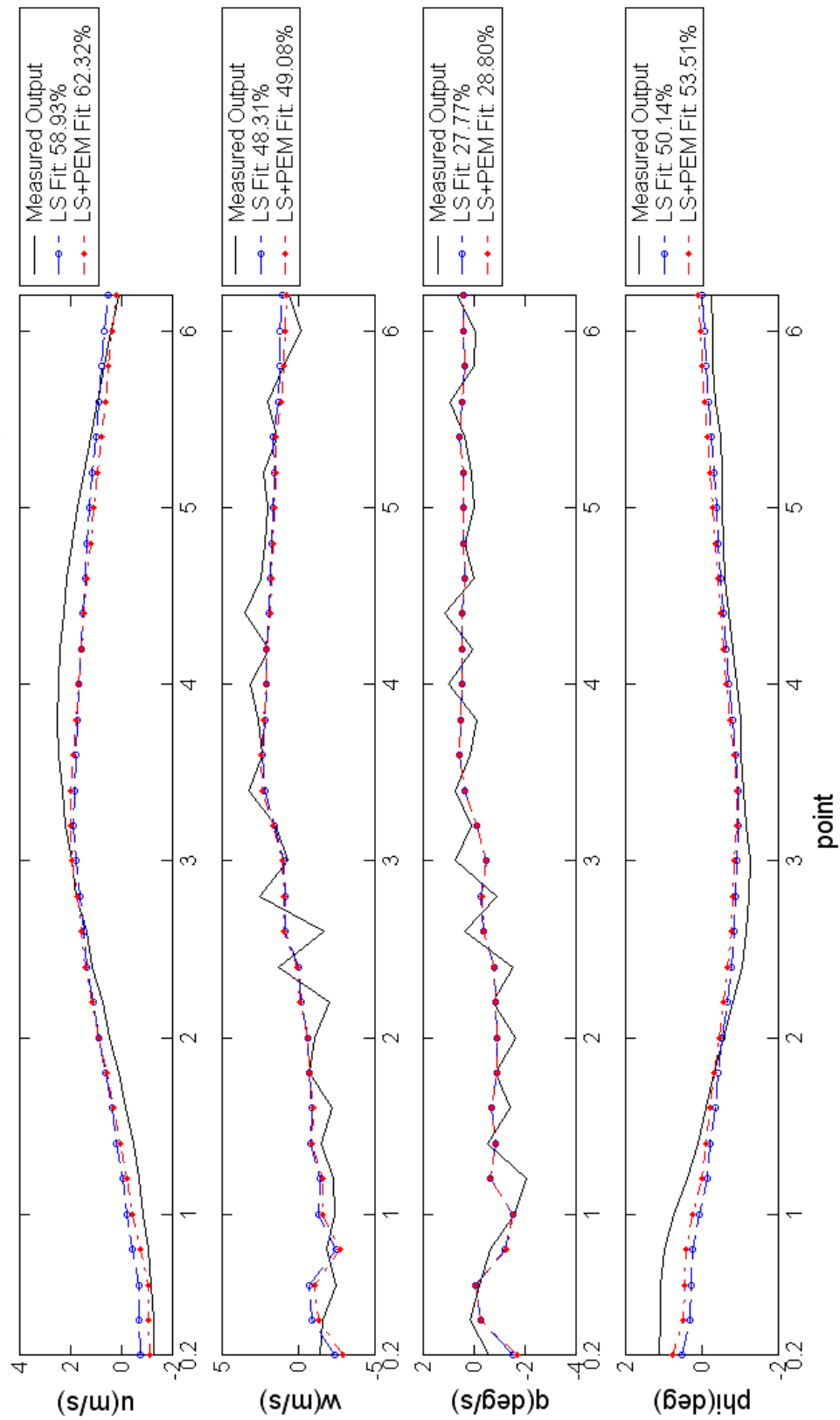


圖 5.37 縱向第 3 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度

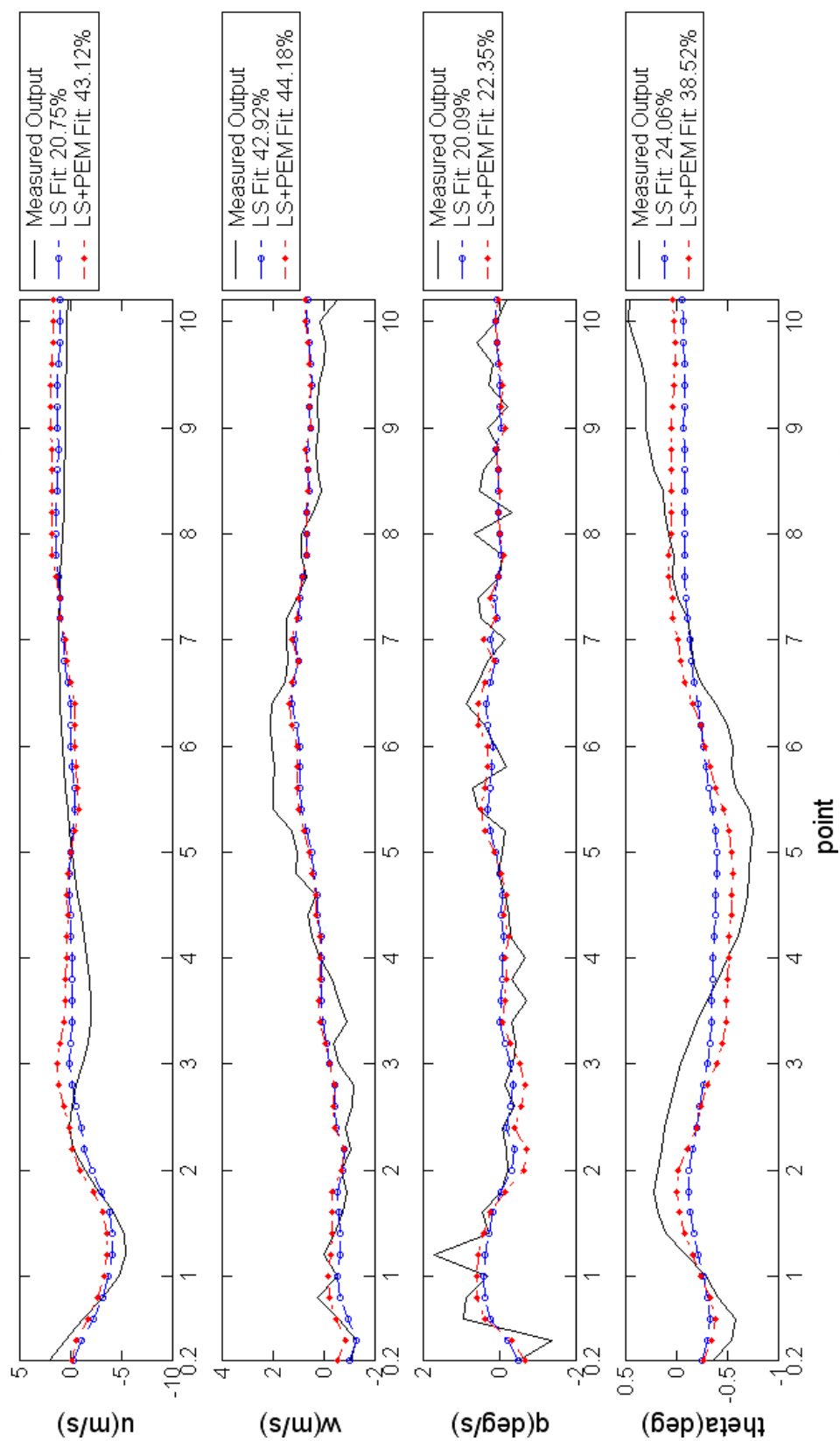


圖 5.38 縱向第 4 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度

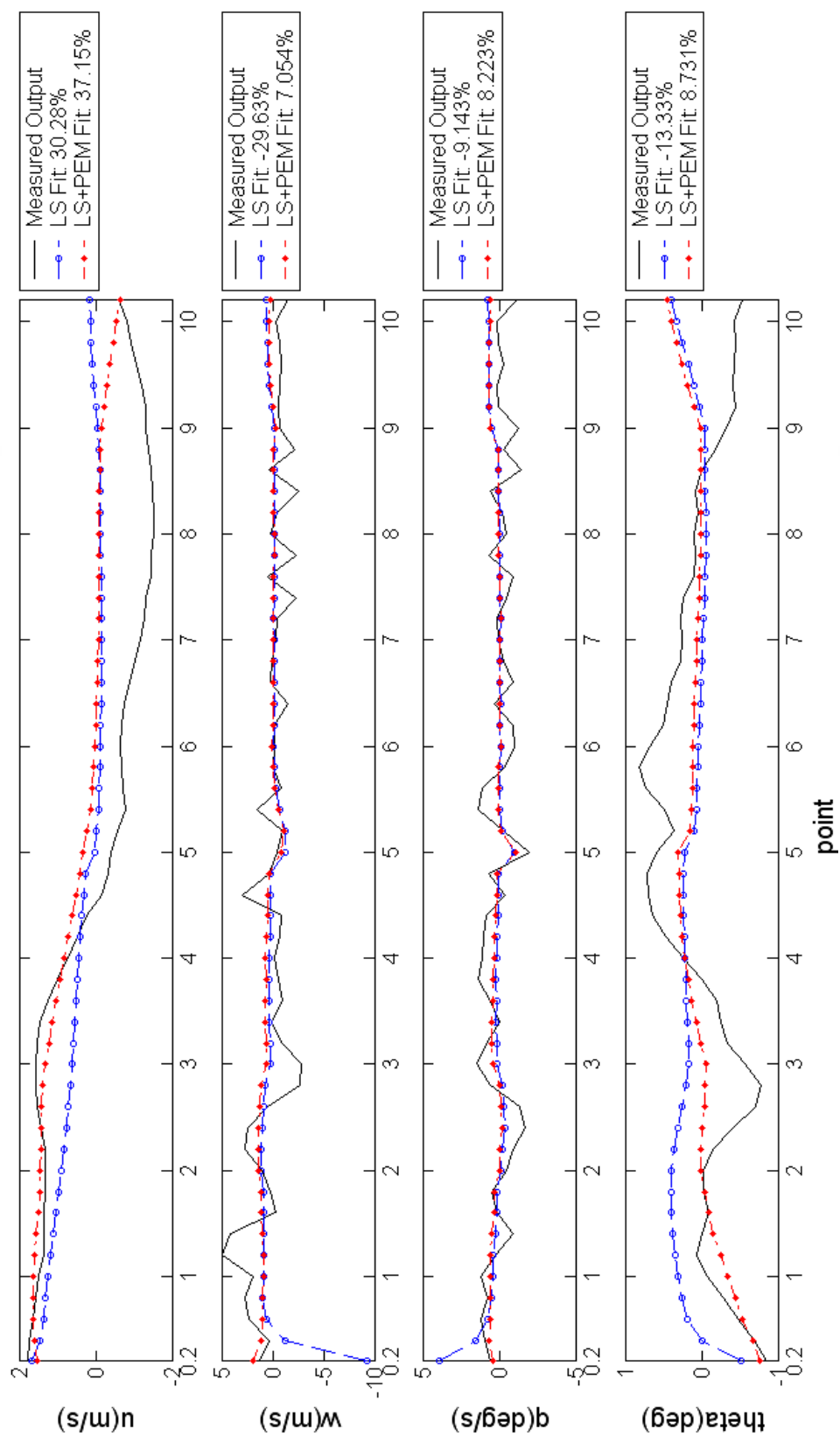


圖 5.39 縱向第 5 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度

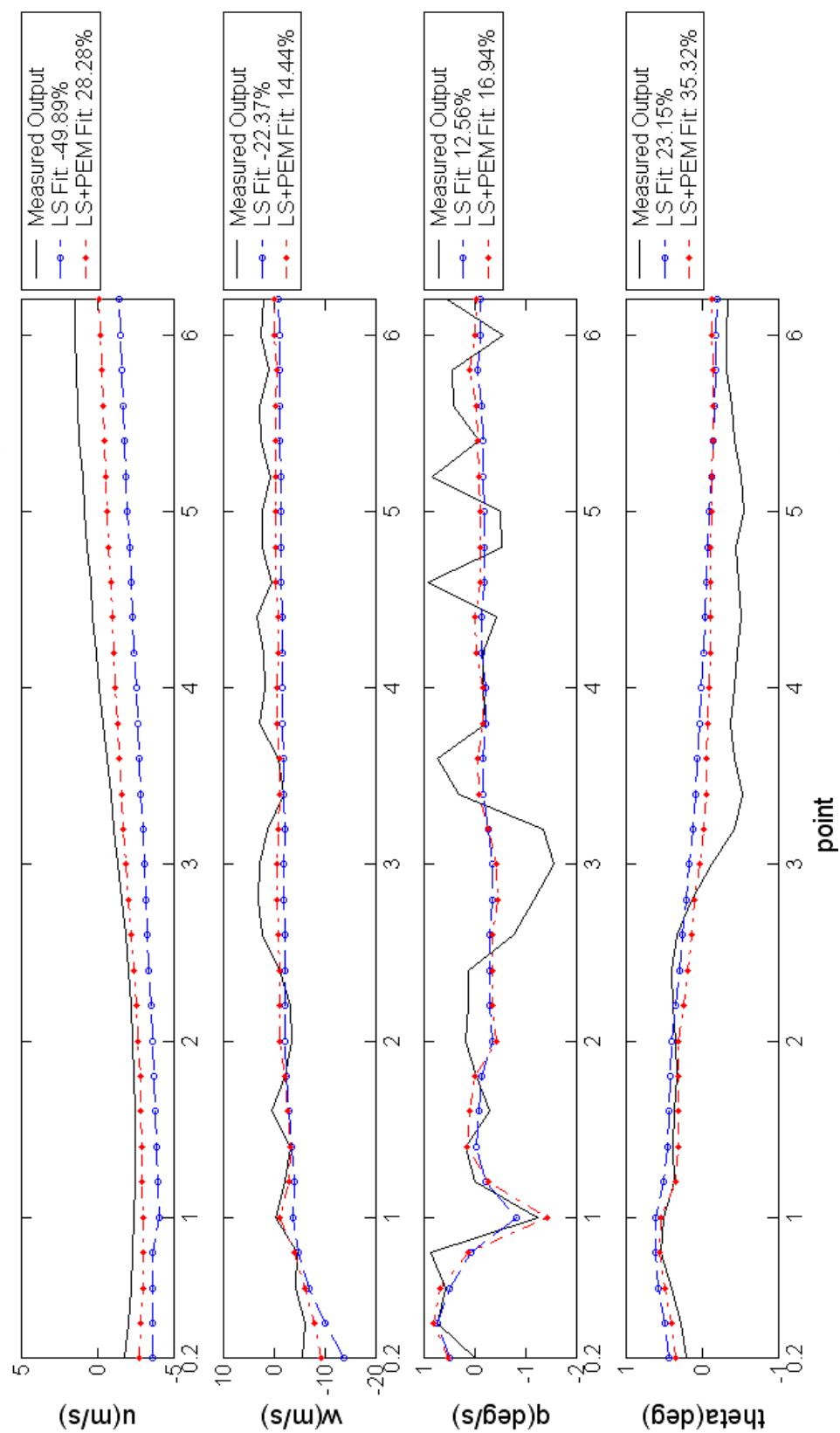


圖 5.40 縱向第 6 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度

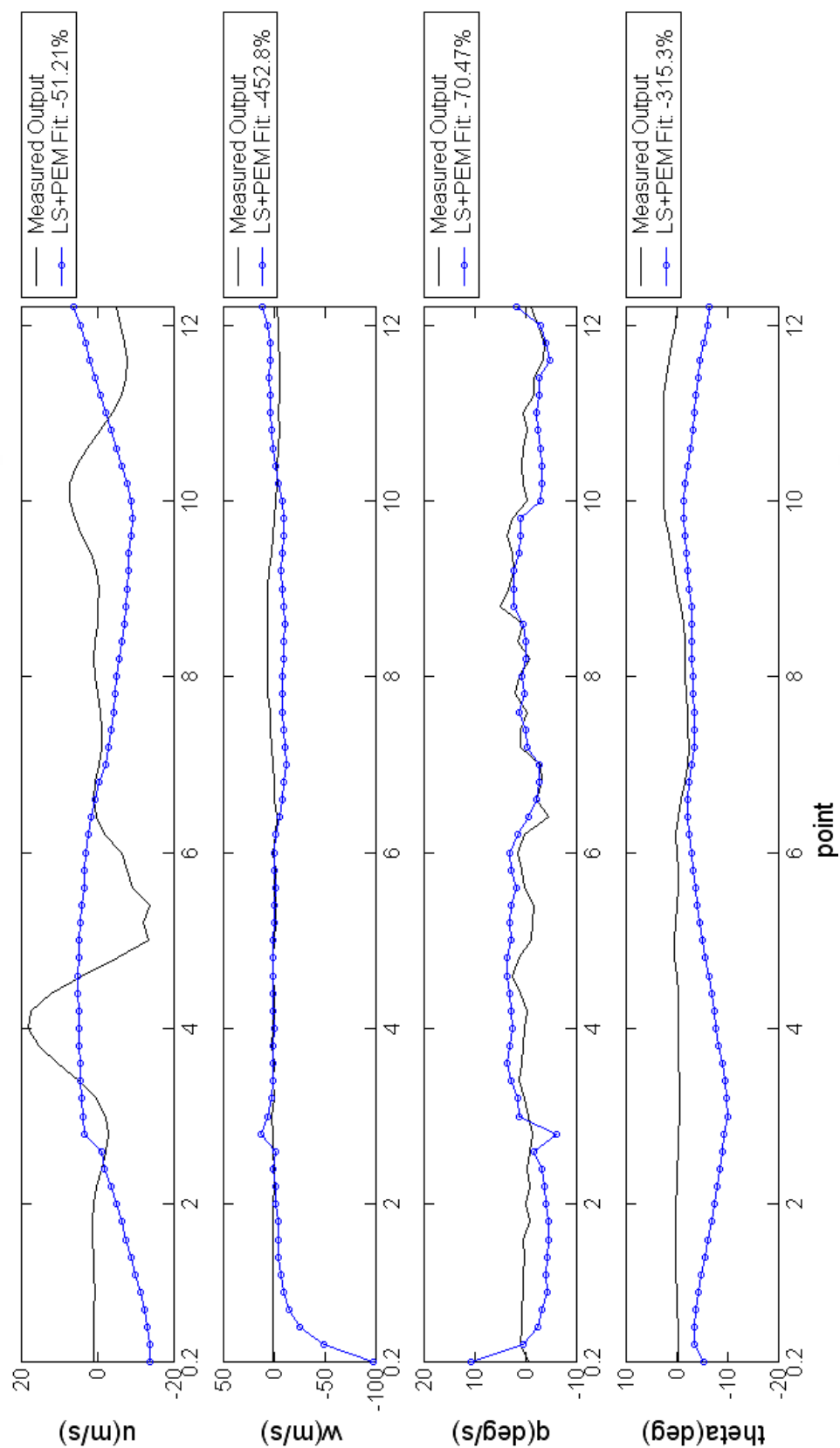


圖 5.41 縱向第 2 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據)

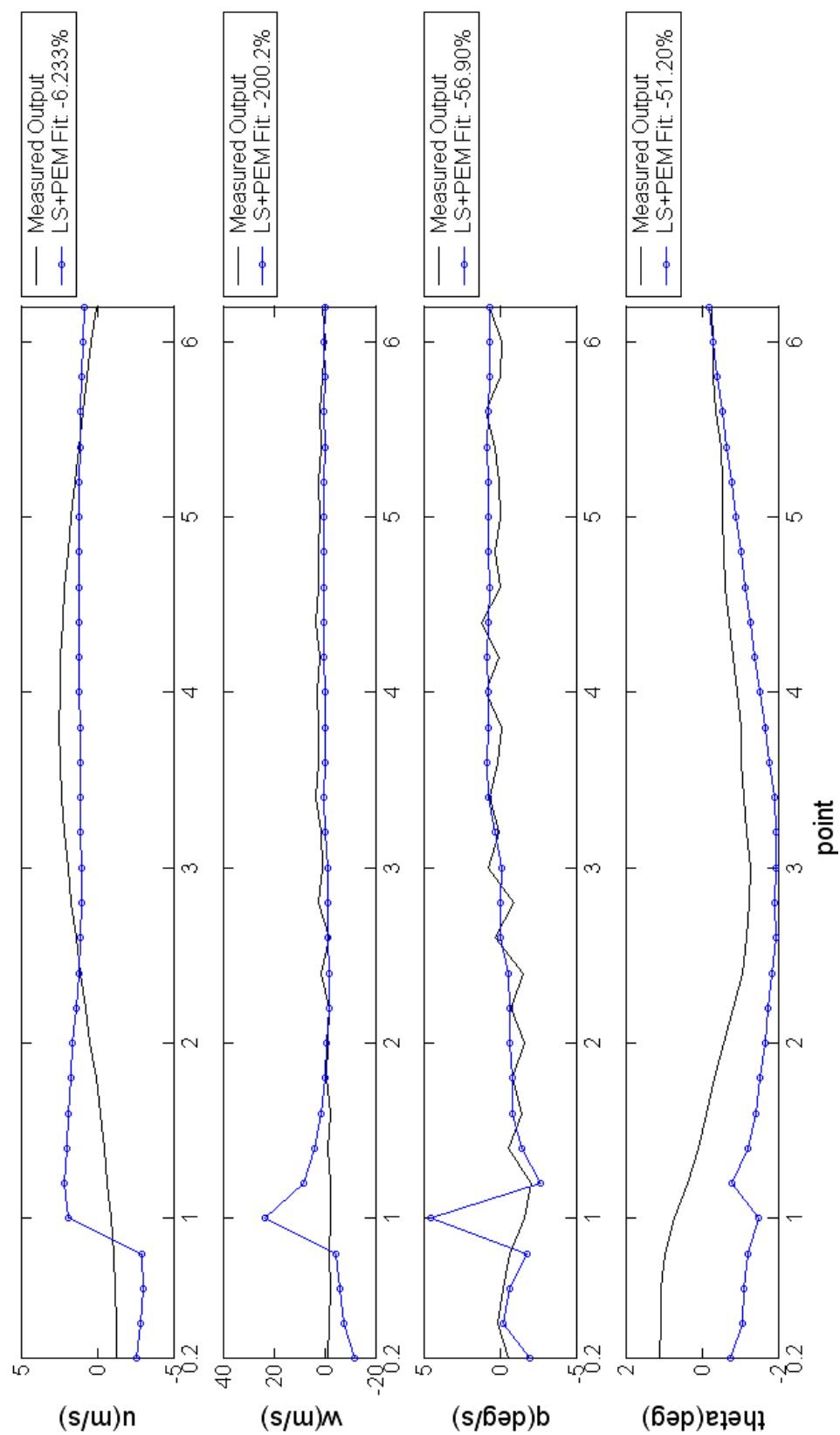


圖 5.42 縱向第 3 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據)

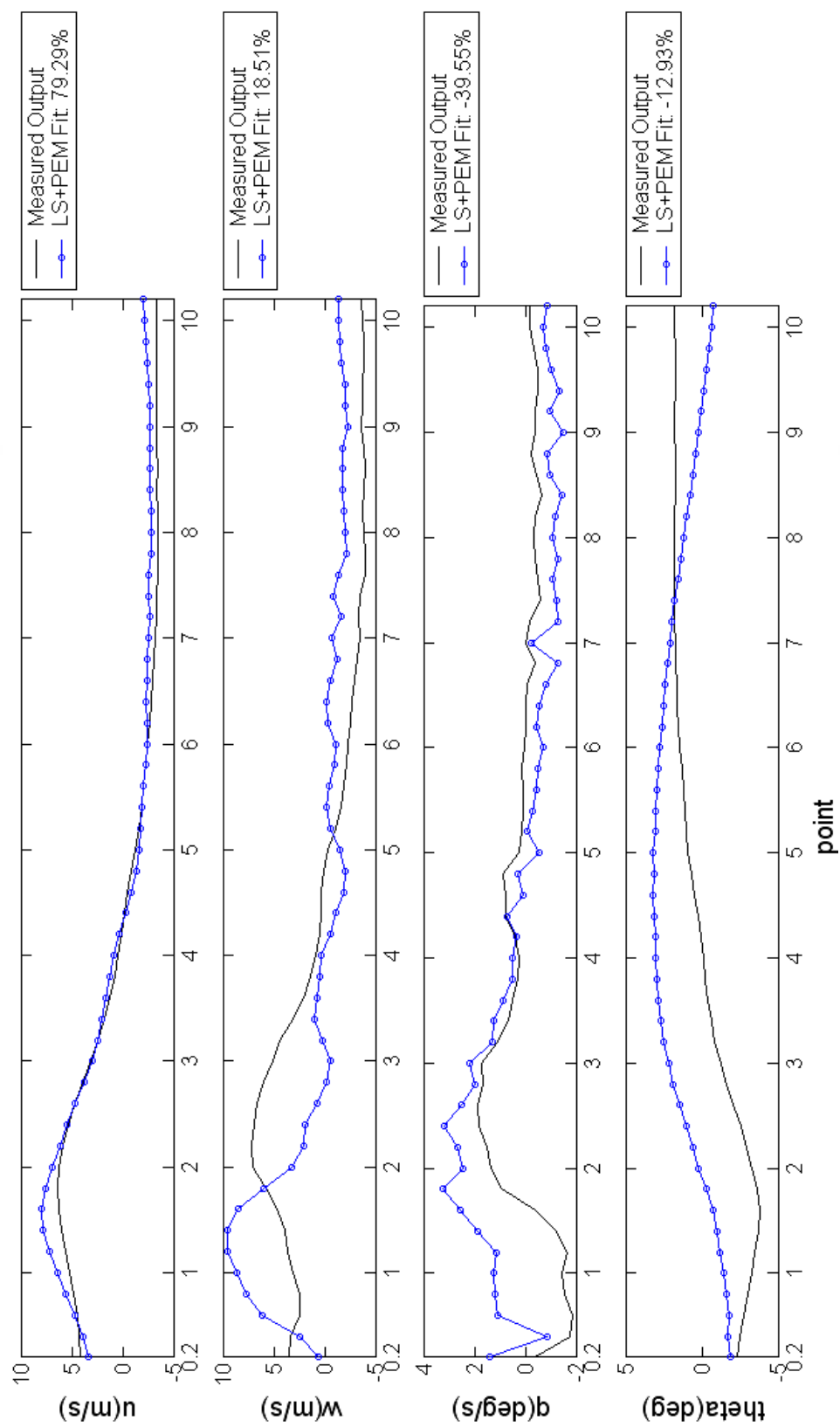


圖 5.43 縱向第 4 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據)

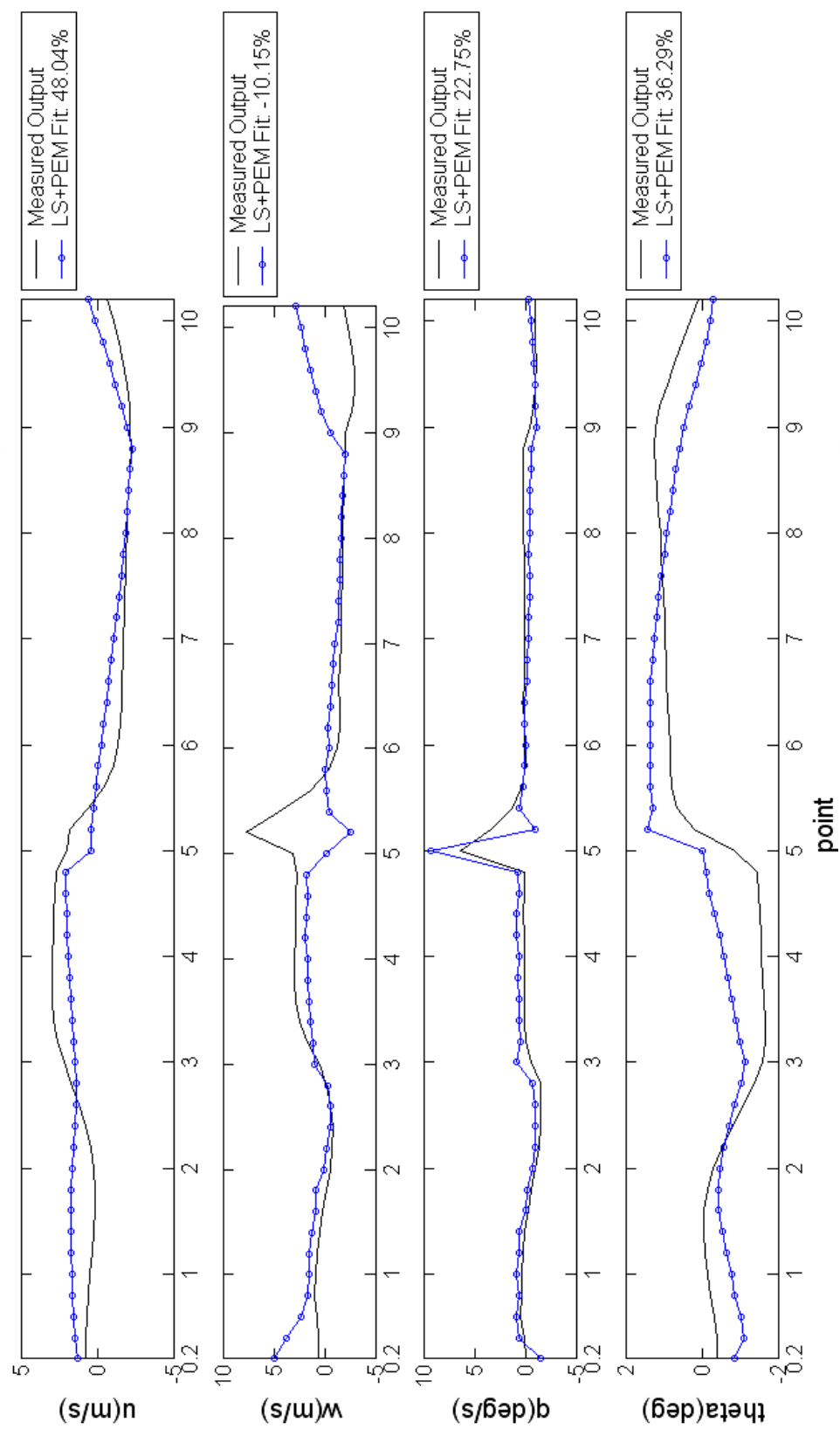


圖 5.44 縱向第 5 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據)

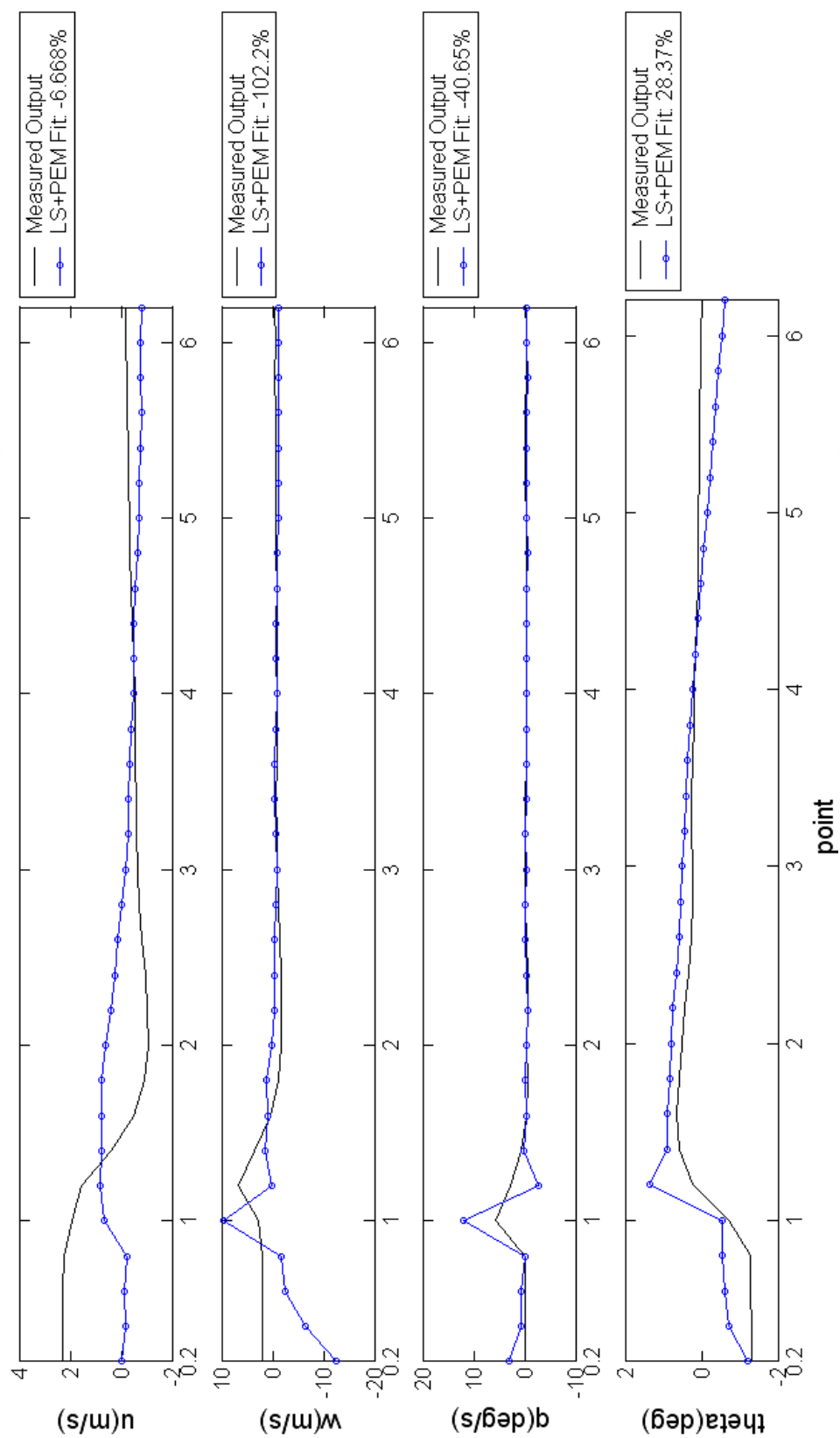


圖 5.45 縱向第 6 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據)

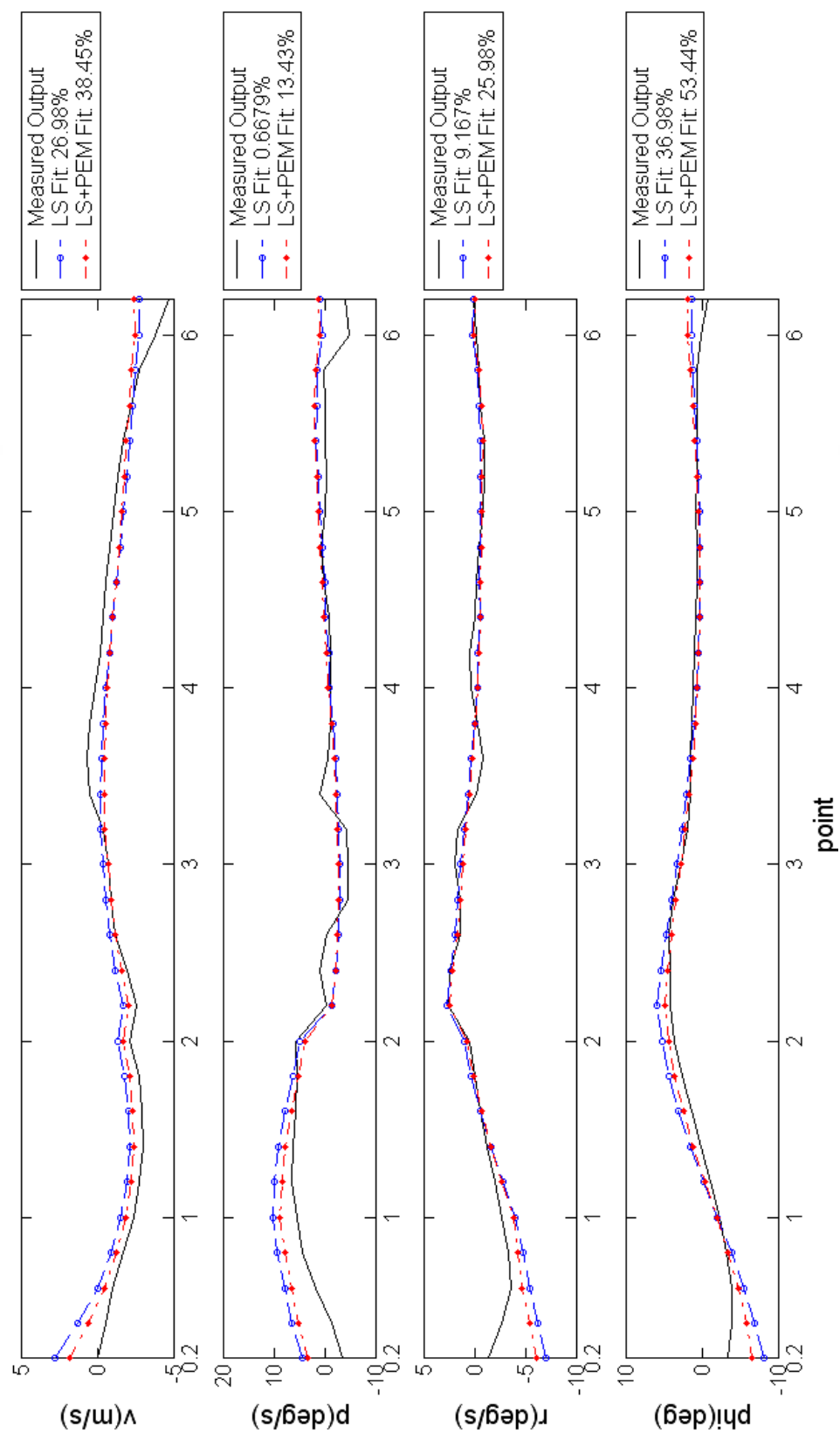


圖 5.46 橫向第 1 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度

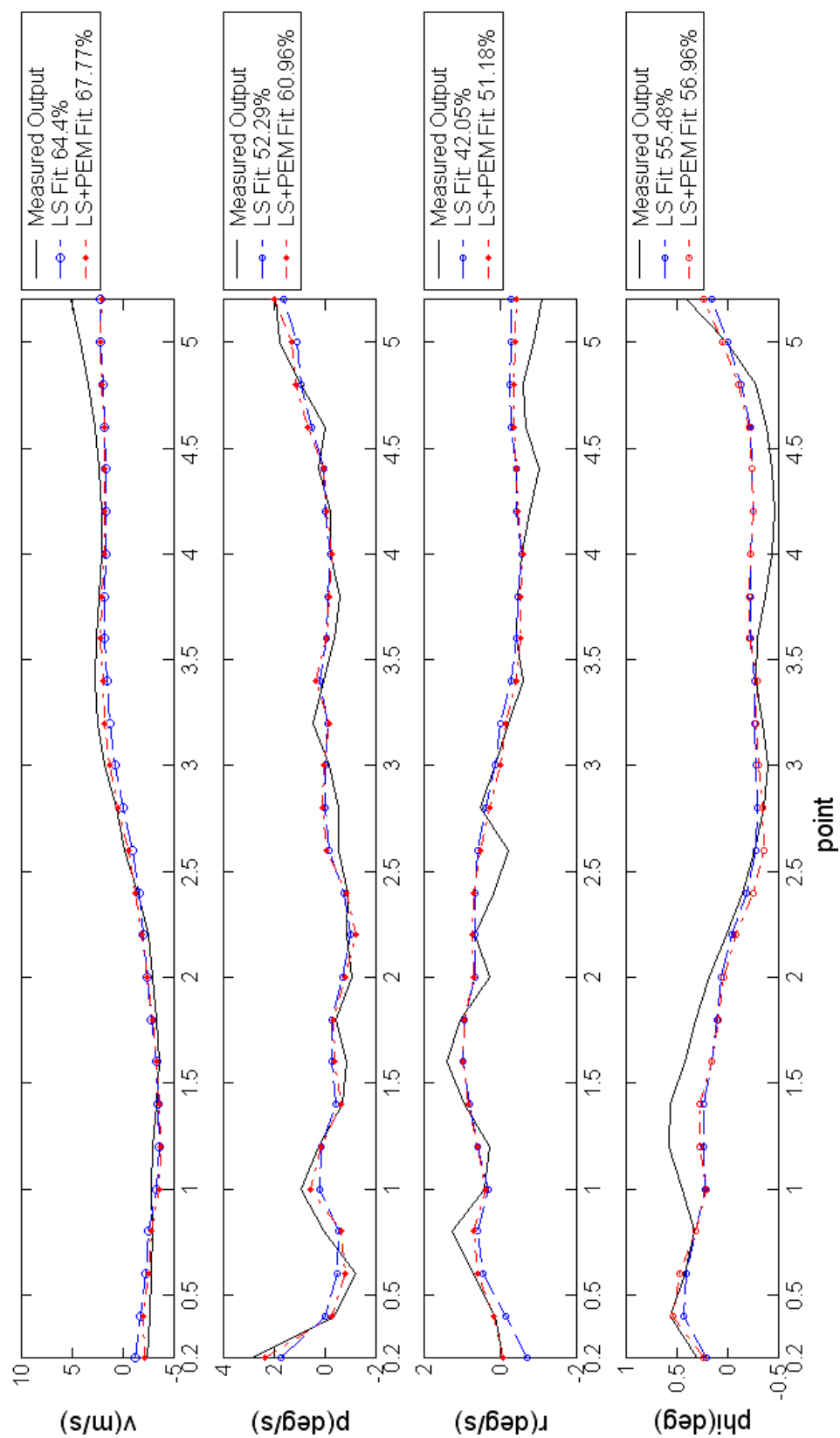


圖 5.47 橫向第 2 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度

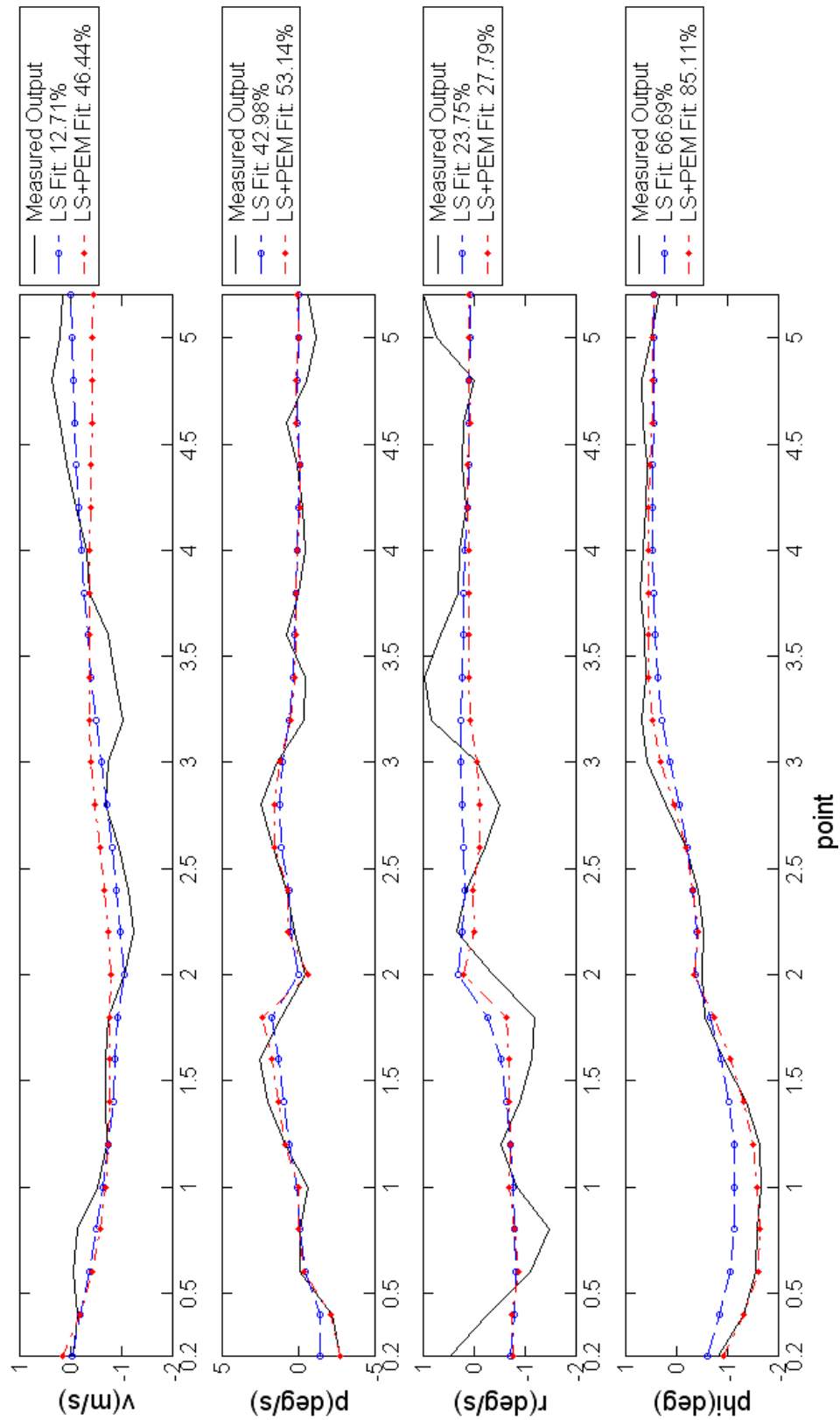


圖 5.48 橫向第 3 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度

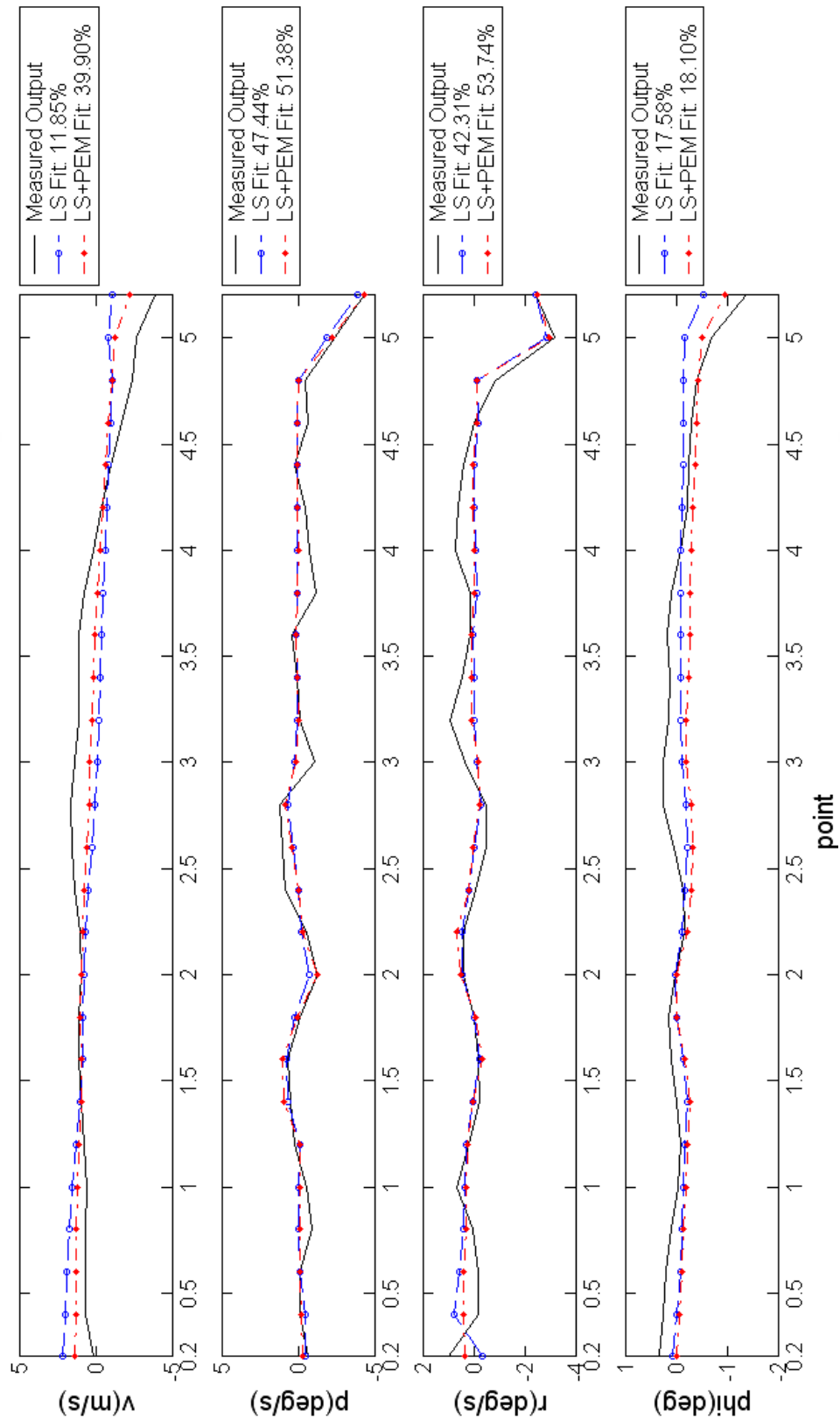


圖 5.49 橫向第 4 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度

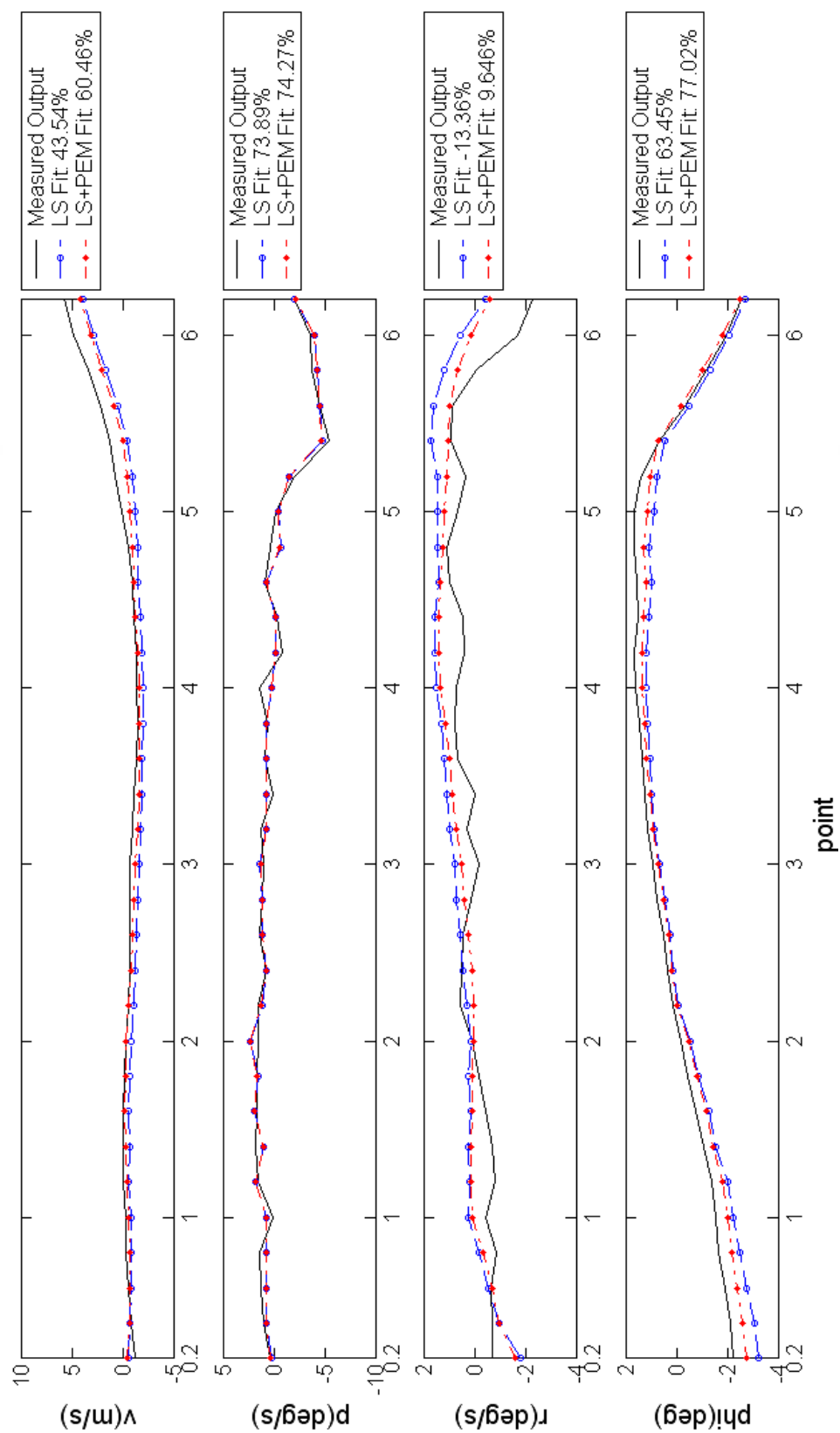


圖 5.50 橫向第 5 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度

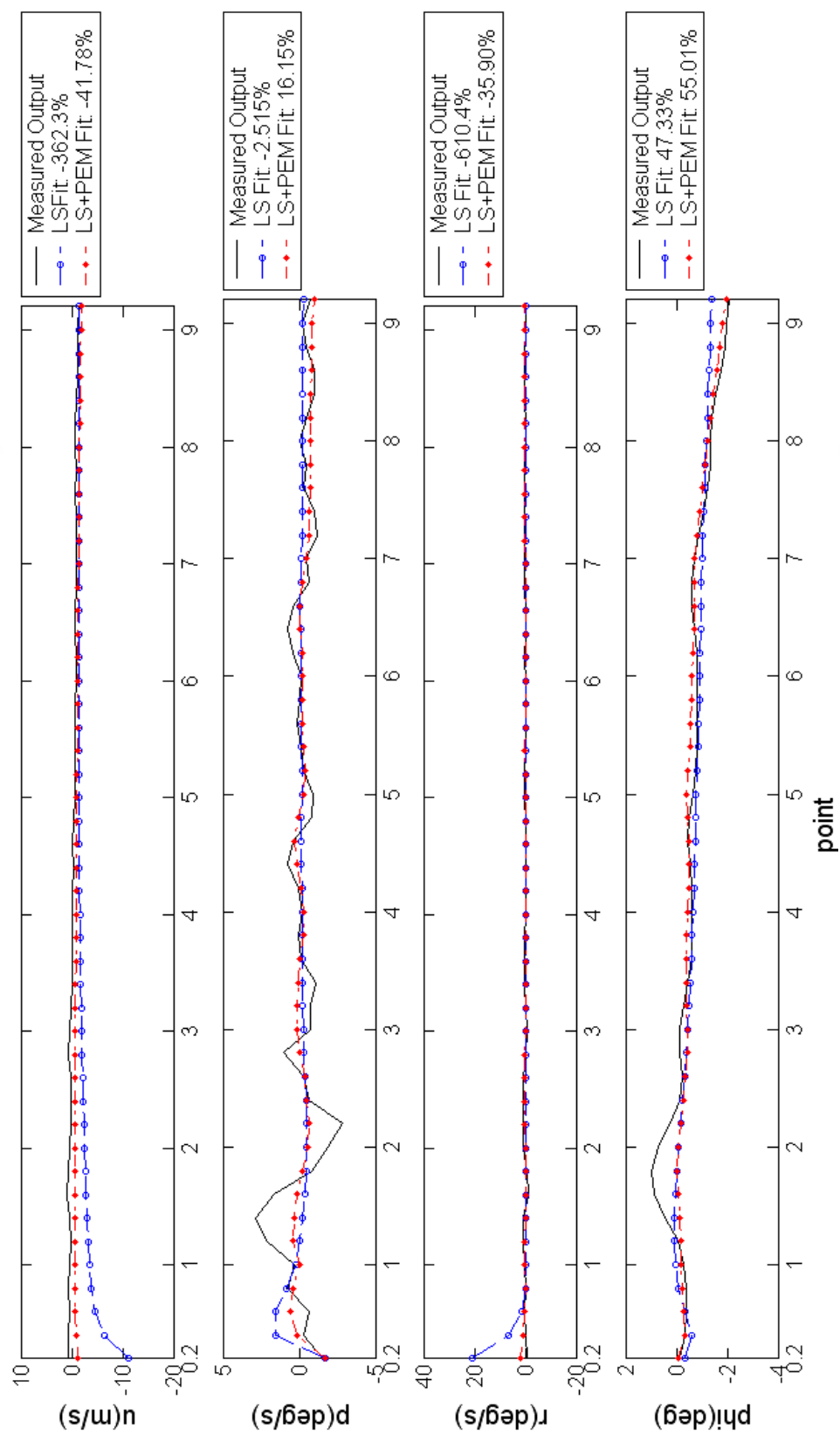


圖 5.51 橫向第 6 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度

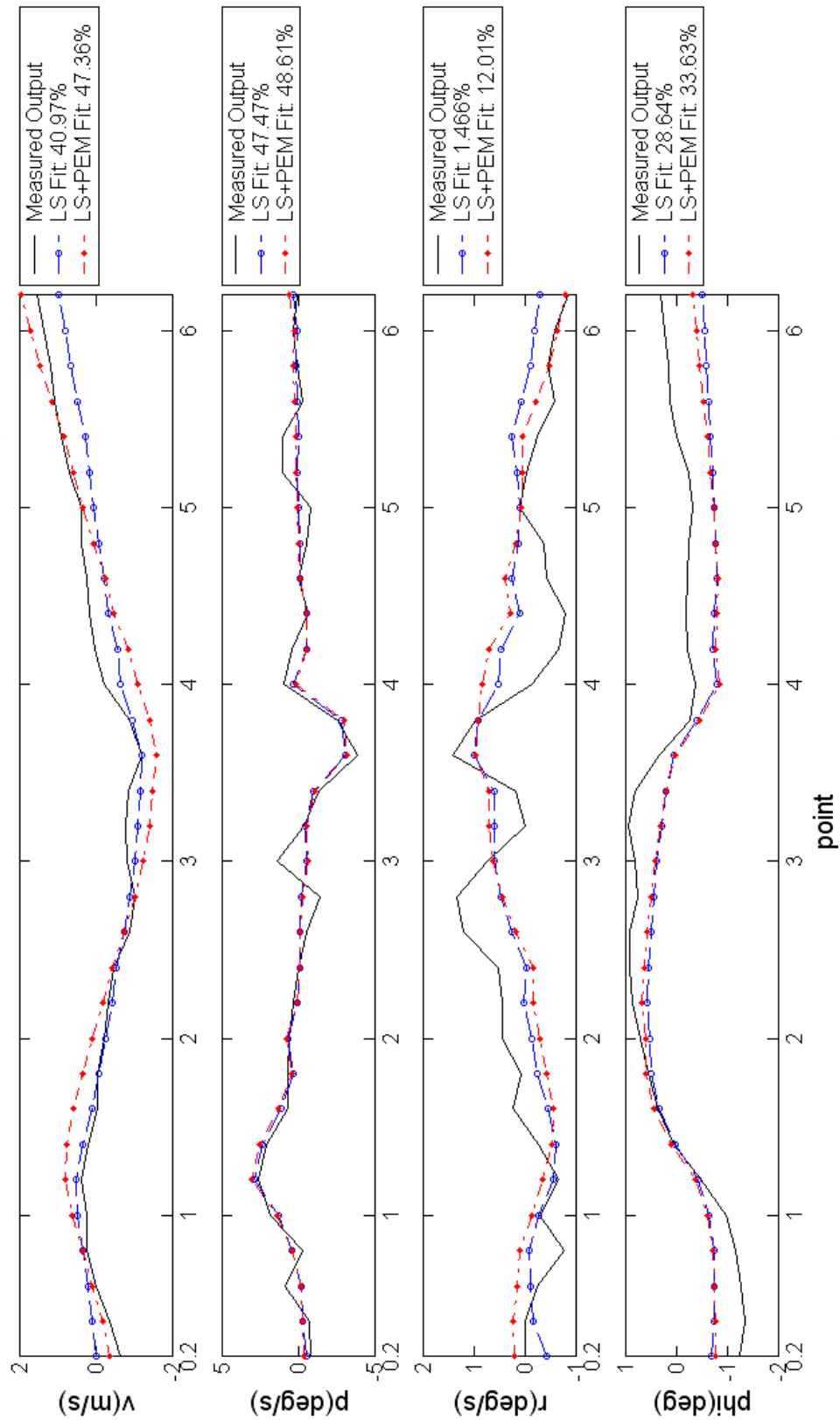


圖 5.52 橫向第 7 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度

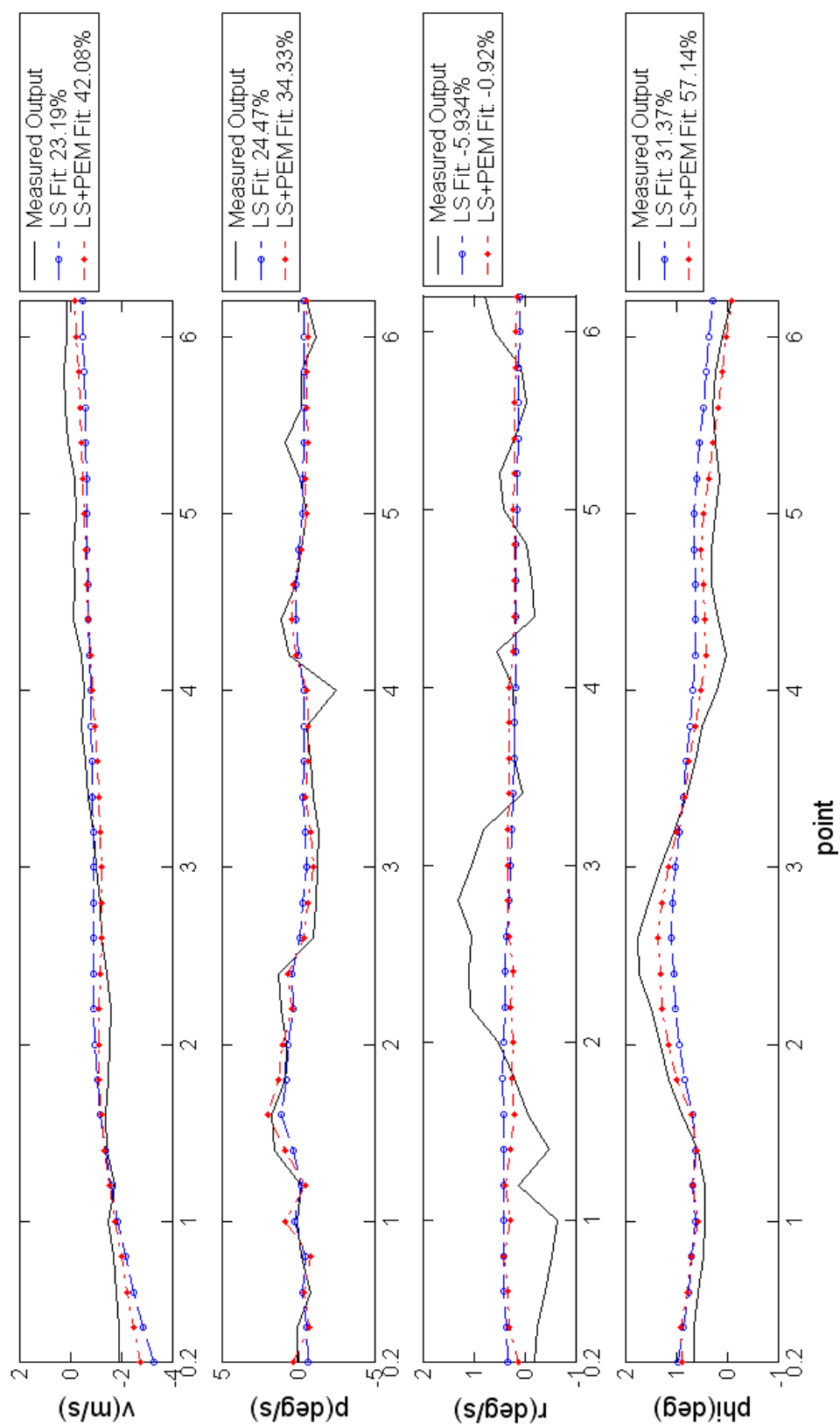


圖 5.53 橫向第 8 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度

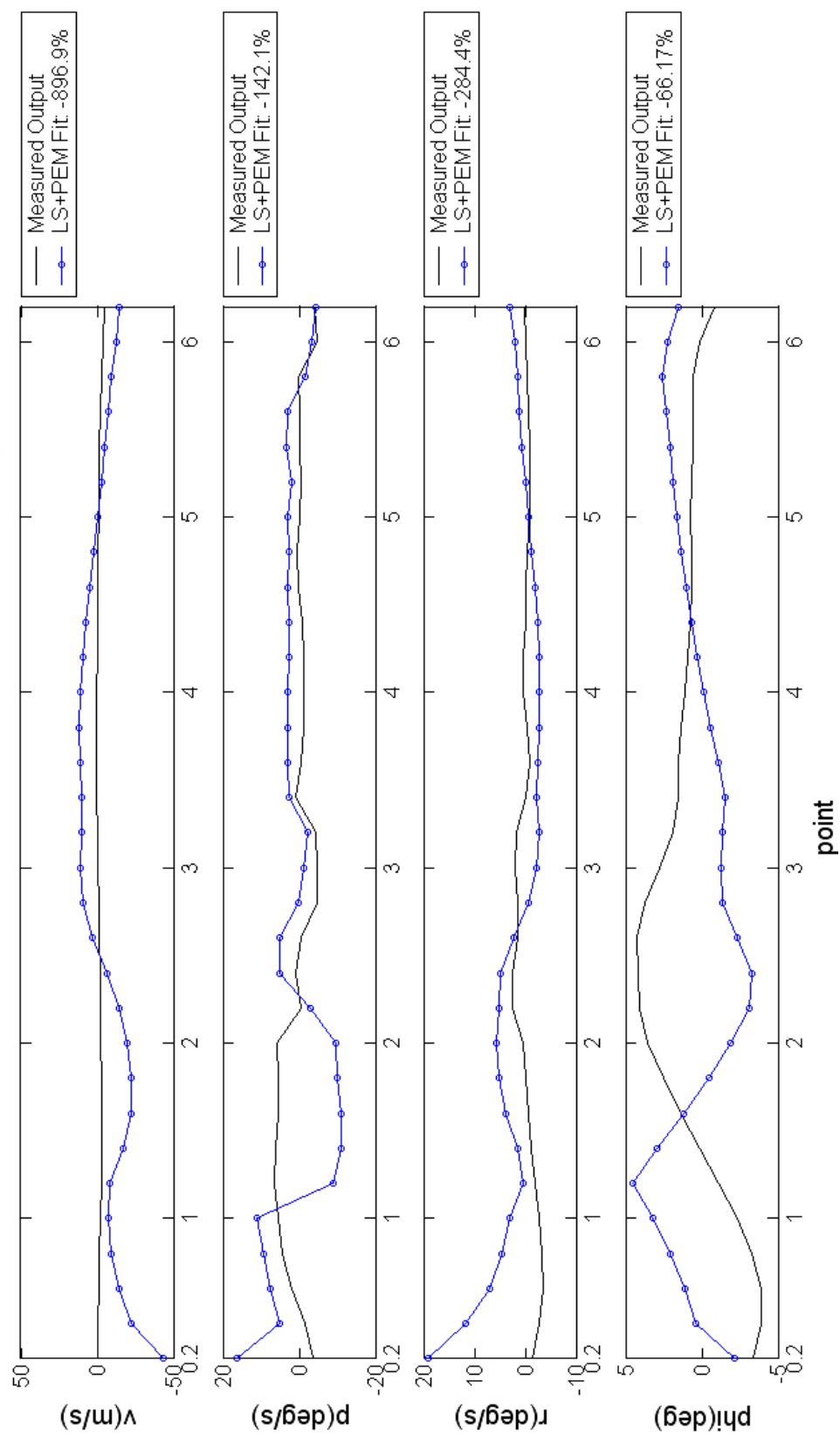


圖 5.54 橫向第 1 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據)

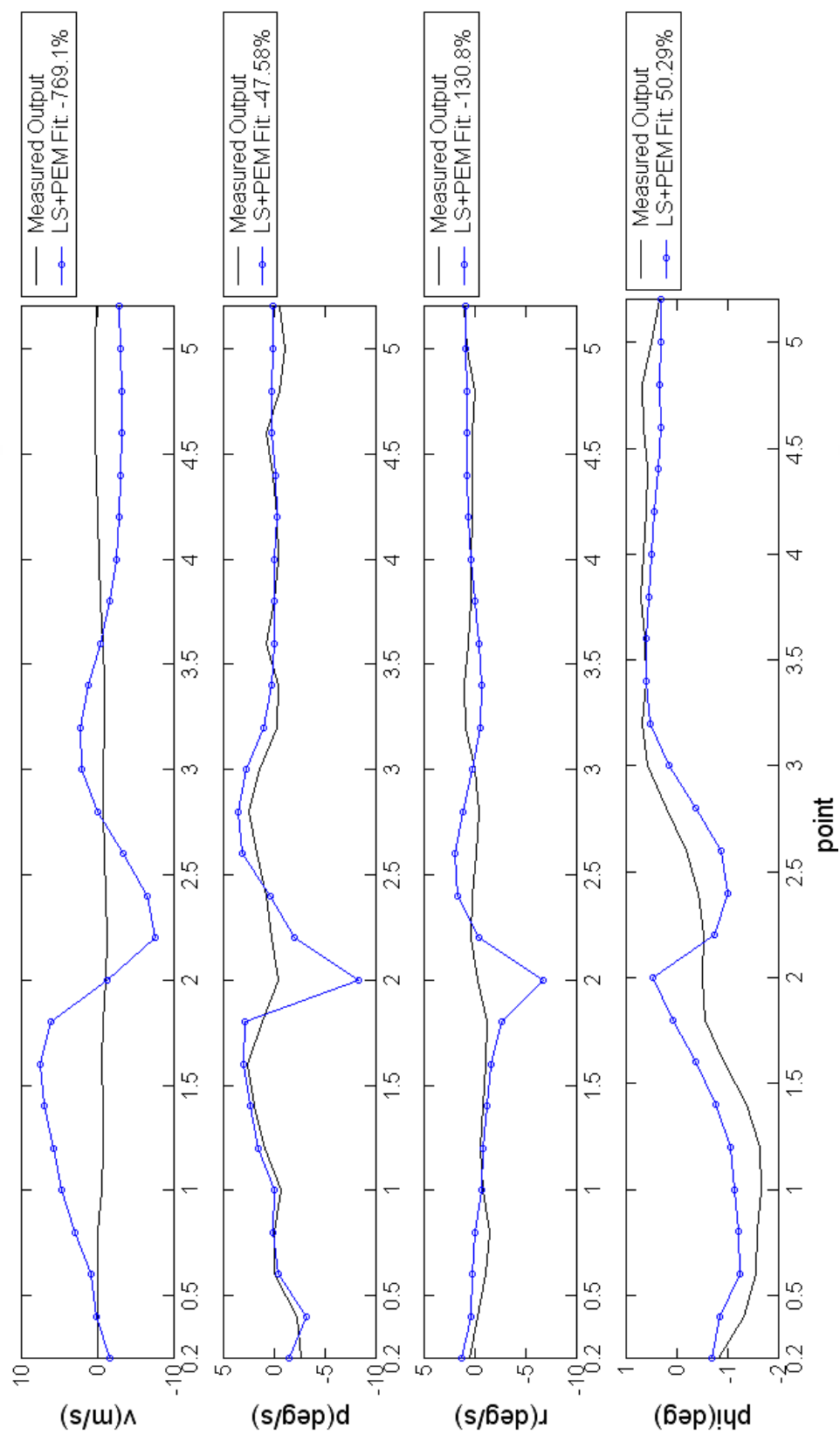


圖 5.55 橫向第 3 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據)

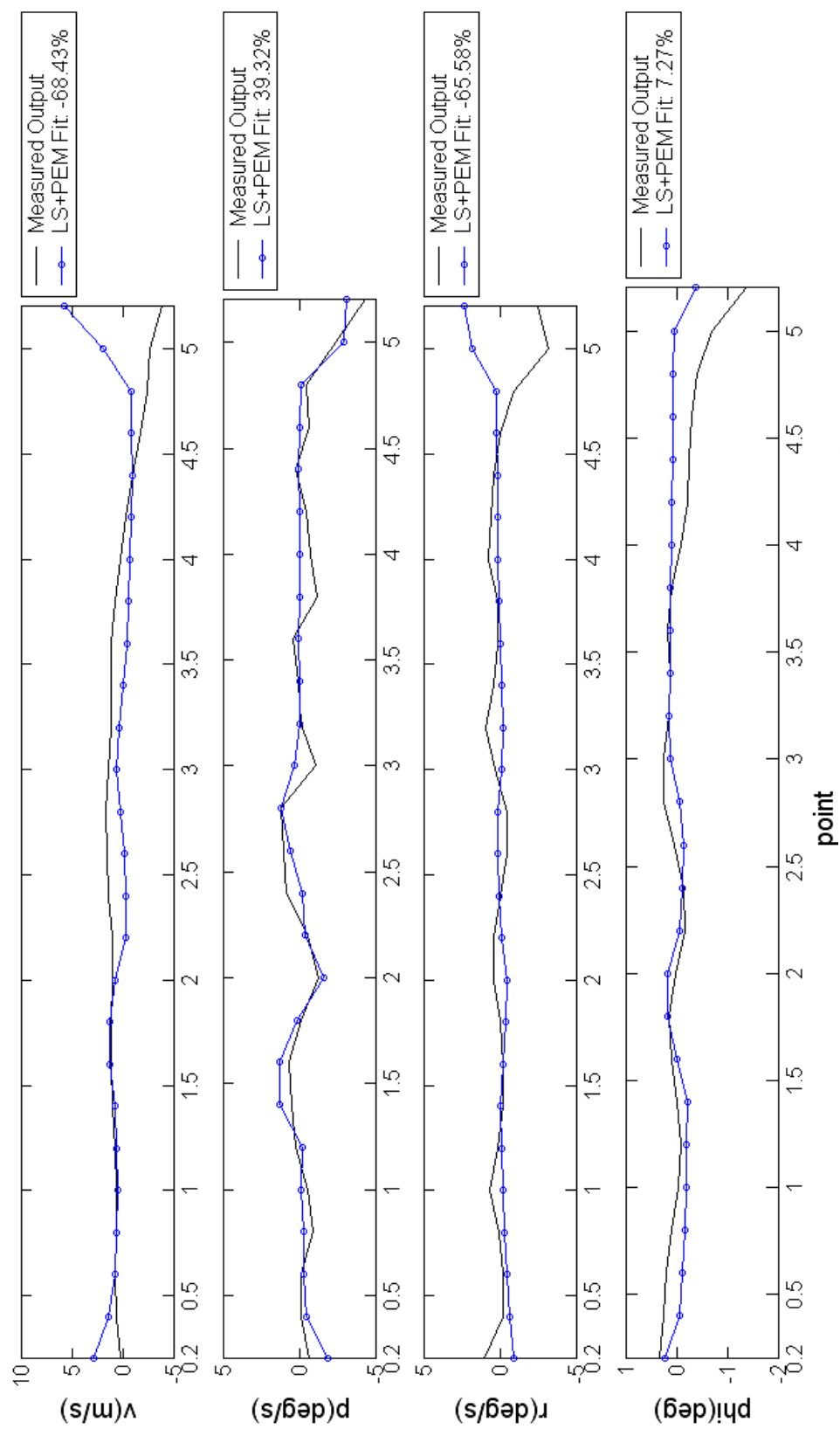


圖 5.56 橫向第 4 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據)

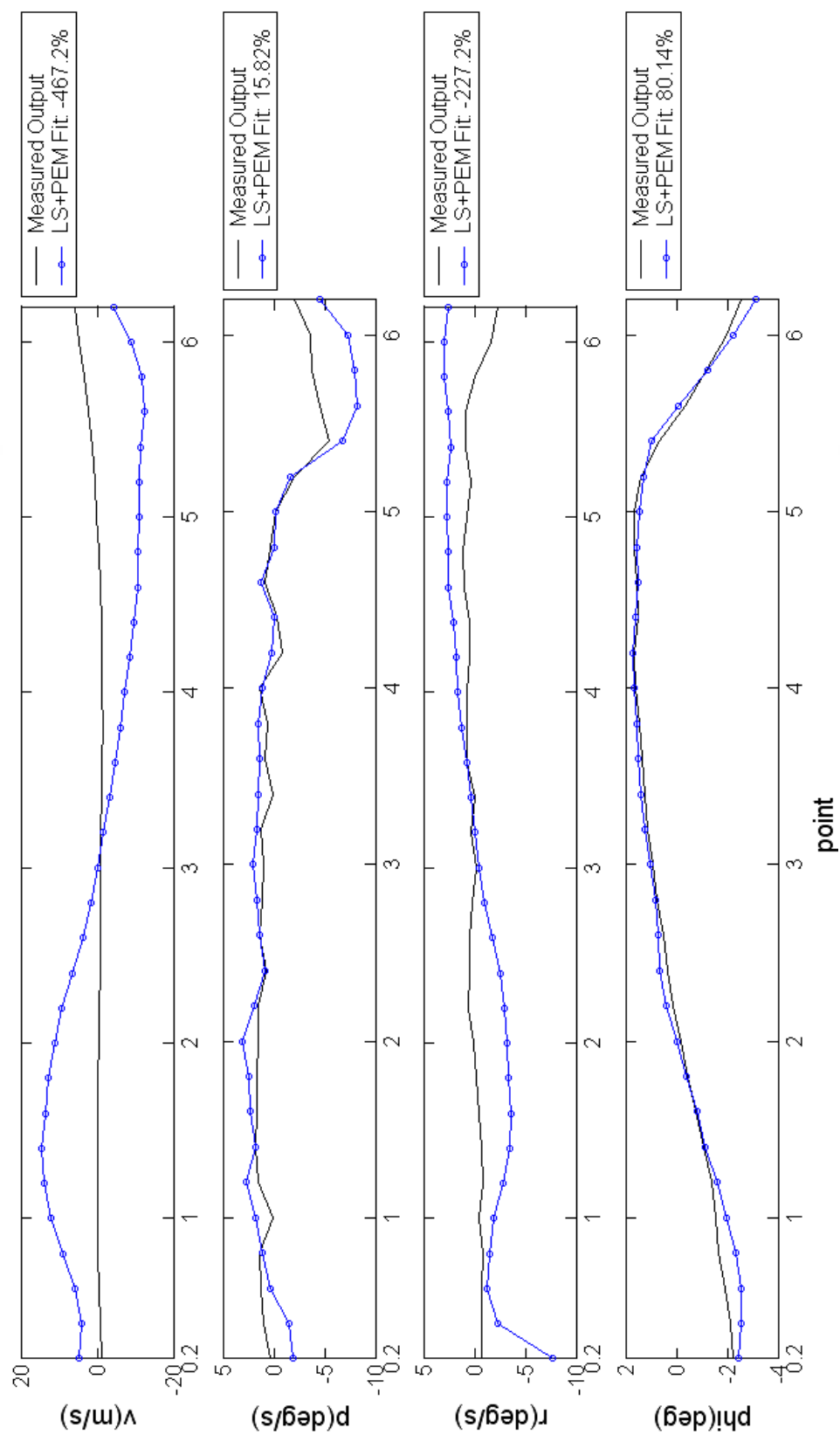


圖 5.57 橫向第 5 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據)

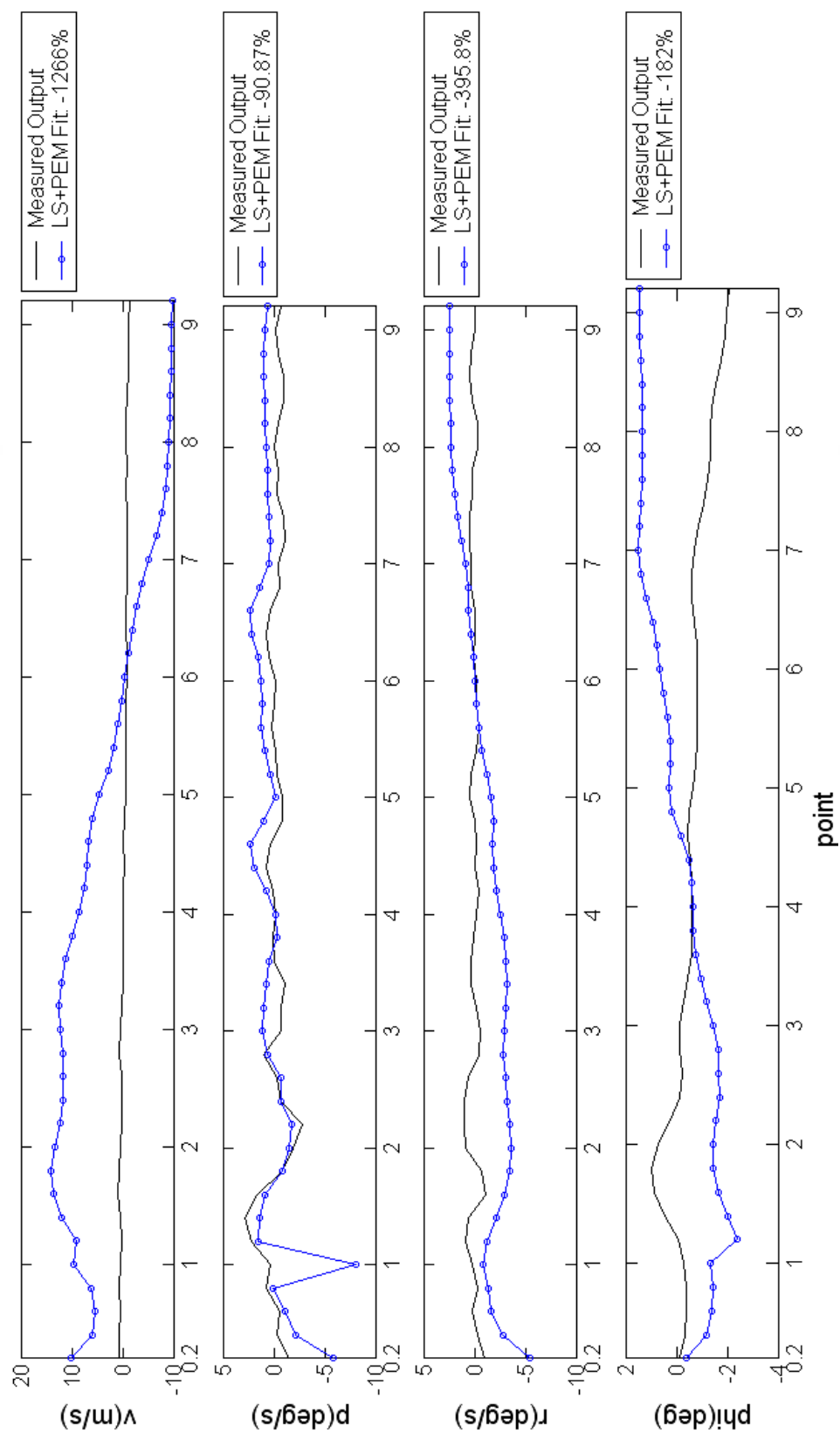


圖 5.58 橫向第 6 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據)

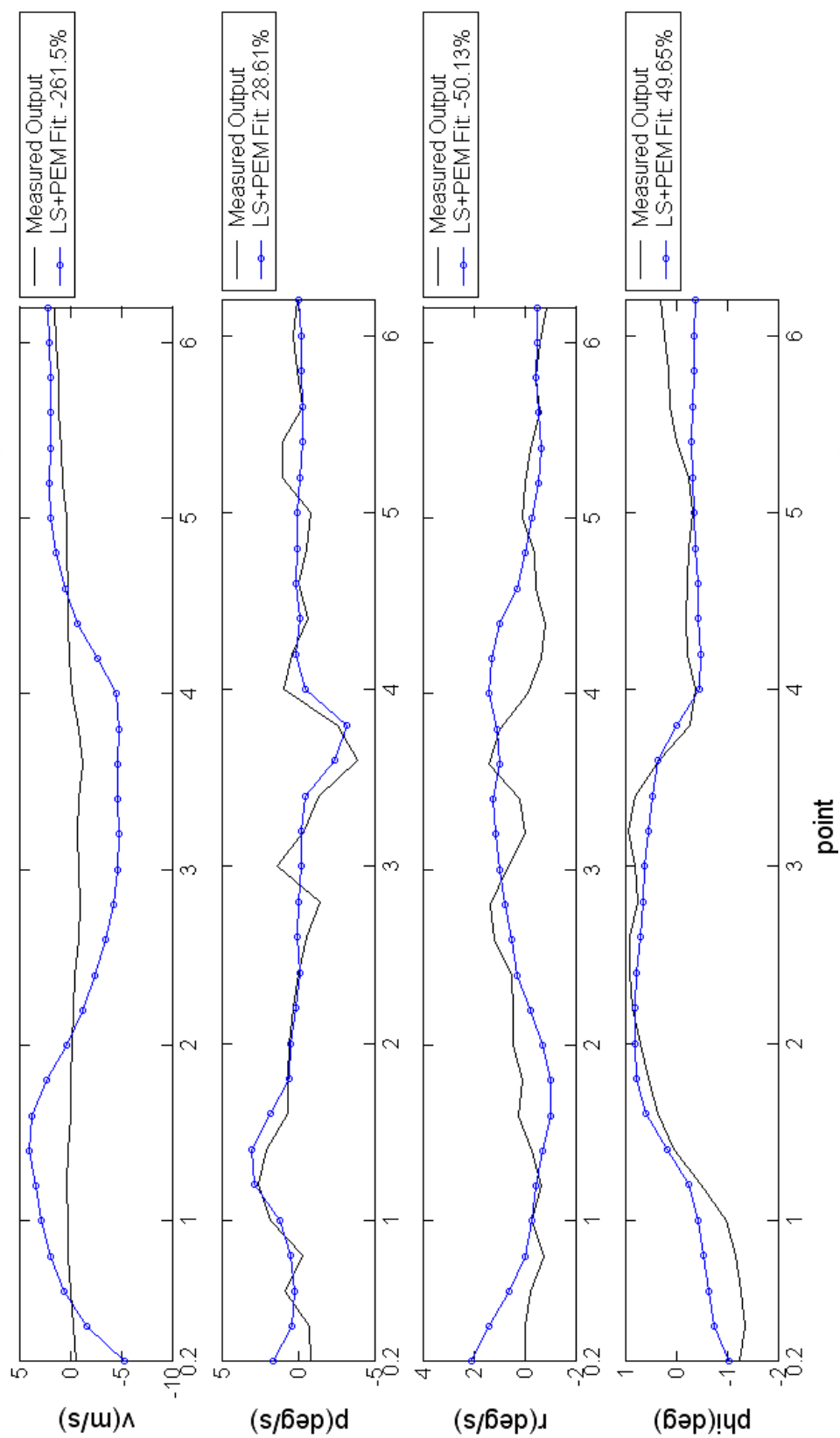


圖 5.59 橫向第 7 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據)

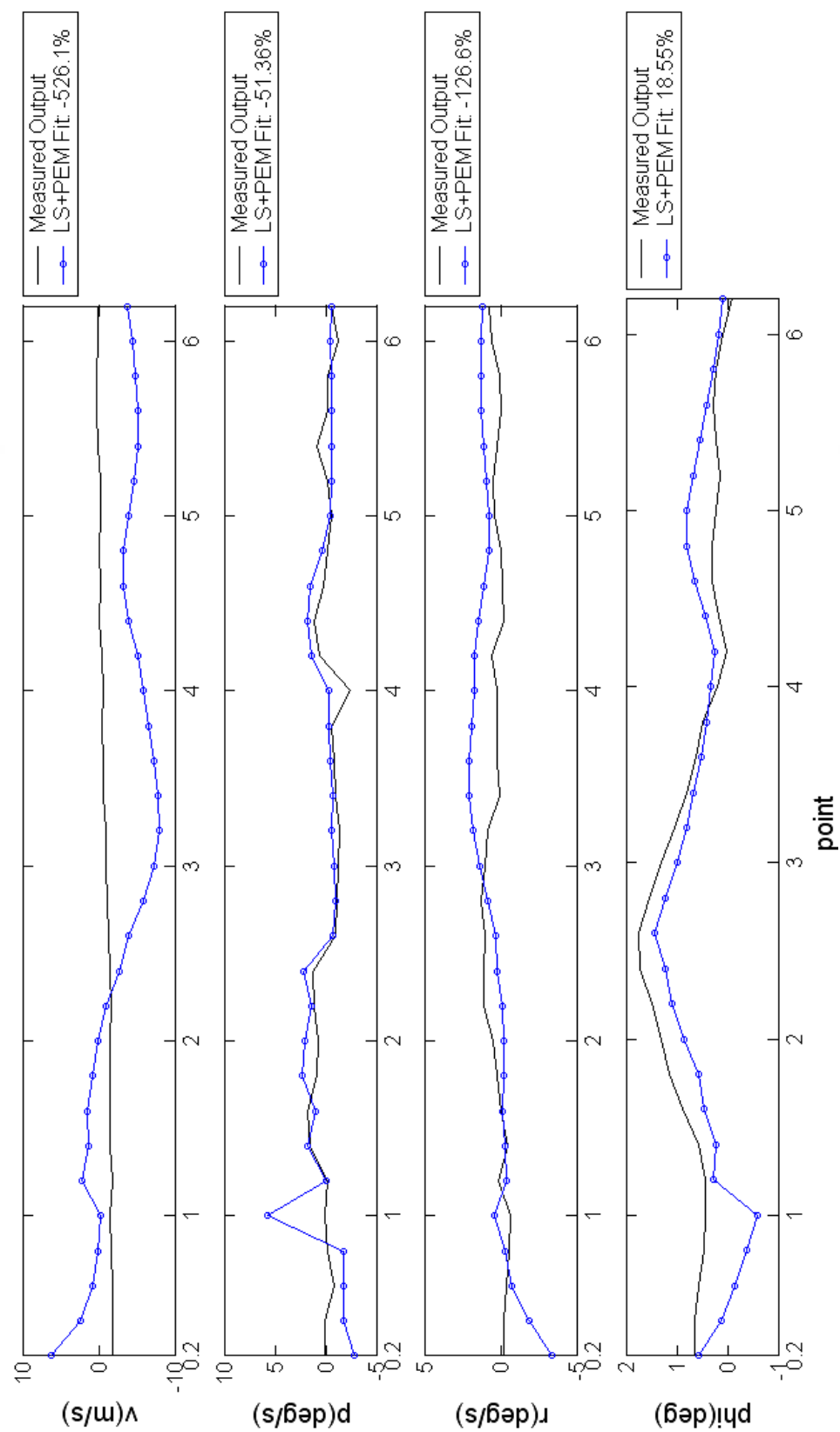


圖 5.60 橫向第 8 組飛行數據與各模型輸出之 fitness 程度(驗證數據)

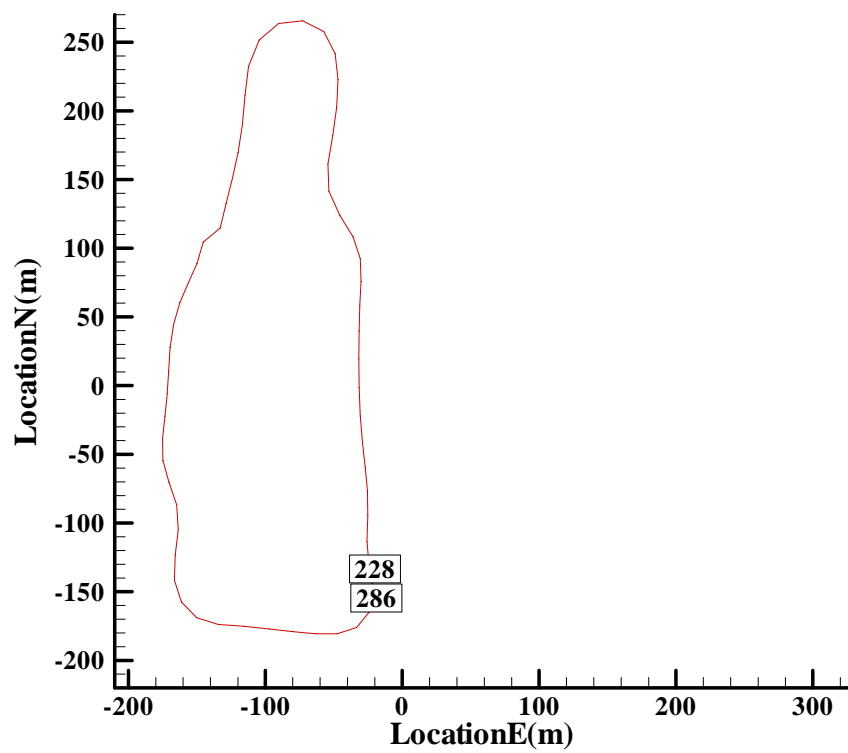
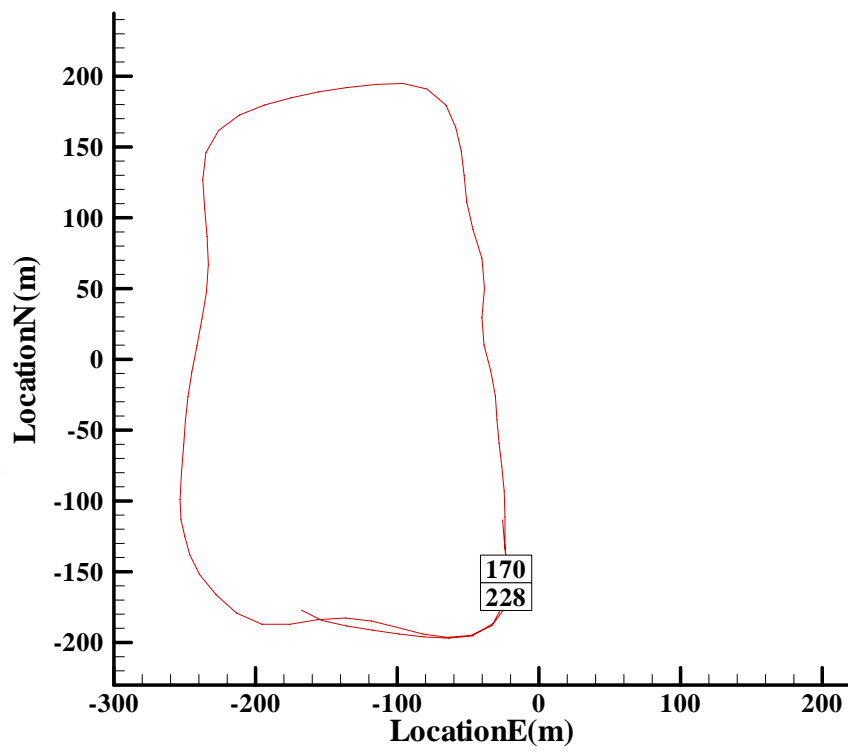


圖 5.61 以一圈為一區段，第 1,2 組飛行軌跡(標示的數字為飛行的時間)

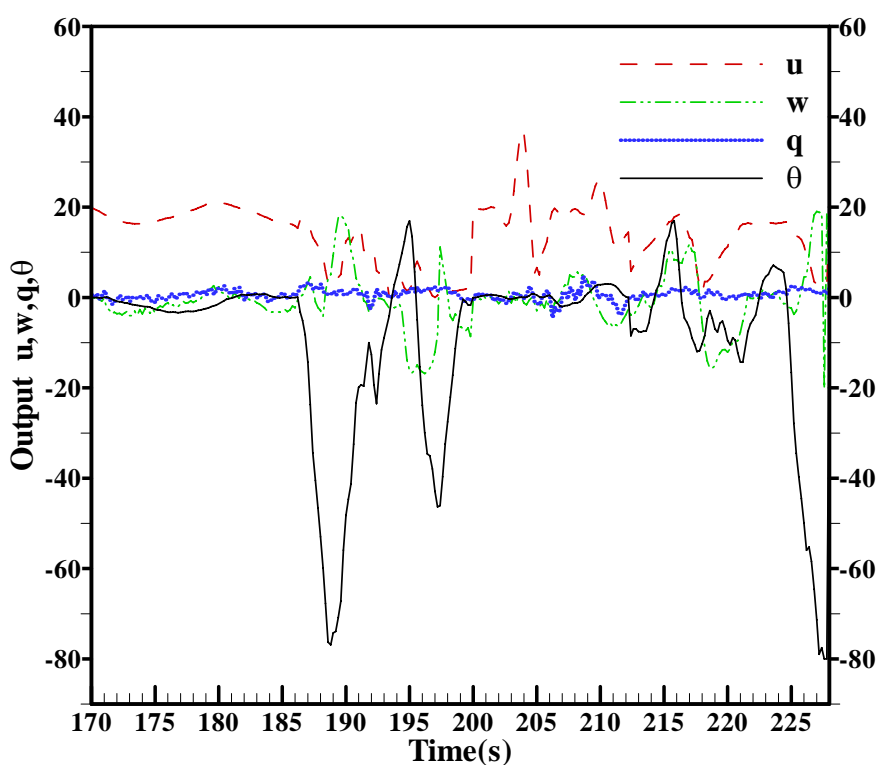
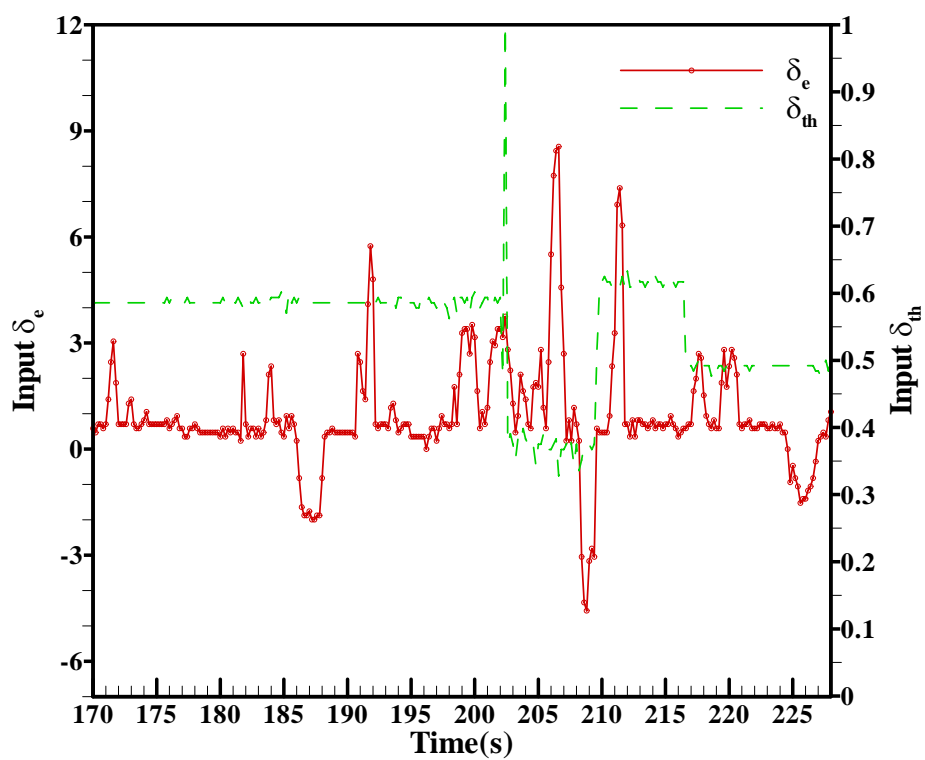


圖 5.62 以一圈為一區間的縱向第 1 組輸入輸出數據

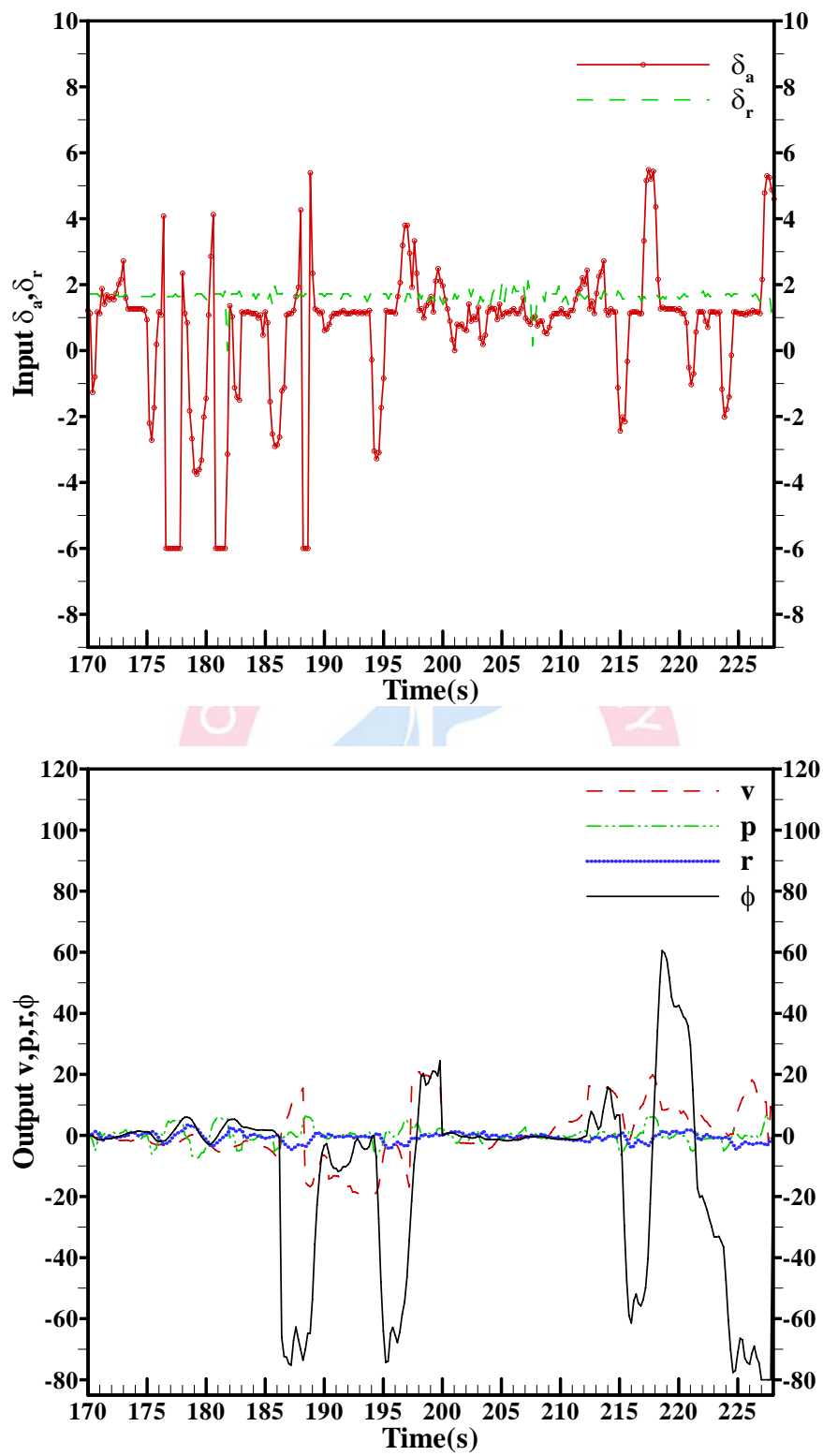


圖 5.63 以一圈為一區間的橫向第 1 組輸入輸出數據

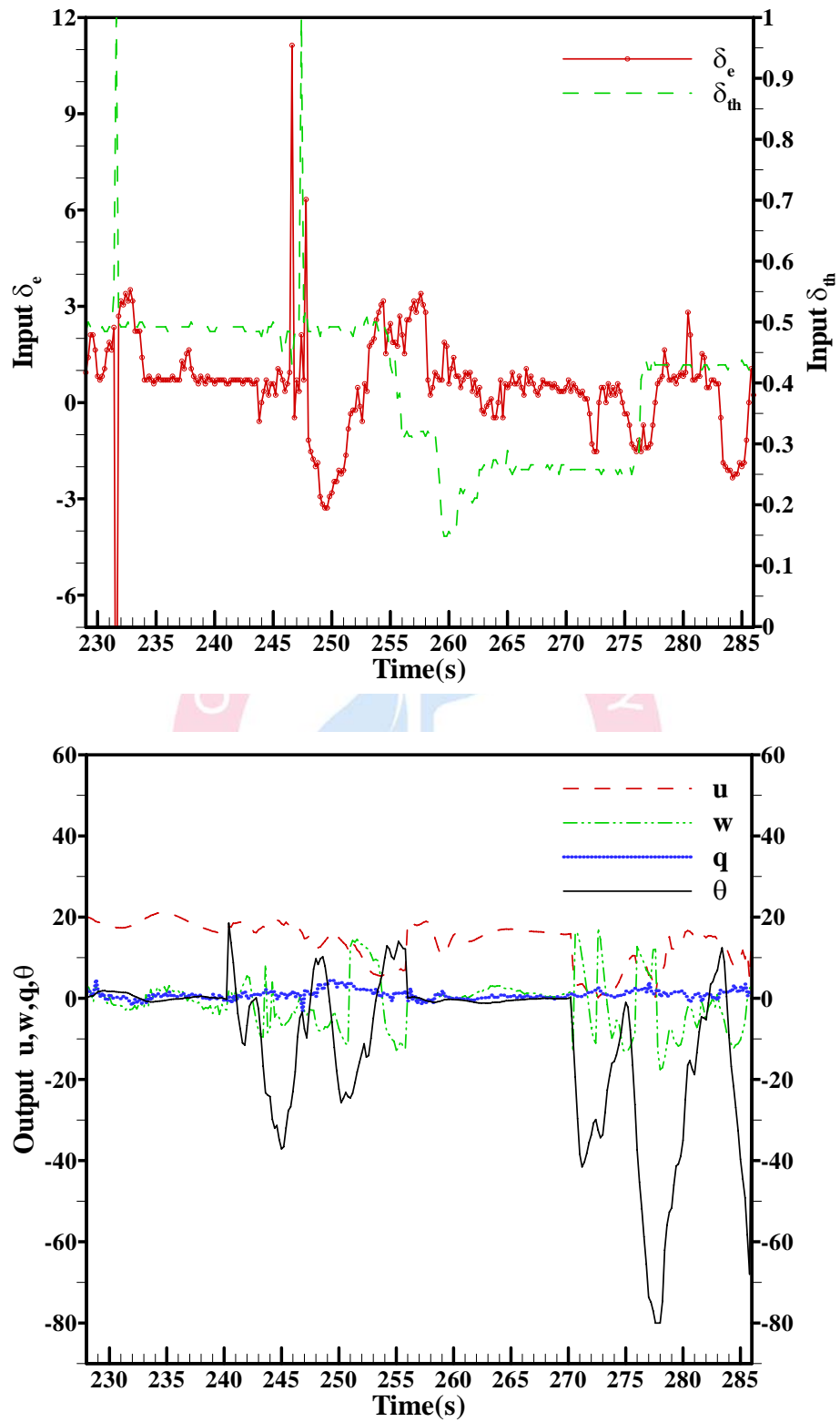


圖 5.64 以一圈為一區間的縱向第 2 組輸入輸出數據

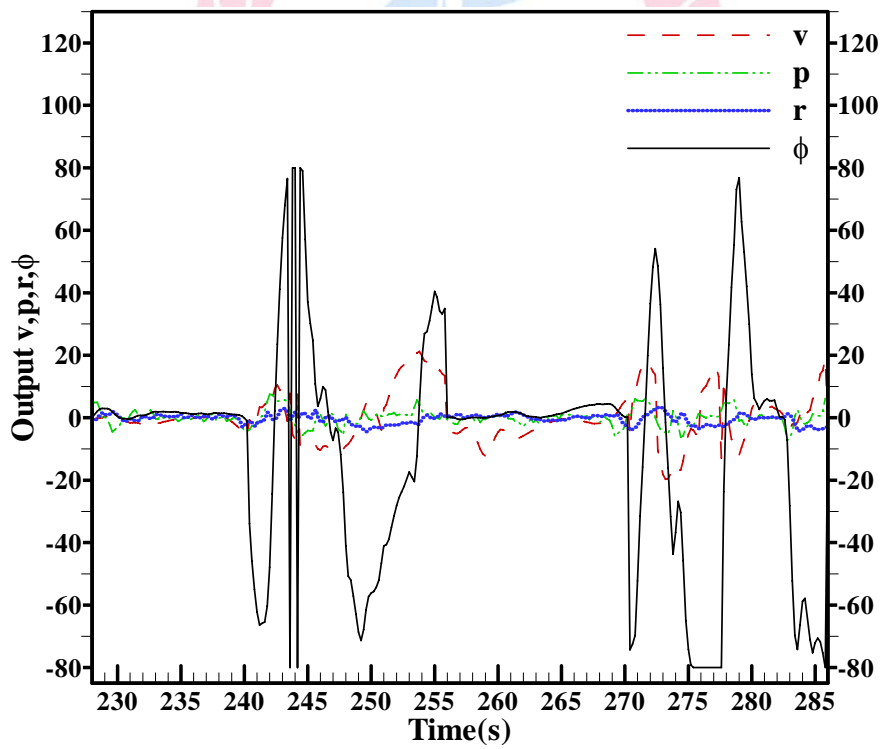
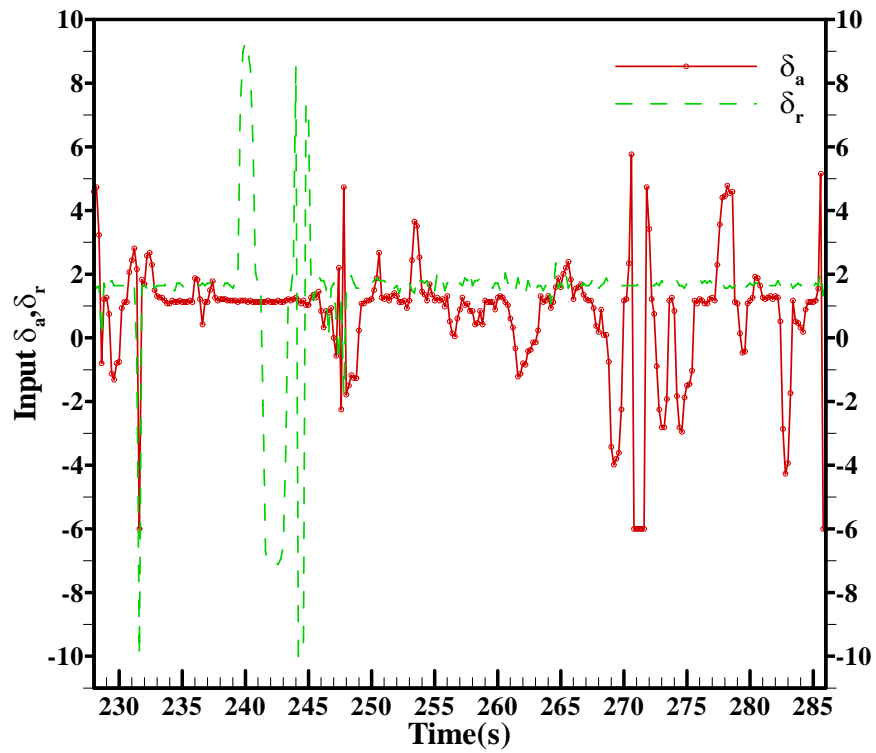


圖 5.65 以一圈為一區間的橫向第 2 組輸入輸出數據

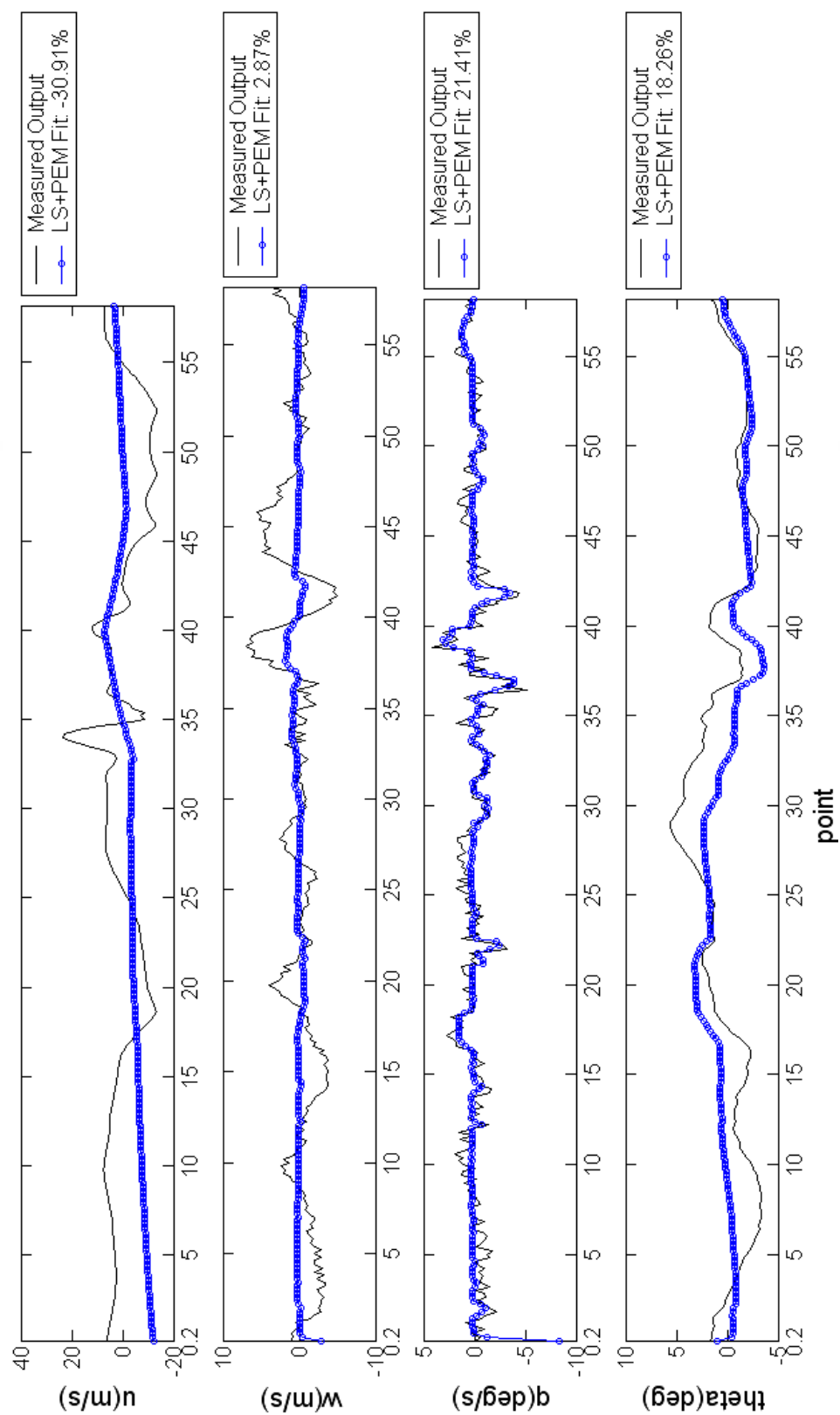


圖 5.66 第 1 圈飛行數據與模型輸出的 fitness 程度(識別數據-1)

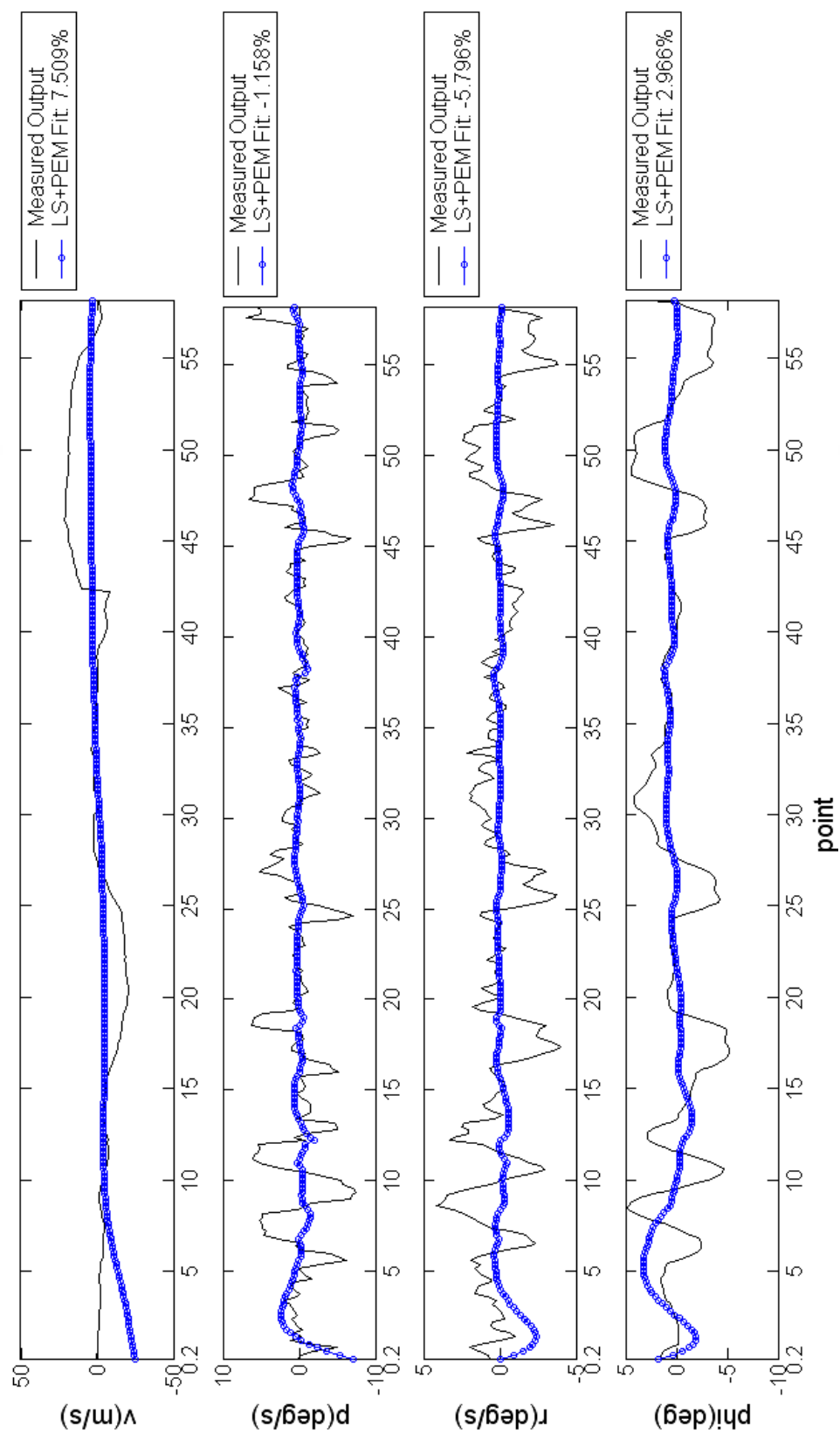


圖 5.67 第 1 圈飛行數據與模型輸出的 fitness 程度(識別數據-2)

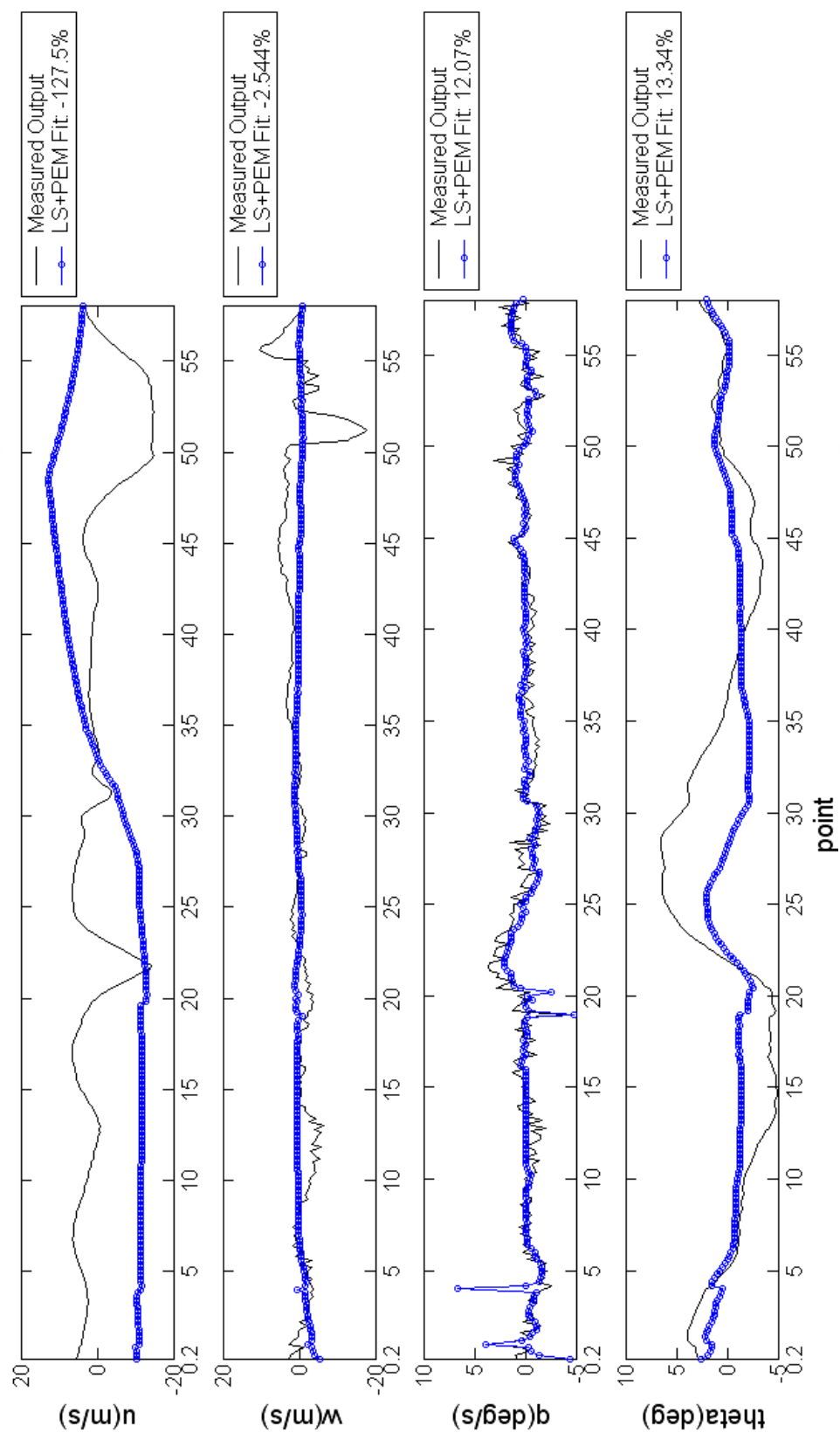


圖 5.68 第 2 圈飛行數據與模型輸出的 fitness 程度(驗證數據-1)

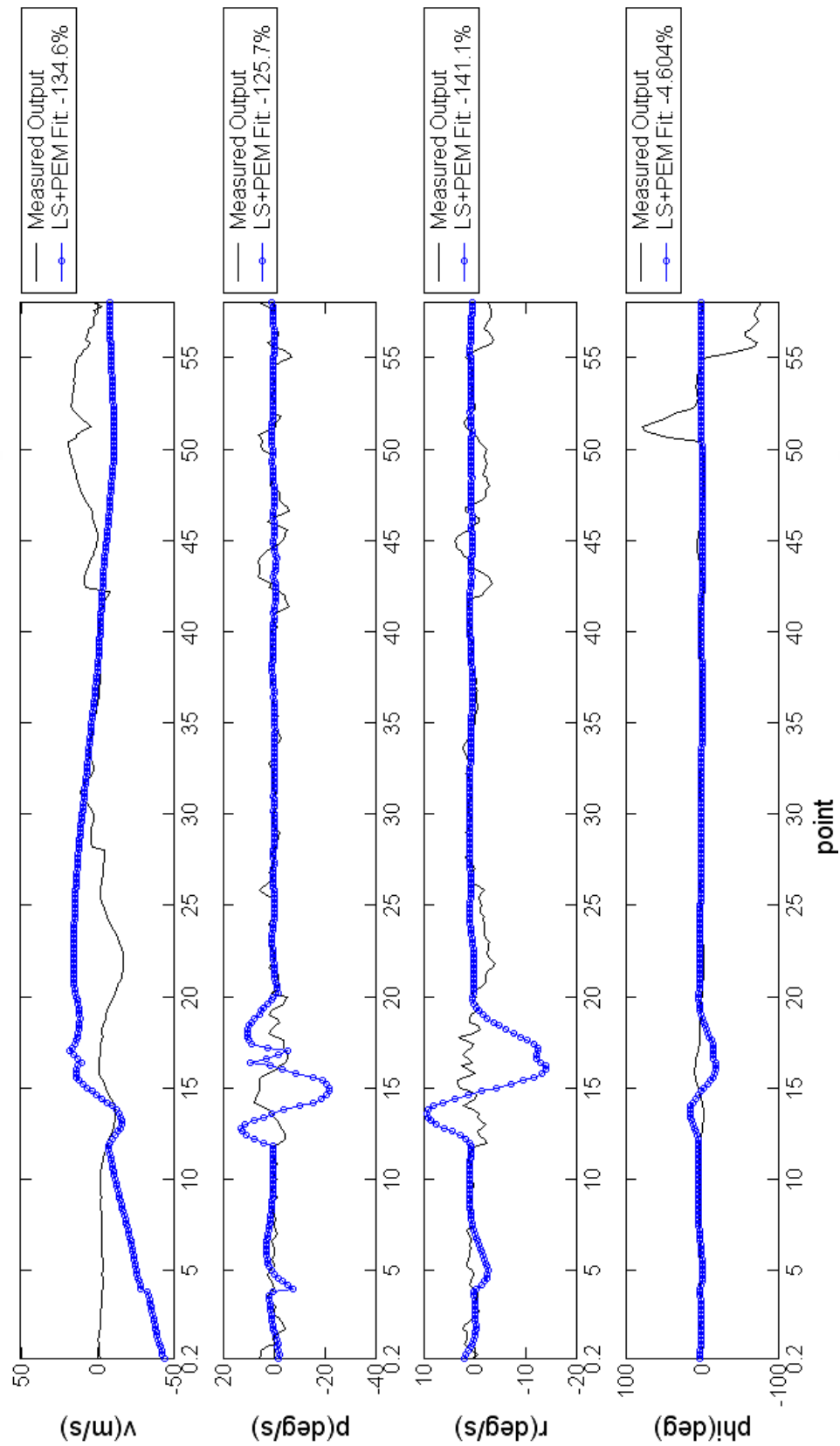


圖 5.69 第 2 圈飛行數據與模型輸出的 fitness 程度(驗證數據-2)