# 導航控制實驗

馬達系統參數識別

Servo Motor System ID

## 大綱

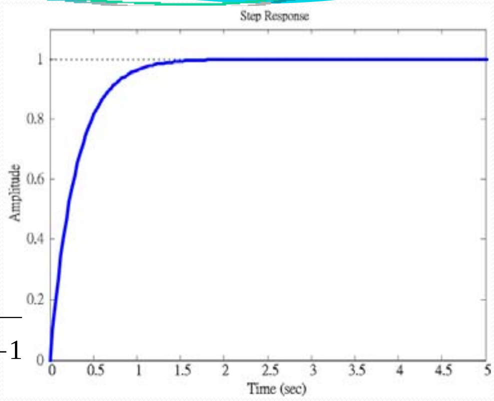
- 前言
- 時域系統識別
  - 1階系統
  - 2階系統
  - 馬達參數識別
- 頻域系統識別
  - 1階系統
  - 馬達參數識別
- 結論

# 系統識別目的

- 只要可準確估測系統模型，即可進行可靠的系統響應分析，並依控制目的設計其控制器，減低控制器負擔，提升控制性能。

- 時域系統識別
  - 控制系統的時域響應可分為暫態響應與穩態響應，系統暫態行為與系統初始狀態有關，而穩態行為與控制信號有關。
  - 利用步階輸入之系統響應識別。
- 頻域系統識別
  - 在頻域中系統之頻率響應，可由波德圖（Bode plot）來進行分析，利用波德圖可以瞭解系統在不同頻率下其響應之振幅大小及相位差的變化。
  - 利用正弦輸入之系統響應識別。

# 時域系統識別




- 一階系統

$$G(s)=\frac{b}{s+a}=\frac{b}{a}\left(\frac{1}{\frac{1}{a}s+1}\right)=k\frac{1}{\frac{1}{a}s+1}$$

- 時間常數-達到穩態值63.2 %所需之時間

$$T=\frac{1}{a}$$

---

$$G(s)=k\frac{1}{\frac{1}{a}s+1}$$

- 如何求增益值k
  - 若輸入訊號為單位步階訊號，則

$$k=\frac{y(\infty)}{u(\infty)}=\frac{output}{input}$$

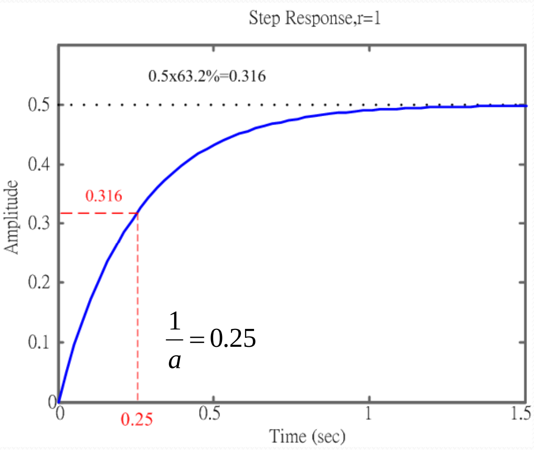
（從終值定理可以推得上式）

- k為輸出與輸入之間的單位轉換值
  - 例如輸入為Volt，輸出為rpm，則k的單位為rpm/volt，即每伏特輸入造成馬達的轉速為k rpm

# 時域-識別步驟

- 輸入Step input，大小為 R
- 觀察終值 $V_{ss} \Rightarrow k = \frac{V_{ss}}{R}$
- 觀察時間常數 $\Rightarrow T$
- 求得系統轉移函數 $\Rightarrow G(s) = k\frac{1}{Ts+1}$

# 1階識別範例




- $V_{ss} = 0.5, R = 1$

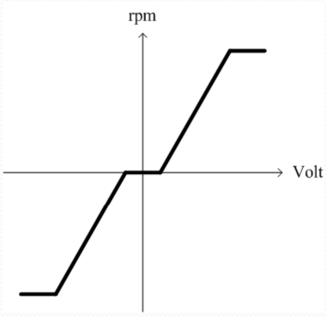
  $T_s = 0.98(\text{sec})$
- $k = \frac{Output}{Input} = \frac{0.5}{1} = \frac{1}{2}$

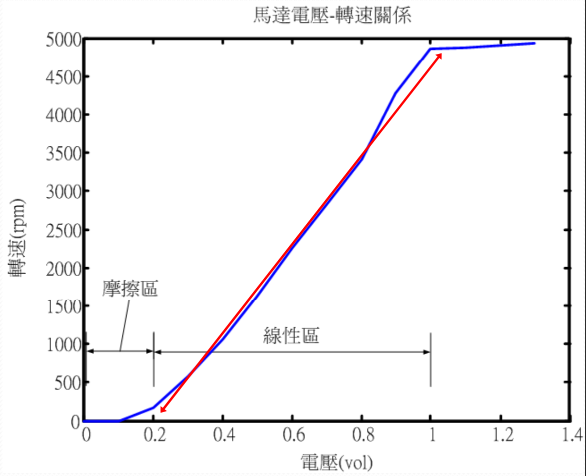
  $T = \frac{1}{a} = 0.25(\text{sec})$

$$\Rightarrow G(s) = k\frac{1}{Ts+1} = \frac{1}{2}\frac{1}{0.25s+1}$$

# 馬達特性

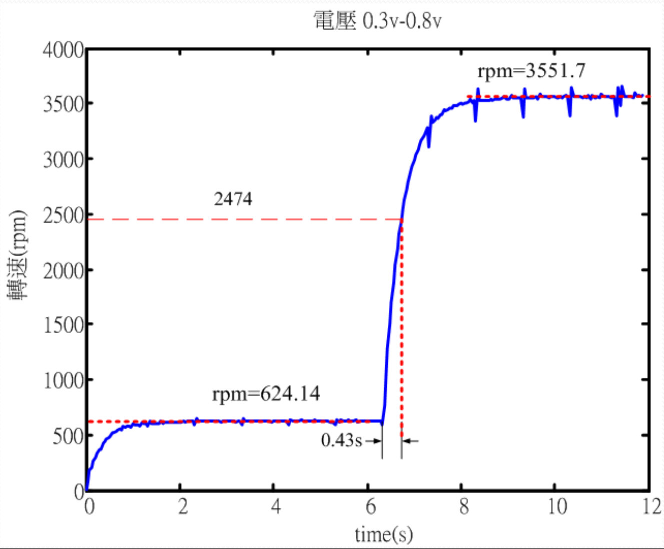
理想穩態關係




# 實際進行系統測試之方法

- 0.3v->0.8v

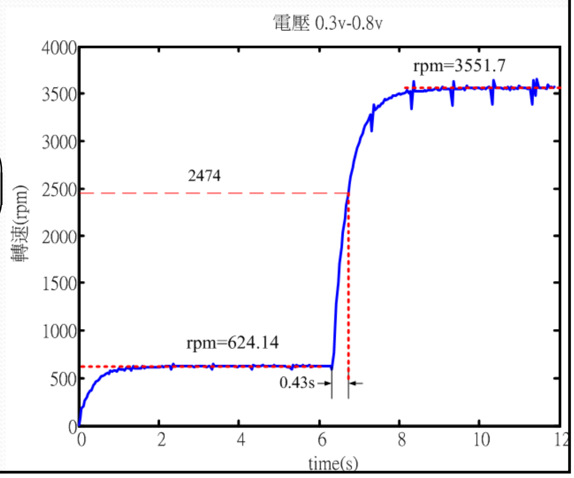


$$k = \frac{3551.7 - 624.14}{0.5} = 5855.1$$

T=0.43(sec)

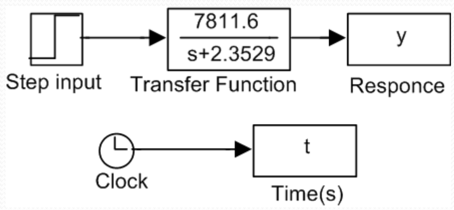
$$\Rightarrow G(s) = 5855.1\left(\frac{1}{0.43s+1}\right)$$

$$= \frac{13616.51}{s+2.326}$$




# 系統模擬

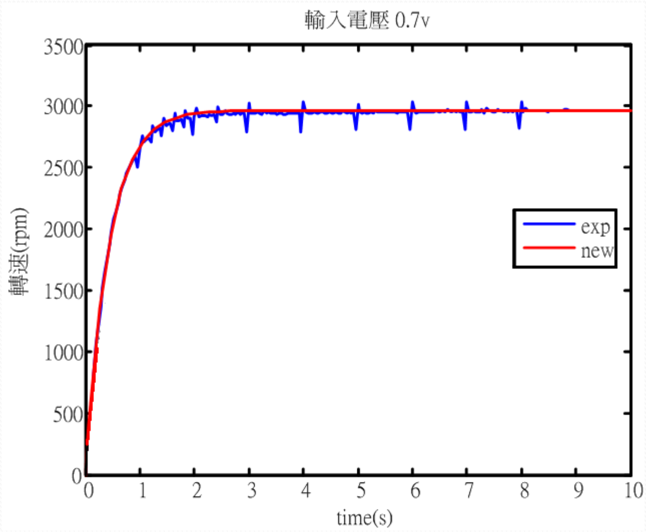
使用 Simulink




Step time: 0

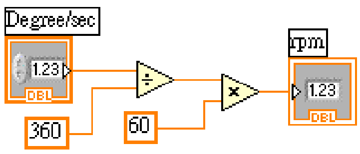
從模擬結果來微調剛剛估計的參數值。

## 驗證

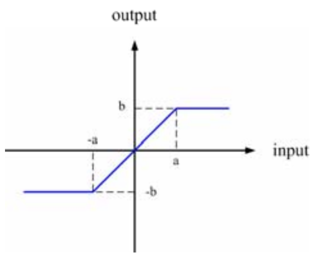


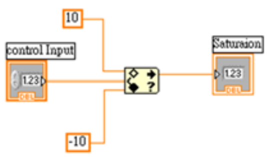

## 角速度

$$\frac{Degree}{\sec} \times \frac{1}{360^\circ} \times 60 = rpm$$

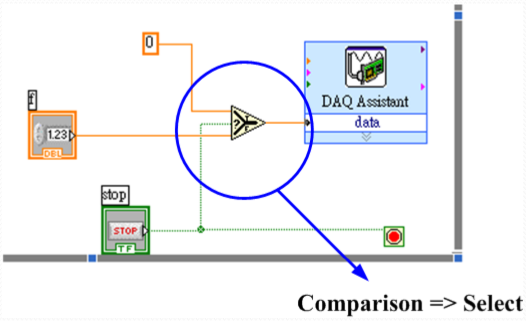



## Saturation

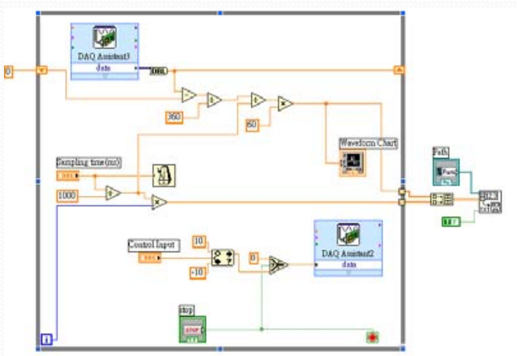


## Output=0(V),When Stop is activated.




## 練習 ：時域–馬達一階系統識別



實驗步驟：

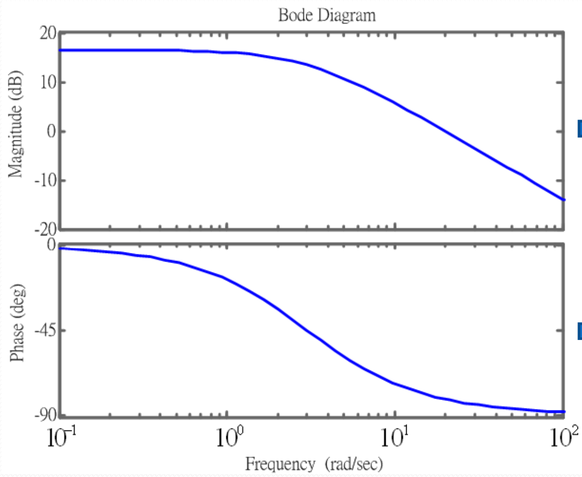
(1) 輸入0.3V進入穩態之後，再變更為0.8V

(2) 取樣頻率：25Hz

(3) 將求得的系統模型，使用Simulink模擬輸入0.5V時的馬達轉速。與實際結果是否符合。

# 頻域系統識別

- 一階波德圖 $G=\dfrac{20}{s+3}$

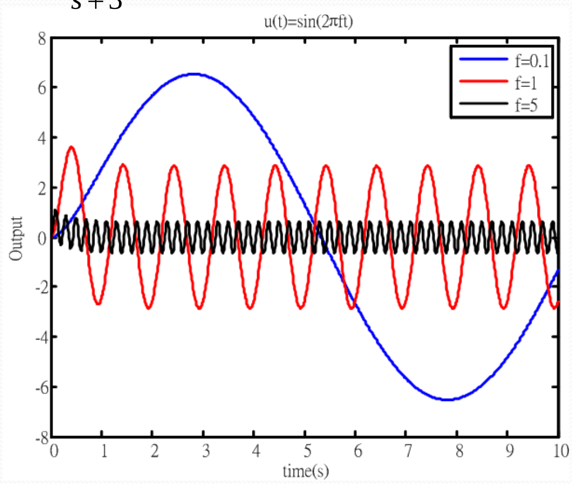



代表振幅變化：輸出振幅的大小，會因為輸入訊號頻率的不同而有所變化。

代表相位變化：輸出的波型與輸入訊號波型相位差的變化。

# 輸入訊號頻率之影響

- 系統 ：$G=\dfrac{20}{s+3}$　　輸入：$\sin(2\pi f t)$



- 振幅變化之計算

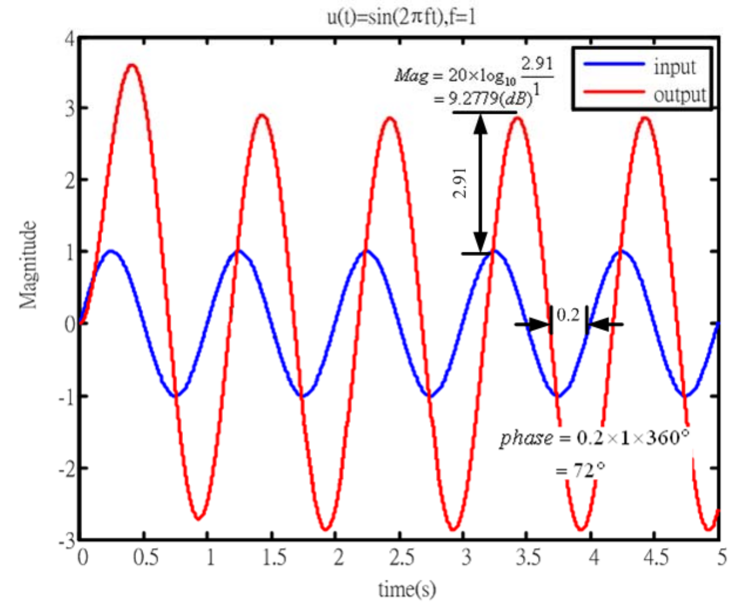
$$Mag(dB) = 20 \times \log_{10}\left(\frac{Amp_{output}}{Amp_{input}}\right)$$

- 相位變化之計算

$$phase = \Delta t \times freq(Hz) \times 360°$$

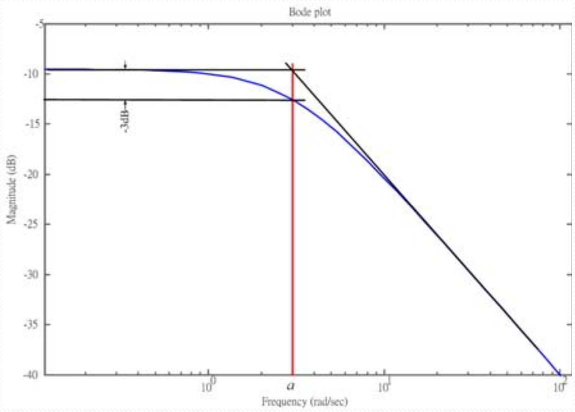
$\Delta t$：波峰之間的時間差

$freq(Hz)$：輸入訊號的頻率



# 頻域識別

- 1階系統 $G(s)=\frac{b}{s+a}=\frac{b}{a}\left(\frac{a}{s+a}\right)=k\frac{a}{s+a}$
- 轉角頻率 $\Rightarrow a$




# 如何求k

- 系統在低頻時 $G(j\omega)=k\left.\frac{a}{j\omega+a}\right|_{j\omega\approx 0}=k$
- 初始的dB值 $M(dB)=20\log_{10}\left(G\left(j\omega\right)\right)=20\log_{10}\left(k\right)$
- 可得 $k=10^{\frac{M}{20}}$

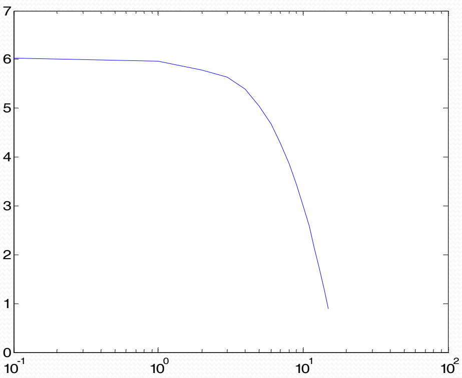
# 頻域-識別步驟

- 輸入固定振幅不同頻率之正弦波，記錄不同頻率輸入所對應之輸出振幅大小。
- 畫出頻率響應圖，x軸為輸入頻率，y軸為對應輸出的振幅變化。
- 由頻率響應圖來估測模型。
- 模型驗證及微調。

# 1階識別範例

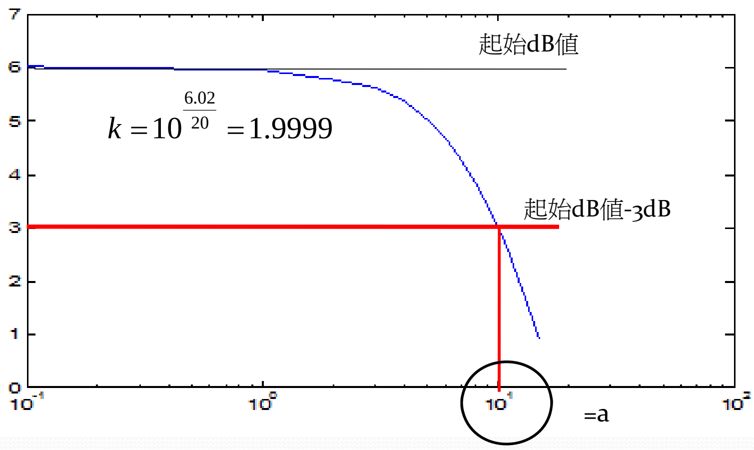
$$G(s)=\frac{20}{s+10}$$

| freq. | input amp. | output amp. | dB |
|---|---|---|---|
| 0.1 | 1.5 | 3 | 6.0206 |
| 1 | 1.5 | 2.98 | 5.9625 |
| 2 | 1.5 | 2.92 | 5.785832 |
| 3 | 1.5 | 2.87 | 5.635813 |
| 4 | 1.5 | 2.79 | 5.390259 |
| 5 | 1.5 | 2.68 | 5.040871 |
| 6 | 1.5 | 2.57 | 4.676837 |
| 7 | 1.5 | 2.46 | 4.296877 |
| 8 | 1.5 | 2.34 | 3.862492 |
| 9 | 1.5 | 2.23 | 3.444272 |
| 10 | 1.5 | 2.12 | 3.004892 |
| 11 | 1.5 | 2.02 | 2.585202 |
| 12 | 1.5 | 1.92 | 2.144199 |
| 13 | 1.5 | 1.83 | 1.727197 |
| 14 | 1.5 | 1.74 | 1.28916 |
| 15 | 1.5 | 1.66 | 0.880337 |




$$Mag(dB)=20\times\log_{10}\left(\frac{Amp_{output}}{Amp_{input}}\right)$$

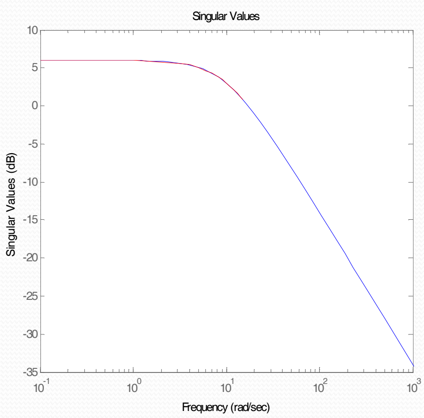
# 識別範例 $G(s)=\frac{20}{s+10}=2\frac{10}{s+10}$




# 驗證

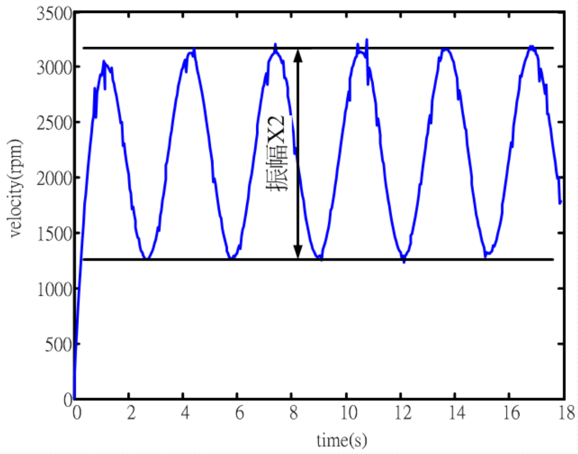
- MATLAB code

```
semilogx(freq,mag,'r')
hold
G=tf([19.999],[1 10]);
sigma(G,'b')
```



# 實際進行系統測試之方法

- $u(t) = 0.2 \times \sin(\omega t) + 0.6$ (輸入訊號)




。利用Matlab，將Labview所得到的時間和轉速做成左圖。

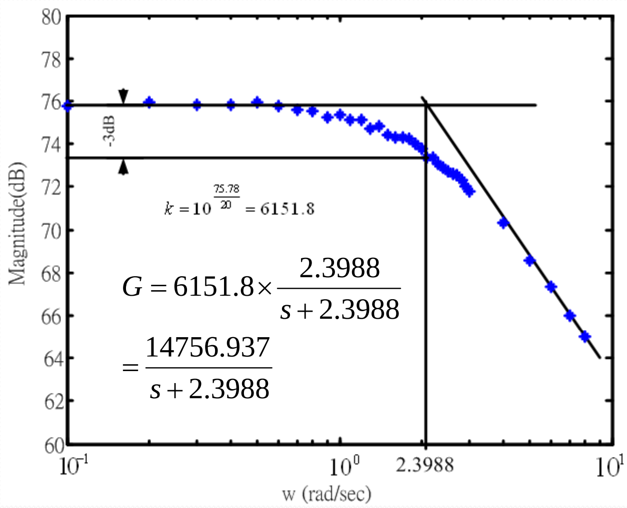
。取穩態的sine波振幅

# 頻域-馬達系統識別

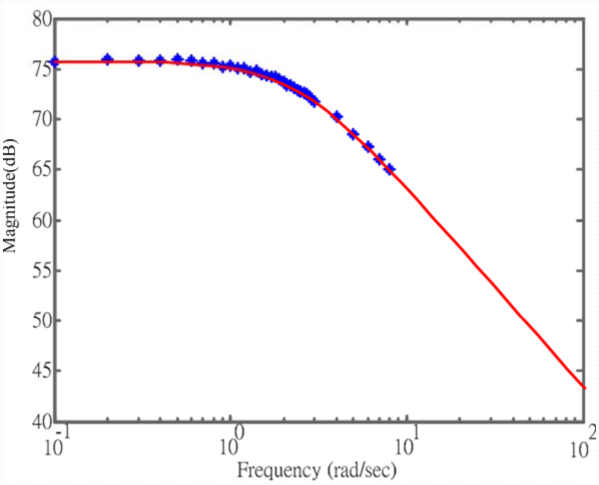
| W(rad/sec) | dB | W(rad/sec) | dB |
|---|---|---|---|
| 0.1 | 75.7421 | 1.9 | 73.9794 |
| 0.2 | 75.9176 | 2 | 73.7595 |
| 0.3 | 75.8478 | 2.1 | 73.3624 |
| 0.4 | 75.8127 | 2.2 | 73.3491 |
| 0.5 | 75.9176 | 2.3 | 73.0643 |
| 0.6 | 75.7775 | 2.4 | 72.9183 |
| 0.7 | 75.5630 | 2.5 | 72.7197 |
| 0.8 | 75.5400 | 2.6 | 72.6187 |
| 0.9 | 75.2498 | 2.7 | 72.5165 |
| 1 | 75.3431 | 2.8 | 72.2821 |
| 1.1 | 75.0984 | 2.9 | 72.0421 |
| 1.2 | 75.1175 | 3 | 71.7654 |
| 1.3 | 74.7080 | 4 | 70.3042 |
| 1.4 | 74.8073 | 5 | 68.5465 |
| 1.5 | 74.4238 | 6 | 67.3285 |
| 1.6 | 74.2992 | 7 | 66.0206 |
| 1.7 | 74.2782 | 8 | 64.9840 |
| 1.8 | 74.2361 | | |

使用記事本存成兩行，第一行為頻率，第二行為dB值。

使用 Matlab，畫出頻率與dB值關係圖



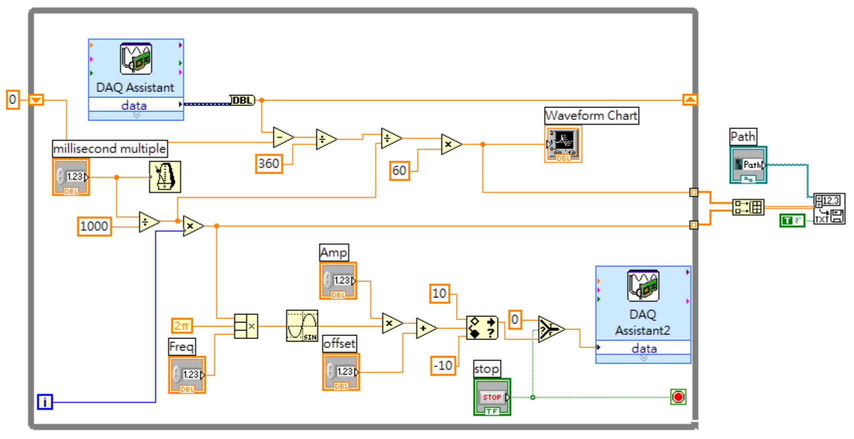

# 驗證




$$G = \frac{14756.937}{s + 2.3988}$$

# 練習 ： 頻域-馬達系統識別

- 輸入電壓 ：$0.2\times\sin(\omega t)+0.6$。
- 取樣頻率 ： 25Hz 。




# 結論

- 時域、頻域識別結果是否相同。
- 進行系統識別時，測試訊號需具備合理的大小及頻率。
- 完成系統參數識別後，可針對系統進行控制器設計與響應分析。

# 二階系統時域識別 $G(s)=k\dfrac{\omega_n^{2}}{s+2\zeta\omega_n s+\omega_n^{2}}$

- 峰值時間( $t_p$ )：系統響應達最大值的時間

$$t_p=\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$$

- 超越量百分比%OS($M_o$)：系統響應的最大值

$$M_0=\exp\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)$$

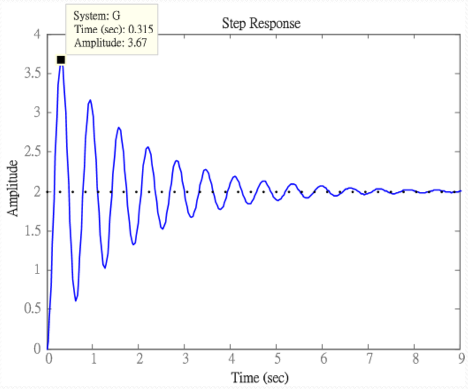
$$G(s)=k\frac{\omega_n^{2}}{s+2\zeta\omega_n s+\omega_n^{2}}=k\frac{b}{s+as+b}$$

- a與b是利用系統二階的參數($M_0$及 $t_p$ 等)來求得。
- 增益值k：利用終值定理可得

$$k=\lim_{s\to 0}G(s)=G(0)=\frac{y}{u}=\frac{output}{input}$$

- $$\begin{cases} a=2\zeta\omega_n=-2\dfrac{\ln(M_0)}{t_p} \\ b=\omega_n^{2}=\left(\dfrac{\pi}{t_p}\right)^2+\dfrac{1}{4}a^2 \end{cases}$$

# 二階系統時域識別範例



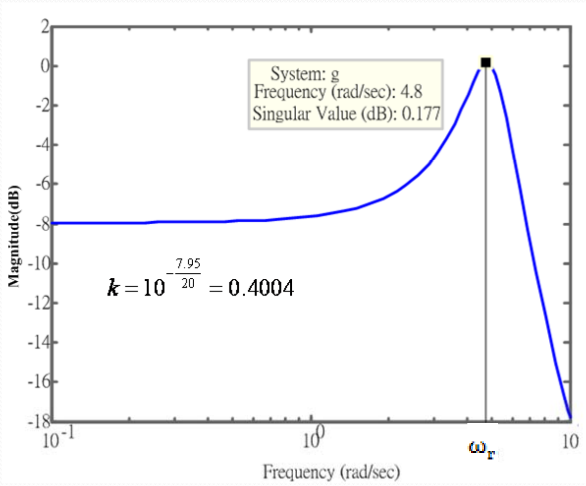

$$\begin{cases} t_p = 0.315(\text{sec}) \\ M_0 = 0.8 \\ V_{ss} = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 2\zeta\omega_n = -2\dfrac{\ln(M_0)}{t_p} = 1.1416 \\ b = \omega_n{}^2 = \left(\dfrac{\pi}{t_p}\right)^2 + \dfrac{1}{4}a^2 = 99.7927 \\ k = \dfrac{2}{1} = 2 \end{cases}$$

$$\tilde{G}(s) = 2\frac{99.7927}{s^2 + 1.1416s + 997927}$$

# 二階系統頻域識別

- 求k $k = 10^{\frac{M}{20}}$ $G(s) = k\dfrac{\omega_n{}^2}{s + 2\zeta\omega_n s + \omega_n{}^2}$
- 求 $\zeta$ ： $M_{p\omega} = |G(\omega_r)| = \left(2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}\right)^{-1}$, $\zeta < 0.707$
- 求 $\omega_n$ ： $\omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\zeta^2}$ ， $\zeta < 0.707$


System: g
Frequency (rad/sec): 4.8
Singular Value (dB): 0.177
Magnitude(dB)
$k = 10^{-\frac{7.95}{20}} = 0.4004$
$\omega_r$
Frequency (rad/sec)

# 驗證

## Home Work