HW8

题目

用Monte Carlo方法计算两个积分。

计算方法&结果分析

第一个积分为单重积分，使用简单的平均值法计算即可。在[a,b]范围内大量随机抽样，取平均值乘以区间长度，就是结果，程序实现上也无困难。为了表征效果，取不同的抽样数N，对每个N进行100次抽样计算积分值的标准差σ_S。理论积分值为2.689521304816752。

结果：

```
N: 1000
sigmaS: 0.806581
N: 10000
sigmaS: 0.267708
N: 100000
sigmaS: 0.085005
N: 1000000
sigmaS: 0.026894
N: 1.000000e+03, Result: 2.696202
N: 1.000000e+04, Result: 2.677800
N: 1.000000e+05, Result: 2.690169
N: 1.000000e+06, Result: 2.690472
N: 1.000000e+07, Result: 2.689765
N: 1.000000e+08, Result: 2.689480
```

当N大于1e7时，100次计算不能在秒量级完成。

从结果明显可见，随着N增大， 计算结果逐渐接近真实值，并且N每增大100倍，标准差减少10倍，验证了$\sigma_S \propto \frac{1}{\sqrt{N}}$.

关于有效数字位数，可见从两位逐渐提高到了4位，N每增大100倍能提升一位有效数字。

同时也能体会到，要使计算精度继续提高需要平方增长的算力（或时间）。

第二个题目为多重积分计算。

维数增加，但计算方法完全相同。理论结果5.644080000000002

计算结果：

```
Multile-dimensions
N: 1.000000e+03, Result: 5.802965
N: 1.000000e+04, Result: 5.614073
N: 1.000000e+05, Result: 5.649041
N: 1.000000e+06, Result: 5.645221
N: 1.000000e+07, Result: 5.643747
N: 1.000000e+08, Result: 5.644268
```

可见有效数字从1位提高到了5位，也符合$\sqrt{N}$的增长。

结论

验证了MC方法的误差。