

2023 年度“杉数杯”数学建模精英联赛

B 题 地铁乘务人员排班优化问题

乘务排班计划是城市轨道交通运营管理的重要环节，充分利用乘务资源进行合理计划是轨道交通企业降低运营成本、提高运营效率，以及保证列车运行安全的关键措施。然而，由于车次数量多、运行间隔密、运行路线复杂多变、法规条例严格等因素，优化乘务排班计划具有相当难度。某地铁公司运营部门决定优化目前的乘务排班流程，请你们团队来做决策咨询顾问，运用运筹学技术制定最优的地铁乘务人员排班方案。

城市地铁通常存在多条线路，针对每条线路一般都有固定的乘务人员。地铁的乘务人员包含列车司机、安全巡视员等，在这里我们主要的是考虑列车司机的排班要求。

一名司机（A）通常会在指定站点出勤签到，按照分配的任务顺序开始一天的工作，从接车站点驾驶某车次的列车在规定时间内到达下车站点，这样的任务称为一个值乘片段。到达下车站点后，他会与一名已在站台等候的司机（B）快速完成交接，然后由司机 B 驾驶该列车继续出发，司机 A 在站台等待任务表中下一班列车到达，并依次执行，这样的一次下车和接车过程称为换乘。因此，对于每位司机而言，一天的工作任务流程安排可以形象地看成一条任务链，又叫轮值任务卡，所有司机的轮值任务卡构成了排班人员视角里的轮值表。

列车司机的排班工作一般分为两步：

第一步：根据列车运行图或时刻表，综合考虑车次的接车下车时间地点、换乘约束以及班制运营要求，编制列车司机的轮值表；

第二步：基于轮值表，按照特定的班组转换模式偏好指派列车司机执行对应任务，从而编制列车司机的排班母表。

本题中，我们仅针对第一步编制轮值表进行研究。轮值表模型中，核心决策为一天的值乘片段组合（也就是任务链），主要考虑换乘规则、里程工时上限等业务规则，以决策完成每日值乘任务所需人数及具体工作安排。

针对场景中的术语及业务规则，总结如下：

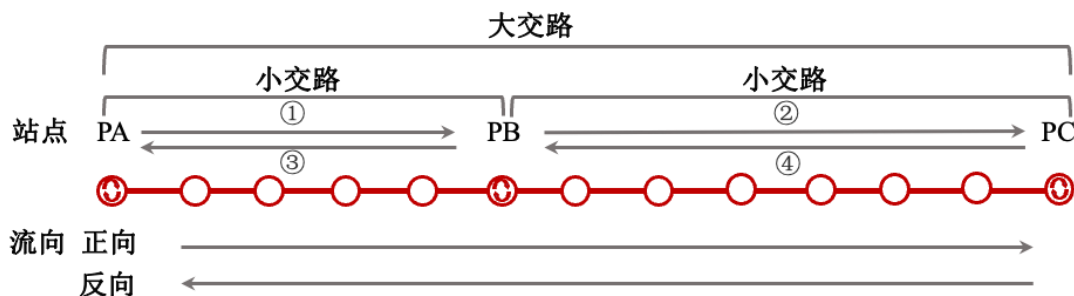


图 1 配合术语及业务规则解释示意图

大小交路：指城市轨道交通运行线路的长短区间。通俗来说，大交路指地铁跑完全程（从始发站到终点站的完整线路），小交路指将全程（完整线路）中的某一站作为临时终点来跑，正如公交车里的“区间”。地铁规划大小交路是为了缓解线路中间区段的客流压力和节约电能。例如：PA → PC 为大交路，PA → PB 为小交路。

流向：指列车的运行方向，可简单以正向和反向规定运行方向。例如：PA → PC，PB → PC 为正向，PC → PA，PC → PB 为反向。

换乘：指列车司机执行完一趟车次下车，换乘到另一趟车次继续执行任务。这里通常指同线路换乘，并分为同向换乘和反向换乘，同向换乘指两趟车次流向相同，无换乘时长约束，反向换乘指两趟车次流向相反，列车司机可能存在一定的走行距离，因此有最小换乘时长约束。例如：车次① → 车次②，车次④ → 车次③，表示正向换乘；车次① → 车次③，车次④ → 车次②，表示反向换乘。

出勤：指列车司机一天工作的开始，出勤地点往往由几个指定站点可供选择，本题中 PA、PB、PC 三个站点均可作为出勤站点。

任务：主要指列车司机的驾驶任务，规定驾驶某车次列车在规定时间内从接车地点到达下车地点为一个任务。

任务链：按照一定的规则和约束将多个任务串联起来，形成列车司机一天的工作安排，即为一条任务链。

针对上述场景，总结约束如下：

1. **时空连接约束：**车次相连需满足时序关系、衔接地点一致约束。
2. **换乘地点约束：**线路两端终点站 PA 和 PC 以及换乘站点 PB 均可以进行换乘。

3. 反向换乘时长约束：反向换乘的时间不少于 10 分钟。

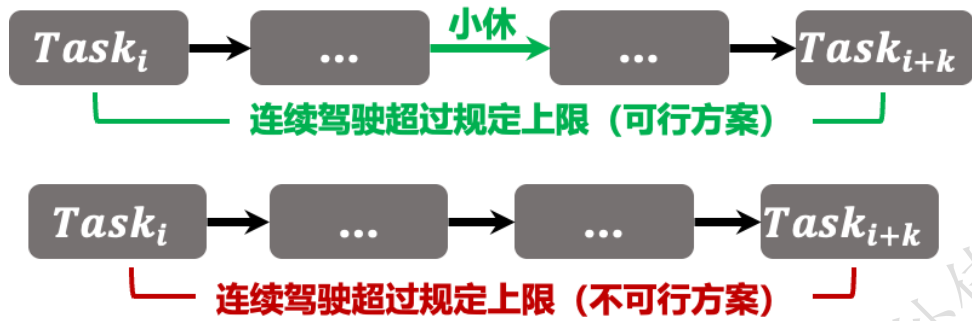


图 2 连续驾驶时长约束示意图

4. 连续驾驶时长约束：考虑避免列车司机驾驶疲劳等因素，最大连续驾驶时长为 2 小时。若超过规定上限，则任务之间至少安排一次小休（20 分钟及以上的任务休息间隔称为小休）。
5. 工作时长约束：根据地铁公司运营规定，司机一天的工作时长不超过 8 小时。
6. 行驶里程约束：根据地铁公司运营规定，司机一天的驾驶里程最大为 200km。
7. 出勤比例约束：考虑偏好不同站点出勤（首个任务接车地点）的司机人数差异，从 PA 站点出勤与 PB 站点出勤的任务链数量比例不超过 50%，即 PA 出勤人数/PB 出勤人数小于等于 50%。

以下是某车次的运行数据示例：

车次	接车时间	接车站点	下车时间	下车站点	流向
P001	06:03:11	PB	06:57:43	PC	1
P002	06:04:32	PB	06:40:10	PA	2

说明：流向字段中 1 表示正向（例如：PA → PC），2 表示反向（例如：PC → PA）

请你们团队根据问题描述和实际情况完成以下任务，利用数据科学知识和运筹优化技术，制定出一份地铁列车司机排班的最优方案。

1. 请结合附件中的数据，在满足时空连接约束和换乘时间及地点约束的前提下，仅针对连续驾驶时长约束进行进一步分析，搜索不满足该条约束的全部最小不可行任务子链，并输出最小不可行子链的数量。

注意：最小不可行子链的定义是对于一条不可行任务链，若去除第一个或最后一个任务，剩下的任务链均为可行的。其简易示意图如下所示：

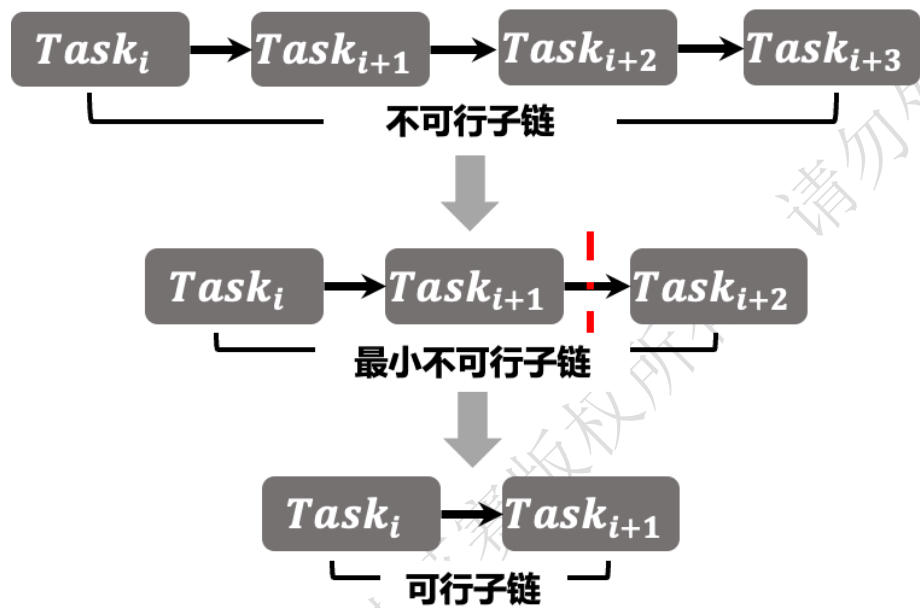


图 3 最小不可行子链简易示意图

2. 结合题目中涉及的约束条件，考虑优化目标为最小车次任务链数量（任务链数量越少，意味着需要安排的列车司机人数就越少），建立该地铁运营公司的列车司机排班模型，并设计算法进行求解。输出最小的轮值任务链数量及每条链的任务执行顺序，参考数据格式如下：

任务链序号	车次	接车时间	接车站点	下车时间	下车站点	流向
1	P001	06:03:11	PB	06:57:43	PC	1
1	P029	07:09:43	PC	08:05:32	PB	2
1	P077	08:33:32	PB	09:09:10	PA	2
...

2	P002	06:04:32	PB	06:40:10	PA	2
...

以上述参考数据中的任务链 1 为例，车次 P001, P029, P077 构成一条具体的轮值任务链，表示司机先从 PB \rightarrow PC，在 PC 反向换乘，然后从 PC \rightarrow PB；在 PB 正向换乘，再从 PB \rightarrow PA。

- 请基于第 2 问找到的最优列车司机排班方案，分析当前方案还有哪些不足，比如在任务均衡性、合理性等方面。请自行定义衡量指标（例如：累计工作时长、累计驾驶时长、累计行驶里程、累计休息时长等），可以对均值、标准差等统计指标进行分析，并通过可视化作图形式解释选择原因。根据数据分析的结果，从模型或算法角度提出可行的改进方案。

附件 1：某地铁线路的车次运行数据表

附件 2：模型输入参数数据表

附件 3：最小不可行子链输出文件（示例）

附件 4：轮值任务链输出文件

数据附件说明及字段含义解释：

附件 1：某地铁线路的车次运行数据表（输入数据）

该附件为车次运行数据，所包含的字段及其含义如下：

- ◆ 车次：标识运行列车的不同班次，取值范围为：P001, ..., P242
- ◆ 接车时间：表示列车到达接车站点的时间，数据格式为时：分：秒。（24 小时制）
- ◆ 下车时间：表示列车到达下车站点的时间，数据格式为时：分：秒。（24 小时制）
- ◆ 接车站点：表示列车运行的起始站点，也是安排司机上车的站点，可取值为：PA、PB、PC
- ◆ 下车站点：表示列车运行的到达站点，也是安排司机下车的站点，可取值为：PA、PB、PC
- ◆ 流向：表示列车的运行方向，可取值为：1 或 2。其中，1 表示正向（例如：PA → PC, PB → PC），2 表示反向（例如：PC → PA, PC → PB）

附件 2：模型输入参数数据表

该附件中包括模型描述所需的相关参数信息，包括 2 个字段：

- ◆ 参数：模型相关参数的名称
- ◆ 取值：题目表述业务规则中对应参数的具体取值

附件 3：（第一问结果）最小不可行子链输出文件（示例）

- ◆ 文件格式：输出文件格式请使用 .txt 格式。
- ◆ 内容格式：每一行车次任务序列对应一条最小不可行子链。对于每一条最小不可行子链（即每一行），车次间请用“,” 隔开，同时满足前序任务的下车时间小于后续任务的接车时间。
- ◆ 输出示例：

P001, P029, P070

P012, P037, P064, P093

.....

以第一行数据为例，P001, P029 和 P070 构成一条最小不可行子链，同时满足前序任务的下车时间小于后续任务的接车时间（P001 的下车时间小于 P029 的接车时间，同时 P029 的下车时间小于 P070 的接车时间）。

附件 4：（第二问结果）轮值任务链输出文件

- ◆ 文件格式：输出文件格式请使用.xlsx 或者.csv 格式。
- ◆ 表头格式：列名为[任务链序号，车次，接车时间，接车站点，下车时间，下车站点，流向]。其中任务链序号表示该车次所属任务链的执行顺序，由 1 开始计数，可取值为：1, 2, ...。其他列的定义与数据格式均与附件 1 中对应列一致。
- ◆ 内容格式：每一行包含车次所属于的任务链序号以及车次的相关信息，同时请按照任务链序号增序进行排列。
- ◆ 输出示例：

任务链序号	车次	接车时间	接车站点	下车时间	下车站点	流向
1	P001	06:03:11	PB	06:57:43	PC	1
...
1	P077	08:33:32	PB	09:09:10	PA	2
2	P002	06:04:32	PB	06:40:10	PA	2
...