

基于热力学定律和模拟退火算法的最优炉温曲线求解

摘要

回焊炉作为集成电子器件的重要制造组件，如何控制加热温度是它的一个核心问题。一般用炉温曲线描述加热过程，这需要控制回焊炉的多个参数。我们首先根据热力学定律建立了稳态温度场中的电路板温度方程组，然后逐步建立多个变量和多个优化目标的规划模拟，利用模拟退火算法求解并进行了灵敏性分析，给出了不同条件下的最优炉温曲线。

对于问题一，需要在特定条件下计算焊接区域温度分布。我们首先根据**傅里叶定律**得到稳态下的回焊炉温度分布，然后针对电路板建立温度微分方程组，将方程组离散化以解决复杂的边界问题。我们将方程组**中心差分法**，再利用最小二乘法估计电路板的热传导参数，得到不同位置的三对角线性温度系数方程，使用**追赶法**求解系数矩阵的逆并依据附件数据进行了验证。结果显示方程的解是可靠的，计算出小温区 3、6、7 中点及小温区 8 结束处焊接区域中心的分别为 108.62°C , 159.82°C , 167.34°C , 191.79°C ，最后绘制了题给条件下的炉温曲线。

对于问题二，需要在特定条件下，结合电路板制程界限得到回焊炉传送带的最大速度。我们利用问题一的微分模型给出不同传送带速度下的温度，再结合约束条件筛选出解的子空间，接着用**变步长搜索算法**搜索最大传送带速度，结果显示算法能够跳出局部最优解，给出最大传送带速度为 77.47cm/min 。

对于问题三，四，需要调节各个温区的温度和传送带速度以得到最优炉温曲线。我们首先根据制程界限和其他条件构造的约束条件，然后以**待优化面积**为第一优化目标建立非线性规划，再使用**模拟退火算法**进行问题求解。结果显示问题三最佳炉温曲线的待优化面积为 452.04。问题四在问题三基础上增加了对称优化目标，我们构造**对称损失函数**并采用加权的方式把问题四转化为单目标优化问题，求得函数基本关于温度最高时刻对称。

我们基于热学定律和模拟退火的数学模型可以加速求解炉温曲线，节省了计算开销，并且具有良好的鲁棒性。总体而言，我们的模型可以有效地给出最优炉温曲线，有调整优化目标的能力。

关键字： 傅里叶定律，差分法，追赶法，模拟退火算法

一、 问题重述

1.1 问题背景

在电子产品的生产过程中，温度控制对于焊接质量和产品质量至关重要。在回焊炉中，温度波动可能会影响产品质量。为了确保回焊炉的各部分保持工艺要求的温度，目前的做法通常需要进行大量的实验测试来进行控制和调整。这种做法不仅耗时，而且可能需要反复进行，直到找到合适的温度设置。此外，实验测试还需要使用大量的原材料和人力成本，增加了生产成本。因此需要寻找更加高效和准确的方法，根据热学理论和优化算法来进行回焊炉的温度控制。

1.2 问题提出

在集成电路板等电子产品生产中，需要控制回焊炉炉温，目前，这方面的许多工作是通过实验测试来进行控制和调整的。提出以下问题。

问题 1: 请对焊接区域的温度变化规律建立数学模型。假设传送带过炉速度为 78 cm/min，各温区温度的设定值分别为 173°C (小温区 1 5)、198°C (小温区 6)、230°C (小温区 7) 和 257°C (小温区 8 9)，请给出焊接区域中心的温度变化情况，列出小温区 3、6、7 中点及小温区 8 结束处焊接区域中心的温度，画出相应的炉温曲线，并将每隔 0.5 s 焊接区域中心的温度存放下来。

问题 2: 假设各温区温度的设定值分别为 182°C (小温区 1 5)、203°C (小温区 6)、237°C (小温区 7)、254°C (小温区 8 9)，请确定允许的最大传送带过炉速度。

问题 3: 根据最高炉温，请确定在此要求下的最优炉温曲线，以及各温区的设定温度和传送带的过炉速度，并给出相应的面积。

问题 4: 考虑函数对称性，请结合问题 3，进一步给出最优炉温曲线，以及各温区设定的温度及传送带过炉速度，并给出相应的指标值。

二、 问题分析

2.1 问题一

问题一要求在特定条件下建立焊接区域的温度模型并给出炉温曲线。炉温曲线应该与环境温度和电路板属性有关，我们首先依据傅里叶定律计算出环境温度的分布情况，然后建立基于热传导方程的电路板温度分布模型。进行时空的离散化处理，给出方程的时空差分格式，再根据位置的变化得到时间的温度微分方程组，采用追赶法求解不同位置的系数矩阵，得到时间与空间维度下的电路板温度分布情况，进而绘制炉温曲线。

2.2 问题二

问题二要求在给定条件下，满足制程界限的要求，确定最大的传送带速度。约束包括温度变化速度，在较高温下持续的时间和峰值温度。这是一个单目标优化问题，由于温度变化速度约束的存在，问题同时也是非线性的，传统的分支定界和列生成法可能无法求解。我们考虑变步长的搜索算法，根据约束条件缩小搜索的范围，反复减小步长进行搜索以求出最优解。

2.3 问题三

问题三允许改变不同的小温区的温度和传送带速度，要求函数的某部分面积最小，焊接区域中心的温度超过 217°C 的时间不能过长并且峰值温度也不能过高。我们首先将面积转化为积分，然后在问题二中约束的基础上加上了温区温度的限制，由于题目的目标间有明确的主次关系，即最小化面积是最重要的，我们将目标分级进行优化。考虑到问题有 5 个变量，构成的解空间维度高数量多，我们放弃变步长搜索法改用模拟退火算法进行求解。

2.4 问题四

问题四要求在问题三炉温曲线的基础上进行修正，使得炉温曲线尽量关于最高温度对称。我们首先定义了积分误差函数来衡量对称性，然后把它作为优化目标加入问题三的模型中，再为两个优化目标分配权重以将问题转化为单变量问题，最后用问题三中模型求解。

三、模型假设

为简化模型，分析问题本质，我们提出如下假设并给出其依据：

1. 忽略热对流和热辐射带来的放热

依据：虽然回焊炉中温差较大会引起对流，但是狭小的空间和不多的空气稀释了对流效应，辐射效应在题目温度下不明显，均可以忽略。

2. 电路板不会热胀冷缩。

依据：电路板材料一般以金属为主，热胀冷缩系数小，可以忽略。

四、符号说明

表 1 符号说明

符号	意义
$u(x, t)$	电路板上温度关于时间和位置的函数
T	温区和空隙温度
k	热导率
c	比热容
d	电路板的厚度
v	传送带的速度
S	面积

五、模型建立

5.1 问题一：基于傅里叶定律和差分法的微分热传导模型

两个小温区和一个空隙的热传导过程如下图

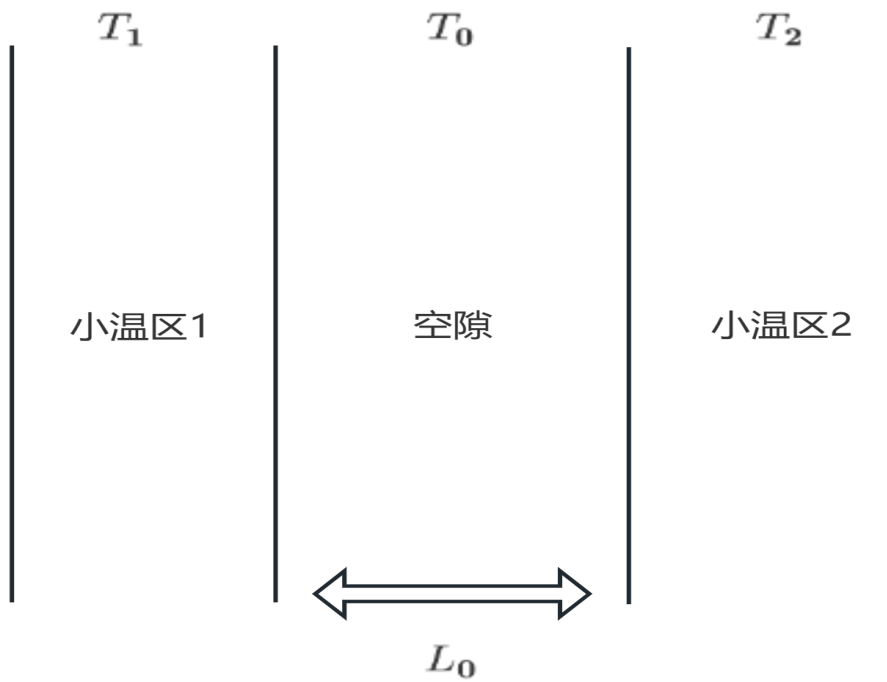


图 1 两个小温区和一个空隙的热传导过程

其中 T_0, T_1, T_2 是各温区初始温度, L_0 是空隙长度。首先根据热传导的傅里叶定律

$$kQ = -k \frac{dT}{dx} S \quad (1)$$

该定律指在导热过程中, 单位时间内通过给定截面的导热量, 正比于垂直于该截面方向上的温度变化率和截面面积, 而热量传递的方向则与温度升高的方向相反。其中 k 是热导率, S 是横截面积。这里划分微元

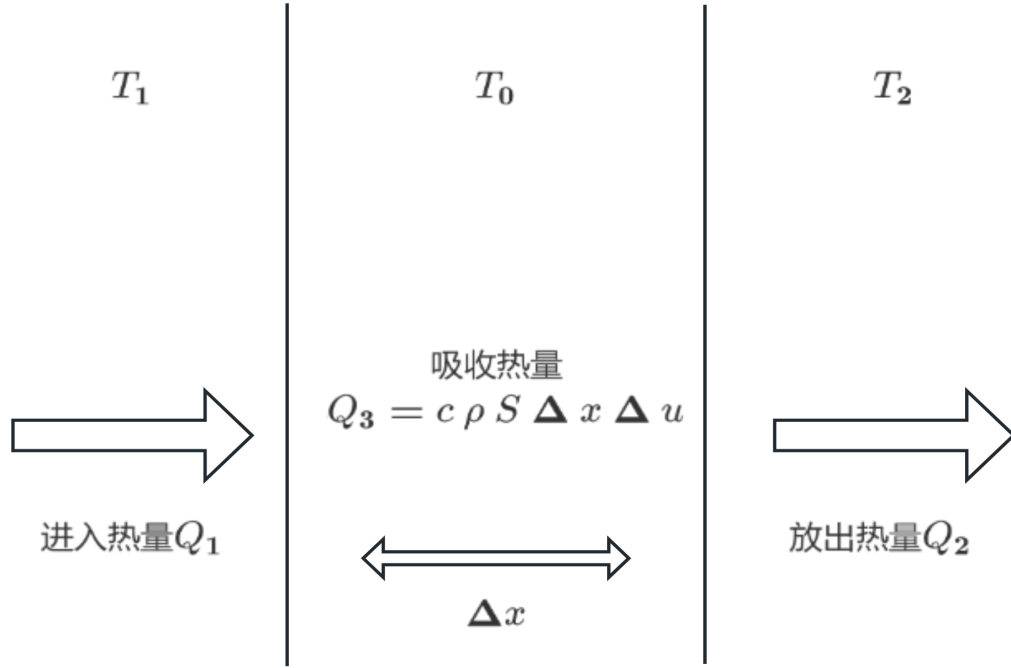


图2 热传导过程中微元

设左端点为一维原点, 建立一维热传导方程, 流入流出热量为

$$\begin{aligned} Q_1 &= -kS\Delta t \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_0 \\ Q_2 &= -kS\Delta t \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{\Delta x} \end{aligned} \quad (2)$$

微元吸收热量为

$$Q_3 = c\rho S\Delta x\Delta u \quad (3)$$

其中, m 是物体的质量, c 表示单位质量的物体温度升高 1 K 所需要的热量。 $\rho = m/S\Delta x$ 是系统的质量体密度。根据热量守恒

$$Q_1 - Q_2 = Q_3 \quad (4)$$

将 (2,3) 式带入 (4) 式, 有

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (5)$$

其中 $a^2 = k/c\rho$ 。注意到时间微分是一阶的，而稳态情况下的温度对时间的偏导一定是 0，即 $\partial u/\partial t = 0$ ，故 $\partial^2 u/\partial x^2 = 0$ 。稳态下小温区也不会再输入吸收热量，则空隙稳态温度与其初始温度无关，只与两端小温区温度有关，任意空隙温度分布满足方程

$$\begin{aligned} u(x) &= Ax + B \\ u(0) &= T_1 \\ u(L_0) &= T_2 \end{aligned} \quad (6)$$

可以解出 $A = (T_2 - T_1)/L_0, B = T_1$ 。这样我们就得到了稳态情况下整个区域温度的分布。

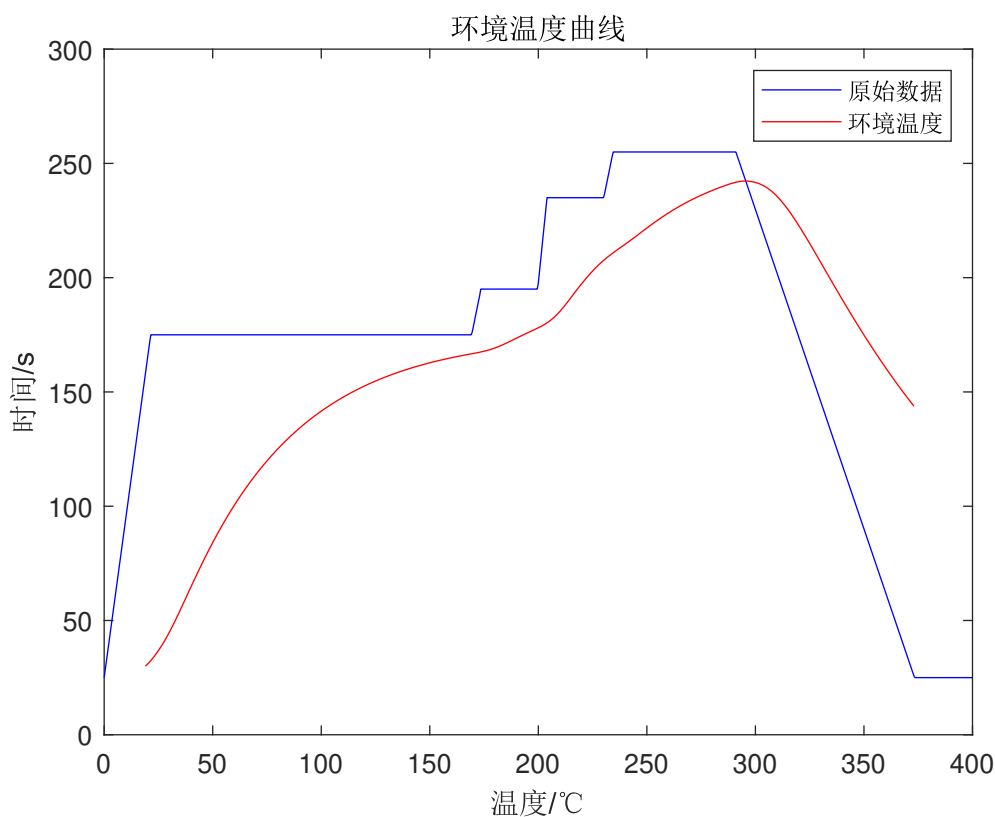


图3 回焊炉温度分布

蓝色曲线是回焊炉温度，红色曲线是温度传感器测量的温度，可以看出红色曲线有明显的滞后效应。

温度传感器测量的是电路板中心的温度，虽然它的温度变化是瞬时的，但是电路板的温度是慢慢变化的，即电路板的温度相对于环境温度可能有一定滞后性。这样，求炉温曲线就等价于在一个恒定的温度场中，求物体上的一个点在物体运动时的温度变化情况。我们针对电路板进行时间和空间上的微分，将外界环境温度看作只与位置有关的变量，再求解时间微分方程组。流程如下

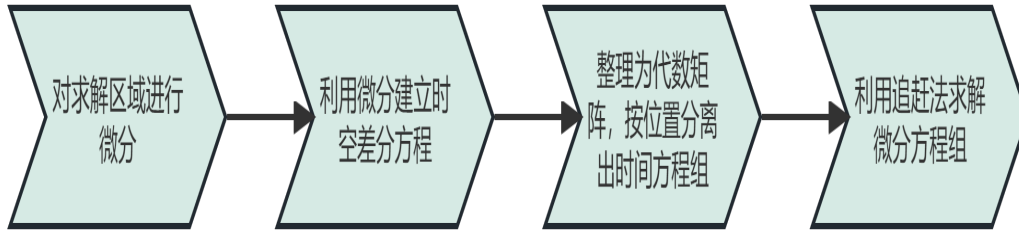


图4 温度求解流程图

从电路板中心作回焊炉温区的水平平行线，将电路板剖分成两部分从而求中心温度，如图

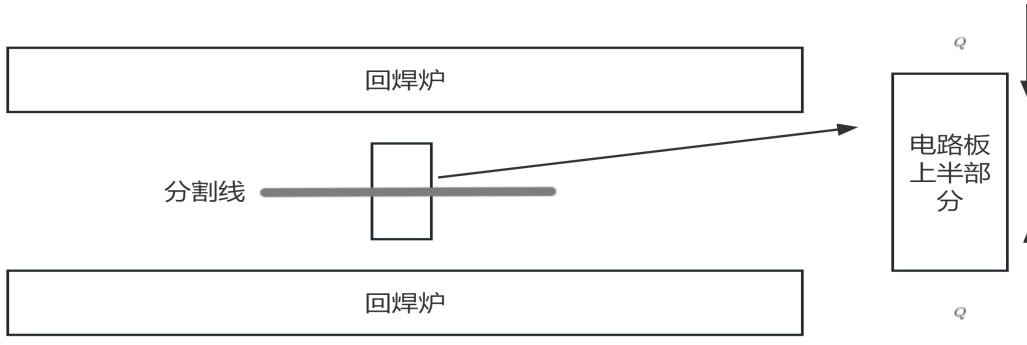


图5 分割电路板示意图

在此区域上建立微分方程，分析发现此问题边值复杂，难以确定解析解。我们采用有限差分法：将连续的区域用离散成有限的点，把原方程化为微元函数的集合，把微商用差商来代替。解此方程组就可以得到原问题在离散点上的近似值。首先在微分网络上定义微元函数

$$u_{ij} = u(x_i, t_j) \quad (7)$$

离散 x ，在任意时刻电路板有

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} & (0 < x < d/2, t > 0) \\ u(x)|_{t=0} = \phi(x) & (0 \leq x \leq d/2) \\ \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0} = m, \quad \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=L} = n & (t > 0) \end{cases} \quad (8)$$

$d = 0.15\text{mm}$ ， m, n 是两端的温度梯度，在 x, t 都确定的情况下是常数，两端都是非齐次边界条件，无法分离变量，这里直接选取中心差分格式进行数值求解。用二阶中心差商

代替 u 对 x 的偏导数，用一阶向前差商代替 u 对 t 的一阶偏导数，即：

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x_i, t_j) = \frac{1}{(\Delta x)^2} [u(x_{i-1}, t_j) - 2u(x_i, t_j) + u(x_{i+1}, t_j)] \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x_i, t_j) = \frac{1}{\Delta t} [u(x_i, t_{j+1}) - u(x_i, t_j)] \end{cases} \quad (9)$$

这里取 $\Delta t = 0.5, \Delta x = 0.0005\text{mm}$ ，设

$$r = \frac{a\Delta t}{(\Delta x)^2} \quad (10)$$

因为 a 是一个与电路板材料有关的参数，我们根据附件数据，利用最小二乘法估计得 r 的估计值为 87603.26。记

$$\begin{aligned} A &= 1 + 2k \\ u_i^{j-1} &= ku_{i+1}^j + (1 - 2k)u_i^j + ku_{i-1}^j \end{aligned} \quad (11)$$

将差分形式和 A, B 带入式 (5,8) 中，整理得

$$\begin{bmatrix} A & -r & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -r & A & -r & & & 0 \\ 0 & -r & A & \ddots & & \vdots \\ 0 & & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & -r & A & -r \\ 0 & \cdots & & -r & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^j \\ u_2^j \\ \vdots \\ u_n^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1^{j-1} \\ u_2^{j-1} \\ \vdots \\ u_n^{j-1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

因该系数矩阵规模较大，且除主对角线和两个次对角线之外，其余元素均为 0，因而求逆解方程组会导致浪费内存、程序运行缓慢。因此本文利用追赶法求解三对角线性方程组。使用追赶法求解三对角矩阵，追赶法流程如下

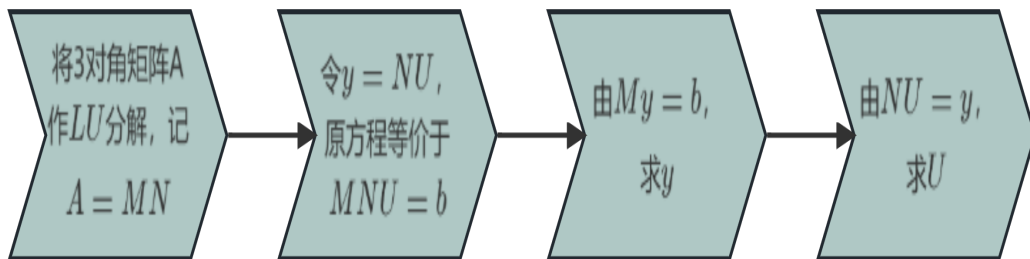


图 6 追赶法流程

最后在题目所给条件下解出方程，我们首先通过附件检验了方程正确性炉温曲线如图所示

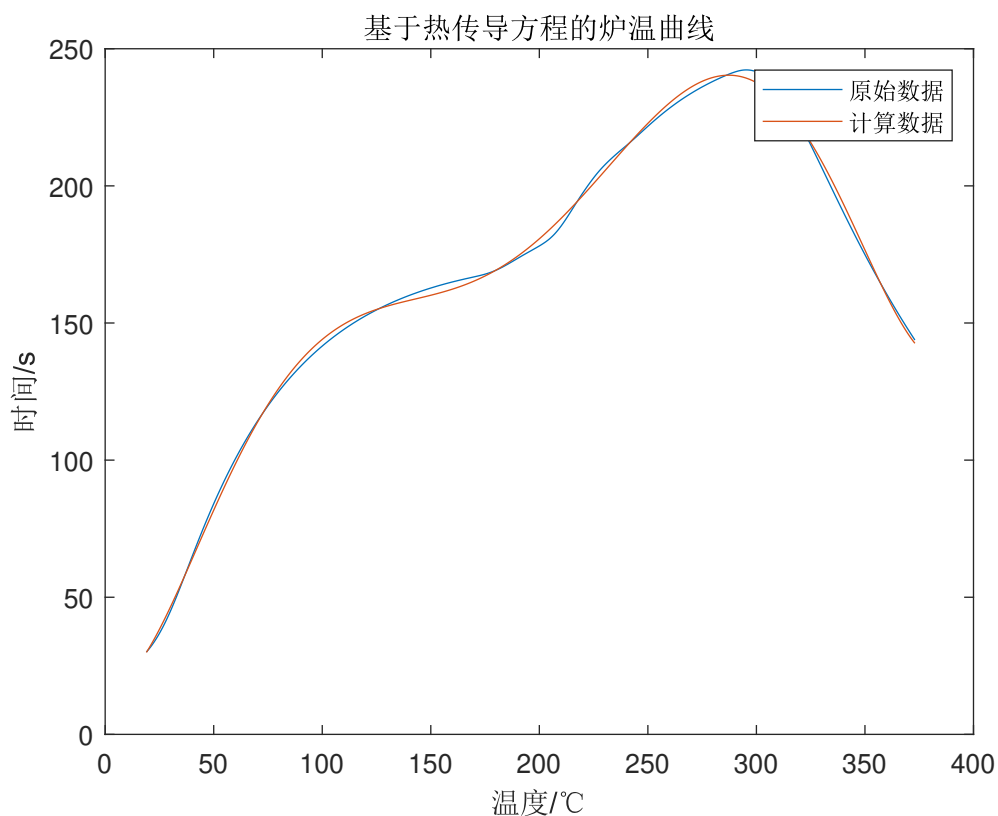


图 7 附件条件下炉温曲线

可以看出在两个炉温曲线十分接近，这也证明了我们计算的可靠性。再带入第一问给条件，得小温区 3、6、7 中点及小温区 8 结束处焊接区域中心的温度如下表

表 2 不同小温区中心温度

温区	小温区 3	小温区 6	小温区 7	小温区 8
焊接中心温度	108.62°C	159.82°C	167.34°C	191.79°C

绘制炉温曲线

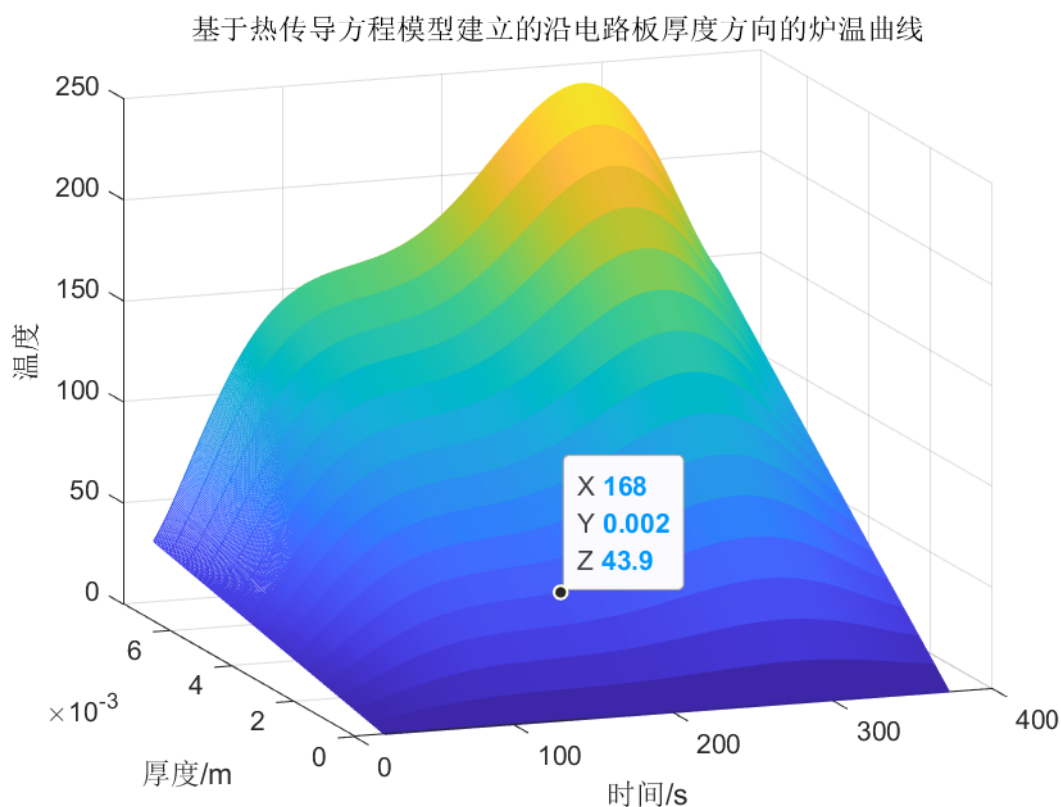


图 8 题目条件下炉温曲线

其中 x 轴是厚度，y 轴是时间，z 轴代表温度。

5.2 问题二：基于变步长搜索算法的传送带最大速度模型

因为各个温区的温度已经确定，这里只考虑制程界限的约束，列出下列约束

- 温度上升斜率和温度下降斜率

$$-3 \leq \frac{\partial u}{\partial t} \leq 3 \quad (13)$$

- 特定温度持续时间

$$\begin{cases} 60 \leq t_{150 \leq u \leq 190} \leq 120 \\ 40 \leq t_{217 \leq u \leq 90} \leq 90 \end{cases} \quad (14)$$

其中 t 代表时间，下标表示 u 的取值范围。

- 峰值温度

$$240 \leq \max u \leq 250 \quad (15)$$

优化目标为

$$\max v \quad (16)$$

综上建立单目标优化模型

$$\begin{aligned} & \max v \\ & s.t. \begin{cases} -3 \leq \frac{\partial u}{\partial t} \leq 3 \\ 60 \leq t_{150 \leq u \leq 190} \leq 120 \\ 40 \leq t_{217 \leq u} \leq 90 \\ 240 \leq \max u \leq 250 \\ \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u(t+\Delta t) - u(t)}{\Delta t} \end{cases} \end{aligned} \quad (17)$$

约束中存在微分项，是一个非线性条件而且其数值求解形式复杂。对这个单目标优化问题我们采用变步长搜索算法求解以加速求解，算法流程如下

1. 根据题给范围确定 v 的范围为 $65 \leq v \leq 100$ 。取初始步长为 1。搜索能够使约束成立的 v 的范围。
2. 在步骤 1 里的范围里随机取一个点，判断是否大于当前 v_{max} ，若大于并且能满足约束条件，更新 v_{max} 并计算两者差值。
3. 根据差值更新步长，得到更精确的传送带速度 v
4. 返回步骤 2 直到满足迭代次数

求出 v 最大值为 $77.47\text{cm}/\text{min}$ 。搜索过程如图

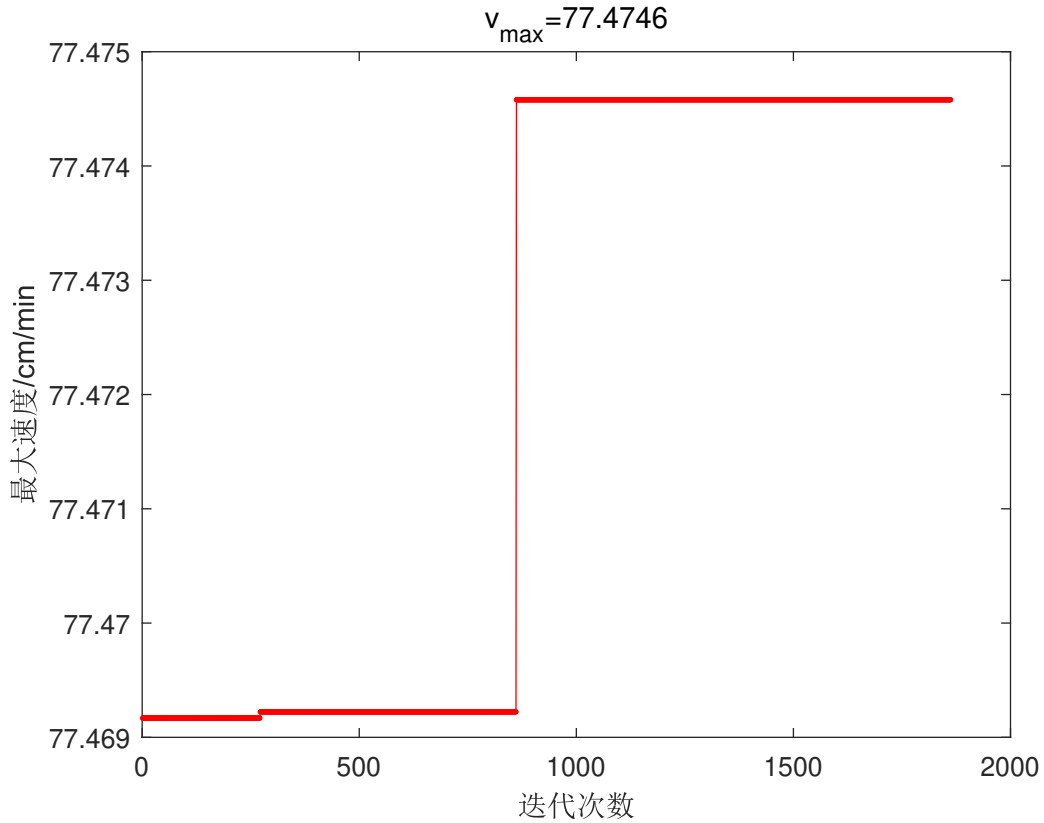


图9 搜索传送带最大速度

可以看出速度的最大值曲线有突变,我们认为第一个可能是约束中的微分项是以差分形式给出,在不同温区的边缘有跳变而较大的步长不能很好的处理跳变,二是因为在搜索过程中 v 本身存在局部极大值而使算法不收敛到全局最大,而迭代次数的增加可能使算法跳出了局部最优并且调整了步长。我们后续通过改变步长和增大迭代次数验证了 $v = 77.47$ 确实是最大值。

5.3 问题三：基于模拟退火算法的最优炉温曲线模型

在问题二的约束基础上,问题三增加了针对 4 个温区的约束,即

$$\begin{cases} |T_1 - 175| \leq 10 \\ |T_2 - 195| \leq 10 \\ |T_3 - 235| \leq 10 \\ |T_4 - 255| \leq 10 \end{cases} \quad (18)$$

问题三对焊接区域中心的温度超过 $217^\circ C$ 的时间,其最大温度和超过 $217^\circ C$ 到峰值温度所覆盖的面积都提出了要求,但是明确指出面积最小化是首要的,其他的适宜即可,我们首先完成最小化面积的目标,最小化面积目标为

$$\min S = \int_{t_1}^{t_2} (u(t) - 217)dt \quad (19)$$

其中 t_1, t_2 即是温度超过 217 度的时间点和峰值温度时间点。这个规划问题转化为

$$\begin{aligned} \min S &= \int_{t_1}^{t_2} (u(t) - 217)dt \\ s.t. &\begin{cases} -3 \leq \frac{\partial u}{\partial t} \leq 3 \\ 60 \leq t_{150 \leq u \leq 190} \leq 120 \\ 40 \leq t_{217 \leq u} \leq 90 \\ 240 \leq \max u \leq 250 \\ 65 \leq v \leq 100 \\ |T_1 - 175| \leq 10 \\ |T_2 - 195| \leq 10 \\ |T_3 - 235| \leq 10 \\ |T_4 - 255| \leq 10 \\ \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u(t+\Delta t) - u(t)}{\Delta t} \end{cases} \end{aligned} \quad (20)$$

因为可变参数有 5 个,我们考虑用模拟退火算法求解,它可以在一组非常大(但有限)的潜在解中找到接近最优的解,对于由依赖于外部数据的复杂目标函数定义的优化问题特别有用。模拟退火在某一初始温度下,伴随温度的不断下降,结合概率在解空间随机的寻找目标函数的全局最优解,即使在局部最优解出,也可以以一定的概率逃离。算法流程如下

Algorithm 1 模拟退火算法 (Simulated Annealing, SA)

```
1: 初始化温度  $Tem = 10000$  和冷却系数  $\alpha = 0.94$ , 温度下限 2
2: 随机生成初始解  $s = (v, T_1, T_2, T_3, T_4)$ 
3: 计算初始解的目标函数值  $f(s)$ ,  $f$  代表之前的温度方程组。
4: while  $Tem$  大于温度下限 do
5:   for 在当前温度下的一定次数 do
6:     在  $s$  的邻域中随机生成新解  $s'$ 
7:     计算新解的目标函数值  $f(s')$ 
8:     if  $f(s')$  小于  $f(s)$  或者满足 Metropolis 准则 then
9:       更新当前解  $s = s'$ 
10:    end if
11:  end for
12:  更新温度  $Tem = \alpha Tem$ 
13: end while
14: 返回当前解  $s$ 
```

在这个算法中, 每一次迭代代表在当前温度下进行一次搜索。首先在当前解的邻域内随机生成一个新解, 我们这里对可变的 5 个参数随机加上一个随机数作为新解, 然后计算新解的目标函数值。如果新解的目标函数值小于当前解, 那么就接受新解; 如果新解的目标函数值大于当前解, 那么就按照 Metropolis 准则接受新解。这样做的目的是为了

避免搜索过程陷入局部最优。然后, 按照一定的冷却系数更新温度, 以降低接受差解的概率。经过多次迭代后, 搜索过程将收敛到一个全局最优解。Metropolis 准则为

$$e^{(f(s)-f(s'))/T} > rand(0, 1) \quad (21)$$

$rand(0, 1)$ 是 0, 1 之间的随机数, 这个式子代表算法按概率接受新解, 即使它比原解差。随着迭代的进行, 式子左端逐渐减小, 几乎不会接受较差解, 从而给出最优曲线的参数, 然后我们以此画出图像, 计算结果如下

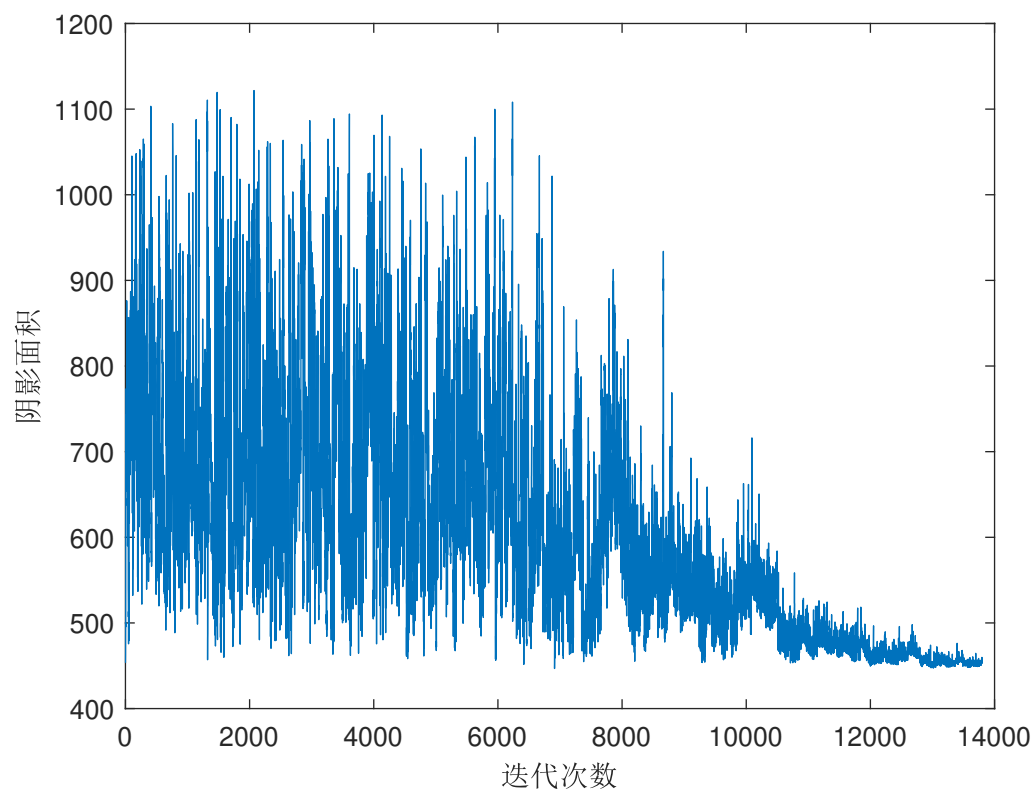


图 10 模拟退火迭代次数与面积

曲线在末尾已经收敛，最小面积为 452.04。计算得最佳炉温曲线为

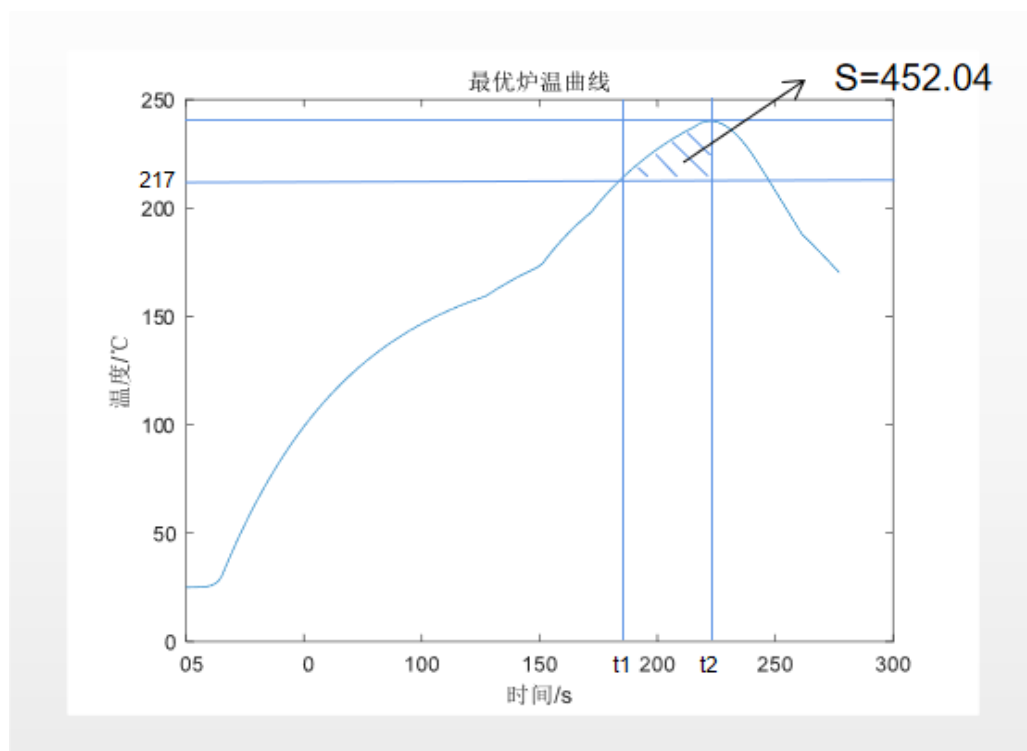


图 11 最优炉温曲线

计算得焊接区域中心的温度超过 217°C 的时间和其最大温度相对于附件数据均变化不大，可以接受。此时

表 3 最优炉温曲线的参数

参数	v	T_{15}	T_6	T_7	T_{89}	$T_{10,11}$
参数值	94.21	179.82	202.06	233.35	264.98	25

5.4 问题四：基于对称损失函数的多目标优化模型

问题四在问题三基础上引入了函数对称性的概念，我们用一个积分项作为对称损失函数

$$M = \int_{t_1}^{t_2} |u(t_1) - u(2t_0 - t_1)| dt \quad (22)$$

这个值越小对称性越明显。原问题被转化成一个双目标规划，我们使用加权的方式将双目标化为一个

$$N = \lambda S/S_{max} + (1 - \lambda)M/M_{max} \quad (23)$$

式子对不同量纲的值作了量纲归一化，其中 λ 是权重，可以根据目标赋值。我们取两个目标同样重要，即 $\lambda = 0.5$ ，规划即用 N 替代式 (20) 里的目标。再应用模拟退火算法，求得

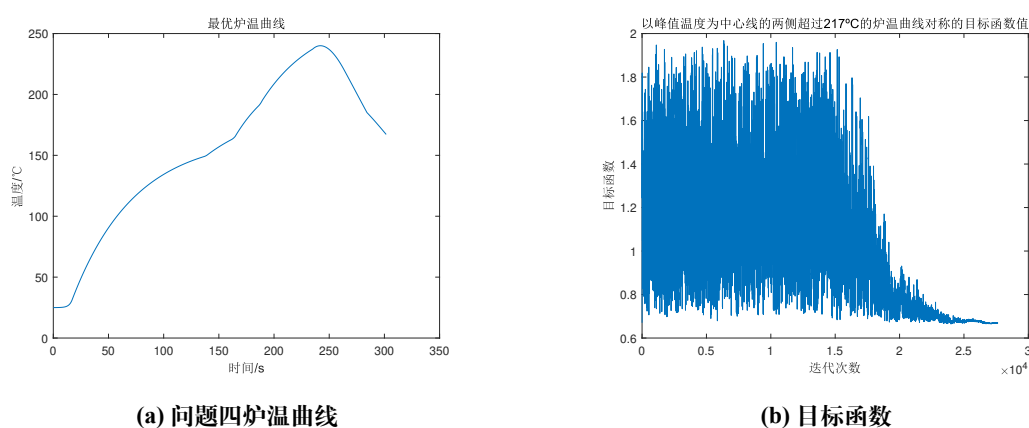


图 12 问题四结果求解

求得 $N_{min} = 0.67$ ，对应参数为

表 4 问题四最优炉温曲线的参数

参数	v	T_{15}	T_6	T_7	T_{89}	$T_{10,11}$
参数值	86.61	165.05	190.83	226.95	264.98	25

六、灵敏性分析

问题一中的模型以微分方程组为主，基本不受参数的影响，我们主要对模拟退火算法进行灵敏性分析。首先改变冷却系数 α

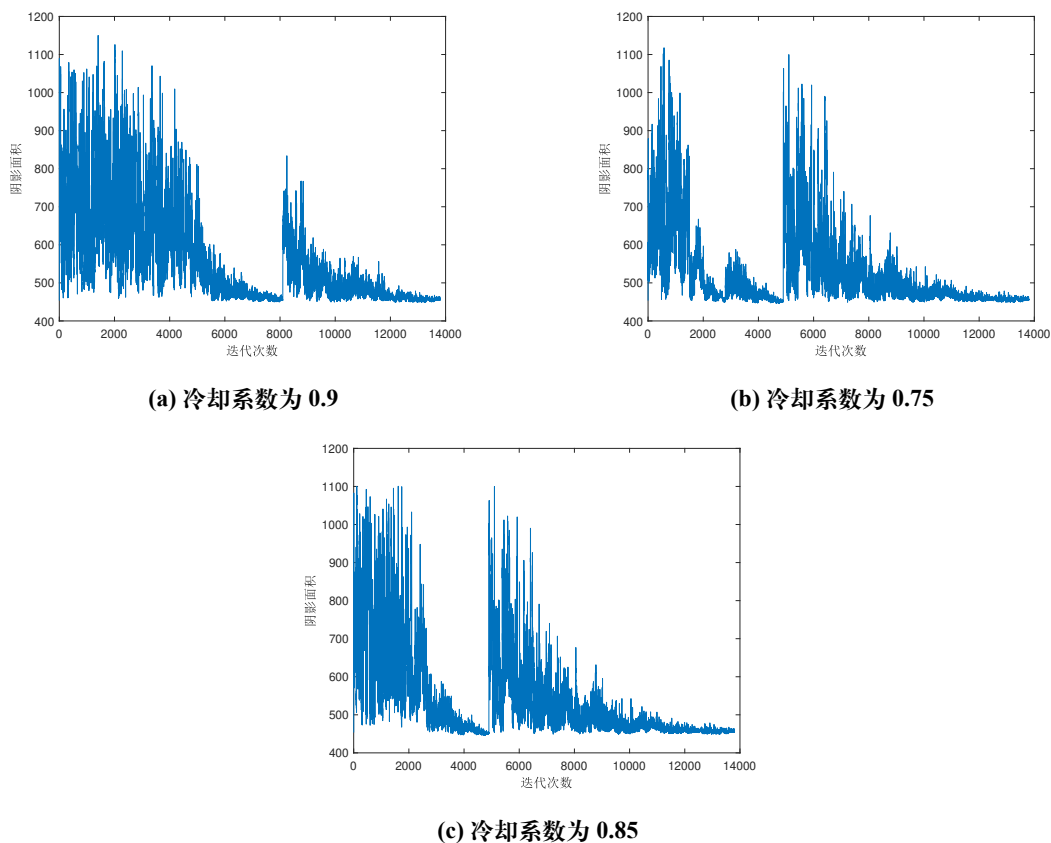
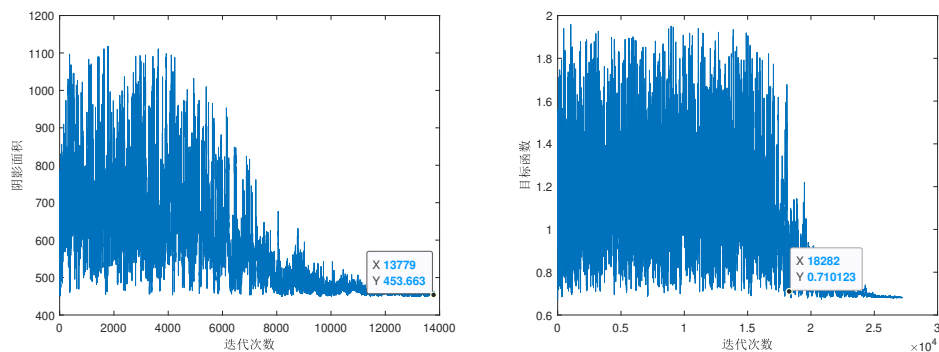
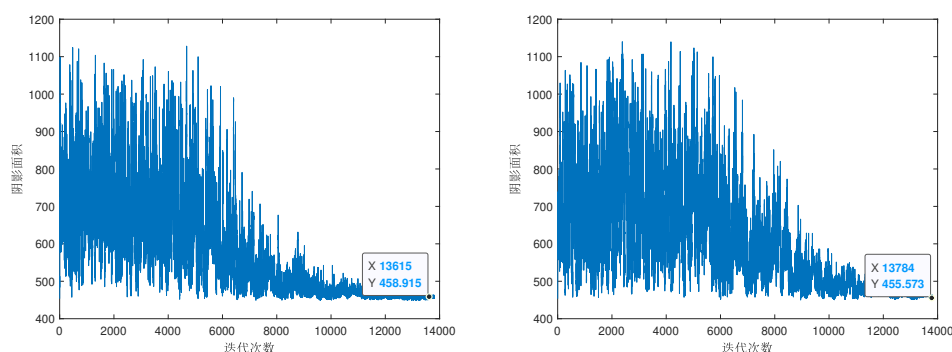


图 13 冷却系数对算法的影响

可以看到冷却系数对算法有一定影响，不同的冷却系数可能会导致陷入局部最优解。接着我们分析截止温度和初始温度



(a) 截止温度



(b) 初始温度

图 14 初始温度和截止温度对算法的影响

左边是改变参数后的图，右边是原始图像。可以看到在较大程度的改变参数后，数量仍然没有改变，即算法的鲁棒性非常好，改变参数并不会使结果有明显变化，这也证明模型是可依赖的，可推广的。

七、模型总结

7.1 模型优点

- 鲁棒性

问题一中基于热力学定律推导的微分方程模型因为使用了差分法处理边界值，它的解不会受边值的扰动，具有稳定性。而对模拟退火的灵敏性分析也显示了其结果的稳定，证明我们的模型是鲁棒的。

- 可靠性

我们的模型在热学理论的基础上建立，使用有限差分方法数值计算出温度分布，并与附件所给出数据吻合，是可靠的，可以应用的。

- 简便性

问题一的微分模型使用追赶法求三对角矩阵的逆，问题二的模型使用变步长搜索法

求解以及问题三，四的模型使用模拟退火算法求解优化模型，节省了计算资源，加速了求解过程。

7.2 模型缺点

- 变步长搜索算法随机变量不够强，有可能陷入局部最优。

参考文献

- [1] 谢涛，陈火旺，多目标优化与决策问题的演化算法们，中国工程科学，v01. 4，no. 2，pp: 59-68，Feb. 2002.
- [2] 李常青，楼梦麟. 中心一偏心差分法 [J]. 同济大学学报（自然科学版），2011,39(2):179-186.

附录 A 代码

```
temperature = 10000;
cooling_rate = 0.94;

previous_x=[88.7818206615348,169.733087638798,186.657314640567,231.844263600990,264.999044246197];
[previous_tspan,previous_u]=problem2(previous_x(1)/60,previous_x(2),previous_x(3),previous_x(4),previous_x(5),25);
dt=previous_tspan(2)-previous_tspan(1);

previous_area=SDDD(previous_u,dt);
i=1;
pl(i)=previous_area;
temperature_iterations=1;

while 0.00050 < temperature
    current_x = perturb(previous_x);

    [current_tspan,current_u]=problem2(current_x(1)/60,current_x(2),current_x(3),current_x(4),current_x(5),25);
    dt=current_tspan(2)-current_tspan(1);

    current_area = SDDD(current_u,dt);
    diff = current_area-previous_area;

    if (diff < 0) || (rand < exp(-diff/temperature))
```

```

        previous_x = current_x;
        previous_area = current_area;
        i=i+1;
        pl(i)=previous_area;
        temperature_iterations=temperature_iterations+1;
    end

    if temperature_iterations >= 100
        temperature=cooling_rate*temperature;
        temperature_iterations = 0;
    end
    temperature
end

n=1:length(pl);
[tspan,uuu]=problem2(previous_x(1)/60,previous_x(2),previous_x(3),previous_x(4),previous_x(5),25);
figure(1)
plot(tspan,uuu)
xlabel('时间/s')
ylabel('温度/℃')
title('最优炉温曲线')
hold on
figure(2)
plot(n,pl)
xlabel('迭代次数')
ylabel('目标函数')

function y=perturb(x)
    flag=0;
    while flag==0
        x_new=x;
        local=ceil(rand*5);
        switch local
            case 1
                x_new(1)=rand*35+65;
            case 2
                x_new(2)=rand*20+165;
            case 3
                x_new(3)=rand*20+185;
            case 4
                x_new(4)=rand*20+225;
            case 5
                x_new(5)=rand*20+245;
        end
        [tspan,u]=problem2(x_new(1)/60,x_new(2),x_new(3),x_new(4),x_new(5),25);
        dt=tspan(2)-tspan(1);
    end
end

```

```

a=find(u<190&u>150);
t1=max((length(a)-2),1)*dt;

b=find(u>217);
t2=max((length(b)-1),1)*dt;

Tmax=max(u);
uu=(u(2:end)-u(1:end-1))/dt;
uumin=min(uu);
uumax=max(uu);
if (uumin>-3) && (uumax<3) && (t1>60) && (t1<120) && (t2>40) && (t2<90) && (Tmax>240) &&
    (Tmax<250)
    y=x_new;
    flag=1;
end
end
end

function s=SDDD(u,dt)
s1=S(u,dt)/1151.4;
s2=SF(u,dt)/199.5;
if s1<0.05
s=s2;
else
s=s1+s2;
end
end

function s=S(u,dt)
a=find(u>217);
b=find(u==max(u));
s=sum((u(a(1):b-1)-217)*dt);
end

function s=SF(u,dt)
a=find(u>217);
b=find(u==max(u));
if (b-a(1))<=(a(end)-b)
u1=u(a(1):b-1);
u2=u((2*b-a(1)):-1:b+1);
else
u1=u((b+1):a(end));
u2=u((b-1):-1:(2*b-a(end)));
end
s=sum(abs(u1-u2)*dt);
end

```

```

function k=kk(x)
    if x>=0 && x<=25
        k=0.0185;
    elseif 25<x && x<=202.5
        k=0.0177;
    elseif 202.5<x && x<=238
        k=0.017;
    elseif 238<x && x<=273.5
        k=0.0247;
    elseif 273.5<x && x<=339.5
        k=0.0202;
    else
        k=0.029;
    end
end

function [tspan,T]=problem2(v,T15,T6,T7,T89,T1011)
    dt=0.2;
    tspan=0:dt:435.5/v;

    Tair=T_air(tspan,v,T15,T6,T7,T89,T1011);
    T=zeros(length(Tair),1);
    T(1)=25;

    for i=2:length(Tair)
        k=kk(v*(i-1)*dt);
        T(i)=-dt*(T(i-1)-Tair(i))*k+T(i-1);
    end
end

function y=T_air(t,v,T15,T6,T7,T89,T1011)
    y=ceil heaviside(v*t)-heaviside(v*t-25)).*((T15-25)*exp(0.251*(v*t-25))+25)+...
        floor(heaviside(v*t-25)-heaviside(v*t-197.5)).*T15+...
        ceil(heaviside(v*t-197.5)-heaviside(v*t-202.5)).*(((T6-T15)/5)*(v*t-197.5)+T15)+...
        floor(heaviside(v*t-202.5)-heaviside(v*t-233)).*T6+...
        ceil(heaviside(v*t-233)-heaviside(v*t-238)).*(((T7-T6)/5)*(v*t-233)+T6)+...
        floor(heaviside(v*t-238)-heaviside(v*t-268.5)).*T7+...
        ceil(heaviside(v*t-268.5)-heaviside(v*t-273.5)).*(((T89-T7)/5)*(v*t-268.5)+T7)+...
        floor(heaviside(v*t-273.5)-heaviside(v*t-339.5)).*T89+...
        ceil(heaviside(v*t-339.5)-heaviside(v*t-380)).*(((T1011-T89)/96)*(v*t-339.5)+T89)+...
        floor(heaviside(v*t-380)).*((((T1011-T89)/96)*(380-339.5)+T89)-25)*exp(-0.00991*(v*t-380))+25)+...
        ceil(heaviside(v*t-410.5)-heaviside(v*t-435.5)).*(((25-T1011)/25)*(v*t-410.5)+T1011);
end

```

附录 B 术语与定理

傅里叶定律是热传导基本定律，描述温度差与热流密度的关系。

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad (24)$$

q 为热流密度， λ 表示传热系数， dt/dx 表示空间节点上的温度差。

热传导率：是物性参数，在数值上等于单位温度梯度作用下单位时间内单位面积的热量，单位为： $W/m \cdot ^\circ C$ 。它与物质的结构与状态密切相关，与几何形状无关。