2020 9月5日卷：

一.(1) 强连通正确性证明：

命证：第二次DFS产生的每棵树包含且仅包含该SCC中的点，

证：对产生的DFS树数进行归纳.

归纳基础：第一棵DFS树产生时，设x是该scc中f最大的点，则在d[x]时刻，x到该SCC中的点均存在白色路径，则该SCC中点均为x后代，则均在x为根的DFS树中；
又因为x是f最大点，且在所有点中也是最大的，则在G^T中没有指向别的SCC中的点，则DFS树中没有其它SCC的点；

归纳假设：设前k棵树产生了前k个SCC，

归纳证明：对于第k+1次DFS，设y是该SCC中f最大点，则d[y]时刻，
中；
又因为y是所剩点中f最大的，则
点；

(2) DAG最大路径设计

bellman{
拓扑排序对v.
for(拓扑排序序列每个边(u,v))
{ if(d[v]<d[u]+w(u,v))
{d[v]=d[u]+w(u,v)
π[v]=u;
}
}
}

时间复杂度：O(V+E)

二：

(1) 白色路径定理： v是u的后代 ⟺ d[u]时，存在u到v的白色路径.

⇒ v是u的后代，则 d[u]<d[v]<f[v]<f[u]，则在d[u]时v未被发现，则存在u到v的白色路径，且v是白色的

⇐ d[u]时刻存在u到v的白色路径.
反证 假设v不是u后代，则在u⇝v时刻设第一个非后代，则w是x前一个点，则有d[u]<d[w]<f[w]<f[u].
考虑d[x]和f[x]
存在(w,x)且w→x是白色的，在发现x前w不会结束，则d[u]<d[w]<d[x]<f[x]<f[w]<f[u]

(2) 迭代k次可产生最短路

①考虑：因为最短路均为简单路且原图中不含负环，则k次后产生最短路

②考路径松弛性：每次松弛的边均包含 $\langle v_{i-1}, v_i \rangle$ 则根据路径松弛定理：$d[v_k] = \delta(s, v_k)$

三. 不会，可能是遍历所有以w为边的所有切割，判断e是否是该切割上的轻边，不是则换成轻边

四. 好算的

五. 最小容量，只占一位最后一趟