

## 有向图的传递闭包

方法一：将E中每条边赋予权重1，然后运行 Floyd-Warshall 算法  
 $O(n^3)$  的加法运算

方法二：

$n(n^2-3n+2)(1+1) = O(n^3)$  的逻辑运算

方法二快

• 定义一些变量：

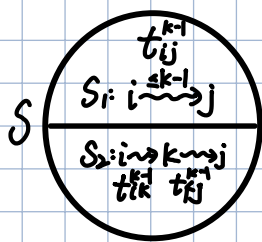
$t_{ij}^k$  表示  $i$  到  $j$  中间点编号  $\leq k$  的路是否存在  $\begin{cases} 1 & \text{存在} \\ 0 & \text{不存在} \end{cases}$

$t_{ij}^0$  表示  $i$  到  $j$  中间点编号  $\leq 0$  的路是否存在， $t_{ij}^0 = \begin{cases} 1 & i=j \\ 1 & i \neq j, (i,j) \in E \\ 0 & i \neq j, (i,j) \notin E \end{cases}$   
 不需要中间点

• 递推关系：

$t_{ij}^n$ ：最后判断有无路径用这个，因为如果将所有点都可以选为中间点，仍无路径，则就必无路径。

$$t_{ij}^k: t_{ij}^k = t_{ij}^{k-1} \vee (t_{ik}^{k-1} \wedge t_{kj}^{k-1})$$



$t_{ij}^k$ ：等价于  $S$  是否为空，

$S = S_1 \vee S_2 \Rightarrow$  只要有路就行  $S_1$  有或  $S_2$  有都算有

$S_1$  是否为空  $\vee S_2$  是否为空

$t_{ij}^{k-1}$

$t_{ik}^{k-1} \wedge t_{kj}^{k-1}$

$i \rightarrow k \rightarrow j$  中间点编号  $\leq k$  的路存在。  
 必须  $i \rightarrow k$  中间点编号  $\leq k-1$  的路存在  
 并且  $k \rightarrow j$  的也存在才能连起来

• 时间复杂度：

$n \cdot (n^2 - 3n + 2) \cdot (1+1) \Rightarrow$  其实中间一些点也不用算  $\Rightarrow$  不如用广搜  
 每个矩阵 求并求交 但是算  
 需要计算  
 这些点，有一行一列不需算