



山东大学
SHANDONG UNIVERSITY

编译原理

第二章 文法与语言设计

授 课 教 师 : 郑艳伟
手 机 : 18614002860 (微信同号)
邮 箱 : zhengyw@sdu.edu.cn

第二章 文法与语言设计

□ 2.1 文法和语言

- 2.1.1 基本概念
- 2.1.2 文法
- 2.1.3 推导和归约
- 2.1.4 语言
- 2.1.5 文法的Chomsky分类

□ 2.2 语法树与二义文法

- 2.2.1 短语和句柄
- 2.2.2 语法树
- 2.2.3 二义文法

□ 2.3 程序语言设计

- 2.3.1 正规式
- 2.3.2 正规式的等价变换
- 2.3.3 基本运算的文法设计
- 2.3.4 连接-闭包和闭包-连接
- 2.3.5 拆分括号对
- 2.3.6 表达式优先级与结合性

□ 2.4 文法的等价变换

- 2.4.1 消除无用产生式
- 2.4.2 消除单非产生式
- 2.4.3 消除空符产生式

第二章 文法与语言设计

□ 2.1 文法和语言

➤ 2.1.1 基本概念

➤ 2.1.2 文法

➤ 2.1.3 推导和归约

➤ 2.1.4 语言

➤ 2.1.5 文法的Chomsky分类

□ 2.2 语法树与二义文法

➤ 2.2.1 短语和句柄

➤ 2.2.2 语法树

➤ 2.2.3 二义文法

□ 2.3 程序语言设计

➤ 2.3.1 正规式

➤ 2.3.2 正规式的等价变换

➤ 2.3.3 基本运算的文法设计

➤ 2.3.4 连接-闭包和闭包-连接

➤ 2.3.5 拆分括号对

➤ 2.3.6 表达式优先级与结合性

□ 2.4 文法的等价变换

➤ 2.4.1 消除无用产生式

➤ 2.4.2 消除单非产生式

➤ 2.4.3 消除空符产生式

2.1.1 基本概念

- 设 Σ 是一个有穷字母表, 它的每个元素称为一个符号。
- Σ 上的一个符号串是指由 Σ 中的符号所构成的一个有穷序列。
 - $\Sigma = \{a, b\}$, 则 a, b 是符号, $a, b, aa, ab, bb, aaa, \dots$ 都是符号串
- 符号在不同的编译阶段, 所代表的意义有所不同
 - 词法分析阶段, 每个字符是一个符号, 符合某种规则的符号串构成单词;
 - 语法分析阶段, 每个单词是一个符号, 符合某种规则的符号串构成句子;
 - 语义分析和中间代码生成阶段, 语义动作也被看做是一个符号。

2.1.1 基本概念

- 不包含任何符号的序列称为**空字**（**空串**），记为 ε （/'epsilon/）。
- 用 Σ^* 表示 Σ 上所有**符号串的全体**，空字 ε 也包括在其中，称为 Σ 的**闭包**。
 - $\Sigma = \{a, b\}$ ，则 $\Sigma^* = \{\varepsilon, a, b, aa, ab, bb, aaa, \dots\}$ 。
- 用 ϕ 表示不含任何元素的**空集** $\{\}$ 。
 - 注意 ε 、 $\{\}$ 、 $\{\varepsilon\}$ 的区别。

2.1.1 基本概念

- 符号串 x 和 y 的**连接**，指 x 和 y 的符号按先后顺序串联在一起组成的新符号串，记作 xy 。
 - 特别的，对任意符号串 x ，有 $x\varepsilon = \varepsilon x = x$ 。
- 例：若 $\Sigma = \{a, b\}$, $x = ab$, $y = abb$ ，则 $xy = ababb$, $yx = abbab$ ，显然 $xy \neq yx$ 。
- 符号串的**方幂**：设 x 是一个符号串，则 $x^0 = \varepsilon$, $x^n = xx^{n-1} = x^{n-1}x$ ，其中 $n = 1, 2, \dots$ 。
- 符号串的**长度**：指符号串 x 中符号的个数，用 $|x|$ 表示。
 - $|\varepsilon| = 0, |a| = 1, |ab| = 2, |ababb| = 5$
- 符号串的**前缀**和**后缀**：符号串的左部任意子串，称为符号串的**前缀**；符号串的右部任意子串，称为符号串的**后缀**。
 - 符号串 $aabb$ 的前缀有 $\varepsilon, a, aa, aab, aabb$ ，后缀有 $\varepsilon, b, bb, abb, aabb$ 。

2.1.1 基本概念

- Σ^* 的子集 (符号串集合) U 和 V 的**连接 (积)** 定义为: $UV = \{\alpha\beta \mid \alpha \in U, \beta \in V\}$ (逗号表示与); 特别地, $U\{\varepsilon\} = \{\varepsilon\}U = U$
 - 设 $\Sigma = \{a, b, c\}$, $A = \{aa, bb\}$, $B = \{ac, c\}$, 则 $AB = \{aaac, aac, bbac, bbc\}$, $BA = \{acaa, acbb, caa, cbb\}$
 - 一般而言, $UV \neq VU$, 但 $(UV)W = U(VW)$ 。
- V **自身的 n 次连接** (方幂) 记为: $V^n = \underbrace{VV \dots V}_n$ 。
 - 规定: $V^0 = \{\varepsilon\}$ 。
- V 的**闭包**: $V^* = V^0 \cup V^1 \cup V^2 \cup \dots$ 。
 - 闭包 V^* 中的每个符号串都是由 V 中的符号串经过**有限次**连接而成的, 即闭包中每个字符串**长度有限**。
- V 的**正则闭包 (正闭包)**: $V^+ = VV^*$ 。

第二章 文法与语言设计

□ 2.1 文法和语言

- 2.1.1 基本概念
- 2.1.2 文法
- 2.1.3 推导和归约
- 2.1.4 语言
- 2.1.5 文法的Chomsky分类

□ 2.2 语法树与二义文法

- 2.2.1 短语和句柄
- 2.2.2 语法树
- 2.2.3 二义文法

□ 2.3 程序语言设计

- 2.3.1 正规式
- 2.3.2 正规式的等价变换
- 2.3.3 基本运算的文法设计
- 2.3.4 连接-闭包和闭包-连接
- 2.3.5 拆分括号对
- 2.3.6 表达式优先级与结合性

□ 2.4 文法的等价变换

- 2.4.1 消除无用产生式
- 2.4.2 消除单非产生式
- 2.4.3 消除空符产生式

2.1.2 文法

【例2.1】 He gave me a book.

- <句子> → <主语> <谓语> <间接宾语> <直接宾语>.
- <主语> → <代词>
- <谓语> → <动词>
- <间接宾语> → <代词>
- <直接宾语> → <冠词> <名词>
- <代词> → He
- <代词> → me
- <冠词> → a
- <动词> → gave
- <名词> → book

2.1.2 文法

□ 反复利用规则，将→左边的符号替换成右边，推导出句子：

<句子>⇒ <主语> <谓语> <间接宾语> <直接宾语>.

⇒ <代词> <谓语> <间接宾语> <直接宾语>.

⇒ He <谓语> <间接宾语> <直接宾语>.

⇒ He <动词> <间接宾语> <直接宾语>.

⇒ He gave <间接宾语> <直接宾语>.

⇒ He gave <代词> <直接宾语>.

⇒ He gave me <直接宾语>.

⇒ He gave me <冠词> <名词>.

⇒ He gave me a <名词>.

⇒ He gave me a book.

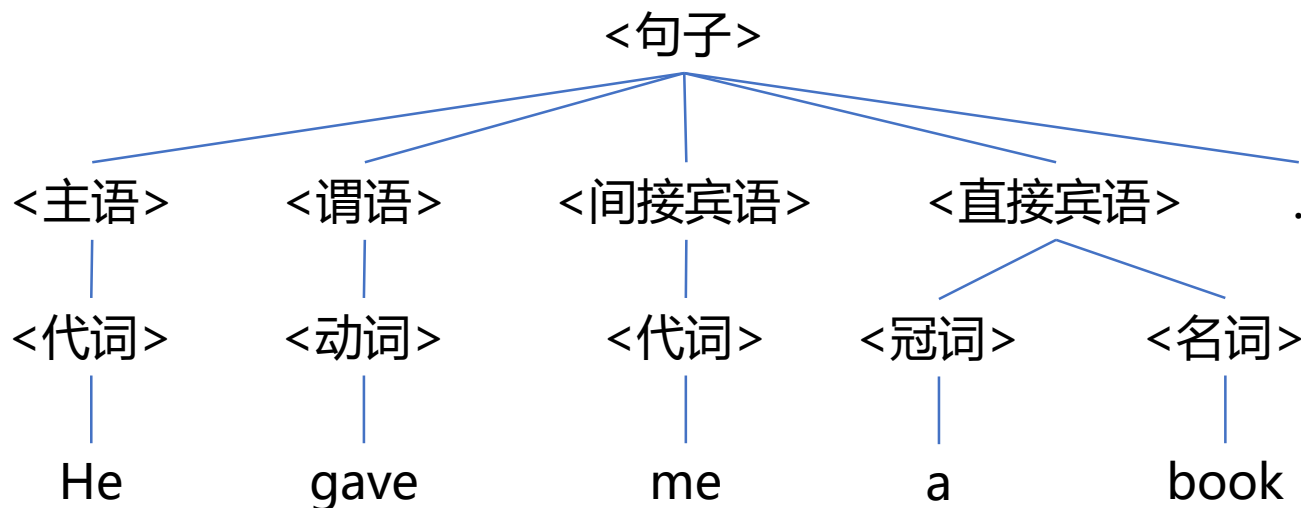
□ 显然也推导出句子：He gave He a book. / me gave He a book. / me gave me a book.

2.1.2 文法

【例2.1】 He gave me a book.

- <句子> → <主语> <谓语> <间接宾语> <直接宾语>.
- <主语> → <主格代词>
- <谓语> → <动词>
- <间接宾语> → <宾格代词>
- <直接宾语> → <冠词> <名词>
- <主格代词> → He
- <宾格代词> → me
- <冠词> → a
- <动词> → gave
- <名词> → book

2.1.2 文法



□ 上下文无关文法要素

- **终结符号**: 是组成语言的基本符号, 是语言的一个不可再分的单位。
- **非终结符号**: 也称语法变量, 用来代表语法范畴, 是一个类的记号, 而不是个体记号。
- **产生式**: 也称产生规则或简称规则, 是定义语法范畴的一种书写规则。
- **开始符号**: 是一个特殊的非终结符号, 代表所定义的语言中我们最感兴趣的语法范畴。

2.1.2 文法

□ 形式化定义：一个**文法** G 是一个四元式 (V_N, V_T, P, S)

- V_N 是一个非空有限集合，它的每个元素称为**非终结符号**；
- V_T 是一个非空有限集合，它的每个元素称为**终结符号**， $V_T \cap V_N = \phi$ ；
- P 是一个**产生式集合**（有限），每个产生式的形式是 $\alpha \rightarrow \beta$ ，其中 $\alpha \in (V_T \cup V_N)^* V_N (V_T \cup V_N)^*$ ， $\beta \in (V_T \cup V_N)^*$ ；
- S 是一个非终结符号，称为**开始符号**；其至少在某个产生式左部出现一次。
- 特别地，若 $\alpha \in V_N$ ，则称该文法为**上下文无关文法**（Context-Free Grammar）。

□ 为书写方便，经常采用如下简写，每个 α_i 也称为是 P 的一个**候选式**

$$\left. \begin{array}{l} P \rightarrow \alpha_1 \\ P \rightarrow \alpha_2 \\ \dots \dots \\ P \rightarrow \alpha_n \end{array} \right\} \Leftrightarrow P \rightarrow \alpha_1 | \alpha_2 | \dots | \alpha_n$$

□ 箭头 \rightarrow 读为“定义为”，直竖 $|$ 读为“或”，它们是**元语言符号**。

2.1.2 文法

□ 约定

- 用大写字母A、B、C..., 或带尖括号的词组如<算术表达式>, 代表非终结符号;
- 用小写字母a、b、c...代表终结符号;
- 用希腊字母 α 、 β 、 γ 等代表由终结符号和非终结符号组成的字符串。
- 为简便起见, 当引用具体文法的例子时, 仅列出产生式和指出开始符号。

【例】G[E]:

$$E \rightarrow i \mid EAE$$

$$A \rightarrow + \mid *$$

产生式

□ 产生式: $\alpha \rightarrow \beta$

- 左边的 α 称为产生式的左部
- 右边的 β 称为产生式的右部
- 有时也说 $\alpha \rightarrow \beta$ 是关于 A 的一条产生规则。
- 有的书上, \rightarrow 也用 $::=$ 表示, 这种表示方法也称为巴科斯范式 (BNF)。

【例】递归产生式定义加乘算术表达式 $G[E]$:

$$E \rightarrow i$$

$$E \rightarrow E + E$$

$$E \rightarrow E * E$$

$$E \rightarrow (E)$$

第二章 文法与语言设计

□ 2.1 文法和语言

- 2.1.1 基本概念
- 2.1.2 文法
- 2.1.3 推导和归约
- 2.1.4 语言
- 2.1.5 文法的Chomsky分类

□ 2.2 语法树与二义文法

- 2.2.1 短语和句柄
- 2.2.2 语法树
- 2.2.3 二义文法

□ 2.3 程序语言设计

- 2.3.1 正规式
- 2.3.2 正规式的等价变换
- 2.3.3 基本运算的文法设计
- 2.3.4 连接-闭包和闭包-连接
- 2.3.5 拆分括号对
- 2.3.6 表达式优先级与结合性

□ 2.4 文法的等价变换

- 2.4.1 消除无用产生式
- 2.4.2 消除单非产生式
- 2.4.3 消除空符产生式

2.1.3 推导和归约

□ 【例2.4】有如下文法: $E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid i$

➤ 推导: $E \Rightarrow (E) \Rightarrow (E + E) \Rightarrow (i + E) \Rightarrow (i + i)$

➤ 这个推导提供了一个证明, 证明 $(i + i)$ 是这个文法所定义的一个算术表达式。

□ 我们称 $\alpha A \beta$ 直接推导出 $\alpha \gamma \beta$, 即 $\alpha A \beta \Rightarrow \alpha \gamma \beta$, 当且仅当 $A \rightarrow \gamma$ 是一个产生式, 且 $\alpha, \beta \in (V_T \cup V_N)^*$

➤ 如果 $\alpha_1 \Rightarrow \alpha_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow \alpha_n$, 则称这个序列是从 α_1 到 α_n 的一个推导;

➤ 若存在一个从 α_1 到 α_n 的推导, 则称 α_1 可推导出 α_n , 其逆过程称为归约;

➤ 用 $\alpha_1 \xRightarrow{+} \alpha_n$ 表示从 α_1 出发, 经一步或若干步, 可推导出 α_n ;

➤ 用 $\alpha_1 \xRightarrow{*} \alpha_n$ 表示从 α_1 出发, 经0步或若干步, 可推导出 α_n , 即 $\alpha_1 = \alpha_n$ 或 $\alpha_1 \xRightarrow{+} \alpha_n$

规范推导和规范归约

□ 一个句型到另一个句型的推导过程往往**不唯一**: $E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid i$

➤ $E \Rightarrow E + E \Rightarrow i + E \Rightarrow i + i$

➤ $E \Rightarrow E + E \Rightarrow E + i \Rightarrow i + i$

□ 约束

- 若推导过程中, 总是最先替换最右(左)的非终结符, 则称为**最右(左)推导**;
- 若归约过程中, 总是最先归约最右(左)的非终结符, 则称为**最右(左)归约**。

□ 规范

- 句型的最右推导称为**规范推导**, 其逆过程最左归约称为**规范归约**;
- $i * i + i$ 的规范推导: $E \Rightarrow E + E \Rightarrow E + i \Rightarrow E * E + i \Rightarrow E * i + i \Rightarrow i * i + i$
- $i * i + i$ 的规范归约: $i * i + i \Leftarrow E * i + i \Leftarrow E * E + i \Leftarrow E + i \Leftarrow E + E \Leftarrow E$
- $i * i + i$ 的最右推导2: $E \Rightarrow E * E \Rightarrow E * E + E \Rightarrow E * E + i \Rightarrow E * i + i \Rightarrow i * i + i$

第二章 文法与语言设计

□ 2.1 文法和语言

- 2.1.1 基本概念
- 2.1.2 文法
- 2.1.3 推导和归约
- 2.1.4 语言
- 2.1.5 文法的Chomsky分类

□ 2.2 语法树与二义文法

- 2.2.1 短语和句柄
- 2.2.2 语法树
- 2.2.3 二义文法

□ 2.3 程序语言设计

- 2.3.1 正规式
- 2.3.2 正规式的等价变换
- 2.3.3 基本运算的文法设计
- 2.3.4 连接-闭包和闭包-连接
- 2.3.5 拆分括号对
- 2.3.6 表达式优先级与结合性

□ 2.4 文法的等价变换

- 2.4.1 消除无用产生式
- 2.4.2 消除单非产生式
- 2.4.3 消除空符产生式

语言

- 假定 G 是一个文法, S 是它的开始符号, 如果 $S \xRightarrow{*} \alpha$, 则称 α 是一个句型。
- 如果一个句型中只包含终结符号, 则称其为一个句子。
- 文法 G 所产生的句子的全体是一个语言, 记为: $L(G) = \{\alpha | S \xRightarrow{+} \alpha, \alpha \in V_T^*\}$ 。
- 【例】有文法 $G: E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid i$
 - $(i * i + i)$ 是该文法的一个句子, 因为有推导: $E \Rightarrow (E) \Rightarrow (E + E) \Rightarrow (E * E + E) \Rightarrow (i * E + E) \Rightarrow (i * i + E) \Rightarrow (i * i + i)$;
 - $E, (E), (E + E), (i * E + E), \dots, (i * i + i), i * i + i$ 都是这个文法的句型。

语言

□ **【例】** 有文法 $G_1 = (V_N, V_T, P, S)$, 其中:

$V_N = \{ \langle \text{数字串} \rangle, \langle \text{数字} \rangle \}; V_T = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\};$

$P = \{ \langle \text{数字串} \rangle \rightarrow \langle \text{数字串} \rangle \langle \text{数字} \rangle \mid \langle \text{数字} \rangle,$

$\langle \text{数字} \rangle \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9\};$

$S = \{ \langle \text{数字串} \rangle \}$

确定 G_1 对应的语言。

□ **【分析】** 由 $\langle \text{数字串} \rangle \rightarrow \langle \text{数字} \rangle$, 可得数字串为0~9的任意数字

每次用 $\langle \text{数字串} \rangle \rightarrow \langle \text{数字串} \rangle \langle \text{数字} \rangle$ 推导, 末尾就增加一个0~9的数字, 直到使用 $\langle \text{数字串} \rangle \rightarrow \langle \text{数字} \rangle$ 推导为止。

□ **【结论】** $L(G_1)$ 表示十进制非负整数。

形如 $A \rightarrow A \dots$ 的产生式称为左递归产生式; 形如 $A \rightarrow \dots A$ 的产生式称为右递归产生式

语言

□ 【例】有文法 $G_2[S]: S \rightarrow bA, A \rightarrow aA|a$, 确定 G_2 对应的语言。

- $S \Rightarrow bA \Rightarrow ba$
- $S \Rightarrow bA \Rightarrow baA \Rightarrow baa$
- $S \Rightarrow bA \Rightarrow baA \Rightarrow baaA \Rightarrow baaa$
- ...
- $S \Rightarrow bA \Rightarrow baA \Rightarrow \dots \Rightarrow ba \dots a$
- 归纳得: $L(G_2) = \{ba^n | n \geq 1\}$

语言

□ 【例】有文法 $G_3[S]: S \rightarrow AB, A \rightarrow aA|a, B \rightarrow bB|b$, 确定 G_3 对应的语言。

➤ $S \Rightarrow AB \Rightarrow ab$

➤ $S \Rightarrow AB \Rightarrow aAB \Rightarrow aaB \Rightarrow aab$

➤ ...

➤ $S \Rightarrow AB \Rightarrow AB \Rightarrow aB \Rightarrow abB \Rightarrow abb$

➤ $S \Rightarrow AB \Rightarrow AB \Rightarrow aB \Rightarrow abB \Rightarrow abbbB \Rightarrow abbbb$

➤ ...

➤ $S \Rightarrow AB \Rightarrow AB \Rightarrow aAB \Rightarrow aaAB \Rightarrow a \dots aB \Rightarrow a \dots abB \Rightarrow a \dots ab \dots b$

➤ 归纳得: $L(G_3) = \{a^m b^n | m \geq 1, n \geq 1\}$

语言

□ 【例】构造文法: $L(G_4) = \{a^n b^n | n \geq 1\}$ 。

➤ ab

➤ $aabb$

➤ $aaabbb$

➤ ...

□ 从另一个角度看:

➤ ab

➤ $aabb$

➤ $aaabbb$

➤ ...

➤ 归纳得: $G_4[S]: S \rightarrow aSb|ab$

语言

- **【例】** 构造文法 G_5 , 使其描述的语言为**正奇数**集合。
- **【分析】** 正奇数要求, 要么是一位奇数数字, 要么是以奇数数字结尾的十进制数字。
- **【解】** 令 $G_5 = (V_N, V_T, \mathcal{P}, \langle \text{正奇数} \rangle)$; $V_T = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$
 - $P: \langle \text{一位奇数} \rangle \rightarrow 1|3|5|7|9; \langle \text{一位数字} \rangle \rightarrow \langle \text{一位奇数} \rangle | 0|2|4|6|8$
 - $\langle \text{正奇数} \rangle \rightarrow \langle \text{一位奇数} \rangle | \langle \text{数字串} \rangle \langle \text{一位奇数} \rangle$
 - $\langle \text{数字串} \rangle \rightarrow \langle \text{一位数字} \rangle | \langle \text{数字串} \rangle \langle \text{一位数字} \rangle$
 - $V_N = \{ \langle \text{正奇数} \rangle, \langle \text{数字串} \rangle, \langle \text{一位数字} \rangle, \langle \text{一位奇数} \rangle \}$

第二章 文法与语言设计

□ 2.1 文法和语言

- 2.1.1 基本概念
- 2.1.2 文法
- 2.1.3 推导和归约
- 2.1.4 语言
- 2.1.5 文法的Chomsky分类

□ 2.2 语法树与二义文法

- 2.2.1 短语和句柄
- 2.2.2 语法树
- 2.2.3 二义文法

□ 2.3 程序语言设计

- 2.3.1 正规式
- 2.3.2 正规式的等价变换
- 2.3.3 基本运算的文法设计
- 2.3.4 连接-闭包和闭包-连接
- 2.3.5 拆分括号对
- 2.3.6 表达式优先级与结合性

□ 2.4 文法的等价变换

- 2.4.1 消除无用产生式
- 2.4.2 消除单非产生式
- 2.4.3 消除空符产生式

2.1.5 文法的Chomsky分类

□ Chomsky于1956年建立了形式语言的描述, 并将文法划分为4种类型。

定义 2.12 (0 型文法)

对文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$, 称 G 为 0 型文法 (Type 0 Grammar) 或短语文法 (Phrase Structure Grammar, PSG)。

$L(G)$ 称为 0 型语言或短语结构语言 (PSL)、递归可枚举集 (Recursively Enumerable Set)。



定义 2.13 (1 型文法)

对文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$, 产生式形式为 $\alpha A \beta \rightarrow \alpha \gamma \beta$, 其中 $A \in V_N, \alpha \in V^*, \beta \in V^*, \gamma \in V^*$, 称 G 为 1 型文法 (Type 1 Grammar) 或上下文有关文法 (Context Sensitive Grammar, CSG)。

$L(G)$ 称为 1 型语言 (Type 1 Language) 或上下文有关语言 (Context Sensitive Language, CSL)。



2.1.5 文法的Chomsky分类

定义 2.14 (2 型文法)

对文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$, 任何产生式 $A \rightarrow \beta \in P$, 均有 $A \in V_N, \beta \in V^*$, 称 G 为 2 型文法 (Type 2 Grammar) 或上下文无关文法 (Context Free Grammar, CFG)。

$L(G)$ 称为 2 型语言 (Type 2 Language) 或上下文无关语言 (Context Free Language, CFL)。♣

定义 2.15 (3 型文法)

对文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$, 产生式形式均为 $A \rightarrow aB$ 或 $A \rightarrow b$, 其中 $A \in V_N, B \in V_N, a \in V_T, b \in V_T \cup \{\varepsilon\}$, 称 G 为 3 型文法 (Type 3 Grammar), 也称为正则文法或正规文法 (Regular Grammar, RG)。

$L(G)$ 称为 3 型语言 (Type 3 Language) 或正则语言、正规语言 (Regular Language, RL)。♣

- 3型文法还有另外一种形式, 称为左线性文法, 如果产生式形式为: $A \rightarrow Ba$ 或 $A \rightarrow b$, 其中, $a \in V_T, b \in V_T \cup \{\varepsilon\}, A \in V_N, B \in V_N$ 。

几个有趣的结论

- 正规文法(3)不能产生语言 $L(G) = \{a^n b^n | n \geq 1\}$, 上下文无关文法(2)则可以:
 $S \rightarrow aSb | ab$ 。
- $L(G) = \{a^n b^n c^i | i \geq 1, n \geq 1\}$ 是一个上下文无关语言: $S \rightarrow AB, A \rightarrow aAb | ab, B \rightarrow Bc | c$ 。
- 语言 $L(G) = \{a^n b^n c^n | n \geq 1\}$ 只能用上下文有关文法(1)产生:
 - $S \rightarrow aSBA | abB,$
 - $BA \rightarrow BA', \quad BA' \rightarrow AA', \quad AA' \rightarrow AB,$
 - $bA \rightarrow bb, \quad bB \rightarrow bc, \quad cB \rightarrow cc$
- 语言 $L(G) = \{\alpha c \alpha | \alpha \in (a|b)^*\}$ 只能用0型文法产生。

第二章 文法与语言设计

□ 2.1 文法和语言

- 2.1.1 基本概念
- 2.1.2 文法
- 2.1.3 推导和归约
- 2.1.4 语言
- 2.1.5 文法的Chomsky分类

□ 2.2 语法树与二义文法

- 2.2.1 短语和句柄
- 2.2.2 语法树
- 2.2.3 二义文法

□ 2.3 程序语言设计

- 2.3.1 正规式
- 2.3.2 正规式的等价变换
- 2.3.3 基本运算的文法设计
- 2.3.4 连接-闭包和闭包-连接
- 2.3.5 拆分括号对
- 2.3.6 表达式优先级与结合性

□ 2.4 文法的等价变换

- 2.4.1 消除无用产生式
- 2.4.2 消除单非产生式
- 2.4.3 消除空符产生式

2.2.1 短语和句柄

□ **短语**: 对文法 $G[S]$, 如果有 $S \xRightarrow{*} \alpha A \delta$ 且 $A \xRightarrow{+} \beta$, 则称 β 是句型 $\alpha \beta \delta$ 相对于非终结符号 A 的**短语**。

- 特别地, 如果有 $A \Rightarrow \beta$, 则称 β 是句型 $\alpha \beta \delta$ 相对于 A 的**直接短语**。
- 一个句型的最左直接短语称为该句型的**句柄**。

2.2.1 短语和句柄

【例】对文法 $G[E]$

$$E \rightarrow T \mid E + T$$

$$T \rightarrow F \mid T * F$$

$$F \rightarrow i \mid (E)$$

□ 句型 $i * i + i$

- $E \Rightarrow E + T \Rightarrow E + F \Rightarrow E + i \Rightarrow T + i \Rightarrow F + i \Rightarrow i + i$
- 但 $i + i$ 不是该句型的一个短语, 因为 $E \not\Rightarrow i * E$ 。

□ 句型 $E + T * F + i$

- $E \Rightarrow E + T \Rightarrow E + F \Rightarrow E + i \Rightarrow E + T + i \Rightarrow E + T * F + i$
- $E + T * F + i$ 是句型 $E + T * F + i$ 相对于 E 的短语。
- $E + T * F$ 是句型 $E + T * F + i$ 相对于 E 的短语。
- $T * F$ 是句型 $E + T * F + i$ 相对于 T 的短语, 且是直接短语, 也是句柄。
- i 是句型 $E + T * F + i$ 相对于 F 的短语, 且是直接短语。

2.2.1 短语和句柄

【例】对文法 $G[E]$

$$E \rightarrow T \mid E + T$$

$$T \rightarrow F \mid T * F$$

$$F \rightarrow i \mid (E)$$

□ 句型 $i * i + i$

➤ $E \Rightarrow E + T \Rightarrow E + F \Rightarrow E + i \Rightarrow T + i \Rightarrow F + i \Rightarrow i + i$

➤ 但 $i + i$ 不是该句型的一个短语, 因为 $E \not\Rightarrow i * E$ 。

【作为对比】对文法 $G[E]$: $E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid i$

➤ $E \Rightarrow E * E \Rightarrow i * E \Rightarrow i * E + E \Rightarrow i * i + E \Rightarrow i * i + i$

➤ $E \overset{*}{\Rightarrow} i * E, E \overset{+}{\Rightarrow} i + i$, 因此 $i + i$ 是 $i * i + i$ 的一个短语。

第二章 文法与语言设计

□ 2.1 文法和语言

- 2.1.1 基本概念
- 2.1.2 文法
- 2.1.3 推导和归约
- 2.1.4 语言
- 2.1.5 文法的Chomsky分类

□ 2.2 语法树与二义文法

- 2.2.1 短语和句柄
- 2.2.2 语法树
- 2.2.3 二义文法

□ 2.3 程序语言设计

- 2.3.1 正规式
- 2.3.2 正规式的等价变换
- 2.3.3 基本运算的文法设计
- 2.3.4 连接-闭包和闭包-连接
- 2.3.5 拆分括号对
- 2.3.6 表达式优先级与结合性

□ 2.4 文法的等价变换

- 2.4.1 消除无用产生式
- 2.4.2 消除单非产生式
- 2.4.3 消除空符产生式

2.2.2 语法树

- **语法分析树**，简称**语法树**(Syntax Tree)，用树形图表示一个句型的推导过程
 - 一棵语法树表示了句型的种种可能的不同推导过程（但未必是全部），包括最左（最右）推导，即**一棵语法树是不同推导过程的共性抽象**。
- 语法树**根结点**为开始符号，**叶结点**从左到右为所要推导的句型，**内部结点**是推导过程中用到的非终结符。
 - 对同一个句型，可能有不同的推导次序可以到达这个句型，**语法树隐藏了替换次序的信息**，表现了一个静态的推导结构。

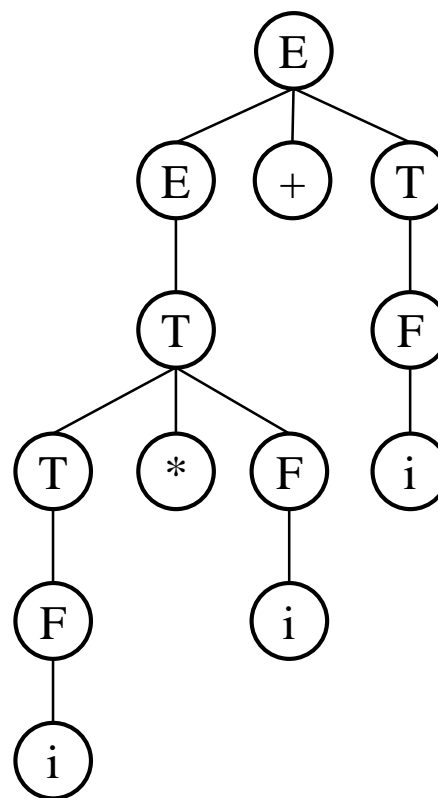
2.2.2 语法树

【例】对文法 $G[E]$

$$E \rightarrow T \mid E + T$$

$$T \rightarrow F \mid T * F$$

$$F \rightarrow i \mid (E)$$



2.2.2 语法树

□ 语法树的子树叶结点构成短语，二层子树叶结点构成直接短语，最左二层子树叶结点构成句柄。

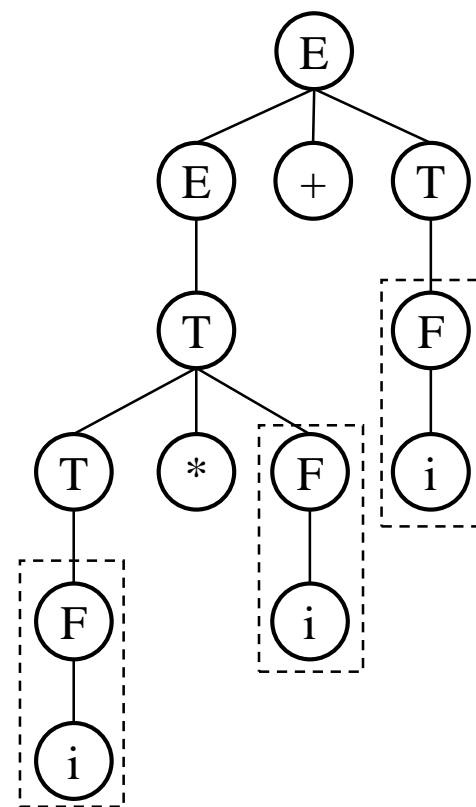
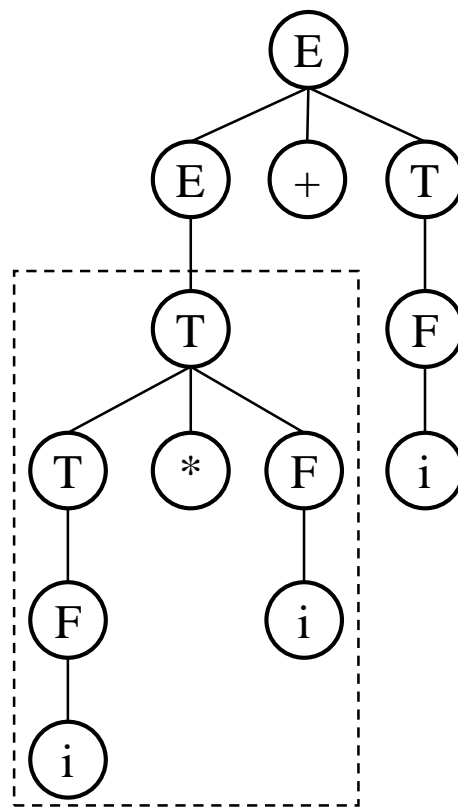
- 因为二层子树是针对这个句型的最后一步推导，因此是直接短语；
- 最左二层子树父结点直接推出子节点，且最左，即对应最左直接短语；

【例】对文法 $G[E]$

$$E \rightarrow T \mid E + T$$

$$T \rightarrow F \mid T * F$$

$$F \rightarrow i \mid (E)$$



这一点其实对寻找句柄没有帮助，因为语法分析完成才能构造出语法树。

第二章 文法与语言设计

□ 2.1 文法和语言

- 2.1.1 基本概念
- 2.1.2 文法
- 2.1.3 推导和归约
- 2.1.4 语言
- 2.1.5 文法的Chomsky分类

□ 2.2 语法树与二义文法

- 2.2.1 短语和句柄
- 2.2.2 语法树
- 2.2.3 二义文法

□ 2.3 程序语言设计

- 2.3.1 正规式
- 2.3.2 正规式的等价变换
- 2.3.3 基本运算的文法设计
- 2.3.4 连接-闭包和闭包-连接
- 2.3.5 拆分括号对
- 2.3.6 表达式优先级与结合性

□ 2.4 文法的等价变换

- 2.4.1 消除无用产生式
- 2.4.2 消除单非产生式
- 2.4.3 消除空符产生式

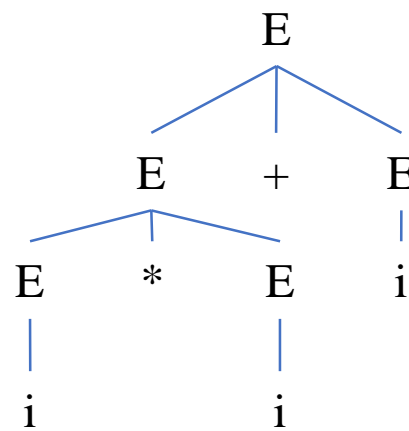
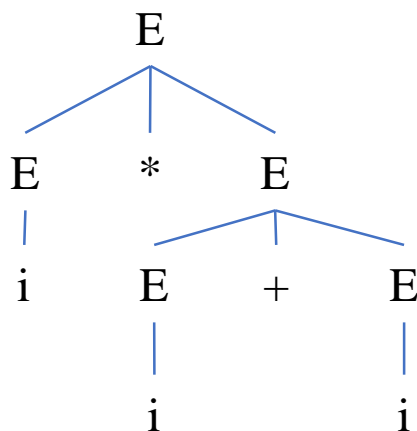
二义文法

□ **二义文法**: 如果一个文法的某个句型对应两棵不同的语法树, 即其最左 (最右) 推导不唯一, 称该文法为二义文法。

□ **【例】** $E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid i$, 关于句子 $i*i+i$ 的最右推导:

➤ $E \Rightarrow E * E \Rightarrow E * E + E \Rightarrow E * E + i \Rightarrow E * i + i \Rightarrow i * i + i$

➤ $E \Rightarrow E + E \Rightarrow E + i \Rightarrow E * E + i \Rightarrow E * i + i \Rightarrow i * i + i$



2.2.3 二义文法

□ 文法的二义性和语言的二义性是不同的概念

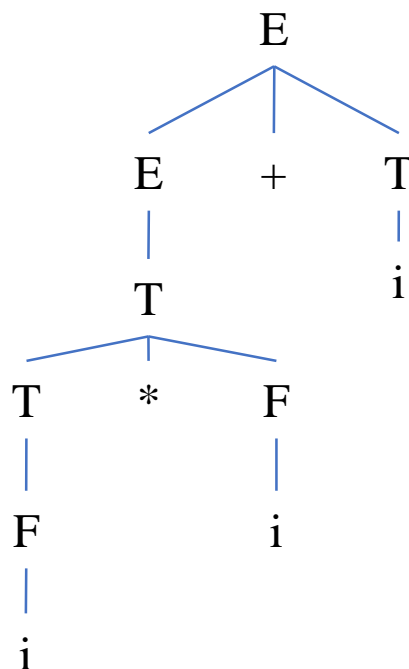
- 可能有两个不同的文法 G 和 G' , 其中一个是二义的而另一个是无二义的, 但是有 $L(G) = L(G')$;
- 对程序设计语言来说, 常常希望它的文法是无二义的, 因为我们希望对它每个语句的分析是唯一的;
- 但是, 只要能控制和驾驭文法的二义性, 有时候存在二义性并不一定是坏事;
- 目前已经证明, 二义性问题是不可判定的, 即不存在一个算法, 它能在有限步骤内确切的判定一个文法是否为二义性的。

2.2.3 二义文法

□ **【例】** $E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid i$, 构造该文法的无二义文法, 使它们表示的语言相同, 并给出句子 $i*i+i$ 的最右推导。

【解】 $E \rightarrow T \mid E + T, T \rightarrow F \mid T * F, F \rightarrow (E) \mid i$ (优先级越高越远离开始符号)

➤ $E \Rightarrow E + T \Rightarrow E + i \Rightarrow T + i \Rightarrow T * F + i \Rightarrow T * i + i \Rightarrow F * i + i \Rightarrow i * i + i$

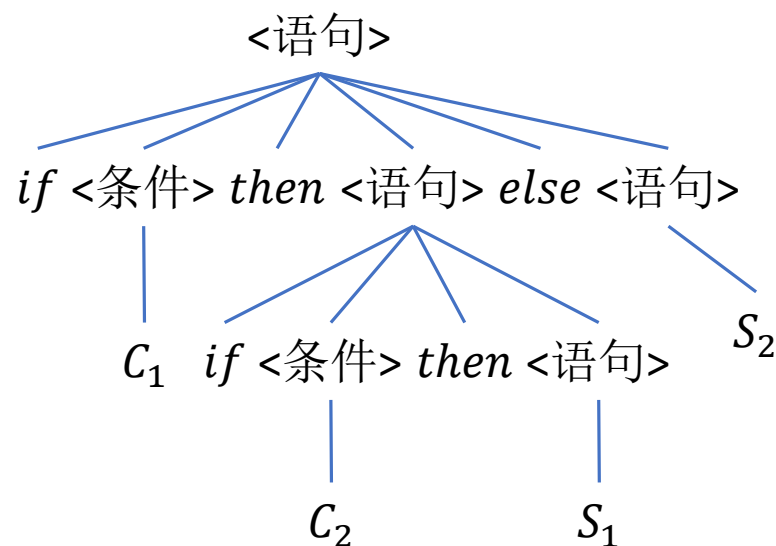
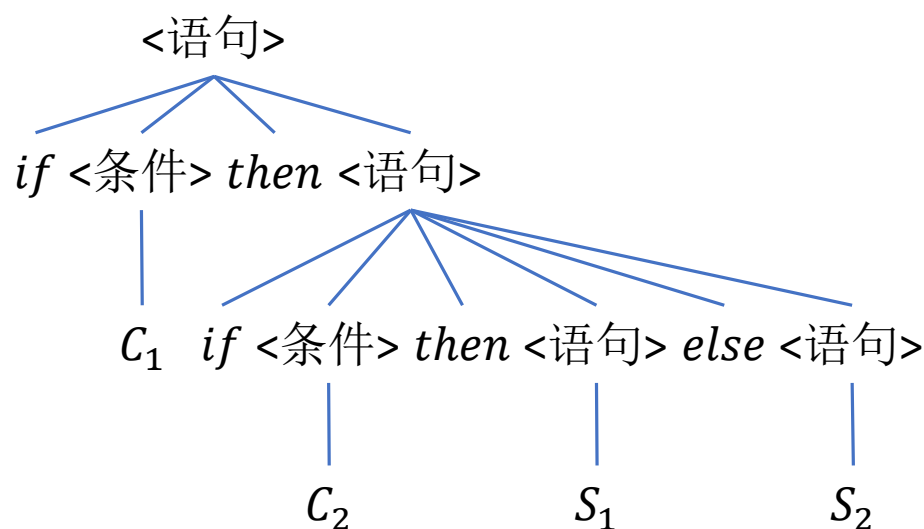


几个有趣的结论

□ 上下文无关文法表示条件语句:

- $\langle \text{语句} \rangle \rightarrow \text{if } \langle \text{条件} \rangle \text{ then } \langle \text{语句} \rangle$
 $\quad \quad \quad | \text{if } \langle \text{条件} \rangle \text{ then } \langle \text{语句} \rangle \text{ else } \langle \text{语句} \rangle$

- 这是个二义文法, 如句子: $\text{if } C_1 \text{ then if } C_2 \text{ then } S_1 \text{ else } S_2$



几个有趣的结论

□ 上下文无关文法表示条件语句:

- $\langle \text{语句} \rangle \rightarrow \text{if } \langle \text{条件} \rangle \text{ then } \langle \text{语句} \rangle$
 $\quad \quad \quad | \text{if } \langle \text{条件} \rangle \text{ then } \langle \text{语句} \rangle \text{ else } \langle \text{语句} \rangle$

- 这是个二义文法, 如句子: $\text{if } C_1 \text{ then if } C_2 \text{ then } S_1 \text{ else } S_2$

□ 一般语言都规定: else必须匹配最后那个未得到匹配的then, 即就近匹配

- $\langle \text{语句} \rangle \rightarrow \langle \text{匹配句} \rangle | \langle \text{非匹配句} \rangle$
- $\langle \text{匹配句} \rangle \rightarrow \text{if } \langle \text{条件} \rangle \text{ then } \langle \text{匹配句} \rangle \text{ else } \langle \text{匹配句} \rangle$
 $\quad \quad \quad | \langle \text{其它语句} \rangle$
- $\langle \text{非匹配句} \rangle \rightarrow \text{if } \langle \text{条件} \rangle \text{ then } \langle \text{语句} \rangle$
 $\quad \quad \quad | \text{if } \langle \text{条件} \rangle \text{ then } \langle \text{匹配句} \rangle \text{ else } \langle \text{非匹配句} \rangle$

约定

□ 对上下文无关文法, 对其施加以下限制, 满足这两个条件的文法也称**化简了的文法**:

- 文法不含产生式 $P \rightarrow P$, 因为这种产生除了引起二义性外没有任何用处。
- 每个非终结符 P 必须都有用处, 这意味着必须存在推导: (1) $S \xRightarrow{*} \alpha P \beta$, 以及
(2) $P \xRightarrow{+} \gamma, \gamma \in V_T^*$ 。

第二章 文法与语言设计

□ 2.1 文法和语言

- 2.1.1 基本概念
- 2.1.2 文法
- 2.1.3 推导和归约
- 2.1.4 语言
- 2.1.5 文法的Chomsky分类

□ 2.2 语法树与二义文法

- 2.2.1 短语和句柄
- 2.2.2 语法树
- 2.2.3 二义文法

□ 2.3 程序语言设计

- 2.3.1 正规式
- 2.3.2 正规式的等价变换
- 2.3.3 基本运算的文法设计
- 2.3.4 连接-闭包和闭包-连接
- 2.3.5 拆分括号对
- 2.3.6 表达式优先级与结合性

□ 2.4 文法的等价变换

- 2.4.1 消除无用产生式
- 2.4.2 消除单非产生式
- 2.4.3 消除空符产生式

2.3.1 正规式

□ 正规式 (Regular Expression) 递归定义

- ① ε 和 ϕ 都是 Σ 上的正规式, 它们所表示的正规集分别为 $\{\varepsilon\}$ 和 ϕ 。
 - ② 任何 $a \in \Sigma$, a 是 Σ 上的一个正规式, 它所表示的正规集是 $\{a\}$ 。
 - ③ 假定 U 和 V 都是 Σ 上的正规式, 它们所表示的正规集分别记为 $L(U)$ 和 $L(V)$, 那么 $(U|V)$, $(U \cdot V)$, $(U)^*$ 也都是正规式, 它们所表示的正规集分别为 $L(U) \cup L(V)$, $L(U)L(V)$, $(L(U))^*$ 。
- 仅由**有限次**使用上述三步骤得到的表达式才是 Σ 上的**正规式**, 仅由这些正规式所表示的字集才是 Σ 上的**正规集**。

□ 正规式符号

- “|”读“或” ; “.”读“连接” , 可以省略; “*”读“闭包” 。
- 在不致混淆时, 括号可以省去;
- **优先级**由高到低顺序: *, ·, |

2.3.1 正规式

【例】 令 $\Sigma = \{a, b\}$, 下面是 Σ 上的正规式和相应的正规集:

- ba^* Σ 上所有以 b 为首后跟任意多个 a 的字
- $a(a|b)^*$ Σ 上所有以 a 为首的字
- $(a|b)^*(aa|bb)(a|b)^*$ Σ 上含有两个连续 a 或两个连续 b 的字

【例】 令 $\Sigma = \{A, B, 0, 1\}$, 下面是 Σ 上的正规式和相应的正规集:

- $(A|B)(A|B|0|1)^*$ Σ 上“标识符”的全体
- $(0|1)(0|1)^*$ Σ 上“数”的全体

2.3.1 正规式

【例】令 $\Sigma = \{0,1\}$, 构造正规式, 使其表示包含偶数个0和偶数个1的字

➤ 把两个字符划分为一组, 有以下三种情形

① 00, 这种已满足要求

② 11, 也已满足要求

③ 10或01开头, 则中间经历任意多00|11, 最后必须以10或01结尾, 即:

$(10|01)(00|11)^*(10|01)$

➤ 由以上三种任意组合, 即可满足要求: $((10|01)(00|11)^*(10|01) | 00 | 11)^*$

2.3.1 正规式

【例】常用正规式

- 整数: $(0|1|2| \dots |9)(0|1|2| \dots |9)^*$
- 浮点数: $(0|1|2| \dots |9)(0|1|2| \dots |9)^*.(0|1|2| \dots |9)(0|1|2| \dots |9)^*$
- 浮点数指数表示法: $\langle \text{浮点数} \rangle E \langle \text{整数} \rangle$
- 标识符: $(a|b| \dots |z|A|B| \dots |Z|_)(a|b| \dots |z|A|B| \dots |Z|_|0|1| \dots |9)^*$

□ 有时用“+”表示至少1次出现

- 整数: $(0|1|2| \dots |9)^+$
- 浮点数: $(0|1|2| \dots |9)^+.(0|1|2| \dots |9)^+$

第二章 文法与语言设计

□ 2.1 文法和语言

- 2.1.1 基本概念
- 2.1.2 文法
- 2.1.3 推导和归约
- 2.1.4 语言
- 2.1.5 文法的Chomsky分类

□ 2.2 语法树与二义文法

- 2.2.1 短语和句柄
- 2.2.2 语法树
- 2.2.3 二义文法

□ 2.3 程序语言设计

- 2.3.1 正规式
- 2.3.2 正规式的等价变换
- 2.3.3 基本运算的文法设计
- 2.3.4 连接-闭包和闭包-连接
- 2.3.5 拆分括号对
- 2.3.6 表达式优先级与结合性

□ 2.4 文法的等价变换

- 2.4.1 消除无用产生式
- 2.4.2 消除单非产生式
- 2.4.3 消除空符产生式

2.3.2 正规式的等价变换

□ 若两个正规式表示的正规集相同, 则认为两个正规式等价

- 两个等价的正规式 U 和 V , 记为 $U = V$
- 例如, $b(ab)^* = (ba)^*b, (a|b)^* = (a^*b^*)^*$

□ 正规式的计算: 假设 U, V, W 是正规式

- 交换律: $U|V = V|U, UV \neq VU$
- 结合律: $(U|V)|W = U|(V|W), (UV)W = U(VW)$
- 分配律: $(U|V)W = UW|VW, U(V|W) = UV|UW$
- 乘法单位元: $\varepsilon U = U\varepsilon = U$

第二章 文法与语言设计

□ 2.1 文法和语言

- 2.1.1 基本概念
- 2.1.2 文法
- 2.1.3 推导和归约
- 2.1.4 语言
- 2.1.5 文法的Chomsky分类

□ 2.2 语法树与二义文法

- 2.2.1 短语和句柄
- 2.2.2 语法树
- 2.2.3 二义文法

□ 2.3 程序语言设计

- 2.3.1 正规式
- 2.3.2 正规式的等价变换
- **2.3.3 基本运算的文法设计**
- 2.3.4 连接-闭包和闭包-连接
- 2.3.5 拆分括号对
- 2.3.6 表达式优先级与结合性

□ 2.4 文法的等价变换

- 2.4.1 消除无用产生式
- 2.4.2 消除单非产生式
- 2.4.3 消除空符产生式

2.3.3 基本运算的文法设计

□ 正规式设计文法的理论问题

- 正规式和3型文法等价, 可以设计出自动生成3型文法的算法;
- 使用正规式生成2型文法显然不存在理论上的障碍;
- 在语义分析和中间代码生成中, 经常需要文法符号在推导或归约过程中传递信息, 这就对文法提出了各种额外的要求, 本节介绍从正规式到2型文法的手工设计方法。

2.3.3 基本运算的文法设计

□ 连接运算: $\alpha\beta$

- $A \rightarrow \alpha B, B \rightarrow \beta$
- $A \rightarrow B\beta, B \rightarrow \alpha$
- $A \rightarrow BC, B \rightarrow \alpha, C \rightarrow \beta$

□ 或运算: $\alpha|\beta$

- $A \rightarrow \alpha, A \rightarrow \beta$

□ 闭包运算: α^*

- $A \rightarrow A\alpha|\varepsilon$, 推导先右后左, 归约先左后右
- $A \rightarrow \alpha A|\varepsilon$, 推导先左后右, 归约先右后左

2.3.3 基本运算的文法设计

□ 过程定义: $\text{int sum}(\text{int } x, \text{int } y) \{ \dots \}$

- $T \text{ id}(T \text{ id}, T \text{ id})$
- $T \text{ id}(T \text{ id}(, T \text{ id})^*)$
- 从左向右归约: $S \rightarrow T \text{ id}(T \text{ id } A), A \rightarrow A, T \text{ id} | \varepsilon, T \rightarrow \text{int}$

□ 过程调用: $\text{sum}(x, y)$

- $\text{id}(\text{id}, \text{id})$
- $\text{id}(\text{id}(, \text{id})^*)$
- 从右向左归约: $S \rightarrow \text{id}(\text{id } A), A \rightarrow, \text{id } A | \varepsilon, T \rightarrow \text{int}$

第二章 文法与语言设计

□ 2.1 文法和语言

- 2.1.1 基本概念
- 2.1.2 文法
- 2.1.3 推导和归约
- 2.1.4 语言
- 2.1.5 文法的Chomsky分类

□ 2.2 语法树与二义文法

- 2.2.1 短语和句柄
- 2.2.2 语法树
- 2.2.3 二义文法

□ 2.3 程序语言设计

- 2.3.1 正规式
- 2.3.2 正规式的等价变换
- 2.3.3 基本运算的文法设计
- 2.3.4 连接-闭包和闭包-连接
- 2.3.5 拆分括号对
- 2.3.6 表达式优先级与结合性

□ 2.4 文法的等价变换

- 2.4.1 消除无用产生式
- 2.4.2 消除单非产生式
- 2.4.3 消除空符产生式

2.3.4 连接-闭包和闭包-连接

□ 连接-闭包运算: $\alpha\beta^*$

- $A \rightarrow A\beta|\alpha$
- $A \rightarrow \alpha B, B \rightarrow \beta B|\varepsilon$



□ C风格声明语句: `int a, b, c`

- $T \text{ id } (, \text{id})^*$
- $A \rightarrow A, \text{id} \mid T \text{ id}, T \rightarrow \text{int}$

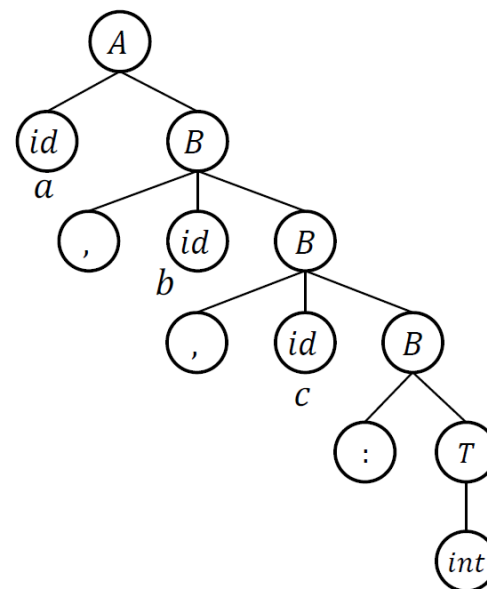
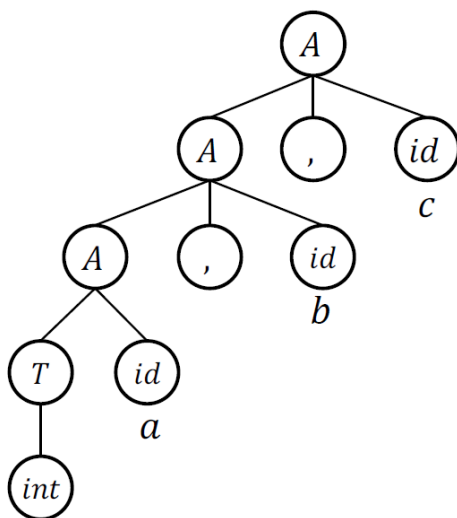
□ 闭包-连接运算: $\alpha^*\beta$

- $A \rightarrow B\beta, B \rightarrow B\alpha|\varepsilon$
- $A \rightarrow \alpha A|\beta$



□ Pascal风格声明语句: `a, b, c: int`

- $\text{id } (, \text{id})^*: T$
- $A \rightarrow \text{id } B, B \rightarrow, \text{id } B \mid: T, T \rightarrow \text{int}$



第二章 文法与语言设计

□ 2.1 文法和语言

- 2.1.1 基本概念
- 2.1.2 文法
- 2.1.3 推导和归约
- 2.1.4 语言
- 2.1.5 文法的Chomsky分类

□ 2.2 语法树与二义文法

- 2.2.1 短语和句柄
- 2.2.2 语法树
- 2.2.3 二义文法

□ 2.3 程序语言设计

- 2.3.1 正规式
- 2.3.2 正规式的等价变换
- 2.3.3 基本运算的文法设计
- 2.3.4 连接-闭包和闭包-连接
- 2.3.5 拆分括号对
- 2.3.6 表达式优先级与结合性

□ 2.4 文法的等价变换

- 2.4.1 消除无用产生式
- 2.4.2 消除单非产生式
- 2.4.3 消除空符产生式

2.3.5 拆分括号对

□ 数组引用: $a[2, 3, 4]$

- $id[num(, num)^*]$ 或 $id[(num,)^*num]$
- 中括号内部是一个连接-闭包结构或者闭包-连接结构。

□ 下标计算: 假设每维长度为 n_i , 对 $id[k_1, k_2, \dots, k_m]$, 递归计算偏移量

- $e_1 = k_1$
- $e_2 = e_1 \times n_2 + k_2$
- $e_3 = e_2 \times n_3 + k_3$
-
- $e_m = e_{m-1} \times n_m + k_m$

□ 每个 n_i 要根据 id 查表得到, id 至少需要和数组下标第1维度关联起来

- $A \rightarrow L, L \rightarrow id[num \mid L, id]$

第二章 文法与语言设计

□ 2.1 文法和语言

- 2.1.1 基本概念
- 2.1.2 文法
- 2.1.3 推导和归约
- 2.1.4 语言
- 2.1.5 文法的Chomsky分类

□ 2.2 语法树与二义文法

- 2.2.1 短语和句柄
- 2.2.2 语法树
- 2.2.3 二义文法

□ 2.3 程序语言设计

- 2.3.1 正规式
- 2.3.2 正规式的等价变换
- 2.3.3 基本运算的文法设计
- 2.3.4 连接-闭包和闭包-连接
- 2.3.5 拆分括号对
- 2.3.6 表达式优先级与结合性

□ 2.4 文法的等价变换

- 2.4.1 消除无用产生式
- 2.4.2 消除单非产生式
- 2.4.3 消除空符产生式

2.3.6 表达式优先级与结合性

□ 考虑加 (+)、乘 (*)、幂 (^)、负 (-)、括号5个操作

- 不同优先级特性, 优先级由高到低为: 括号、幂、负、乘、加。
- 涵盖左右结合, 加、乘为左结合, 幂、负为右结合。
- 涵盖一元二元操作, 加、乘、幂为二元操作符, 负为一元操作符。
- 可以通过括号改变计算次序。

□ 二义文法

- $E \rightarrow E + E \mid E * E \mid E^E \mid -E \mid (E) \mid i$

□ 非二义文法

- $E \rightarrow E + T \mid T$

2.3.6 表达式优先级与结合性

□ 非二义文法

- $E \rightarrow E + T \mid T$
- $T \rightarrow T * F \mid F$
- $F \rightarrow -F \mid M$
- $M \rightarrow P^{\wedge} M \mid P$
- $P \rightarrow (E) \mid i$

□ 表达式设计要点

- 优先级越低, 越接近开始符号; 优先级越高, 越远离开开始符号。
- 相同优先级的算符, 使用同一个左部符号, 不同优先级使用不同左部符号。
- 在规范归约下, 左结合的运算符使用左递归。
- 在规范归约下, 右结合的运算符使用右递归。
- 一元运算符左部、右部使用同一符号。

第二章作业

【作业2-1】令文法为

$$E \rightarrow T|E + T|E - T$$

$$T \rightarrow F|T * F|T / F$$

$$F \rightarrow (E)|i$$

- (1) 给出 $i + i * i$ 、 $i * (i + i)$ 的最左推导和最右推导。
- (2) 给出 $i + i + i$ 、 $i - i * i$ 、 $i - i - i$ 的语法树。
- (3) 写出 $i - i * i$ 的所有短语、直接短语和句柄

【作业2-2】证明下面的文法是二义的： $S \rightarrow iSeS|iS|i$

【作业2-3】把下面的文法改为无二义的： $S \rightarrow SS|(S)|()$

第二章 文法与语言设计

□ 2.1 文法和语言

- 2.1.1 基本概念
- 2.1.2 文法
- 2.1.3 推导和归约
- 2.1.4 语言
- 2.1.5 文法的Chomsky分类

□ 2.2 语法树与二义文法

- 2.2.1 短语和句柄
- 2.2.2 语法树
- 2.2.3 二义文法

□ 2.3 程序语言设计

- 2.3.1 正规式
- 2.3.2 正规式的等价变换
- 2.3.3 基本运算的文法设计
- 2.3.4 连接-闭包和闭包-连接
- 2.3.5 拆分括号对
- 2.3.6 表达式优先级与结合性

□ 2.4 文法的等价变换

- 2.4.1 消除无用产生式
- 2.4.2 消除单非产生式
- 2.4.3 消除空符产生式

2.4 文法的等价变换

- 如果文法 G_1 和 G_2 满足 $L(G_1) = L(G_2)$, 则称 G_1 和 G_2 是等价的
 - 通过等价变换使文法满足某个文法的特殊要求
 - 通过等价变换使文法满足某个算法的要求

第二章 文法与语言设计

□ 2.1 文法和语言

- 2.1.1 基本概念
- 2.1.2 文法
- 2.1.3 推导和归约
- 2.1.4 语言
- 2.1.5 文法的Chomsky分类

□ 2.2 语法树与二义文法

- 2.2.1 短语和句柄
- 2.2.2 语法树
- 2.2.3 二义文法

□ 2.3 程序语言设计

- 2.3.1 正规式
- 2.3.2 正规式的等价变换
- 2.3.3 基本运算的文法设计
- 2.3.4 连接-闭包和闭包-连接
- 2.3.5 拆分括号对
- 2.3.6 表达式优先级与结合性

□ 2.4 文法的等价变换

- 2.4.1 消除无用产生式
- 2.4.2 消除单非产生式
- 2.4.3 消除空符产生式

2.4.1 消除无用产生式

□ 无用符号有两种

- 从开始符号无法推出的符号，这类符号永远使用不到，但在文法中占用计算资源，造成文法复杂臃肿。
- 无法推导出句子的符号，这种符号除上述危害外，还会导致错误的推导，直到推导到该符号，无法再往下进行，使得发现错误的时间延迟。

□ 对文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$ ，对 $\forall X \in V_N \cup V_T$ ，若 X 同时满足如下两个条件则称符号 X 是有用的，否则称 X 是无用符号：

➤ $X \Rightarrow^* \omega$ ，其中 $\omega \in V_T^*$

➤ $S \Rightarrow^* \alpha X \beta$

□ 对文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$ ，若产生式 $A \rightarrow \beta \in P$ 的左部或右部含有无用符号，则称此产生式为无用产生式。

2.4.1 消除无用产生式

算法 2.1 消除无用产生式

输入: 文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$

输出: 消除无用产生式后的文法 $G'' = (V_N'', V_T'', P'', S'')$

- 1 $G' = \text{removeEndlessSymbols}(G);$
 - 2 $G'' = \text{removeStartlessSymbols}(G');$
-

 算法 2.2 消除不能推导出句子的无用符号和无用产生式

 输入: 文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$

 输出: 消除不能推导出句子的无用符号和无用产生式后的文法 $G' = (V'_N, V'_T, P', S')$

```

1 function removeEndlessSymbols( $G$ ):
2    $V'_T = V_T, S' = S, V'_N = \emptyset, P' = \emptyset;$ 
3   do
4     foreach  $A \rightarrow x_1x_2 \cdots x_n \in P$  do
5        $isEndless = false;$ 
6       for  $i = 1 : n$  do
7         if  $x_i \notin V'_N \cup V'_T \cup \{\varepsilon\}$  then
8            $isEndless = true;$ 
9           break;
10        end
11      end
12      if  $\neg isEndless$  then
13         $V'_N \cup = \{A\};$ 
14         $P' \cup = \{A \rightarrow x_1x_2 \cdots x_n\};$ 
15         $P - = \{A \rightarrow x_1x_2 \cdots x_n\};$ 
16      end
17    end
18  while  $V'_N$  有新元素加入;
19  return  $G'$ ;
20 end removeEndlessSymbols
  
```

2.4.1 消除无用产生式

算法 2.3 消除开始符号不能到达的无用符号和无用产生式

输入: 文法 $G' = (V'_N, V'_T, P', S')$

输出: 消除开始符号不能到达的无用符号和无用产生式后的文法 $G'' = (V''_N, V''_T, P'', S'')$

```

1 function removeStartlessSymbols( $G'$ ):
2    $S'' = S', V''_N = \{S''\}, V''_T = \emptyset, P'' = \emptyset;$ 
3   do
4     foreach  $A \rightarrow x_1x_2\cdots x_n \in P'$  do
5       if  $A \notin V''_N$  then continue;
6       for  $i = 1 : n$  do
7         if  $x_i \in V'_N$  then  $V''_N \cup = \{x_i\};$ 
8         if  $x_i \in V'_T$  then  $V''_T \cup = \{x_i\};$ 
9       end
10       $P'' \cup = \{A \rightarrow x_1x_2\cdots x_n\};$ 
11       $P' - = \{A \rightarrow x_1x_2\cdots x_n\};$ 
12    end
13  while  $V''_N \cup V''_T$  有新元素加入;
14  return  $G'';$ 
15 end removeStartlessSymbols

```

2.4.1 消除无用产生式

□ 例：消除无用符号和无用产生式： $G[S] = (\{S, T, Q, R\}, \{0, 1\}, P, S)$ ，其中 P 如下所示

➤ 施行算法2.2，消除不能推导出句子的无用符号和无用产生式

$S \rightarrow 0S$
$S \rightarrow T$
$S \rightarrow R$
$T \rightarrow 0$
$Q \rightarrow 1Q$
$Q \rightarrow 0$
$R \rightarrow 1R$

V'_N	P'
T	$T \rightarrow 0$
Q	$Q \rightarrow 0$
S	$S \rightarrow T$
	$Q \rightarrow 1Q$
	$S \rightarrow 0S$

$$V'_N = \{S, T, Q\}, P' = \{S \rightarrow 0S, S \rightarrow T, T \rightarrow 0, Q \rightarrow 1Q, Q \rightarrow 0\}$$

2.4.1 消除无用产生式

□ 例：消除无用符号和无用产生式： $G[S] = (\{S, T, Q, R\}, \{0, 1\}, P, S)$ ，其中 P 如下所示

➤ 施行算法2.3，消除开始符号不能到达的无用符号和无用产生式

$S \rightarrow 0S$
$S \rightarrow T$
$T \rightarrow 0$
$Q \rightarrow 1Q$
$Q \rightarrow 0$

V_N''	V_T''	P'
S	0	$S \rightarrow 0S$
T		$S \rightarrow T$
		$T \rightarrow 0$

$$V_N'' = \{S, T\}, V_T'' = \{0\}, P'' = \{S \rightarrow 0S, S \rightarrow T, T \rightarrow 0\}$$

第二章 文法与语言设计

□ 2.1 文法和语言

- 2.1.1 基本概念
- 2.1.2 文法
- 2.1.3 推导和归约
- 2.1.4 语言
- 2.1.5 文法的Chomsky分类

□ 2.2 语法树与二义文法

- 2.2.1 短语和句柄
- 2.2.2 语法树
- 2.2.3 二义文法

□ 2.3 程序语言设计

- 2.3.1 正规式
- 2.3.2 正规式的等价变换
- 2.3.3 基本运算的文法设计
- 2.3.4 连接-闭包和闭包-连接
- 2.3.5 拆分括号对
- 2.3.6 表达式优先级与结合性

□ 2.4 文法的等价变换

- 2.4.1 消除无用产生式
- 2.4.2 消除单非产生式
- 2.4.3 消除空符产生式

2.4.2 消除单非产生式

□ **单非产生式**, 指形如 $A \rightarrow B, A \in V_N, B \in V_N$ 的产生式。

- 这种产生式容易在**自动机转正规文法**时产生, 导致转换成的文法**不再是正规文法**, 需要消除这种产生式。
- **消除思路**: 把 B 的产生式左部替换为 A , 然后删除产生式 $A \rightarrow B$

2.4.2 消除单非产生式

算法 2.4 消除单非产生式

输入: 文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$

输出: 消除单非产生式后的文法 $G' = (V'_N, V'_T, P', S')$

```

1   $S' = S, V'_T = V_T, V'_N = \emptyset, P' = \emptyset;$ 
2  foreach  $A \in V_N$  do
3     $W(A) = \{A\};$ 
4  end
5  do
6    foreach  $A \in V_N$  do
7      if  $\exists A \rightarrow B \wedge B \in V_N$  then
8         $W(A) \cup = W(B);$ 
9      end
10   end
11  while  $\exists W(A)$  增大;
12  foreach  $A \in V_N$  do
13    foreach  $B \in W(A)$  do
14       $P' \cup = \{A \rightarrow \alpha \mid B \rightarrow \alpha \wedge \alpha \notin V_N\}$ 
15    end
16  end
17  foreach  $A \rightarrow \alpha \in P'$  do
18     $V'_N \cup = \{A\}$ 
19  end

```

2.4.2 消除单非产生式

□ 例：消除单非产生式： $G[S] = (\{S, Q, R\}, \{0, 1\}, P, S)$ ，其中 P 如下所示

➤ (1) 求 W

$S \rightarrow QR$
$S \rightarrow Q$
$S \rightarrow R$
$Q \rightarrow 0Q$
$Q \rightarrow 1$
$R \rightarrow 1R$
$R \rightarrow 0$

$$W(S) = \{S, Q, R\}$$

$$W(Q) = \{Q\}$$

$$W(R) = \{R\}$$

➤ (2) 计算产生式集

$S \rightarrow QR$
$S \rightarrow 0Q$
$S \rightarrow 1$
$S \rightarrow 1R$
$S \rightarrow 0$

$Q \rightarrow 0Q$
$Q \rightarrow 1$

$R \rightarrow 1R$
$R \rightarrow 0$

➤ (3) 消除无用符号和无用产生式，略

第二章 文法与语言设计

□ 2.1 文法和语言

- 2.1.1 基本概念
- 2.1.2 文法
- 2.1.3 推导和归约
- 2.1.4 语言
- 2.1.5 文法的Chomsky分类

□ 2.2 语法树与二义文法

- 2.2.1 短语和句柄
- 2.2.2 语法树
- 2.2.3 二义文法

□ 2.3 程序语言设计

- 2.3.1 正规式
- 2.3.2 正规式的等价变换
- 2.3.3 基本运算的文法设计
- 2.3.4 连接-闭包和闭包-连接
- 2.3.5 拆分括号对
- 2.3.6 表达式优先级与结合性

□ 2.4 文法的等价变换

- 2.4.1 消除无用产生式
- 2.4.2 消除单非产生式
- 2.4.3 消除空符产生式

2.4.3 消除空符产生式

□ **空符产生式**, 指形如 $A \rightarrow \varepsilon$ 的产生式。

➤ 有的算法要求文法除开始符号外, 不能有空符产生式。

□ **任给一文法 $G[S]$**

➤ 如果 $\varepsilon \notin L(G)$, 则可以**消除所有空符产生式**;

➤ 如果 $\varepsilon \in L(G)$, 则消除所有空符产生式后, 再增加一个空符产生式 $S \rightarrow \varepsilon$, 称为**规范空符产生式**。

2.4.3 消除空符产生式

算法 2.5 计算可推导出空符的非终结符集

输入: 文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$

输出: 可推导出空符的非终结符集 W

```
1 function getEmptableVN( $G$ ):  
2    $W = \emptyset$ ;  
3   foreach  $A \rightarrow \beta \in P$  do  
4     | if  $\beta = \varepsilon$  then  $W \cup = \{A\}$  ;  
5   end  
6   do  
7     foreach  $A \rightarrow X_1X_2 \cdots X_n \in P$  do  
8       |  $isEmptable = true$ ;  
9       | for  $i = 1 : n$  do  
10        | | if  $X_i \notin W$  then  
11         | |    $isEmptable = false$ ;  
12         | |   break;  
13        | | end  
14        | end  
15        | if  $isEmptable$  then  $W \cup = \{A\}$  ;  
16      end  
17    while  $W$  增大;  
18    return  $W$ ;  
19 end getEmptableVN
```

2.4.3 消除空符产生式

算法 2.6 消除空符产生式

输入: 文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$

输出: 消除空符产生式后的文法 $G' = (V_N, V_T, P', S)$

```

1 function removeEmptyProduction( $G, W$ ):
2    $P' = \emptyset$ ;
3   foreach  $A \rightarrow X_1 X_2 \cdots X_n \in P$  do
4     | derive( $P', A, W, \varepsilon, X_1 X_2 \cdots X_n$ );
5   end
6   return  $G' = (V_N, V_T, P', S)$ ;
7 end removeEmptyProduction
8 function derive( $\&P', A, W, left, right$ ):
9   if  $right = \varepsilon$  then
10    | if  $left \neq \varepsilon$  then
11      |  $P' \cup = \{A \rightarrow left\}$ ;
12    | end
13  else
14    | derive( $P', A, W, left + right[1], right[2 : end]$ );
15    | if  $right[1] \in W$  then
16      | derive( $P', A, W, left, right[2 : end]$ );
17    | end
18  end
19 end derive
  
```


2.4.3 消除空符产生式

算法 2.7 消除或规范空符产生式

输入: 文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$

输出: 消除或规范空符产生式后的文法 $G' = (V_N, V_T, P', S)$

- 1 $W = \text{getEmptableVN}(G);$
 - 2 $G' = \text{removeEmptyProduction}(G, W);$
 - 3 $P' = \{S \rightarrow S\};$
 - 4 if $S \in W$ then
 - 5 $P' \cup = \{S \rightarrow \varepsilon\};$
 - 6 end
-

2.4.3 消除空符产生式

□ 例：消除 $G[S]$ 的空符产生式，其中 P 如下所示

➤ (1) 求 W

$$W = \{S, A, B\}$$

➤ (2) 消除空符产生式

$$S \rightarrow AS$$

$$S \rightarrow AB$$

$$S \rightarrow \varepsilon$$

$$A \rightarrow a$$

$$A \rightarrow \varepsilon$$

$$B \rightarrow b$$

$$B \rightarrow AS$$

$$S \rightarrow AS, S \rightarrow S, S \rightarrow A, S \rightarrow \varepsilon$$

$$S \rightarrow AB, S \rightarrow A, S \rightarrow B, S \rightarrow \varepsilon$$

$$S \rightarrow \varepsilon$$

$$A \rightarrow a$$

$$A \rightarrow \varepsilon$$

$$B \rightarrow b$$

$$B \rightarrow AS, B \rightarrow A, B \rightarrow S, B \rightarrow \varepsilon$$

➤ (3) 求并集，去掉 $S \rightarrow S$ 和空符产生式，加入 $S \rightarrow \varepsilon$ ，得到：

$$S \rightarrow AS \mid AB \mid A \mid B \mid \varepsilon, \quad A \rightarrow a, \quad B \rightarrow b \mid AS \mid S \mid A$$

第 2 章 文法与语言设计 内容小结

- ❑ 一个文法是一个四元组,包括非终结符集、终结符集、产生式集和开始符号。
- ❑ 用产生式右部替换左部符号的过程,称为推导,其逆过程称为归约。
- ❑ 最右推导称为规范推导,其逆过程最左归约称为规范归约。
- ❑ 开始符号能推导出的句子全体,称为语言。
- ❑ 短语是某个上下文中的一个语法单位,最左直接短语称为句柄。
- ❑ 语法树任意子树叶结点构成短语,二层子树叶结点构成直接短语,最左二层子树叶结点构成句柄。
- ❑ 如果文法中存在某个句型对应两棵不同语法树,则这个文法为二义文法。
- ❑ 文法的等价变换包括消除无用产生式、单非产生式和空符产生式。



山东大学
SHANDONG UNIVERSITY

第二章 文法与语言设计

The End

谢谢

授 课 教 师 : 郑艳伟
手 机 : 18614002860 (微信同号)
邮 箱 : zhengyw@sdu.edu.cn