# 算法设计与分析历年试题

**2019级（2022年1月考试）**

题目大多是英文的，有的关键词有汉语翻译。

计算：3道35分，用来及格的。必须都做对- 用于考察算法的使用

* 证明：2道20分 （书上引理）

* + 例如：证明白色路径定理、括号定理、有向无环图没有返回边、为什么强联通分支DFS后都是大的指向小的、证明路径的松弛的收敛性、一定存在最小生成树不包含最大权重的边。

* + 不会考大定理的证明，例如dijkstra的正确性。

* + 一般不考最大流、动态规划的证明（且动态规划也是不需要证明的。）

* 辨析：2道20分 （有错的）

* + 如果正确，给出证明；如果错误，给出反例。

* + 如果是错的，但是你说对，然后又给了证明，那就得一半分-1分。

* + 如果是对的，写错的，还举反例，那就一半分-2分。

* + 这种题一般不会得0分。

* 算法设计与证明25分 （2道）

* + 动态规划：一定要给出定义的变量的意义、递推关系式(必须简洁，否则不得分)。

* + 会给出测试样例。只要能给例子跑出来，就能拿到1/3的分。剩下2/3是证明。

* + 难度不会比“半联通图”算法难。

#### 一、计算题（35分 = 10+10+15)

* 给一个有向加权图

* + 画出广度优先搜索树

* + 标出对图进行深度优先搜索后，图上的边的种类（树边、前向边、返回边、交叉边那些）

* 给一个有向图，从Floyd和矩阵乘算法里选一个，来画出算法运行过程中的距离矩阵矩阵（实际上有几个点，k就＝几，就画几个矩阵）

* 最大流和最小割。给一个有向图，包括源点s和汇点t，画出此过程中的剩余网络和增广路（题目就是这么写的，我觉得应该还需要画最小割）

#### 二、证明题（20分 = 10 \* 2）

* 一个有向图中，存在一个包含源点s的负环，证明在多次松弛操作 后，在负环中仍存在一点v(i+1)，d[v(i+1)]>d[v(i)]+w(v(i),v(i+1))。（实际就是Bellman-Ford算法的思想）

* 一个有向图中，如果边e=(u,v)不在任何一棵最小生成树中，证明：这个有向图存在一个环，e在环中是唯一的权值最大的边。（反证应该就能解决）

#### 三、辨析题（20分 = 10 \* 2）

* 一个割(X,Y),穿过该割的边集为E(X,Y),问下面两个说法，哪个对哪个错，如果对，给出证明；如果错，举一个反例。（这个应该是第二个是对的）

* + 对图G的每一棵最小生成树，有且仅有E(X,Y)中的一条边

* + 对图G的每一棵最小生成树，至少有E(X,Y)中的一条边

* 图上有x、y两个点，在某次松弛操作后，有x = π(y)。下面两个说法，哪个对哪个错，如果对，给出证明；如果错，举一个反例。（这个应该是第一个是对的）

* + δ(s,y) ≤ δ(s,x) + w(x,y) （三角不等式啊）

* + d[s,y] = d[s,x] + w(x,y)

#### 四、算法设计题（25分 = 12 + 13）

* 给一个有向图，有源点s和汇点t，图上的顶点可能有三种颜色中的一种，设计一种DP算法。

* + 给出变量定义，并解释是什么意思

* + 写出递推公式

* + 根据上面设计的算法来解决题目中的问题（实际就是跑过样例，跑出来结果）

* 有向图中任意一个顶点对u和v之间，满足u到v有且仅有一条简单路，且v到u也有且仅有一条简单路，我们说这个有向图是完全单连通的。

* + 设计一个算法，判断一个图是否是单连通，给出算法描述

* + 证明上面算法的正确性

**2018级（2021年1月考试）**

2018年算法导论试题

一、最小生成树思想。包括Kruskal、Prim

二、计算BFS，DFS

三、计算最大流二分匹配

四、判断-强连通分量课后题。

五、判断-最小生成树的割与安全边相关

六、证明-最短路径的上界，收敛性质

七、证明-有向无环图不含后向边

八、设计算法-DFS

九、设计算法-最短路径的动态规划-与所有节点对最短路径相似。