

机场出租车决策模型与优先调度策略

作者：王子翔 叶岩宁 黄志斌

摘要

大多数乘客下飞机后都会选择出租车作为主要的交通工具。因此，送客到机场的出租车司机都将会面临前往到达区排队等待载客返回市区或空车返回市区拉客的问题。本文通过建立司机决策模型和出租车载客收益模型，对司机收益进行预测，从而让司机的收益最大化。

对问题一，我们首先提出了一些可能对出租车司机决策有影响的因素用于分析。同时我们参照了排队论和调度算法，通过参考 $M/M/1$ 排队模型，建立了出租车司机的决策模型。通过决策模型对于已知信息的计算，比较单位时间收益以判断哪种方案最优，我们可以以此来辅助司机应该做出正确的选择。

对于问题二，我们从网上收集了大量的机场航站楼班机信息和出租车的信息，再将信息的交叉比较，筛选出有经过机场的出租车信息及其做出的决策。通过对于行车位置信息的分析判断出租车司机的选择或等候时间，即排队出租车数量；通过机场航班信息分析推算大致的乘客数量。我们通过大量的上述数据来验证问题一中模型的鲁棒性和相关因素的依赖，同时也可以使用该数据为问题四的调度模型提供一定参考。

问题三为并行车道的“上车点”规划问题，可抽象为 $M/M/c$ 排队问题。在模型的基础上，为了保证乘客和出租车的匹配，车道和车道间的均衡和乘客的安全便利，设计的“乘车区”位置，应使两区的空闲率低，且最好互相靠近，增加互比的容易程度。从而使队长相等，达到等候时间相等。同时，可在一系列队伍中可以加入多个“上车点”，从而提高服务效率。

对问题四而言，为了解决短途载客返回的出租车“优先权”解决收益差异，我们设计了 LPF 低收益优先调度算法。机场调度系统根据出租车的行驶记录，根据算法计算出出租车的收益，将低收益(短途载客)的出租车优先排放至队列中，以解决收入不均的问题。在经过一段时间后，当低收益的短途载客出租车累计盈利大于长途载客的高收益出租车后，根据低收益优先级调度规则，此时盈利少的长途车将得到更高优先级。

关键词：A/B/C 等候表示法 大数据分析处理 $M/M/c$ 模型
LPF 低收益优先调度算法 优先强度 p

一、问题重述

1.1 问题背景

大多数乘客下飞机后要去市区（或周边）的目的地，出租车是主要的交通工具之一。国内多数机场都是将送客（出发）与接客（到达）通道分开的。送客到机场的出租车司机都将会面临两个选择：

(A) 前往到达区排队等待载客返回市区。出租车必须到指定的“蓄车池”排队等候，依“先来后到”排队进场载客，等待时间长短取决于排队出租车和乘客的数量多少，需要付出一定的时间成本。

(B) 直接放空返回市区拉客。出租车司机会付出空载费用和可能损失潜在的载客收益。在某时间段抵达的航班数量和“蓄车池”里已有的车辆数是司机可观测到的确定信息。通常司机的决策与其个人的经验判断有关，比如在某个季节与某时间段抵达航班的多少和可能乘客数量的多寡等。如果乘客在下飞机后想“打车”，就要到指定的“乘车区”排队，按先后顺序乘车。机场出租车管理人员负责“分批定量”放行出租车进入“乘车区”，同时安排一定数量的乘客上车。在实际中，还有很多影响出租车司机决策的确定和不确定因素，其关联关系各异，影响效果也不尽相同。

1.2 问题要求

1. 分析研究与出租车司机决策相关因素的影响机理，综合考虑机场乘客数量的变化规律和出租车司机的收益，建立出租车司机选择决策模型，并给出司机的选择策略。

2. 收集国内某一机场及其所在城市出租车的相关数据，给出该机场出租车司机的选择方案，并分析模型的合理性和对相关因素的依赖性。

3. 在某些时候，经常会出现出租车排队载客和乘客排队乘车的情况。某机场“乘车区”现有两条并行车道，管理部门应如何设置“上车点”，并合理安排出租车和乘客，在保证车辆和乘客安全的条件下，使得总的乘车效率最高。分析模型的泛化性能。

4. 机场的出租车载客收益与载客的行驶里程有关，乘客的目的地有远有近，出租车司机不能选择乘客和拒载，但允许出租车多次往返载客。管理部门拟对某些短途载客再次返回的出租车给予一定的“优先权”，使得这些出租车的收益尽量均衡，试给出一个可行的“优先”安排方案。

二、问题假设

1. 飞机降落时间与乘客到达候车点时间相同，且乘客到达时间符合以降落时间为中值的泊松分布，且位于泊松分布中值。服务时间服从参数为 μ 的负指数分布。
2. B 情况直接返回市区所驶里程数与载客来机场时视为相同。
3. 出租车上客出发方向不出现堵塞。出租车不会形成无限队列，乘客与出租车始终充足，且多数时候系统处于稳态。
4. 采集到的出租车数据集中的数据符合随机均匀分布，且真实可信具有代表性。

三、符号说明

符号	说明
μ	平均服务率
λ	单位时间出租车平均到达率
ρ	服务强度
P	概率
E	单位时间收益
L	队伍长度
W	等待时间
p	优先级强度

四、问题分析

4.1 问题一分析

该问题需要建立出租车司机选择决策模型，通过模型辅助司机决策。

我们通过分析研究出租车司机决策的相关因素，初步提出了部分影响因素作为模型参数。通过对于实际情况的分析和简化计算的需要，我们使用单位时间收益的大小作为判断司机的决策是否最优。单位时间收益的计算公式涉及到司机可测因素，如：当前“蓄车池”排队长度，当前航班密度多少。

我们通过提出固定方式(标准回合)计算两种不同决策下的收益，并通过比较单位时间的收益来评价司机决策是否最优。对于 A 情况，我们取去程，排队和返程三个动作作为 A 的一个标准回合;对于 B 情况，我们取去程，返程(空车)两个动作作为 B 的一个标准回合。之后再通过比较单位时间下的收益大小，来判断两种决策的优劣。

A 情况	去程	排队	返程
B 情况	去程	返程(空车)	

表 4.1.1 – A/B 情况在一个标准回合中的动作

4.2 问题二分析

针对该问题，我们决定通过互联网收集到上海浦东国际机场在 2018 年 4 月 1 日的机场航班数据以及强生出租车公司在上海全市范围内一天的 GPS 数据作为建立模型的数据。

在网上查阅若干数据后，我们了解到浦东国际机场结构如下：



图 4.2.1 – 浦东国际机场结构图与出租车运载流程图

在白天高峰期阶段，出租车从市区接客送至航站楼出发层后，不能直接到航站楼到达层进行接客，需要先行前往 5 公里外的一处大型出租车“蓄车池”进行排队等待，排队完成后方才能到到达层接客。由于浦东国际机场地处浦东新区郊区，在经过初步的数据观测后，接到的乘客中有 74.23% 也就是大部分乘客会前往上海市区（虹口区，长宁区，徐汇区，浦东新区市区等）。

我们通过 SPSS 软件对其中时间和轨迹异常的数据进行排除，得到初加工数据，再用 Python 将其中的每一辆车的轨迹单独分成若干文件。出租车数据包含全市范围内的出租车，因此我们还需要通过经纬度的前提条件将轨迹中有途经机场区域（“蓄车池”或者航站楼到达层）的出租车筛选出来以获得有效数据。通过对符合条件的车辆的上车点与下车点进行收集，对符合条件的轨迹将会进入下一

步分析。我们对出发点和到达点经纬度的限制可以分别得出从到达层到“蓄车池”（选择排队）的车辆，从到达层前往市区（选择前往市区）的车辆。

用 ArcMap 处理出租车的 GPS 轨迹经纬度得到出租车的轨迹点集，再通过点连线功能得到最终的轨迹图，随后通过该软件的点距计算得出每条轨迹的距离，通过轨迹起点和终点对应的时间可以求出轨迹所花费的时间，通过返程花费，等待花费和收入计算选择在机场排队后接客的收益和不选择在机场排队的收益，将这两个收益进行比较与实际结果进行对比来验证模型的合理性。

4.3 问题三分析

针对该问题，很容易联想到 $M/M/c$ 模型，即多服务台模型。多服务台模型需要考虑均衡问题以满足排队效率最高。同时，为了保证乘客和出租车的匹配，车道和车道间的均衡和乘客的安全便利，设计的“乘车区”位置，应使两区的空闲率低，且最好互相靠近以便实时队伍均衡。

如果两个“上车点”的距离越近，越好进行横向比较，则越容易通过乘客选择队伍时的判断选择较短的队伍，从而达到降低空闲率的效果。因此，针对两条并行车道中两列队列起始点应相近，以方便对面列观测队列长短与及时调整位置，即进行自我排错重新选择队伍。除了刚开始观察队伍长短选择，这是第二次的均匀负载设计。不仅如此，为了保证安全，马路中设有斑马线，方便乘客调整队列，以提高运载效率，降低空闲率。同时，针对单队设置多服务台，能明显提高服务台工作效率。通过以上三种针对“上车点”的优化设计，服务效率将会明显提升。此时模型可认为是 $M/M/c$ (其中 $c \geq 2$ 且为整数)。

当空闲率低，服务效率高，平均队长，平均等待时间低，两队队长差小时，多服务台均衡情况较好，排队效益高。

4.4 问题四分析

对该问题而言，为了解决短途载客返回的出租车“优先权”解决收益差异，显然应该使用一种优先算法以解决短途载客的出租车低收益的问题。在 FCFS 先来先服务的基础上，我们应该加入一种优先机制以增加收益较低的出租车的优先级，从而平衡各个出租车的收益。

因此，我们设计了 LPF 低收益优先调度算法。该算法参照 SJF 短作业优先调度算法，将队列中最低收益的出租车优先级增加至最高，将收益最高的出租车优先级降低至最低。

同时，我们采用当日收益累加和作为调度因素，通过出租车的驶离机场段获得的收益进行累加，以克服 SJF 短作业优先调度算法产生的长作业饥饿问题。在经过一段时间后，低收益出租车累计盈利大于长途载客的高收益出租车。根据低

收益优先级调度规则，此时盈利少的长途车将得到更高优先级，即长途载客此时为低盈利状态，将会获得比短途车更高的优先级。系统隔日自动清空收益，防止前日过高的收益影响之后排位的优先程度，对于出租车行业习惯的养成和公平性都有所兼顾。

五、模型建立和求解

5.1 问题一求解

问题一的分析中确立以单位时间收益为评判标准的分析体系，参照排队论的有关算法，我们设计出了能够描述出租车司机选择决策模型。我们针对两种决策分别涉及了不同的算法公式，并通过比较单位时间的收益来评价司机决策是否最优。

对于 A 情况，我们取去程，排队和返程三个动作作为 A 的一个标准回合。其中， P_A 表示 A 情况一个标准回合的收益， P_g 表示去程(载乘客去机场)收益， P_b 表示回程收益。 T_g 表示去程时长， W_s 表示等候时长， N 表示“蓄车池”已有车辆数（排队长度）， \bar{t}_w 表示“蓄车池”车辆离队的平均时间间隔， T_b 表示回程时长。

A 情况总收益:

$$P_A = P_g + P_b \quad (1)$$

A 情况单位时间收益:

$$E_A = \frac{P_A}{T_g + W_s + T_b} \quad (2)$$

其中:

$$W_s = N\bar{t}_w \quad (3)$$

对于 B 情况，我们取去程，回程两个动作作为 B 的一个标准回合。其中， P_B 表示 B 情况一个标准回合的收益， P_g 表示去程(载乘客去机场)收益， P_{eb} 表示空车回程收益(损失)。 T_g 表示去程时长， W_s 表示等候时长， T_{eb} 表示空车回程时长。

B 情况总收益:

$$P_B = P_g + P_{eb} \quad (4)$$

B 情况单位时间收益:

$$E_B = \frac{P_B}{T_g + T_{eb}} \quad (5)$$

通过比较单位时间下的收益大小 E_A 和 E_B ，来判断两种决策的优劣，即 $E_A > E_B$ 时，司机选择前往“蓄车池”排队等候载客； $E_A < E_B$ 时，司机直接返回市区； $E_A = E_B$ 时，两种选择从收益角度来看无差异。

现计算不等式 $E_A > E_B$ ，考虑司机所能观测的信息是航班数量和“蓄车池”已有车辆数，将式（2）与式（3）代入，化简处理得到：

$$N < \frac{P_b(T_g + T_b)}{P_g \bar{t}_w} \quad (6)$$

5.2 问题二求解

从总数据集中抽取十二组数据，依次对十二组数据的点集进行分析计算，通过 ArcMap 处理 GPS 轨迹经纬度得到出租车的轨迹点集，随后通过该软件的点距计算得出每条轨迹的距离，通过轨迹起点和终点对应的时间对轨迹进行分割处理，判断该轨迹属于情况 A 或者情况 B，判断出租车从机场下客之后是选择进入“蓄车池”进行排队还是直接离开机场前往市区。

由于上海市区范围广大，市区范围不能算做一个点来看待，不同出租车的起点和终点差异巨大，因此我们将 B 情况时出租车返回市区的终点设置在了在来机场前的最后一条轨迹的起点，这样可以很好地解决不同出租车轨迹长度差异导致的计算结果差异过大的问题。

通过轨迹起点和终点对应的时间可以求出轨迹所花费的时间，通过返程时间，等待时间，返程轨迹长度可以计算出 A 情况的收益 P_A 和 B 情况的收益 P_B ，然后将两者进行比较，和实际情况进行对比判断是否匹配。

首先通过已知条件航班密度和“蓄车池”车辆数计算平均等待时长计算抽取样本 W_s ，对先前获取的航班数据以 1 小时为单位进行统计得到 24 小时航班密度折线图，随后对相同时段经过“蓄车池”的出租车数也进行相应的统计，统计如下图：

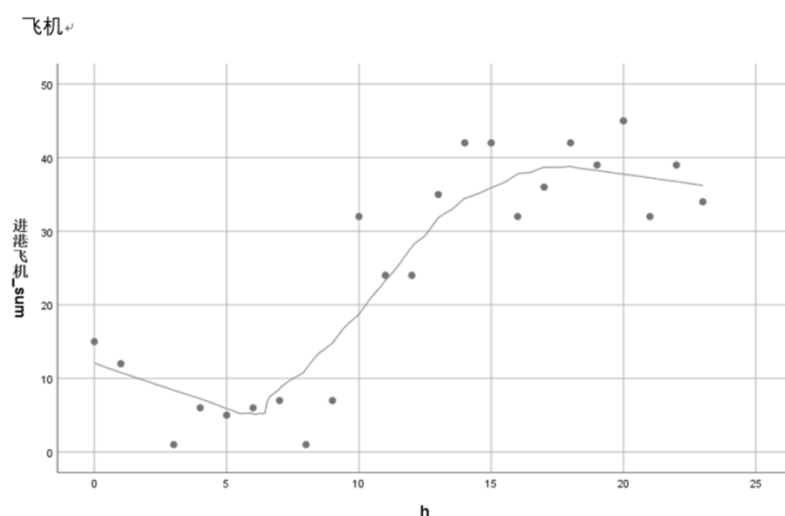


图 5.2.1 — 浦东国际机场进场飞机随时间变化图

蓄车场强生出租车

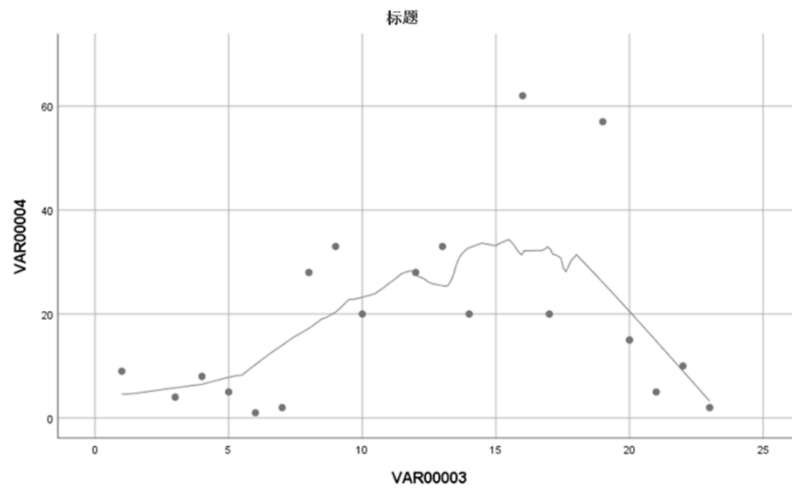


图 5. 2. 2 – 浦东国际机场“蓄车池”出租车随时间变化图

通过上图中所得数据对应的点进行平均等待时长的计算，计算的平均等待时长的结果如下表：

ID	航班密度（架/小时）	平均离队权值	“蓄车池”平均数量权值	平均等待时长权值
102	11	20	8	160
65	9	24	9	216
36	5	26	11	286
119	5	26	13	338
26	4	27	14	378
115	38	7	37	259
243	35	10	30	300
85	39	5	35	175
118	38	7	29	203
78	37	8	20	160
53	36	9	17	153
100	35	10	15	150

表 5. 2. 3 – 浦东国际机场“蓄车池”出租车平均等待时长权值计算表

其中，航班密度表示每小时内到达航班数目。平均离队权值表示对应时刻平均每辆出租车上客时间所对应的权值（因为时间间距过小，因此做了部分处理放大数据生成权值。“蓄车池”平均矢量权值用于表示当前时段内平均出租车数目。平均等待权值表示当前出租车进入“蓄车池”需要等待的总权值（即平均车辆数乘以平均离队间距权值）。

在获取平均等待时长权值后，接下来用获取的平均时长权值进行等比例缩小，

近似实际的等待时间。通过实际计算得出，等比例缩小后的时间结果和对应的等待时间误差在理想范围内。

对于 A 情况，我们取去程，排队和返程三个动作作为 A 的一个标准回合。其中， P_A 表示 A 情况一个标准回合的收益， P_g 表示去程(载乘客去机场)收益， P_b 表示回程收益。 T_g 表示去程时长， W_s 表示等候时长，N表示“蓄车池”已有车辆数（排队长度）， \bar{t}_w 表示“蓄车池”车辆离队的平均时间间隔， T_b 表示回程时长。

对于 B 情况，我们取去程，回程两个动作作为 B 的一个标准回合。其中， P_B 表示 B 情况一个标准回合的收益， P_g 表示去程(载乘客去机场)收益， P_{eb} 表示空车回程收益(损失)。 T_g 表示去程时长， W_s 表示等候时长， T_{eb} 表示空车回程时长。

载客时的收益按照上海出租车标准来计算（3km 内起步费 14 元，3km 以上每 1km 2.4 元）

设置去程路长为 D_g :

$$P_g = (D_g - 3) * 2.4 + 14 \tag{7}$$

其中， T_g 为去程时间(由轨迹时间差得出)。 P_b 为 A 情况第二程收益，计算方法同去程收益按照上海出租车收费标准。 T_b 为 A 情况第二程时间，由第二程轨迹时间差得出。 T_{eb} 为 B 情况空车返回损失。 P_{eb} 为 B 情况空车返回时间，视作等同于 B 情况的来程时间，因为在问题 2 分析中已经说明如果空车返回将返回来程的起点，也就是视作路径相同。 W_s 出租车在“蓄车池”等待的平均时间

以上为计算基础参数，如下表:

ID	P_g (去程收益)	T_g (去程时间)	P_b (归程收益)	T_b (归程时间)	T_{eb} (B 情况归程损失)	P_{eb} (B 情况归程时间)	W_s （平均等待时间）
102	129.2	45	143.6	14	143.6	-51	16
65	64.4	20	88.4	53	20	-24	21.6
36	26.312	15	42.8	18	15	-8.13	28.6
119	93.2	58	189.2	70	58	-36	33.8
26	107.6	37	62	36	37	-42	37.8
115	144.164	61	71.6	49	61	-57.235	25.9
243	63.3032	37	112.4	62	37	-23.543	30
85	28.952	17	62	36	17	-9.23	17.5
118	119.924	90	213.2	87	90	-47.135	20.3
78	86.612	52	88.4	54	52	-33.255	16
53	117.764	56	35.6	13	56	-46.235	15.3
100	114.222	63	57.2	27	63	-44.759	15

表 5.2.4 – 机场出租车基础参数表

随后进行最终参数的计算，分别为总收益，总时间，和单位时间平均收益。
其中 P_A 为 A 情况总收益，也就是去机场载客与离开机场载客所获收益之和。

由公式：

$$P_A = P_g + P_b \tag{8}$$

P_B 为 B 情况总收益，由公式：

$$P_B = P_g - P_{eb} \tag{9}$$

也就是去机场载客与单从机场离开前往市区路上所损失的费用。

T_A 为 A 情况总时间，由去程时间加上在蓄车场排队时间以及第二程载客时间总和。

T_B 为 B 情况总时间，由去程时间加上归程时间。

E_A 为 A 情况平均收益，即 A 情况的总收益除以 A 情况的总时间， E_B 同理。

经过计算后得到下表：

ID	P_A (A 情况总收益)	P_B (B 情况总收益)	T_A (A 情况总时间)	T_B (B 情况总时间)	E_A (A 情况平均收益)	E_B (B 情况平均收益)
102	272.8	78.0	117.0	61	1.211	1.266
65	152.8	40.4	94.6	40	1.61	1.01
36	69.1	18.1	61.6	15.7	1.12	1.15
119	282.4	57.2	161.8	116	1.74	0.493
26	169.6	65.6	110.8	74	1.53	0.886
115	215.7	86.9	135.9	122	1.58	0.712
243	175.7	39.8	129	74	1.36	0.537
85	90.9	19.7	70.5	34	1.28	0.579
118	333.14	72.8	197.3	180	1.68	0.404
78	175	53.4	122	104	1.43	0.513
53	153.3	71.5	84.3	112	1.81	0.638
100	141.2	69.5	105	126	1.34	0.551

表 5.2.5 - 机场出租车 A/B 情况平均收益

从该表中可以明显的看出 A 情况的平均收益要明显大于 B 情况的平均收益，也就是在机场下客后选择排队的平均收益要大于空车返回市区的平均收益，将结果与十二条轨迹实际情况（司机决策）进行对比，如下表：

ID	所在时段	理论选择方案	实际选择方案
102	2:00-3:00	A	B
65	3:00-4:00	A	A
36	6:00-7:00	B	A
119	7:00-8:00	A	A
26	8:00-9:00	A	A
115	15:00-16:00	A	A
243	14:00-15:00	A	A
85	18:00-19:00	A	A
118	19:00-20:00	A	A
78	20:00-21:00	A	A
53	21:00-22:00	A	A
100	23:00-0:00	A	A

表 5.2.6 – 机场出租车 A/B 情况理论决策与实际决策

可以看出，通过模型计算得到的决策与司机实际做出的决策 80%相符，证明模型基本符合实际。

任选其中六条轨迹在 ArcMap 上进行轨迹绘制观察绘制情况，结果如下：

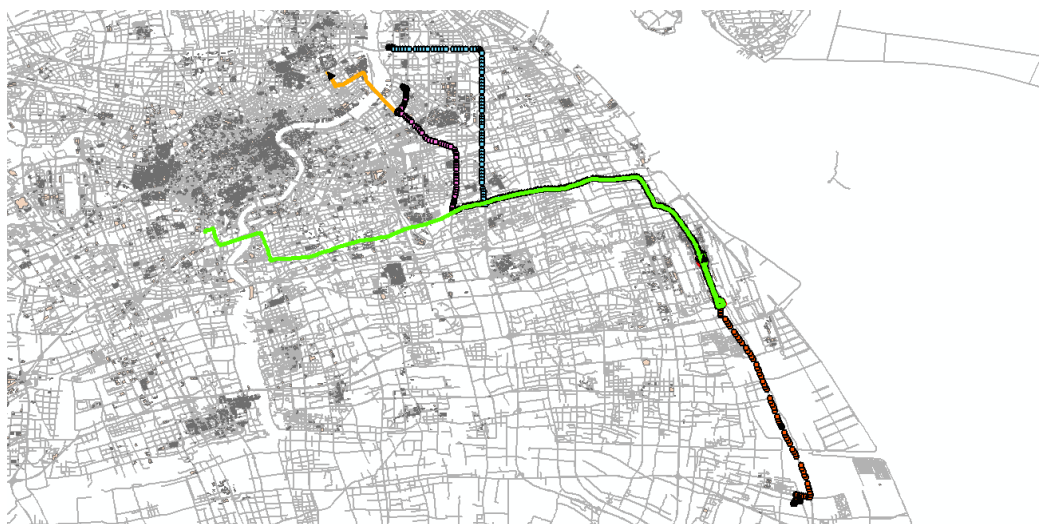


图 5.2.7 – ArcMap 生成五组由市区到机场(情况 A)去程出租车数据轨迹图

图一中的五条轨迹是来程轨迹，也就是载客从市区到机场的轨迹，可以看出由于上海市区范围广大，因此五条轨迹对应的位置差异巨大，故不能将市区视为简单的点来看待。



图 5.2.8 - ArcMap 生成五组由市区到机场(情况 A)返程出租车数据轨迹图

图二中的五条轨迹是 A 情况中选择排队后的第二程轨迹，可以从图中看出，从浦东国际机场出发的旅客最终的目的地基本是上海市区，而且轨迹长，基本都是在三四十公里上下徘徊，这种情况下司机所挣得的收益自然也就更多。



图 5.2.9 - ArcMap 生成一组由市区到机场(情况 B)去程出租车数据轨迹图

图三为 ID 为 102 的出租车轨迹图，在先前的计算中与模型决策结果不同，在将乘客送达后，该司机选择了 B 方案，也就是不排队不接客直接从机场返回市区，考虑到当时所处的时段（2:00-3:00）以及实际情况，本人考虑这应该是因为该出租车选择了返回市区结束班次，在之后对该车进行完整轨迹观测后也证实，在返回市区后有相当长一段时间该车速度为 0。

通过以上数据的验证，证实所作假设合理。

本次选取的机场离市区较远，从实际情况考虑，如果单从机场空车直接返回市区的话由于较远的里程肯定造成有不小的损失，因此本模型对抽取十二组出租车的决策几乎为 A 情况也符合实际。

通过时段分析也可以得出结论，当航班密度小的时候，到达总乘客数少，蓄车场内出租车平均离队时间长，因此蓄车场内出租车数量少，而当航班密度打的时候，到达总乘客数目多，蓄车场内出租车平均离队时间短，蓄车场内出租车数量多，由两种因素共同制约最后的平均等待时间，因为两个因素是相互对立的，因此平均等待时间不会发生特别大的变动，只有在 0 点附近，由于红点航班导致航班数量增多，而晚上出租车的数量会减少（经查询夜班出租车司机要比正常出租车司机要少），这个时候的平均等待时间会显著缩短。

因此，对于要载客去上海浦东的出租车司机，本模型建议在下完课后到出租车蓄车厂进行排队等候第二轮载客。

5.3 问题二求解

该问题涉及到两条并行车道，因此为 $M/M/c$ 问题，即多服务台模型。多服务台模型需要考虑均衡问题以满足排队效率最高，即空闲率低效率高。同时，为了保证乘客和出租车的匹配，车道和车道间的均衡和乘客的安全便利，设计的“乘车区”位置，应使两区的队长相等，等候时间相等，空闲率低，且最好互相靠近以便实时均衡。

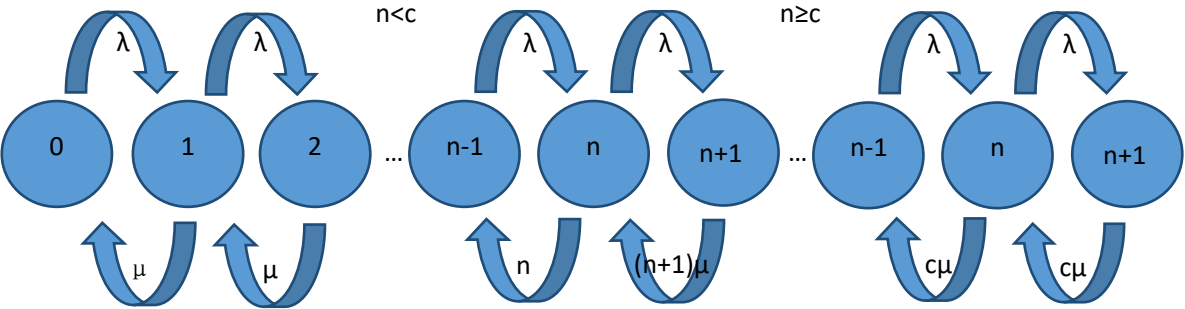


图 5.3.1 - $M/M/c$ 排队系统状态转化图

如果两个“上车点”的距离越近，越好进行横向比较，则越容易通过乘客选择队伍时的判断选择较短的队伍，从而达到降低空闲率的效果。因此，针对两条并行车道，设计了如下“上车点”，两列队列起始点相同，方便对面列观测队列长短即时调整位置，除了刚开始观察队伍长短选择，这是第二次的均匀负载设计。同时为了保证安全，马路中设有斑马线，方便乘客调整队列，以提高运载效率，降低空闲率。针对单队设置多服务台，能明显提高服务台工作效率。通过以上三种针对“上车点”的优化设计，服务效率将会明显提升。

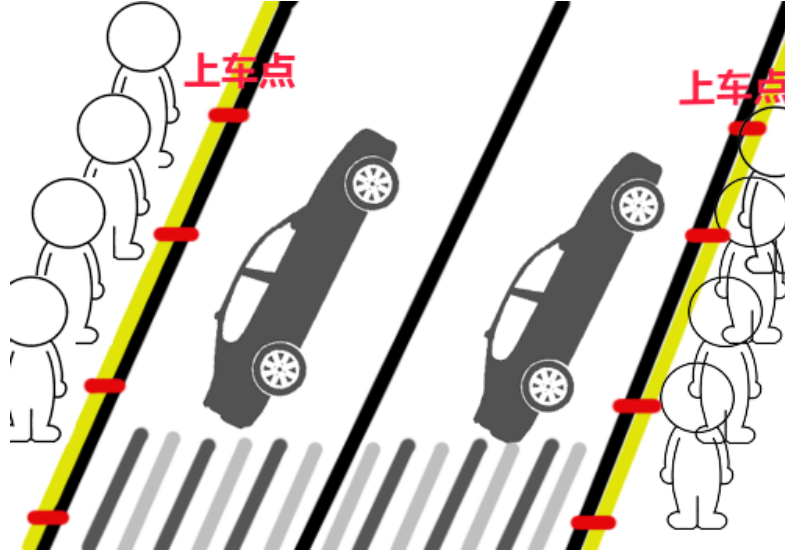


图 5.3.1 - 双列多服务台“上车点”位置示意图

通过假设 2.1, 我们认为乘客服从泊松分布的需求。同时, 服务时间服从参数为 μ 的负指数分布, 顾客到达时间与服务时间相互独立。当空闲率低, 服务效率高, 平均队长, 平均等待时间低, 两队队长差小时, 多服务台均衡情况较好, 排队效益高。

当空闲率低时, 服务效率高。假设通过单列多服务台共得双列共 c 个服务台 ($c \geq 2$ 且为整数), 当存在“上车点”空闲的概率为最低时, 服务效率最高, 总乘车效率也最高。模型此时可认为是 $M/M/c$ 。

服务强度 ρ 为:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}, \quad \rho_s = \frac{\lambda}{c\mu} \quad (10)$$

“上车点”满负荷服务的概率:

$$P = \left(\frac{(1-\rho)^0}{0!} + \frac{(1-\rho)^1}{1!} + \cdots + \frac{(1-\rho)^{c-1}}{(c-1)!} + \frac{(1-\rho)^c}{c!\rho_s} \right)^{-1} \quad (11)$$

P 最大时, 服务空闲率最低, 总乘车效率最高。即令 $P=1$, 计算 c 与 ρ 之间的关系。

$$P = \left(\frac{(1-\rho)^0}{0!} + \frac{(1-\rho)^1}{1!} + \cdots + \frac{(1-\rho)^{c-1}}{(c-1)!} + \frac{(1-\rho)^c}{c!\rho_s} \right)^{-1} = 1 \quad (12)$$

因 P 类似泰勒级数问题, 无法进行简单求解, 故采用特值法对情况举例说明。

当 c 为 2 时, 服务强度 ρ 为 1 时, 总乘车效率最高。

当 c 为 3 时, 服务强度 ρ 为 1 时, 总乘车效率最高。

当 c 为 n 时, 服务强度 ρ 为 1 时, 总乘车效率最高。

由观察亦可知， ρ 为 1 时， $P=1$ 恒成立，且 $\rho_s < 1$ 恒成立。

5.4 问题四求解

为了解决短途载客返回的出租车“优先权”解决收益差异，我们在 FCFS 先来先服务的基础上，设计了 LPF 低收益优先调度算法，给予当日收益较低的出租车较高优先级以增加出租车的收益，从而平衡各个出租车的收益。该调度算法会将队列中最低收益的出租车优先级增加至最高，将收益最高的出租车优先级降低至最低。

我们采用当日收益累加机制，通过出租车的驶离机场段获得的收益进行累加，以克服 SJF 短作业优先调度算法产生的长作业饥饿问题。在经过一段时间后，低收益出租车累计盈利大于长途载客的高收益出租车。根据低收益优先级调度规则，此时盈利少的长途车将得到更高优先级，即长途载客此时为低盈利状态，将会获得比短途车更高的优先级。系统隔日自动清空收益，防止前日过高的收益影响之后排位的优先程度，对于出租车行业习惯的养成和公平性都有所兼顾。

出租车	当日累计收益	当日累计运载次数	优先级
A	100	2	低
B	50	2	中
C	50	3	次高
D	0	0	最高

表 5.4.1 - LPF 低收益优先调度算法实际情况举例

由上表中的实际情况举例可知，LPF 低收益优先调度算法首先会根据当日收益进行排序，高当日收益对应低优先级，以均衡出租车间的收入。若当两辆车的当日累计收益相同时，则考虑当日累计运载次数。等收益情况下，当日累计运载次数越高，则优先级越高，以弥补短距运输收入差距。若出租车当日累计收益为 0，则具有最高的优先级，以鼓励新的出租车到机场载客。

同时，为了量化不同出租车的优先级，我们引入了优先级强度 p 的概念。优先级强度与优先级正相关，当优先级越高时，优先级强度越大。优先级强度 p 使用当前车辆优先级排名百分比计算，优先级强度范围为 $\left[\frac{1}{n_t}, 1\right]$ 。其中 n_t 表示队列中出租车的个数， r 表示出租车优先级排名。

优先级强度 p 公式:

$$p = 1 - \frac{r - 1}{n_t} \quad (13)$$

出租车	优先级	优先级强度 p
A	低	0.2
B	中	0.4
C	次高	0.6
D	最高	1.0
E(与 D 相同)	最高	1.0

表 5.4.2 - 针对表 5.4.1 的优先级强度 p 计算结果

通过优先级强度计算公式，我们可以把表 5.4.1 中的实际情况量化成数值，再通过数值进行乘客的优先分配。短途载客的单程收益低的出租车获得较高的优先级，而长途载客的单程收益高的出租车获得较低优先级。若两辆出租车的参数相同，则处于同样优先级，获得相同的优先级强度 p (参照表 5.4.2 中 D,E 两车)，空出邻位优先强度。

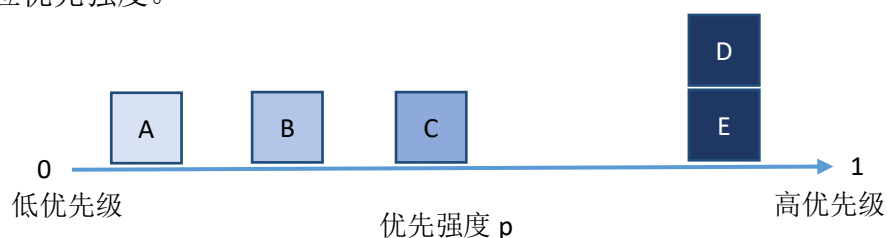


图 5.4.3 - 针对表 5.4.2 的优先级排序结果

通过 LPF 低收益优先调度算法不仅能平衡不同出租车因为运气导致的收益不稳定问题，而且能从策略上减少因收益低导致的拒载问题，同时还能用最高优先级鼓励新的出租车来机场载客，一举多得的解决了不同面向的问题。

六、参考文献

- [1]大卫·坎达(David G. Kendall) . 1953. A/B/C 等候表示法。
- [2]刘春梅. 高级运筹学. 排队论. 上海财经大学.
- [3]EE 510. 现代信号处理. 排队论. 北京大学.