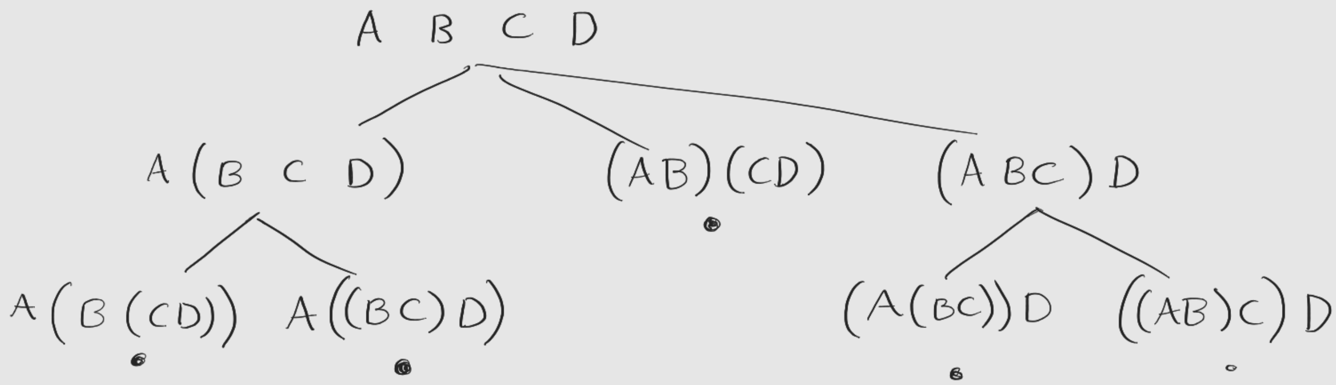
Ejercicio 1

a)



$$P(4) = 5$$

$$P(n) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad n = 1 \\ \sum_{k=1}^{n-1} \left(P(k) \cdot P(n-k) \right) & \text{si} \quad n \geq 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} P(4) &= P(1) \cdot P(4-1) + P(2) \cdot P(4-2) + P(3) \cdot P(4-3) = \\ &= P(1) \cdot P(3) + P(2) \cdot P(2) + P(3) \cdot P(1) = \\ &= 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = \\ &= 2 + 1 + 2 = \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(3) &= P(1) \cdot P(2) + P(2) \cdot P(1) = \\ &= 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = \\ &= 1 + 1 = \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(2) &= P(1) \cdot P(1) = \\ &= 1 \cdot 1 = \\ &= 1 \end{aligned}$$

1 4   2 3   3 2   4 1

5 + 2 + 2 + 5

14

$$M(n) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad n = 1 \\ \sum_{k=1}^{n-1} \left(M(k) \cdot M(n-k) \right) & \text{si} \quad n \geq 2 \end{cases}$$

b)

f \ c		A	B	C	D	...	N
		1	2	3	4	**5**	n
A	1	0	1	2	3	4	5
B	2	–	0	1	2	3	4
C	3	–	–	0	1	2	3
D	4	–	–	–	0	1	2
⋮	⋮	–	–	–	–	0	1
N	n	–	–	–	–	–	0

Casos base:

$$\begin{array}{lll} 0 & \text{si} & f = c \\ T_{f,c} & \text{si} & f < c \end{array}$$

5 1   4 2   3 3   2 4   1 5

c) Sea los matrices A y B, el número de multiplicaciones M es:

$$M = f_A \cdot f_B + c_A \cdot c_B$$

T	1	2	3	4	…	5
1						
2						
3						
4						
⋮						
5						

Ejercicio 5

1) Dimensiones relevantes

- ~~El número de embarcaderos : n~~
- El coste de los trayectos : T

Creo que en este caso solo hay una dimensión, que es T.

T $_i \backslash ^j$	A	B	C	D
A	0	1	3	5
B	–	0	2	4
C	–	–	0	7
D	–	–	–	0

4x4

Ejemplo de posibles valores $T_{i,j}$

Siendo i el embarcadero de origen y j el embarcadero de destino. Suponiendo la dirección $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$, entonces $\exists T_{i,j},\ i \leq j \ \wedge \ \nexists T_{i,j},\ i > j$, porque el río solo puede recorrerse hacia $\rightarrow$. En este caso, 4 embarcaderos : $n = 4$.

2) Instancias triviales

Para este problema, resulta muy cómodo pensar en los casos triviales, y es que cuando ya se está en un embarcadero, viajar a ese mismo embarcadero tiene un coste 0 (ya se está en él).

3) Representación en una estructura

Las soluciones podrían representarse en una tabla idéntica, donde el valor de las casillas represente el coste mínimo para llegar al embarcadero actual j.

C	A	B	C	D
A	0			
B	–	0		
C	–	–	0	
D	–	–	–	0

Se añadieron los casos base y restricciones

C	A	B	C	D
A	0	1	3	5
B	–	0	2	4
C	–	–	0	7
D	–	–	–	0

$$T[B,D] \; \text{mín} \begin{cases} T[B,D] = 4 = 4 \\ T[B,C] + C[C,D] = 2 + 7 = 9 \end{cases}$$

$$T[A,D] \; \text{mín} \begin{cases} T[A,D] = 5 = 5 \\ T[A,C] + C[C,D] = 3 + 7 = 10 \\ T[A,B] + C[B,D] = 1 + 4 = 5 \end{cases}$$

4) Establecer la recurrencia

Finalmente, la ecuación de Bellman obtenida, es:

$$C_{i,j} = \begin{cases} 0 & \text{si } i=j \\ \underset{i<k\leq j}{\text{MÍN}} \left(T_{i,k} + C_{k,j}\right) & \text{si «otro»} \end{cases}$$

Ejercicio 6

1) Dimensiones

- Mensaje : $S = \{s_1, \dots, s_m\}$.
- Códigos .

códigos ($r = 5$)

Tabla b	1	2	3	$\cdots$	r
s_1					
s_2			$b_{2,3}$		
s_3					
$\vdots$				$\ddots$	$\vdots$
s_m				$\cdots$	$b_{m,r}$

Mensaje S

2) Instancias triviales

$$\begin{cases} m = 1 & \rightarrow \\ r = \dots & \rightarrow \end{cases}$$

códigos ($r = 5$)

Tabla C	1	2	3	4	5
$\{s_1\}$					
$\{s_1, s_2\}$		$C_{2,2}$			
$\{s_1, s_2, s_3\}$				$C_{3,4}$	
$\{s_1, s_2, s_3, s_4\}$					
$\{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$					

Mensaje S ($m = 5$)

Ejercicio 7

Ejemplo

2 3 1 4 5 2

$n = 4$ 1 1 2 3 3 3 4

$P = \{2 \quad 1 \quad 3 \quad 4\}$

Solución $= \{\{2,3\}, \{1,4\}\}$

Diff $= 0$

a) Como los pesos deben repartirse en 2 montones, se busca que cada uno pese $\frac{\Sigma(p_i)}{2}$ para que la diferencia entre ambos sea mínima.

$$\Sigma(p_i) = 2 + 1 + 3 + 4 = 10 \longrightarrow \text{Se busca } 5.$$

c

f

Tabla A	0	1	2	3	4	5
1	✓	✓	–	–	–	–
2	✓	✓	✓	✓	–	–
3	✓	✓	✓	✓	–	✓
4	✓	✓	✓	✓	✓	$\boxed{✓}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	✓	✓	–	–	–	–	–	–	–
2	✓	✓	✓	✓	–	–	–	–	–
2	✓	✓	✓	✓	✓	✓	–	–	–
3	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
4	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
5	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Ejercicio 8

a)

Tabla A	0	1	2	3
0	19	22	30	25
1	14	18	14	22
2	13	7	12	11
3	3	5	2	1

Puntuación acumulada

Ejemplo

$m_{f,c}$

1	4	8	3
1	5	2	10
8	2	7	9
3	5	2	1

Sol: $\{5, 7, 10, 8\}$

Gan: 30

$$A_{f,c} = \begin{cases} m_{f,c} & \text{si } f = n-1 \\ \underset{c-1 \le k \le c+1}{\mathrm{MAX}} \left(A_{f+1,k} \right) + m_{f,c} & \text{si } f < n-1 \end{cases}$$