

Análisis y Diseño de Algoritmos

a) Relación de Problemas de Especificación

1. Dado un array V de números enteros, escribir la especificación de una función que compruebe si:
 - (a) alguno de los elementos de V es 0.
 - (b) V tiene valores positivos en todas sus componentes.
 - (c) el valor x aparece en el array V .
 - (d) x aparece una sola vez como componente de V .
 - (e) el número de veces que aparece en V su primer elemento es x
 - (f) x es la suma de todos los elementos de V
 - (g) el valor de cada componente de V es el doble de su índice.
 - (h) el array W es la imagen especular de V
 - (i) todos los valores de V son distintos.
 - (j) en caso de que V tenga un 0, entonces también tiene un 1.
2. Escribir la especificación de una función que calcule:
 - (a) el número de veces que aparece en V su primer elemento
 - (b) la suma de todos los elementos de V
 - (c) el mínimo entre los elementos de V
 - (d) el menor índice que contiene el valor x
3. Definir la especificación de las siguientes funciones:
 - (a) $frec(V[1..N], x)$, que calcula la frecuencia del entero x en el array V , es decir, el número de veces que aparece.
 - (b) $perm(V, W)$ que indica si el array V es una permutación del array W , ambos de igual longitud.
 - (c) $ord(V, c, f)$, que indica si el subvector $V[c..f]$ está ordenado decrecientemente.
4. Escribir una especificación que diga si un entero dado $num > 1$ es primo.
5. Especificar un algoritmo que compruebe si un número es igual al factorial de algún número natural.
6. Especificar una operación que devuelva un valor booleano que indique si un vector de números enteros está ordenado o no.
7. Especificar una operación que ordene los primeros n elementos de un vector de números enteros de tamaño m .
8. Especificar una operación $inv()$ que invierta los elementos de un vector. Así, dado el vector $a[] = \{1, 2, 3\}$, entonces $inv(a) = \{3, 2, 1\}$.
9. Dados dos números enteros x e y , especificar dos funciones que devuelvan, respectivamente, su máximo común divisor y su mínimo común múltiplo. Utilizar las funciones auxiliares que se consideren necesarias.

10. Dado un número entero x , especificar una función que devuelva un número con su raíz cuadrada entera.
11. Especificar un algoritmo que tiene como entrada un vector con $n > 1$ enteros y produce como salida el índice de la primera aparición del menor elemento del vector.
12. Especifique una función que, dado un array de tipo T (cuyos elementos son comparables), devuelva el número de elementos diferentes que aparecen en el mismo más de una vez.

func NumRepeated ($\downarrow V[1..n] : T$): \mathbb{N}

13. Un número natural mayor que 0 es *perfecto* si es igual a la suma de todos sus divisores (salvo él mismo). Por ejemplo: $6 = 1 + 2 + 3$, $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$. Especificar un algoritmo que compruebe si un número es perfecto.

Ejercicios adicionales de especificación

1. Especificar una operación que reemplace todos los elementos negativos de un vector por sus cuadrados.
2. Un número entero es *guay* si puede ser descompuesto como la suma de una secuencia de números consecutivos empezando en 1. Los tres primeros números *guays* son el 1 ($= 1$), el 3 ($= 1 + 2$) y el 6 ($= 1 + 2 + 3$). Especificar una función que determine si un número entero dado es *guay* o no.
3. Un vector a de enteros de longitud n se dice *gaspariforme* si todas sus sumas parciales son mayores que 0, pero su suma total es 0. Se entienden por sumas parciales a las sumas $s_i = a[0] + a[1] + \dots + a[i]$ con $0 \leq i < n - 1$, y a la suma total $s = a[0] + a[1] + \dots + a[n - 1]$. Especificar una función que determine si un vector es *gaspariforme* o no. Determinar lo que debe devolver la función cuando $n = 0$.
4. Un vector a de enteros de longitud n se dice *melchoriforme* si alguno de sus elementos es *rubio*. Un elemento se dice *rubio* si su valor coincide con la suma de todos los restantes elementos del vector. Especificar una función que determine si un vector es *melchoriforme* o no. Determinar lo que debe devolver la función cuando $n = 0$.
5. Especificar una función que calcule el área de un triángulo que viene determinado por las coordenadas de tres puntos en un plano.