📝

Relación 2

Ejercicio 1

📌 **Dado un array $\mathbf{V}$ de números enteros, escribir la especificación de una función que compruebe si ...**

a. ... alguno de los elementos de V es 0.
b. ... V tiene valores positivos en todas sus componentes.
c. ... el valor de x aparece en el array V.
d. ... x aparece una sola vez como componente de V.
e. ... el número de veces que aparece en V su primer elemento x.
f. ... x es la suma de todos los elementos de V.
g. ... el valor de cada componente de V es el doble de su índice.
h. ... el array W es la imagen especular de V.
i. ... todos los valores de V son distintos.
j. ... en caso de que V tenga un 0, también tenga un 1.

Apartado (a)

$$//pre\left\{\texttt{int[] V},\ V.\text{length} = n\right\}$$

$$//post\left\{\exists i \in [0,n) : V[i] = 0\right\}$$

Apartado (b)

$$//pre\left\{\texttt{int[] V},\ V.\text{length} = n\right\}$$

$$//post\left\{\forall i \in [0,n) : V[i] > 0\right\}$$

Apartado (c)

$$//pre\left\{\texttt{int[] V},\ V.\text{length} = n;\ \texttt{int x}\right\}$$

$$//post\left\{\exists i \in [0,n) : V[i] = x\right\}$$

Apartado (d)

$$//pre\left\{\texttt{int[] V},\ V.\text{length} = n;\ \texttt{int x}\right\}$$

$$//post\left\{\left(\exists i \in [0,n) : V[i] = x\right) \wedge \left(\exists j \in [0,n) - \{i\} : V[j] \neq x\right)\right\}$$

$$//post\left\{\exists i \in [0,n) : N_{i=0}^{n-1}\Big(V[i] = x\Big) = 1\right\}$$

Apartado (e)

$$//pre\left\{\texttt{int[] V},\ V.\text{length} = n;\ \texttt{int x}\right\}$$

$$//post\left\{\exists i \in [0,n) : N_{i=0}^{n-1}\Big(V[i] = V[0]\Big) = x\right\}$$

Apartado (f)

$$//pre\left\{\texttt{int[] V},\ V.\text{length} = n;\ \texttt{int x}\right\}$$

$$//post\left\{\exists i \in [0,n) : \sum_{i=0}^{n-1}\Big(V[i]\Big) = x\right\}$$

Apartado (h)

$$//pre\left\{\texttt{int[] V,W},\ V.\text{length} = W.\text{length} = n\right\}$$

$$//post\left\{\exists i \in [0,n) : W[i] = V[n-i]\right\}$$

Apartado (i)

$$//pre\left\{\texttt{int[] V},\ V.\text{length} = n\right\}$$

$$//post\left\{\exists i \in [0,n), \exists j \in [0,n) - \{i\} : V[i] \neq V[j]\right\}$$

Apartado (j)

$$//pre\left\{\texttt{int[] V},\ V.\text{length} = n\right\}$$

$$//post\left\{\exists i \in [0,n-1] : \Big(N_{i=0}^{n-1}(V[i] = 0) \geq 1 \implies N_{i=0}^{n-1}(V[i] = 1) \geq 1\Big)\right\}$$

Ejercicio 2

📌 **Escribir la especificación de una función que calcule:**

a. El número de veces que aparece en V su primer elemento.

b. La suma de todos los elementos de V.

c. El mínimo de todos los elementos de V.

d. El menor índice que contiene el valor x.

Apartado (a)

$$//pre\left\{\texttt{int[] V},\ V.\text{length} = n\right\}$$

$$//post\left\{\texttt{int r}: \left(i \in [0,n) : N_{i=0}^{n-1}\left(V[i] = V[0]\right) = r\right)\ \right\}$$

Apartado (b)

$$//pre\left\{\texttt{int[] V},\ V.\text{length} = n\right\}$$

$$//post\left\{\texttt{int s}: \left(i \in [0,n) : \sum_{i=0}^{n-1}\left(V[i]\right) = s\right)\ \right\}$$

Apartado (c)

$$//pre\left\{\texttt{int[] V},\ V.\text{length} = n\right\}$$

$$//post\left\{\texttt{int m}: \left(\exists i \in [0,n),\ \exists j \in [0,n) - \{i\} : V[i] < V[j],\ V[i] = m\right)\right\}$$

Apartado (d)

$$//pre\left\{\texttt{int[] V},\ V.\text{length} = n,\ \texttt{int x}\right\}$$

$$//post\left\{\texttt{int k}: \left((k \in [0,n)) \wedge (\forall i,j \in [0,n) - \{k\} : k < i,\ V[k] = x)\right)\right\}$$

Ejercicio 3

📌 **Definir la especificación de las siguientes funciones:**

a. $\text{free}(V[1\ ..\ N], x)$, que calcula la frecuencia del entero x en el array V; es decir, el número de veces que aparece.
b. $\text{perm}(V, W)$, que indica si el array V es una permutación del array W, ambos de igual longitud.
c. $\text{ord}(V, c, f)$, que indica el subvector $V[c\ ..\ f]$ está ordenado decrecientemente.

Apartado (a)

$$//pre\left\{\texttt{int[] V},\ V.\text{length} = n;\ \texttt{int x}\right\}$$

$$//post\left\{\texttt{int k}: \left(\forall i \in [0,n-1],\ N_{i=0}^{n-1}\left(V[i] = x\right) = k\right)\right\}$$

Apartado (b)

$$//pre\left\{\texttt{int[] V, W}; V.\text{length} = W.\text{length} = n\right\}$$

$$//post\left\{\forall i,j \in [0,n-1]:\ N_{i=0}^{n-1}\left(V[i] = W[j]\right) = N_{i=0}^{n-1}\left(V[j] = W[i]\right)\right\}$$

Es decir, el número de veces que aparece $V[i]$ en V, es el mismo que aparece $W[j]$ en W.

📝 ¿Qué es una permutación de $\{1, ..., n\}$?

Sea una función $\sigma : \{1, ..., n\} \longrightarrow \{1, ..., n\}$:

- $\forall i \in \{1, ..., n\}, \quad \exists j \in \{1, ..., n\} \quad / \quad \sigma(i) = j$
- $\forall q \in \{1, ..., n\}, \quad \exists p \in \{1, ..., n\} \quad / \quad \sigma(p) = q$
- $\forall r, s \in \{1, ..., n\} \quad / \quad \sigma(r) = \sigma(s) \implies r = s$

Apartado (c)

$$//pre\left\{\texttt{int[] V},\ V.\text{length} = n;\ \texttt{int c,f}\right\}$$

$$//post\left\{\forall i \in [c, f],\ \forall j \in [c, f] - \{i\} :\ V[i] \geq V[j],\ i < j\right\}$$

Ejercicio 4

📌 **Escribir una especificación que diga si un entero dado $\mathbf{num} > \mathbf{1}$ es primo.**

$$//pre\left\{\texttt{int num},\ num > 1\right\}$$

$$//post\left\{i \in [2, num],\ \mathrm{N}_{i=2}^{num}\left(num \ \%\ i = 0\right) = 1\right\}$$

- Empieza en 2 para que no se cuente la división por 1.
- Siendo % el operador *módulo*.

Ejercicio 5

📌 **Especificar un algoritmo que compruebe si un número es igual al factorial de algún número natural.**

$$//pre\left\{\texttt{int n}\right\}$$

$$//post\left\{i \in [1, n],\ \exists j \in [1, n] :\ \prod_{i=1}^{j}(i) = n\right\}$$

Ejercicio 6

📌 **Especificar una operación que devuelva un valor booleano que indique si un vector de números enteros está ordenado o no.**

$$//pre\left\{\texttt{int[] V},\ V.\text{lenght} = n\right\}$$

$$//post\left\{\forall i \in [0, n-2]:\ v = V[i] \leq V[i+1]\right\}$$

$$//post\left\{\texttt{boolean b}:\ \left(\forall i \in [0, n-1],\ \forall j \in [0, n-1] - \{i\}:\ V[i] \leq V[j],\ i < j\right)\right\}$$

Ejercicio 7

📌 **Especificar una operación que ordene los primeros n elementos de un vector de números enteros de tamano m.**

$$//pre\left\{\texttt{int[] V},\ V.\text{lenght} = m,\ \texttt{int n}\right\}$$

$$//post\left\{\forall i \in [0, n-1],\ \forall j \in [0, n-1] - \{i\}:\ V[i] \leq V[j],\ i < j\right\}$$

Ejercicio 8

📌 **Especificar una operación `inv()` que invierta los elementos de un vector. Así, dado el vector `a[] = {1,2,3}`, entonces `inv(a) = {3,2,1}`.**

$$//pre\left\{\texttt{int[] V,I},\ V.\text{lenght} = I.\text{lenght} = n\right\}$$

$$//post\left\{\forall i \in [0, n-1]:\ I[i] = V[n-i]\right\}$$

Ejercicio 9

📌 **Dados dos números enteros x e y, especificar dos funciones que devuelvan, respectivamente, su máximo común divisor y su mínimo común múltiplo. Utilizar las funciones auxiliares que se consideren necesarias.**

M.C.D

$$//pre\left\{\texttt{int x,y}\right\}$$

$$//post\left\{\texttt{int m}:\ \left(M = \min(x, y),\ \exists i \in [1, M], \forall j \in [i, M]:\ (x \,\%\, i = 0) \ \wedge\ (y \,\%\, i = 0) \ \wedge\ (x \,\%\, j \neq 0) \ \wedge\ (y \,\%\, j \neq 0),\ i = m\right)\right\}$$

m.c.m

$$//pre\left\{\texttt{int x,y}\right\}$$

$$//post\left\{\texttt{int m}: \left(x\cdot y/\text{MCD}(x,y)\right) = m\right\}$$

Ejercicio 10

📌 **Dado un número $\mathbf{x}$, especificar una función que devuelva un número con su raíz cuadrada entera.**

$$//pre\left\{\texttt{int[] x}\right\}$$

$$//post\left\{\texttt{int r}: \left(\exists r \in [1,x]: \ x = r\cdot r\right)\right\}$$

Ejercicio 11

📌 **Especificar un algoritmo que tiene como entrada un vector con $\mathbf{n > 1}$ enteros y produce como salida el índice de la primera aparición del menor elemento del vector.**

$$//pre\left\{\texttt{int[] V},\ V.\text{lenght} = n,\ n > 1\right\}$$

$$//post\left\{\texttt{int i}: \ \left(\exists a \in [0,n-1],\ \forall b \in [0,n-1]-\{a\}: \ V[a] \le V[b],\ a < b,\ a = i\right)\right\}$$

Ejercicio 12

📌 **Especifique una función que, dado un array de tipo $\mathbf{T}$ (cuyos elementos son comparables), devuelva el número de elementos diferentes que aparecen en el mismo más de una vez.**

$$//pre\left\{\texttt{T[] V},\ V.\text{lenght} = n,\ n > 1\right\}$$

$$//post\left\{\texttt{int d}: \ \left(\forall i \in [0,n-1],\ \forall j \in [0,n-1]-\{i\}: \ \text{N}_{i=0}^{n-1}\left(\text{N}_{j=0}^{n-1}\left(V[i] = V[j]\right) > 1\right) = d\right)\right\}$$

Ejercicio 13

📌 **Un número natural mayor que 0 es perfecto si es igual a la suma de todos sus divisores (salvo él mismo).**
Por ejemplo: $\mathbf{6 = 1+2+3}$, $\mathbf{28 = 1+2+4+7+14}$.
Especificar un algoritmo que compruebe si un número es perfecto.

$$//pre\Big\{\texttt{int n},\ n > 0\Big\}$$

$$//post\Big\{\texttt{boolean b}: \Big(i \in [2, n-1] : \sum_{i=2}^{n-1}\Big(i \cdot \mathrm{N}_i^i(n \,\%\, j = 0)\Big) = n\Big)\ \wedge\ (n > 2)\Big\}$$