MÉTODO SIMPLEX

Transformar el problema a la forma estándar. Para ello:

Si una inecuación es

a_i1 x_1 + … + a_in x_n >= b_i → a_i1 x1 + … + a_in x_n – s_i = b_i

En caso de ser <=, el signo es positivo

Si una variable xi no está sujeta a condiciones de no negatividad, es decir, no aparece con la restricción x_i >=0 → xi = x_(n+1) – x_(n+2)

Si el problema es Min F → Max –F

Tras esto se tiene el problema en la forma estándar

$$
\begin{aligned}
&\text{Maximizar } c_1x_1 + \ldots + c_nx_n \\
&\text{Sujeto a :} \\
&\quad a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\
&\quad \ldots \\
&\quad a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \\
&\qquad x_1, \ldots, x_n \geq 0
\end{aligned}
$$

- Además el método simplex exige que $b_i \geq 0 \ \forall i \in \{1, \ldots, m\}$

Construimos tabla

			c_1	c_2	…	c_n
Base	$\mathbf{c_B}$	$\mathbf{P_0}$	$\mathbf{P_1}$	$\mathbf{P_2}$	…	$\mathbf{P_n}$
P_{i1}	c_{i1}	b_{i1}	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}
P_{i2}	c_{i2}	b_{i2}	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}
…	…	…	…	…	…	…
P_{im}	c_{im}	b_{im}	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mn}
		z_0	$z_1 - c_1$	$z_2 - c_2$	…	$z_n - c_n$

Los C_B son los valores c_i asociados al P_i correspondiente al P_ij de la base. Es decir, c_i1 es aquel c_i (valores de la primera fila) correspondiente al P_i indicado por la Base P_i1.

z_0 es el valor de la función objetivo para los valores P_0 teniendo en cuenta a la variable que representa cada P_i

z_i = C_B' * P_i

Condición de parada: El bucle se detiene cuando la tabla actual es tal que en su última fila no aparece ningún valor estrictamente negativo

Entra: nos fijamos en los valores estrictamente negativos que haya en la última fila. Escogeremos la variable *j* correspondiente al más negativo

Sale: Una vez elegida la variable *j* que entra, nos fijamos en la columna cuyo título es **P_j**. Dividimos el vector **P_0** entre el **P_j**, componente a componente. De entre las fracciones con denominador estrictamente positivo que resulten (es decir, las correspondientes a componentes estrictamente positivas de **P_j**), escogemos la mínima. La fila donde hemos obtenido este valor mínimo es la de la variable de la base que sale

Actualización de la tabla: Construimos una tabla nueva. Las dos primeras filas son las mismas que en la antigua (son los ci y los rótulos). Las columnas con títulos **C_B** y **Base** sólo se ven alteradas en un elemento cada una: el elemento de la fila correspondiente a la variable que ha cambiado en la base. La subtabla formada por los a_jk y los b_iz debe ser alterada de tal modo que en cada una de sus filas haya un uno en el elemento de la columna de la variable de la base que corresponde a esa fila, y un cero en los elementos de las columnas de las demás variables de la base. Esto debe hacerse usando siempre transformaciones elementales.

- **Problema:**

Maximizar $x_1 + 2x_2$ sujeto a:

$-1/2\, x_1 + x_2 \leq 1$

$x_1 \quad + x_2 \quad \leq 2$

$x_1, x_2 \geq 0$

Tabla 1

			1	2	0	0	
Base	**c_B**	**P_0**	**P_1**	**P_2**	**P_3**	**P_4**	
P_3	0	1	-1/2	1	1	0	(1)
P_4	0	2	1	1	0	1	(2)
		0	-1	-2	0	0	

Criterio de entrada: mín { -1, -2 } = -2, luego entra x_2

Criterio de salida: mín { 1, 2 } = 1, luego sale x_3

Tabla 2

			1	2	0	0	
Base	**c_B**	**P_0**	**P_1**	**P_2**	**P_3**	**P_4**	
P_2	2	1	-1/2	1	1	0	(1)
P_4	0	1	3/2	0	-1	1	(2) – (1)
		2	-2	0	2	0	

Criterio de entrada: mín { -2 } = -2, luego entra x_1

Criterio de salida: mín { 2/3 } = 2/3, luego sale x_4

Tabla 3

			1	2	0	0	
Base	**c_B**	**P_0**	**P_1**	**P_2**	**P_3**	**P_4**	
P_2	2	4/3	0	1	2/3	1/3	(1) + 1/3*(2)
P_1	1	2/3	1	0	-2/3	2/3	2/3*(2)
		10/3	0	0	2/3	4/3	

Se cumple la condición de parada. Valor óptimo: 10/3

Solución óptima: $(2/3, 4/3, 0, 0)^T$