

# **TEMA 3. PLANIFICACIÓN DE TAREAS**

PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS Y ANÁLISIS DE RIESGOS

Grado en Ingeniería Informática. Mención Tecnologías de la Información

Dpto. Lenguajes y Ciencias de la Computación

UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

# 3. Planificación de Tareas

- Sistemas de planificación, programación y control de proyectos de camino crítico
- Representación gráfica de proyectos
- Método CPM
- Método PERT

LECTURA RECOMENDADA:

P. López Varela, S. Iglesias. *Planificación, Programación y Control de Proyectos mediante Técnicas de Camino Crítico*

Cap. 1

# Sistemas de planificación, programación y control de proyectos

- La organización del trabajo gira en torno a dos factores: el tiempo y el coste
- Las actividades de producción son cada vez más complejas y los márgenes de beneficios cada vez más estrechos por lo que se necesitan métodos eficaces para planificar y programar los procesos de producción por unidades que suelen involucrar un gran número de operaciones y contar con tiempo y recursos limitados
- Los procesos de producción en serie no se consideran aquí
- Técnicas PERT, CPM y método de Roy: sistemas de programación por camino crítico o programación reticular

# Sistemas de planificación, programación y control de proyectos

**PERT:** Program Evaluation and Review Technique

**CPM:** Critical Path Method

## DIFERENCIAS

- En el PERT se enfatiza la descripción de los sucesos, en el CPM el conocimiento de las tareas
- En el PERT la duración de las actividades se considera en términos de probabilidades, en el CPM son tiempos deterministas
- En el PERT el coste está dado, en el CPM se considera la influencia del coste de la actividad en su duración

# Sistemas de planificación, programación y control de proyectos

## APORTACIONES DE LAS TÉCNICAS PERT/CPM

- Planes realistas y detallados que incrementan las probabilidades de alcanzar los objetivos del proyecto
- Predicción de las duraciones de las actividades
- Permiten centrar la atención en las partes del proyecto susceptibles de impedir o retrasar su ejecución
- Información de la utilización incompleta de los recursos
- Simulación sencilla de alternativas
- Obtención de informes completos y frecuentes del estado del proyecto

# **Sistemas de planificación, programación y control de proyectos**

## **OBJETIVOS DE LAS TÉCNICAS PERT/CPM**

- Anticipar la duración mínima del proyecto
- Determinar las actividades que necesitan un mayor control
- Evaluar las posibles combinaciones entre duración total del proyecto y costes del mismo

Las técnicas PERT/CPM separan los procesos de planificación de los procesos de programación

# **Sistemas de planificación, programación y control de proyectos**

## **ASPECTOS PREVIOS A LA APLICACIÓN DE LAS TÉCNICAS PERT**

Para poder aplicar las técnicas PERT el proyecto debe verificar:

- Estar formado por una serie de actividades perfectamente definidas respecto a la estimación del tiempo y los costes de ejecución
- Las relaciones de precedencia de las actividades deben estar perfectamente determinadas
- Dichas actividades deben poder iniciarse e interrumpirse con independencia unas de otras aunque condicionadas entre sí dentro de una secuencia determinada

# **Sistemas de planificación, programación y control de proyectos**

## **ETAPA DE PLANIFICACIÓN:**

- Descomposición del proyecto en tareas: organigrama
- Definición de actividades
- Asignación de tiempos/recursos a las actividades
- Definición de dependencias secuenciales entre actividades condicionadas por el orden intrínseco del desarrollo del trabajo o por los recursos disponibles
- Elección y aplicación de un modelo funcional de trabajo: grafo o red de actividades



# Representación gráfica de proyectos

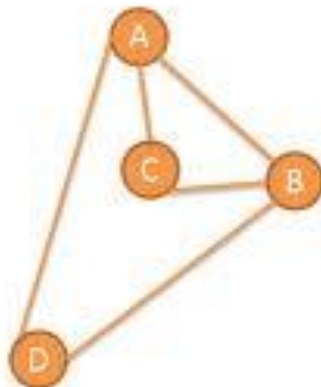
- Las técnicas PERT se basan en la representación gráfica de las diferentes actividades que componen un proyecto y de la forma en que éstas se relacionan entre sí
- Aplicación de la teoría de grafos
- Teoría de grafos: teoría matemática que forma parte del álgebra de conjuntos y que presenta un campo de aplicación muy amplio para la resolución de problemas que se pueden representar mediante una red o grafo

# Representación gráfica de proyectos

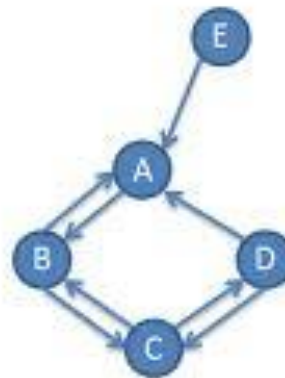
## DIAGRAMAS DE FLUJOS O GRAFOS

- $G=(X,A)$  donde  $X$  es un conjunto de vértices o nodos y  $A$  un conjunto de arcos (relaciones entre nodos) que se puede representar como un subconjunto del producto cartesiano  $X \times X$

Grafo No Dirigido



Grafo Dirigido



# Representación gráfica de proyectos

- Camino o cadena: secuencia de arcos de forma que el final de uno es el origen del siguiente.
- Origen del camino: origen del primer arco del camino
- Final del camino: final del último arco del camino
- Longitud de un camino: número de arcos que lo componen, número de vértices menos uno
- Grafo conexo: dados dos vértices existe al menos un camino que los une

# Representación gráfica de proyectos

## REDES DE ACTIVIDADES

- Se pueden usar como ayuda en la programación de proyectos complejos grandes que incluyen muchas actividades
- Análisis de proyectos
  - Fecha de terminación
  - Fechas de comienzo y fin de actividades
  - Tareas críticas para terminar el proyecto
  - Demora posible en tareas no críticas
  - Recursos para acelerar el proyecto
- Métodos de análisis
  - Método de la ruta crítica (CPM= Critical Path Method): se utiliza si se conoce con certeza la duración de cada actividad
  - Técnica de evaluación y revisión de proyectos (PERT= Program Evaluation and Review Technique): se utiliza si no se conoce con certeza la duración de las actividades.

# Método CPM

- Idea básica: mostrar la interdependencia entre las tareas del proyecto en un grafo
- Camino crítico: sucesión de actividades que determina la ruta más larga a través de la red y que determina el tiempo mínimo en que el proyecto puede concluir
- Fases:
  - Ordenación de actividades: grafo
  - Estudio de tiempos de ejecución
  - Cálculo del camino crítico y programación de los tiempos de cada actividad
  - Análisis de coste/tiempo (opcional)

# Método CPM

## EJEMPLO

- La realización de un proyecto viene determinado por las actividades e interrelaciones siguientes:
  - A precede a B
  - C precede a B, D y F
  - B y D preceden a E
  - E y F preceden a G y H
  - G precede a I
  - J no precede ni es precedida de ninguna actividad.
- La duración de las tareas es: A 3 días, B 5 días, C 2 días, D 3 días, E 8 días, F 11 días, G 2 días, H 3 días, I 1 día, J 19 días.
- Determine el camino crítico, las holguras y su significado.

# Método CPM

## ELABORACIÓN DE GRAFOS

- Red AOA (Activity On Arc):
  - Nodos: representan sucesos (comienzo o fin de una actividad)
  - Arcos: representan actividades
- Reglas de elaboración:
  - Toda actividad parte y llega a un nodo
  - Hay un nodo inicial y un nodo final
  - Entre dos nodos sólo puede haber una actividad (se pueden añadir actividades ficticias que no consumen tiempo ni recursos pero que permiten que la red resultante se pueda computar)
  - La numeración de los nodos no indica precedencia

# Método CPM

## CÁLCULO DEL CAMINO CRÍTICO

- Tiempos más tempranos de inicio de cada tarea ( $E_i$  early):
  - al nodo inicial se le da valor 0
  - A partir del nodo inicial se recorre la red nodo a nodo hasta llegar al nodo final sumando al valor del nodo la duración de la actividad que lleva al nodo siguiente
  - en caso de existir dos caminos para llegar al mismo nodo se toma el early de mayor valor
- Tiempos de terminación más tardía de cada tarea ( $L_j$  last):
  - Al nodo final se le da el valor early
  - A partir del nodo final se recorre la red nodo a nodo hasta llegar al nodo inicial restando al valor del nodo la duración de la actividad que lleva al nodo anterior
  - en caso de existir dos caminos para llegar al mismo nodo se toma el last de menor valor



# Método CPM

## CÁLCULO DEL CAMINO CRÍTICO

- Holgura: tiempo en que se puede demorar el comienzo de una actividad sin afectar la duración del proyecto total

- Holgura total:

$$TF_{ij} = L_j - E_i - D_{ij}$$

- Holgura libre

$$FF_{ij} = E_j - E_i - D_{ij}$$

- Las actividades del camino crítico son aquellas cuya holgura total es nula

# Método CPM

## CÁLCULO DEL CAMINO CRÍTICO

- Con los datos calculados sabemos:
  - Cuando termina el proyecto (tiempo del último nodo)
  - Fechas de inicio/fin de cada actividad
  - Actividades críticas
  - Cuánto pueden retrasarse las actividades no críticas
- **Regla de la bandera roja.** Para una actividad (i,j) no crítica:
  - Si  $FF_{ij} = TF_{ij}$  se puede programar la actividad (i,j) en cualquier lugar dentro de su intervalo ( $E_i$ ,  $L_j$ ) sin causar conflictos
  - Si  $FF_{ij} < TF_{ij}$  entonces el inicio de la actividad (i,j) se puede demorar como mucho hasta  $FF_{ij}$  a partir de su tiempo más temprano de inicio sin causar conflictos.

# Método CPM

## ANÁLISIS DE COSTE/TIEMPO

- Ampliación del CPM tiempo en la que se introduce el coste de cada actividad
- Coste del proyecto:
  - Coste directo: se reparte directamente entre las actividades del proyecto y normalmente cuanto más rápido se realiza la actividad mayor es su coste (menos tiempo más cara)
  - Coste indirecto: depende del camino crítico (cuanto más dure el proyecto mayor es su coste indirecto).

# Método CPM

## EJEMPLO

- La realización de un proyecto viene especificado por los siguientes datos:
- Orden de precedencia de las actividades:
  - A precede a B y C
  - C y D preceden a E
  - B y E preceden a F
- Duración (días) y costes (miles de euros)

Actividad	Dur. Normal	Dur. Mínima	Cos. Normal	Cos. Extremo	Coef. Coste
A	3	2	20	30	10
B	4	2	20	30	5
C	2	1	18	24	6
D	2	1	15	18	3
E	1	1	35	35	-
F	3	2	25	32	7

# Método CPM

## ANÁLISIS DE COSTE/TIEMPO

- Actividades:
  - Duración extrema: duración mínima en la que se puede realizar la actividad
  - Coste extremo: coste máximo necesario para realizar una actividad
  - Duración y coste normales: estimados de forma general como los más aconsejables
  - Coeficiente de coste: indica lo que se incrementa el coste de una actividad al reducir en una unidad de tiempo su duración supuesto que la relación coste-tiempo es lineal

$$\alpha_{ij} = \frac{C_{ij}^E - C_{ij}^N}{D_{ij}^N - D_{ij}^E}$$

# Método CPM

## ANÁLISIS DE COSTE/TIEMPO

- **Fase inicial:** determinación del camino crítico para valores normales. Este camino crítico debe respetarse en el posterior análisis
- Problemas:
  - Determinar el coste de realizar el proyecto en un tiempo mínimo acortando la duración de las actividades del camino crítico hasta su valor mínimo de forma que el camino crítico se mantenga
  - Determinar el coste de realizar el proyecto en un determinado tiempo acortando primero las actividades de menor coste

# Método PERT

En la mayoría de los casos la asignación a priori de tiempos a las actividades no puede hacerse de forma determinista porque depende de circunstancias aleatorias

**Método PERT en incertidumbre:** para problemas de planificación cuando se supone que la duración de las actividades sigue una distribución de probabilidad beta

# Método PERT

## DISTRIBUCIÓN $\beta$

- Considera una triple estimación subjetiva:
  - Tiempo optimista ( $t_0$ ): tiempo mínimo requerido si todo va bien (muy poco probable)
  - Tiempo más probable ( $t_m$ ): tiempo normal en el que se realizaría la actividad con la estimación más realista
  - Tiempo pesimista ( $t_p$ ): tiempo de ejecución de la actividad en las condiciones más adversas excluyendo riesgos catastróficos

- Media: duración estimada

$$D_e = \frac{t_0 + 4t_m + t_p}{6}$$

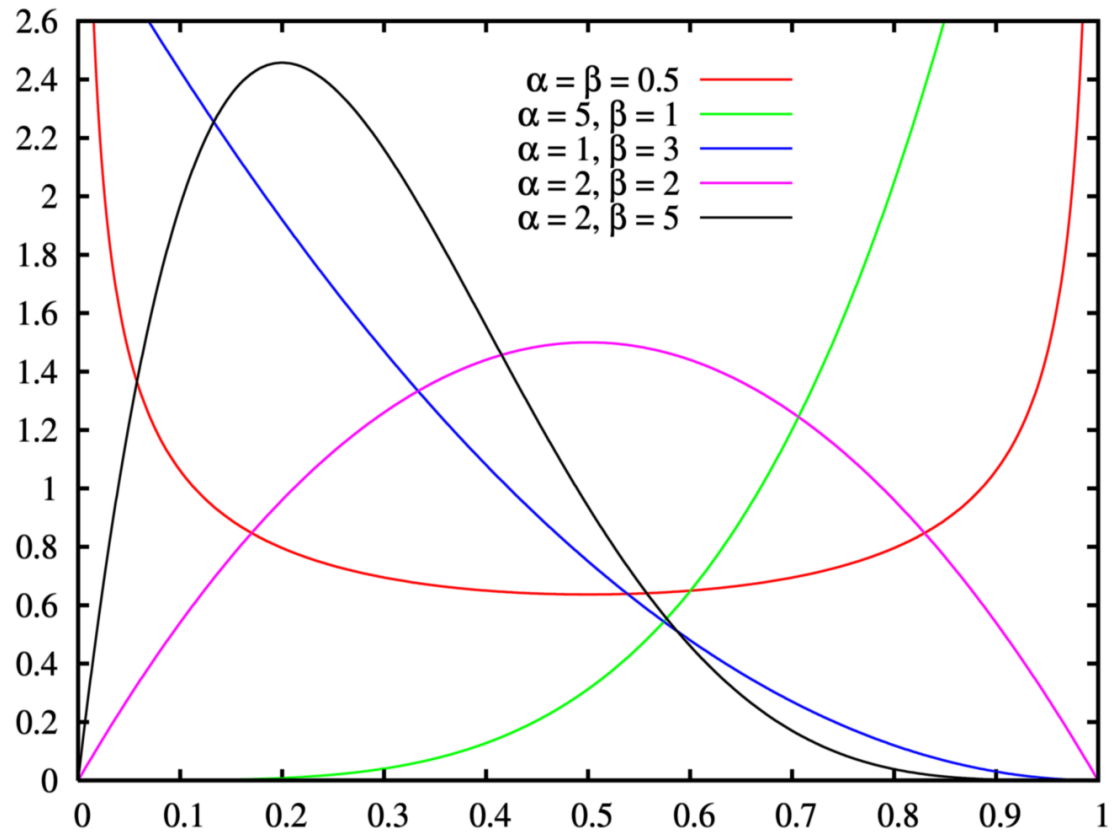
- Varianza: dispersión de valores en torno a la media

$$\sigma^2 = \left( \frac{t_p - t_0}{6} \right)^2$$



# Método PERT

## DISTRIBUCIÓN $\beta$



# Método PERT

## HIPÓTESIS DE TRABAJO

- Los tiempos de las actividades son estadísticamente independientes
- El camino crítico siempre requiere de un tiempo total más largo que el de cualquier otra trayectoria
- La duración total del proyecto sigue una distribución normal: el tiempo es la suma de muchas variables aleatorias independientes por lo que sigue aproximadamente una distribución normal (Teorema central del límite)

## Bajo estas hipótesis:

- La duración total estimada del proyecto y su varianza son la suma de las duraciones estimadas y las varianzas de las actividades del camino crítico, respectivamente
- Cuando existen múltiples caminos críticos se supone que la varianza será la mayor de las resultantes por cada uno de los caminos críticos

# Método PERT

## EJEMPLO

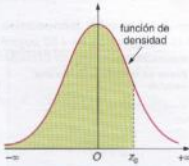
ACTIVIDADES	PRECEDENTES
A	-
B	A
C	A
D	C
E	B,D
F	C

ACTIVIDADES	$t_0$	$t_m$	$t_p$
A	12	13	14
B	29	31	33
C	21	21	21
D	16	16	22
E	17	18	25
F	32	33	34

# Método PERT

**TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL  $N(0, 1)$**

$P(Z \leq z_0) = \left\{ \begin{array}{l} \text{área del recinto} \\ \text{coloreado} \end{array} \right\}$



$z_0$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9646	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998
3.6	.9998	.9998	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999

- La distribución de probabilidad del camino crítico sigue una distribución normal  $N(D_e, \sigma^2)$
- Se puede calcular la probabilidad de que la duración del proyecto sea menor que un determinado valor

# Método PERT

## CRÍTICAS

- No existen evidencias empíricas ni fundamentos teóricos sólidos para afirmar que la duración de las actividades sigue una distribución  $\beta$   
*TEMA DE INVESTIGACIÓN: ¿Cuál es la distribución de probabilidad mejor?*
- El teorema central del límite requiere variables independientes  
Puede no ser válido suponer distribución normal
- No se puede aplicar si no se realizan todas las tareas  
En investigación y desarrollo no siempre se acaban realizando todas las tareas
- Las tareas del camino crítico deben recibir tratamiento prioritario