Tema 3. Restauración de imágenes

La imagen captada por un dispositivo electrónico, óptico o electro-óptico puede presentar **degradaciones** producidas por ruidos en el sensor , borrosidad debida, por un mal enfoque de la cámara, al movimiento de la cámara, o a turbulencias atmosféricas.

Borrosidad → movimiento relativo, durante la exposición, entre el objeto o escena y la cámara.
Turbulencia atmosférica → debida a variaciones aleatorias en el índice de refracción del medio entre el objeto y el sistema de captación de la imagen, (imágenes astronómicas).

La **restauración de imágenes** se ocupa del filtrado de la imagen observada para minimizar los efectos de la degradación (eliminar la **borrosidad**, eliminar **ruidos**, corregir las **distorsiones geométricas**, etc.).

Un sistema de captura de imágenes consta de:

a) Un sistema de formación de imágenes
b) Un detector
c) Un registrador

Tema 3. Restauración de imágenes

Muestreo digital: consiste en tomar muestras de una señal analógica a una frecuencia o tasa de muestreo constante, para cuantificarla posteriormente.

$$f_o\,(x\,,y) = g\,[w(x\,,y)] + \eta(x\,,y)$$

$$w(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} h(x,y;x',y')\cdot f_I\,(x',y')\,dx'\,dy'$$

- $w(x, y)$ = valores promediados de $f_I\,(x,y)$
- $\eta(x\,,y)$ = ruido
- $f_I\,(x,y)$ la imagen inicial (original)
- $f_o\,(x,y)$ representa la imagen observada
- $h(x\,,y\,;x', y')$ es la función de esparcimiento puntual o función de degradación.
- g y T suelen ser funciones no lineales que representan las características de los mecanismos de detección y registro.
- h(x,y) representa el ruido aditivo, con una componente aleatoria dependiente de la propia imagen, $T(g(w))\,\eta_1$, y otra componente aleatoria η_2 , independiente de la imagen.

Tema 3. Restauración de imágenes

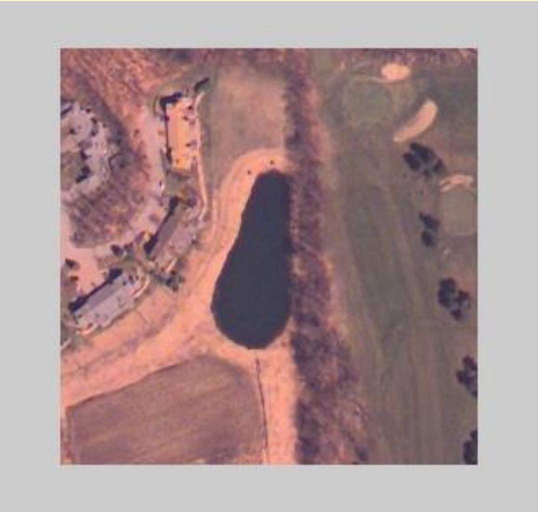

Imagen original

0	0	0	0	0	0.0045	0.0296
0	0	0	0.0129	0.0709	0.1289	0.0840
0	0.0213	0.0793	0.1373	0.0793	0.0213	0
0.0840	0.1289	0.0709	0.0129	0	0	0
0.0296	0.0045	0	0	0	0	0

Función de degradación (por movimiento 20º)

Imagen observada

Imagen reconstruida

Tema 3. Restauración de imágenes

- En el realzado de imágenes es difícil encontrar criterios que se puedan representar de forma matemática.
- Sin embargo, los problemas de restauración de imágenes se pueden cuantificar de forma precisa.
- Vamos a suponer que la función *g* es la identidad y que el ruido sólo tiene una componente aleatoria independiente de la imagen.

- El problema de la restauración de la imagen inicial f_I(que suponemos desconocida) a partir de la imagen observada f_o, suponiendo que conocemos la función de esparcimiento h, consiste en determinar la función de restauración h_R que nos proporcione la estimación de $f_{I,}$ lo más "próxima posible" a f_I
- El error que cometeremos en la estimación, es de naturaleza aleatoria, por serlo el ruido aditivo.
- Por lo tanto, un criterio para la selección de la función h_R sería minimizar el error cuadrático medio.

Tema 3. Restauración de imágenes

Imagen observada:

$$f_0(m,n) = \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} h(m-k, n-j) \cdot f_I(k,j) \right] + \eta(m,n)$$

h **Función de degradación**

Imagen reconstruida:

$$\hat{f}_I(m,n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} h_R(m-k, n-j) \cdot f_0(k,j)$$

h_R **Función de reconstrucción**

Error de reconstrucción:

$$\left| f_I(m,n) - \hat{f}_I(m,n) \right|$$

Tema 3. Restauración de imágenes

- Ya que la estimación de la función f_I es la convolución de h_R y f_0 , trataremos de resolver el problema utilizando la transformada de Fourier.
- El filtrado inverso consiste en recuperar la imagen de entrada de un sistema a partir de la imagen observada (salida del sistema) suponiendo que se conoce la función de esparcimiento h, utilizando las respectivas transformadas de Fourier.

Pasos a seguir:

- El sistema de restauración de la imagen inicial (ideal) consta de un filtro invariante en el espacio definido por la función h_R (obtenemos la imagen reconstruida) .
- Utilizamos la transformación de Fourier.
- Elegimos el filtro inverso.
- Contiene un término de error aditivo cuyo valor puede ser bastante grande en las frecuencias para las que H es muy pequeño
- Y en ausencia de ruido, se puede reconstruir la imagen perfectamente, siempre que conozcamos la función h.
- Se utiliza filtro seudoinverso , aunque sigue siendo sensible al ruido.

Filtro inverso

$$f_0(m,n) = \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} h(m-k, n-j) \cdot f_I(k,j) \right] + \eta(m,n)$$

$$= \left[h(m,n) \otimes f_I(m,n) \right] + \eta(m,n)$$

$$\hat{f}_I(m,n) = \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} h_R(m-k, n-j) \cdot f_0(k,j) \right]$$

$$= h_R(m,n) \otimes f_0(m,n)$$

$$= h_R(m,n) \otimes \left\{ \left[h(m,n) \otimes f_I(m,n) \right] + \eta(m,n) \right\}$$

$$\hat{F}_I(w_1,w_2) = H_R(w_1,w_2) \cdot \left[H(w_1,w_2) \cdot F_I(w_1,w_2) + N(w_1,w_2) \right]$$

$$\boxed{H_R(w_1,w_2) = \frac{1}{H(w_1,w_2)}}$$

$$\hat{F}_I(w_1,w_2) = F_I(w_1,w_2) + N(w_1,w_2) / H(w_1,w_2)$$

Tema 3. Restauración de imágenes

Filtrado de mínimo error cuadrático medio: el filtro de Wiener.

Consideremos el modelo de degradación siguiente:
donde f_I y η, son dos familias de variables aleatorias.

Se trata de predecir f_I a partir de los valores observados de f_0 .
Para ello elegimos el criterio de mínimo error cuadrático medio, hay que elegir el estimador que minimiza ese error cometido.

La solución a este problema es la curva de regresión, es decir,
que es la media de la distribución condicionada.

Pero este estimador es difícil de obtener, pues es una expresión no lineal y además esta distribución condicionada es difícil de calcular.

Por ello vamos a limitarnos a determinar el *estimador lineal* de la forma
que minimiza el error cuadrático medio.

Se trata de encontrar la función de restauración que hace mínimo el error cuadrático medio.

Para ello se considera el coeficiente de correlación lineal de las variables aleatorias
El filtro de Wiener viene dado por la expresión que determina su transformada de Fourier

Filtro seudoinverso

$$\hat{F}_I(w_1,w_2) = H_R(w_1,w_2)\cdot\left[H(w_1,w_2)\cdot F_I(w_1,w_2) + N(w_1,w_2)\right]$$

$$H_R(w_1,w_2) = \frac{1}{H(w_1,w_2)}$$

$$\hat{F}_I(w_1,w_2) = F_I(w_1,w_2) + N(w_1,w_2)/H(w_1,w_2)$$

$$H_R^*(w_1,w_2) = \begin{cases} H_R(w_1,w_2) & \text{si } \; H(w_1,w_2)\neq 0 \\ 0 & \text{si } \; H(w_1,w_2)=0 \end{cases}$$

Filtro de Wiener

Minimizar

$$E\left[f_I(m,n) - \hat{f}_I(m,n)\right]^2$$

Solución:

$$\hat{f}_I(m,n) = E\left[f_I(m,n) /\ f_0(i,j), \forall (i,j)\right]$$?

Restricción a

$$\hat{f}_I(m,n) = \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty}\sum_{j=-\infty}^{\infty} h_R(m-k, n-j)\cdot f_0(k,j)\right]$$

Filtro de Wiener:

$$H_R(w_1,w_2) = \frac{H^*(w_1,w_2)\cdot R_{(f_I,f_I)}(w_1,w_2)}{\left|H(w_1,w_2)\right|^2\cdot R_{(f_I,f_I)}(w_1,w_2) + R_{(\eta,\eta)}(w_1,w_2)}$$

Tema 3. Restauración de imágenes

Imagen movida y con ruido

Filtro Inverso

Filtro de Wiener

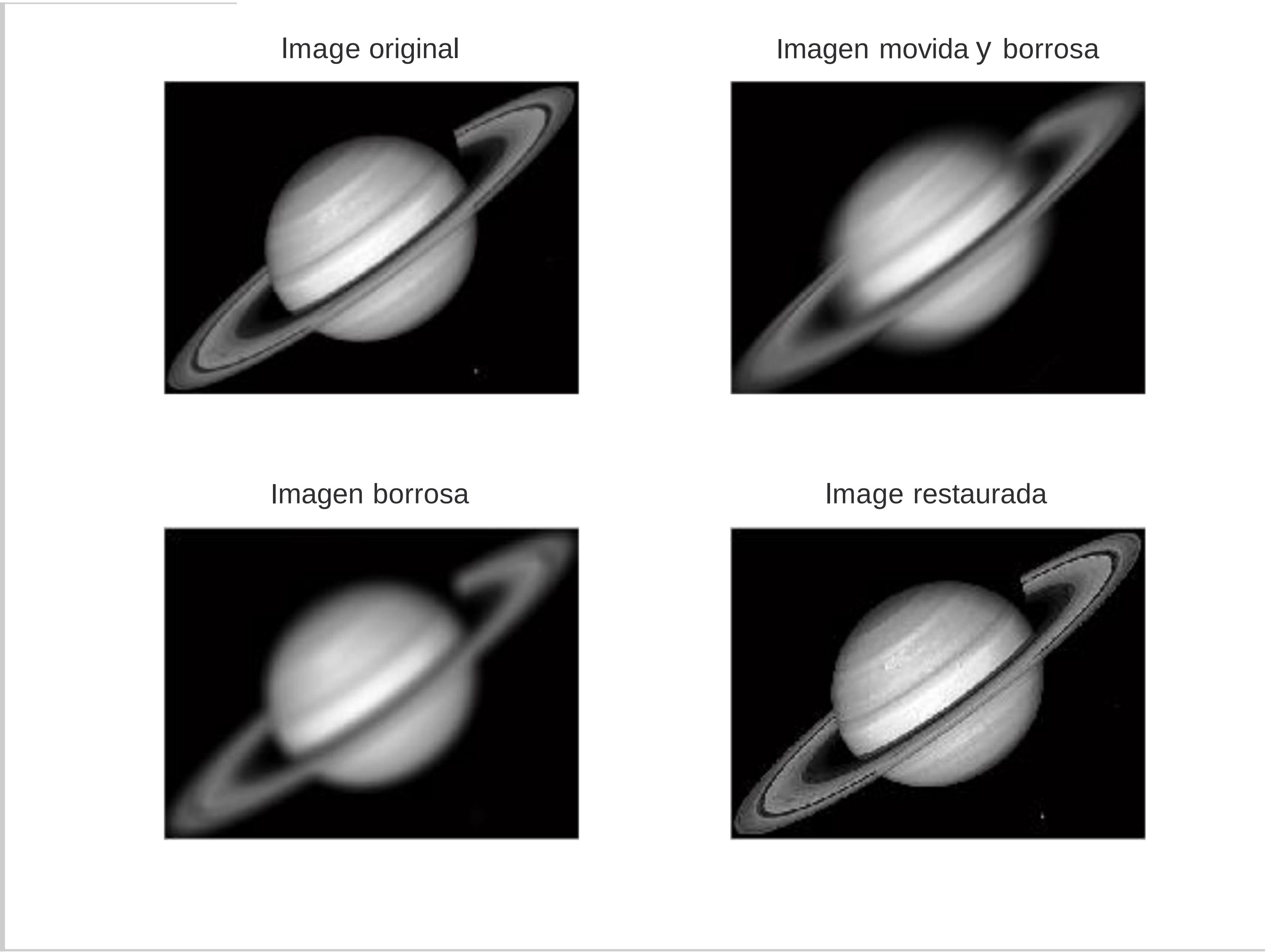
Image original
Imagen movida y borrosa
Imagen borrosa
Image restaurada