

# Tema 5. Representación de formas

## ¿Qué se pretende?

Una vez segmentada la imagen y extraído el contorno de los objetos hay que **analizar la forma geométrica** de los mismos utilizando para su representación una estructura de datos compacta, es decir, lo que llamaremos un **esquema de representación**.

Asimismo, vamos a estudiar algunos **descriptores de contornos y de regiones** para el **reconocimiento e identificación** de los objetos de la imagen. Finalmente, se va a estudiar un conjunto de **operadores morfológicos** que nos van a permitir manipular la forma de los objetos, extraer el contorno de los mismo, clasificar los objetos según su tamaño, eliminar objetos pequeños, etc.

# Tema 5. Representación de formas

## Esquemas de representación

Los **esquemas de representación** de formas deben de tener ciertas propiedades deseables:

- a) **Unicidad**: cada objeto debe tener una única representación.
- b) **Invariancia** frente a transformaciones geométricas, como traslaciones, rotaciones, cambios de escala y reflexiones.
- c) **Sensibilidad** o capacidad para diferenciar objetos casi iguales.
- d) **Abstracción del detalle** o capacidad para representar los rasgos característicos básicos de los objetos y abstraer los detalles.

# Tema 5. Representación de formas

## Esquemas de representación

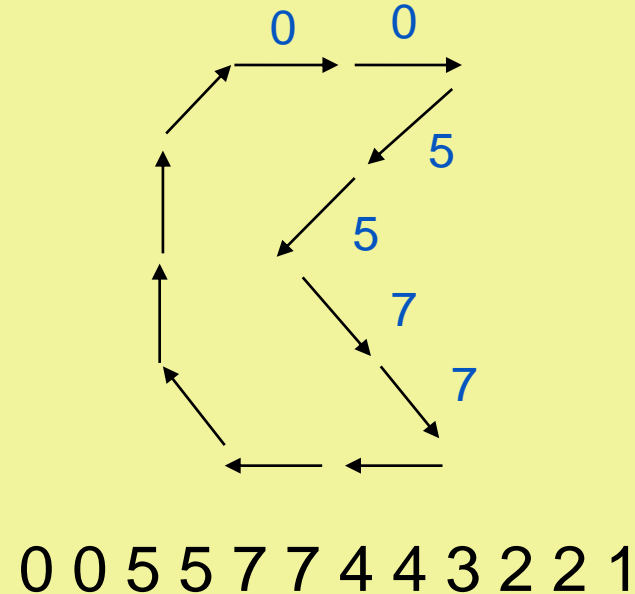
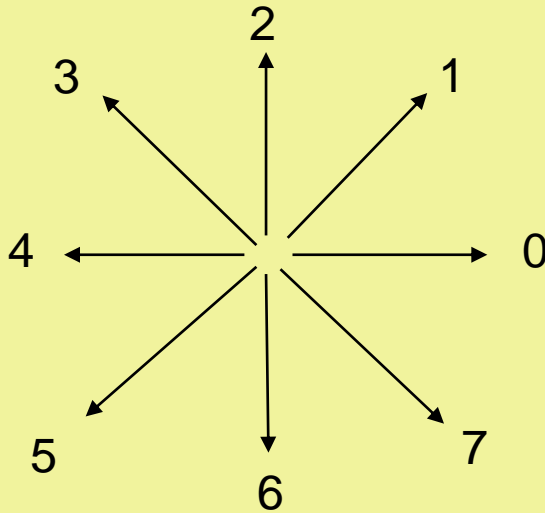
Vamos a distinguir entre:

- *Esquemas de representación externa*, que usan el contorno de los objetos y sus rasgos característicos, como son los códigos de cadena, los descriptores de Fourier y las aproximaciones poligonales
- *Esquemas de representación interna*, que describen la región ocupada por el objeto en la imagen binaria, como son el área, los momentos, el esqueleto, ...

# Tema 5. Representación de formas

## Esquemas de representación externa

Códigos de cadena:



# Tema 5. Representación de formas

## Códigos de Cadena

### Ventajas frente a la representación matricial de un objeto binario:

El código de cadena es una representación invariante frente a *traslaciones*. Esta propiedad facilita la comparación de objetos.

A partir del código de cadena se pueden obtener ciertas **características del contorno**, como el perímetro, el área del objeto y los descriptores de Fourier, de forma más eficiente que utilizando la representación matricial de la imagen binaria.

El código de cadena es una **representación compacta** de un objeto binario. Suministra una **buena compresión** de la descripción del contorno ya que cada cadena se puede codificar sólo con dos bits (para entornos de 4 vecinos) en lugar de las coordenadas  $(x,y)$  de cada píxel del contorno.

Por ejemplo: un círculo de radio  $R$  lo representamos por los  $(2R)^2$  píxeles del cuadrado más pequeño que lo contiene, necesitamos para su almacenamiento  $(2R)^2$  bits, mientras que si utilizamos un código de cadena con entornos de cuatro vecinos necesitamos unos  $2\pi R$  bits.

# Tema 5. Representación de formas

## Códigos de Cadena

### Inconvenientes:

- La cadena resultante suele ser demasiado larga
- Cualquier perturbación o ruido en el contorno produce segmentos erróneos.

# Tema 5. Representación de formas

## Trazado de contornos

Algoritmo de la **tortuga de Papert** (1973).

Dicho algoritmo trabaja para entornos de 4 vecinos.

La tortuga comienza en un píxel del contorno y se desplaza a uno de su entorno.

- Si el píxel en que se encuentra la tortuga es del objeto entonces avanza al píxel siguiente en la orientación actual aumentada en  $90^\circ$  y
- Si es del fondo entonces se avanza al píxel vecino en la dirección actual disminuida en  $90^\circ$ .

El algoritmo acaba cuando la tortuga alcanza el punto de partida. Dicho algoritmo puede generar bucles que se pueden eliminar en un procesamiento posterior.

# Tema 5. Representación de formas

## Descriptores de Fourier

- ¿Cuándo se aplican?  
Contorno dado por una curva cerrada

- En primer lugar seleccionamos  $N$  puntos equidistantes del contorno (muestreo),

$$(x(t), y(t)), \quad n=0,1,2,\dots,N-1,$$

$$\mathbf{x} = (x(0), x(1), \dots, x(N-1)),$$

$$\mathbf{y} = (y(0), y(1), \dots, y(N-1)).$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{x} + i \mathbf{y}$$

$$Z(u) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} z(n) \exp\left(-\frac{2\pi n u i}{N}\right)$$

$$u=0,1,2,\dots,N-1.$$

**descriptores de Fourier cartesianos**

$$z(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} Z(k) \exp\left(\frac{2\pi n k i}{N}\right)$$



# Tema 5. Representación de formas

## Descriptores de Fourier

$$Z(u) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} z(n) \exp\left(-\frac{2\pi nui}{N}\right)$$

### ¿Qué interpretación tienen?

Como se trata de la transformada de Fourier discreta, los coeficientes de Fourier  $Z(k)$  representan:

- las **pequeñas variaciones** (forma global) en las tendencias del contorno para **valores de  $k$  pequeños** y
- las **grandes variaciones** para **valores de  $k$  grandes**.
- Es decir, las componentes de alta frecuencia tienen en cuenta **los detalles más finos del contorno** mientras que las componentes de baja frecuencia determinan **la forma global del contorno**.

# Tema 5. Representación de formas

## Descriptores de Fourier

$$Z(u) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} z(n) \exp\left(-\frac{2\pi nui}{N}\right)$$

$$Z(0) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) + i \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y(n)$$

representa el “punto medio”

centro de gravedad del contorno del objeto, llamado *centroide*.

Supongamos ahora que en lugar de considerar todos los descriptores sólo se consideran los **P primeros descriptores de Fourier**. Es decir, tomamos  $Z(u) = 0, u = P+1, \dots, N-1$ .

$$\hat{Z}(u) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{P-1} z(n) \exp\left(-\frac{2\pi nui}{N}\right)$$

es una *aproximación* de  $Z(u)$ ,  $u = 0, 1, 2, \dots, N-1$  que utiliza el mismo número de puntos  $N$  pero no el mismo número de descriptores en la representación. Esta aproximación supone una **pérdida de detalle en el contorno** que se incrementa conforme  $P$  decrece; es una **suavización del contorno**.

# Tema 5. Representación de formas

## Descriptores de Fourier

Una traslación en las coordenadas de la curva  $z^*(n) = z(n) + z_o$

afecta sólo al término  $Z(0)$  de la representación, según la expresión:

$$Z^*(0) = Z(0) + z_o$$

Un cambio de escala con respecto a un sistema de coordenadas que tuviera su origen en el centro de gravedad de la curva afecta a los coeficientes de Fourier de forma similar, es decir,

$$z^*(k) = az(k)$$

$$Z^*(k) = aZ(k)$$

Las **magnitudes** de los descriptores de Fourier,  $|Z(k)|$ ,  $k=0,1,2,...,N-1$ , son **invariantes frente a rotaciones y traslaciones**.

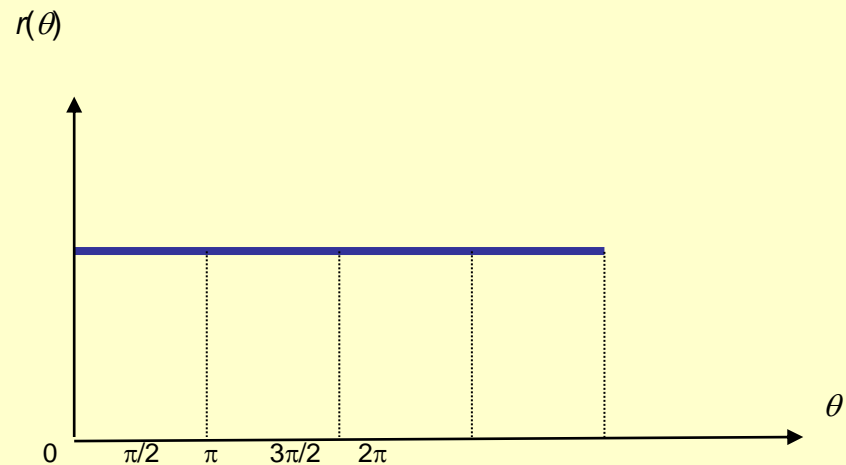
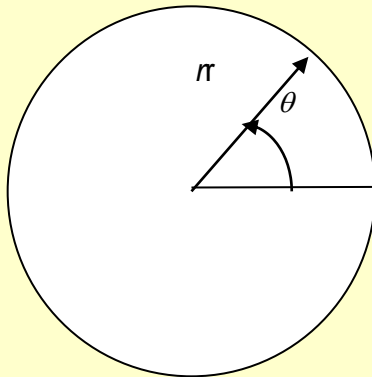
La **fase** de los descriptores de Fourier es invariante frente a cambios de **escala**.

Por lo tanto, los descriptores de Fourier nos suministran descriptores de forma invariantes, muy útiles para **reconocer objetos**

# Tema 5. Representación de formas

## Signatura

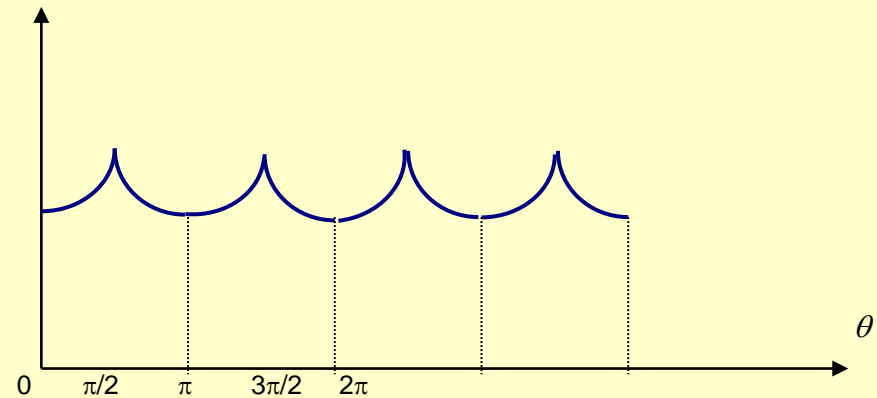
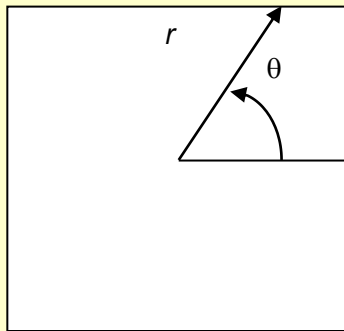
- Una *signatura* es una representación de un contorno mediante una función real unidimensional que sea más sencilla que la función bidimensional que define el contorno.
- Hay varias maneras de definir una signatura. Una de las más simples es a través de la distancia desde un punto interior, como puede ser el *centroide* del contorno, a cada uno de los puntos del contorno como una función del ángulo



# Tema 5. Representación de formas

## Signatura

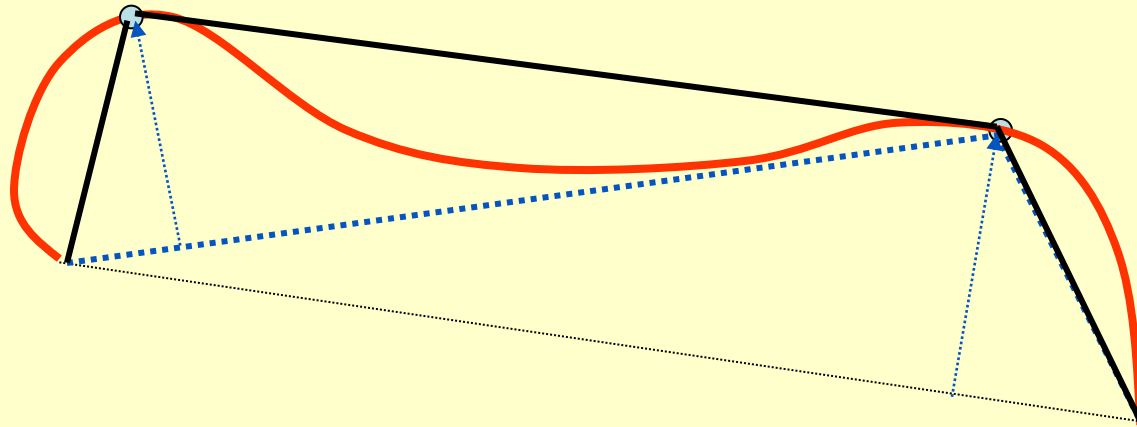
$r(\theta)$



- La signatura es **invariante frente a traslaciones** pero no lo es frente a rotaciones o cambios de escala.
- Sin embargo, se puede conseguir la **invariancia frente a rotaciones** cuando se encuentra un punto característico del contorno a partir del cual se comienza a generar la signatura. Dicho punto puede ser, por ejemplo, el más cercano al centroide, siempre que sea único, o un punto del contorno determinado por la intersección de este con su eje mayor.

# Tema 5. Representación de formas

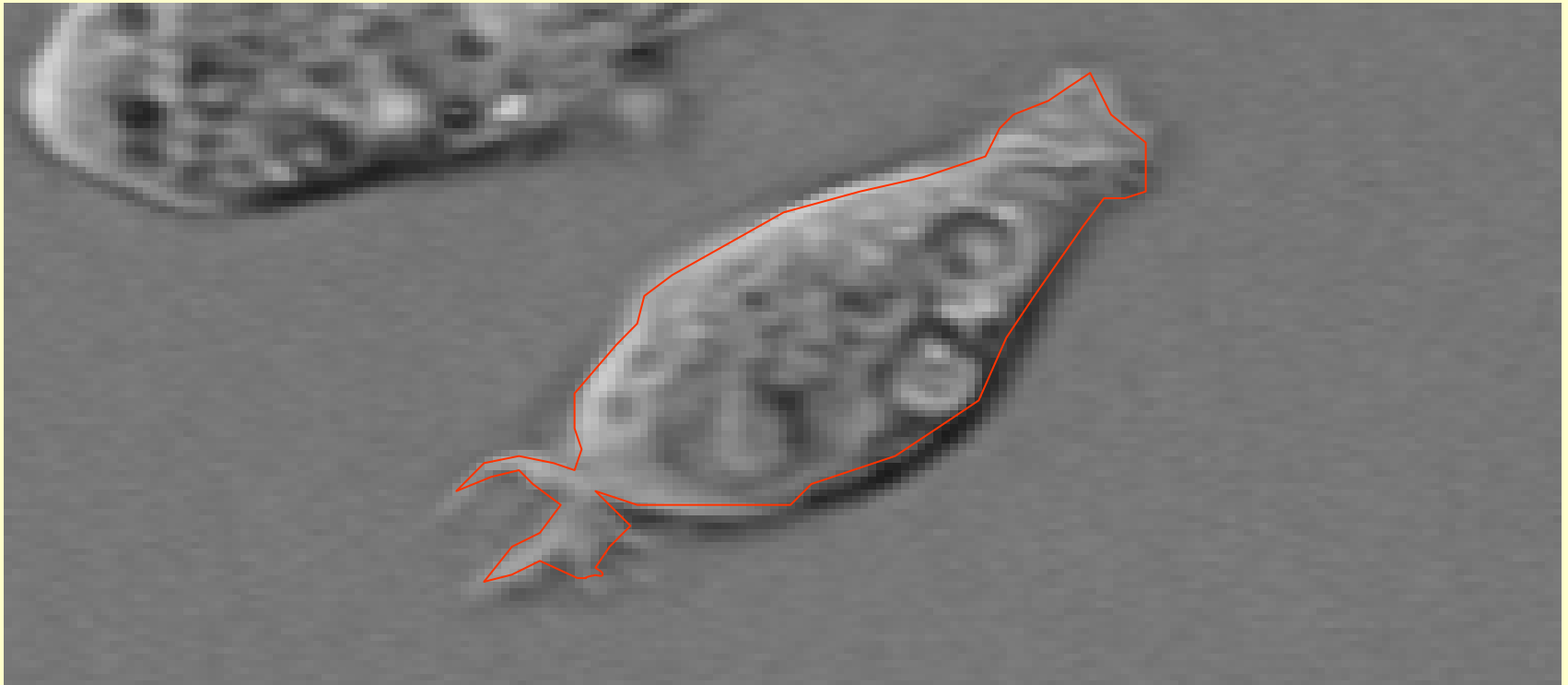
## Representación de contornos por curvas poligonales



**Criterio Minimax**

# Tema 5. Representación de formas

## Representación de contornos por curvas poligonales



# Tema 5. Representación de formas

## Descriptores de contornos

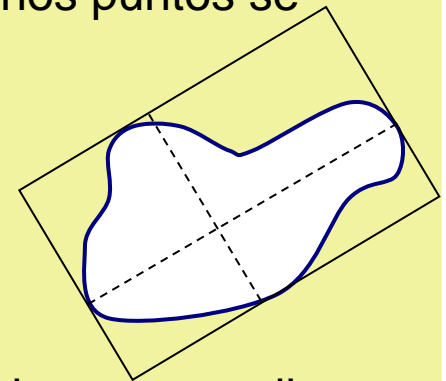
### Descriptores geométricos:

- Estudiar la forma geométrica de los contornos de las regiones (objetos)
- Descriptores: valoraciones numéricas que nos van a permitir identificar y reconocer los objetos de dicha imagen

El **perímetro** viene dado por el número total de píxel que configuran su contorno pero los píxeles de bordes diagonales se ponderan con raíz de dos. Corresponde a la longitud de su código de cadena (con ocho direcciones) pero ponderando los pasos diagonales por raíz de dos y los horizontales y verticales por 1

El **diámetro** de un contorno viene dado por la distancia Euclídea entre los dos píxeles del contorno más alejados. La recta que pasan por dichos puntos se llama **eje mayor** de la región.

El **rectángulo base**, con dos lados paralelos al eje mayor, que tiene la propiedad de que es el menor rectángulo que contiene al contorno



El cociente entre la longitud del lado mayor y la longitud del lado menor se llama **excentricidad** del contorno.



# Tema 5. Representación de formas

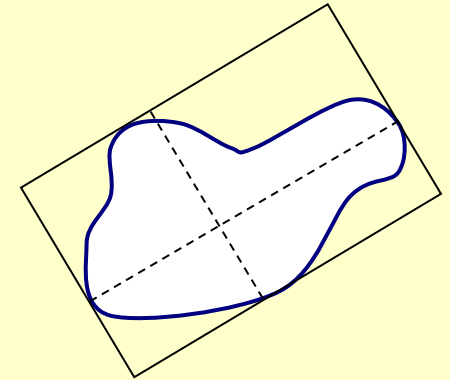
## Descriptores de contornos

El **centro de gravedad** o *centroide* de un contorno determinado por el conjunto de píxeles  $\{(x_i, y_i), i=1,2,\dots,N\}$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N}$$

El **eje menor** del contorno viene definido por la recta perpendicular al eje mayor que pasa por el centro de gravedad del contorno..



Todos los parámetros anteriores son **invariantes frente a traslaciones** pero no lo son frente a transformaciones de escala.

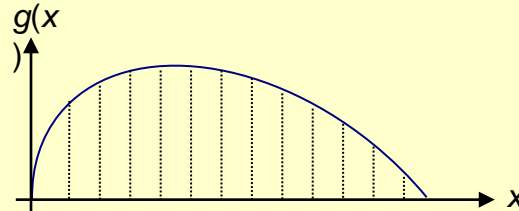
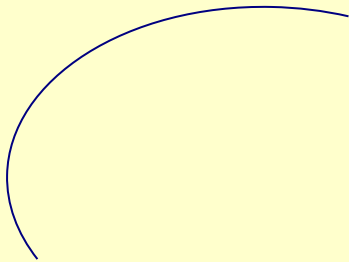
La **curvatura** se define como la tasa de cambio de la pendiente (tangente) del contorno, pero es difícil de obtener medidas fiables en una imagen digital porque los bordes suelen ser localmente “mellados”. Sin embargo, se pueden obtener descriptores de la curvatura bastante útiles mediante diferencia de las pendientes de segmentos adyacentes del contorno.

# Tema 5. Representación de formas

## Descriptores de contornos

**Momentos estadísticos.** La forma de una representación unidimensional de un contorno a través de función real,  $g(x)$ , se puede describir utilizando momentos estadísticos, como la **media**, la **varianza** o **momentos de orden superior**.

Dicha función puede ser la **signatura** del contorno. En el caso de contornos abiertos, se puede utilizar la función que se obtiene de las distancias de los puntos del contorno al segmento que une los dos puntos extremos de dicho contorno



Normalizamos la función para que el área que encierra con el eje de abscisas sea la unidad y se puede considerar como un histograma.

$$m = \sum_{i=0}^{N-1} x_i g(x_i)$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=0}^{N-1} (x_i - m)^2 g(x_i)$$

$$\mu_3 = \sum_{i=0}^{N-1} (x_i - m)^3 g(x_i)$$

# Tema 5. Representación de formas

## Descriptores de regiones

### Parámetros geométricos

El **área** de una región viene dada por el número de píxeles que la componen. Se puede obtener también de forma sencilla a partir de su código de cadena.

El **centro de gravedad** o *centroide* de una región determinada por el conjunto de píxeles:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N}$$

### Parámetros topológicos

La topología es el estudio de configuraciones geométricas con propiedades específicas como la invariancia bajo ciertas transformaciones (cambios de escala).

La **compacidad** (circularidad) es un parámetro que no depende del tamaño de la región y viene dado por el cociente entre el área y el perímetro al cuadrado

$$c = \frac{A}{p^2} \longrightarrow c = 4\pi \frac{A}{p^2}$$

Círculo:  $c=1/(4\pi)$  ( $\approx 0.07957$ )

Triángulo equilátero vale  $1/(12)$  ( $\approx 0.048$ )

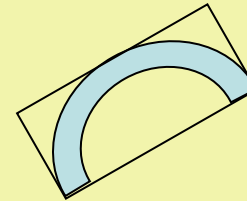
# Tema 5. Representación de formas

## Descriptores de regiones

### Parámetros topológicos

La **rectangularidad** de una región se define como el cociente entre el área de la región y el área de su rectángulo base.

$$c = \frac{\text{Área de la región}}{\text{Área de su rectángulo base}}$$

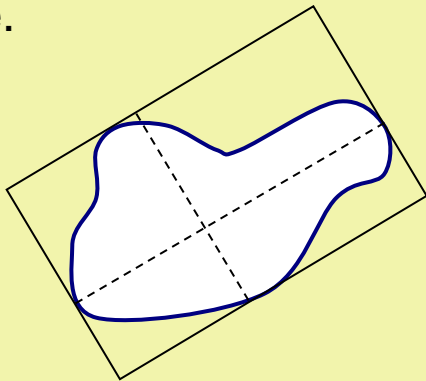


# Tema 5. Representación de formas

## Descriptores de regiones

### Parámetros topológicos

El alargamiento de una región se puede definir por el cociente entre la longitud del lado mayor y el lado menor de su rectángulo base.



Sin embargo, no es una medida adecuada para regiones curvadas:



### Parámetros topológicos

Definiremos el **alargamiento** de una región como el cociente entre su área y el cuadrado del valor máximo de su grosura:

$$c = \frac{\text{Área}}{(2d)^2}$$

$d$  se puede determinar como el número de veces que hay que aplicar el operador erosión 3x3 hasta que la región desaparece.

# Tema 5. Representación de formas

## Descriptores de regiones

### Parámetros topológicos

Otras características topológicas importantes son la **conectividad** y los **huecos** en los objetos.

Una imagen segmentada puede estar compuesta por regiones que tienen **componentes conexas** que configuran los objetos, es decir, regiones tales que dos puntos cualesquiera de ellas se pueden unir por una curva contenida en ellas.

Un **hueco** es una región de la imagen que está completamente encerrada por una componente conexa de la imagen.

El **número de Euler** de una imagen se define como:  $E = C - H$ , donde  $C$  es el número de componentes conexas y  $H$  el número de huecos de la imagen. Este número es invariante frente a traslaciones, rotaciones y cambios de escala, y nos permite de forma sencilla discriminar entre ciertas clases de objetos.

# Tema 5. Representación de formas

## Descriptores de regiones

### Medidas estadísticas para la cuantificación de la textura de una región

Una región puede ser descrita por su **textura** y una manera de cuantificar la textura es utilizando algunos **momentos estadísticos** del histograma de la intensidad luminosa de los píxeles de la región.

Se define el *momento central de orden  $r$*  de los valores de intensidad luminosa (tonos de gris) de los píxeles de una región mediante la expresión:

$$\mu_r = \sum_{i=0}^{L-1} (z_i - m)^r p(z_i)$$

- La **media**  $m$  que nos da el tonos de gris más representativo de la región (
- La **desviación típica** que es una medida de **contraste medio** de la imagen
- El **coeficiente de suavidad**,

$$R = 1 - \frac{1}{1 + \mu_2}$$

que mide la **suavidad relativa** o **uniformidad** de los tonos de gris de la región; vale cero para una región con el mismo tono de gris (intensidad constante)

# Tema 5. Representación de formas

## Descriptores de regiones

### Medidas estadísticas para la cuantificación de la textura de una región

- El **momento central de tercer orden**,  $\mu_3$ , es una **medida de sesgo o asimetría** del histograma; vale 0 cuando el histograma es simétrico, es positivo cuando el histograma está sesgado a la derecha y negativo cuando está sesgado a la izquierda.

- La cantidad 
$$U = \sum_{i=0}^{L-1} p^2(z_i)$$

es una medida de la **uniformidad** de la región. Es máxima cuando todos los niveles de gris presentan la misma frecuencia relativa.

- La entropía 
$$H = - \sum_{i=0}^{L-1} p(z_i) \log_2 p(z_i)$$

es una medida de la aleatoriedad de los tonos de gris de la región



# Tema 5. Representación de formas

## Descriptores de regiones

### Medidas espectrales para la cuantificación de la textura de una región

Las medidas espectrales se basan en el espectro de Fourier que es adecuado para describir la direccionalidad de los patrones periódicos o casi periódicos de una región.

La textura espectral es útil para discriminar entre patrones de textura periódicos y no periódicos. Además, permite cuantificar las diferencias entre patrones periódicos.

La interpretación de las características del espectro se simplifican expresando el espectro en **coordenadas polares** para dar una función  $S(r, \theta)$ . Para cada dirección  $\theta$ ,  $S(r, \theta)$  se puede considerar como una función unidimensional  $S_\theta(r)$ . Análogamente, para cada  $r$ , vamos a tener la función unidimensional  $S_r(\theta)$ . Así, podremos analizar el comportamiento de  $S_\theta(r)$  a lo largo de una dirección radial desde el origen y el comportamiento de  $S_r(\theta)$  a lo largo de una circunferencia centrada en el origen.

# Tema 5. Representación de formas

## Descriptores de regiones

### Medidas espectrales para la cuantificación de la textura de una región

Se obtiene una descripción global de la textura mediante las funciones:

$$S_1(r) = \sum_{\theta=0}^{\pi} S_{\theta}(r)$$

$$S_2(\theta) = \sum_{r=1}^{R_0} S_{\theta}(r)$$

Para cada par de valores  $(r, \theta)$  se obtiene un par de valores  $[S_1(r), S_2(\theta)]$ .

Variando las coordenadas polares se obtienen dos funciones unidimensionales  $S_1(r)$  y  $S_2(\theta)$  que constituyen una descripción espectral de la textura de la región. Se obtienen descriptores a partir de dichas funciones, como pueden ser la localización del valor máximo, la media y la varianza de las variaciones, y la distancia entre la media y máximo de la función.

# Tema 5. Representación de formas

## Descriptores de regiones

### Medidas invariantes de momentos

Se define el **momento** de orden  $p$  y  $q$  de la imagen digital  $f(m,n)$  por la expresión:

$$m_{pq} = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} i^p j^q f(i, j)$$

Si lo calculamos para el objeto determinado por la región  $S$  de una imagen binaria vale:

$$m_{pq} = \sum_{(i,j) \in S} i^p j^q$$

Obsérvese que  $m_{00}$  nos da el área del objeto y que  $(m_{10}/m_{00}, m_{01}/m_{00})$  es el **centroide** (centro de gravedad) del objeto.

# Tema 5. Representación de formas

## Descriptores de regiones

### Medidas invariantes de momentos

Los momentos de orden superior no son invariantes a traslaciones, por ello vamos a realizar una traslación del origen al centroide y obtenemos así los **momentos centrales** de orden  $p$  y  $q$  mediante la expresión:

$$\mu_{pq} = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} (i - \bar{i})^p (j - \bar{j})^q f(i, j)$$

$$\eta_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{\mu_{00}^{1 + \frac{p+q}{2}}}$$

→ Invariante frente a cambios de escala para  $p+q=2,3,\dots$

# Tema 5. Representación de formas

## Descriptores de regiones

### Medidas invariantes de momentos

$\mu_{20}$  es una medida de la dispersión horizontal del objeto con respecto al centroide

$\mu_{02}$  es una medida de la dispersión vertical del objeto con respecto al centroide

$\mu_{12}$  es una medida de la divergencia horizontal; indica la extensión de la región izquierda del objeto frente a la derecha

$\mu_{21}$  es una medida de la divergencia vertical; indica la extensión de la región inferior del objeto frente a la superior

$\mu_{30}$  es una medida del desequilibrio (o asimetría) horizontal e indica si el objeto tiene mayor extensión a la izquierda o a la derecha del centroide

$\mu_{03}$  es una medida del desequilibrio (o asimetría) vertical.

# Tema 5. Representación de formas

## Descriptores de regiones

### Medidas invariantes de momentos

Un conjunto de seis *invariantes de momentos* que son insensibles a traslaciones, cambios de escala, rotaciones y transformaciones especulares viene dado por las siguientes expresiones

$$\phi_1 = \eta_{20} + \eta_{02}$$

$$\phi_2 = (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + 4\eta_{11}^2$$

$$\phi_3 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})^2 + (3\eta_{21} - \eta_{03})^2$$

$$\phi_4 = (\eta_{30} + \eta_{12})^2 + (\eta_{21} + \eta_{03})^2$$

$$\phi_5 = (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{30} + \eta_{12}) + \left[ (\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2 \right] + (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03})$$
$$\left[ 3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2 \right]$$

$$\phi_6 = (\eta_{20} - 3\eta_{02}) \left[ (\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2 \right] + 4\eta_{11}(\eta_{30} + \eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03})$$

# Tema 5. Representación de formas

## Análisis morfológico

Una vez realizada la segmentación tendremos una **imagen binaria** en la que los píxeles blancos corresponden a los objetos y los negros al fondo.

Mediante los operadores del análisis morfológico vamos a poder

- **detectar el contorno de los objetos** de la imagen binaria
- modificarlo, **suavizarlo**
- **eliminar objetos** de pequeño tamaño
- **rellenar huecos**
- **identificar objetos.**

# Tema 5. Representación de formas

## Análisis morfológico

- Operador de dilatación:

$$[f \oplus h](m, n) = \begin{cases} 1 & \text{si } f * h(m, n) \geq 1 \\ 0 & \text{si } f * h(m, n) = 0 \end{cases}$$

## $h$ elemento estructurante

$$f \oplus g(i, j) = \bigvee_{h=-m}^m \bigvee_{k=-m}^m f(i-h, j-k) \wedge g(h, k)$$

$$h = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Figure 1 shows a 10x10 grid representing a function  $f$ . The grid has a yellow background. A blue triangular region is defined by the inequality  $x + y \leq 7$ , with vertices at  $(2,5)$ ,  $(5,5)$ , and  $(5,0)$ . A red hexagonal region is defined by the inequality  $|x - 5| + |y - 5| \leq 3$ . The grid is labeled  $f =$  on the left.



# Tema 5. Representación de formas

## Análisis morfológico

- Operador erosión:

$$[f \ominus h](m, n) = \begin{cases} 1 & \text{si } f * h(m, n) = t \\ 0 & \text{si } f * h(m, n) < t \end{cases}$$

$h$  es el elemento estructurante

$$f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$h = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$t$  : número de unos de  $h$

# Tema 5. Representación de formas

## Análisis morfológico

### Determinación del contorno de un objeto

El contorno del objeto se obtiene como la diferencia entre el objeto original y el objeto erosionado. Por lo tanto, el operador que nos da el *contorno de un objeto* es:

$$C = f - (f \ominus g)$$

# Tema 5. Representación de formas

## Análisis morfológico

### Operador cierre

$$[f \bullet h](m, n) = [(f \oplus h) \ominus h](m, n)$$

- Elimina los huecos (fondo) del objeto cuyo tamaño es inferior al tamaño del elemento estructurante

### Operador abertura

$$[f \circ h](m, n) = [(f \ominus h) \oplus h](m, n)$$

- Elimina los objetos de tamaño inferior al tamaño del elemento estructurante

$$f \ominus g \subseteq f \circ g \subseteq f \subseteq f \bullet g \subseteq f \oplus g$$

# Tema 5. Representación de formas

## Análisis morfológico

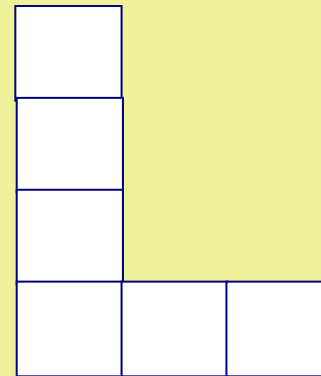
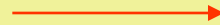
### Operador de acierto y fallo

Un píxel de la imagen es eliminado si el tono de gris de los píxeles del entorno establecido por el elemento estructurante no coinciden con todos los valores de dicho elemento

$$g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ & 1 & \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

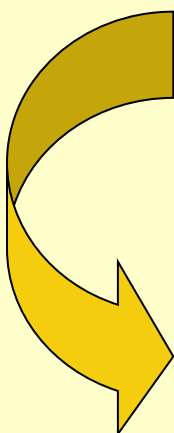
### Identificación de objetos:

$$g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & & \\ 0 & 1 & 0 & & \\ 0 & 1 & 0 & & \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



# Tema 5. Representación de formas

## Análisis morfológico


$$g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & & \\ 0 & 1 & 0 & & \\ 0 & 1 & 0 & & \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$g_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$g_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$f \otimes g = (f \ominus g_1) \cap (\bar{f} \ominus g_2)$$

# Tema 5. Representación de formas

## Análisis morfológico

### Operador de acierto y fallo en términos del operador erosión

- Si  $G_1$  y  $G_2$  son los conjuntos de píxeles de dos elementos estructurantes disjuntos  $g_1$  y  $g_2$  respectivamente, y deseamos ver aquellos píxeles  $p$  del objeto tales que

$$G_{1p} \subseteq F \quad \text{y} \quad G_{2p} \subseteq \overline{F}$$

podemos utilizar el *operador de acierto y fallo* dado por la expresión:

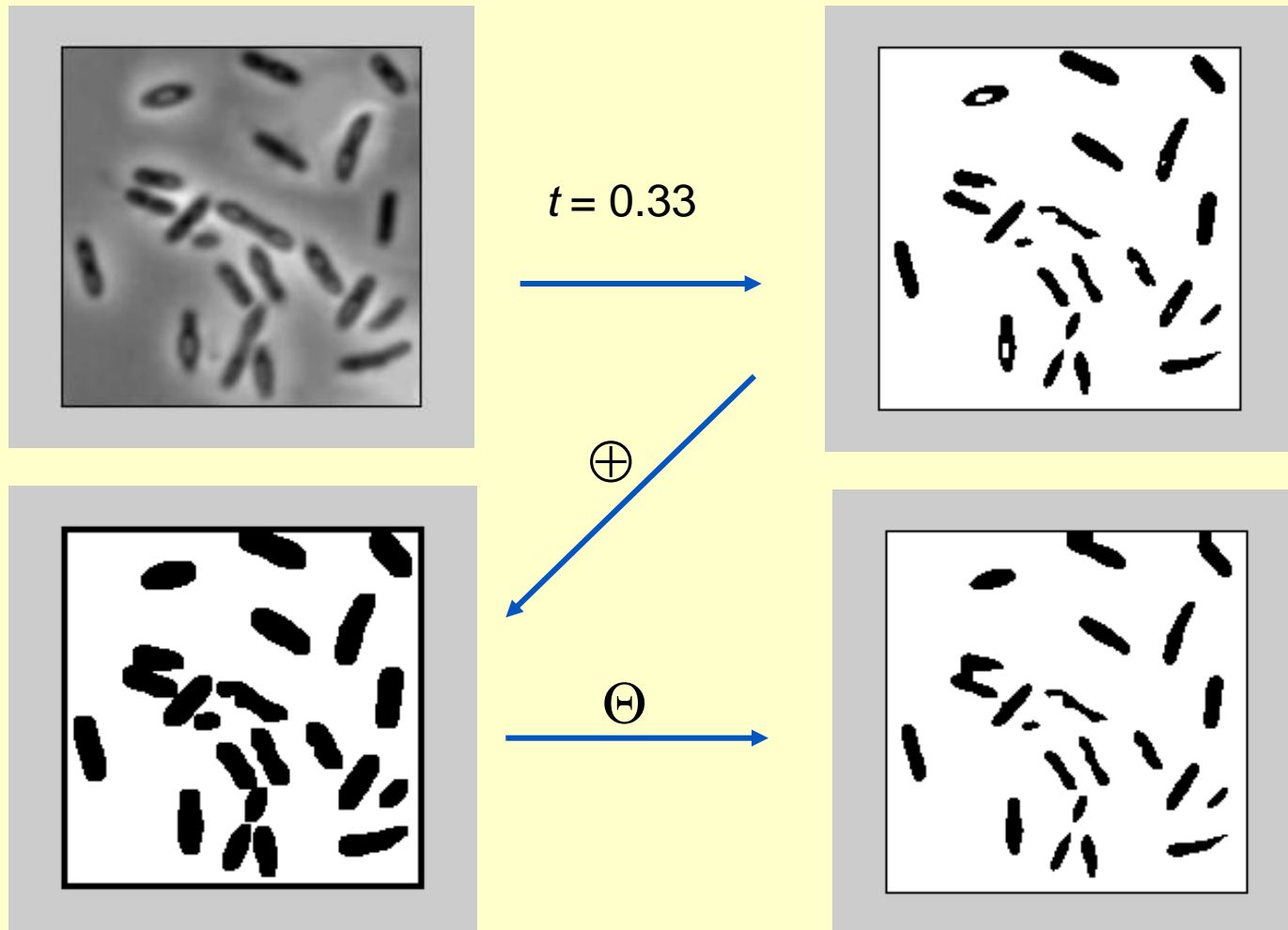
$$f \otimes g = (f \ominus g_1) \cap (\overline{f \ominus g_2}) = (f \ominus g_1) \cap \overline{(f \oplus g_2)}$$

$$g_1 \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad g_2 \equiv \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

el operador  $f \otimes g$  nos da los píxeles del contorno derecho del objeto que forman un eje de 135 grados.

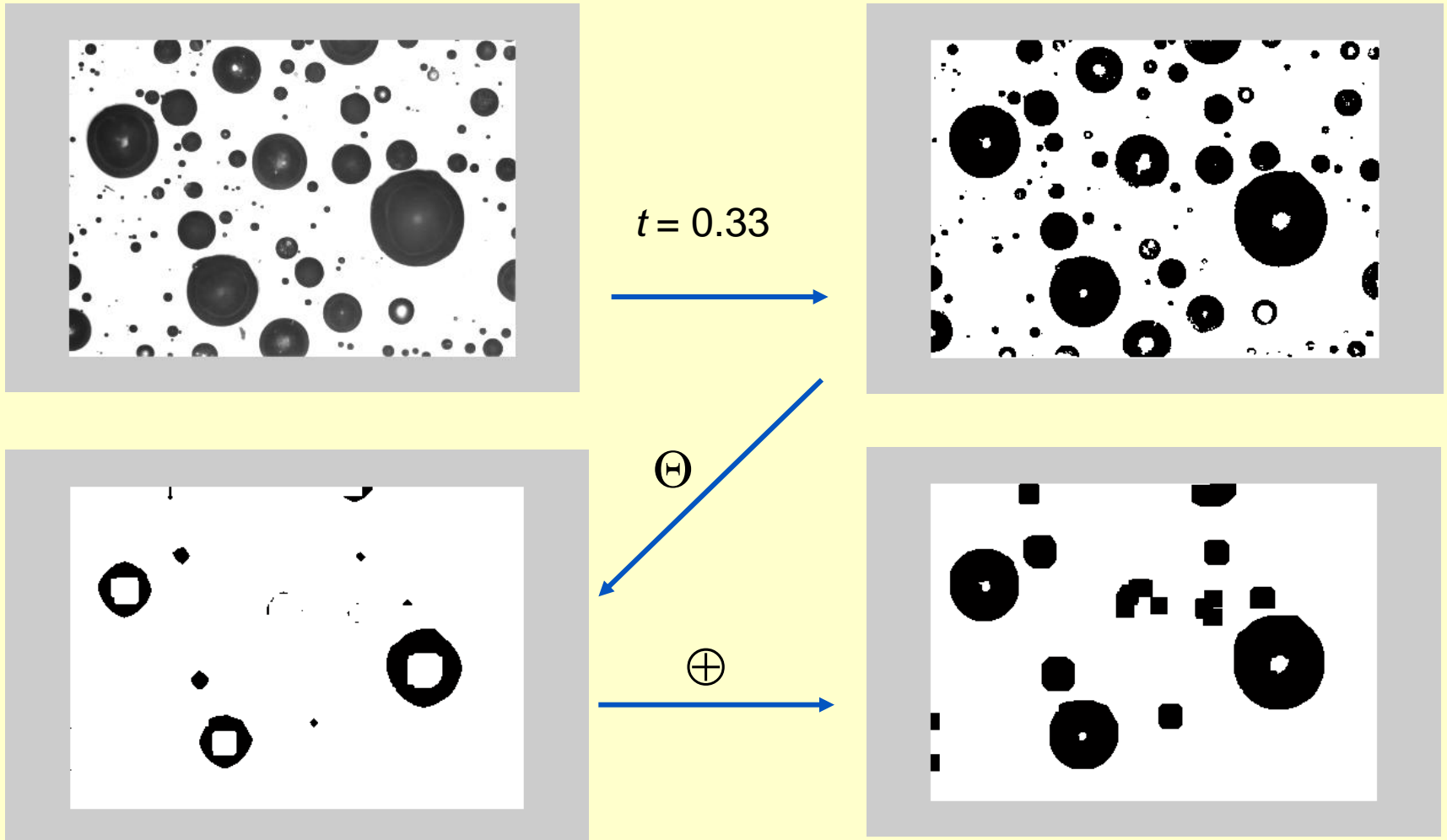
# Tema 5. Representación de formas

## Relleno de huecos con el operador cierre



# Tema 5. Representación de formas

## Eliminar objetos pequeños





# Tema 5. Representación de formas

## Adelgazamiento

$$ADELGAZAMIENTO_g(f) = f - f \otimes g$$

$$g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ & 1 & \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$g = \begin{bmatrix} 0 & & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & & 1 \end{bmatrix}$$

$$g = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ & 1 & \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$g = \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & & 0 \end{bmatrix}$$

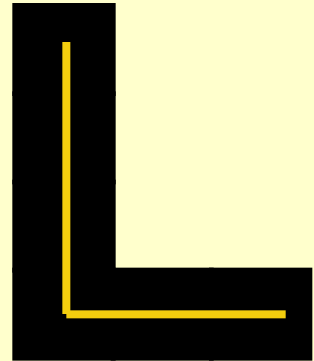
# Tema 5. Representación de formas

## Esqueletos

Una aproximación importante para representar la forma de una región plana (objeto) es **reducirla a un grafo**. Dicha reducción se puede conseguir aplicando sucesivamente un algoritmo de adelgazamiento de la región.

El **esqueleto** de un objeto puede ser tan significativo como el propio objeto e incluso puede ser más fiable, es decir, se puede

- ☐ interpretar mejor
- ☐ conducir a una identificación o reconocimiento del objeto
- ☐ reconocimiento de caracteres alfanuméricos, identificación de firmas o de huellas dactilares

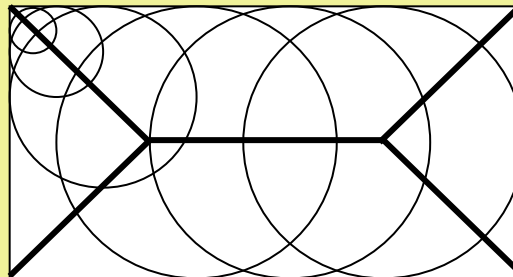


# Tema 5. Representación de formas

## Esqueletos

Una aproximación importante para representar la forma de una región plana (objeto) es **reducirla a un grafo**. Dicha reducción se puede conseguir aplicando sucesivamente un algoritmo de adelgazamiento de la región.

Se define el **esqueleto** de una objeto de la imagen binaria como el lugar geométrico de los centros de los circunferencias maximales inscritas en dicho objeto. Una **circunferencia maximal** es aquella que no contiene circunferencias inscritas más pequeñas (las circunferencias inscritas tienen que contener dos o más puntos del contorno del objeto). Para cada punto  $p$  del objeto determinamos el menor entorno (círculo) que contiene al menos un punto del contorno. Si dicho entorno contiene más de un punto del contorno entonces decimos que  $p$  forma parte de un eje **medial**, es decir, que forma parte del esqueleto del objeto



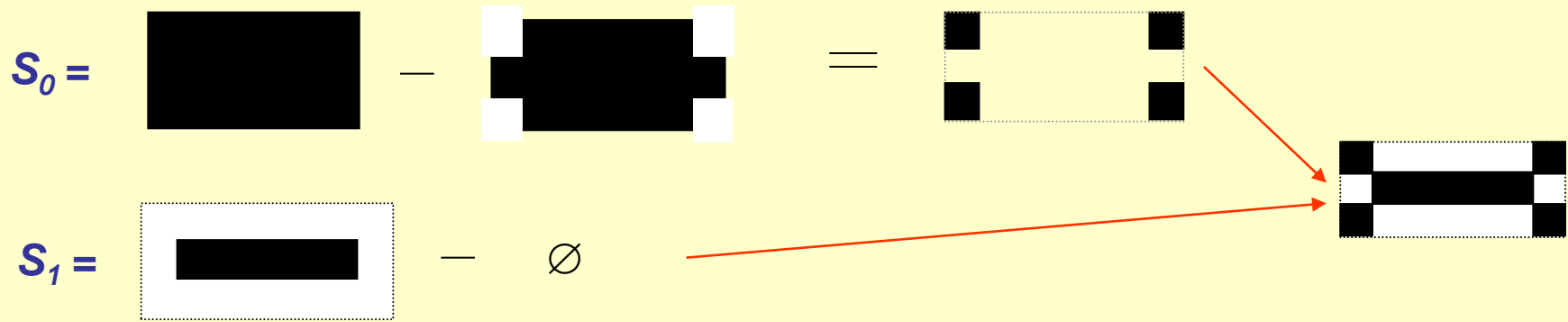
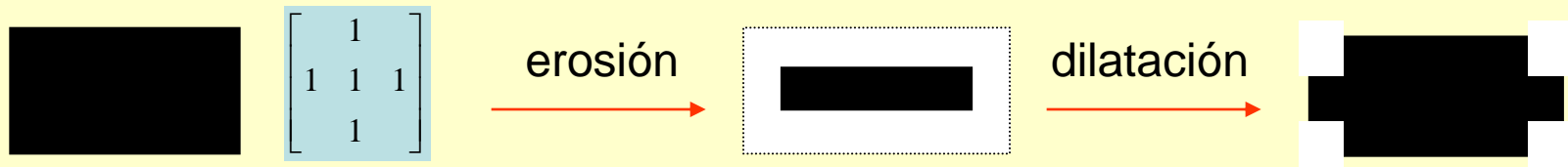
# Tema 5. Representación de formas

## Esqueletos

Algoritmo morfológico para la determinación del esqueleto:

$$S = \bigcup_{n=0}^N S_n$$

$$S_n = \text{erosión}^n(f) - \text{abertura}[(\text{erosión}^n)(f)]$$



# Tema 5. Representación de formas

## Análisis morfológico para imágenes con tonos de gris

**Dilatación:**

$$(f \oplus g)(m, n) = \max \left\{ f(m-i, n-j) + g(i, j) \mid (i, j) \in D_g \right\}$$

**Erosión:**

$$(f \ominus g)(m, n) = \min \left\{ f(m+i, n+j) - g(i, j) \mid (i, j) \in D_g \right\}$$

**Abertura:**

$$f \circ g = (f \ominus g) \oplus g$$

**Cierre:**

$$f \bullet g = (f \oplus g) \ominus g$$

# Tema 5. Representación de formas

## Análisis morfológico para imágenes con tonos de gris

### Interpretación del operador abertura:

- ❑ Aplasta un poco los pequeños picos más puntiagudos de la superficie de la imagen conforme la plantilla se traslada por todo el dominio de la misma.
- ❑ Suprime pequeños detalles de brillo (que corresponden a zonas de tamaño inferior a la plantilla) dejando relativamente inalterados los demás tonos de gris y las zonas luminosas más grandes. Es decir, suaviza aquellas zonas pequeñas más luminosas.

### Interpretación del operador cierre:

- ❑ Suprime los detalles oscuros que son más pequeños que la plantilla utilizada.

# Tema 5. Representación de formas

## Análisis morfológico para imágenes con tonos de gris

**Operador copa del sombrero (Top-Hat):**

$$TopHat(f) = f - f \circ g$$

❑ Permite aislar objetos convexos luminosos (frente a un fondo más oscuro) del tamaño inferior a la plantilla utilizada

**Operador alas del sombrero (Bottom-Hat):**

$$BottomHat(f) = f \bullet g - f$$

❑ Permite aislar objetos convexos oscuros (con respecto al fondo más luminoso) del tamaño inferior a la plantilla.

# Tema 5. Representación de formas

## Análisis morfológico para imágenes con tonos de gris

### Superficie umbral de variación local

$$\theta(m,n) = \frac{1}{2}[(f \oplus g) + (f \ominus g)]$$

### Una medida de contraste local

$$\text{ContrasteLocal} = (f \oplus g) - (f \ominus g)$$

### Transformación para aumentar el contraste local

$$c(m,n) = a \frac{f(m,n) - [f \ominus g](m,n)}{[f \oplus g](m,n) - [f \ominus g](m,n)}$$

siendo  $a$  un parámetro de escala que permite ajustar la luminosidad de la imagen



# Tema 5. Representación de formas

## Granularidad

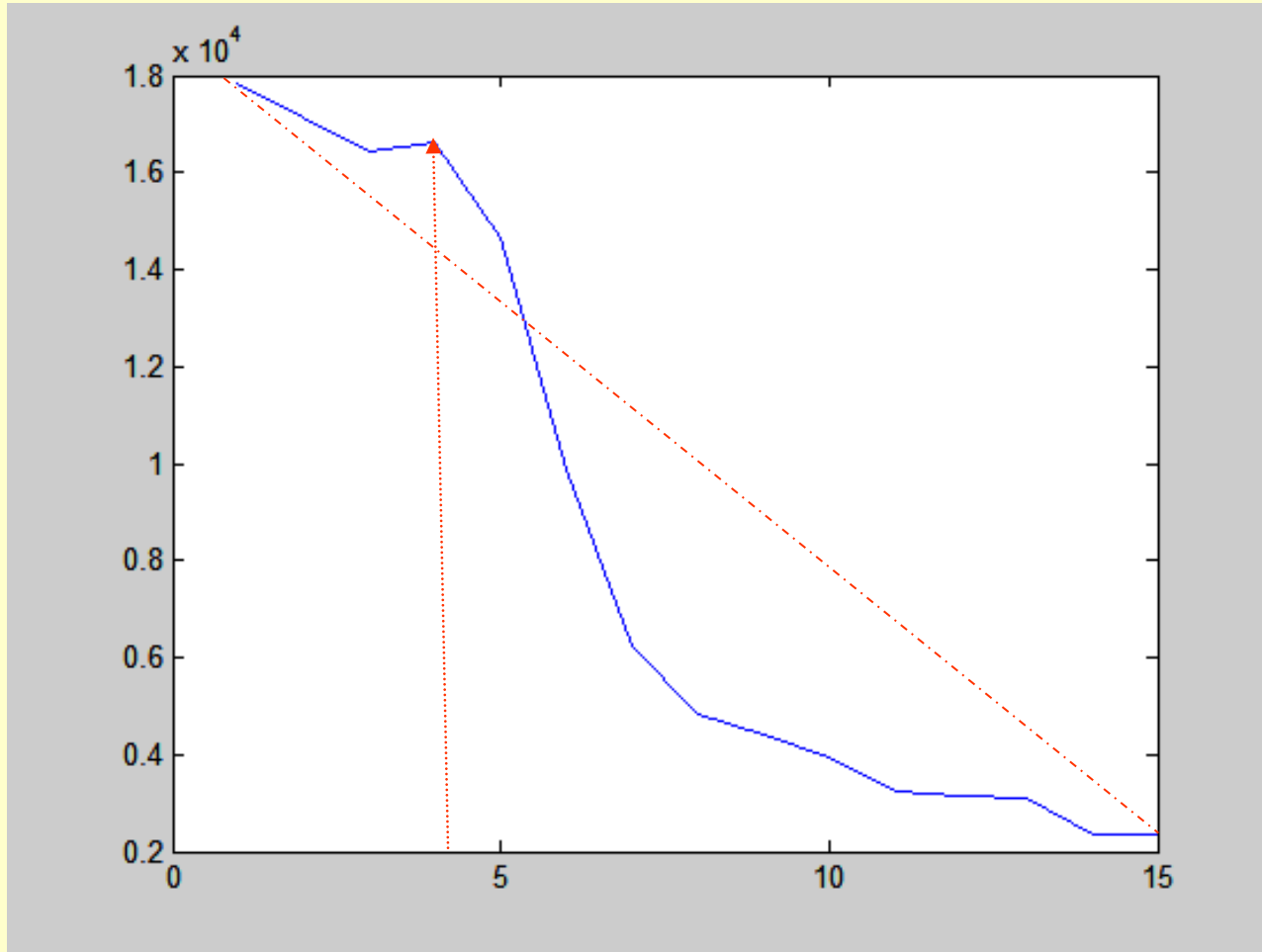
**Determinación de la distribución del tamaño de las partículas (objetos pequeños) que aparecen en una imagen**

Cuando los objetos que son blancos el fondo negro se aplica el **operador abertura** con diferentes tamaños de plantilla en orden creciente. Para cada operación de abertura se determina la **suma de los valores (tonos de gris) de todos los píxeles de los objetos**; dicha suma es el **área total de la superficie** de la imagen. Si tomamos elementos estructurantes circulares podemos representar gráficamente el área total de los objetos frente al radio de los elementos estructurantes (discos) utilizado.

Los picos en dicha gráfica indican la presencia de más objetos de ese tamaño que de otros de tamaños próximos.

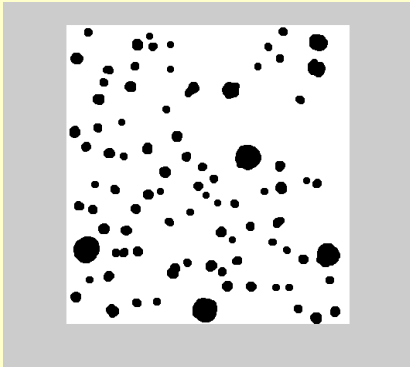
# Tema 5. Representación de formas

## Granularidad

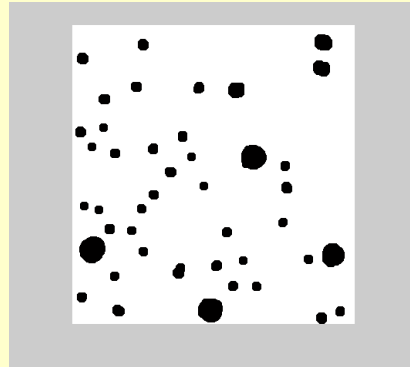


# Tema 5. Representación de formas

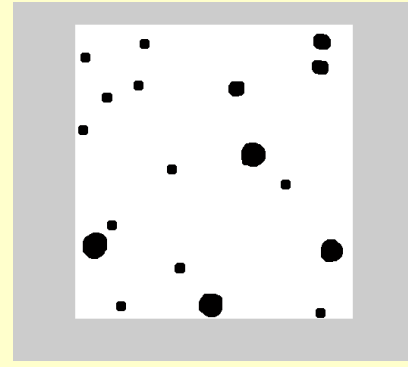
## Granularidad



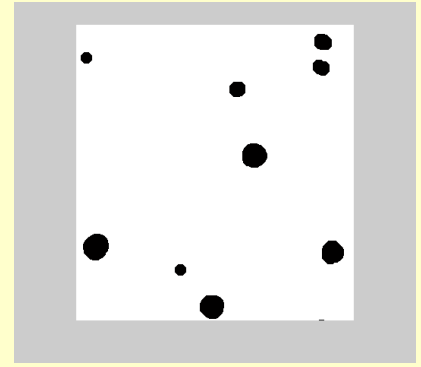
$r=5$



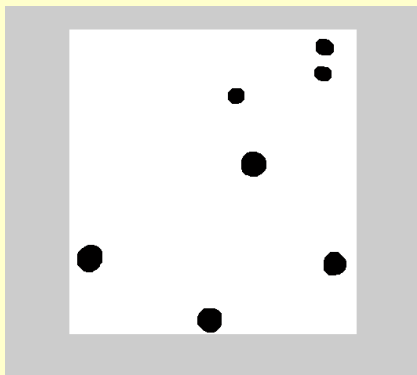
$r=6$



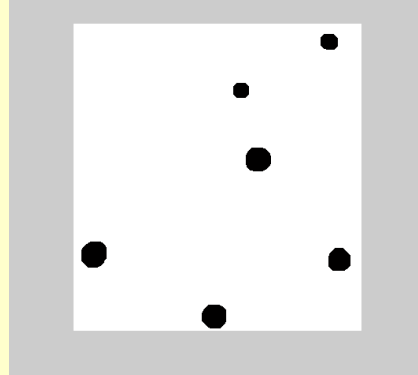
$r=7$



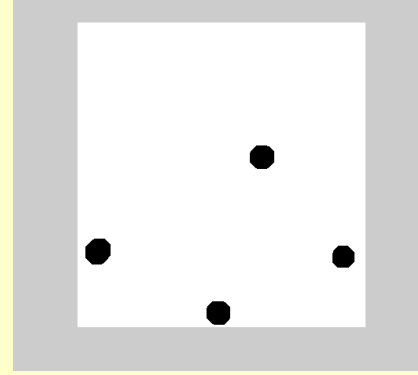
$r=8$



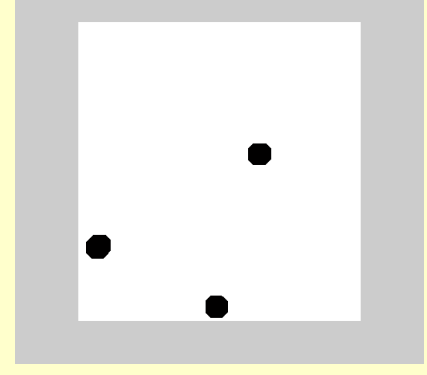
$r=9$



$r=10$



$r=11, 12 \text{ y } 13$

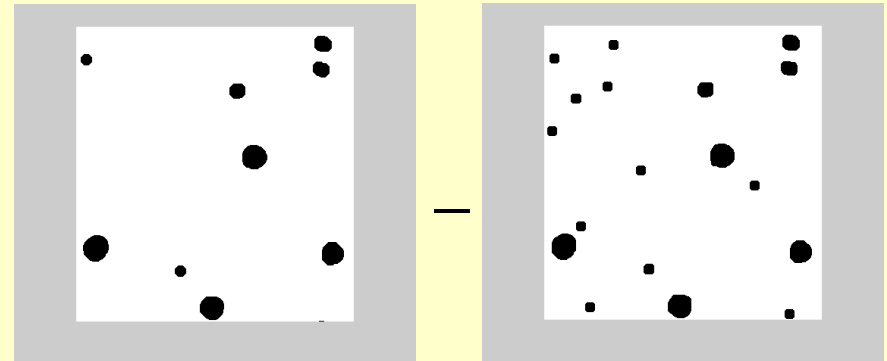


$r=14$

# Tema 5. Representación de formas

## Granularidad

Radio de los objetos	Nº de objetos
5	24
6	25
7	9
8	2
9	1
10	2
11	0
12	0
13	1
14	0
15	3



=

