



III Maratona de Programação IFCE-Aracati

05 de Agosto de 2017

Este caderno contém 12 problemas; as páginas estão numeradas de 1 a 12.

Informações Gerais

Estas condições são válidas para todos os problemas, exceto quando explicitamente dito.

Nome do programa

1. Sua solução deve ser chamada *problema.c*, *problema.cpp* ou *problema.java*; onde *problema* é a letra maiúscula que identifica o problema.

Entrada

1. A entrada de seu programa deve ser lida da entrada padrão.
2. A entrada consiste de um único caso de teste, que é descrito com uma quantidade de linhas definida no problema. Não há outras informações na entrada.
3. Quando uma linha contém diversos valores, eles são separados por *um único espaço*. Não há outros espaços na entrada. Não há linhas vazias.
4. Apenas o alfabeto em Inglês é utilizado. Não há caracteres com til, acento, trema ou outros símbolos (ñ, Ã, é, Ì, ô, Ü, ç, etcetera).
5. Todas as linhas, incluindo a última, contém o tradicional caractere de quebra-de-linha.

Saída

1. A saída de seu programa deve ser escrita na saída padrão.
2. O resultado de um caso de teste deve ser escrito com uma quantidade de linhas definida no problema. Não deve haver outras informações na saída.
3. Quando uma linha contém diversos valores, eles devem ser separados por *um único espaço*. Não deve haver outros espaços na entrada. Não deve haver linhas vazias.
4. Apenas o alfabeto em Inglês deve ser utilizado. Não deve haver caracteres com til, acento, trema ou outros símbolos (ñ, Ã, é, Ì, ô, Ü, ç, etcetera).
5. Todas as linhas, incluindo a última, devem conter o tradicional caractere de quebra-de-linha.
6. Para resultados de números reais, arredonde para o número racional mais próximo com a quantidade equivalente de dígitos de precisão. O caso de teste é feito de modo que não haja ambiguidade neste tipo de arredondamento.

Problema A - Configurando Redes

Ben Ary é aluno de graduação de Engenharia de computação e recentemente foi aprovado no processo seletivo para monitor de laboratório em sua universidade. Como primeira atividade ele terá que configurar uma rede de computadores em um dos laboratórios de informática. Essa rede usa cabos para ligar dois computadores diferentes e não mais de um cabo para o mesmo par de computadores.

Será dado para Ben uma planilha que diz quais conexões diretas são permitidas, ou seja, quais pares de computadores podem ser ligados diretamente por um cabo. Com essa planilha, ele tem a liberdade para montar a rede do modo que quiser desde que respeite a restrição de que essa rede permita a comunicação entre todos os computadores especificados. Tal comunicação entre dois computadores não precisa ser direta, ou seja, com um cabo entre ambos, ela também pode ser indireta, através da conexão entre dois ou mais computadores. Ele também sempre tem a possibilidade de usar todas as conexões sugeridas na planilha porque é garantido que essa rede sempre atende à restrição.

Sua tarefa é, dado a planilha de conexões permitidas, dizer de quantas formas distintas Ben pode montar a rede. Como isso pode ser um número muito grande diga apenas se o valor é um número par ou ímpar.

Duas formas de montar a rede são consideradas distintas se diferem em ao menos uma conexão direta.

Entrada

A primeira linha da entrada contém dois números inteiros N ($2 \leq N \leq 2600$) e M ($N - 1 \leq M \leq N(N - 1)/2$) que representam respectivamente o número de computadores com a qual ele tem de montar a rede, e o número de conexões diretas especificadas na planilha. Seguem-se então M linhas cada uma contendo dois inteiros U e V ($1 \leq U, V \leq N$) que especifica que há um cabo fazendo uma conexão direta do computador U ao computador V .

Saída

A saída consiste de uma única linha com a string "IMPAR" caso o valor seja ímpar, ou com a string "PAR", caso contrário.

Entrada 1 4 4 1 2 2 3 3 4 4 1	Saída 1 IMPAR
Entrada 2 3 3 1 2 2 3 3 1	Saída 2 PAR

Problema B - Quantos Quadrados

Juliany é uma jovem programadora apaixonada por matemática. E como tal, tem seus números preferidos. Ela adora quadrados perfeitos, é completamente fascinada por eles e suas belíssimas propriedades. Por isso inventa vários jogos e passatempos relacionados a eles.

Um dos jogos que Juliany inventou foi o insano "Quantos Quadrados" que ela joga praticamente todo dia nos intervalos do trabalho com seu colega Felipe. O jogo consiste em Felipe escolher N números inteiros não negativos e, a partir desses números, Juliany tem que dizer de quantos modos diferentes ela pode escolher alguns, ou possivelmente todos, desses números de tal forma que a multiplicação deles é um quadrado perfeito. Obviamente o trabalho de pensar em tantos números e ainda saber se a resposta de sua colega está correta não é tão empolgante para Felipe quanto para Juliany. Por essa razão e para facilitar seu trabalho, ele simplesmente escolhe um grupo pequeno de números primos, no máximo 50, e gera os N números para o jogo através de multiplicação a partir desses primos. Os números gerados só tem fatores primos pertencentes a esse grupo.

Sua tarefa é ajudar Felipe. Dado que ele já gerou os números, você deve fazer um programa que verifique se a resposta de Juliany está correta. Como isso pode ser um número muito grande, sua resposta deve ser somente o módulo desse número por $10^9 + 7$.

Entrada

A primeira linha da entrada contém um número inteiro N ($1 \leq N \leq 10^4$) como descrito acima. A próxima linha contém N números inteiros A_i ($1 \leq A_i \leq 10^6$) que representam os números gerados por Felipe.

Saída

A saída consiste em uma linha contendo um único número inteiro que representa a resposta de Juliany módulo $10^9 + 7$.

Entrada 1 3 2 4 8	Saída 1 3
Entrada 2 4 14 15 35 7	Saída 2 0
Entrada 3 5 6 42 105 63 20	Saída 3 1

Problema C - Ladrões

Ali Babá é um sujeito muito rico, tão rico que nem sua própria família sabe a extensão de sua fortuna (nem como ele a conquistou). Porém está muito velho e por isso decidiu logo fazer seu testamento. Nesse testamento, Ali resolveu dividir sua fortuna entre seus filhos, mas dando prioridade aos mais velhos de tal forma que no documento foi especificado que o filho mais velho receberia metade ($\frac{1}{2}$) da fortuna, o segundo mais velho receberia um terço ($\frac{1}{3}$) do que restasse depois que seu irmão retirasse sua parte, o terceiro mais velho receberia um quarto ($\frac{1}{4}$) do que sobrasse e assim por diante até o filho mais novo. Ou seja, se o filho imediatamente mais velho recebesse $\frac{1}{x}$ do que ainda tivesse, o próximo filho receberia $\frac{1}{x+1}$ do que restasse depois disso.

Devido ao tamanho da fortuna e quantidade de filhos de Ali, sempre sobraria um parte do valor a qual deveria ser liquidado e convertido em dinheiro na moeda local, os donets, para ser doado a caridade.

Sua tarefa é, dado o número de filhos de Ali e a quantia em donets doada à caridade, determine o valor da fortuna de Ali nesta moeda.

Entrada

A entrada contém uma única linha com dois números inteiros N ($1 \leq N \leq 10^3$) e M ($1 \leq M \leq 10^6$) que representam respectivamente a quantidade de filhos de Ali e o valor em donets doado à caridade.

Saída

A saída consiste em uma linha contendo o valor em donets da fortuna de Ali.

Entrada 1 1 6	Saída 1 12
Entrada 2 3 3	Saída 2 12
Entrada 3 40 37	Saída 3 1517
Entrada 4 51 65536	Saída 4 3407872

Problema D - $3n + 1$

Considere o seguinte algoritmo para gerar uma sequência de números. Comece com um valor inteiro N . Se N for par, divida-o por 2. Se N for ímpar, multiplique-o por 3 e some 1. Repita este processo para o novo valor de N , terminando quando $N = 1$. Por exemplo, a seguinte sequência é gerada para $N = 22$:

22 11 34 17 52 26 13 40 20 10 5 16 8 4 2 1

Conjectura-se que este algoritmo gera uma sequência finita a partir de qualquer inteiro N . Isto ainda não foi provado matematicamente, mas sabe-se que é verdade para $0 < N \leq 10^3$.

Neste problema, você deve calcular a quantidade de números na sequência gerada a partir de um inteiro N . Por exemplo, se $N = 22$, o quantidade de números na sequência gerada é 16.

Entrada

A entrada é formada por um inteiro N ($0 < N \leq 10^3$).

Saída

Para o inteiro N fornecido, você deve imprimir a quantidade de números na sequência gerada a partir de N .

Entrada 1 22	Saída 1 16
Entrada 2 337	Saída 2 113
Entrada 3 867	Saída 3 29
Entrada 4 1	Saída 4 1

Problema E - Nós da árvore

Dabriel acaba de ganhar uma bela árvore de aniversário, porém ele não tem lugar para guardá-la, portanto decidiu fazer um jogo com seus amigos e quem ganhasse poderia ficar com ela.

O jogo funcionará da seguinte forma. Cada um dos N nós da árvore terá um valor inteiro associado (possivelmente negativo) e será identificado por um número entre 1 e N . A raiz da árvore será identificada pelo número 1. Dabriel irá informar um número X , e o desafio aos seus amigos será dizer qual a maior soma possível dos valores de um subconjunto de exatamente X nós da árvore, mas há uma restrição: Ao escolher um nó a , nenhum outro nó da sub-árvore de a poderá ser escolhido.

Como a árvore poderá ser muito grande, Dabriel solicitou sua ajuda para informar qual é a resposta do problema, para que ele consiga validar qual foi o amigo vencedor.

Entrada

A entrada é composta por um único caso de teste. A primeira linha da entrada contém dois inteiros N , X ($1 \leq N \leq 10000, 1 \leq X \leq 100$), representando a quantidade de nós da árvore e a quantidade de nós do jogo, respectivamente. A segunda linha tem N inteiros V_i ($-1000 \leq V_i \leq 1000$), onde cada V_i representa o valor do i -ésimo nó. As $N - 1$ linhas seguintes, contém dois inteiros A e B ($1 \leq A, B \leq N$) representando uma ligação entre o nó A e B .

Saída

Para cada caso de teste imprima o maior valor possível, caso não seja possível imprima "impossivel"(sem aspas e sem acento).

Entrada 1 5 3 5 4 -2 1 -3 1 3 1 2 3 4 3 5	Saída 1 2
Entrada 2 5 4 5 4 -2 1 -3 1 3 1 2 3 4 3 5	Saída 2 impossivel

Problema F - Poder do ABC

Conversões numéricas são utilizadas em muitos casos na computação. Isso porque nós somos acostumados com a base numérica decimal $(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$, mas no mundo da tecnologia digital os dispositivos eletrônicos trabalham em baixo nível com a base numérica binária $(0, 1)$, pois os números binários são facilmente representados na eletrônica através de pulsos elétricos. Além desses dois, as bases numéricas octal e hexadecimal também são muito utilizadas pela fácil representação.

Na base ABC , onde os símbolos são as letras de A até Z , o número $n = CEU_{abc}$ tem valor $n = 1476_{10}$, por exemplo. Isso porque o símbolo A tem valor 0, o símbolo B tem valor 1, o C , valor 2, e assim por diante até Z .

Essa base numérica tem propriedades bem interessantes: Devido a sua semelhança da representação dos números nessa base com strings, podemos definir alguns conceitos com termos geralmente usados para strings. É o caso do poder de um número. O poder de um número n na base ABC é a soma de todos os números representados por substrings de n .

Por exemplo, para $n = CODE_{abc}$ o poder é:

$$C_{abc} + D_{abc} + E_{abc} + O_{abc} + CO_{abc} + DE_{abc} + OD_{abc} + COD_{abc} + ODE_{abc} + CODE_{abc} = DFPD_{abc}$$

Sua tarefa é, dado um número na base ABC , calcular o valor do seu poder também na base ABC .

Entrada

A entrada consiste em uma linha com uma string N ($1 \leq |N| \leq 10^6$) que representa um valor numérico na base ABC . A string é composta apenas por caracteres maiúsculos do alfabeto inglês.

Saída

A saída é composta de uma linha contendo uma string em caixa alta representado o valor do poder do número lido na base ABC . Como esse número pode ser um valor muito alto mostre apenas o resultado módulo $DGEHTYT_{abc}$.

Entrada 1 TLE	Saída 1 URB
Entrada 2 CODE	Saída 2 DFPD
Entrada 3 MARATONA	Saída 3 CVDPCET
Entrada 4 PROGRAMACAO	Saída 4 BAKMRAH

Problema G - Melhor campus

Bino está terminando o ensino médio e está em dúvida sobre qual campus do IFCE ele deve cursar o ensino superior. Bino mora em Ubaúna, uma cidade igualmente próxima dos campus: Sobral, Ubajara e Tianguá.

Para ajudar nessa difícil decisão, Cino deu para Bino uma rosa, e disse para ele escolher o campus de acordo com a quantidade de pétalas da rosa. Então, para escolher o campus, Bino retira uma pétala e diz “Sobral”, retira outra pétala e diz “Ubajara”, retira outra pétala e diz “Tianguá”, e assim por diante até que a rosa não tenha mais pétalas. Bino irá escolher o último campus que ele renunciou o nome.

Entrada

A entrada contém uma única linha com um inteiro P ($1 \leq P \leq 100$), indicando a quantidade de pétalas da rosa que Cino deu para Bino.

Saída

A saída consiste em uma única linha contendo o nome do campus escolhido (lembre-se de não usar acentos).

Entrada 1 1	Saída 1 Sobral
Entrada 2 5	Saída 2 Ubajara
Entrada 3 9	Saída 3 Tiangua

Problema H - Caverna de gelo

Um grupo de K amigos está preso em uma caverna de gelo frágil. A caverna possui um conjunto de L lugares, e um conjunto de C caminhos unidirecionais entre os lugares. Como o gelo é frágil, apenas uma pessoa pode atravessar um caminho por vez, e após uma pessoa atravessar um caminho, o gelo quebra, impossibilitando de outra pessoa utilizar o mesmo caminho.

Bino conseguiu o mapa da caverna e as posições iniciais de cada pessoa. Bino está posicionado na saída, e ficará dando ordem para as pessoas se moverem entre os lugares. Ajude Bino a libertar todas as pessoas da caverna fazendo o grupo andar o mínimo possível (a soma das distâncias que cada pessoa andou deve ser mínima).

Entrada

A primeira linha da entrada consiste em um inteiro N , indicando a quantidade de casos de teste. A primeira linha de cada caso de teste contém 3 inteiros, K ($1 \leq K \leq 100$), L ($1 \leq L \leq 100$) e C ($1 \leq C \leq 10000$), representando, respectivamente, a quantidade de pessoas, a quantidade de lugares e a quantidade de caminhos. Seguirão C linhas, cada uma contendo 3 inteiros, X ($1 \leq X \leq L$), Y ($1 \leq Y \leq L$), W ($0 \leq W \leq 1000000$), indicando que existe um caminho do lugar X para o lugar Y (unidirecional) de comprimento W . Seguirão K linhas, indicando os lugares iniciais de cada pessoa.

A saída, onde Bino está, é o lugar identificado pelo número L .

Saída

Caso seja impossível Bino salvar as K pessoas, imprima “Eh uma cilada Bino.”, caso contrário, imprima a menor soma possível das distâncias que cada pessoa deve percorrer para sair.

Entrada 1	Saída 1
2	Eh uma cilada Bino.
2 4 3	12
1 2 1	
1 3 1	
3 4 6	
1	
1	
3 6 14	
1 2 5	
1 3 2	
1 4 1	
1 4 2	
2 3 1	
2 6 7	
3 6 2	
3 5 2	
3 4 1	
4 3 1	
4 5 2	
4 5 5	
5 6 1	
5 6 1	
1	
1	
2	

Problema I - Cubo Mágico

Em uma escola de ensino fundamental os alunos do último ano são apaixonados por jogos de lógica e raciocínio. Na hora do intervalo, é possível ver vários deles reunidos e fazendo competições desses jogos. O mais comum nessas horas é o cubo mágico.

As pontuações nesse tipo de competição são dadas em função do tempo em segundos que os adversários levam para resolver a configuração dada na rodada. Uma ordem é definida para o jogo todo e então a rodada é iniciada. Cada jogador só começa a resolver após o anterior ter terminado. Nessa rodada, todos resolvem o mesmo embaralhamento, mas sem ver como os anteriores resolveram na sua vez. Vence o jogador que fizer mais pontos. A pontuação de cada jogador se dá da seguinte forma: se, por exemplo, o jogo é composto por 3 jogadores e o primeiro jogador leva 3 segundos para resolver, logo o segundo jogador e o terceiro ganham 3 pontos. Imediatamente após o primeiro jogador terminar o desafio, o segundo jogador começa e demora 2 segundos, então o primeiro e o terceiro jogador ganham 2 pontos. Por último naquela rodada, o terceiro jogador começa a resolver o cubo logo após o segundo terminar e leva 6 segundos, portanto o primeiro jogador e o segundo ganham mais 6 pontos cada. No final da rodada as pontuações são respectivamente 8, 9 e 5 para o primeiro, segundo e terceiro jogadores.

Se ainda houver tempo, os jogadores iniciam outra rodada. E continuam assim até o fim do intervalo o qual pode acontecer no meio de uma. Observe que por isso poder ser que nem todos os jogadores participem da última rodada.

Saber quem é o campeão seria bem fácil se os alunos tivessem um cronômetro de voltas, porém tudo que eles tem é um cronômetro que só conta o número de segundos passados desde o primeiro jogador ter iniciado na primeira rodada.

Sua tarefa é, dado os horários em cada jogador terminou de resolver o cubo, indicar a pontuação final de cada jogador.

Entrada

A primeira linha da entrada consiste em dois números inteiros N ($1 \leq N \leq 10^3$) e M ($1 \leq M \leq 10^3$) que correspondem respectivamente, ao número de marcações no cronômetro e a quantidade de jogadores. A segunda linha contém N números inteiros em ordem não decrescente que correspondem ao número de segundos transcorridos desde o início do jogo até o jogador da vez terminar sua resolução.

Saída

A saída consiste de uma linha contendo M números inteiros correspondendo a pontuação dos jogadores.

Entrada 1 3 3 3 5 11	Saída 1 8 9 5
Entrada 2 6 2 1 5 9 10 14 15	Saída 2 6 9
Entrada 3 12 3 2 5 8 10 15 23 24 27 31 37 49 50	Saída 3 39 27 34
Entrada 4 12 4 2 5 8 10 15 23 24 27 31 37 49 50	Saída 4 39 33 34 44

Problema J - Soma de Três Quadrados

Quais números podem ser representados como soma de três inteiros ao quadrado? É essa pergunta que seu programa deve responder!

O número 14, por exemplo, pode ser representado como $(-1)^2 + 2^2 + (-3)^2 = 14$ já o número 7 não pode ser representado de maneira análoga.

Entrada

A entrada é composta por uma linha com um número inteiro de valor absoluto menor ou igual a 10^6 .

Saída

Para cada linha, imprima "YES" se o número pode ser representado por uma soma de três inteiros ao quadrado, caso contrário imprima "NO".

Entrada 1 14	Saída 1 YES
Entrada 2 7	Saída 2 NO
Entrada 3 29	Saída 3 YES

Problema K - Problema sem texto

Dabriel adora escrever problemas de maratona, porém tem preguiça de escrever longos textos. Portanto, dessa vez ele será direto.

Dado um conjunto com N inteiros e um inteiro M , Dabriel quer saber se é possível escolher alguns desses números onde a soma deles seja exatamente M .

Entrada

A entrada é composta por um único caso de teste. A primeira linha de entrada contém dois inteiros N e M ($1 \leq N \leq 40, 1 \leq M \leq 10^{18}$), representando a quantidade de elementos e o valor desejado, respectivamente. Nas próximas N linhas terá um inteiro X_i ($1 \leq X_i \leq 10^{18}$) representando o valor do i -ésimo elemento do conjunto.

Saída

Caso seja possível selecionar um conjunto onde a soma seja M , você deverá imprimir "sim", caso contrário, "nao".

Entrada 1 6 10 9 3 4 5 2 7	Saída 1 sim
Entrada 2 6 1 9 3 4 5 2 7	Saída 2 nao

Problema L - Soma de subconjuntos de subarray

Será dado a você um array com N números positivos, que não são necessariamente distintos, e Q consultas, para cada uma delas, você deve responder o seguinte:

Qual o menor valor que não pode ser formado com a soma de um subconjunto de um subarray formado com elementos que estão entre os índices L e R do array original?

Por exemplo, imagine o array $[1\ 4\ 6]$. Agora uma consulta com $L = 1$ e $R = 2$, portando a porção do array analisada é o subarray $[1\ 4]$. Os únicos subconjuntos possíveis são: $[1]$, $[4]$, $[1\ 4]$, com valores iguais a 1, 4 e 5, respectivamente. Portanto o menor valor que não pode ser formado é o 2.

Entrada

A entrada é composta por um único caso de teste. A primeira linha contém dois inteiros N e Q ($1 \leq N, Q \leq 10^5$), representando a quantidade de elementos do array original e quantas consultas serão feitas, respectivamente. Na próxima linha terá N inteiros X_i ($1 \leq X_i \leq 10^9$), representando o valor elemento da i -ésima posição. Nas próximas Q linhas terão dois inteiros L e R ($1 \leq L \leq R \leq N$), que são os limites do subarray analisado, conforme descrito no texto.

Saída

Para cada consulta imprima o valor do menor elemento que não pode ser formado.

Entrada 1	Saída 1
6 6	2
1 3 2 5 4 1	2
1 1	7
1 2	12
1 3	16
1 4	17
1 5	
1 6	