

《数字图像处理》 期末试题答案 (A)

第一部分 (闭卷) 45 分钟

1、简要回答下列问题 (10 分):

(a) 试给出一个理由, 说明伪彩色图像处理的必要性

A: 人眼对色彩的敏感程度要远远高于对灰度级别的敏感程度

(b) 一彩色打印机打印出来的照片的色彩和显示器上显示的色彩不一样, 请给出至少 1 个可能的理由。

A: ①光线的色彩范围和颜料的色彩范围不同, 有些光线的颜色颜料不能表示; ②原料和工艺的差别

(c) 令图像 $f(x, y)$ 的灰度范围为 $[50, 80]$, 我们希望作一个线性变换, 使得变换后图像 $g(x, y)$ 的灰度值范围为 $[20, 180]$, 请写出 $g(x, y)$ 与 $f(x, y)$ 之间存在的变换公式。

$$A: g(x, y) = \frac{180 - 20}{80 - 50} [f(x, y) - 50] + 20 = \frac{16}{3} [f(x, y) - 50] + 20$$

(d) 一幅 256×256 的彩色图像, 若 R、G、B 三个颜色平面的强度级别均为 256, 则存储它所需的存储空间大小是多少?

A: $256 \times 256 \times 8 \times 3 = 3 \times 2^{19} = 1.5 \text{Mbits}$

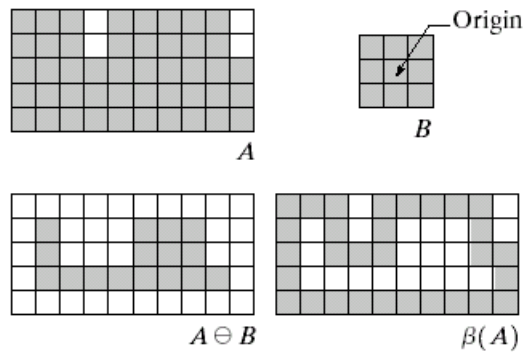
2、(7 分) 写出一个使用形态学 (Morphological) 算法提取边缘的方法, 并用该方法提取下图 A 的边缘, 给出步骤并画出结果图。



题 2 图

A: 如下图所示集合 A 的边界表示为 $\beta(A)$, 它可以通过先由 B 对 A 腐蚀, 而后用 A 减去腐蚀结果而得到, 即:

$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$



- 3、（8 分）假设一幅数字图像上带有随机加性噪声，而我们对这幅图像的拍摄信息一无所知。请设计一个方案用来判断噪声模型（简要说明步骤）。如图为一幅 16 级灰度的图像。请写出 3x3 的均值滤波器和 3x3 的中值滤波器；并给出两种滤波器对下图的滤波结果（只处理灰色区域，不处理边界）。

1	2	2	2	3
1	15	1	2	2
2	1	2	0	3
0	2	2	3	1
3	2	0	2	2

题 3 图

答：①在图像的平坦区域取一小块子图像做直方图，与已有的噪声模型作对比

②均值滤波：
$$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

中值滤波：
$$g(x, y) = \text{Median}[x_1, x_2, \dots, x_9]$$

均值滤波可以去除突然变化的点噪声，从而滤除一定的噪声，但其代价是图像有一定程度的模糊；中值滤波容易去除孤立的点、线噪声，同时保持图像的边缘。

	1	2	2	2	3
均值滤波:	1	3	3	2	2
	2	3	3	2	3
	0	2	2	2	1
	3	2	0	2	2

	1	2	2	2	3
中值滤波:	1	2	2	2	2
	2	2	2	2	3
	0	2	2	2	1
	3	2	0	2	2

4、（5 分）HSI 颜色模型中，H、S、I 三个分量各代表什么意思？用这种模型表示彩色有什么特点？

答：HSI 颜色模型中：H 表示色调，S 表示饱和度，I 表示强度（亮度）。采用 HSI 颜色模型，更符合人眼对颜色的解释。该模型可以在彩色图像中从携带的彩色信息中将色度信息（色调和饱和度）和强度信息的分量分开。因此，该模型对于开发基于色彩描述的图像处理方法是一个较好的工具。

5、（10 分）假定你有两张相隔八个月拍摄的两个病人的胸部 X 光片。两张胶片都显示有一小瘤，该小瘤也许是良性的，也许是恶性的。小瘤的大小和密度在八个月期间都发生了变化，但仅凭视觉检查，放射学家不能肯定小瘤是变得更坏或更好了。下面是每幅图像的包含有小瘤的同一块区域的直方图。在胶片上，低灰度级代表黑色。问下列两组图像中的小瘤是变大还是变小？密度是变得更高还是更低？（记住 X 射线是负图像，越密的物体亮度越高。）

[一月]

[0 500 8000 500 100 100 200 300 200 100 0 0 0 0 0]

[八月]

[0 500 8000 500 100 0 0 100 200 300 200 100 0 0 0]

假设另一病人的相应直方图如下：

[四月]

[0 0 0 500 5000 500 200 100 100 200 300 200 100 0 0]

[十二月]

[0 0 0 500 5250 500 200 100 100 150 200 150 50 0 0]

答：（1）对第一个病人表示瘤的像素总数为

一月份： $S_1=100+200+300+200+100=900$

八月份： $S_8=100+200+300+200+100=900$

由此可见瘤的大小不变

肿瘤所在区域的灰度平均值为：

一月份： $f_1=(100*5+200*6+300*7+200*8+100*9)/900=7$

八月份： $f_8=(100*7+200*8+300*9+200*10+100*11)/900=9$

由此可见肿瘤密度变高

(2) 对第二个病人表示瘤的总像素数为

四月： $S_4=100+200+300+200+100=900$

十二月：， $S_{12}=100+150+200+150+50=650$

推断肿瘤变小

肿瘤所在区域的灰度平均值为

四月： $f_4=(100*8+200*9+300*10+200*11+100*12)/900=10$

十二月： $f_{12}=(100*8+150*9+200*10+150*11+50*12)/900=9.85$

肿瘤密度变低

第二部分（开卷）75 分钟

1、（10 分）回答下列问题

- (a) 解释图像的“空间分辨率”和“灰度分辨率”的含义（参考答案：空间分辨率是图像在单位面积内像素的个数，表示了图像的空间细节分辨能力；灰度分辨率指的是在纯黑和纯白之间灰度级别的多少，指的是图像对灰度变化细节的分辨能力）
- (b) 什么是直方图均衡化(Histogram Equalization)? 它的目的是什么?（参考答案：图像的直方图反映了图像的明暗程度以及对比强度。对比度适中的图像通常具有均匀分布的直方图。直方图均衡化的目的是通过变换使得变换后的图像具有分布均衡的直方图，即输出的图像在每个灰度级别具有相对平均的像素点数。）
- (c) 给出一种边缘提取的方法（参考答案：用 Laplace 算子在空间域对图像滤波）
- (d) 不同彩色的色调 (Hue) 是否一定不同?（答案：不是）

- 2、（10 分）如果用掩模矩阵 $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ 对 $N \times N$ 的图像 $f(x, y)$ 做滤波，请写出在频谱域滤波的等价滤波器。

答案：设用上述掩模对图像 $f(x, y)$ 滤波后的图像为 $g(x, y)$ ，则

$$g(x, y) = 5f(x, y) - [f(x-1, y) + f(x+1, y) + f(x, y-1) + f(x, y+1)]$$

两边作 Fourier 变换并利用平移性质，有

$$\begin{aligned} G(u, v) &= 5F(u, v) - [F(u, v)\exp(j2\pi u/N) + F(u, v)\exp(-j2\pi u/N) \\ &\quad + F(u, v)\exp(j2\pi v/N) + F(u, v)\exp(-j2\pi v/N)] \\ &= 5F(u, v) - 2F(u, v)[\cos(2\pi u/N) + \cos(2\pi v/N)] \\ &= F(u, v)[5 - 2\cos(2\pi u/N) - 2\cos(2\pi v/N)] \\ &= F(u, v)H(u, v) \end{aligned}$$

所以，在频谱域所给掩模对应的滤波器应为：

$$H(u, v) = 5 - 2\cos(2\pi u/N) - 2\cos(2\pi v/N)$$

- 3、（10 分）设 $f(x, y)$ 是原图像， $g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y)$ 是带随机噪声 $\eta(x, y)$ 的图像。给定逆谐波滤波器的滤波公式：

$$\hat{f}(x, y) = \frac{\sum_{(s, t) \in S_{xy}} g(s, t)^{Q+1}}{\sum_{(s, t) \in S_{xy}} g(s, t)^Q}$$

试说明为什么当参数 $Q > 0$ 时，能够去除椒噪声（孤立黑点），而对盐噪声（孤立白点）无效（甚至更糟）。

答案：该题允许学生举例说明，要点是说明椒噪声是灰度值很小的点，周围应该是灰度值较大的点，因此在滤波公式中椒噪声点的灰度值不起作用。下面是参考答案（只取第一项）：

逆谐波均值滤波器即为一个加权均值滤波器，像素 (s, t) 的权值为

$$g(s, t)^Q / \sum_{(s, t) \in S_{xy}} g(s, t)^Q$$

由于对 (x, y) 的邻域 S_{xy} , $\sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s,t)^Q$ 是常数。因此, 像素 (s,t) 的权值的大

小取决于 $g(s,t)^Q$:

- (1) 当 $Q>0$ 时, 滤波器掩模下各像素若灰度值 $g(s,t)$ 越大权值 $g(s,t)^Q$ 越大, 对滤波结果的贡献越大; 相反若灰度值 $g(s,t)$ 越小权值 $g(s,t)^Q$ 则越小, 对滤波结果的贡献越小; 特别地当 $g(s,t)=0$ 时, 其贡献也为零, 滤波的结果将由其他像素的加权平均决定。所以当 $Q>0$ 时, 对胡椒噪声有效。
- (2) 当 $Q<0$ 时, 滤波器掩模下各像素的灰度值 $g(s,t)$ 越大, 则其权值 $g(s,t)^Q$ 越小, 对滤波结果的贡献越小; 相反若灰度值 $g(s,t)$ 越小权值 $g(s,t)^Q$ 则越大, 对滤波结果的贡献越大。所以当 $Q<0$ 时, 对去除盐噪声有效。
- (3) 由 (1) 和 (2) 可知, 如果选错 Q 的符号, 例如图像中的噪声为盐噪声, 而此时选择了 $Q>0$, 则滤波器中权值随掩模下灰度级增加而增加, 而盐噪声为白色灰度级极大, 所以这种情况下盐噪声对滤波器结果的贡献很大, 从而没有起到去除噪声的目的, 反而将盐噪声带入了相邻的其他像素上, 使得结果更糟; 反之若图像中的噪声为胡椒噪声, 而选择了 $Q<0$, 胡椒噪声的灰度级为 0 或者接近 0, 其权值将很大, 对滤波的结果贡献很大, 因此不能去除噪声。

4、(10 分)考虑色度图中的两个颜色 c_1 和 c_2 , 它们在色度图中的坐标分别为

(x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) 。假设另一种颜色 c 在这两种颜色的连线上 (即颜色 c 可以由颜色 c_1 和 c_2 的线形组合产生), 其坐标为 (x_0, y_0) 。推导出通用公式, 给出颜色 c 中两种颜色 c_1 和 c_2 各占的百分比。

答: 颜色 c 中 c_1 所占的比例与 c 到 c_1 的距离成反比, 其通用表达式为:

$$\lambda(c_1) = 1 - \frac{d(c, c_1)}{d(c_1, c_2)} = \frac{d(c, c_2)}{d(c_1, c_2)} = \frac{\sqrt{(x_0 - x_2)^2 + (y_0 - y_2)^2}}{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}}$$

同样颜色 c 中 c_1 所占的比例的通用表达式为:

$$\lambda(c_2) = 1 - \frac{d(c, c_2)}{d(c_1, c_2)} = \frac{d(c, c_1)}{d(c_1, c_2)} = \frac{\sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2}}{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}}$$

5、（10 分）下面是一幅 8×8 的灰度图像，灰度级别是 16。请给写出下列图像的规范化直方图（Normalized Histogram）并计算这幅图像的熵（Entropy）。

1	1	2	2	3	3	4	4
1	1	2	2	3	3	4	4
5	5	6	6	7	7	8	8
5	5	6	6	7	7	8	8
9	9	10	10	11	11	12	12
9	9	10	10	11	11	12	12
13	13	14	14	15	15	0	0
13	13	14	14	15	15	0	0

答：规范化直方图

r_k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$p(r_k)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

该图像的熵 $e_1 = -\sum_{k=0}^{L-1} p(r_k) \log_2 p(r_k) = -16 \cdot \frac{1}{16} \log_2 \frac{1}{16} = 4$

6、（10 分）1) 简述频率域频谱图像与图像空间特征的联系；2) 图 1 是经过中心化的频谱图，指出两个箭头所指区域分别对应原空间图像的哪些信息；3) 图 2 是一个频率域滤波器的强度图像，请指出是低通还是高通滤波器。

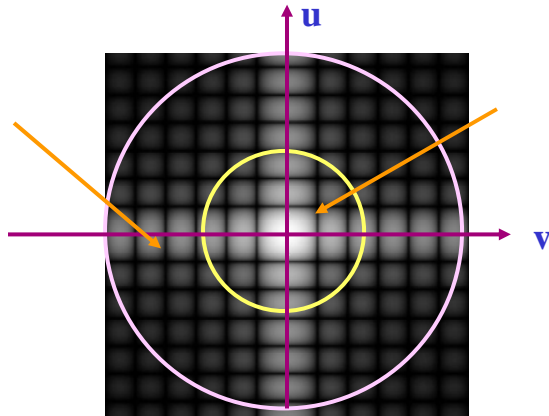


图 1



图 2

答：(1) 傅里叶变换的频率分量和图像空间特征之间的联系：

(a) 图 1 的中心点($u=v=0$)对应与相应空间域图像的平均灰度或背景灰度；

(b) 当从变换的原点移开时，图 1 中低频信息对应着图像的慢变化分量，如图像的平滑部分；

(c) 进一步离开原点时，较高的频率对应图像中变化越来越快的灰度级，如边缘或噪声等尖锐部分。

(2) 图 1 中左边箭头所指区域为较高频率对应图像中变化较快的部分，如边缘、细节、噪声等，其亮度表示了图像中这部分成分的多少；右边箭头所指区域为较低频率对应图中变化较慢的分量，如图像的大体轮廓、背景等平滑部分，其亮度也表明了这部分成分的多少。

(3) 图 2 所表示的滤波器为低通滤波器。