

《数字图像处理》 期末试题 (A 卷) 参考答案

Part I (Close book exam) 45min

1. (16 分) 简答题

1) HSI 彩色模型中, H、S 和 I 分别代表什么?

答: 色调 H(Hue): 与光波的波长有关, 它表示人的感官对不同颜色的感受, 如红色、绿色、蓝色等, 它也可表示一定范围的颜色, 如暖色、冷色等。

饱和度 S(Saturation): 表示颜色的纯度, 纯光谱色是完全饱和的, 加入白光会稀释饱和度。饱和度越大, 颜色看起来就会越鲜艳, 反之亦然。

强度 I(Intensity): 对应成像亮度和图像灰度, 是颜色的明亮程度。

2) 图像增强和图像复原的区别?

答: 图像增强的首要目标是处理图像, 使其比原始图像更适合于特定应用。例如使图像的对比度增加等。图像复原利用退化现象的先验知识来重建或复原被退化的原始图像。图像增强主要是一个主观过程, 而图像复原的大部分过程是一个客观过程。

3) 简述频率域滤波的步骤。

答: a) 用 $(-1)^{x+y}$ 乘以输入图像来进行中心变换; (可选步骤)

b) 计算图像的傅立叶变换, $F(u, v)$;

c) 用滤波器函数 $H(u, v)$ 乘以 $F(u, v)$;

d) 计算 c) 结果的反傅立叶变换;

e) 取 d) 结果的实部;

f) 用 $(-1)^{x+y}$ 乘以 e) 结果。(若在傅立叶变换前进行了中心变换, 则进行这步, 否则不用此步)。

4) 一种高清电视格式为 1080p24, 其分辨率为 1920×1080 像素, 帧率为 24 帧每秒。

如果每个像素用 24 位表示 (R、G、B 各 8 位), 那么 2 个小时的没有经过压缩的

高清视频需要多少 G 字节的存储空间?

答: 每帧的位数为: $n_b = 24 \times 1920 \times 1080 = 49766400$ bits/frame

两小时总的帧数为: $n_f = 24 \times (60 \times 60 \times 2) = 172800$ frames

而 1G 字节为 8×2^{30} bits

那么视频存储量为:

$$\begin{aligned} s &= n_b \times n_f \quad \text{bits} \\ &= \frac{49766400 \times 172800}{8 \times 2^{30}} \text{ GB} \\ &= 1001.13 \text{ GB} \end{aligned}$$

2. (5 分) 令 $V = \{0, 1\}$ 并计算 p 和 q 间的 4-, 8-, 和 m-通路的最短长度。如果在两点间不

存在这样的通路，请解释原因。

	3	2	2	1	(q)
	2	2	0	2	
	1	2	1	1	
(p)	1	0	1	2	

答：

- a) p 、 q 之间不存在 4 通路，因为 q 的 4 邻域中没有一个值属于 V
- b) p 、 q 之间的最短 8-通路为： $p = (3; 0); (3; 1); (2; 2); (1; 2); (0; 3) = q$ ，因此最短 8 通路长度为 4.
- c) p 、 q 之间的最短 m 通路为： $p = (3; 0); (3; 1); (3; 2); (2; 2); (1; 2); (0; 3) = q$ ，因此最短 m 通路长度为 5.

3. (6 points) 使用下面的滤波器对如下 4x4 大小的图像进行滤波

1	2	4	5
5	2	5	2
1	1	3	6
2	4	6	7

- a) 3×3 的加权均值滤波（边界采用补 0 处理）

$$w = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

- b) 3×3 中值滤波器（不处理边界）

	1	2	3	2	
	2	3	4	3	
答： a)	2	3	4	4	b)
	1	2	4	3	2 3
					3 4

4. (8 分) CCD 中一个像素点通常只能记录 R、G、B 三个色彩通道中的一个通道的值。另外两个通道的值需要通过插值得到。假设 CCD 的布局如下所示，给出一个简单的线性滤波方法对没有每个像素点的其他两个颜色值进行插值。

G	B	G	B	G	...
R	G	R	G	R	...
G	B	G	B	G	...
R	G	R	G	R	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋱

答：首先对没有采集到对应颜色的像素补 0，这样得到 3 个颜色通道的图像分别为：

$$\begin{array}{cccccc}
G & 0 & G & 0 & G & \dots \\
0 & G & 0 & G & 0 & \dots \\
f_G: G & 0 & G & 0 & G & \dots \\
0 & G & 0 & G & 0 & \dots \\
\vdots & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
R & 0 & R & 0 & R & \dots \\
f_R: 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
R & 0 & R & 0 & R & \dots \\
\vdots & & & & & \\
0 & B & 0 & B & 0 & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
f_B: 0 & B & 0 & B & 0 & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
\vdots & & & & &
\end{array}$$

然后对图像三个颜色通道分别通过如下线性滤波的方法进行插值:

$$\begin{aligned}
g_R &= f_R * w_R \\
g_G &= f_G * w_G \\
g_B &= f_B * w_B
\end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned}
w_R &= w_B = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \\
w_G &= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

5. (5 分) 形态学操作.

1) 用 B 对图像 A 进行膨胀操作.

2) 用 B 对图像 A 进行腐蚀操作.

(B 中心为下划线位置.)

$$\begin{array}{cccccccc}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
A \quad 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}
\qquad
\begin{array}{ccc}
0 & 1 & 0 \\
B \quad 1 & \underline{1} & 1 \\
0 & 1 & 0
\end{array}$$

0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 答: a)膨胀的结果: 1 1 1 1 1 1 1 1 b)腐蚀的结果 0 0 0 1 1 0 0 0
 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 0 0
 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Part II (Open book exam) 75min

1. (10 分) 计算下图的二维傅立叶变换

$$\begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 2 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix}$$

答: 二维傅立叶变换公式为:

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

在这里 $M=N=4$, 因此,

$$\begin{aligned}
 F(0, 0) &= \frac{1}{16} \sum_{x=0}^3 \sum_{y=0}^3 f(x, y) e^{-j2\pi(0x/4 + 0y/4)} \\
 &= \frac{1}{16} (1 + 0 + \dots + 2 + \dots + 1 + \dots) = 1/4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F(0, 1) &= \frac{1}{16} \sum_{x=0}^3 \sum_{y=0}^3 f(x, y) e^{-j2\pi(0x/4 + y/4)} \\
 &= -1/8
 \end{aligned}$$

.....

$$F(u, v) = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & -1 \\ -j & 1+j & -j & 1+j \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ j & 1-j & j & 1-j \end{pmatrix}$$

2. (10 分) 对上题的图像使用下面的频率域滤波器进行滤波, 计算结果图像。

$$H = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

答:

$$\begin{aligned}
 G(u,v) &= F(u,v)H(u,v) \\
 &= \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & -1 \\ -j & 1+j & -j & 1+j \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ j & 1-j & j & 1-j \end{pmatrix} \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 &= \frac{1}{32} \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

反傅立叶变换

$$\begin{aligned}
 g(x,y) &= \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} G(u,v) e^{j2\pi(ux/M + vy/N)} \\
 &= \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

3. (12 分) Histogram Equalization

a) 对下面直方图进行均衡化. (r =Gray level, n =number of occurrences)

r	0	1	2	3	4	5	6	7
n	400	700	800	900	500	400	196	200

答:

r	0	1	2	3	4	5	6	7
n	400	700	800	900	500	400	196	200
p_k	0.098	0.171	0.195	0.220	0.122	0.098	0.048	0.048
	0.098	0.269	0.464	0.684	0.806	0.904	0.952	1
s_k	1	2	3	5	6	6	7	7

b) 对上面直方图进行直方图规定化到如下直方图 (r =Gray level, p =probability of occurrences)

r	0	1	2	3	4	5	6	7
p	0.05	0.05	0.1	0.1	0.15	0.2	0.25	0.1

在直方图规定化中,我们要将输入图像转换成符合指定直方图的输出图像。分两步:
首先对输入图像直方图均衡化,然后在转化到指定直方图。

第一步上一题已经完成了。接下来求变换 $z = G^{-1}(s)$, 其中 $G(z)$ 为:

Z	0	1	2	3	4	5	6	7
p	0.05	0.05	0.1	0.1	0.15	0.2	0.25	0.1
$s_k = G(z_k)$	0.05	0.10	0.2	0.3	0.45	0.65	0.9	1

接下来, 对每一个 s_k 查找最近的 S'_k

r_k	0	1	2	3	4	5	6	7
s'_k	0.098	0.269	0.464	0.684	0.806	0.904	0.952	1
closest s_k	0.10	0.3	0.45	0.65	0.9	0.9	1	1
z_k	1	3	4	5	6	6	7	7

4. (10 分) 给定逆谐波滤波器

$$\hat{f}(x, y) = \frac{\sum_{(s, t) \in S_{xy}} g(s, t)^{Q+1}}{\sum_{(s, t) \in S_{xy}} g(s, t)^Q}$$

试说明为什么当参数 $Q > 0$ 时，能够去除椒噪声（孤立黑点），而对盐噪声（孤立白点）无效（甚至更糟）。

答案：该题允许学生举例说明，要点是说明椒噪声是灰度值很小的点，周围应该是灰度值较大的点，因此在滤波公式中椒噪声点的灰度值不起作用。下面是参考答案：

逆谐波均值滤波器即为一个加权均值滤波器，像素 (s, t) 的权值为

$$g(s, t)^Q / \sum_{(s, t) \in S_{xy}} g(s, t)^Q$$

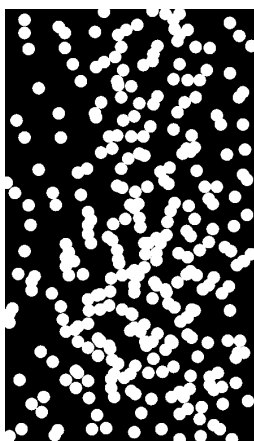
由于对 (x, y) 的邻域 S_{xy} ， $\sum_{(s, t) \in S_{xy}} g(s, t)^Q$ 是常数。因此，像素 (s, t) 的权值的大

小取决于 $g(s, t)^Q$ ：

当 $Q > 0$ 时，滤波器掩模下各像素若灰度值 $g(s, t)$ 越大权值 $g(s, t)^Q$ 越大，对滤波结果的贡献越大；相反若灰度值 $g(s, t)$ 越小权值 $g(s, t)^Q$ 则越小，对滤波结果的贡献越小；特别地当 $g(s, t) = 0$ 时，其贡献也为零，滤波的结果将由其他像素的加权平均决定。所以当 $Q > 0$ 时，对胡椒噪声有效。

5. (10 分) 在显微镜图像的一个应用中，是分离如下图所示的单独颗粒。假设所有的颗粒具有相同的大小，提出一种形态学方法产生 3 幅图像：

- 1) 仅与图像边界融合在一起的颗粒；
- 2) 彼此交叠的颗粒；
- 3) 未交叠在一起的颗粒。



答：

- 1) 首先把图像的边界上所有像素值设为与颗粒相同的灰度（白色），应用提取连通分量的方法，提取与边界相连的所有像素，即得到与边界融合在一起的颗粒。
- 2) 原始图像减去 1) 和 3) 的结果， 或者去掉所有面积大于一个颗粒的连通区域和与边界融合在一起的颗粒；
- 3) 利用击中击不中(hit-or-miss)变换可以找到所有未交叠（孤立的）的颗粒。（答题时应更具体一点，要说明击中击不中变换的步骤及结构元素的选取）

6. (10 分) 给定一幅图像，其灰度概率分布为 $p_r(r) = Ae^{-r}$ ，其中 $r \in [0, b]$ 为灰度变化范围，A 为归一化因子；对该图像用函数 $s = T(r)$ 进行灰度变换后，其灰度概率分布为 $p_s(s) = Bse^{-s^2}$ ，其中 $s \in [0, b]$ 为灰度变化范围，B 为归一化因子。试计算灰度变换函数 $s = T(r)$ 的表达式。

答：根据灰度变换的特性有：

$$p_r(r)dr = p_s(s)ds$$

则

$$Ae^{-r}dr = Bse^{-s^2}ds$$

则有

$$\int Ae^{-r}dr = \int Bse^{-s^2}ds$$

解得

$$s = T(r) = \sqrt{-\ln \left[1 - \frac{2A}{B}(1 - e^{-r}) \right]}$$