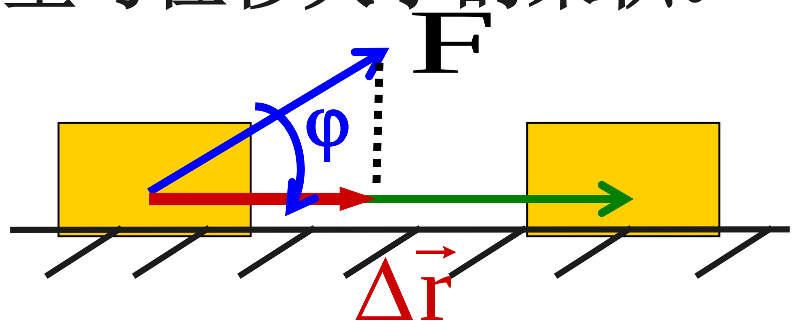
第二章　守恒定律

一、力对空间的积累效应

1 、功(work)　　单位：J 焦耳

——力在质点位移方向的分量与位移大小的乘积。



恒力的功

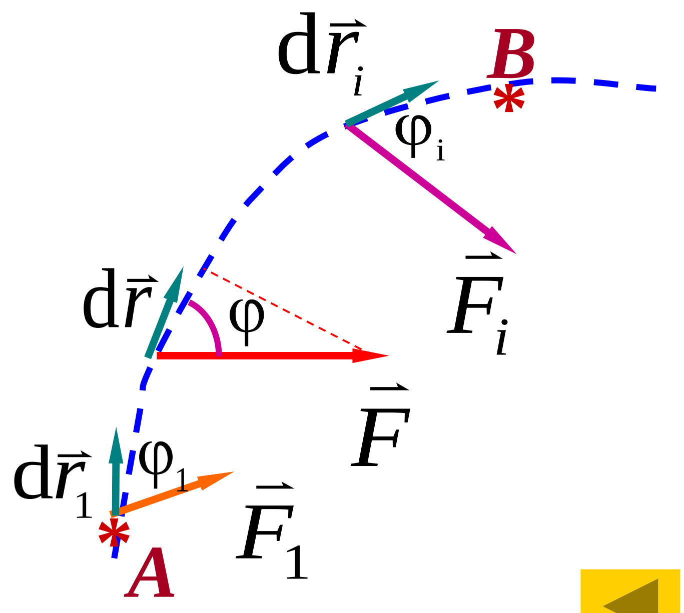
$$A = |\vec{F}||\Delta\vec{r}|\cos\varphi$$

$$= \vec{F}\cdot\Delta\vec{r}$$

变力的功

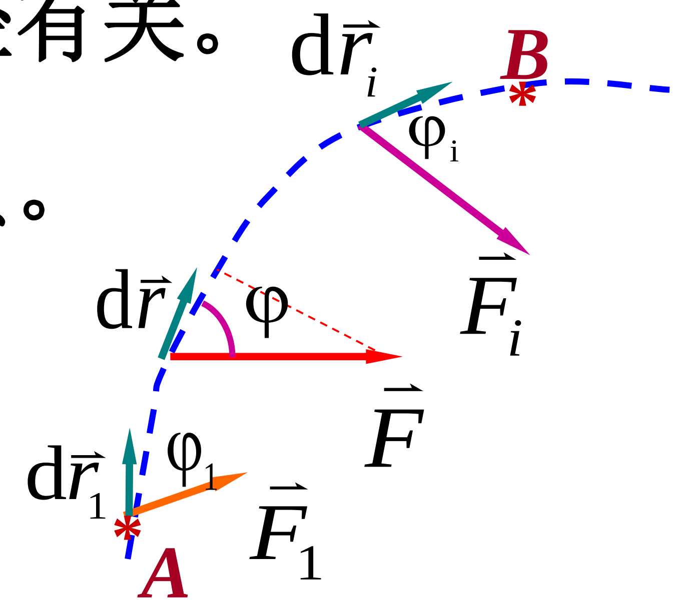
$$dA = \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

$$A = \int dA = \int_a^b \vec{F}\cdot d\vec{r}$$



注意： 1、功是过程量，与路径有关。

2、功是标量，但有正负。



$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$0 < \varphi < 90^{0}, \quad dA > 0$$

$$90^{0\circ} < \varphi < 180^{0}, \quad dA < 0$$

$$\varphi = 90^{0} \qquad \vec{F} \perp d\vec{r} \Rightarrow dA = 0$$

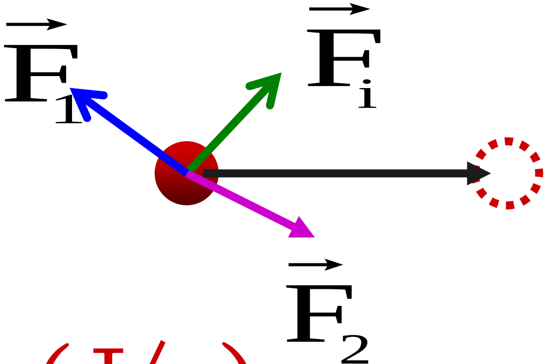
它的正负反映了力在物体运动中所扮演的角色。

负功也常被说成质点在运动中克服力 $\vec{F}$ 做了功

合力的功 $A = \int_a^b \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_a^b \sum_i \vec{F}_i \cdot d\vec{r}$

$$= \sum_i \int_a^b \vec{F}_i \cdot d\vec{r}$$

$$= \sum_i A_i$$



功率（power） 单位：W 瓦特（J/s）

——力在单位时间内所作的功

$$P = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F}\cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

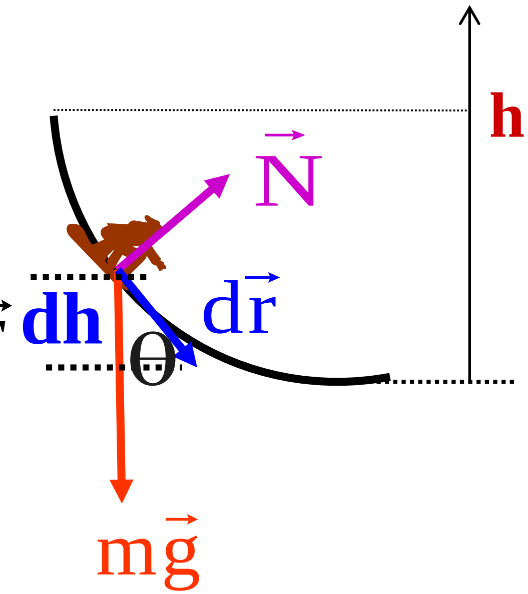
例1、滑雪运动员的质量为m，沿滑雪道下滑了高度h，忽略他所受的摩擦力，求在这一过程中他所受得合外力做的功。

解： $\vec{F} = \vec{N} + m\vec{g}$

$$A_{ab} = \int \vec{F}\cdot d\vec{r} = \cancelto{0}{\int_a^b \vec{N}\cdot d\vec{r}} + \int_a^b m\vec{g}\cdot d\vec{r}$$

$$= \int_a^b mg\left|d\vec{r}\right|\cos\theta$$

$$= \int_h^0 mg(-dh) = mgh$$



重力的功与下滑高度有关，与滑过路程无关

例2、质点m，在xoy平面上运动，其位置矢量为：

$$\vec{r} = a\cos\omega t\,\vec{i} + b\sin\omega t\,\vec{j}$$

（a、b、ω为正值常数，a > b），求质点从A (a，0)点运动到B(0， b)点的过程中力所做的功。

解：
$$\vec{F} = m\vec{a} = m(a_x\vec{i} + a_y\vec{j})$$

$$= -ma\omega^2\cos\omega t\,\vec{i} - mb\omega^2\sin\omega t\,\vec{j}$$

$$= -m\omega^2\vec{r} \quad (= F_x\vec{i} + F_y\vec{j})$$

$$A = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} \quad (d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j})$$

$$A=\int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r}=-m\omega^2\int_A^B(a\cos\omega t dx+b\sin\omega t dy)$$

$$=-m\omega^2\int_A^B(xdx+ydy)$$

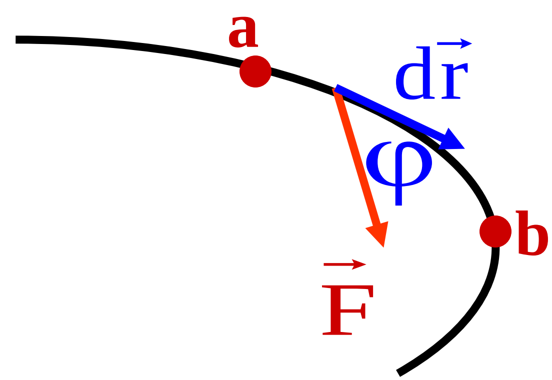
$$A_x=-\int_a^0 m\omega^2 xdx=\frac{1}{2}ma^2\omega^2$$

$$A_y=-\int_0^b m\omega^2 ydy=-\frac{1}{2}mb^2\omega^2$$

$$A=A_x+A_y=\frac{1}{2}ma^2\omega^2-\frac{1}{2}mb^2\omega^2$$

2、动能定理

——合外力对质点所作的功等于质点动能的增量。



$$A_{ab} = \int_a^b \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_a^b \left|\vec{F}\right| \cos\varphi \left|d\vec{r}\right|$$

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

$$= \int_a^b F_r \left|d\vec{r}\right| = \int_a^b m a_t \left|d\vec{r}\right|$$

$$\left|d\vec{r}\right| = vdt$$

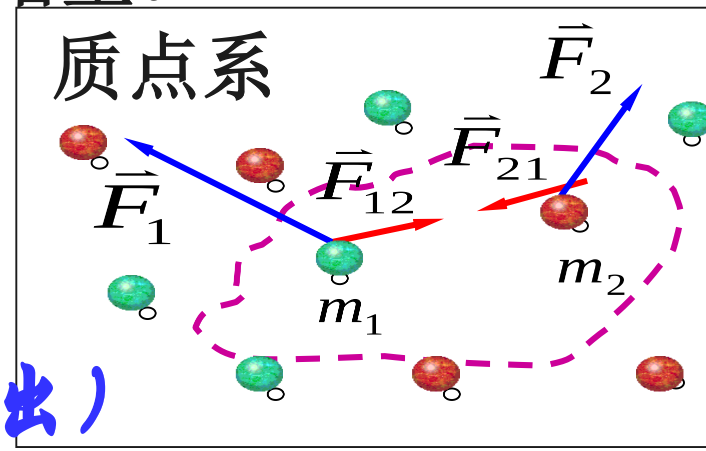
$$A_{ab} = m\int_{v_a}^{v_b} \frac{dv}{dt} vdt = m\int_a^b vdv$$

$$= \frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{1}{2}mv_a^2$$

动能

3、质点系的动能定理

——所有外力对质点系做的功和内力对质点系做的功之和等于质点系总动能的增量。



$$A_{外}+A_{内}=\sum E_{kib}-\sum E_{kia}$$

(1) 适用惯性系（牛顿定律导出）

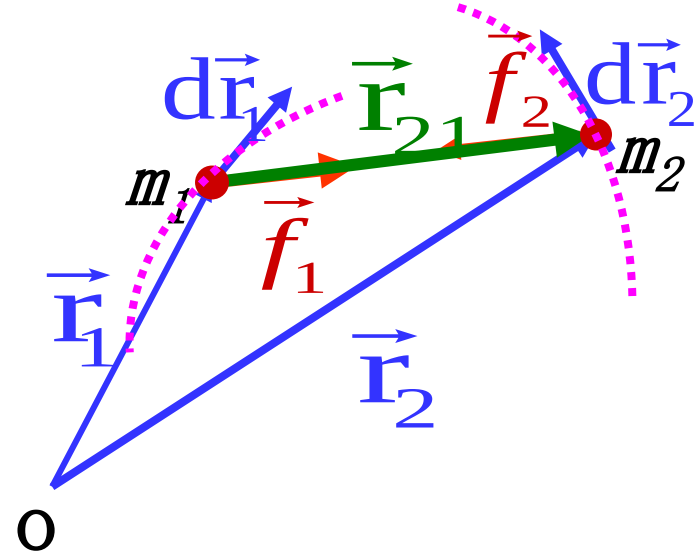
$(\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21})$

(2) 符合相对性原理

—在不同的惯性系中具有相同的形式

(3) 内力能改变系统的总动能（爆炸物的飞溅）

一对内力的功



$$dA = \vec{f}_1 \cdot d\vec{r}_1 + \vec{f}_2 \cdot d\vec{r}_2$$

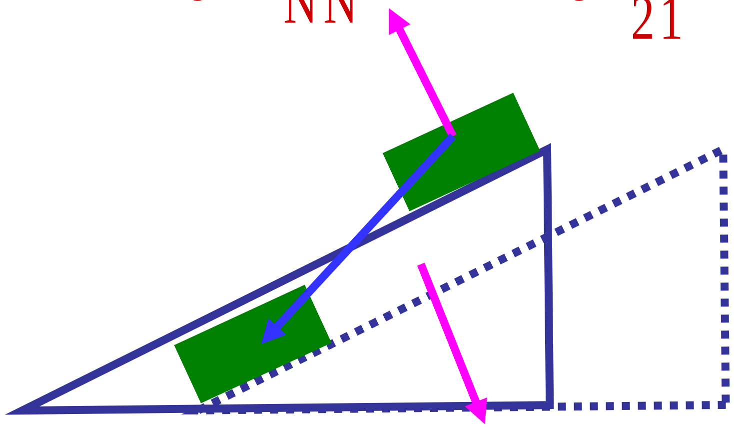
$$\because \quad \vec{f}_1 = -\vec{f}_2$$

$$\therefore \quad dA = \vec{f}_2 \cdot (d\vec{r}_2 - d\vec{r}_1) = \vec{f}_2 \cdot d(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

$$\because \quad \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r}_{21}$$

$$\therefore \quad dA = \vec{f}_2 \cdot d\vec{r}_{21}$$

$$dA_{NN'} = \vec{N} \cdot d\vec{r}_{21} = 0$$



一对摩擦力的功？