第十章　决策学概论

决策的定义：

决策的要素：

1、决策主体：人

2、决策目标：

3、决策对象：政治、军事、经济、文化、艺术、科技

4、决策环境：

决策的原则：

1、最优化原则　最优　次优　“满意”原则

2、系统原则：

3、信息准全原则：决策前
决策后　反馈　调节

4、可行性原则：技术　经济　社会效益

5、集团决策原则

决策的分类：

按决策问题的性质：战略、战术

按决策问题是否重复出现：程序化、非程序化

按决策时掌握的信息：确定型、风险型、不确定型

按目标的多少：单目标、多目标

按决策变量的性质：静态、动态

决策的基本过程：

确定决策目标；

拟定备选决策方案；

方案评选；

方案实施。

决策的发展趋势：

1、常规决策走向规范化、程序化

2、由传统的个人决策向现代的集体决策发展

3、定性决策向定量发展

4、由单目标向多目标发展

5、战略决策向中期或远期发展

第一节　不确定型决策技术

例：某企业生产一种新产品，有三种推销策略D_1, D_2, D_3，未来市场可能有畅销，一般，滞销三种状态，但各种状态的发生概率未知。估计未来市场的各种盈利和亏损情况如下，试判断采用哪种推销策略。

获利 市场 策略	市场情况		
	畅销	一般	滞销
D_1	60	10	-6
D_2	30	25	0
D_3	10	10	10

1、PERT决策法：

$$E(D_1)=\frac{60+4\times10-6}{6}=15.7$$

$$E(D_2)=\frac{30+4\times25+0}{6}=21.66$$

$$E(D_3)=\frac{10+4\times10+10}{6}=10$$

$$\max\{E(D_i)\}=E(D_2)$$

$\therefore$ 最优策略是D_2

2、乐观系数决策法

给定乐观系数α

$$E(D_i) = \alpha \times 最高获益 + (1-\alpha) \times 最低获益$$

若取$\alpha = \dfrac{2}{3}$,则

$$E(D_1) = \frac{2}{3} \times 60 + \frac{1}{3} \times (-6) = 38$$

$$E(D_2) = \frac{2}{3} \times 30 + \frac{1}{3} \times 0 = 20$$

$$E(D_3) = \frac{2}{3} \times 10 + \frac{1}{3} \times 10 = 10$$

$$\max\left\{E(D_i)\right\} = E(D_1)$$

$\therefore D_1$最优

3、最大最小收益法　（悲观）

$$\max\{-6, 0, 10\} = 10$$

$\therefore D_3$最优

4、最小最大后悔值

分畅销，一般，滞销三种情况考虑

计算后悔值：

	畅	一	滞	最大后悔
D_1	0	15	16	16
D_2	30	0	10	30
D_3	50	15	0	50

$\therefore D_1$最优

第二节　风险型决策技术

一、损益矩阵法：　EMV

设一个风险决策问题共有m个方案，分别用B_1，$B_2,\cdots$，B_m表示；若有n个自然状态W_1，$W_2,\cdots$，W_n，各自然状态发生概率为$P_j, j=1,2,\cdots,n$。第i个方案B_i在第j个自然状态W_j下的损益值为a_{ij}。用$E(B_i)$表示第i个方案B_i的期望损益。

令：$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$　$E(B)=\begin{pmatrix} E(B_1) \\ \vdots \\ E(B_m) \end{pmatrix}$　$P=\begin{pmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_N \end{pmatrix}$

有：$E(B)=A\cdot P$

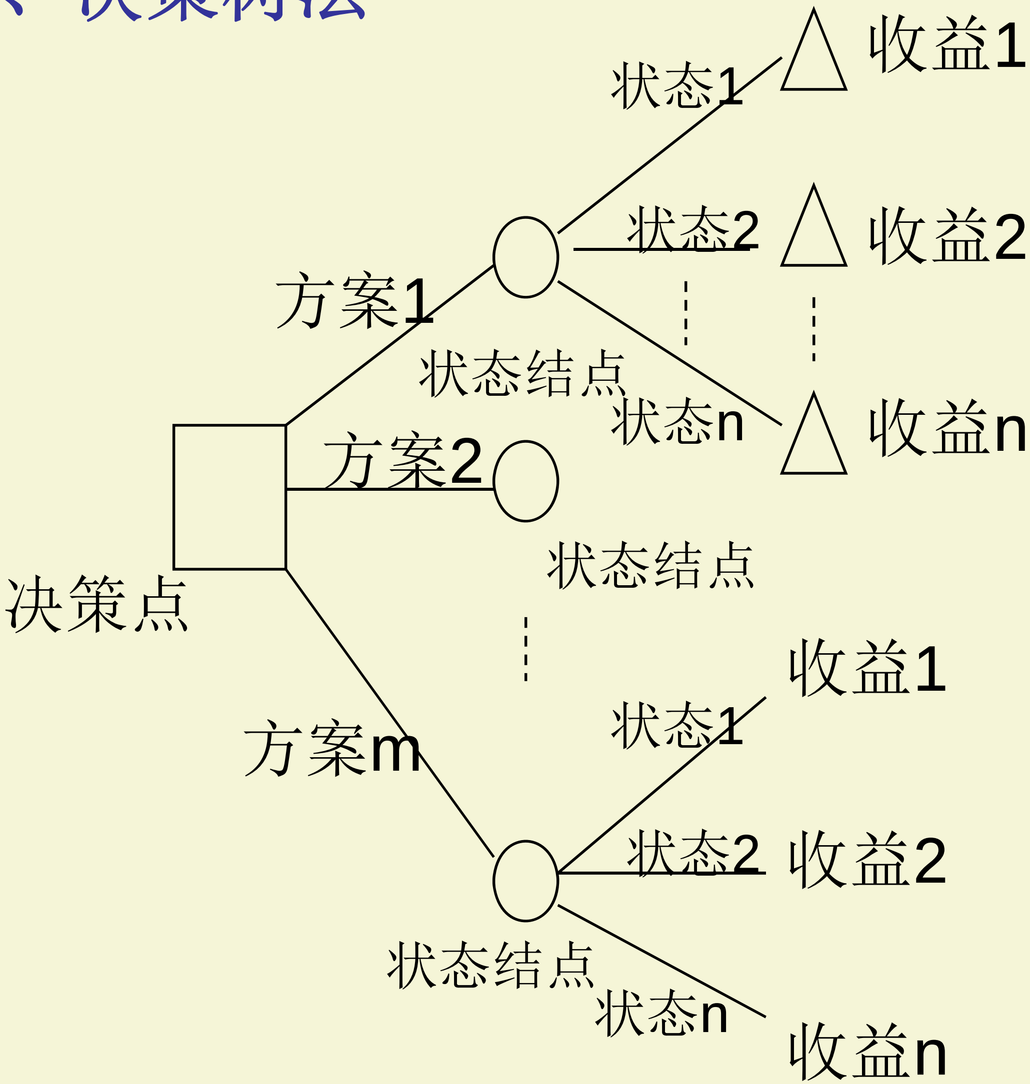
在$E(B)$的各分量中选出最大的一个分量，该分量对应的方案就是最佳方案。

例：某企业拟确定某种产品下季度的生产计划。共有四种方案，在畅销，一般，滞销三种销售状态下的利润如表。若下一季度市场销售情况为畅销，一般，滞销的概率为0.3，0.4，0.3，试确定最佳生产方案。

	W_1	W_2	W_3	$E(B_i)$
	0.3	0.4	0.3	
B_1	2	1.5	1	1.5
B_2	2.8	2	1	1.94
B_3	3.2	2	0	1.76
B_4	3.6	1.8	-1.0	1.50

$\therefore B_2$最优

二、决策树法

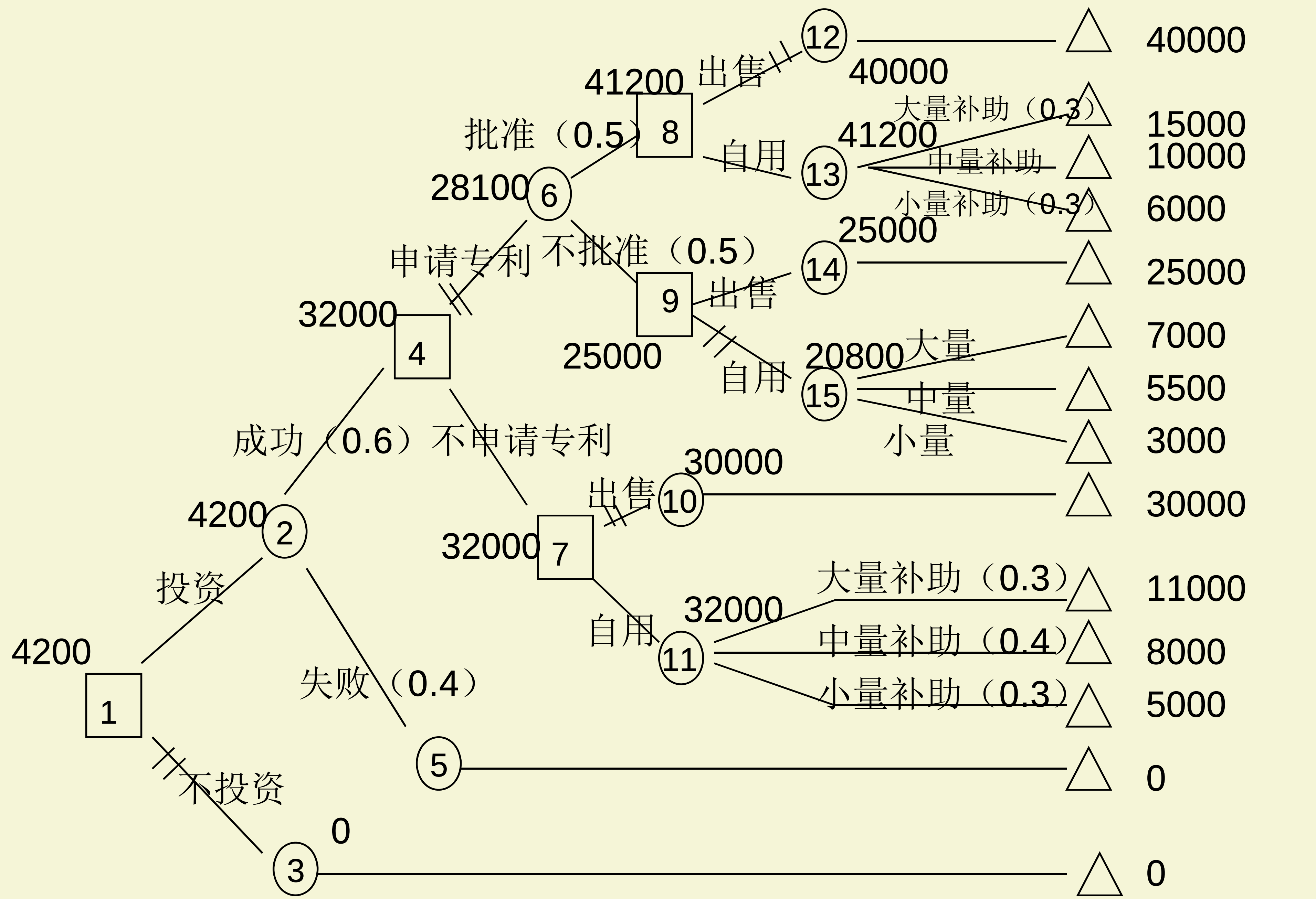

状态1
收益1
状态2
收益2
方案1
状态结点
状态n
收益n
方案2
状态结点
决策点
收益1
状态1
方案m
状态2
收益2
状态结点
状态n
收益n

例：某化工厂考虑是否要投资15000元开发一种处理工业废料的新工艺。如开发，可望有60%的机会成功，获成功，可申请专利，专利申请费为5000元，获批准的机会是50%。如试验成功，不管专利是否被批准，工厂都有自用还是出售这种工艺的选择。在使用中，这种新工艺可望在4年内有利可图，获利大小，受能否取得专利权，受该工序本身的性能，受政府的补助的影响，政府补助可分大量、中等及少量3种，各种情况下的条件利润如下：试确定最佳生产方案。

(1) 出售权利的收益：批准专利权时，可得40000元；未批准专利权时，可得25000元；不申请专利权时，可得30000元。

(2) 自已使用的每年收益。自已使用新工序的年收益，视政府补助大小和专利情况不同而异，如表：

政府补助	概率	批准专利	未批准专利	不申请专利
大量	0.3	15000	7000	11000
中等	0.4	10000	5500	8000
少量	0.3	6000	3000	5000



40000
41200
出售
40000
大量补助（0.3）
批准（0.5）
8
15000
41200
自用
10000
中量补助
28100
6
13
小量补助（0.3）
6000
25000
申请专利
不批准（0.5）
14
25000
出售
32000
9
4
25000
20800
大量
7000
自用
15
中量
5500
成功（0.6）
不申请专利
小量
3000
30000
出售
10
30000
4200
2
32000
7
投资
大量补助（0.3）
11000
32000
自用
中量补助（0.4）
4200
8000
11
1
失败（0.4）
小量补助（0.3）
5000
5
0
不投资
0
3
0

计算：（12）: 40000

（13）: $4\times(15000\times0.3+10000\times0.4+6000\times0.3)=41200$

（8）: $\max(40000, 41200)=41200$

（14）: 25000

（15）: $4\times(0.3\times7000+0.4\times5500+0.3\times3000)=20800$

（6）: $0.5\times41200+0.5\times25000-5000=28100$

（7）: 32000

（2）: $0.6\times32000+0.4\times0-15000=4200$

（1）: 4200

∴决策为：投资发展新工艺，如获成功，不申请专利权，

自己使用而不出售。

三、贝叶斯决策方法：

先验概率：提供的状态概率都是根据历史资料或经验判断得到的。

后验概率：补充现实中发生的新信息和资料，改进和提高先验概率的准确程度

全概率公式：

例：假设有5个外形相同的盒子，其中两个盒子装有2只红球,2只白球；另有两个盒子装有3只白球,2只红球；还有1个盒内装有5只红球,1只白球。今任意从中取出一个盒子，再从这个盒子中任意取出1只球，问取得白球的概率有多大？

解：令选取第1种盒子为事件A_1

令选取第2种盒子为事件A_2

令选取第3种盒子为事件A_3

取得白球为事件B

$$P(B)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{6}$$

$$=\frac{1}{5}+\frac{6}{25}+\frac{1}{30}=\frac{71}{150}$$

$$=P(A_1)\cdot P(B|A_1)+P(A_2)\cdot P(B|A_2)+P(A_3)\cdot P(B|A_3)$$

若有n个互斥事件$A_i\ (i=1,2,\cdots,n)$组成完备事件组，则：

$$P(B)=\sum_{i=1}^{n}P(B|A_i)\cdot P(A_i)=\sum_{i=1}^{n}P(B\cap A_i)$$

贝叶斯公式：

例：接上例，若取出一只白球，问这只白球取自A_i盒的概率为多大？

解：求$P(A_1|B)$？

$$P(A_1\cap B)=P(A_1|B)\cdot P(B)=P(B|A_1)\cdot P(A_1)$$

$$\therefore P(A_1|B)=\frac{P(A_1\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}}{\frac{71}{150}}$$

$$P(A_i|B)=\frac{P(B|A_i)\cdot P(A_i)}{\sum_{j=1}^{n}P(B|A_j)\cdot P(A_j)}$$

例：设某企业准备生产一种新产品，在决策前估计市场状态可能有畅销θ_1，一般θ_2，滞销θ_3三种。用相似产品的历史资料统计，$P(\theta_1)=0.35$，$P(\theta_2)=0.3$，$P(\theta_3)=0.35$,各种市场状态的盈利分别是20万元，2万元和-5万元。如要作市场调查，则要花0.3万元。由过去相似产品的销售情况有表：

$P(S\|\theta)$ θ / S		实际的市场状态		
		θ_1(畅销)	θ_2(一般)	θ_3(滞销)
市场调查	S_1(畅销)	0.75	0.15	0.10
	S_2(一般)	0.20	0.55	0.15
	S_3(滞销)	0.05	0.30	0.75

试作决策。

解： $\because P(\theta \cap S) = P(S|\theta) \cdot P(\theta) = P(\theta|S) \cdot P(S)$

$$P(S) = \sum_{i=1}^{n} P(\theta_i) \cdot P(S|\theta_i) = \sum_{i=1}^{n} P(S \cap \theta_i)$$

$$\therefore P(S_1 \cap \theta_1) = 0.35 \times 0.75 = 0.2625$$

$$P(S_1) = 0.2625 + 0.0450 + 0.035 = 0.3425$$

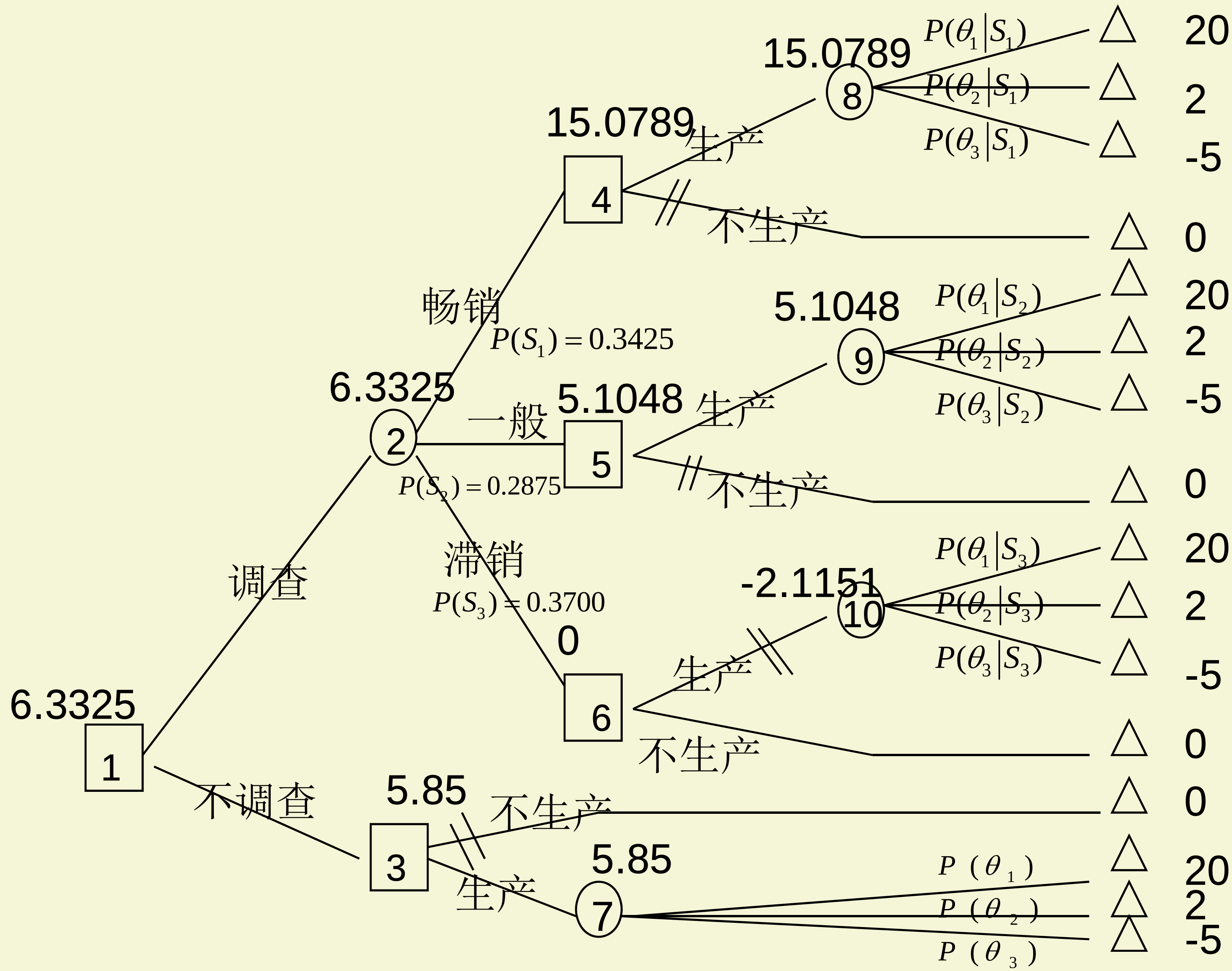
$$P(\theta_1|S_1) = P(\theta_1 \cap S_1) / P(S_1) = 0.2625/0.3425 = 0.7664$$

$P(\theta \cap S)$ \ θ / S	θ_1	θ_2	θ_3	$P(S_i)$
S_1	0.2625	0.0450	0.035	0.3425
S_2	0.0700	0.1650	0.0525	0.2875
S_3	0.0175	0.090	0.2625	0.3700
$P(\theta_i)$	0.35	0.3	0.35	1.00

$P(\theta \mid S)$ \ θ / S	θ_1	θ_2	θ_3
S_1	0.7664	0.1314	0.1022
S_2	0.2435	0.5739	0.1826
S_3	0.0473	0.2432	0.7095

$$0.7664 = \frac{0.2625}{0.3425}$$

$$0.1314 = \frac{0.045}{0.3425}$$



6.3325
1
调查
不调查
6.3325
2
畅销
$P(S_1)=0.3425$
一般
$P(S_2)=0.2875$
滞销
$P(S_3)=0.3700$
15.0789
4
5.1048
5
0
6
5.85
3
15.0789
8
5.1048
9
-2.1151
10
5.85
7
生产
不生产
生产
不生产
生产
不生产
不生产
生产
$P(\theta_1|S_1)$
$P(\theta_2|S_1)$
$P(\theta_3|S_1)$
$P(\theta_1|S_2)$
$P(\theta_2|S_2)$
$P(\theta_3|S_2)$
$P(\theta_1|S_3)$
$P(\theta_2|S_3)$
$P(\theta_3|S_3)$
$P(\theta_1)$
$P(\theta_2)$
$P(\theta_3)$
20
2
-5
0
20
2
-5
0
20
2
-5
0
0
20
2
-5

补例1、为了适应市场的需要，某市提出了扩大某种电器生产的三个方案，使用期都是10年。

方案1：建设大工厂，需投资600万元；

方案2：建设小工厂，需投资280万元；

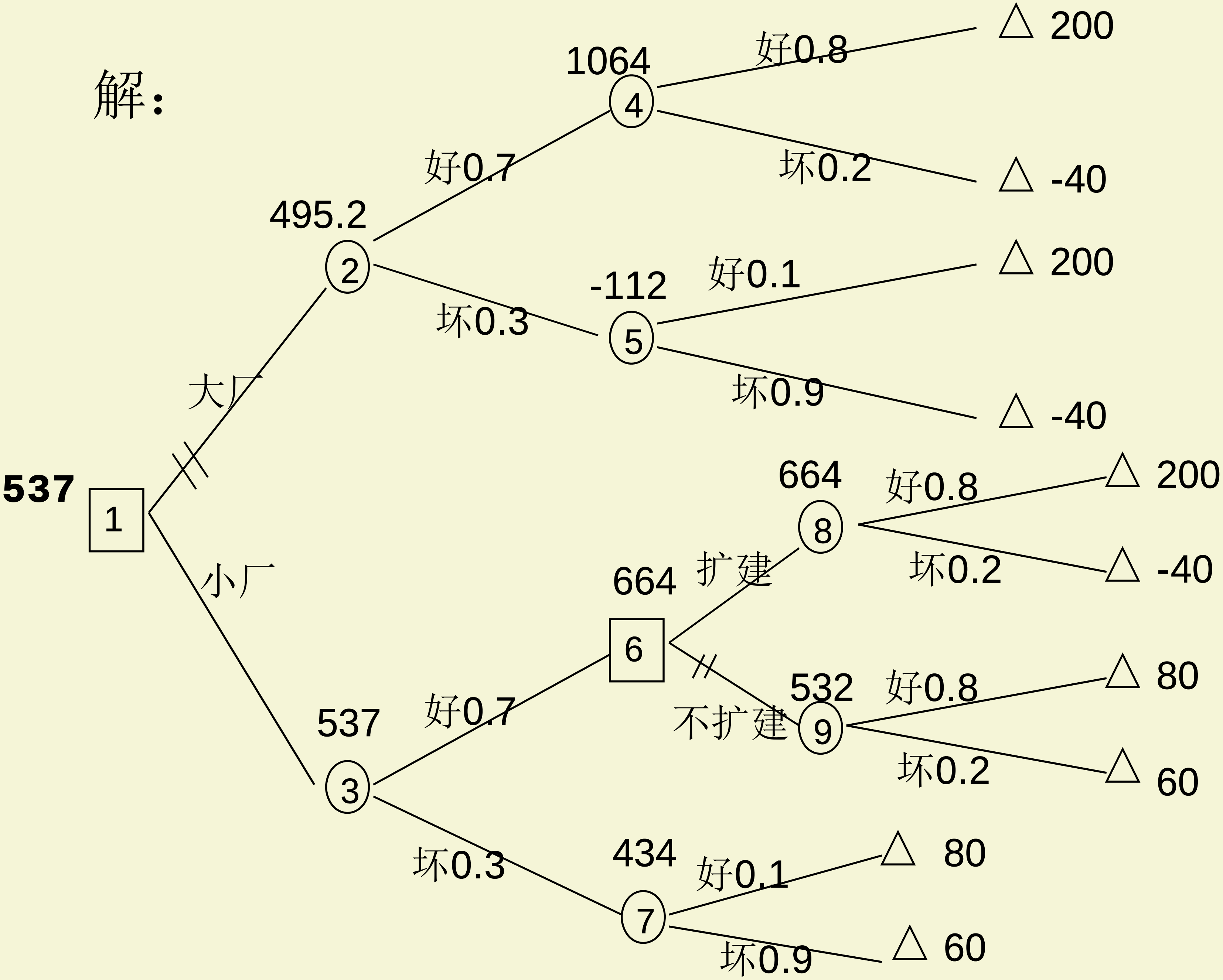
方案3：先建设小厂，如果销路好，则3年后再进行扩建，需400万元；扩建后，也可使用7年，每年的损益与大工厂相同。

又已知：市场前3年销路好的概率为0.7，若前3年销路好，则后7年销路好的概率为0.8。若前3年销路差，则后7年销路差的概率为0.9。

大小厂每年的收益值如下表, 试作出决策。

	大厂	小厂
销路好	200	80
销路差	–40	60

解：



537
1
大厂
小厂
495.2
2
好0.7
1064
4
好0.8
200
坏0.2
-40
坏0.3
-112
5
好0.1
200
坏0.9
-40
537
3
好0.7
664
6
扩建
664
8
好0.8
200
坏0.2
-40
不扩建
532
9
好0.8
80
坏0.2
60
坏0.3
434
7
好0.1
80
坏0.9
60

$(4):\quad (200\times 0.8-40\times 0.2)\times 7=1064$

$(5):\quad (200\times 0.1-40\times 0.9)\times 7=-112$

$(2):\quad 0.7\times(1064+600)+0.3\times(-120-112)-600=495.2$

$(8):\quad (200\times 0.8-40\times 0.2)\times 7-400=664$

$(9):\quad (80\times 0.8+60\times 0.2)\times 7=532$

$(7):\quad (80\times 0.1+60\times 0.9)\times 7=434$

$(3):\quad 0.7\times(664+240)+0.3\times(434+180)-280=537$

补例2：某书店希望订购最新出版的好书。根据以往经验，书的销售量可能为50,100,150或200本，若每本新书的订价为4元，销售价6元，剩书的处理价2元。又知以往新书的销售量规律为：

销售量	50	100	150	200
概率	0.2	0.4	0.3	0.1

试确定合理的订书方案。

解：

		市场销售状态				期望收益
		$\theta_1:50$	$\theta_2:100$	$\theta_3:150$	$\theta_4:200$	
订购方案	$a_1:50$	100	100	100	100	100
	$a_2:100$	0	200	200	200	160
	$a_3:150$	-100	100	300	300	140
	$a_4:200$	-200	0	200	400	60

第三节　马尔可夫决策技术

1、项目选址：

例：长期以来，某建筑公司主要施工队伍分布于甲、乙、丙三地，施工所需大型设备由公司统一调配，大型设备在三地区转移概率如表，若公司欲建设备修理厂，设置何处最佳？

	甲	乙	丙
甲	0.8	0.2	0
乙	0.2	0	0.8
丙	0.2	0.2	0.6

解：求均衡状态下的概率分布：

$$\begin{cases} (P_1^* \quad P_2^* \quad P_3^*) = (P_1^* \quad P_2^* \quad P_3^*)\begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.8 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \end{pmatrix} \\ P_1^* + P_2^* + P_3^* = 1 \end{cases}$$

$$\therefore (P_1^* \quad P_2^* \quad P_3^*) = (\frac{1}{2} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{3})$$

$\therefore$ 修配厂应设在甲处。

2、最佳维修策略：

例：某厂每月对电炉进行检查，电炉有五种状态：[1]优,[2]良,[3]及格,[4]带病运行,[5]停炉。有三种维修策略。

(1)只有当电炉处于第五种状态才维修，维修费需8000元。

(2)当电炉处于第四，五种状态都进行维修，处于第四种状态的维修费为4000元。

(3)当电炉处于第三，四，五种状态都进行维修，处于第三种状态的维修费为3000元。

根据历史资料分析，每台电炉从一个生产周期到下一个生产周期设备状况的转移概率如表，试确定维修策略。

	1	2	3	4	5	
1	0	0.6	0.2	0.1	0.1	
2	0	0.3	0.4	0.2	0.1	
3	0	0	0.4	0.4	0.2	
4	0	0	0	0.5	0.5	
5	1	0	0	0	0	$\Leftarrow$不管用什么策略，都要维修

解：用维修策略1，计算均衡状态下的概率：

$$(S_1 \quad S_2 \quad S_3 \quad S_4 \quad S_5) = (S_1 \quad S_2 \quad S_3 \quad S_4 \quad S_5)\begin{pmatrix} 0 & 0.6 & 0.2 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0.4 & 0.4 & 0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(S_1 \quad S_2 \quad S_3 \quad S_4 \quad S_5) = (0.19 \quad 0.17 \quad 0.18 \quad 0.25 \quad 0.21)$$

维修费用为：$M_1 = 0.21 \times 8000 = 1680$元

用于维修策略2：

$$(S_1 \quad S_2 \quad S_3 \quad S_4 \quad S_5) = (S_1 \quad S_2 \quad S_3 \quad S_4 \quad S_5)\begin{pmatrix} 0 & 0.6 & 0.2 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0.4 & 0.4 & 0.2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(S_1 \quad S_2 \quad S_3 \quad S_4 \quad S_5) = (0.27 \quad 0.23 \quad 0.24 \quad 0.17 \quad 0.09)$$

维修费用为：$M_2 = 0.17 \times 4000 + 0.09 \times 8000 = 1400$元

用于维修策略3：

$$(S_1 \quad S_2 \quad S_3 \quad S_4 \quad S_5) = (S_1 \quad S_2 \quad S_3 \quad S_4 \quad S_5)\begin{pmatrix} 0 & 0.6 & 0.2 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0.1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(S_1 \quad S_2 \quad S_3 \quad S_4 \quad S_5) = (0.35 \quad 0.3 \quad 0.19 \quad 0.09 \quad 0.07)$$

维修费用为：$M_3 = 0.19 \times 3000 + 0.09 \times 4000 + 0.07 \times 8000 = 1490$元

$\therefore$采用第2种维修策略。

3、定期经营的最优决策:某企业不同销售状态和经营措施已知

销售状态i	措施k
1、畅销	1、不登广告
	2、登广告
2、滞销	1、不研究
	2、研究

各种措施下的销售状态转移矩阵和利润矩阵如下：

销售状态i	措施k	转移概率		利润	
1、畅销	1、不登广告	0.5	0.5	5	1
	2、登广告	0.8	0.2	4	2
2、滞销	1、不研究	0.4	0.6	1	-1
	2、研究	0.7	0.3	0.5	-2

试确定今后n年内获取最大利润所需采用的策略：

解：P_{ij}^k表示在措施k下从销售状态i转移到j的概率。

r_{ij}^k表示在措施k下从销售状态i转移到j的利润。

$d_i(l)$表示在阶段l，销售状态为i时，采用的措施。

$V_i(l)$表示从销售状态i开始，经过l年，且每年使用最优策略的总期望利润。

有：$V_i(l) = \max\limits_{1 \le k \le 2} \sum\limits_{j=1}^{2} P_{ij}^k \left[r_{ij}^k + V_j(l-1) \right]$ 其中$V_j(0) = 0$

$\therefore$ $l = 1$时

$$V_1(1) = \max\{0.5 \times 5 + 0.5 \times 1,\ 0.8 \times 4 + 0.2 \times 2\} = \max\{3, 3.6\} = 3.6$$

$$d_1(1) = 2$$

$$V_2(1) = \max\{0.4 \times 1 - 0.6 \times 1,\ 0.7 \times 0.5 - 0.3 \times 2\} = \max\{-0.2, -0.25\}$$

$$= -0.2$$

$$d_2(1) = 1$$

$l = 2$时

$$V_1(2) = \max\{0.5 \times (5 + 3.6) + 0.5 \times (1 - 0.2)\ ,\ \ 0.8 \times (4 + 3.6) + 0.2 \times (2 - 0.2)\}$$

$$= \max\{4.7, 6.44\} = 6.44$$

$$d_1(2) = 2$$

$$V_2(1) = \max\{0.4 \times (1 + 3.6) + 0.6 \times (-1 - 0.2)\ ,\ \ 0.7 \times (0.5 + 3.6) + 0.3 \times (-2 - 0.2)\}$$

$$= \max\{1.12, 2.21\} = 2.21$$

$$d_2(2) = 2$$