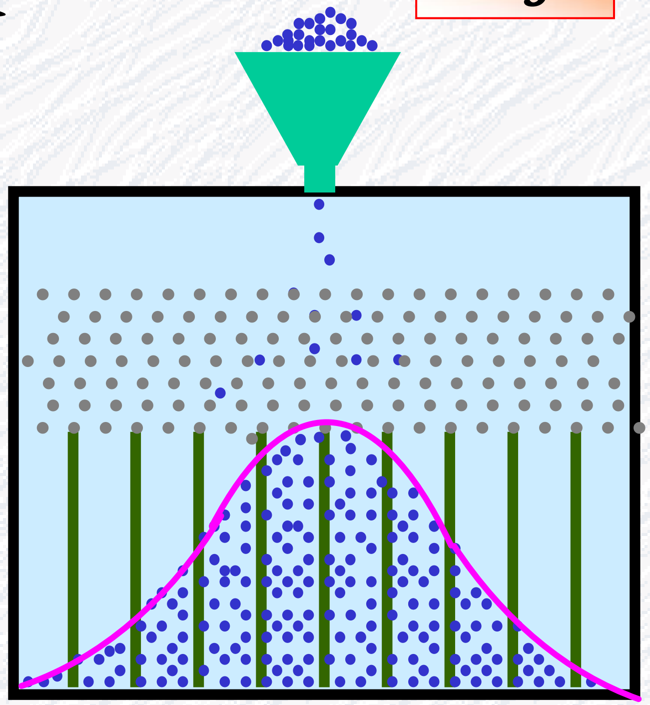
FangYi

第二章 分子动理学理论之平衡态理论

2.1概率论基础



1° 伽尔顿板实验

N个一次泻下

每次1个泻N次

2° 等概率性与概率的基本性质

(1) 概率 $P_i = \lim\limits_{N \to \infty} \frac{N_i}{N}$ $\frac{\text{事件i出现次数}}{\text{总观测次数}}$

(2) 等概率性 大数粒子系统一切状态几率均等

(3) 概率的基本性质

①加法法则-互斥事件 掷骰子 1和2向上的几率

②乘法法则-独立事件 掷骰子2次 均为1的几率

3° 平均值及其运算法则

FangYi

(1) 平均值

$$\left.\begin{array}{l} \bar{u} = \dfrac{\sum_i N_i u_i}{N} \\ P_i = \lim\limits_{N\to\infty} \dfrac{N_i}{N} \end{array}\right\} \Rightarrow \bar{u} = \sum_i P_i u_i$$

(2) 平均值运算法则

$$\overline{f(u)} = \sum_i f(u_i) P_i$$

$$\overline{f(u)+g(u)} = \sum_i [f(u_i)+g(u_i)]P_i = \sum_i f(u_i)P_i + \sum_i g(u_i)P_i = \overline{f(u)} + \overline{g(u)}$$

$$\overline{cf(u)} = \sum_i cf(u_i)P_i = c\sum_i f(u_i)P_i = c\overline{f(u)}$$

$$\overline{f(u)g(v)} = \sum_{ij} [f(u_i)g(v_j)]P_{ij} = [\sum_i f(u_i)P_i][\sum_j g(v_j)P_j] = \overline{f(u)} \cdot \overline{g(v)}$$

u取u_i同时v取v_i的概率　两个独立统计的随机变量

FangYi

2.2麦克斯韦分布

1°麦克斯韦分子速率分布定律 $\dfrac{dN/dv}{N}$ 记作$f(v)$

（1）表述：平衡态气体，速率在$v\sim v+dv$单位区间分子数dN/dv与总分子数N之比称为速率分布

$$f(v)=4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}e^{-\frac{mv^2}{2kT}}v^2=c_1\frac{v^2}{e^{c_2v^2}}$$

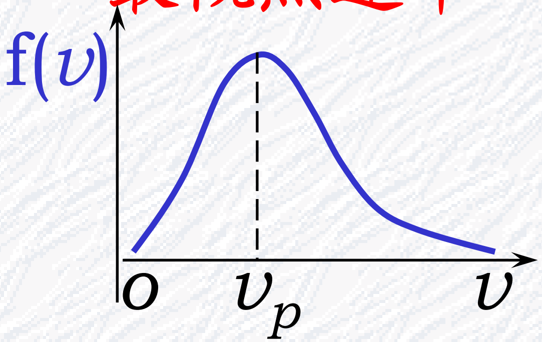
（2）说明：

①最可几速率v_p
最概然速率

与$f(v)_{max}$相对应的速率

$$\lim_{v\to 0}f(v)=\lim_{v\to 0}c_1\frac{v^2}{e^{c_2v^2}}=0$$

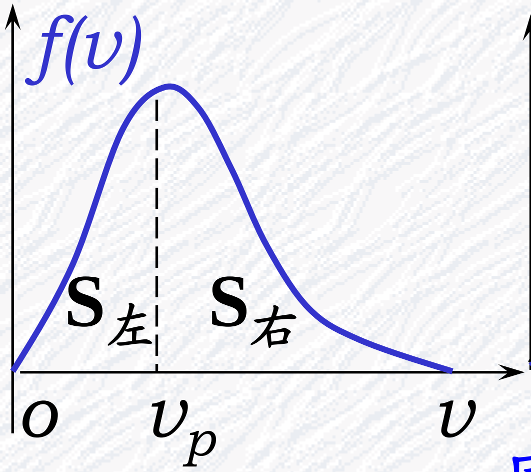
$$\lim_{v\to\infty}f(v)=\lim_{v\to\infty}c_1\frac{v^2}{e^{c_2v^2}}\xrightarrow{\text{洛毕达}}0$$

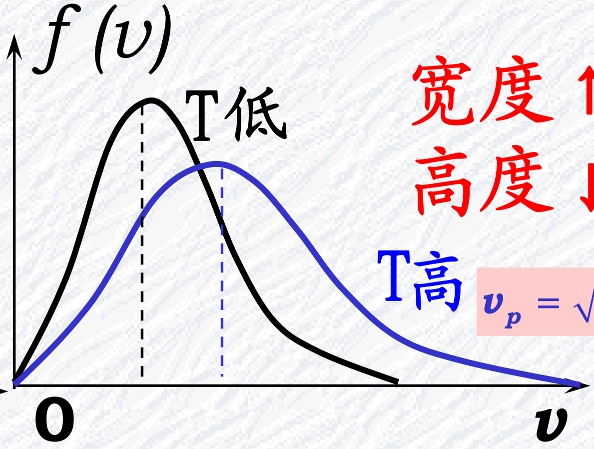


$\Rightarrow$ $f(v)$在$v\in(0,\infty)$必有max

FangYi

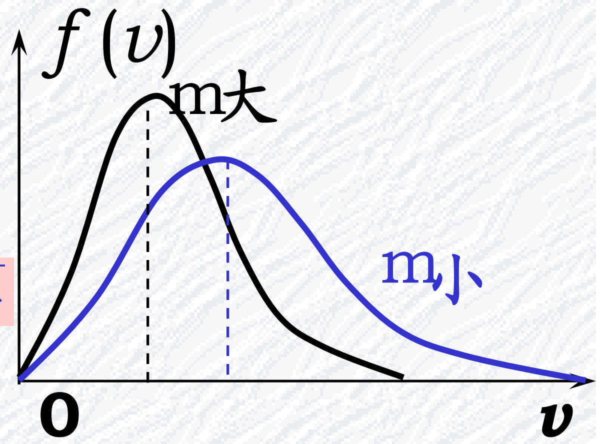
②麦克斯韦速率分布曲线 $f(v)=4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}e^{-\frac{mv^2}{2kT}}v^2$





宽度↑，
高度↓

$v_p=\sqrt{2kT/m}$



同种气体不同温度　　同种温度不同气体

❶ $S_{左} < S_{右}$ 表明：$N|_{v<v_p} < N|_{v>v_p}$

❷曲线随T不同而不同:同m时, T↑ v_p↑ $f(v)_{max}$↓

❸曲线随m不同而不同: 同T时, m↓ v_p↑ $f(v)_{max}$↓

③f (v) 的物理意义

❶大量分子:在 v-$v+dv$ 区间单位间隔分子数占总分子数的比率

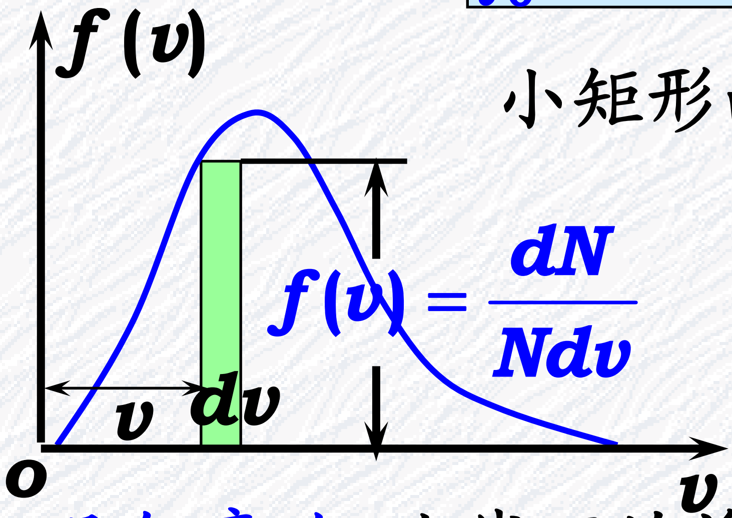
$$f(v)=\frac{dN/dv}{N}$$

❷单个分子: 速率在 v 附近单位区间内的几率

$$f(v)=\frac{dN/N}{dv}$$

④归一化条件 $\boxed{\int_0^{\infty} f(v)dv = 1}$

FangYi



$f(v) = \dfrac{dN}{Ndv}$

小矩形面积 $dA = f(v)dv = \dfrac{dN}{N}$

表示在 v-$v+dv$ 速率区间内的分子数占总分子数的百分比

几何意义: 曲线下的总面积等于 1

物理意义: 所有速率区间内分子数百分比之和等于 1

⑤适用条件 ❶平衡态 ❷对理气非理气

(3) 应用—求三种速率 17 (2) 18 (4) 19 (3) 20 (1) 求平均年龄

$$\bar{a} = \frac{N_1a_1 + N_2a_2 + N_3a_3 + N_4a_4}{N_1 + N_2 + N_3 + N_4} = \frac{\int a\,dN}{\int dN} = \frac{\int a\cancel{N}f(v)dv}{\int \cancel{N}f(v)dv}$$

特例-积分区间为 $(0, \infty)$ $\bar{a} = \int_0^{\infty} af(v)dv$

FangYi

①最可几速率 v_p

❶数学式：

$$\boxed{v_p = \sqrt{2kT/m} = \sqrt{2RT/M_m}}$$

proof：$f(v) = c_1 v^2 e^{-c_2 v^2} \Rightarrow f'(v) = 0 \Rightarrow v = \sqrt{1/c_2}$

❷应用：速率分布

②平均速率

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt \quad (x > 0) \quad \begin{cases} \Gamma(x+1) = x\Gamma(x) \\ \Gamma(1) = 1 \quad \Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi} \end{cases}$$

❶数学式：

$$\boxed{\bar{v} = \sqrt{8kT/(\pi m)} = \sqrt{8RT/(\pi M_m)}}$$

proof：$\bar{v} = \int_0^\infty v dN/N = \int_0^\infty v f(v) dv$ $\quad \Gamma(v)$

❷应用：分子碰撞

③方均根速率

❶数学式：

$$\boxed{\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{3kT/m} = \sqrt{3RT/M_m}}$$

proof：$\overline{v^2} = \int_0^\infty v^2 N/dN = \int_0^\infty v^2 f(v) dv$ $\quad \Gamma(v)$

❷应用：分子平均平动动能

FangYi

[例题1] $f(v)$为麦氏分布函数, 说明各式物理意义

(1) $Nf(v)dv = dN$　速率在$v-v+dv$区间分子数

(2) $\int_{v_1}^{v_2} f(v)dv$　$v_1 \to v_2$区间分子数占总分子数比率

$= \Delta N_{v_1 \to v_2} / N$

(3) $\int_{v_1}^{v_2} vf(v)dv \Big/ \int_{v_1}^{v_2} f(v)dv = \int_{v_1}^{v_2} vNf(v)dv \Big/ \int_{v_1}^{v_2} Nf(v)dv = \overline{v}$

$v_1 \to v_2$间分子的平均速率

(4) $\int_0^{\infty} vf(v)dv = \int_0^{\infty} vNf(v)dv / N = \overline{v}$

所有分子的平均速率

$$f(v) = \frac{dN/dv}{N}$$

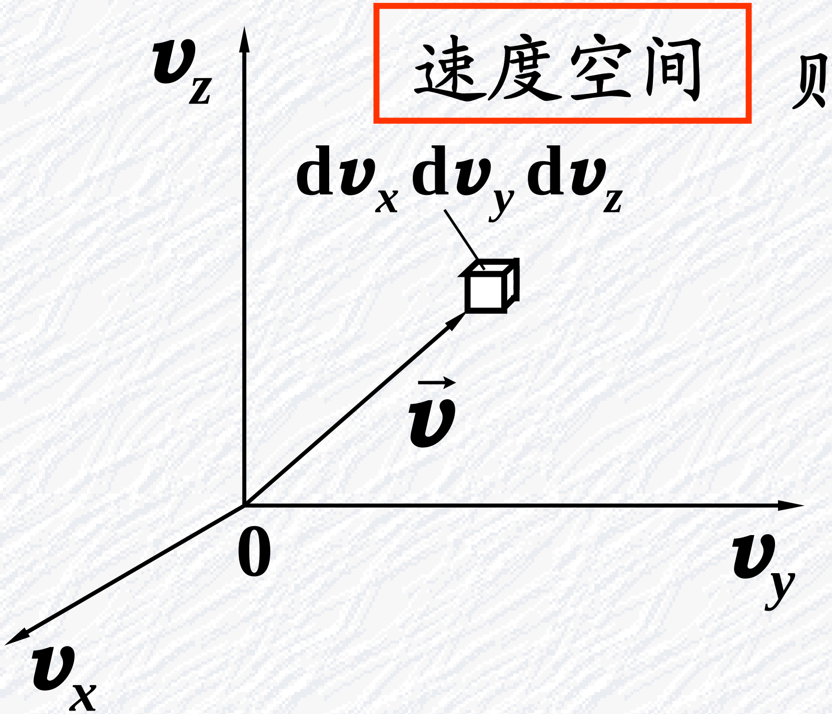
(5) $\int_{v_1}^{v_2} N\frac{1}{2}mv^2 f(v)dv = \int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{2}mv^2 dN$

速率在$v_1 v_2$间所有分子动能和

2°麦克斯韦分子速度分布定律

（*Maxwell's law of distribution of velocities*）

速度空间中，在 $\vec{v}$ 附近体元 $dv_x dv_y dv_z$ 内分子数为 $dN_{\vec{v}}$



则速度分布函数定义为：

$$F(\vec{v}) = \frac{dN_{\vec{v}} / dv_x dv_y dv_z}{N}$$

$\vec{v}$ 附近，单位速度空间内的分子数占总分子数的比例

$$F(\vec{v}) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{m(v_x^2+v_y^2+v_z^2)}{2kT}}$$

$g(v_x)$，$g(v_y)$，$g(v_z)$分别为 v_x，v_y，v_z 分布函数

令 $F(\vec{v}) = g(v_x) \cdot g(v_y) \cdot g(v_z)$

$$\Rightarrow \ g(v_i) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} e^{\frac{-m v_i^2}{2kT}}$$

FangYi

3°相对于v_p的分布 误差函数

(1) 相对于v_p的速度分量分布

$$f(v_x)dv_x=\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2}e^{\frac{-mv_x^2}{2kT}}dv_x$$

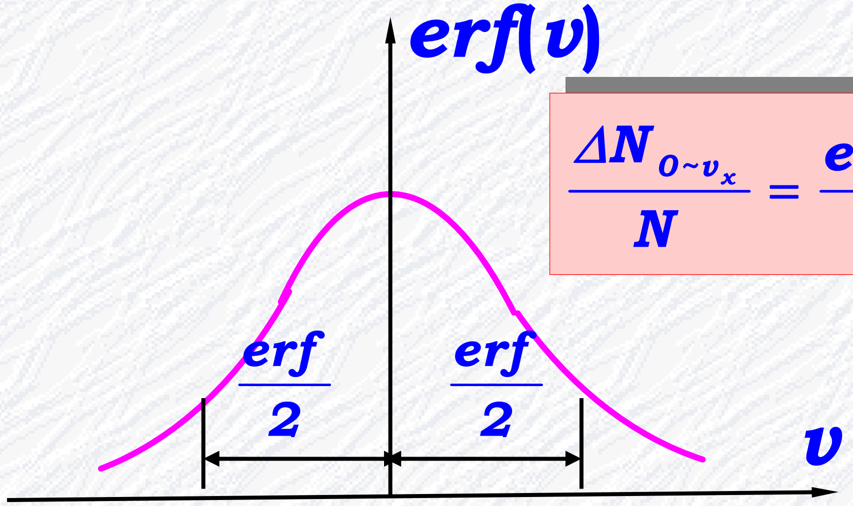
$$u_x=v_x/v_p \qquad v_p=\sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

$$\frac{\Delta N_{0\sim v_x}}{N}=\int\frac{dN(u_x)}{N}=\int_0^{u_x}\frac{1}{\sqrt{\pi}}\cdot e^{-u_x^2}\cdot du_x$$

$$erf(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}\cdot dt$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\Delta N_{0\sim v_x}}{N}=\frac{erf(u_x)}{2}}$$

x	$erf(x)$
0	0
0.2	0.2227
0.4	0.4284
0.6	0.6039
0.8	0.7421
1.0	0.8427
1.2	0.9103
1.4	0.9523
1.6	0.9763
1.8	0.9891
2.0	0.9953



$$\frac{\Delta N_{0\sim v_x}}{N}=\frac{erf(u_x)}{2}$$

FangYi

x	erf(x)
0	0
0.2	0.2227
0.4	0.4284
0.6	0.6039
0.8	0.7421
1.0	0.8427
1.2	0.9103
1.4	0.9523
1.6	0.9763
1.8	0.9891
2.0	0.9953

$$erf(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}\cdot dt$$

[例题2]平均平动动能6.38×10^{-21}J的氧分子速度y轴分量大于160m/s的分子数占总分子数百分比

解: $\eta=0.5-\dfrac{erf(u_y)}{2}$ $\quad u_y=\dfrac{v_y}{v_p}=\dfrac{160}{400}=0.4$

$$v_p=\sqrt{\frac{2RT}{M_m}}\xrightarrow{\bar{\varepsilon}_k=\frac{3kT}{2}}v_p=\sqrt{\frac{2N_A}{M_m}\frac{2\bar{\varepsilon}_k}{3}}=400$$

$\Rightarrow\eta\approx28.6\%$

(2) 相对于v_p的速率分布

FangYi

$$\left.\begin{array}{l} f(v)dv = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv \\ u = v/v_p \qquad v_p = \sqrt{2kT/m} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\frac{dN_u}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-u^2} \cdot u^2 \cdot du}$$

分离变量

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\Delta N_{0\sim v}}{N} = \int \frac{dN_u}{N} = \int_0^u \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-u^2} \cdot u^2 \cdot du \\ erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} \cdot dt \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta N_{0\sim v}}{N} = erf(u) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot u \cdot e^{-u^2}}$$

(2) 相对于v_p的速率分布

FangYi

$$\frac{dN_u}{N}=\frac{4}{\sqrt{\pi}}\cdot e^{-u^2}\cdot u^2\cdot du$$

$$\frac{\Delta N_{0\sim v}}{N}=erf(u)-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\cdot u\cdot e^{-u^2}$$

[例题3] (1)平均平动动能6.21×10^{-21}J的氧分子速率介于800～810m/s范围内分子数百分比η

(2)上述氧分子速率小于160m/s的分子数百分比

解(1)

$$\left.\begin{aligned}&\eta=\frac{4}{\sqrt{\pi}}e^{-u^2}u^2\Delta u\\&u=v/v_p\\&\Delta u=\Delta v/v_p\\&v_p=\sqrt{2RT/M_m}\\&\bar{\varepsilon}_k=3kT/2\end{aligned}\right\}\Rightarrow\eta\approx0.413\%$$

(2)课堂练习

FangYi

[讨论] $f(v)$为麦氏分布函数, 写出下列各式

（1）速率介于平均速率与最可几速率之间的分子数

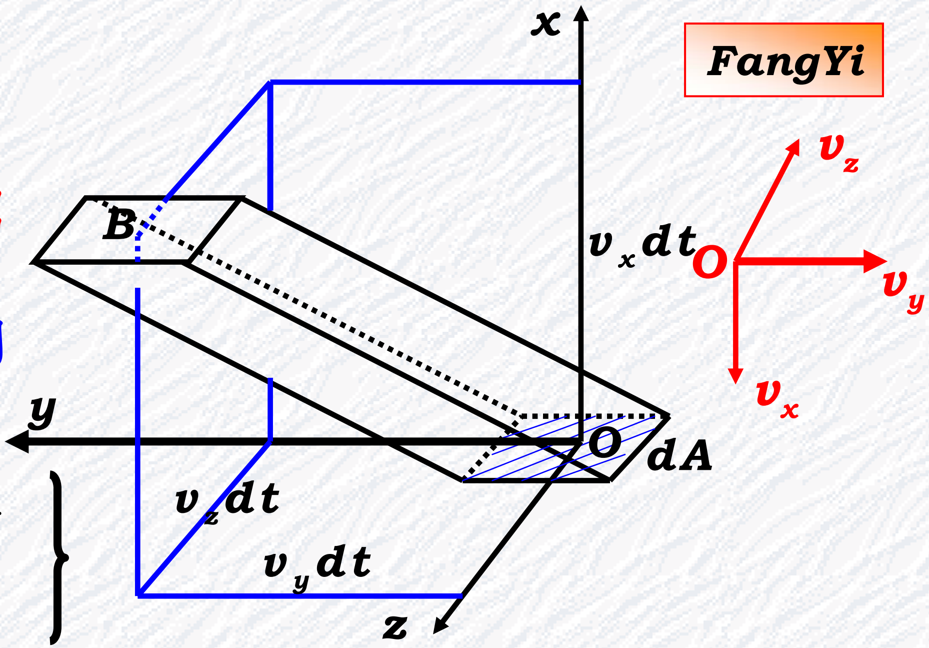
（2）速率不大于最可几速率的所有分子平均速率

（3）速率不小于方均根速率的所有分子的方均根速率

2.3气体分子碰壁数及其应用

1°气体分子碰壁数严格导出

dt内向dA碰的dN´在斜柱体内



$$\left.\begin{aligned}F(\vec{v})&=\frac{dN_{\vec{v}}/dv_x dv_y dv_z}{N}\\ F(\vec{v})&=f(v_x)\cdot f(v_y)\cdot f(v_z)\end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow dN_{\vec{v}}=f(v_x)f(v_y)f(v_z)dv_x dv_y dv_z N$$

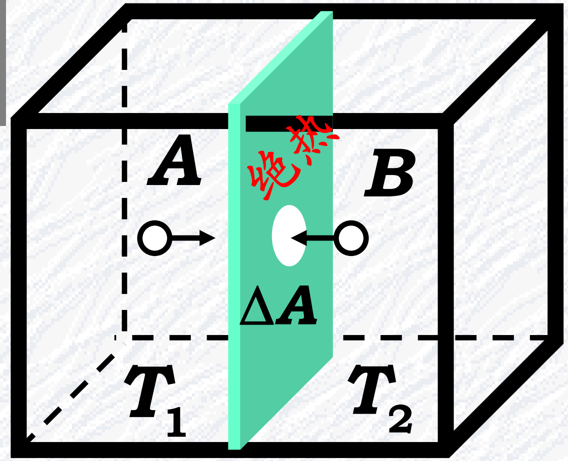
$$\Rightarrow dN(v_x,v_y,v_z)=f(v_x)f(v_y)f(v_z)dv_x dv_y dv_z(nv_x dtdA)$$

$$\Rightarrow dN'=\int_{v_z=-\infty}^{v_z=\infty}\int_{v_y=-\infty}^{v_y=\infty}\int_{v_x=0}^{v_x=\infty}v_x f(v_x)f(v_y)f(v_z)dv_x dv_y dv_z(ndtdA)$$

$$\begin{cases}dN'=\int_{v_x=0}^{v_x=\infty}(m/2\pi kT)^{1/2}\exp(-mv_x^2/2kT)v_x dv_x(ndtdA)\\ \Gamma=\dfrac{dN'}{dtdA}\end{cases}\Rightarrow\Gamma=n\bar{v}/4$$

2°热分子压差

$$\left.\begin{aligned}&\Gamma = n\bar{v}/4\\&p = nkT\\&\bar{v}=\sqrt{8kT/\pi m}\end{aligned}\right\}\xrightarrow{\text{理气}}\boxed{\Gamma=\frac{p}{\sqrt{2\pi mkT}}}$$



恒温热源 T_1 恒温热源 T_2

泻流方式 达到动态平衡

$$\Gamma_1=\Gamma_2 \Rightarrow \begin{cases}\dfrac{n_1\bar{v}_1}{4}=\dfrac{n_2\bar{v}_2}{4}\\[2ex] \dfrac{p_1}{\sqrt{2\pi m_1 kT_1}}=\dfrac{p_2}{\sqrt{2\pi m_2 kT_2}}\\[2ex] \bar{v}=\sqrt{8kT/\pi m}\end{cases}$$

同种气体 $\Rightarrow \begin{cases}\dfrac{p_1}{\sqrt{T_1}}=\dfrac{p_2}{\sqrt{T_2}} \rightarrow \text{热分子压差现象}\\[2ex] \dfrac{n_1}{\sqrt{T_2}}=\dfrac{n_2}{\sqrt{T_1}} \rightarrow \text{热流逸现象}\end{cases}$

泻流方式达到平衡，压强不一定相等

FangYi

[例题4] M_m已知,试求每秒通过A的(净)气体质量?

解: $\Gamma = \frac{1}{4} n\bar{v}$

$p = nkT$

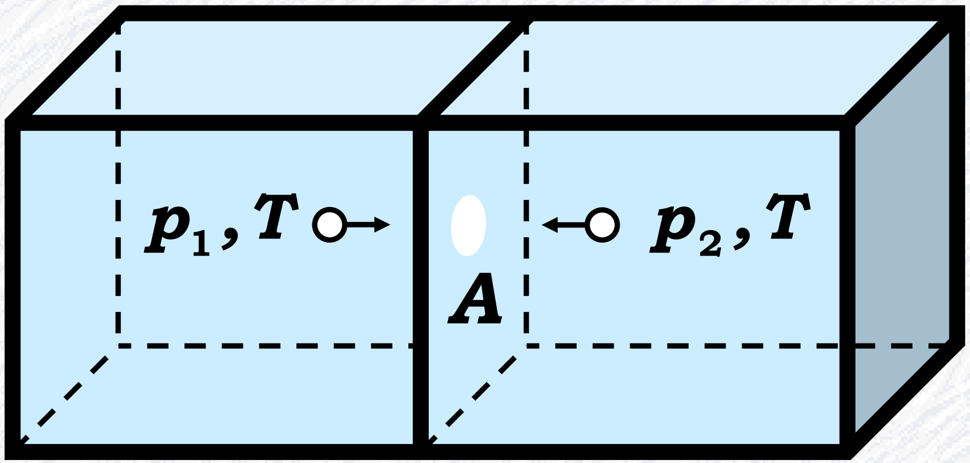
$\bar{v} = \sqrt{8kT/\pi\mu}$

$\Rightarrow \Gamma = \frac{p}{\sqrt{2\pi kT\mu}}$

$\Rightarrow \Delta\Gamma = \frac{|\Delta p|}{\sqrt{2\pi kT\mu}}$

$dm = \mu\Delta\Gamma A dt$

$$\Rightarrow \frac{dm}{dt} = \sqrt{\frac{M_m}{2\pi RT}}|\Delta p| A$$

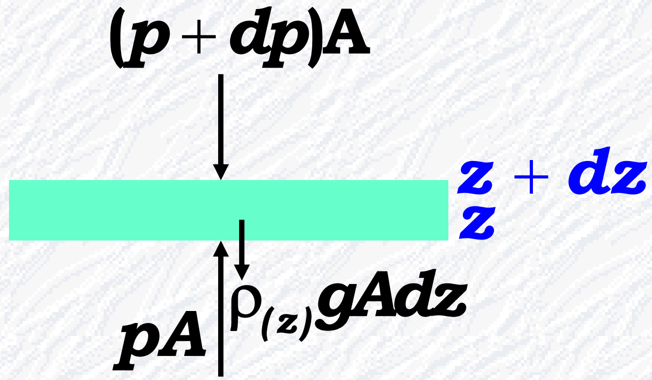


讨论: p_1、T_1; p_2、T_2 重新求解

$$\Delta\Gamma = \frac{p_1}{\sqrt{2\pi kT_1\mu}} - \frac{p_2}{\sqrt{2\pi kT_2\mu}}$$

2.4外场中自由粒子分布 玻尔兹曼分布

1°等温大气压强公式



$$pA = (p+dp)A + \rho_{(z)}gAdz$$

$$\left.\begin{aligned} dp &= -\rho_{(z)}gdz \\ \rho &= \frac{pM_m}{RT} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

分析综合

$$\left.\begin{aligned} \int_{p_0}^{p}\frac{dp}{p} = \int_0^z -\frac{M_m g}{RT}dz \Rightarrow p_{(z)} &= p_{(0)}e^{-\frac{M_m gz}{RT}} \\ p &= nkT \end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow n_{(z)} = n_{(0)}e^{-\frac{M_m gz}{RT}}$$

FangYi

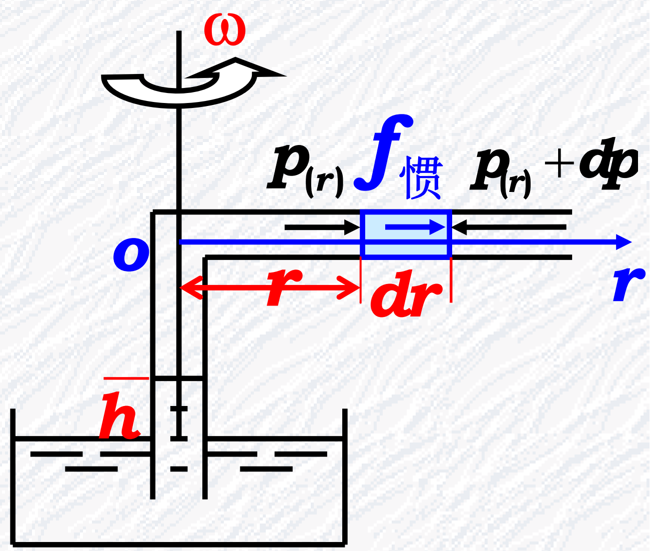
2°旋转体中粒子径向分布

选固连旋转体的参考系—非惯性系

选气体柱 $dM = \rho A dr$

分析受力 $pA,\ (p+dp)A,\quad dM\cdot\omega^2 r$

列方程 $\left.\begin{array}{l}(p+dp)A = pA + \rho A dr\omega^2 r \\ \rho = nm \quad n = p/kT\end{array}\right\}$



两端开口L形状玻璃管

$$\Rightarrow \int_{p_{(0)}}^{p_{(r)}} \frac{dp}{p} = \int_0^r \frac{m\omega^2}{kT}\cdot r dr \Rightarrow p_{(r)} = p_{(0)} e^{\frac{m\omega^2 r^2/2}{kT}}$$

$$\Rightarrow n_{(r)} = n_{(0)} e^{\frac{m\omega^2 r^2/2}{kT}}$$

应用：超速离心技术与同位素分离

$$r \sim 0.1m,\ n \sim 10^3 r/s \rightarrow a_{惯} \sim 10^4 g$$

FangYi

3°玻尔兹曼分布

重力场中 $n_{(z)}=n_{(0)}e^{-\frac{mgz}{kT}}$

旋转体中 $n_{(r)}=n_{(0)}e^{-\frac{-m\omega^2r^2/2}{kT}}$

归纳 $\Rightarrow$ $\boxed{n_1=n_2e^{-\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{kT}}}$ 高能小概量率

不同能量状态上粒子数比值与能量差及温度间的关系 $\Rightarrow$ $\boxed{T=\dfrac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{k\ln\dfrac{n_2}{n_1}}}$

适用条件：平衡态的粒子

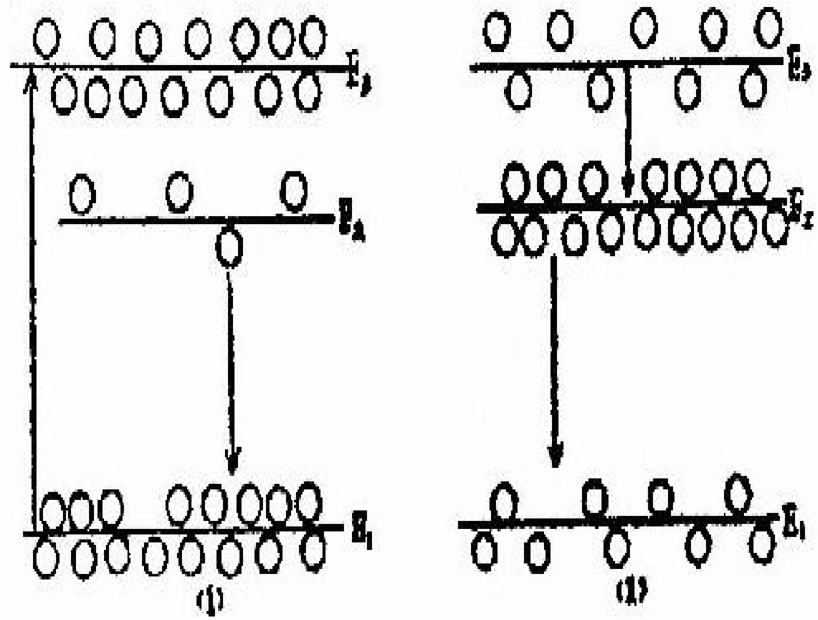
相互作用可忽略的所有物态粒子

讨论：高能级1上n_1 > 低能级2上n_2 –称为粒子数反转

相对稳定维持一定时间而处于局域平衡，两能级系统组成一个子系．子系的温度必为 负 –激光

FangYi

红宝石激光器的激发通过氙灯输送能量。E_1、E_2、E_3是铬离子相应的三个能级,使铬离子从基态E_1激发到共振吸收带E_3上去,形成了E_3对E_2粒子数反转.但是由于E_3的寿命很短(即自发跃迁机率很大),因此铬离子的能级就很快地并且以无辐射跃迁的形式落入E_2中,同时放出热能.E_2是寿命较长的亚稳态,跃迁机率较小,因此E_2就积聚了大量的铬离子.当氙灯光足够时,则E_2上的粒子(铬离子)数就大为增加,此时E_2对E_1来说就出现了粒子数反转.



若用E_2与E_1间跃迁相对应频率[$\upsilon = (E_2-E_1)/h$]的光子引发时,系统就可产生E_2对E_1的受激辐射.受激辐射可以使光放大,这种放大是由于该系统受激发时从外部吸收的能量和跃迁的能量共同释放的结果.

[讨论]玻尔兹曼分布律表明在某一温度的平衡态

(1) 分布在某一区间(坐标区间和速度区间)的分子数与该区间粒子的能量成正比;

(2) 在同样大小各区间(坐标区间和速度区间)中能量较大的分子数较少;反之分子数较多;

(3) 在同样大小各区间(坐标区间和速度区间)中比较,分子总是处于低能态的几率大些;

(4) 分布在某一区间内,具有各种速度分子总数只与坐标区间间隔成正比,与粒子能量无关.

正确的是(A) (1) (2); (B) (2) (3); (C) (1) (2) (3); (D) 全部

2.5能量均分原理

1º自由度

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$$

（1）概念：决定物体位置的独立坐标数目

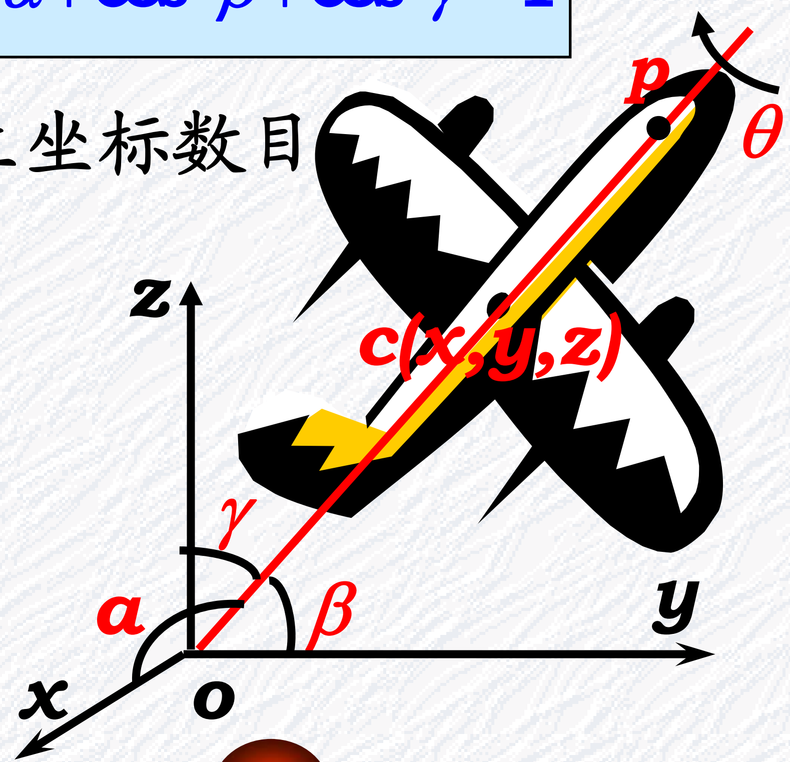
（2）刚体的自由度

C ： x, y, z　　3

CP：α, β, γ　　3-1

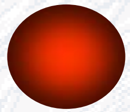
绕**CP**转角：θ　+)　1

6

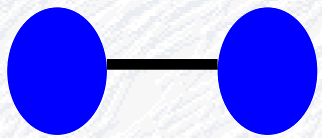


（3）刚性分子自由度 i

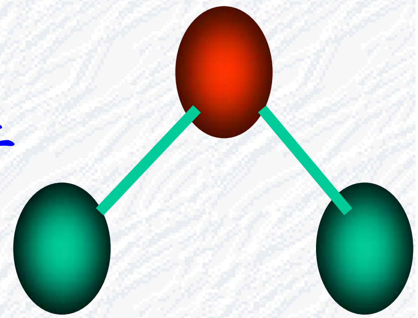
	自由度i	平动t	转动r
单原子分子	3	3	0
双原子分子	5	3	2
三原子(多原子)分子	6	3	3



单原子分子



双原子分子



多原子分子

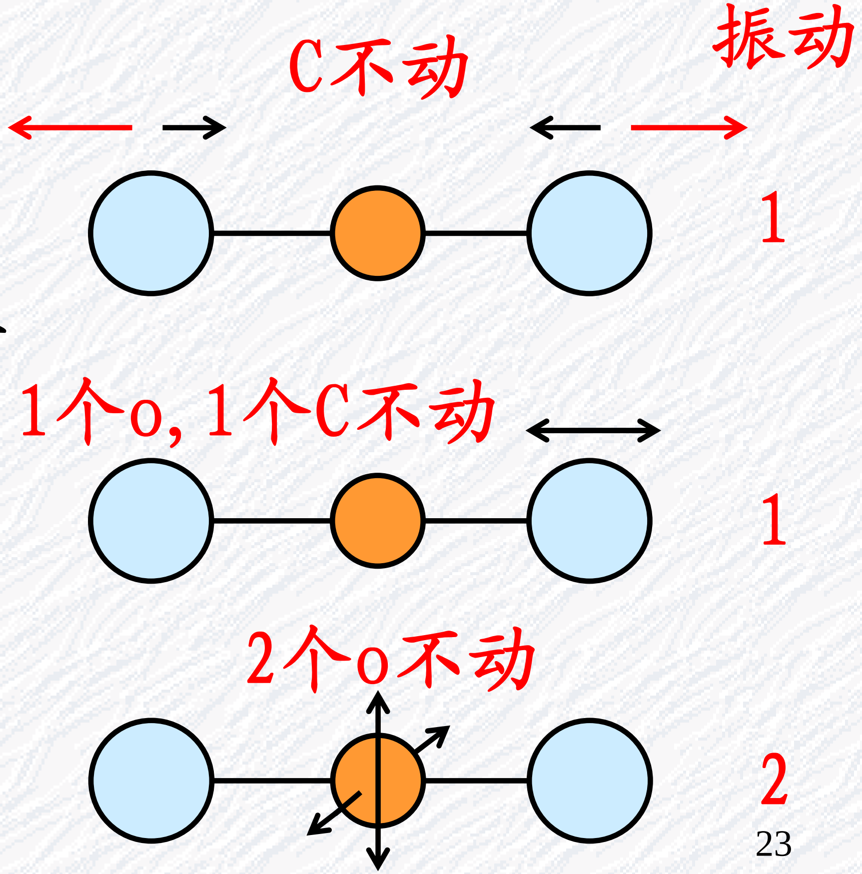
（4）非刚性分子自由度i

$N>3$个原子分子
至多$3N$个自由度

且一般有
- 平动 3个
- 转动 3个
- 振动 $3N-6$个

*CO_2气体分子自由度
3原子分布于一条直线上

- 平动 3个
- 转动 2个
- 振动 $3N-5$个



2°能量按自由度均分

(1) 表述：在温度为T的平衡态下，物质（气液固）分子每个自由度均分配有$kT/2$平均动能

$$\overline{\varepsilon}_k = \frac{1}{2}m\overline{v^2} \Rightarrow \frac{3}{2}kT = \frac{1}{2}m\overline{v_x^2} + \frac{1}{2}m\overline{v_y^2} + \frac{1}{2}m\overline{v_z^2}$$

平衡态统计假设 $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$

$$\therefore \frac{1}{2}m\overline{v_x^2} = \frac{1}{2}m\overline{v_y^2} = \frac{1}{2}m\overline{v_z^2} = \frac{1}{2}kT$$

FangYi

(2) 刚性气体分子平均能量(动能) $\bar{\varepsilon}=(t+r)\frac{1}{2}kT$

$$\bar{\varepsilon}=\frac{i}{2}kT$$

单原子 $\bar{\varepsilon}=\frac{3}{2}kT$

双原子 $\bar{\varepsilon}=\frac{5}{2}kT$

多(≥ 3)原子 $\bar{\varepsilon}=\frac{6}{2}kT$

振动自由度冻结
非高温

(3) 非刚性气体分子平均能量(动能 + 势能)

$$\bar{\varepsilon}=(t+r+2v)\frac{1}{2}kT$$

	单原子 $\bar{\varepsilon}=\frac{3}{2}kT$			双原子			多原子		
刚 性	$t=3$	$r=0$	$v=0$	$t=3$	$r=2$	$v=0$	$t=3$	$r=3$	$v=0$
非刚性	$t=3$	$r=0$	$v=0$	$t=3$	$r=2$	$v=1$	$t=3$	$r=3$	$v=3N-6$

3°理气的内能

FangYi

(1) 理气的内能: 所有分子(平动、转动)动能之和

自由度冻结P_{94-99}—自由度对热容无贡献

理气模型—不计分子间作用势能

(2) 理气内能的度量

$$\begin{cases} 1mol: E_0 = N_A \dfrac{i}{2}kT = \dfrac{i}{2}RT \\ \text{质量}m: E = \dfrac{m}{M_m}\dfrac{i}{2}RT \Rightarrow \Delta E = \dfrac{m}{M_m}\dfrac{i}{2}R\Delta T \end{cases}$$

重要结论

一定量某理气内能改变只取决于温度改变,与过程无关!

[例题5] 理气$T=273K, P=0.01atm, \rho=1.24\times10^{-2}Kg/m^3$ FangYi

求(1) v_{rms} (2) M_m并确定气体 (3) 每个分子$\bar{\varepsilon}_{平}\bar{\varepsilon}_{转}$

(4) 单位体积分子平动动能 (5) 0.3mol的内能

解：(1)

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{3RT/M_m} \\ \rho=m/V \\ PV=(m/M_m)RT\end{array}\right\} \Rightarrow \sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{3p/\rho}=494m/s$$

(2) $M_m=RT\rho/P=8.31\times273\times1.24\times10^{-2}/(0.01\times1.013\times10^5)$

$=28\times10^{-3}Kg/mol$ $\therefore$ 可能是N_2或CO C_2H_4

(3) $\bar{\varepsilon}_{平}=\dfrac{3}{2}kT=\dfrac{3}{2}\times1.38\times10^{-23}\times273=5.6\times10^{-21}J$

$\bar{\varepsilon}_{转}=\dfrac{2}{2}kT=\dfrac{2}{2}\times1.38\times10^{-23}\times273=3.7\times10^{-21}J$

FangYi

[例题5] 理气$T=273K, P=0.01atm, \rho=1.24\times10^{-2}Kg/m^3$

求(1) v_{rms} (2) M_m并确定气体 (3) 每个分子$\bar{\varepsilon}_{平}$ $\bar{\varepsilon}_{转}$

(4) 单位体积分子平动动能 (5) 0.3mol的内能

解：(4) $\bar{E}_{kV} = n\times\frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}p = 1.5\times10^3 J/m^3$

(5) $E = \frac{m}{M_m}\frac{i}{2}RT = 0.3\times\frac{5}{2}\times8.31\times273 = 1.7\times10^3 J$

FangYi

[讨　论]两理气，T、P相同，V、M_m不同．则n，E_k/V与ρ

(A)不同，不同，不同；(B)不同，不同，相同；

(C)√相同，相同，不同；(D)相同，相同，相同．

解：$T_1 = T_2$，$P_1 = P_2$，$V_1 \neq V_2$，$M_{m1} \neq M_{m2}$

$$p = nkT \Rightarrow n = \frac{p}{kT} \Rightarrow n_1 = n_2$$

$$\frac{E_k}{V} = \frac{N\frac{3}{2}kT}{V} \Rightarrow \frac{E_k}{V} = n\frac{3}{2}kT \Rightarrow \left(\frac{E_k}{V}\right)_1 = \left(\frac{E_k}{V}\right)_2$$

$$pV = \frac{m}{M_m}RT \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{pM_m}{RT} \Rightarrow \rho_1 \neq \rho_2$$

$$\rho = nm = n\frac{M_m}{N_A}$$

FangYi

[讨　论]1mol三原子分子理气压强p,体积V,
则此气体分子的平均动能为

解:

$$\left.\begin{aligned}\bar{\varepsilon} &= \frac{i}{2}kT \\ pV &= RT\end{aligned}\right\} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = \frac{6pV}{2N_A}$$

[讨　论]标况O_2,He体积比为$V_1/V_2=1/2$,内能比E_1/E_2为

(A) 1/2　(B) 5/3　(C) 5/6 √　(D) 3/10

解:

$$E = \upsilon \frac{i}{2}RT \quad \begin{cases} O_2 : E_1 = \upsilon_1 \dfrac{5}{2}RT_1 = \dfrac{5}{2}p_1V_1 \\ He : E_2 = \upsilon_2 \dfrac{3}{2}RT_2 = \dfrac{3}{2}p_2V_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{5V_1}{3V_2} = \frac{5}{6}$$