

20171 华东理工大学数学分析（下）期末测试卷

一、（本题 6 分）

求函数 $u = \frac{\sqrt{1-xy}}{\ln(3-x)}$ 的自然定义域 D 的边界 ∂D 和内部 D° 。

二、（本题 6 分）

判断函数 $f(x,y) = \frac{x^2-2y^2}{x^2+2y^2}$ 当 (x,y) 趋于 $(0,0)$ 时极限是否存在。

若存在，求出该极限；若不存在，说明理由

三、（本题 6 分）

改变 $\int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^{2-x-y} f(x,y,z) dz$ 的积分顺序为 dx, dy, dz , 使对任意在积分区域内连续的函数 $f(x,y,z)$ 积分的值都不变

四、（本题 56 分，每小题 8 分）计算

1、若 $u = \sin(x+y+z)$, 求 $d^3 u$

2、 $\iint_D x^2 + y^2 dx dy$, 其中 D 是 $y=x$, $y=x+2$, $y=2$ 和 $y=6$ 所围的有界闭区域

3、 $\iiint_D e^{\sqrt{x^2+4y^2+z^2}} dx dy dz$, 其中 D 是以 $x^2 + 4y^2 + z^2 = 4$ 为边界的有界闭区域

4、 $\iint_D \frac{1}{x^3 y^2} dx dy$, 其中 $D = \{(x,y) | 3xy \geq 1, y \geq 1\}$

5、曲面 $xy-z=0$ 上满足 $x^2 + y^2 \leq 1$ 的部分的面积

6、 $\iint_{\Sigma} (x^2 + y^2) dx dy + (y^2 + z^2) dy dz + (z^2 + x^2) dz dx$, 其中

Σ 是曲面 $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ 介于 $z=0$ 和 $z=5$ 之间的部分, Σ 在 $(1,0,1)$ 处方向与 x 轴正方向夹角为锐角

7、 $\int_L (y+z-3) dx + (z+x-3) dy + (x+y-3) dz$, 其中 L

7、 $\int_L (y+z-3)dx + (z+x-3)dy + (x+y-3)dz$, 其中 L 是从 $(0,0,3)$ 到 $(0,3,0)$ 再到 $(3,0,0)$ 再回到 $(0,0,3)$ 的三角形

五、(本题 8 分)

求 $x^2 + 2y^2 + 3z^2$ 在 $\{(x,y,z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 2018\}$ 的上确界和下确界

六、(本题 6 分)

证明：在 $R^2/\{(0,0)\}$ 上，曲线积分 $\int_L \frac{xdx+yd y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ 与路径无关

七、(本题 6 分)

已知二元函数 f 有连续偏导数，证明存在一个点位于曲面

$f\left(\frac{x-1}{z-2}, \frac{y-3}{z-2}\right) = 0$ 的所有切面上

八、(本题 6 分)

设 $u(x, y, z)$ 是三元二阶可微函数，证明对任意的三个相互垂直

的方向 l_1, l_2, l_3 , $\left(\frac{\partial u}{\partial l_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial l_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial l_3}\right)^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2$