第十一章 磁场中的磁介质

§11.1 磁介质的磁化、磁化强度矢量

一、磁介质的分类

相对磁导率 $\mu_r = \dfrac{B}{B_0}$
- < 1：抗磁质(*diamagnetism matter*)
- >1：顺磁质(*naramagnetism matter*)
- >>1：铁磁质 (*ferromagnetics matter*)

二、磁化的微观机制 ——抗磁质、顺磁质

磁介质：
- 分子磁矩 (*molecular magnetic monent*)
- 分子电流 (*molecular current*)

电子
- 绕核运动——轨道磁矩(*orbital magnetic moment*)
- 自旋运动——自旋磁矩(*spin magnetic moment*)

介质分子中各电子磁矩的矢量合 ⟶ 分子磁矩 $\vec{P}_m$

分子磁矩对应的等效圆电流 ⟶ 分子电流

*分子磁矩在外磁场 $\vec{B}_0$ 中受到磁力矩，$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$ 使 $\vec{P}_m$ 向磁场方向偏转。

*在外磁场中， 电子的拉莫进动产生一附加磁矩（感应磁矩）$\Delta\vec{P}_m$， 与外场 $\vec{B}_0$ 反向。**(P137~138)**

分子电流所对应的磁矩在外磁场中的行为决定介质的特性。

无外场：抗磁质——分子固有磁矩 $\vec{P}_m = 0 \rightarrow \sum \vec{P}_m = 0$

顺磁质——分子固有磁矩 $\vec{P}_m \neq 0 \rightarrow \sum \vec{P}_m = 0$

分子无规则热运动

在外磁场中：

顺磁质：产生与 $\vec{B}_0$同向的附加磁场 $\vec{B}' \rightarrow \vec{B} > \vec{B}_0 \leftarrow \sum \vec{P}_m \neq 0$

抗磁质：产生与 $\vec{B}_0$ 反向的附加磁场 $\vec{B}' \rightarrow \vec{B} < \vec{B}_0 \leftarrow \sum \Delta\vec{P}_m \neq 0$

外磁场$\vec{B}_0$与磁介质相互作用，使其从$\sum \vec{P}_m = 0 \rightarrow \sum \vec{P}_m \neq 0$

磁化

三、磁化强度矢量 $\vec{M}$

$$\vec{M}=\frac{\sum \vec{P}_m}{\Delta V}$$

顺磁质：$\vec{M},\vec{B}_0$同向

抗磁质：$\vec{M},\vec{B}_0$反向

→ 产生磁化电流

均匀磁化：介质中各点$\vec{M}$相同

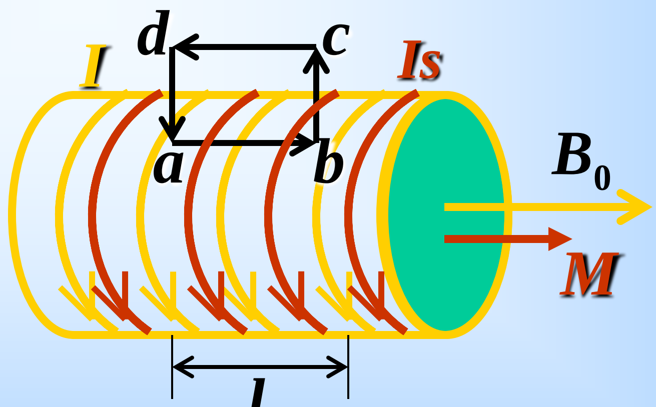
四、磁化强度矢量与磁化电流的关系

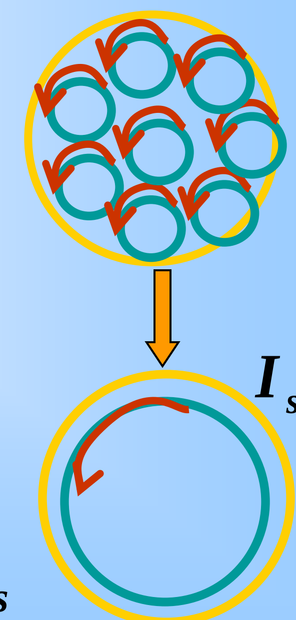
顺磁质，均匀磁化：

$$\left|\sum \vec{P}_m\right| = i_s l\cdot S$$

右手螺旋

$$\left|\vec{M}\right| = \frac{\sum P_m}{\Delta V} = \frac{i_s lS}{lS} = i_s$$





束缚电流面密度

束缚电流、分子电流 ← 磁化面电流：I_s

垂直于电流流动方向上单位长度的磁化面电流 ← 磁化面电流密度：i_s

$\oint \vec{M}\cdot d\vec{l} = i_s\overline{ab} = \sum I_s$ 磁化强度沿任一回路的环流，等于穿过此回路的束缚电流 I_s 的代数和

§11.2 有磁介质时的高斯定理、安培环路定理

一、有磁介质时的高斯定理

介质中：$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' \rightarrow \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = \oint_S (\vec{B}_0 + \vec{B}')\cdot d\vec{S} = 0$

二、有介质时的环路定律、磁场强度

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' \begin{cases} \text{传导电流：} I \rightarrow \vec{B}_0 \\ \text{磁化面电流：} I_s \rightarrow \vec{B}' \end{cases}$$

$$\left.\begin{aligned} &\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\left(\sum I + \sum I_s\right) \\ &\oint \vec{M}\cdot d\vec{l} = \sum I_s \end{aligned}\right\} \oint_L \left(\frac{\vec{B}_0}{\mu_0} - \vec{M}\right)\cdot d\vec{l} = \sum I$$

定义：$\vec{H}=\dfrac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M} \longrightarrow$ 磁场强度

介质中的安培环路定律：

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum I \quad \begin{cases} \vec{H}\ \text{与磁化电流}\ I_s\ \text{有关} \\ \oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}\ \text{只与穿过回路的传导电流}\ I\ \text{有关} \end{cases}$$

实验结论：$\vec{M}=\chi_m \vec{H}$ （各向同性均匀磁介质中）

χ_m：磁化率(*magnetic susceptibility*)
$$\begin{cases} \text{顺磁质：}\chi_m>0 \\ \text{抗磁质：}\chi_m<0 \\ \text{真空：}\chi_m=0 \end{cases}$$

$\mu_r=\dfrac{B}{B_0}$：相对磁导率 $\mu_r=1+\chi_m$

$\mu=\mu_0\mu_r$：磁导率 (*permeability*) $\vec{B}=\mu_0\mu_r\vec{H}=\mu\vec{H}$

例1：同轴电缆，内外筒半径R_1、R_2，内筒外包以半径为R的顺磁质（μ）。通电流I，求：

1）$\vec{H}$、$\vec{B}$分布；2）介质中的$\vec{M}$、i_s；3）电缆单位长度ϕ_m

解：1）$R_1 < r < R_2$：$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = H\cdot 2\pi r = I \rightarrow H = \dfrac{I}{2\pi r}$

$$\begin{cases} R_1 < r < R\text{：} & B_1 = \mu_o\mu_r H = \mu H \\ R < r < R_2\text{：} & B_2 = \mu_0 H \\ R_1 < r\text{，}\ r > R_2\text{：} & H = 0\text{，}\ B = 0 \end{cases}$$

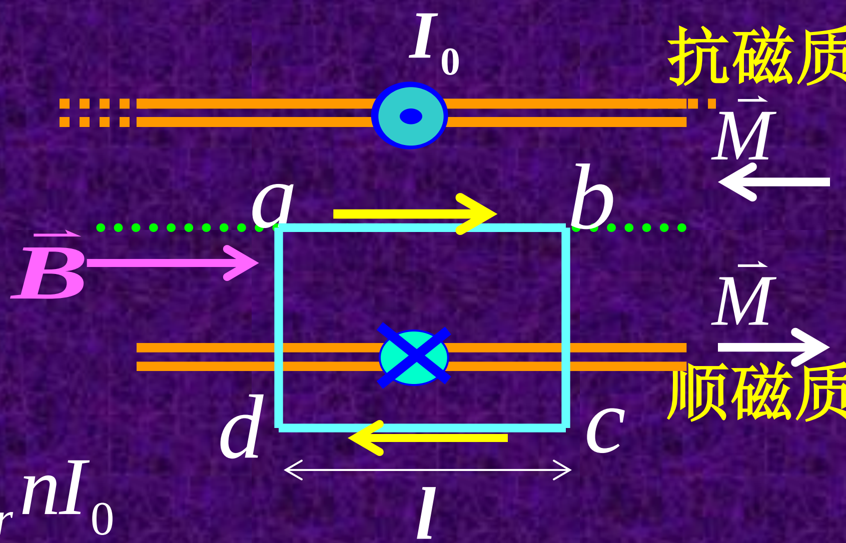
2）$M = \dfrac{B}{\mu_o} - H = (\dfrac{\mu}{\mu_o} - 1)\dfrac{I}{2\pi r}$ $\begin{cases} i_{s1} = M(R_1) \\ i_{s2} = M(R_2) \end{cases}$

3）$\phi_m = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = \int_S B\cdot 1dr$

$$= \int_{R_1}^{R} B_1 dr + \int_{R}^{R_2} B_2 dr = \frac{\mu I}{2\pi}\ln\frac{R}{R_1} + \frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R}$$

例2：长直螺旋管内充满均匀磁介质(μ_r)，设励磁电流 I_0，单位长度上的匝数为 n。求管内的磁感应强度和磁介质表面的磁化面电流密度。

解：取安培回路 $abcd$



$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum_L I$$

$$\therefore lH = nlI_0 \rightarrow H = nI_0$$

$$\therefore B = \mu_0\mu_r H = \mu_0\mu_r nI_0$$

$$\because \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \rightarrow M = (\mu_r - 1)nI_0$$

$$M = i_s$$

$$\therefore i_s = (\mu_r - 1)nI_0$$

顺磁质 $\mu_r > 1, i_s > 0$

抗磁质 $\mu_r < 1, i_s < 0$ (束缚电流与传导电流反向)

	介质中的磁场	介质中的电场
描述介质性质：	$\mu_0, \mu_r, \mu = \mu_0\mu_r$ $\chi_m \to \mu_r = 1 + \chi_m$	$\varepsilon_0, \varepsilon_r, \varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ $\chi_e \to \varepsilon_r = 1 + \chi_e$
描述场：	$\vec{B}, \vec{M} = \dfrac{\sum \vec{P}_m}{\Delta V}, M = i_s$	$\vec{E}, \vec{P} = \dfrac{\sum \vec{P}_e}{\Delta V}, P_n = \sigma'$
辅助量：	$\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$（磁场强度矢量）	$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$（电位移矢量）
实验规律：	$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$　各向同性介质	$\vec{P} = \varepsilon_0\chi_e\vec{E}$
相互关系：	$\vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H}$	$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$
场方程：	$\begin{cases} \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0 \\ \oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum I \end{cases}$	$\begin{cases} \oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum q_0 \\ \oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0 \end{cases}$
	$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_L I + \mu_0 \sum_L I_s$	$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum_S (q_0 + q')$