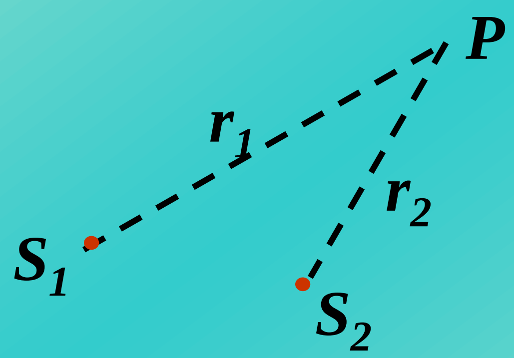
第十三章

光 的 干 涉

§ 13.1 光的相干性



*两列光波相遇：

非相干光——非相干叠加：均匀叠加

相干光——相干叠加：干涉现象

$$E_0^2 = E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20}\cos\Delta\phi$$

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

P点光强：$I = I_1 + I_2 + \underline{2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\phi}$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta\phi = \pm 2k\pi \rightarrow I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \\ \Delta\phi = \pm(2k+1)\pi \rightarrow I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \end{array}\right\}$$ 光的干涉

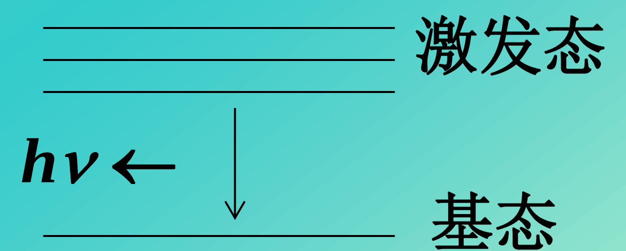
—— 在相遇区域内，光强周期性重新分布: 干涉条纹

*光的相干条件:

振动方向相同、频率相同、位相差恒定 —— 相干光

*普通光源的发光机制:

原子自发辐射：持续时间 $10^{-8}s$



同一原子不同时刻发出的波列——非相干

不同原子同一时刻发出的波列——非相干

$$\left.\begin{array}{l}\text{两个独立光源发出的光波}\\ \text{同一光源不同点上发出的光波}\\ \text{同一光源同一点上不同时刻发出的光波}\end{array}\right\}\text{非相干光}$$

*相干光的获得:

将一个光源同一部分发出的光分为两束，

在空间经过不同路程后再相遇 —— 相干光，产生干涉现象

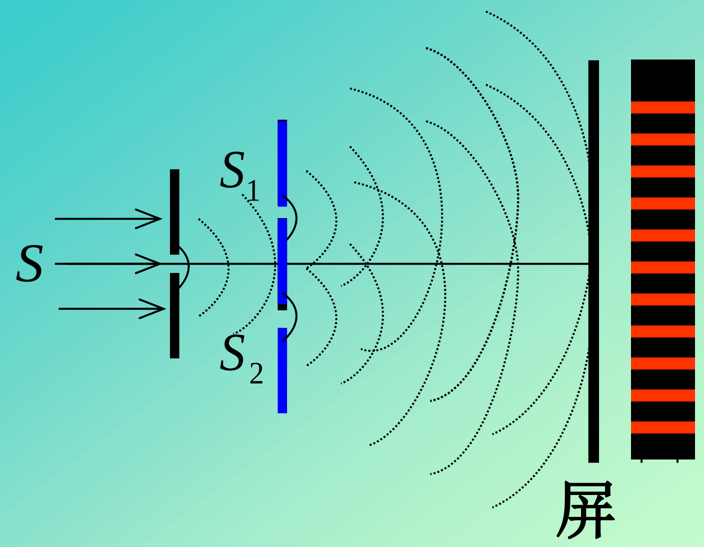
分波阵面法 —— 杨氏干涉、洛埃镜 ...
分振幅法（薄膜干涉）——等倾干涉、等厚干涉

§ 13-2 获得相干光的方法之一 —— 分波阵面法

一、杨氏双缝实验（*T.Young*，1801年）

1. 现象：屏上出现

稳定、周期性分布、明暗相间条纹
中央明纹，两侧对称；
相邻条纹间距相等；
各明纹中心强度相等



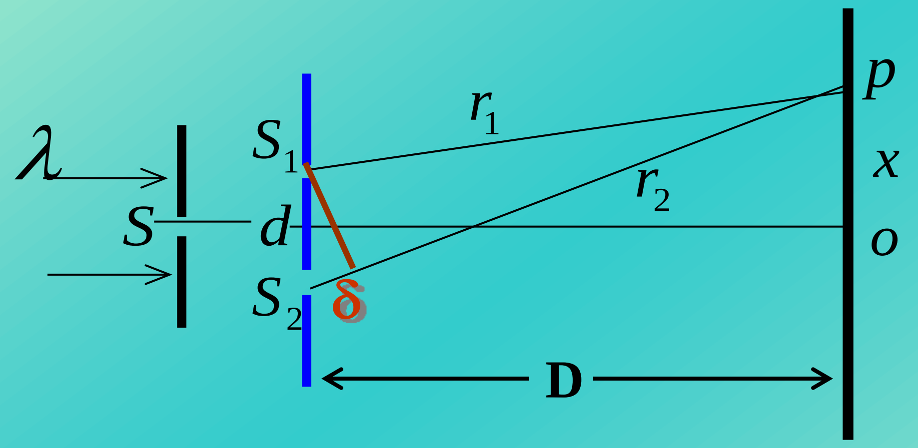
2. 讨论：

1）条纹位置：

x处：$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$

$$= \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$$

$\delta = r_2 - r_1 \rightarrow$ 波程差



$$\frac{\delta}{d} = \frac{x}{D} \rightarrow x = \frac{D}{d}\delta \text{或} \delta = \frac{d}{D}x$$

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta = \begin{cases} \pm 2k\pi \leftarrow \delta = \pm k\lambda \leftarrow x_k = \pm\frac{D}{d}k\lambda : \text{明纹，} I = 4I_1 \\ (2k-1)\pi \leftarrow \delta = \pm(2k-1)\frac{\lambda}{2} \leftarrow x_k = \pm\frac{D}{d}(2k-1)\frac{\lambda}{2} : \text{暗纹，} I = 0 \end{cases}$$

*屏幕中心：$x = 0, \delta = 0, \Delta\phi = 0 \rightarrow k = 0$级明纹

*任意位置，光强介于明暗之间：$I = 0 \sim 4I_1$

*相邻明纹间距=相邻暗纹间距：$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{D}{d}\lambda$

条纹可见度：$V=\dfrac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}}$

2）条纹变化特点：

明纹位置：$x=\pm\dfrac{D}{d}k\lambda$

条纹间距：$\Delta x=\dfrac{D}{d}\lambda$

讨论：

D、d、λ变化 $\rightarrow$ 条纹变化规律

$d\uparrow$：同一级条纹对应$x_k\downarrow$，条纹变密$\Delta x\downarrow$

$D\uparrow$：同一级条纹对应$x_k\uparrow$，条纹变疏$\Delta x\uparrow$

$\lambda\uparrow$：同一级条纹对应$x_k\uparrow$，条纹变疏$\Delta x\uparrow$

例1：双缝干涉，屏上P点处出现第4级明纹，现将缝间距 d 缩小一倍

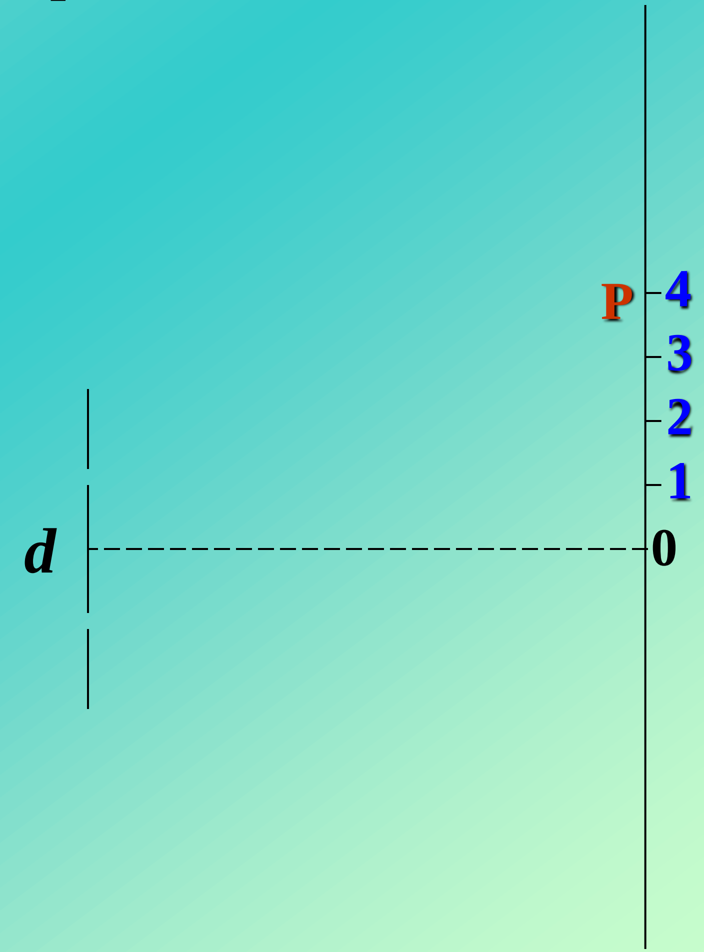
问：第4级明纹现在的位置？ $k=4 \rightarrow x'=?$

P点处现在是第几级条纹？ x_P处 $\rightarrow k'=?$

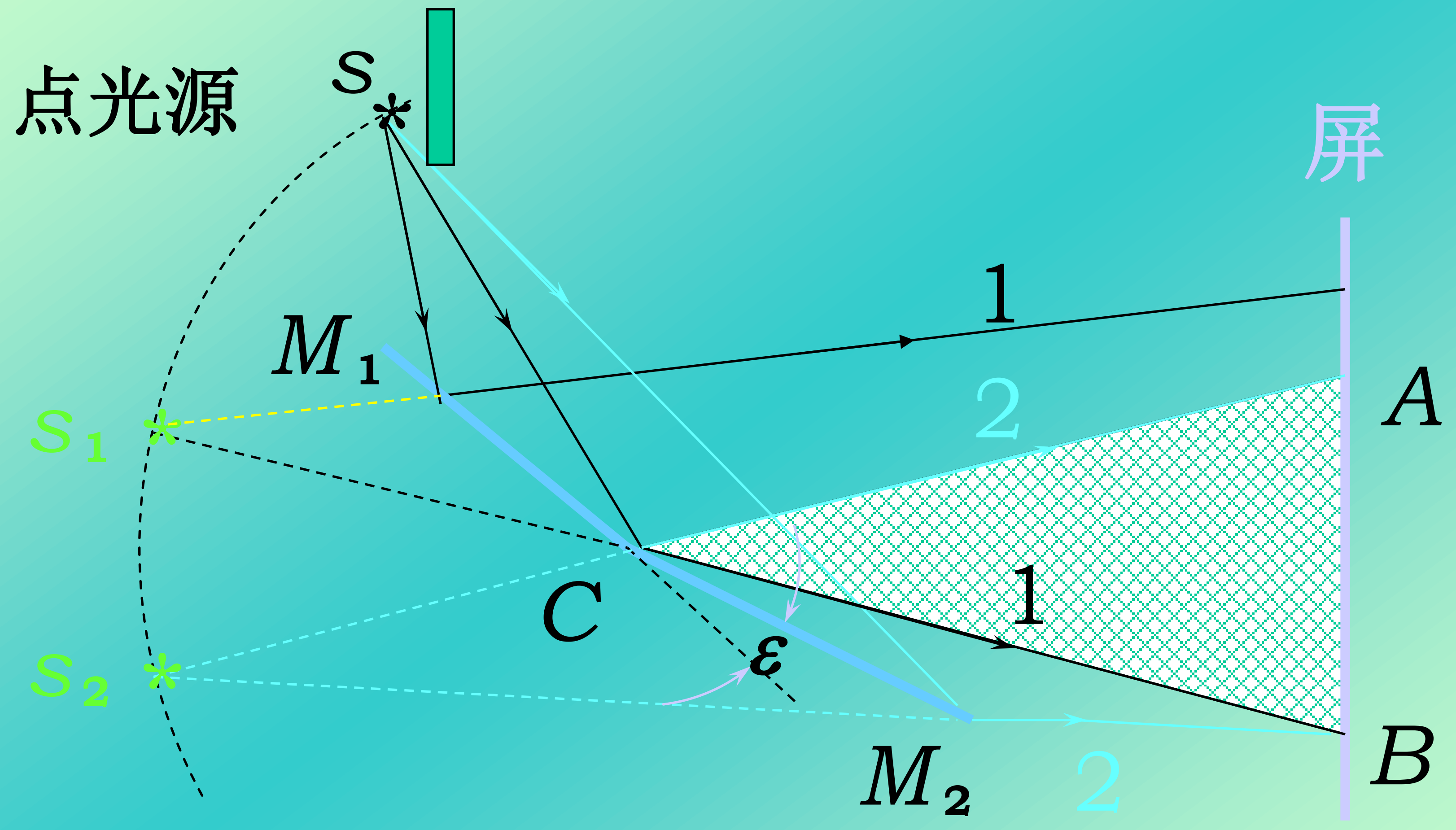
解： $x_P = \dfrac{D}{d}4\lambda$ 　　当 $d' = \dfrac{d}{2}$

$$x' = \frac{D}{d'}\cdot 4\lambda = \frac{D}{d}\cdot 8\lambda$$

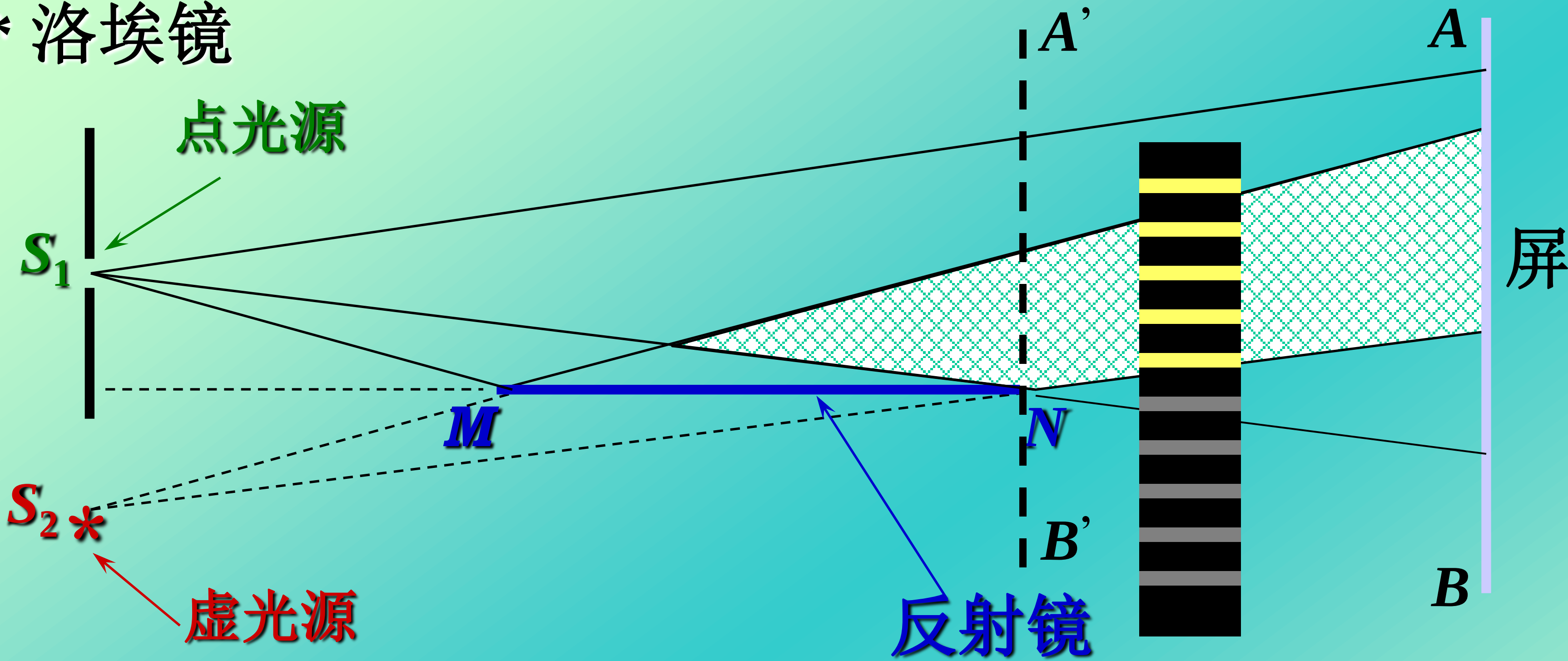
$$x_P = \frac{D}{d}\cdot 4\lambda = \frac{D}{d'}\cdot k'\lambda \rightarrow k' = 2$$



*菲涅耳双镜



* 洛埃镜



将屏AB移至$A'B'$处，N点是明还是暗条纹？ $\delta = r_2 - r_1 = 0?$

实验表明：N点是暗条纹

> 光从光疏到光密媒质的界面上反射时，有π的位相突变，
>
> 对应光程差$\delta = \dfrac{\lambda}{2}$——半波损失

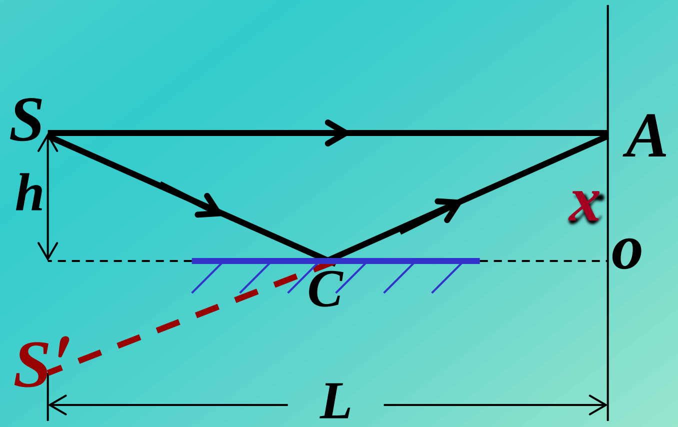
$$\Delta\varphi = \pi + \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

N点：$r_2 - r_1 = 0 \rightarrow \Delta\varphi = \pi$，$\delta = \dfrac{\lambda}{2}$ 暗条纹

例2：光束*SA*来自光源，*SCA*经镜面反射，*SA* // 镜面

$\lambda = 0.5\mu m$，$L = 1.0m$，$h = 2.0\times 10^{-3} m$

求：在 *A*点观察到的干涉结果



解：$\dfrac{\delta}{d} = \dfrac{x}{D}$

$$\delta_A = x_A \frac{d}{D} + \frac{\lambda}{2} = h\frac{2h}{L} + \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta\phi_A = \frac{2\pi}{\lambda}\delta_A = 33\pi$$

在 *A*点观察到暗条纹

§ 13-3 光 程

一、光在不同介质中的波长 λ_n及位相差 $\Delta\phi$ (P213)

*不同介质中： $\left.\begin{array}{l}\nu\text{不变}\\ V\text{改变}\end{array}\right\}\lambda_n=\dfrac{V}{\nu},n=\dfrac{C}{V}$

*光的波长： $\left.\begin{array}{l}\text{真空中：}\lambda=\dfrac{C}{\nu}\\ \text{介质}n\text{中：}\lambda_n=\dfrac{V}{\nu}=\dfrac{C}{n\nu}\end{array}\right\}\lambda_n=\dfrac{\lambda}{n}$

$(n\geq 1\rightarrow\lambda_n\leq\lambda)$

*一束光通过几何路程 l，产生位相差：

$$\begin{cases}\text{真空中：}\Delta\phi=\dfrac{2\pi}{\lambda}l\rightarrow\text{波程}=\text{几何路程}\\ \text{介质中：}\Delta\phi=\dfrac{2\pi}{\lambda_n}l=\dfrac{2\pi}{\lambda}nl\rightarrow\text{波程}=nl\end{cases}$$

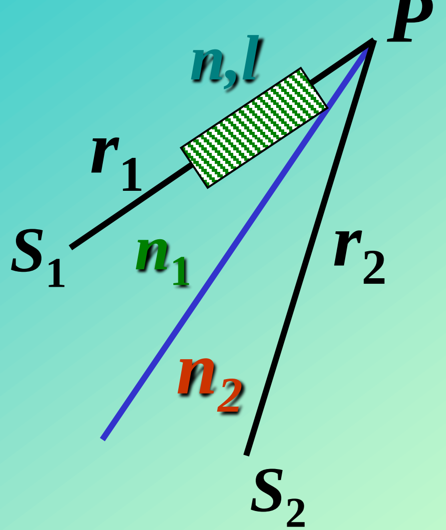
二、光程 、光程差 (P214)

1. 光程: 光在空间走过的几何路程 r ×所在介质折射率 $n = nr$

物理含义: t时间内：$r = Vt = \dfrac{C}{n}t$

$\therefore nr = Ct \rightarrow$ 相同时间内光在真空中走过的路程

2. 光程差 $\delta \rightarrow$ 位相差：$\Delta\phi = \dfrac{2\pi}{\lambda}\delta$



讨论: 两同相相干点光源S_1、S_2，在P点相遇

真空中：$\Delta\phi = \dfrac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$

介质 n中：$\Delta\phi = \dfrac{2\pi}{\lambda}n(r_2 - r_1)$

两种n_1、n_2介质中：$\Delta\phi = \dfrac{2\pi}{\lambda}(n_2 r_2 - n_1 r_1)$

r_1线路上有介质：$\Delta\phi = \dfrac{2\pi}{\lambda}[r_2 - (r_1 - l + nl)] = \dfrac{2\pi}{\lambda}[r_2 - r_1 - (n-1)l]$

例3：杨氏双缝实验中，在上缝S_1处放一厚度l 的玻璃片

1）原中央0级明纹将如何移动（上、下移）？

2）若0级明纹移至原5级明纹位置处，n已知，则 l =?

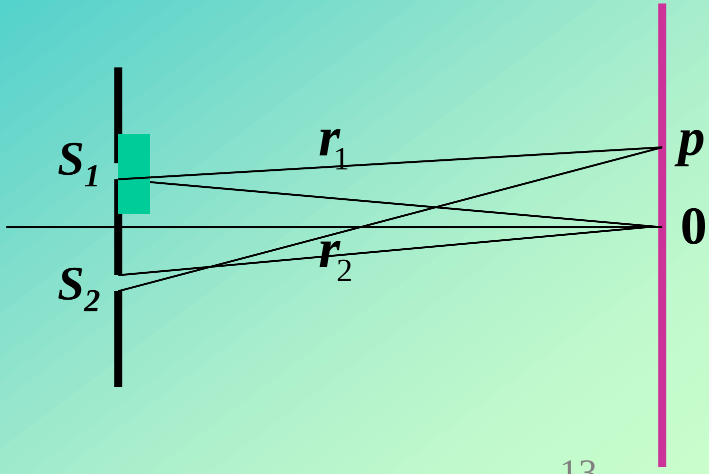
解：1）0级明纹 $\rightarrow \Delta\phi = 0, \quad \delta = 0$

真空中：$\delta = (r_2 - r_1) = 0 \rightarrow x_0 = 0$

S_1处放n：$\delta = r_2 - (r_1 - l + nl) = r_2 - r_1 - (n-1)l = 0$

$r_2 - r_1 = (n-1)l > 0 \rightarrow r_2 > r_1$ 0级明纹上移

2）P点：原第5级明纹处



$$\delta(P) = r_2 - r_1 = 5\lambda$$

现0级明纹：$\delta'(P) = r_2 - r_1 - (n-1)l = 0$

$$(n-1)l = 5\lambda \rightarrow \therefore l = \frac{5\lambda}{n-1}$$

§ 13-4 薄膜干涉

一、薄膜干涉 (film interference)

1. 反射光a、b的光程差：

$$\delta = n_2(AB+BC)-n_1AD+\frac{\lambda}{2}$$

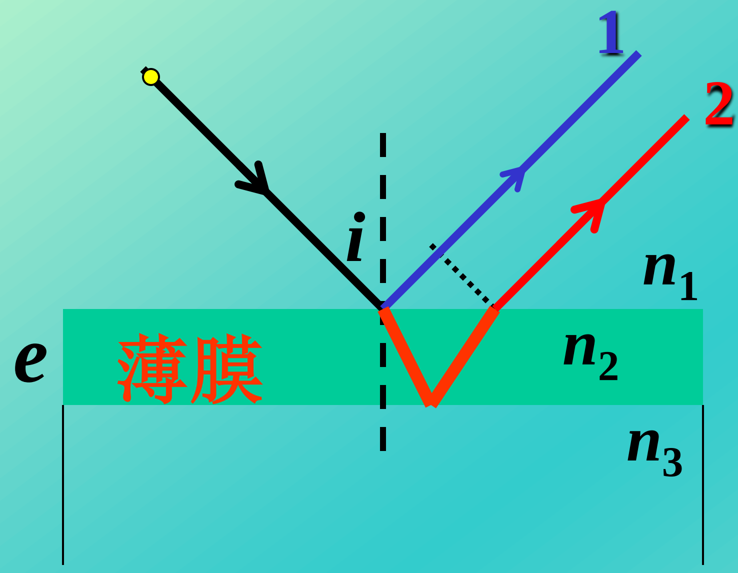
$$= 2e\sqrt{n_2^2-n_1^2\sin^2 i}+\frac{\lambda}{2} \begin{cases} = k\lambda, & k=1,2,3\ldots \text{ 明} \\ = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}, & k=0,1,2\ldots \text{ 暗} \end{cases}$$

2. 透射光 a', b' 的光程差：

$$\delta' = 2e\sqrt{n_2^2-n_1^2\sin^2 i} \begin{cases} = k\lambda, & k=1,2,3\ldots \text{ 明} \\ = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}, & k=0,1,2\ldots \text{ 暗} \end{cases}$$

相同 e, i 处 $\left\{\begin{array}{l}\text{反射光加强处，透射光减弱} \\ \text{透射光加强处，反射光减弱}\end{array}\right\}$ 能量守恒

*关于半波损失



反射光干涉1、2之间：

$n_1 > n_2 > n_3$
$n_1 < n_2 < n_3$
有半波损失

$n_1 > n_2 < n_3$
$n_1 < n_2 > n_3$
无半波损失

3. 当n_1, n_2, λ确定时：$\delta = \delta(e, i)$ $\begin{cases} e\text{：膜厚} \\ i\text{：倾角——入射角} \end{cases}$

$\begin{cases} e \text{ 确定:} \delta = \delta(i) \text{——等倾干涉} \\ i \text{ 确定:} \delta = \delta(e) \text{——等厚干涉} \end{cases}$

二、等倾干涉——平行薄膜干涉(P223~226)

1、实验装置和现象：

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} \begin{cases} = k\lambda, \quad k=1,2,3\ldots \quad \text{明} \\ = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k=0,1,2\ldots \quad \text{暗} \end{cases}$$

$\begin{cases} \text{同一 } i \text{ 对应同一级条纹——圆环} \\ \text{不同 } i \text{ 对应的干涉条纹——一组同心圆} \end{cases}$

2、为何选用面光源 —— 提高干涉环亮度

3、条纹特点：(等倾条纹)

1）e一定：$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \dfrac{\lambda}{2}$ $\begin{cases} i\uparrow,\delta\downarrow,k\downarrow & \text{外圈级数低} \\ i\downarrow,\delta\uparrow,k\uparrow & \text{内圈级数高} \end{cases}$

中心处：$i=0$，级数最高

若中心亮点：$2n_2e + \dfrac{\lambda}{2} = k_m\lambda \rightarrow k_m, k_m - 1, k_m - 2, \ldots$

2）条纹间距内疏外密，非线性变化

角宽度：$i_k - i_{k+1} = \Delta i = \dfrac{\lambda}{2ne\sin i}$ $(n_1 = 1, n_2 = n)$

3）薄膜厚度均匀增加，条纹变密，中心级数增加（冒出）

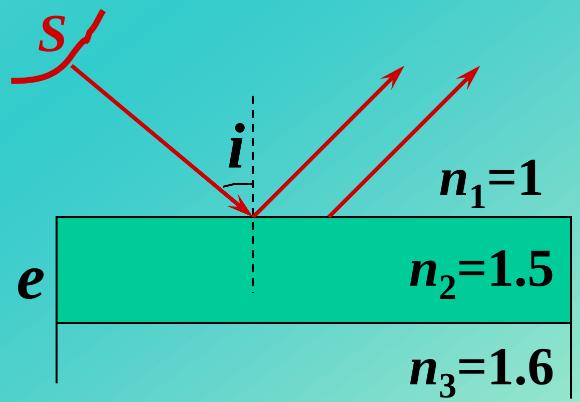
薄膜厚度均匀减小，条纹变疏，中心级数减少（缩进）

$\Delta e = \dfrac{\lambda}{2n_2}$

例1：平行薄膜厚 e=200λ，面光源入射光波长λ 。屏上呈圆环状干涉条纹，中心亮斑。

问：1）中心亮斑向外第5个明环的级数？

2）该明环对应的倾角？



解：1） 等倾干涉

级数内高外低

$$\delta=2e\sqrt{n_2^2-n_1^2\sin^2 i}=k\lambda$$ 明

中心亮斑： $i=0\rightarrow\delta=2n_2e=k_o\lambda\rightarrow k_o=600$

中心向外第5个明环：k=595

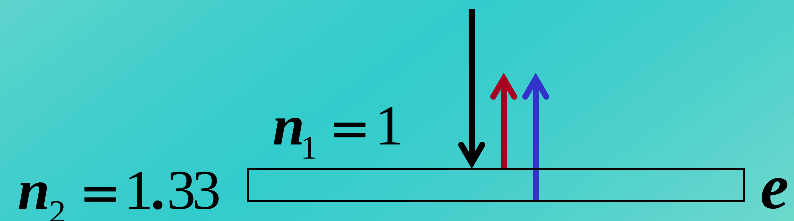
2） $\delta=2e\sqrt{n_2^2-n_1^2\sin^2 i}=595\lambda$

$$\sin i=0.1924\rightarrow i=11^o6'$$

例2：平行平面肥皂膜，n=1.33，膜厚 0.32μm，

白光⊥照射，观察反射光是什么颜色？

解：$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \dfrac{\lambda}{2} = k\lambda$



$i = 0 \rightarrow 2n_2 e + \dfrac{\lambda}{2} = k\lambda$

$$\lambda = \frac{2n_2 e}{k - \frac{1}{2}} \qquad (k = 1, 2, 3\ldots)$$

$k = 1,\ \lambda_1 = \cancel{1700}nm$

$k = 2,\ \lambda_2 = 567nm \longrightarrow$ 绿色

$k = 3,\ \lambda_3 = \cancel{341}nm$

⋮

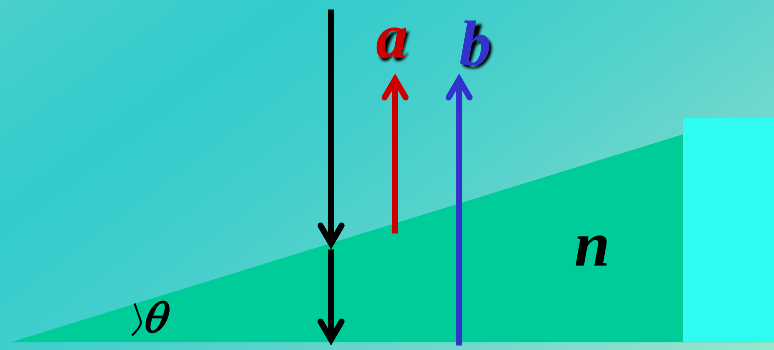
若i=30°，反射光呈什么颜色？

三、等厚干涉（214~221）

1. 劈尖干涉：

*空气中，折射率n的透明劈尖薄膜，微小夹角θ

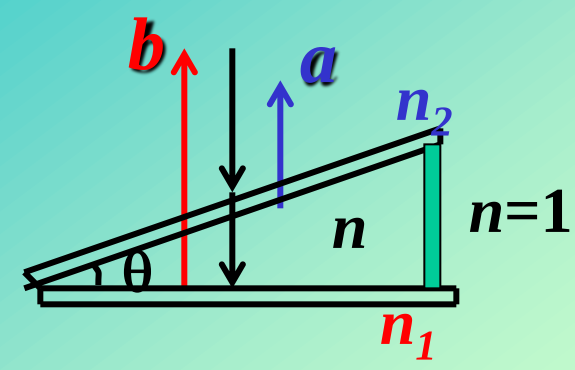
*平行光⊥入射：$i=0$



薄膜上下表面反射光a、b的干涉

a、b光程差：

$$\delta = 2ne_k + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & \text{明（加强）} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗（相消）} \end{cases}$$



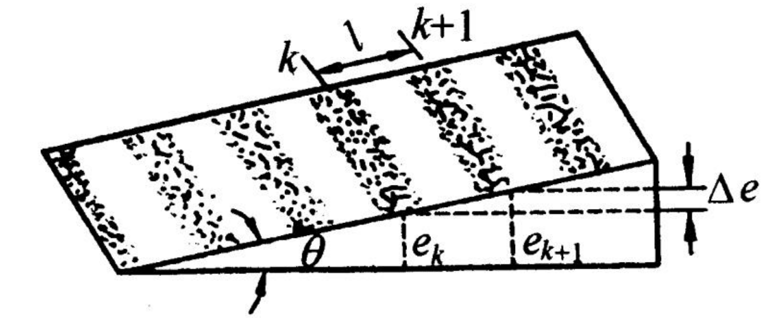
空气膜

$$e_k = \left\{ \begin{array}{ll} \dfrac{2k+1}{4n}\lambda & \text{明} \\ \dfrac{k\lambda}{2n} & \text{暗} \end{array} \right\}$$ 同一厚度对应同一级条纹

——等厚线

讨论：

$$\delta = 2ne_k + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & \text{明（加强）} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & \text{暗（相消）} \end{cases}$$



1）条纹与棱边平行

棱边处：$e = 0 \rightarrow \delta = \frac{\lambda}{2}$，对应0级暗纹中心

2）相邻明或暗条纹对应的厚度差：$\Delta e = e_{k+1} - e_k = \frac{\lambda}{2n}$

相邻明或暗条纹的间距l：$l\sin\theta = \Delta e \rightarrow l = \frac{\lambda}{2n\sin\theta} \approx \frac{\lambda}{2n\theta}$

等间距

3）条纹变化规律（n、λ确定）

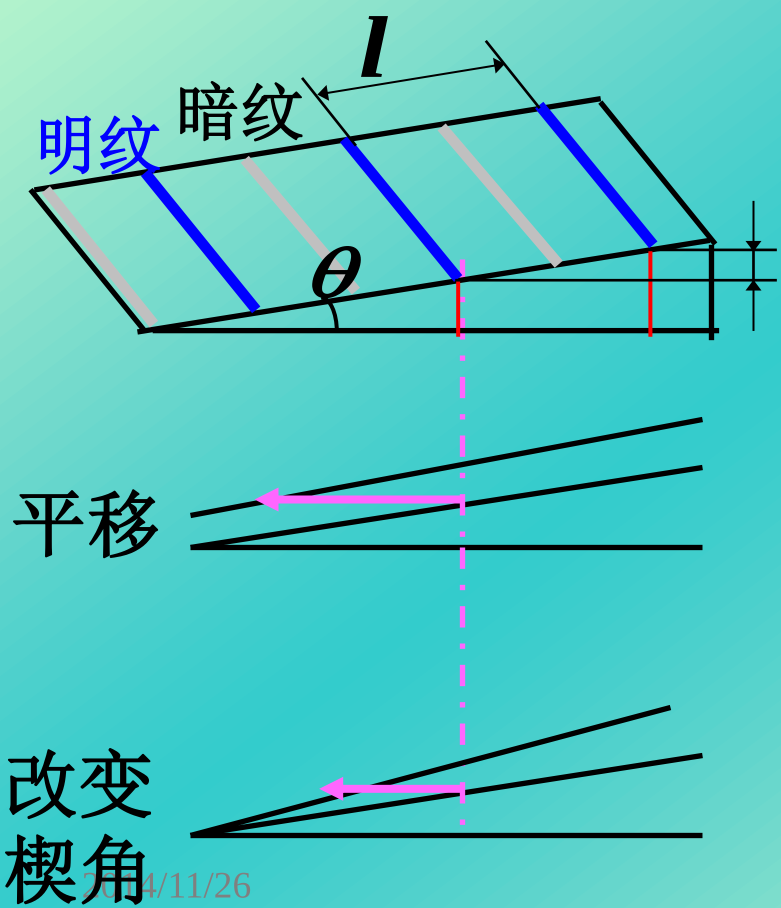
$\theta\uparrow \rightarrow l\downarrow$，条纹移向棱边

θ一定，$e\uparrow$（平行增加膜厚）$\rightarrow l$不变，条纹移向棱边

- 条纹的移动

（反映膜的厚度变化）

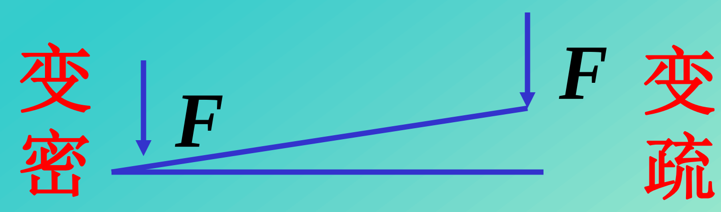
$$2ne_k+\frac{\lambda}{2}=k\lambda\ (k=1,2,3,\cdots)$$



- 条纹疏密的变化

（反映楔角的改变）

$$l\approx\frac{\lambda}{2n\theta}$$

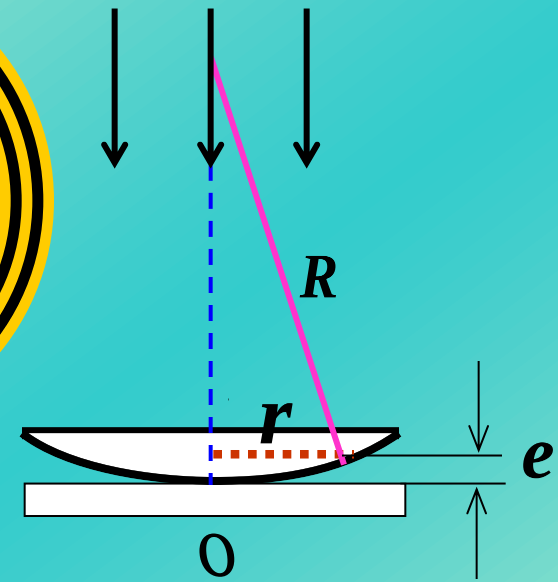


怎么看条纹移动？盯住某一级，看这一级对应的厚度在哪个方向

2. 牛顿环：

1）装置

2）条纹特点



*光程差——空气层上下表面反

$$\delta = 2e + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & k=1,2,\ldots \quad \text{明} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k=0,1,2,\ldots \quad \text{暗} \end{cases}$$

*等厚点的轨迹是以*O*为圆心的一组同心圆 $\begin{cases}\text{条纹内疏外密} \\ \text{条纹级次内低外高}\end{cases}$

理想接触点*O*：$e=0$，$\delta = \dfrac{\lambda}{2} \longrightarrow$ 暗点

*牛顿环半径： $r^2 = R^2 - (R-e)^2 = 2Re - e^2 \approx 2Re$

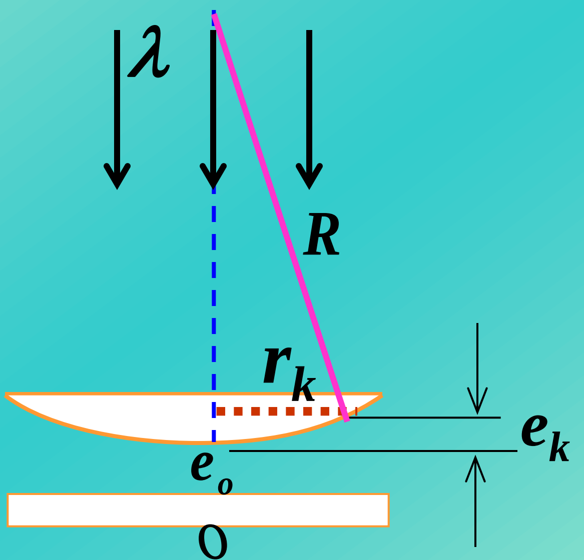
$$\begin{cases} k\text{级明纹：} r_k^2 = \dfrac{(2k-1)}{2} R\lambda \\ k\text{级暗纹：} r_k^2 = kR\lambda \end{cases}$$

$$r_{k+m}^2 - r_k^2 = mR\lambda$$

$$D_{k+m}^2 - D_k^2 = 4mR\lambda$$

$\longrightarrow$ 实验测量 *R* 或 λ

例4：牛顿环装置的平凸透镜R与平板玻璃间有一小缝隙e_o，现用波长λ的单色光垂直照射。求反射光形成的牛顿环各暗环半径 r_k=?



解：$$r_k^2 = R^2 - (R - e_k)^2 \approx 2Re_k$$

$$\delta_k = 2e_k + 2e_o + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$ （暗环）

对应 $$r_k = \sqrt{2Re_k} = \sqrt{R(k\lambda - 2e_o)}$$

$$k > \frac{2e_o}{\lambda}$$ (取整数)

$$r_{k+m}^2 - r_k^2 = mR\lambda$$

$$D_{k+m}^2 - D_k^2 = 4mR\lambda$$

$\longrightarrow$ 实验测量 R或λ

3）讨论：条纹变化规律

*透镜上下平移：$\begin{cases} e\uparrow，r_k\downarrow，\text{条纹内移} \\ e\downarrow，r_k\uparrow，\text{条纹外移} \end{cases}$

*充介质：

$$\left.\begin{array}{l} \text{同一}e\text{处：}\delta = 2ne + \dfrac{\lambda}{2}\uparrow，\text{级数}k\uparrow \\ \text{第}k\text{级暗环：}r_k^2 = \dfrac{kR\lambda}{n}\downarrow \end{array}\right\}\text{条纹变密,条纹内移}$$

例4：在牛顿环装置的透镜和平板玻璃间充入介质后，原第三级明环处变为第四级暗环。求介质的折射率。

解：

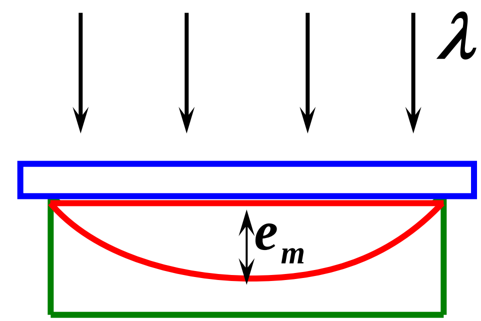
$$\left.\begin{array}{l} \text{空气层：}\delta = 2e + \dfrac{\lambda}{2} = 3\lambda \\ \text{介质层：}\delta' = 2ne + \dfrac{\lambda}{2} = (2\times4+1)\dfrac{\lambda}{2} \end{array}\right\}\therefore n = 1.6$$

例6：平板玻璃与凹透镜组成空气层，入射光波长 λ，垂直入射。共看到5个暗环，中心为亮斑。

求：1）空气层最大厚度；

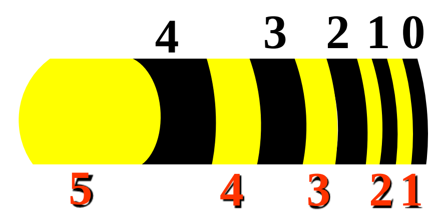
2）充入介质n后可看到6个暗环，中心暗斑，$n=?$

解：1）$\delta = 2e + \dfrac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda, & （k=1,2,\ldots）明 \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}, & （k=1,2,\ldots）暗 \end{cases}$



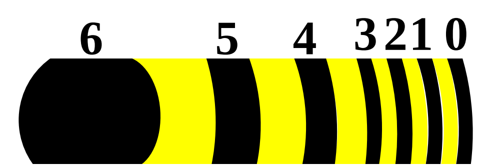
边缘处：$e=0 \rightarrow \delta = \dfrac{\lambda}{2} \rightarrow$ 0级暗环

$\therefore$ 中心亮斑为第5级明纹



$$\delta = 2e_m + \frac{\lambda}{2} = 5\lambda \rightarrow e_m = \frac{9}{4}\lambda$$

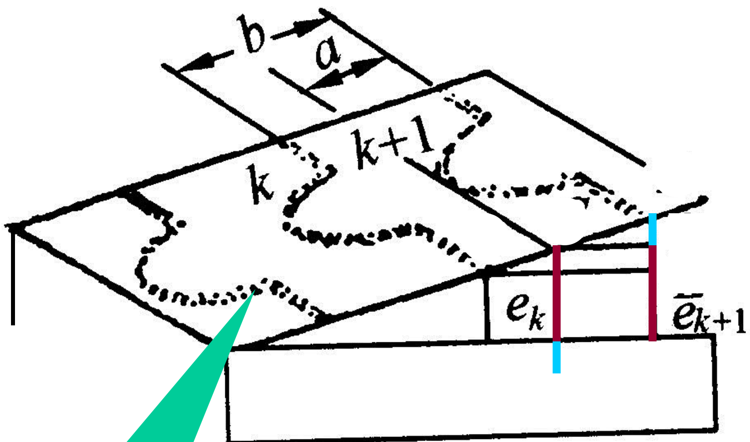
2）充入介质后：$\delta = 2ne_m + \dfrac{\lambda}{2} = (2\times 6+1)\dfrac{\lambda}{2}$



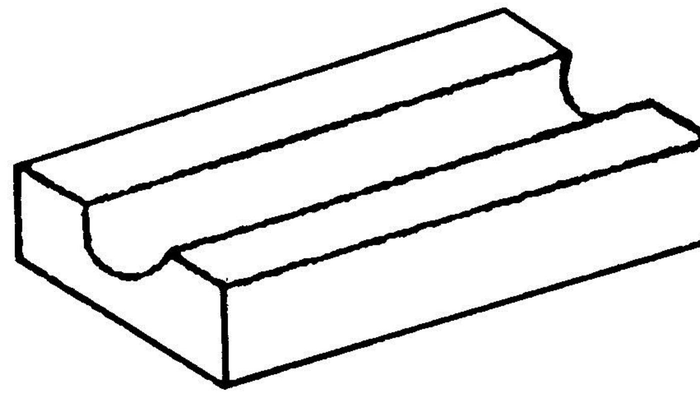
中心处为第6级暗纹 $\therefore n = 1.3$

四、干涉现象的应用(P216~218、220、223~224)

1. 利用劈尖干涉测量折射率，微小长度、角度及变化，检测表面平整度等



(a)



(b)

凹陷深度：$H = a\sin\theta$

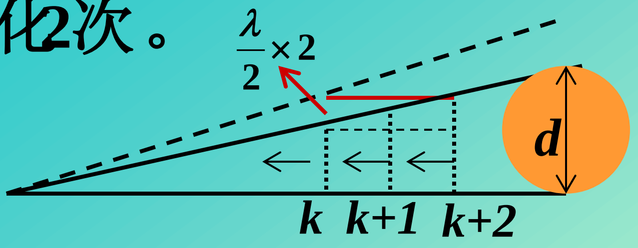
条纹间距：$b = \dfrac{\lambda}{2\sin\theta}$

$$\left.\begin{aligned} H &= a\sin\theta \\ b &= \frac{\lambda}{2\sin\theta} \end{aligned}\right\} H = \frac{a\lambda}{2b}$$

例6：$\lambda = 500nm$, $\perp$入射到空气劈上，金属丝通电后

劈尖中点处明条纹从明$\rightarrow$暗$\rightarrow$明，变化2次。

求：金属丝直径变化多少？



解：$\theta\uparrow\rightarrow$条纹向棱边移动，间距变小。

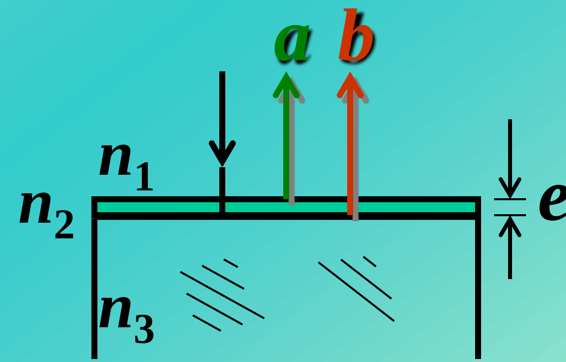
中点处：k级明纹$\rightarrow k+2$级明纹

$$\Delta e = 2\times\frac{\lambda}{2} \rightarrow \Delta d = 2\Delta e = 1000nm$$

2. 增透膜、增反膜 (P225~226)

$$\text{薄膜上下表面反射光干涉}\begin{cases}\text{加强} \longrightarrow \text{增反膜} \\ \text{相消} \longrightarrow \text{透射加强} \longrightarrow \text{增透膜}\end{cases}$$

*增反膜(高反射膜):



$$n_1 < n_2 > n_3 \rightarrow \text{高膜}(ZnS:n_2 = 2.35)$$

$$\delta = 2n_2 e + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \rightarrow n_2 e = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \ldots$$

光学厚度

*增透膜 (减反膜):

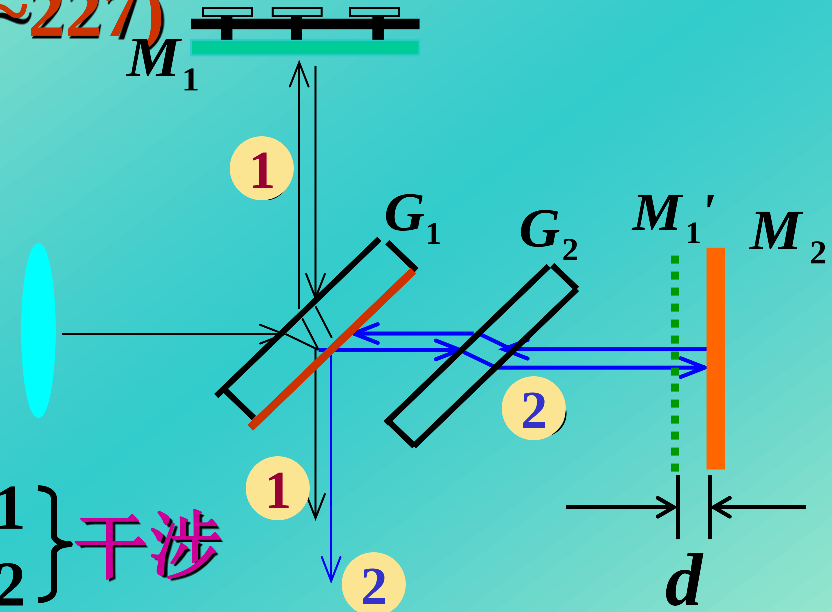
$$n_1 < n_2 < n_3 \rightarrow \text{低膜}(MgF:n_2 = 1.38)$$

$$\delta_{ab} = 2n_2 e = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \rightarrow n_2 e = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \ldots$$ 光学厚度

$$* n_2 = \sqrt{n_1 n_3} \rightarrow \text{反射光完全相消} \quad \left.\begin{array}{l} n_1 = 1 \\ n_3 = 1.52 \end{array}\right\} n_2 = 1.23$$

*复色光入射，只能对个别波长消反射（透射）

§13-5 迈克耳逊干涉仪(P226~227)



一、装置

$G_1, G_2: 45^0$玻璃板

G_1背面镀半透半反膜

$$\to G_1\begin{cases}\text{反射 1} \to M_1\text{反射}\\ \text{透射 2} \to M_2\text{反射}\end{cases} \to G_1\left.\begin{cases}\text{透射 1}\\ \text{反射 2}\end{cases}\right\}\text{干涉}$$

——分振幅法产生的双光束干涉

G_2 ?补偿板，对2作光程补偿

$M_1 \to G_1 \to M_1'$: 1,2干涉 = M_2M_1'空气层上下表面反射光干涉

二、干涉现象

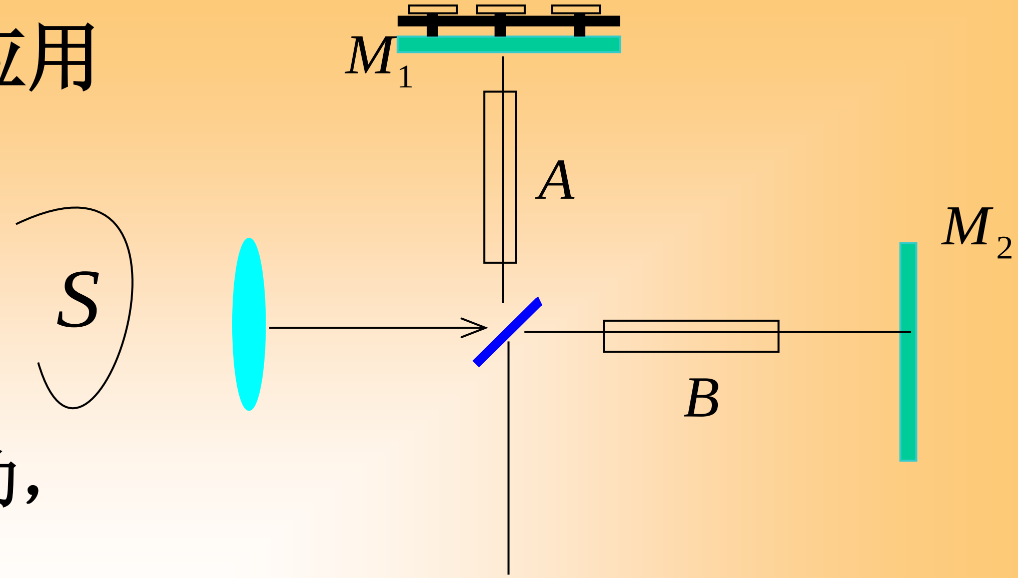
M_2M_1'间距$d \to \delta_{12} = 2d$

$$\Delta d = \frac{\lambda}{2} \to \Delta\delta = \lambda$$

条纹移动一条

例：迈克耳孙干涉仪的应用

在迈干仪的两臂中分别引入**10 cm**长的玻璃管 **A**、**B**，其中一个抽成真空，另一个在充以一个大气压空气的过程中观察到**107** 条条纹移动，所用波长为**546nm**。求空气的折射率？



解：设空气的折射率为 n $\quad \Delta\delta = 2nl - 2l = 2l(n-1)$

条纹移动一条时，对应光程差的变化为一个波长

$$\therefore 2l(n-1) = 107\times\lambda$$

$$n = \frac{107\times\lambda}{2l} + 1 = 1.00029$$

迈克耳孙干涉仪的两臂中便于插放待测样品，由条纹的变化测量有关参数。精度高。