

*波的干涉——两相干波的迭加

相干波源三条件: **振动方向相同,频率相同,位相差恒定**

干涉现象: 干涉区域中有些点 $A = A_1 + A_2$ 干涉加强
有些点 $A = |A_1 - A_2|$ 干涉减弱

干涉加强的条件:

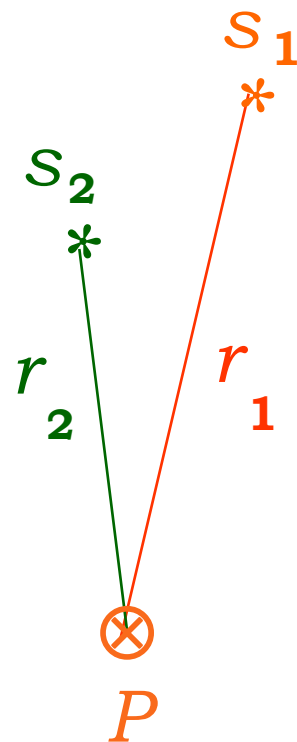
$$\Delta \Phi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi(r_2 - r_1)/\lambda = \pm 2k\pi$$

若 $\varphi_1 = \varphi_2$, $\Delta r = r_2 - r_1 = \pm k\lambda$

干涉减弱的条件:

$$\Delta \Phi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi(r_2 - r_1)/\lambda = \pm (2k + 1)\pi$$

若 $\varphi_1 = \varphi_2$, $\Delta r = r_2 - r_1 = \pm (2k + 1)\lambda / 2$



振动、行波能量的比较

振 动

研究对象： 振动系统

$$\text{动能: } E_k \propto \sin^2(\omega t + \varphi)$$

$$\text{势能: } E_p \propto \cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$\text{总能量: } E = \frac{1}{2}kA^2 \quad (\text{守恒})$$

动能 \Leftrightarrow 势能

行 波

一体元

$$\frac{1}{2}\rho\Delta VA^2\omega^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u})$$

$$\frac{1}{2}\rho\Delta VA^2\omega^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u})$$

$$\rho\Delta VA^2\omega^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u})$$

每个质元不断吸收、释放能量
——能量传播。

§ 5-7 驻波

一、驻波

1. 概念：一对振幅相同、在同一条直线上沿反向传播的相干波叠加而形成的波。

2. 驻波方程

两波的波动方程分别为：

$$y_1 = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$y_2 = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$$

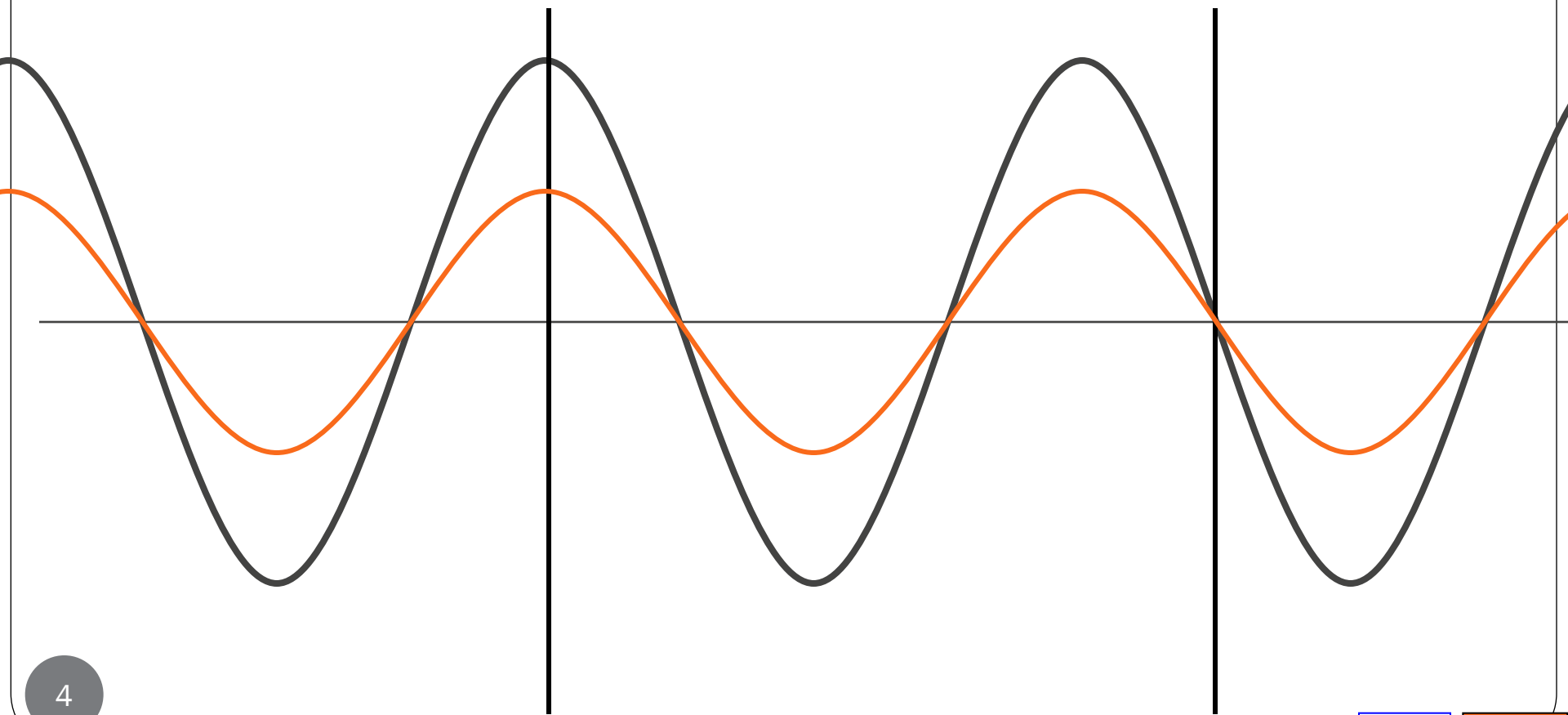
$$y = y_1 + y_2 = \left(2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \right) \cos \frac{2\pi}{T} t$$

——驻波方程

驻波

波腹

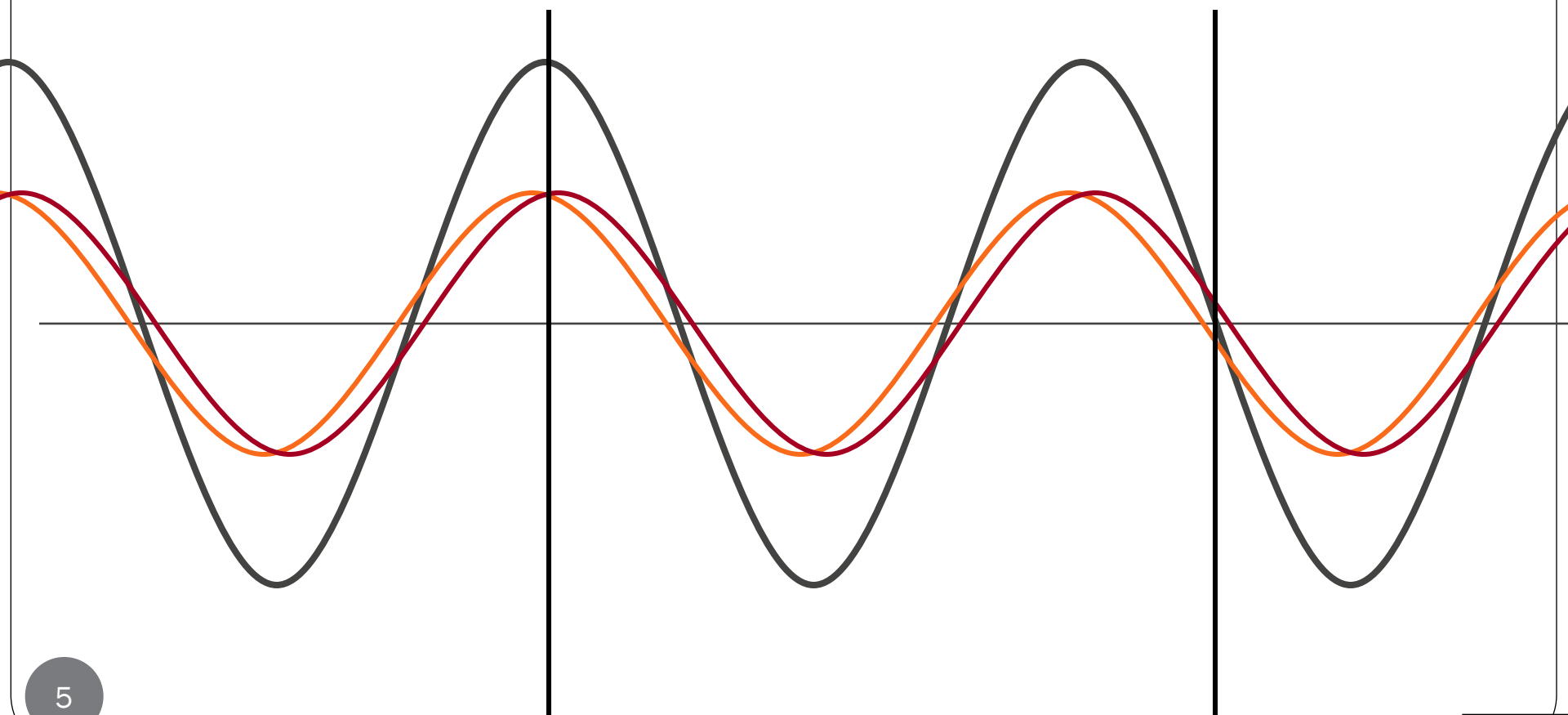
波节



驻波

波腹

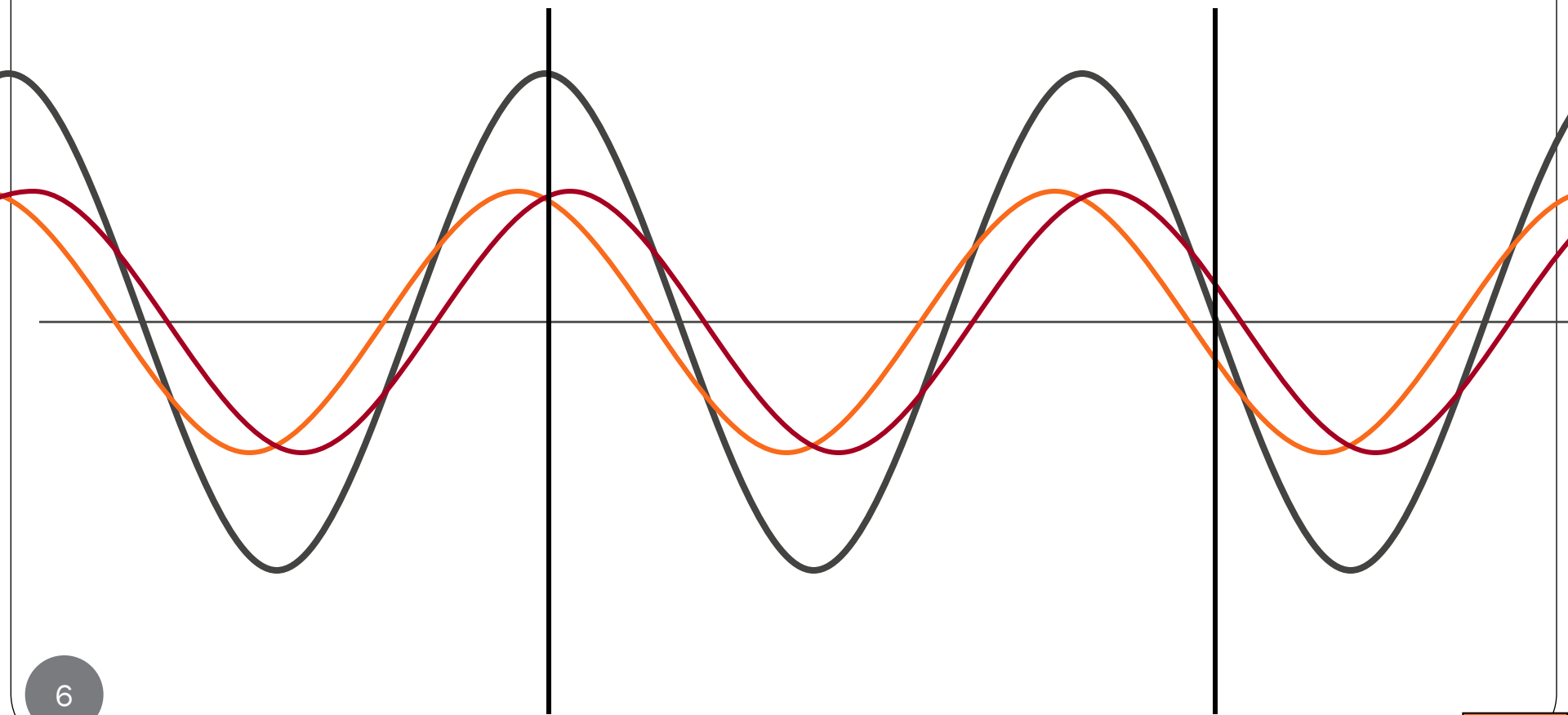
波节



驻波

波腹

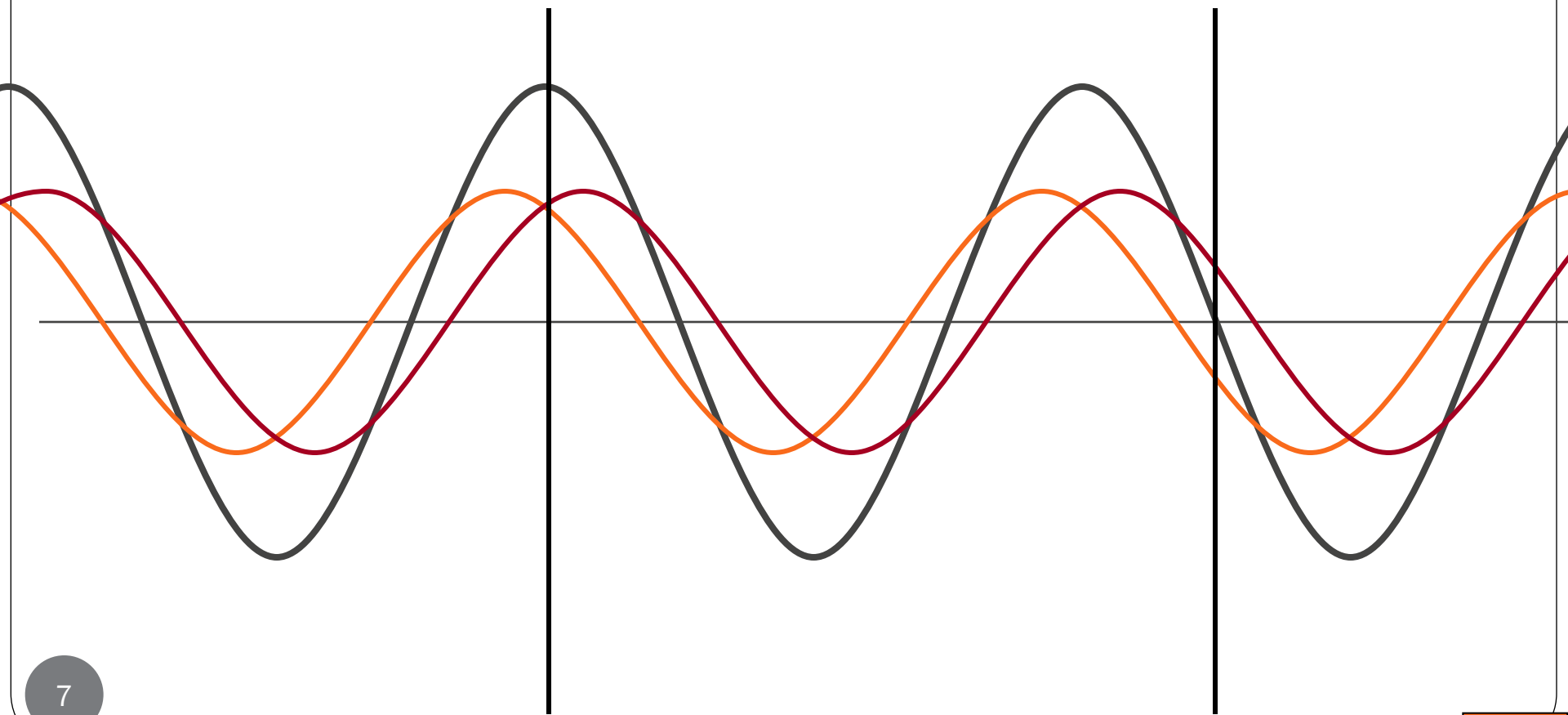
波节



驻波

波腹

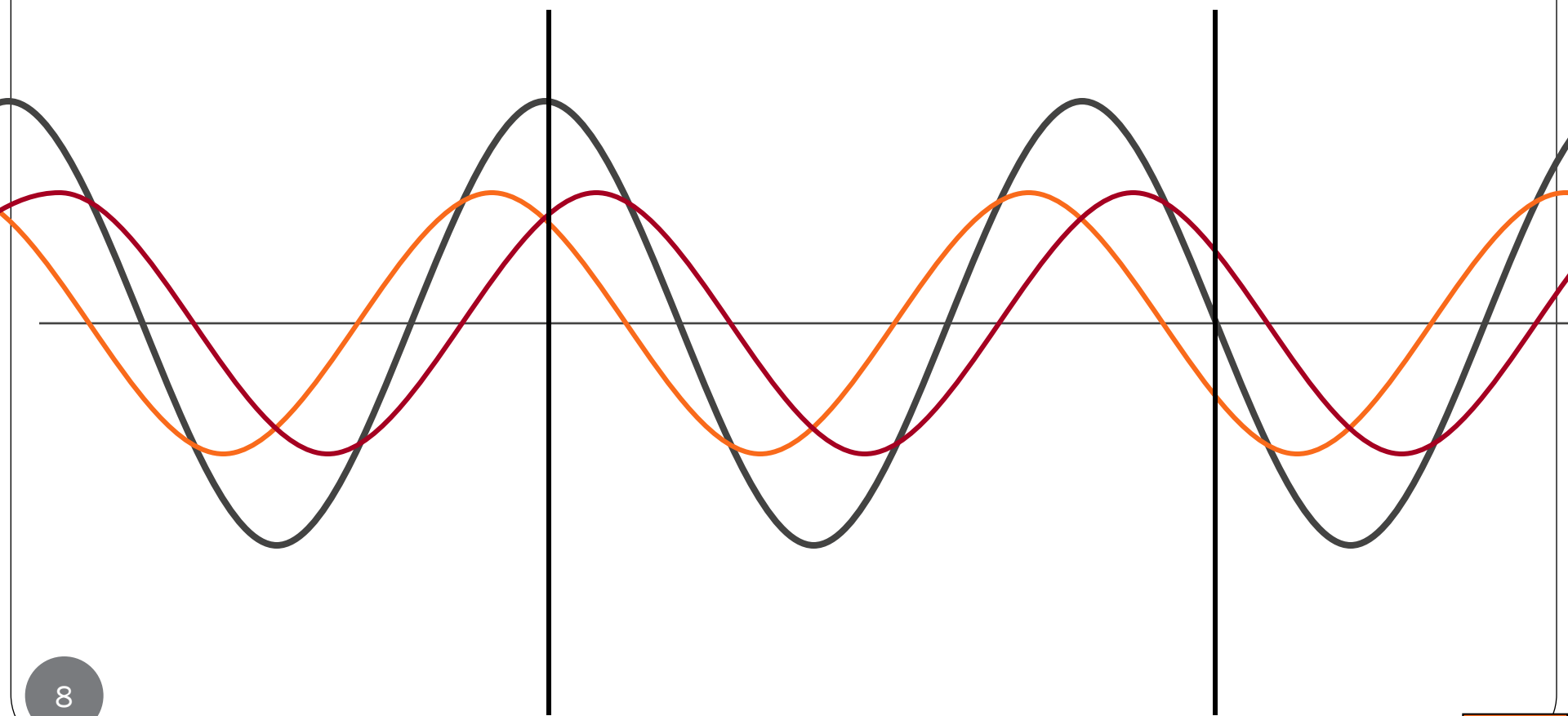
波节



驻波

波腹

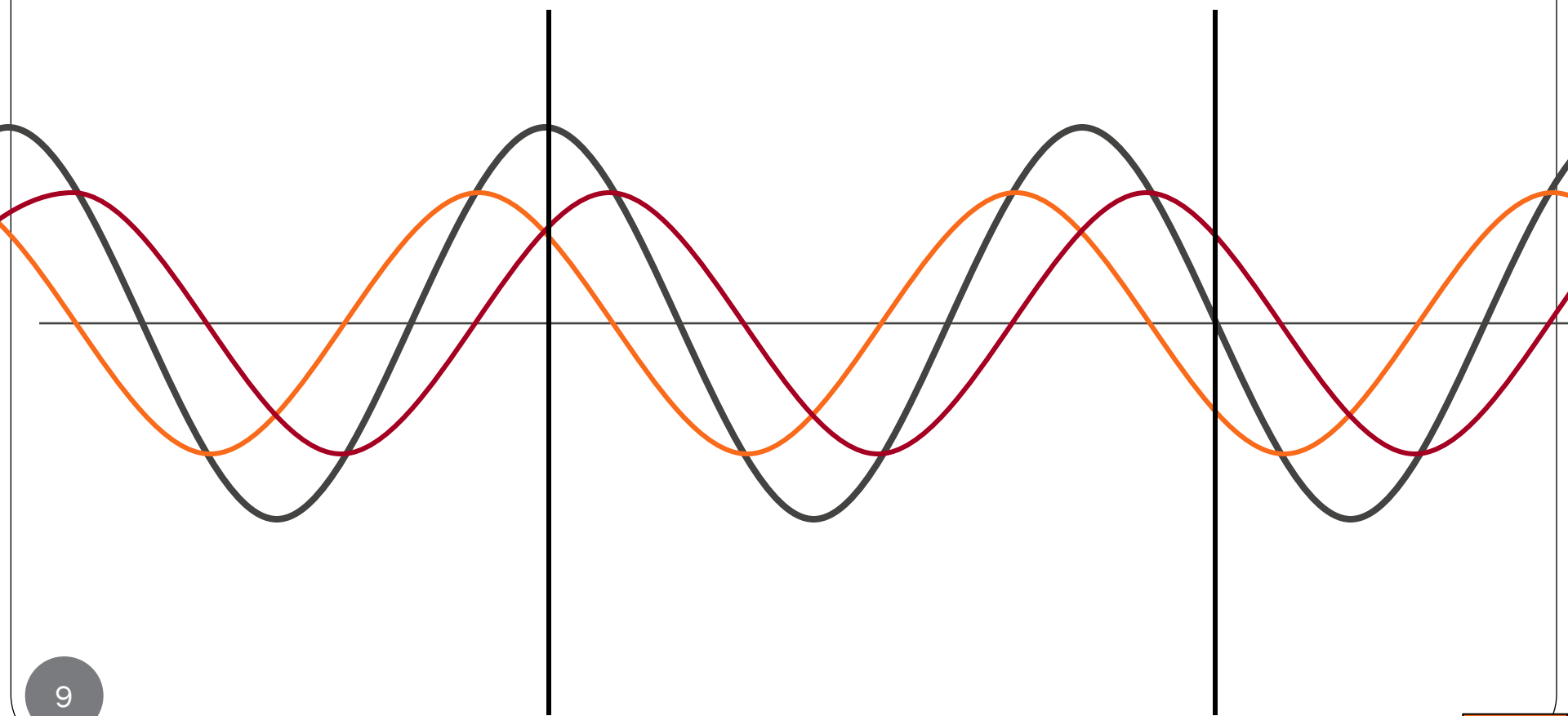
波节



驻波

波腹

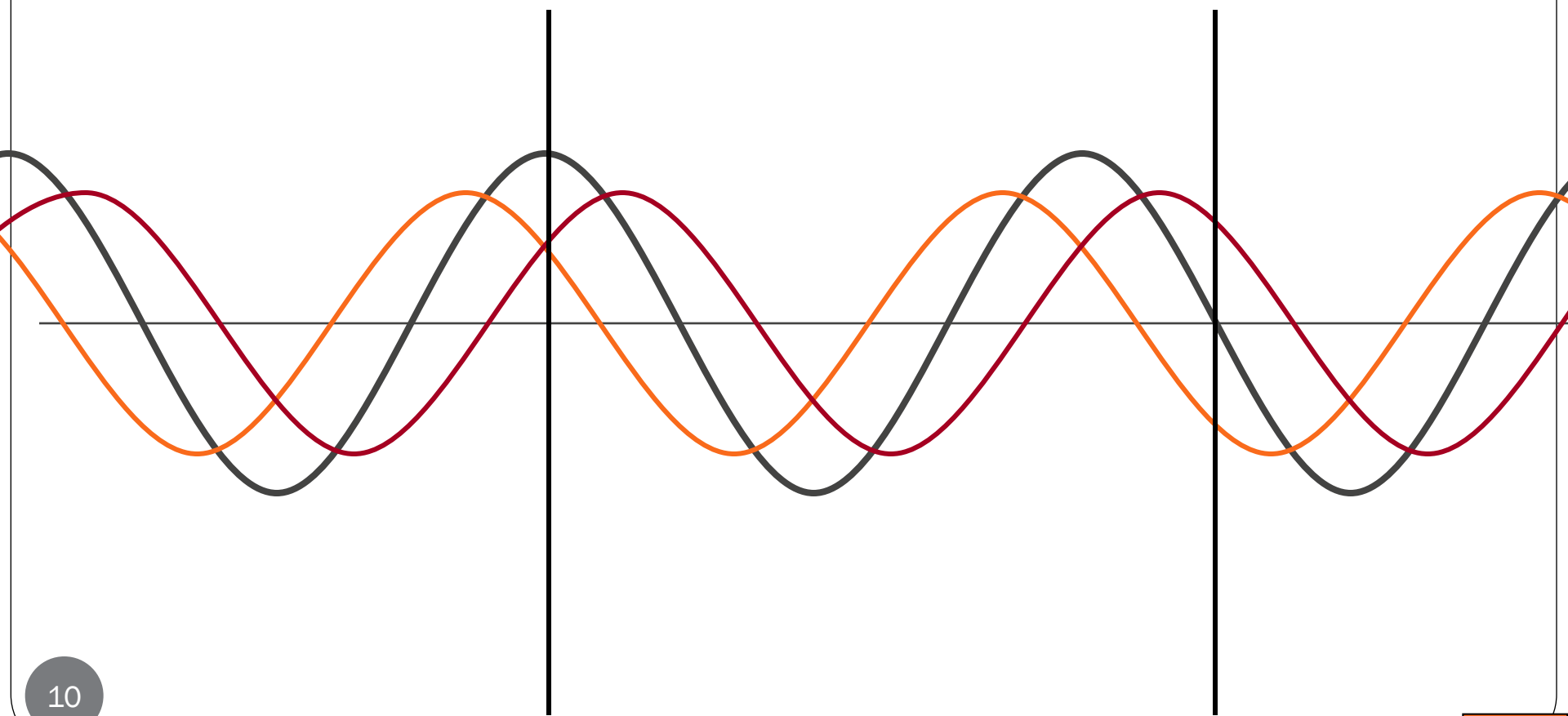
波节



驻波

波腹

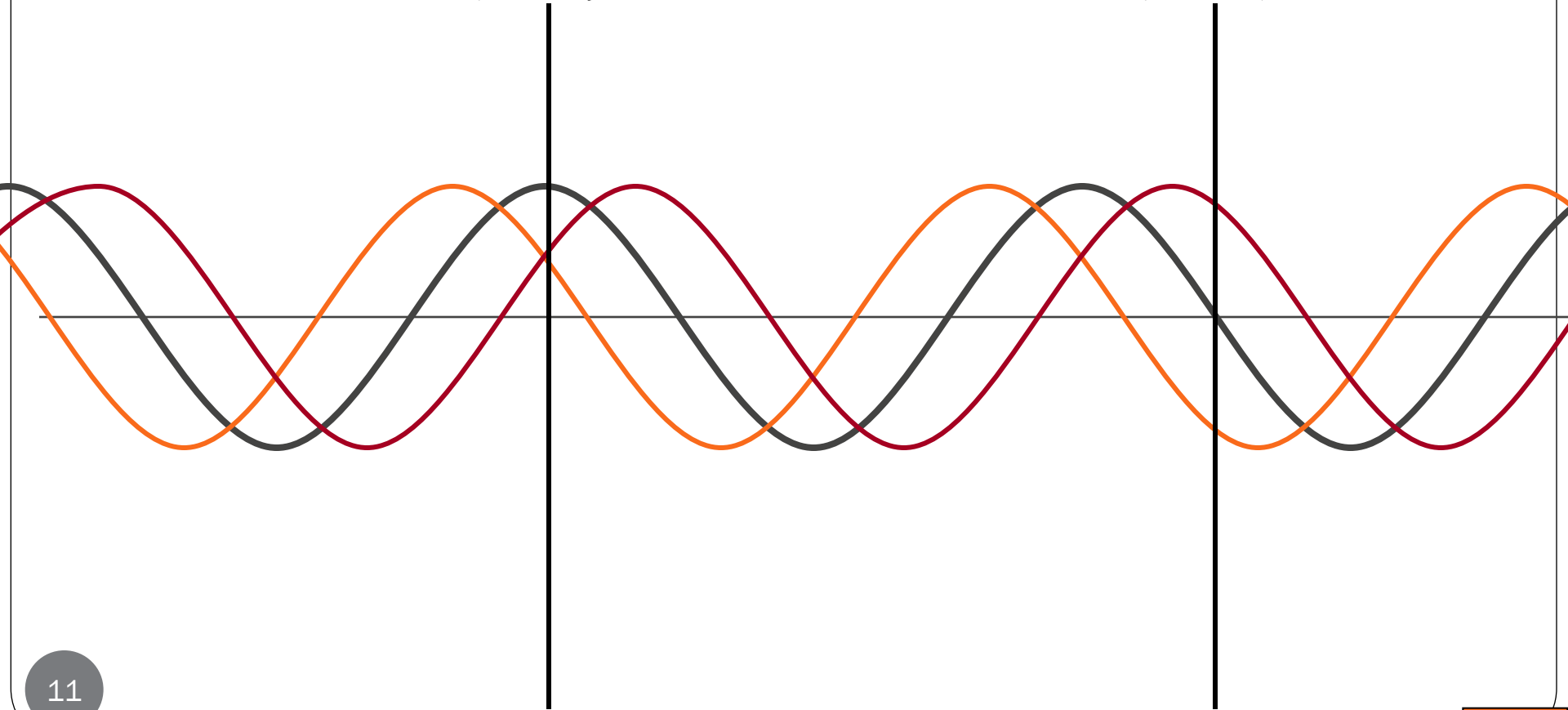
波节



驻波

波腹

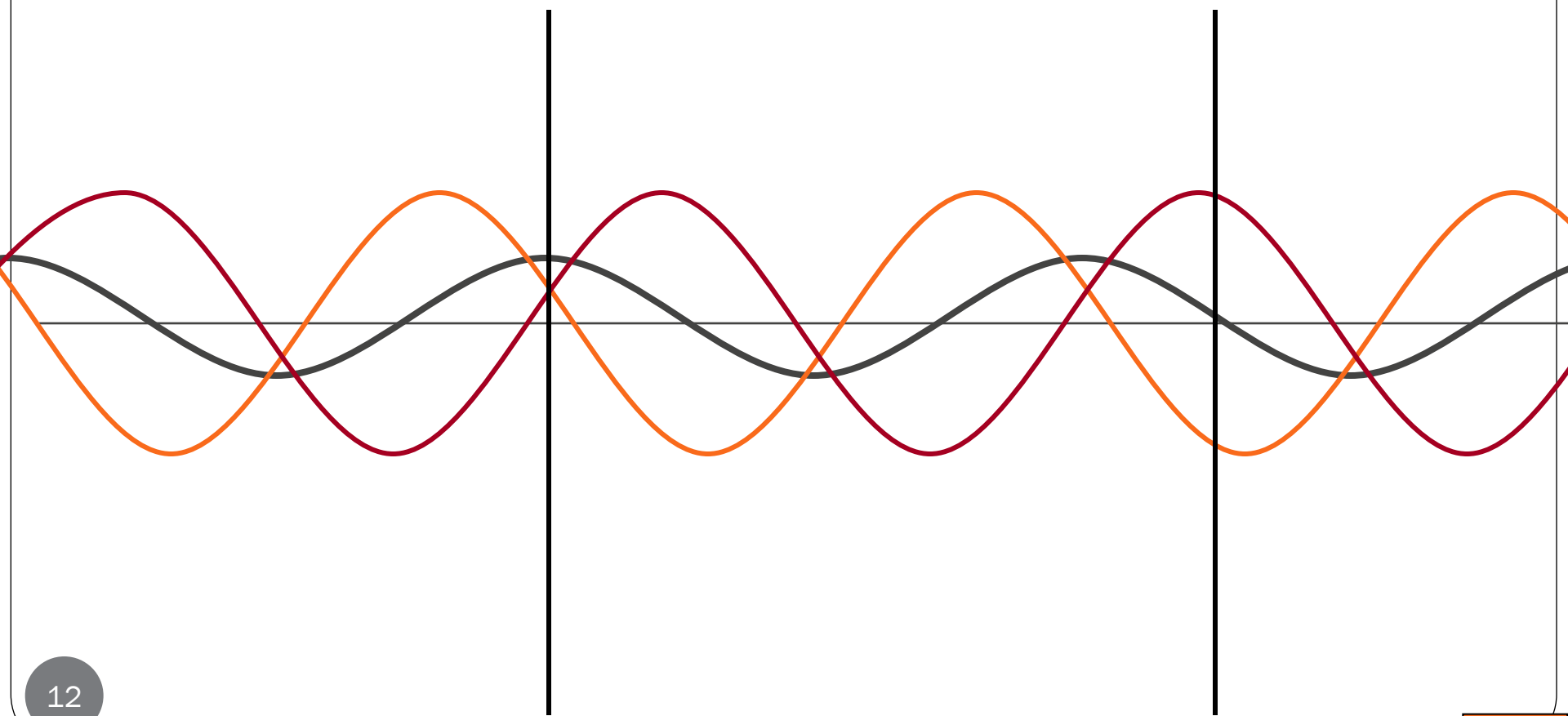
波节



驻波

波腹

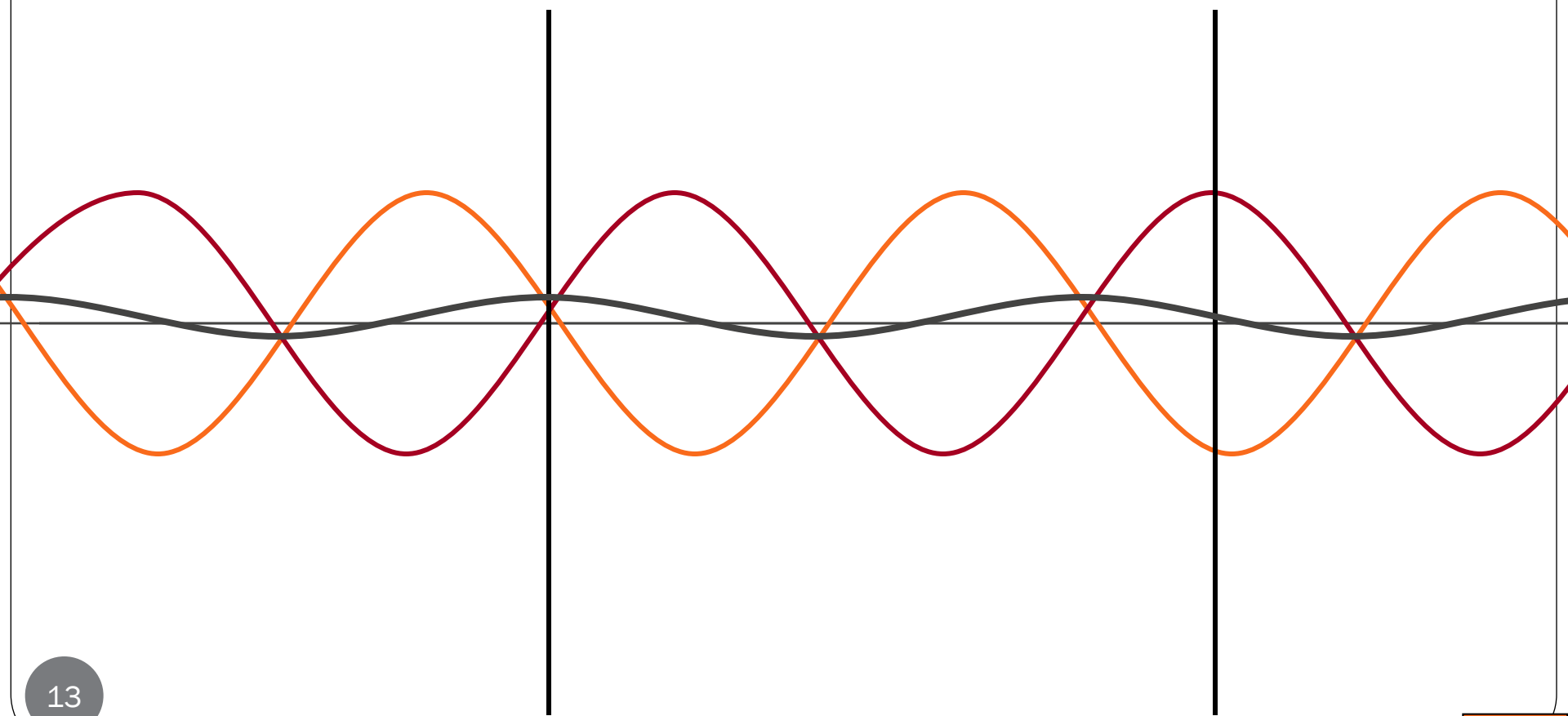
波节



驻波

波腹

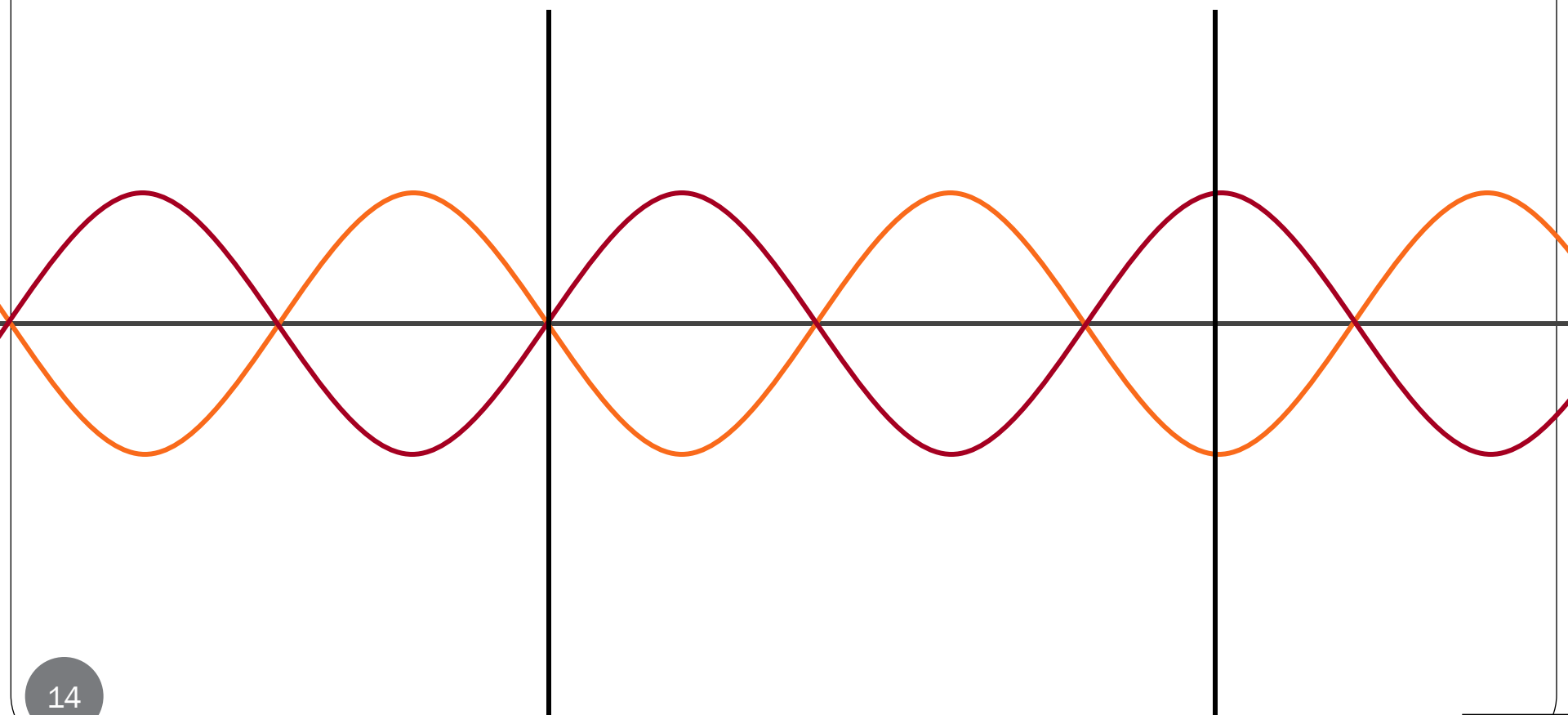
波节



驻波

波腹

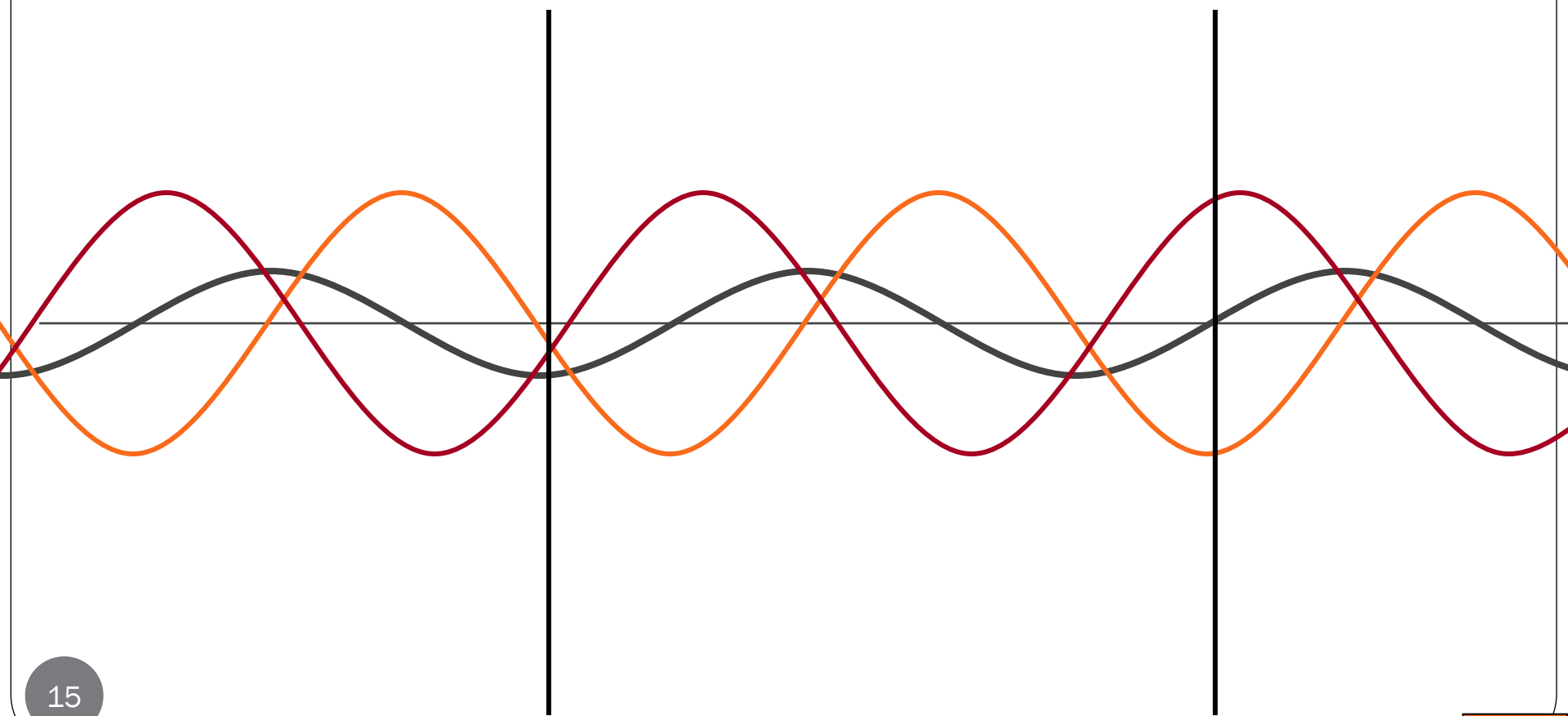
波节



驻波

波腹

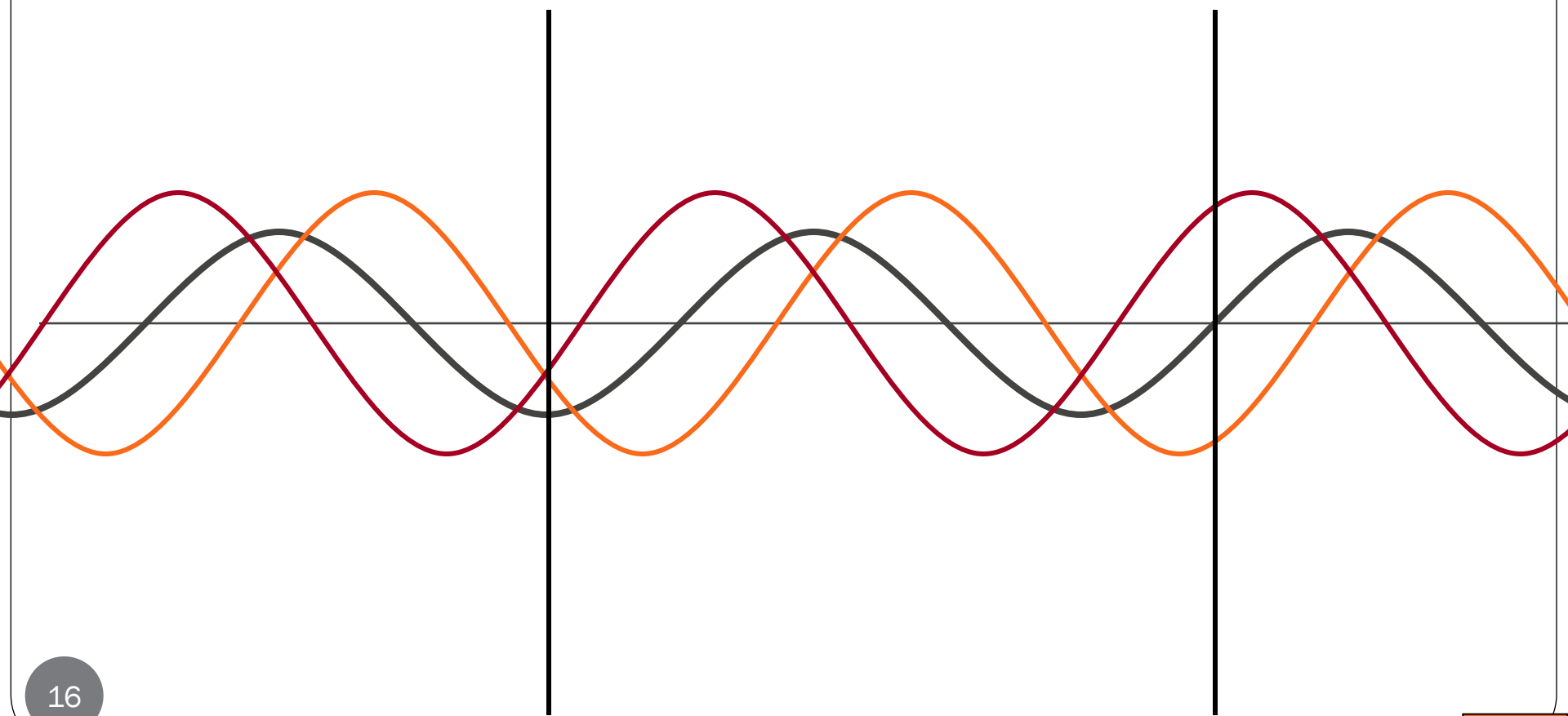
波节



驻波

波腹

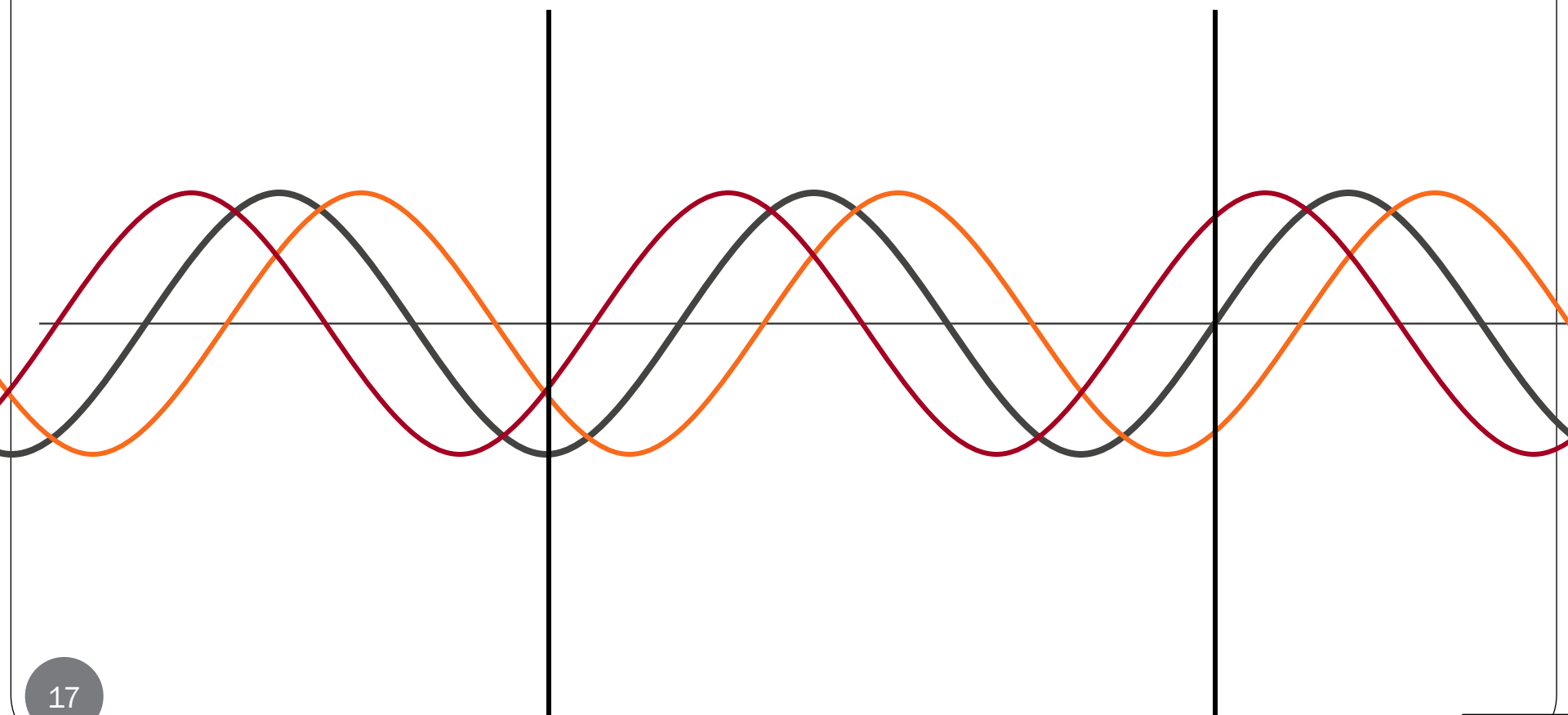
波节



驻波

波腹

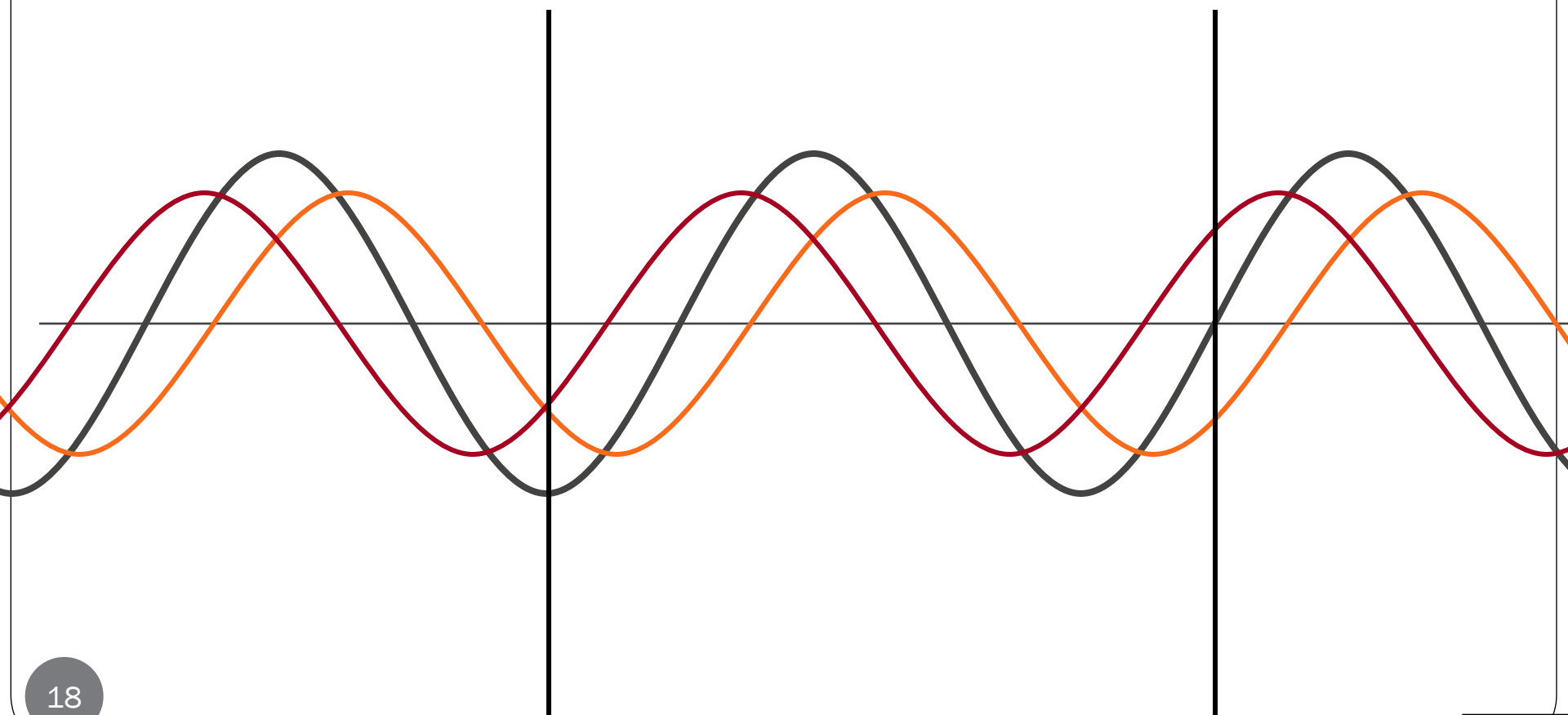
波节



驻波

波腹

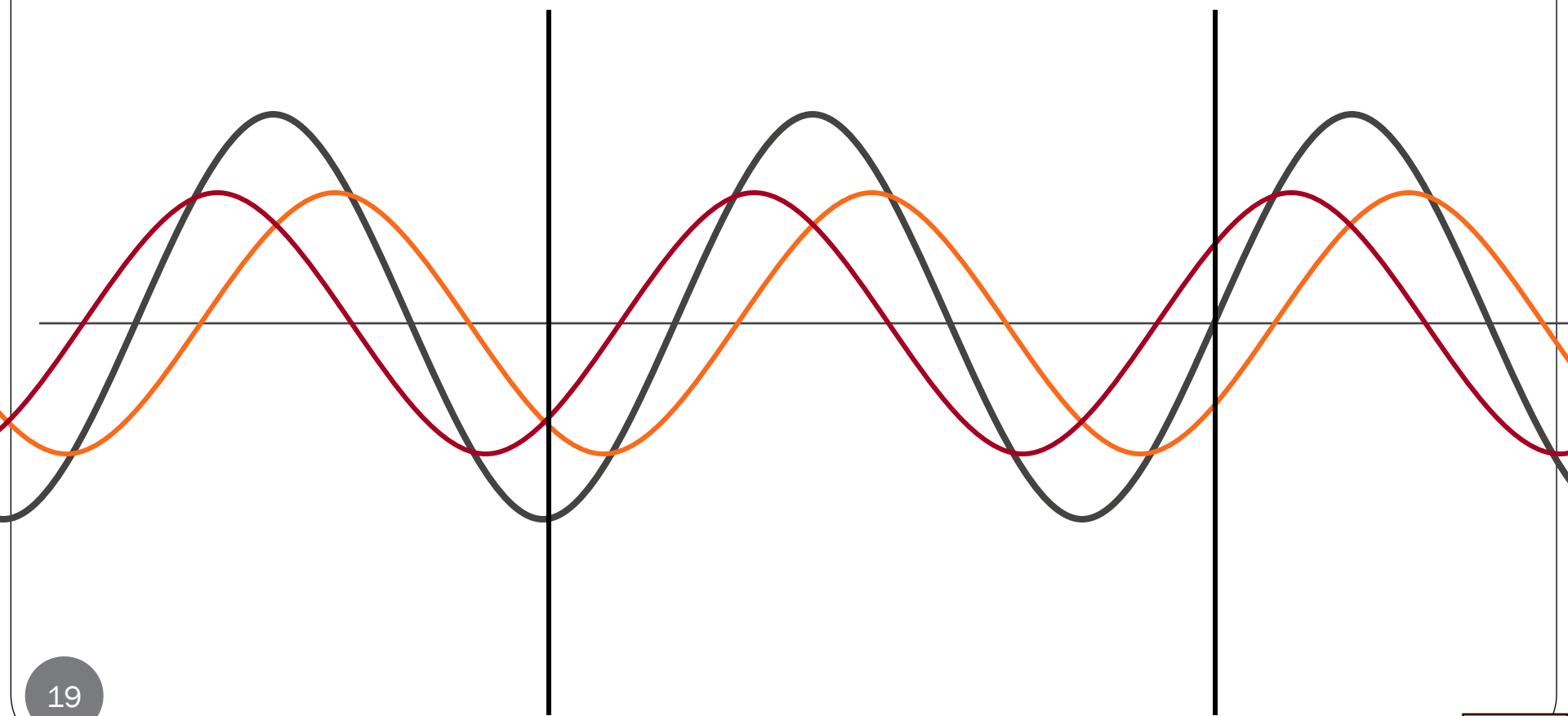
波节



驻波

波腹

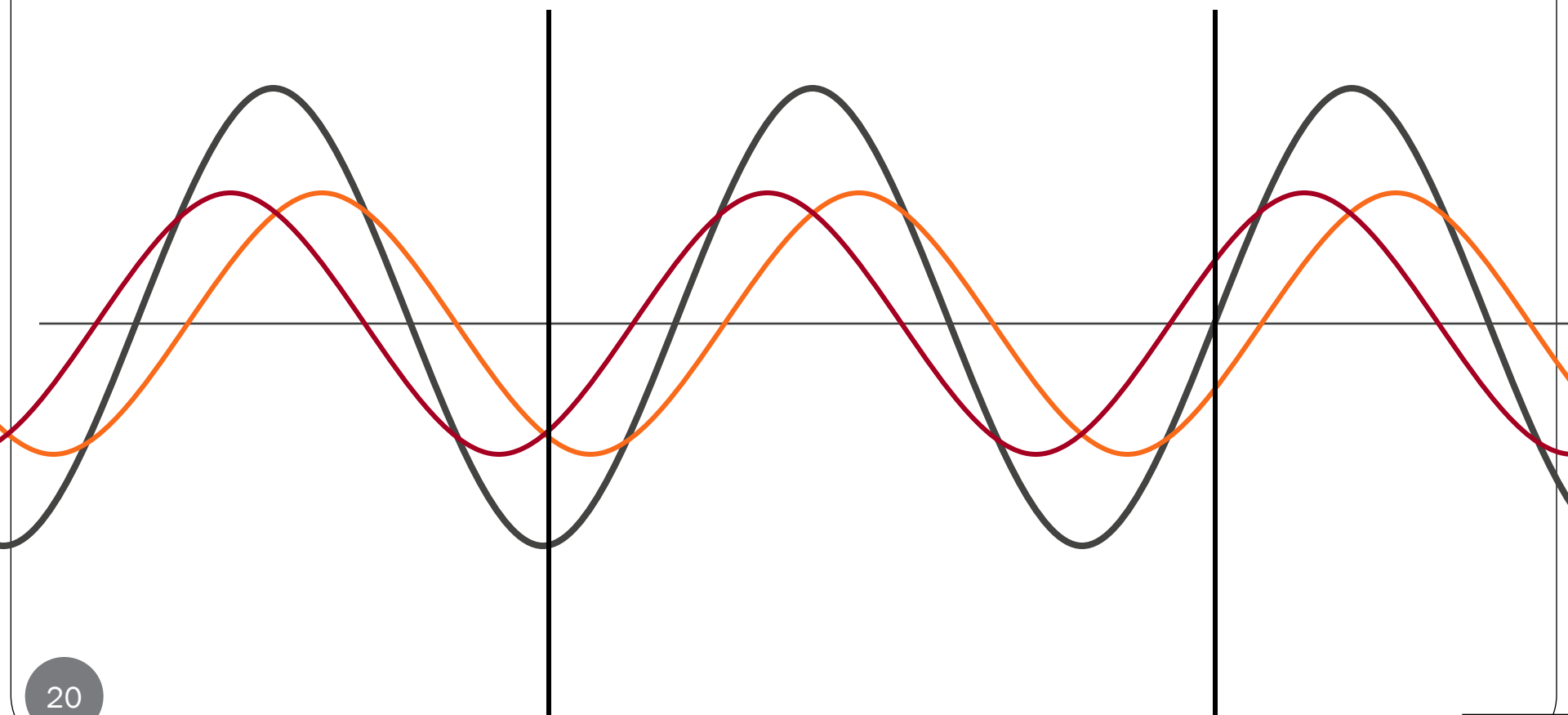
波节



驻波

波腹

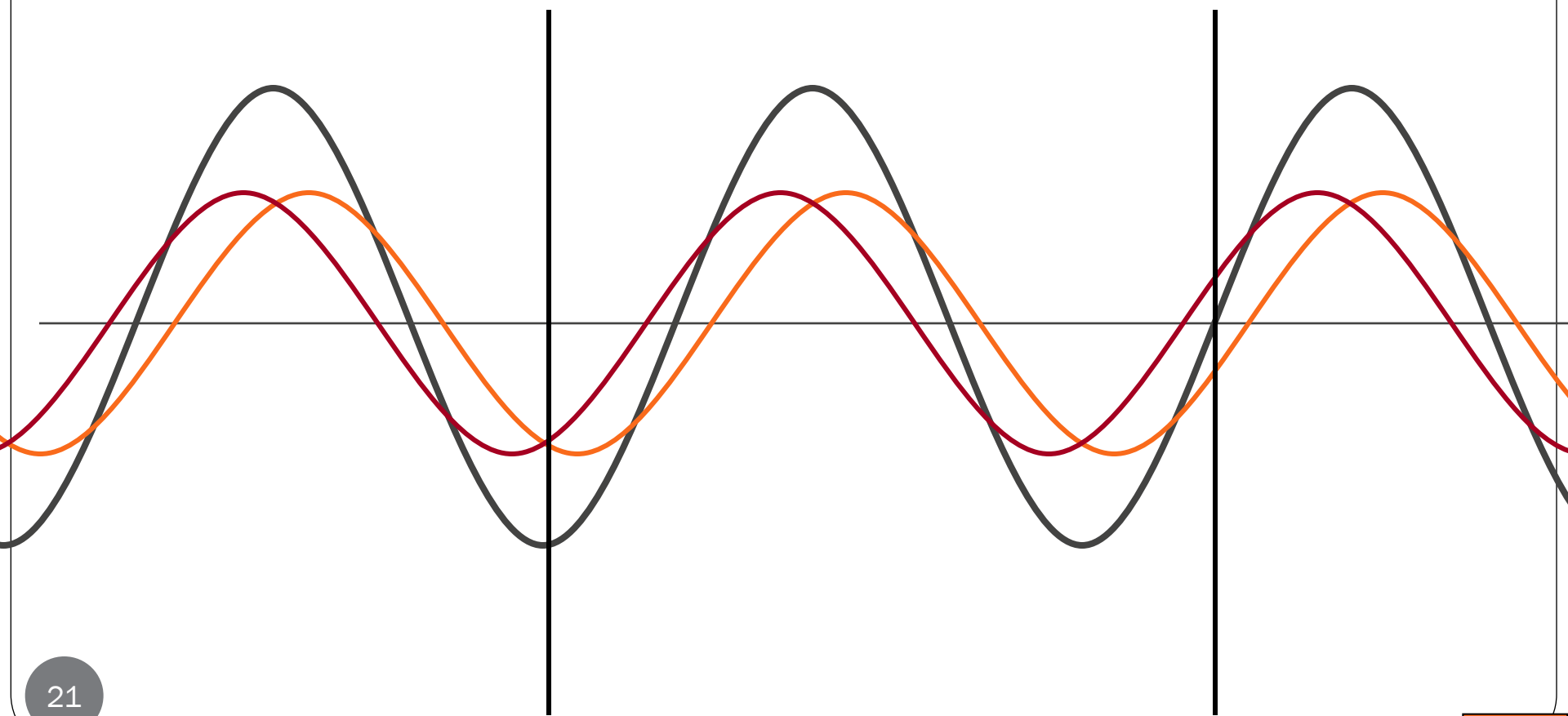
波节



驻波

波腹

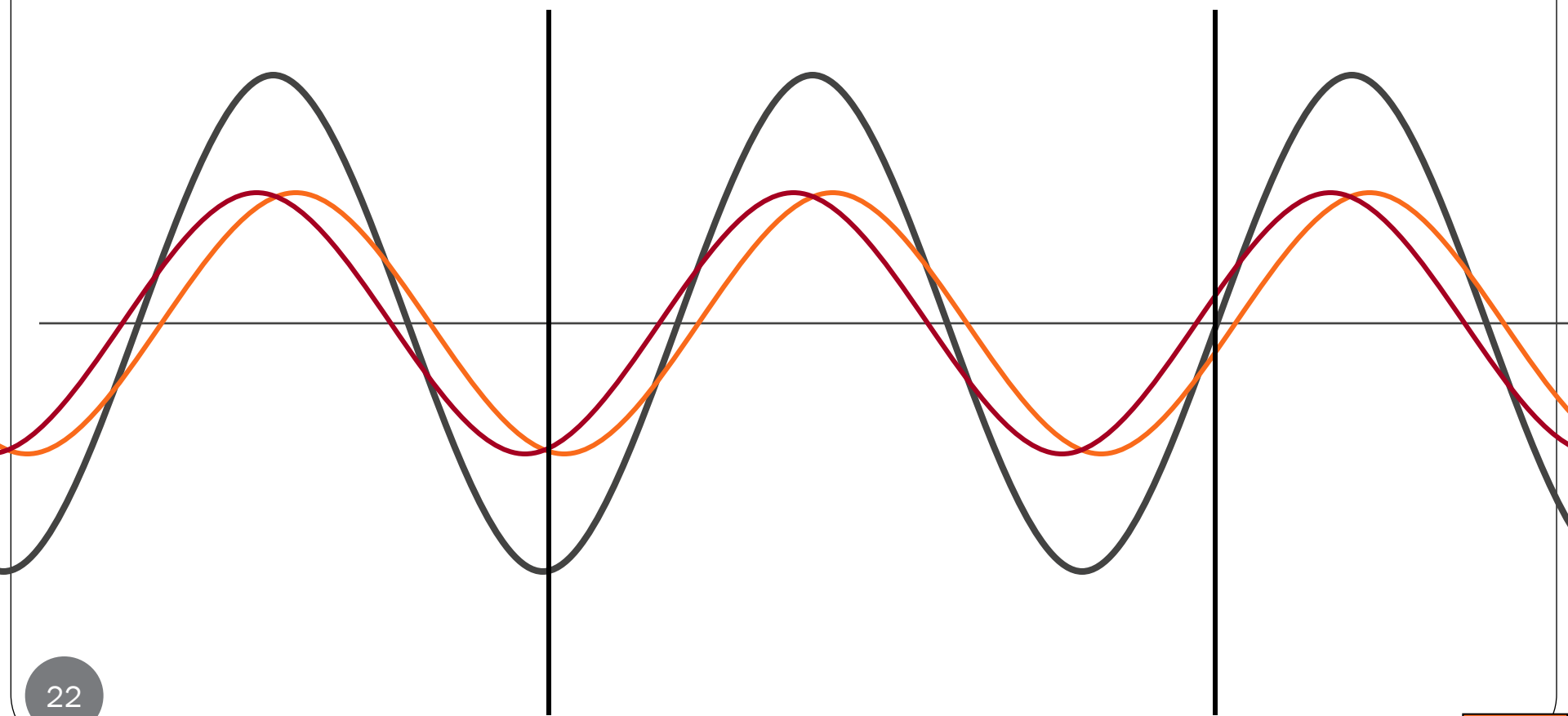
波节



驻波

波腹

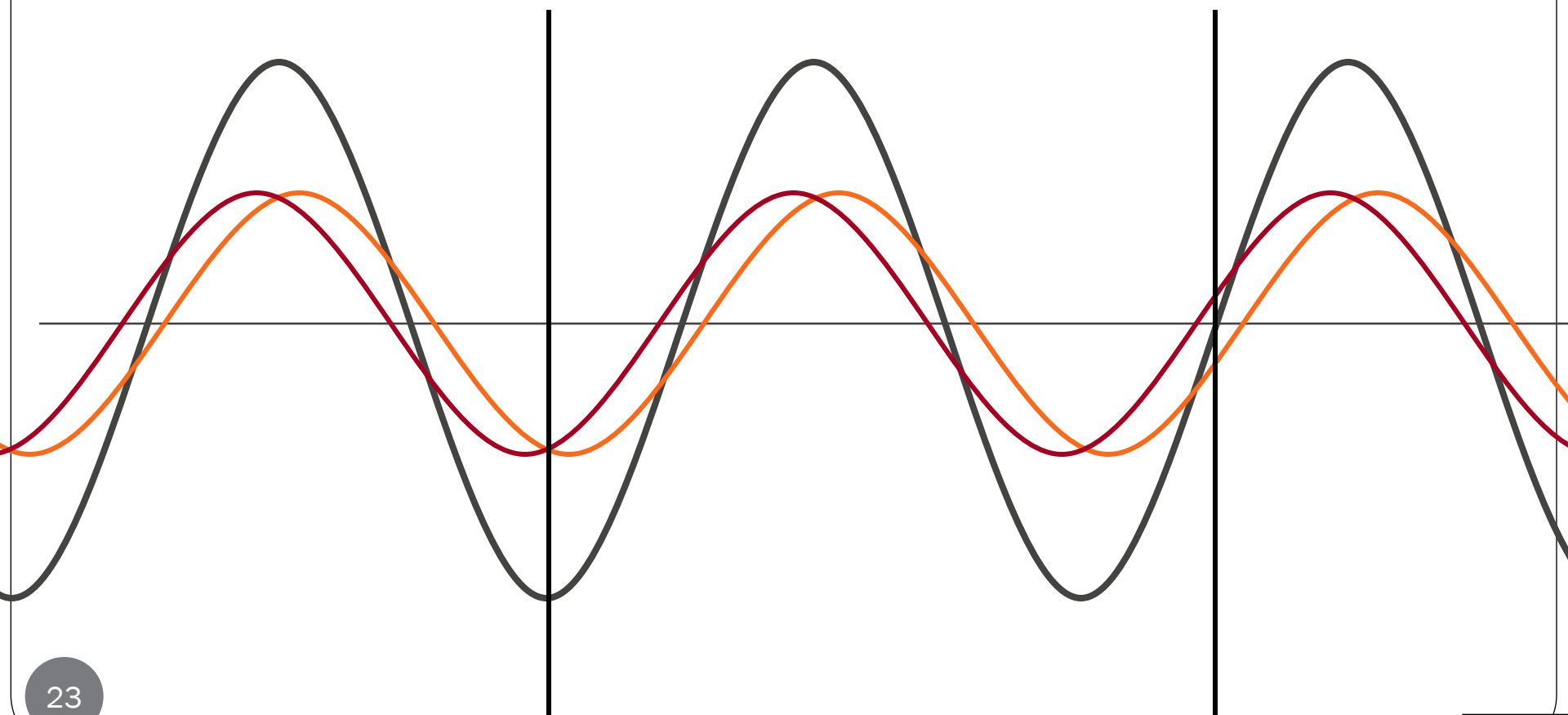
波节



驻波

波腹

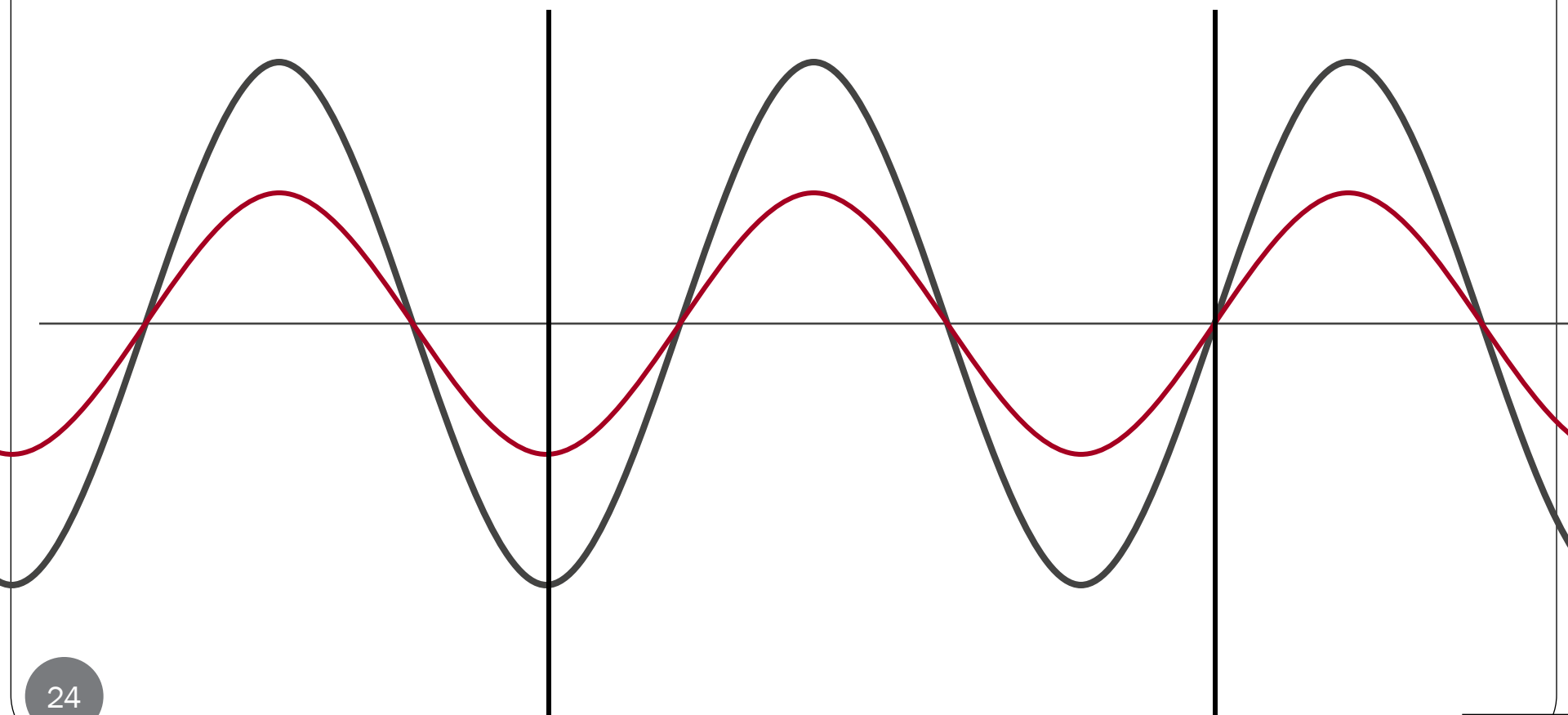
波节



驻波

波腹

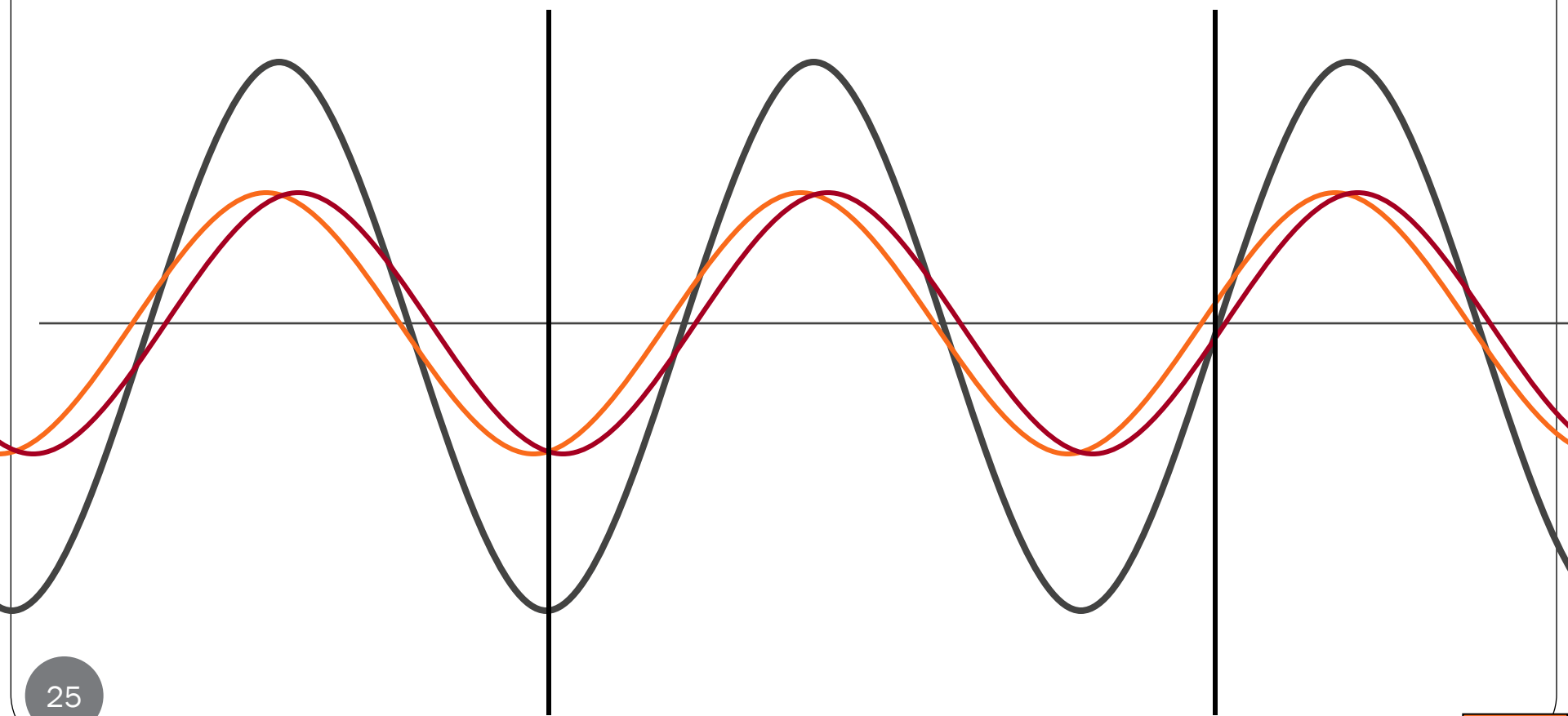
波节



驻波

波腹

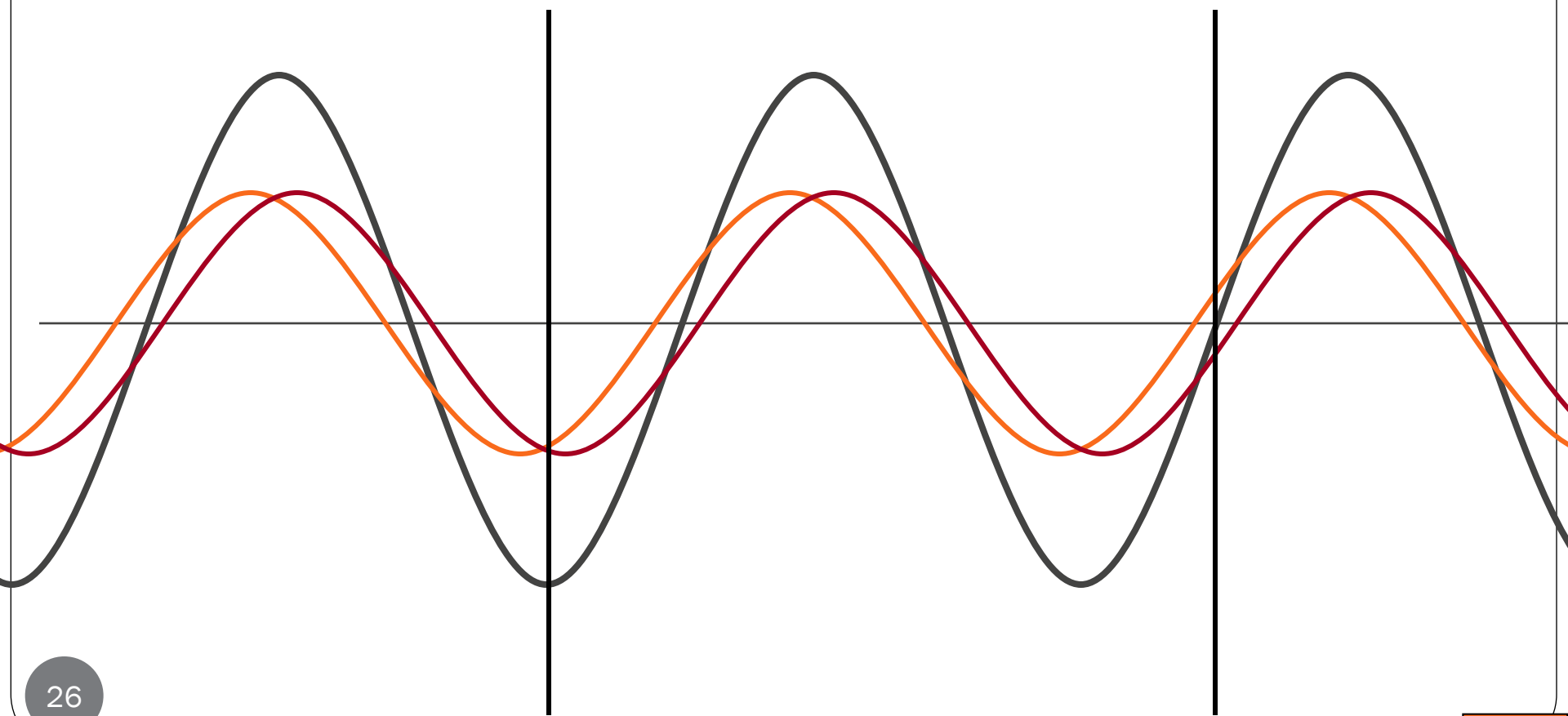
波节



驻波

波腹

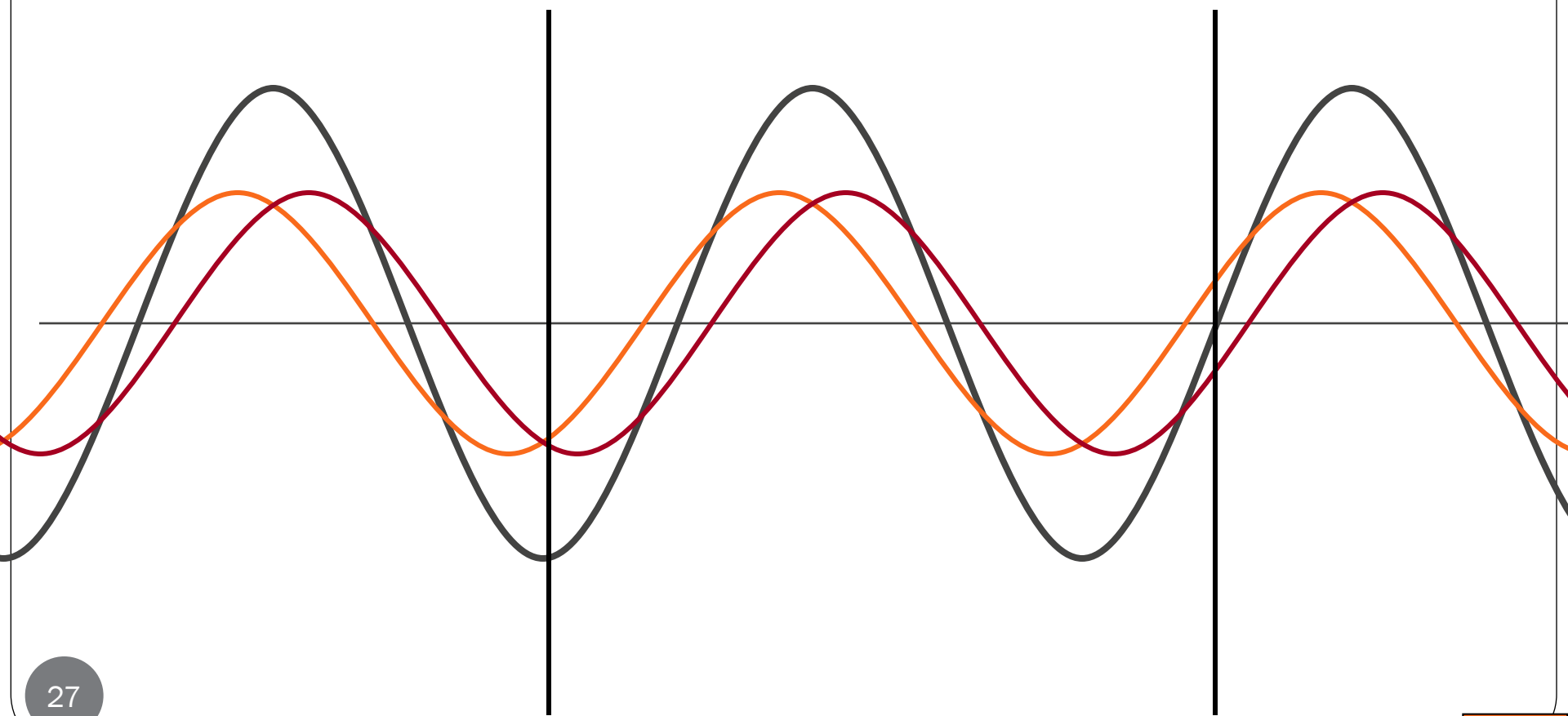
波节



驻波

波腹

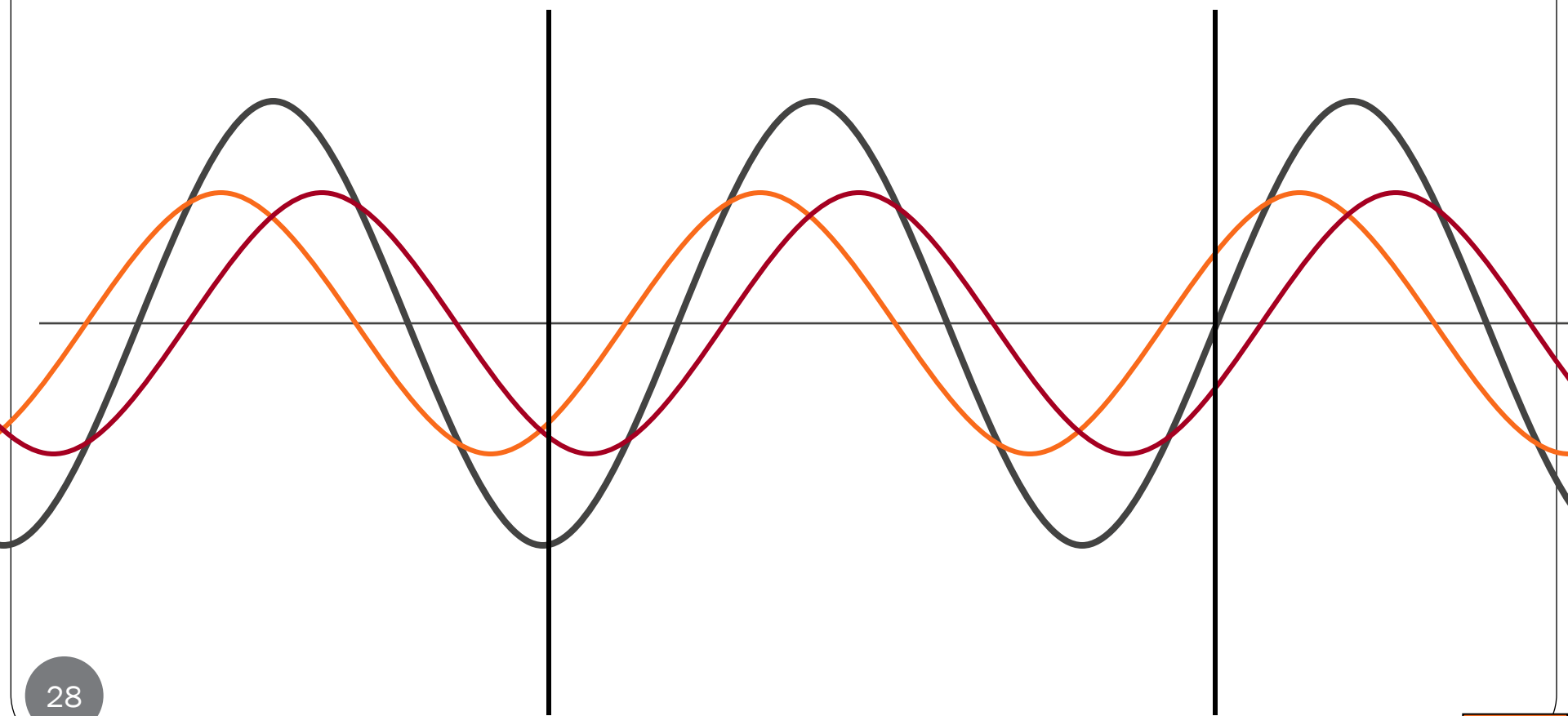
波节



驻波

波腹

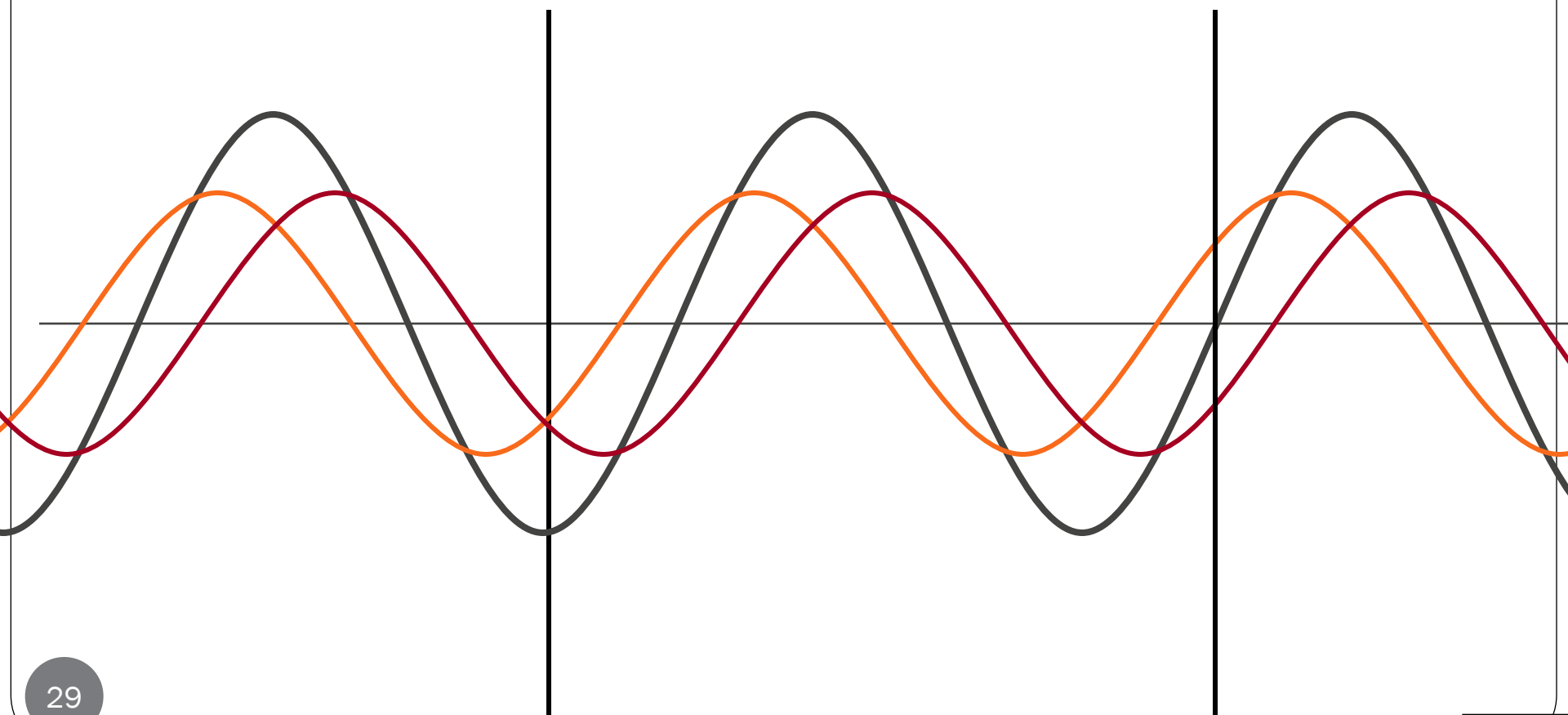
波节



驻波

波腹

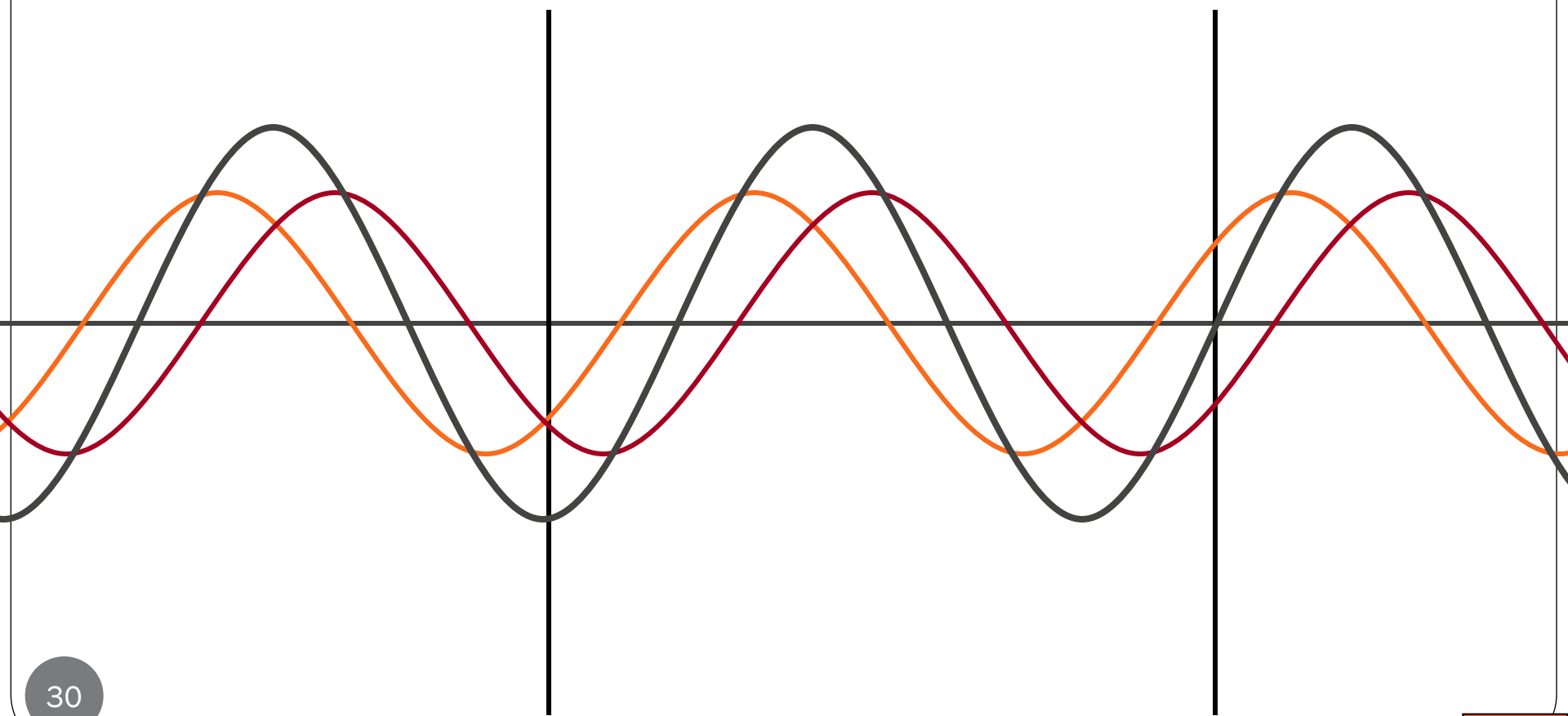
波节



驻波

波腹

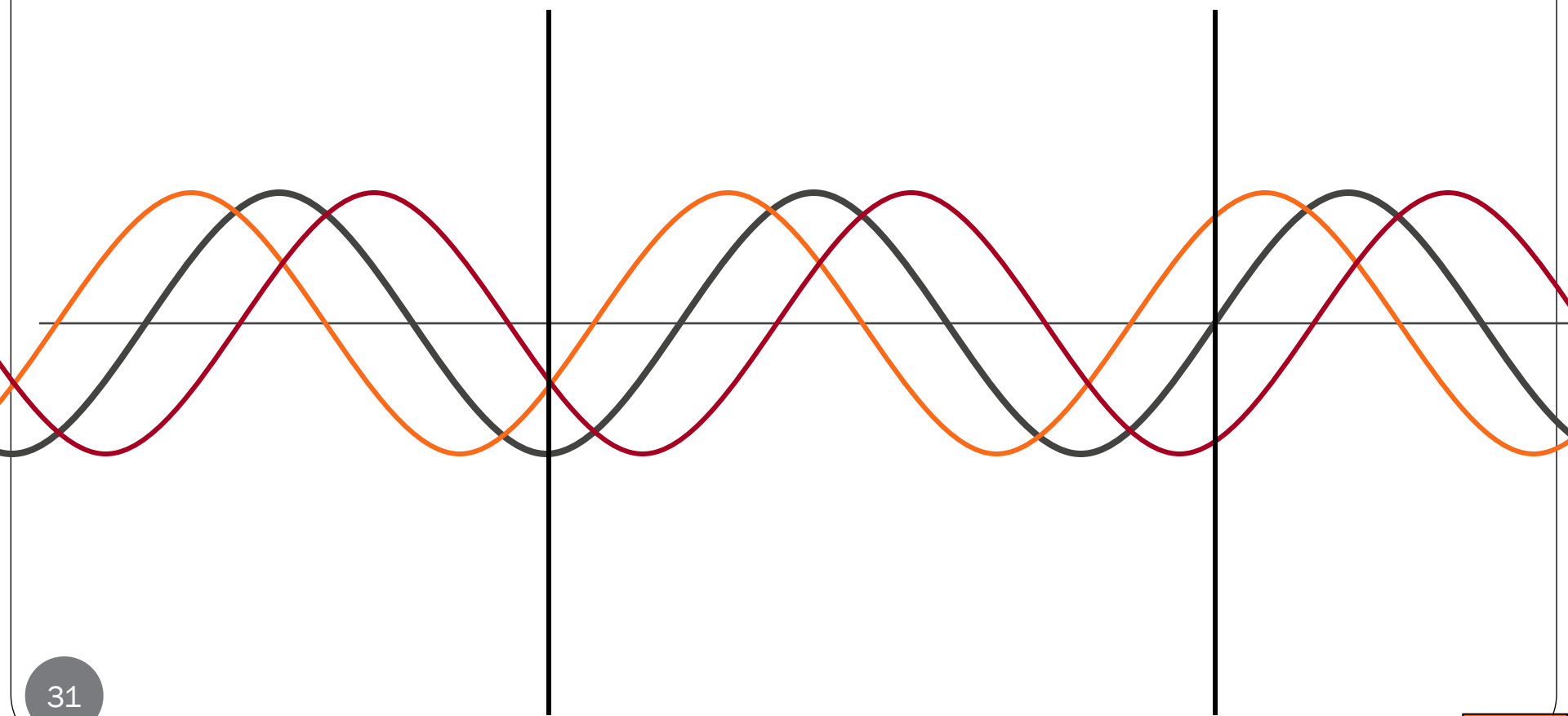
波节



驻波

波腹

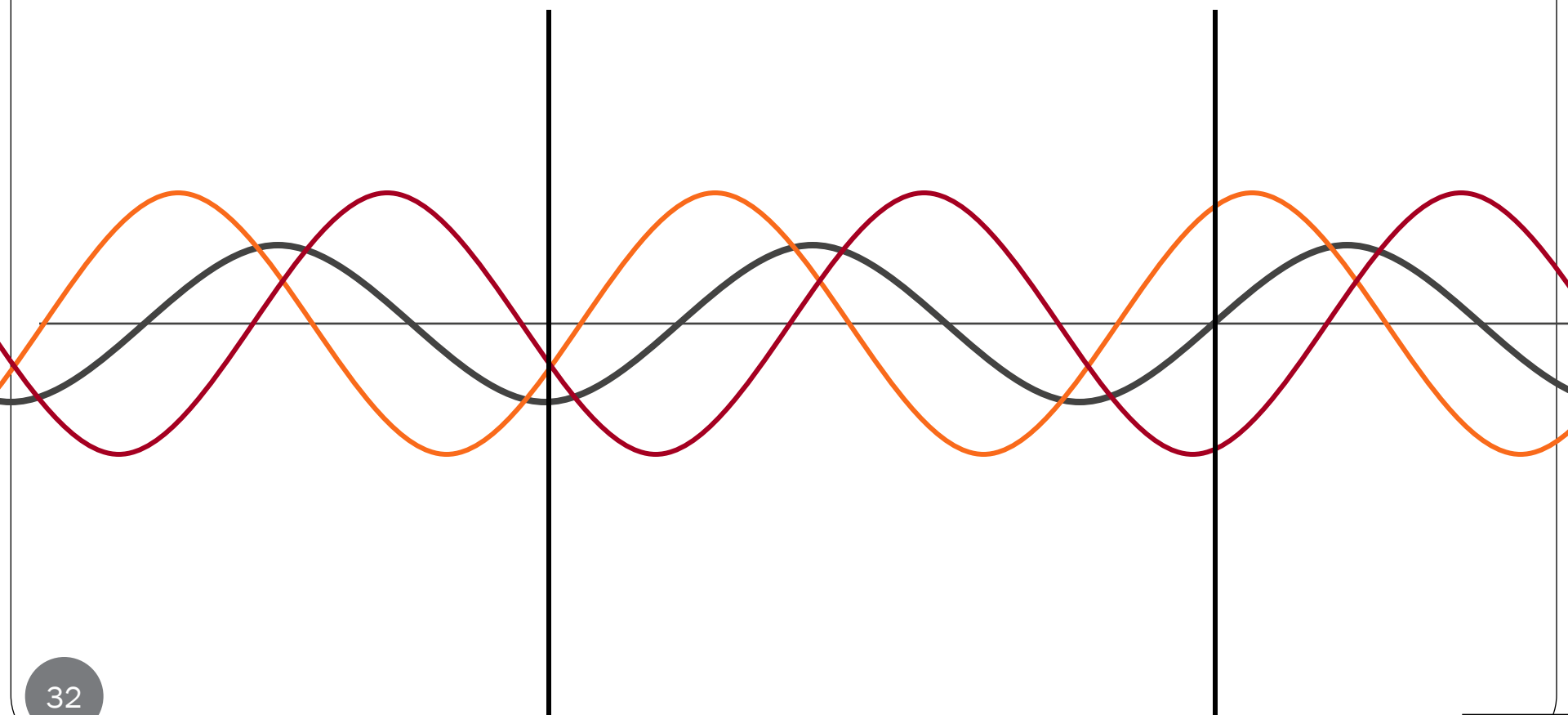
波节



驻波

波腹

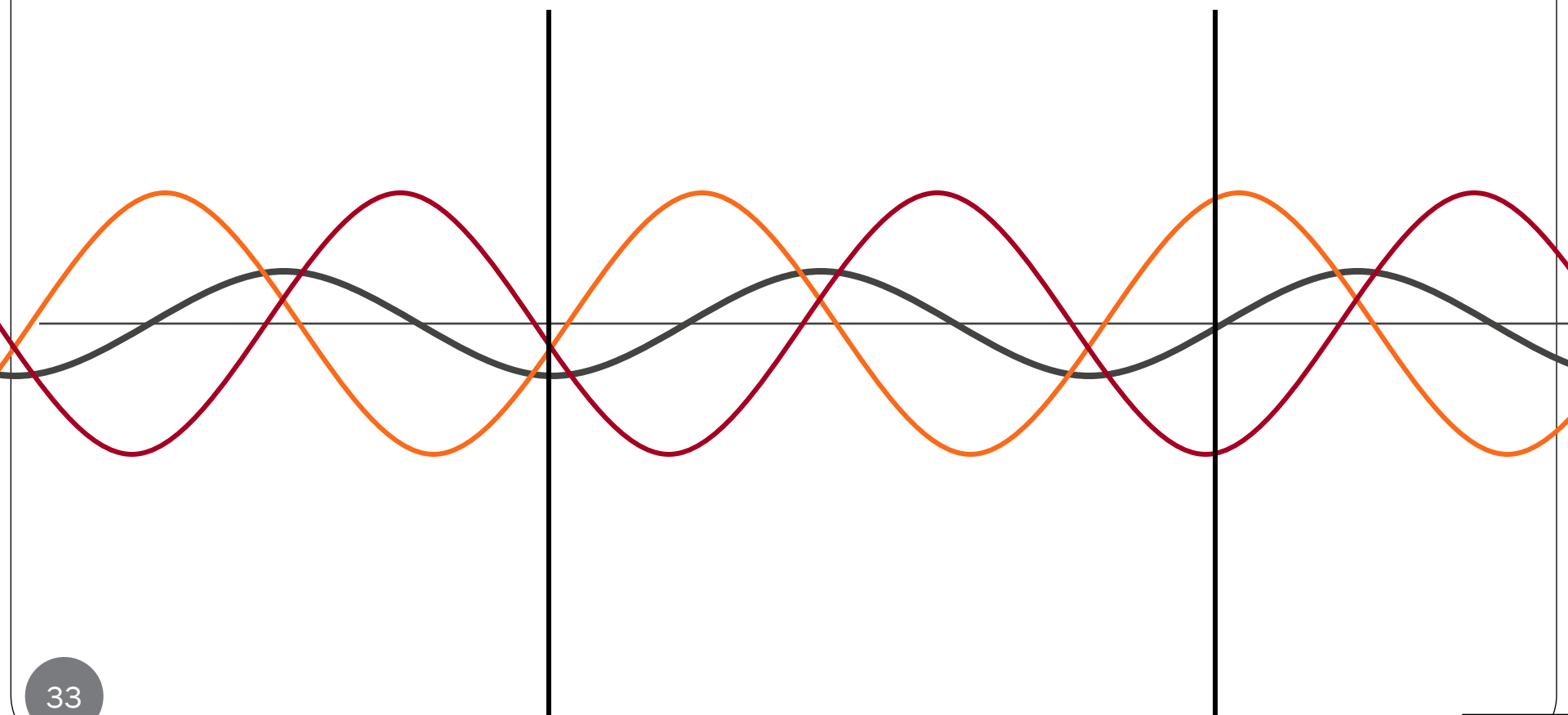
波节



驻波

波腹

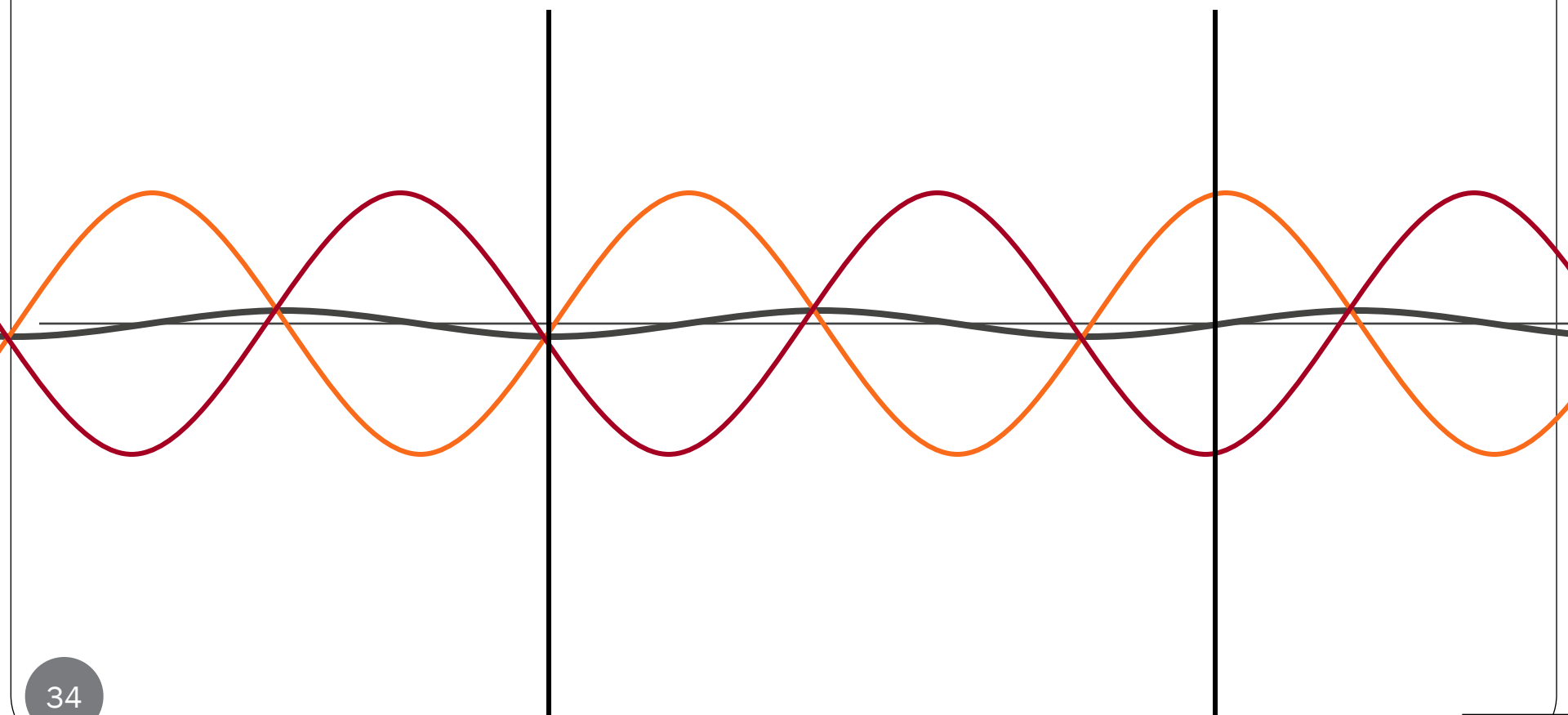
波节



驻波

波腹

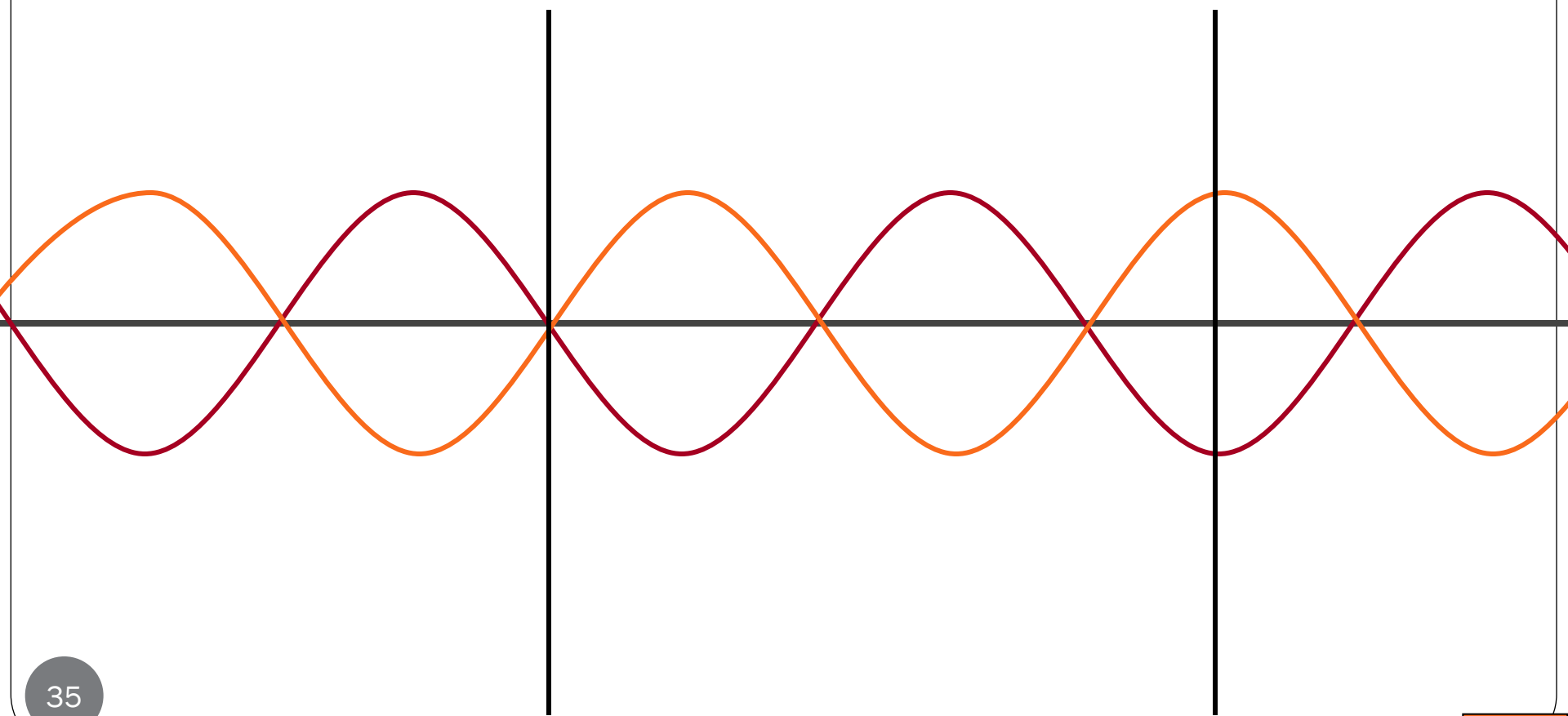
波节



驻波

波腹

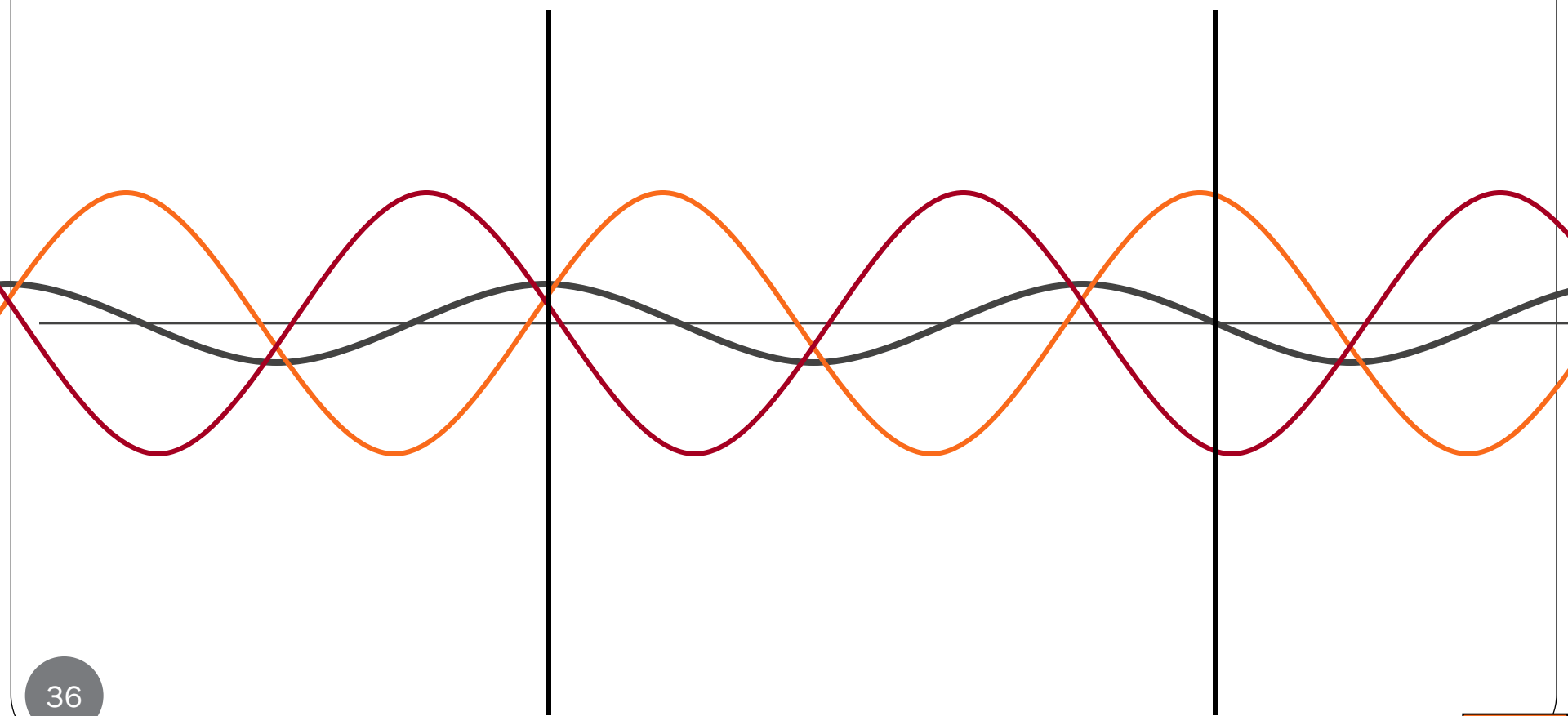
波节



驻波

波腹

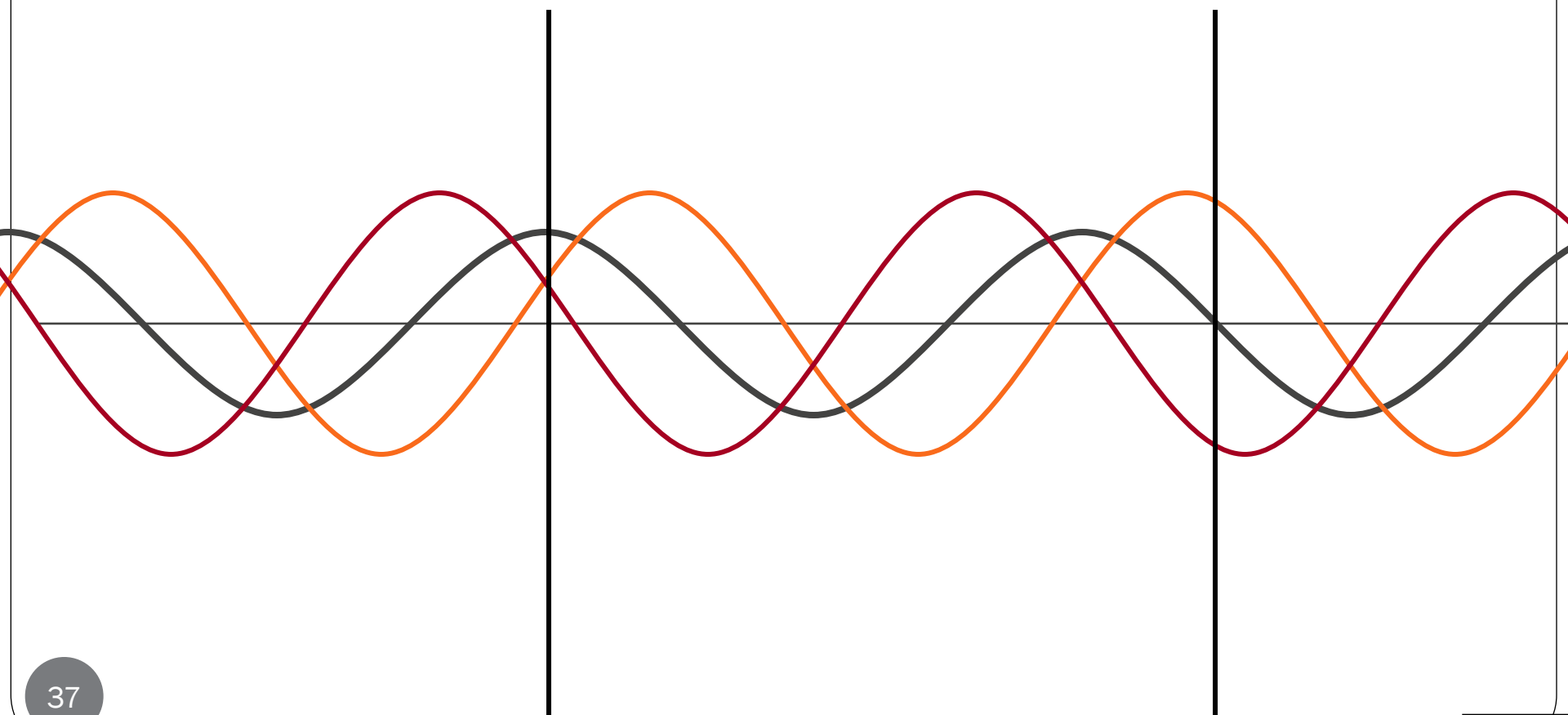
波节



驻波

波腹

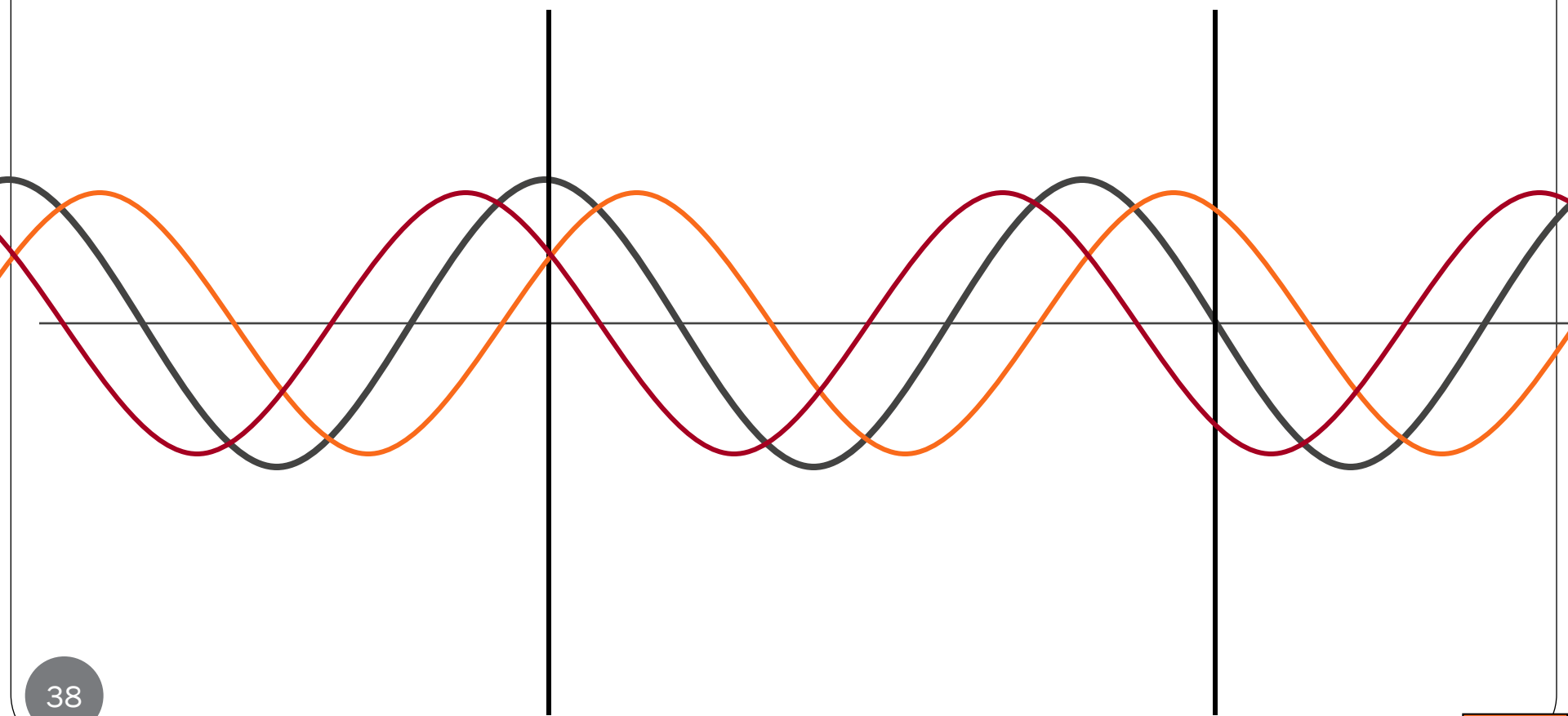
波节



驻波

波腹

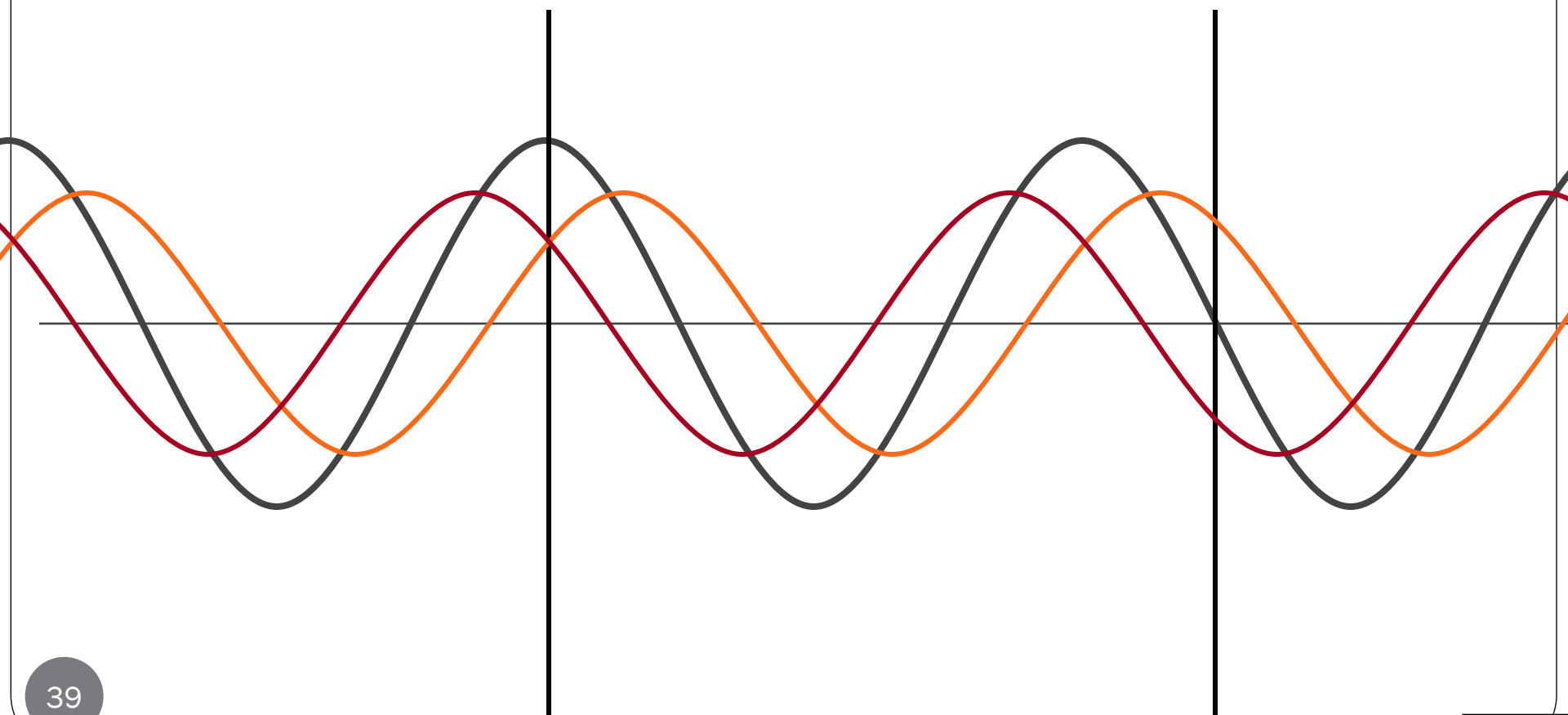
波节



驻波

波腹

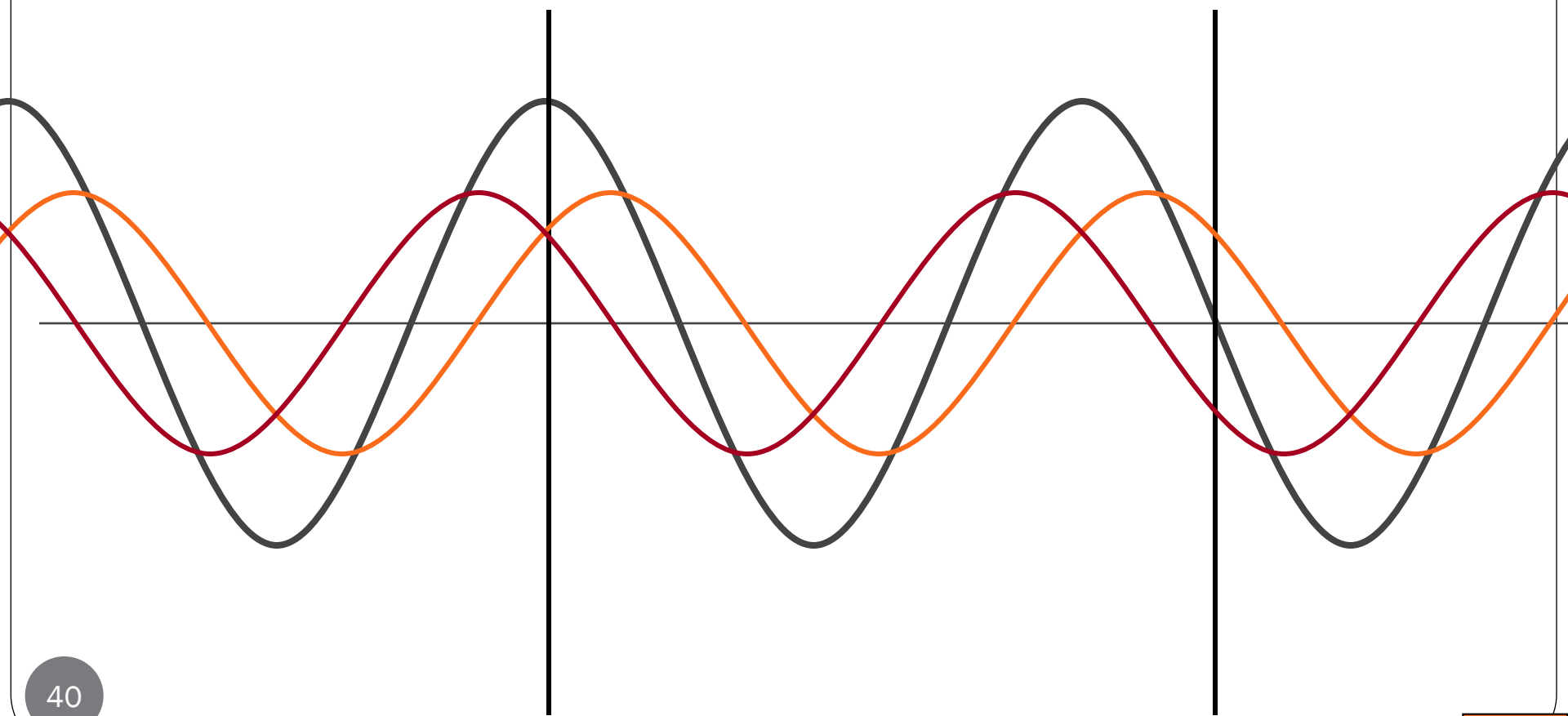
波节



驻波

波腹

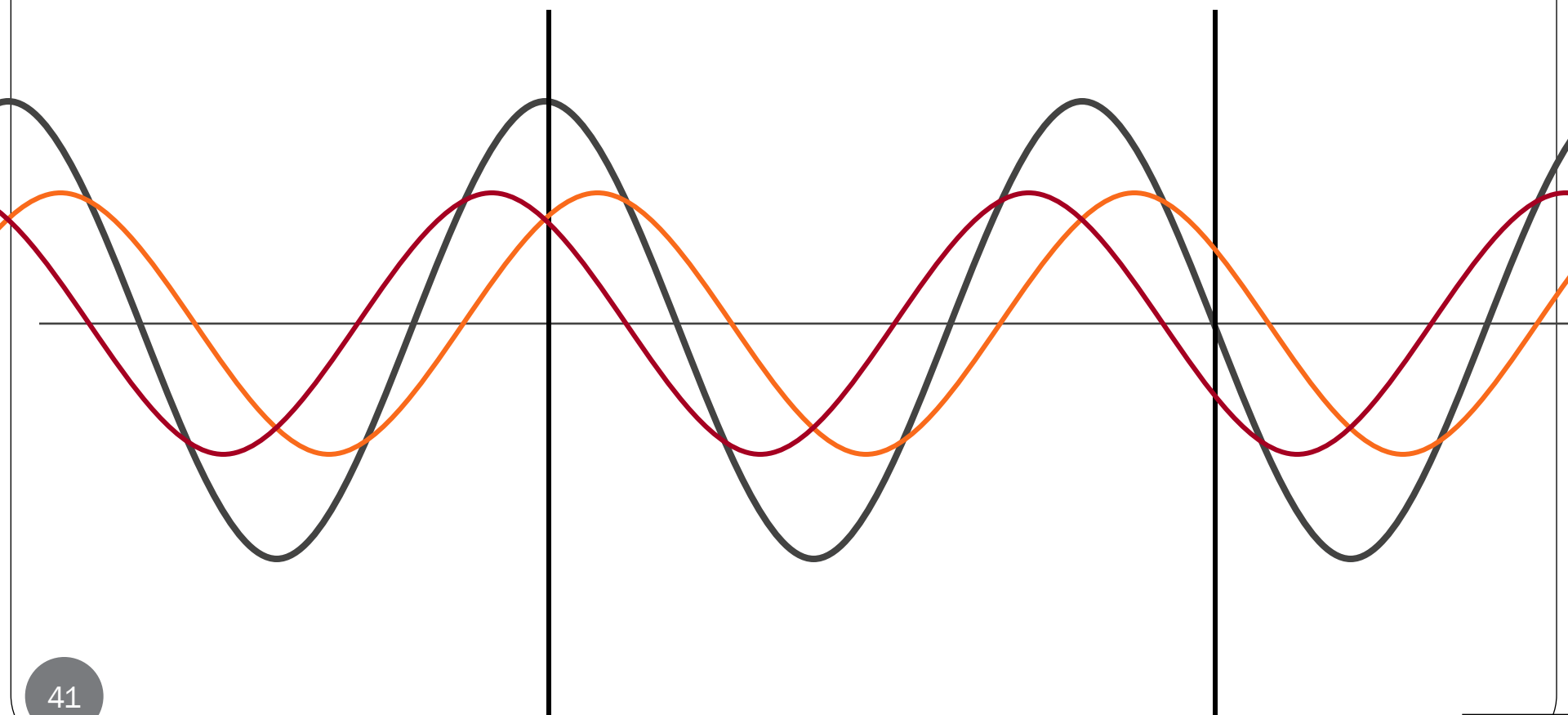
波节



驻波

波腹

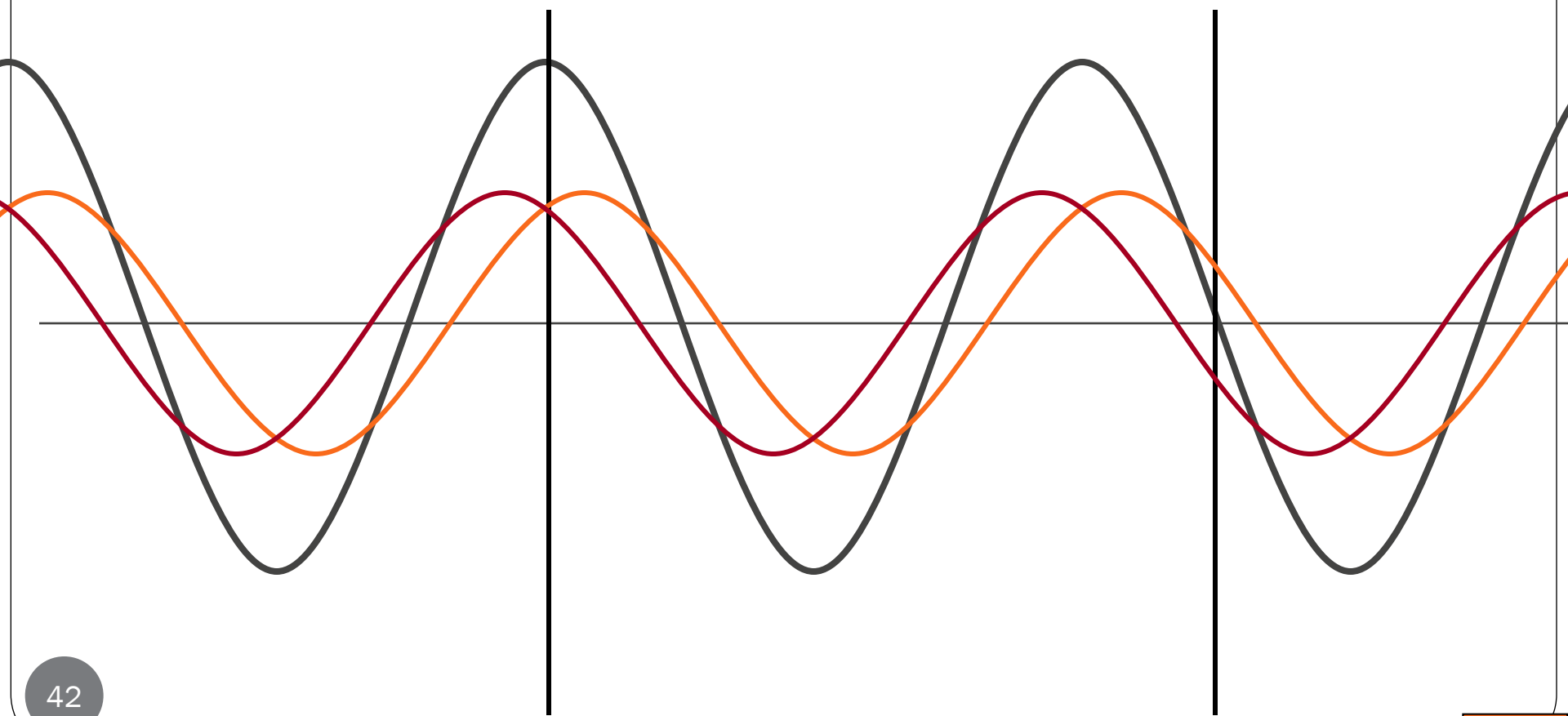
波节



驻波

波腹

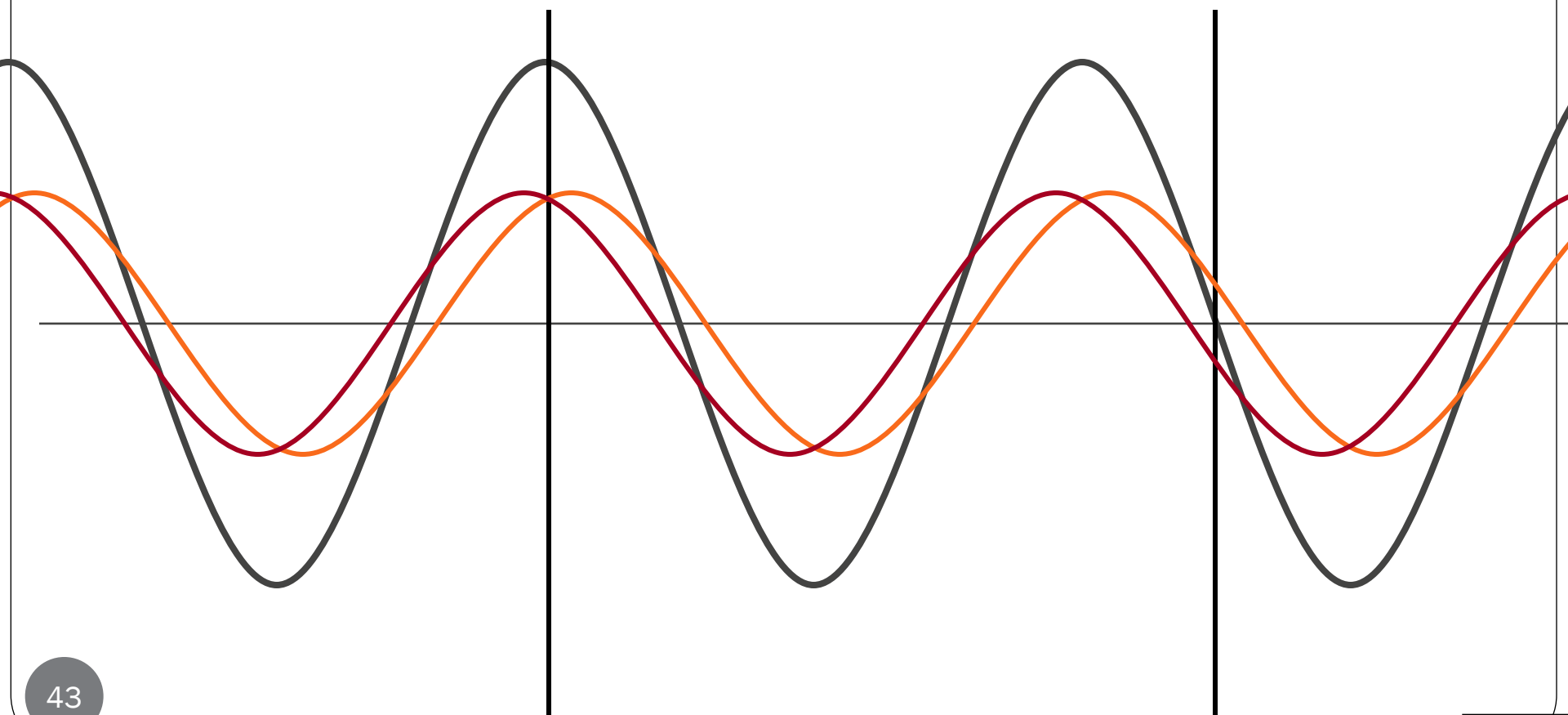
波节



驻波

波腹

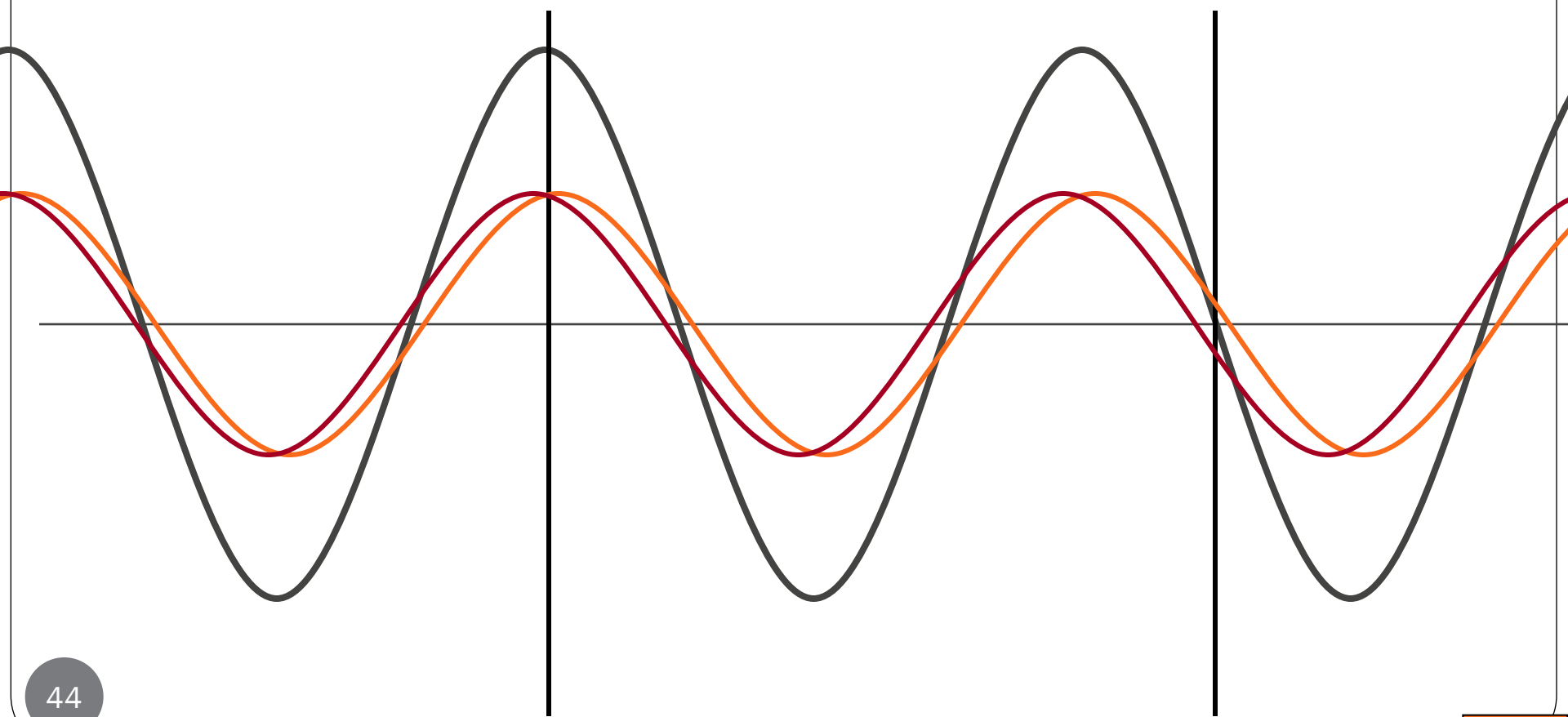
波节



驻波

波腹

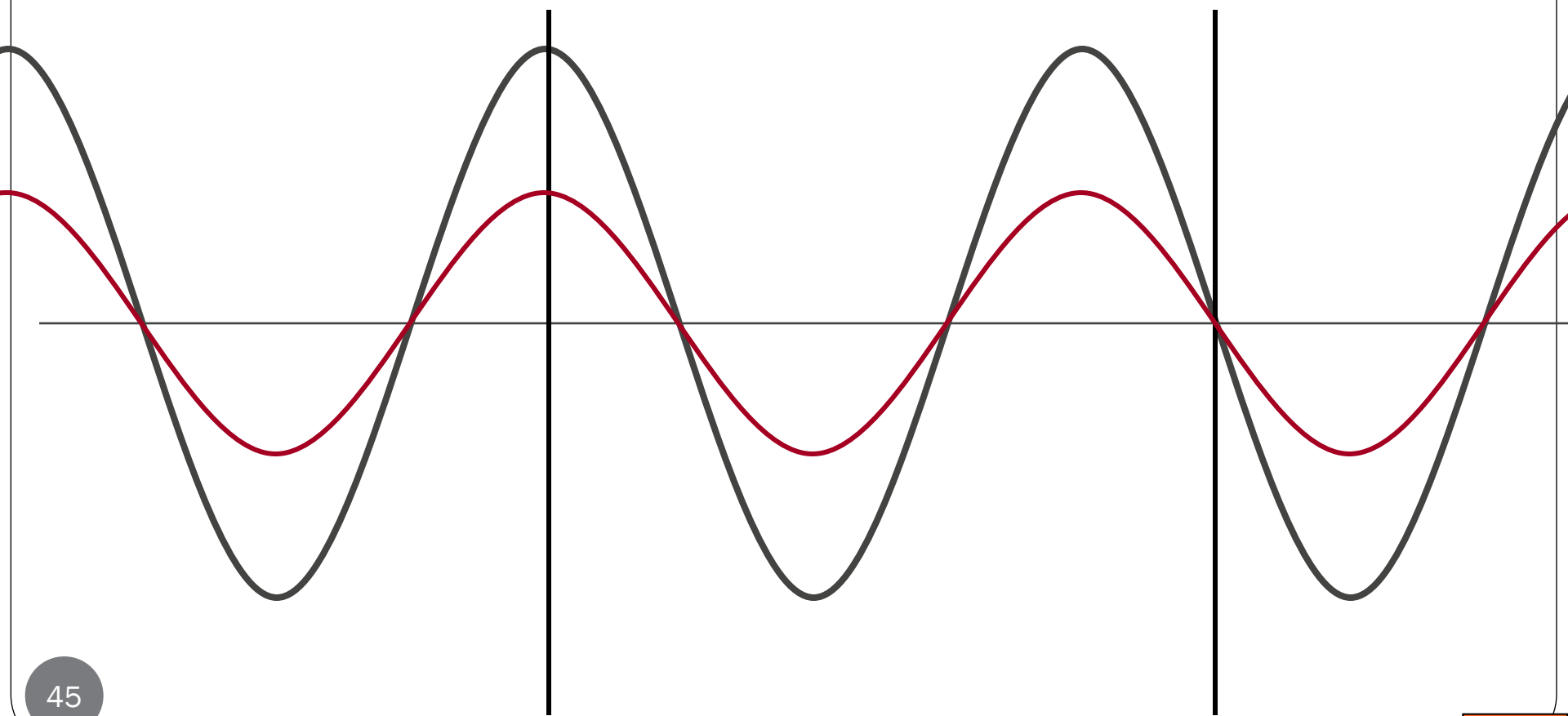
波节



驻波

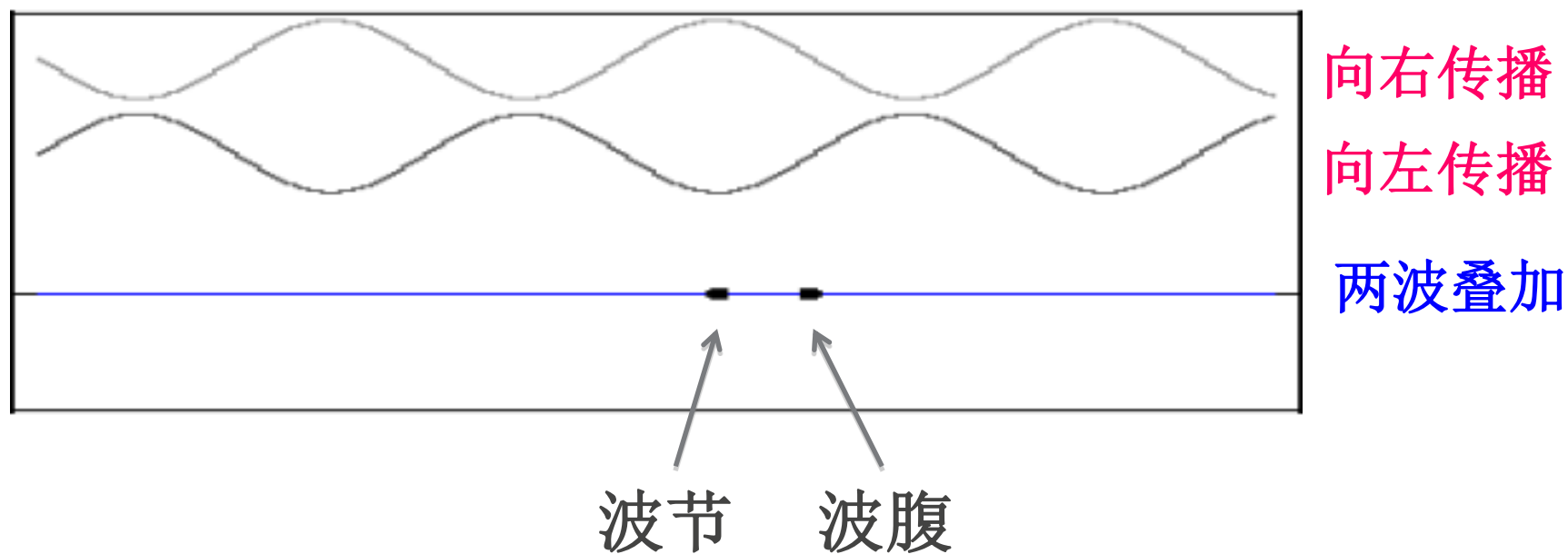
波腹

波节



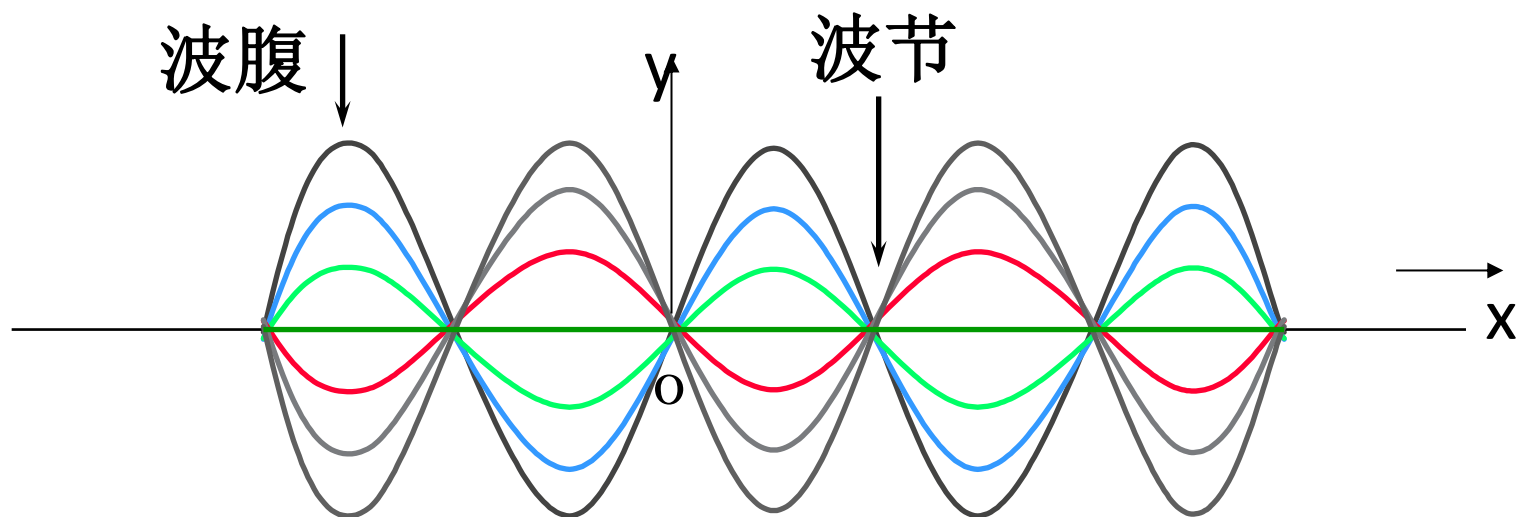
驻波的形成 动画演示

驻波演示



3. 驻波形象

$$y = y_1 + y_2 = \left(2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x\right) \cos \frac{2\pi}{T} t$$



(1) 有波节、有波腹

各点振幅 $A' = \left| 2A \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \right|$ 随x作周期性变化

波腹 ($A' = 2A$) 位置: $x = \pm 2k \frac{\lambda}{4} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$

波节 ($A' = 0$) 位置: $x = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{4} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$

相邻波节 (或波腹) 的距离: $x_{k+1} - x_k = \lambda / 2$

波腹
↓

波节
↓

t_1 E_p 集中于波节
 t_2
 t_3
 t_4 E_k 集中于波腹
 t_5
 t_6
 t_7 E_p 集中于波节

$$y = y_1 + y_2 = \left(2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x\right) \cos \frac{2\pi}{T} t$$

(2). 相邻两波节之间的质点振动相位相同, 波节两侧质点的振动相位相反。

(3). 能量只在两波节间的波腹与波节转移, 而无能量的定向传播

。(4). 形式象波, 本质却是介质质点不等幅的振动。

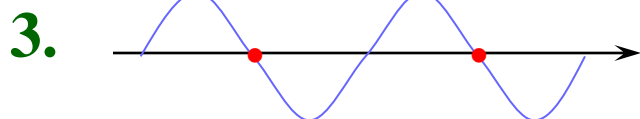
4. 驻波与行波的区别

行波

$$1. \quad y = A \cos\left[\omega\left(t \mp \frac{x - x_0}{u}\right) + \varphi_{x0}\right]$$

(有振动状态的传播)

2. 各质元的振幅均为A



一个波段中各质元振动位相均不同.

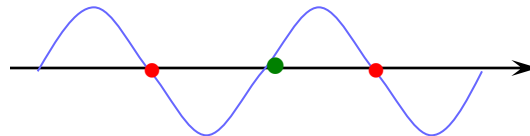
4. 能量随波传播

驻波

$$y = A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \frac{2\pi}{T} t$$

(无振动状态的传播)

各质元的振幅(x), 范围: 0~2A



相邻波节间各质元振动位相相同,
一波节两边各点振动位相相反.

能量仅在相邻二波节间转换.

5. 能量的比较——振动、行波、驻波

振动

研究对象： 振动系统

动能: $E_k \propto \sin^2(\omega t + \phi)$

势能: $E_p \propto \cos^2(\omega t + \phi)$

总能量: $E = \frac{1}{2}kA^2$ (守恒)

动能 \Leftrightarrow 势能

行波

一体元

$$\frac{1}{2}\rho\Delta VA^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$$

$$\frac{1}{2}\rho\Delta VA^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$$

$$\rho\Delta VA^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$$

每个质元不断吸收、释放能量——能量传播。

驻波

二波节间的波段

集中在波腹附近

集中在波节附近

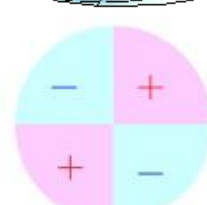
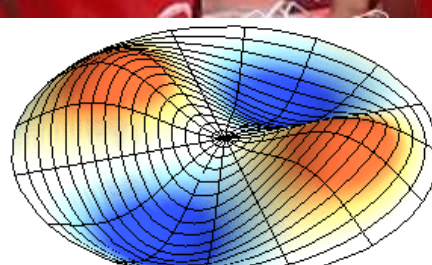
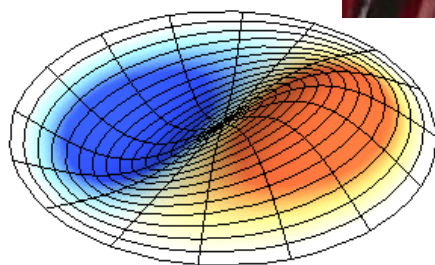
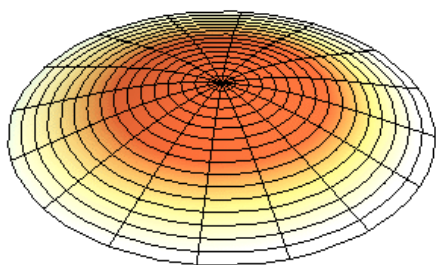
二相邻波节间
总能量守恒。

动能 \Leftrightarrow 势能
波腹 \Leftrightarrow 波节
无能量的空间传播

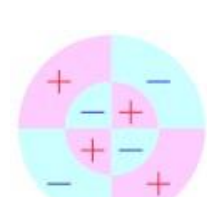
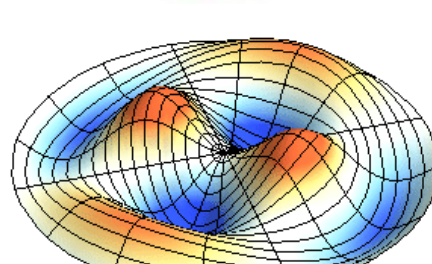
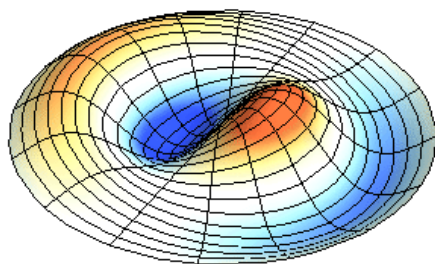
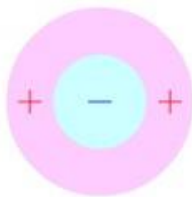
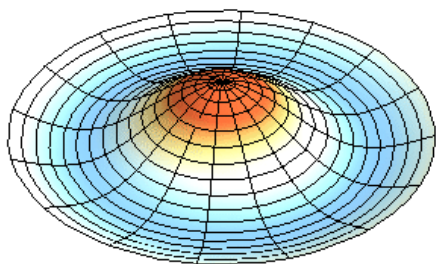
5、驻波的应用

1). 乐器

管弦乐器、打击乐器…

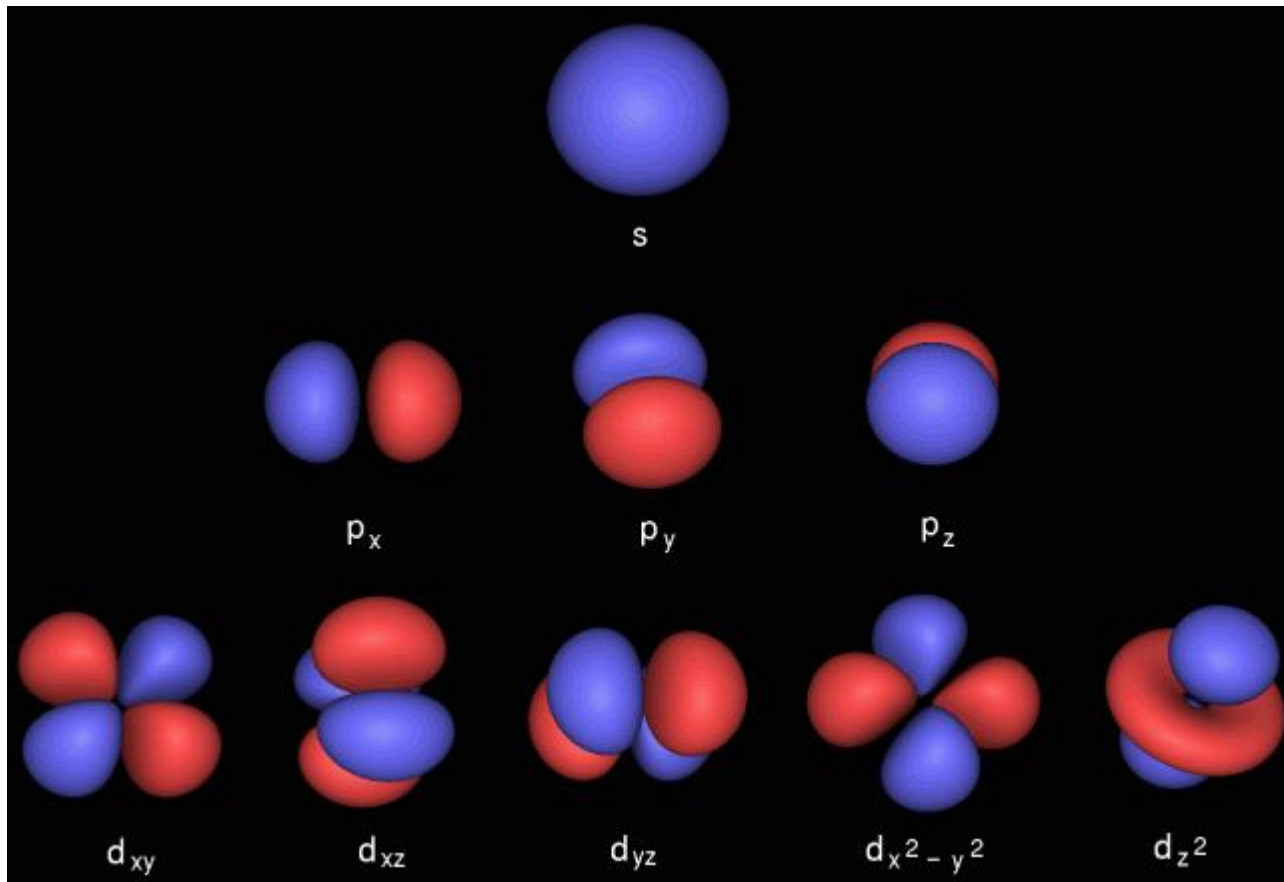


波节、波腹



不同的频率，
不同的音调

2). 原子轨道的形状



三维驻波：波节波腹？

二、半波损失

1. 波疏媒质与波密媒质

用 ρu 表示介质对波的疏密程度, 其中 ρ 是介质的密度, u 是波在介质中的传播速度。

ρu 小表示波疏介质, ρu 大表示波密介质。

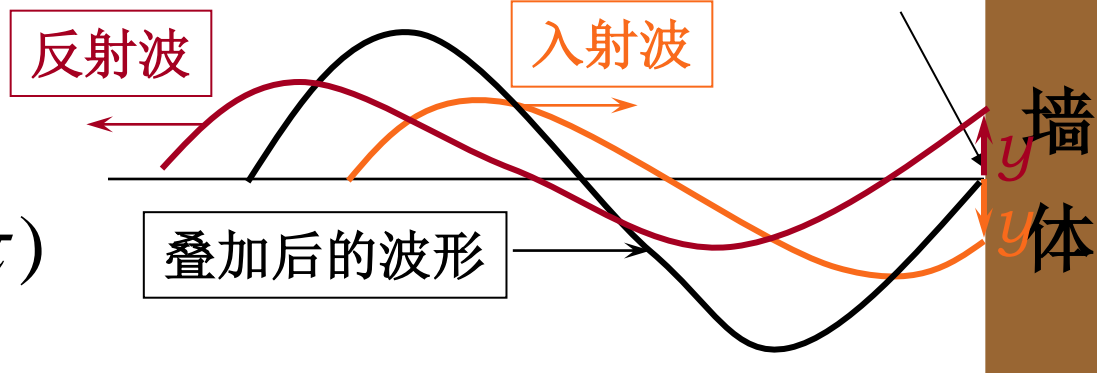
2. 实验表明:

波从波疏媒质入射到波密媒质, 反射端是波节。

$$y_{\lambda} = A \cos(\omega t + \varphi)$$

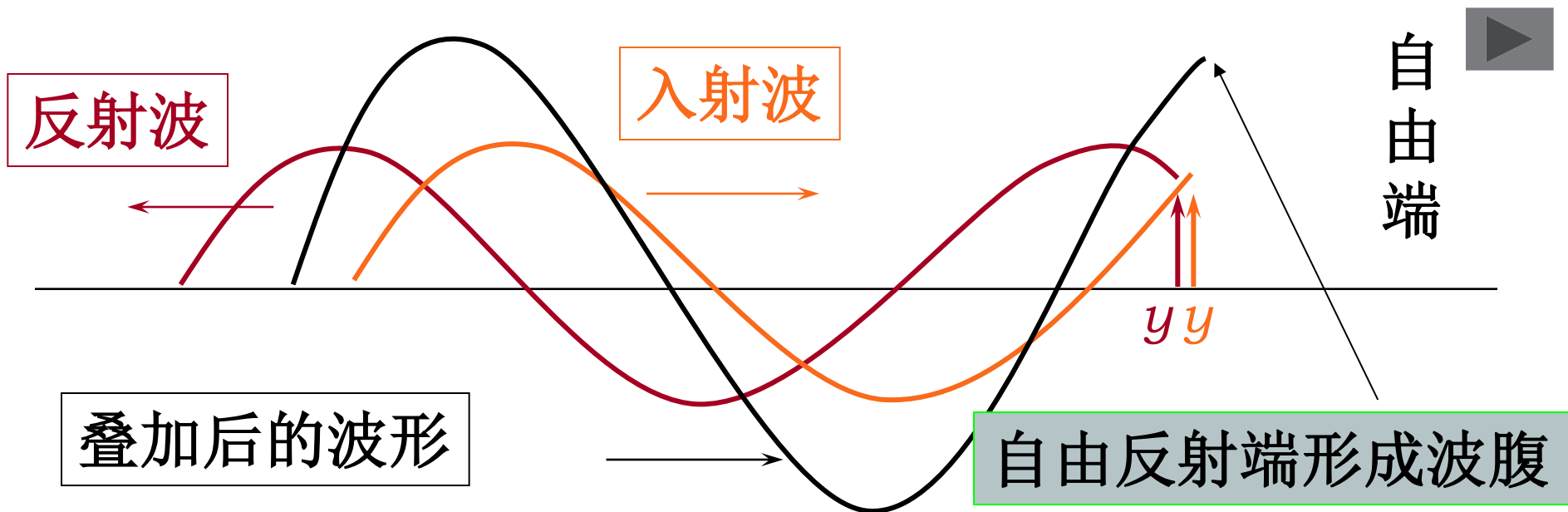
$$y_{\text{反射端}} = y_{\lambda} + y_{\text{反}} = 0$$

$$y_{\text{反}} = A \cos(\omega t + \varphi + \pi)$$



入射波到达两种媒质分界面时发生相位突变 (在反射端入射波和反射波相位相反), 这一现象称为半波损失

波从波密媒质入射到波疏媒质，反射端是波腹(自由端)。



在反射端入射波和反射波相位相同，反射无半波损失

[例]: 已知 $x = 0$ 处有一 $y_o = A \cos \omega t$ 的振源, 产生的波沿 x 轴正、负方向传播。波长为 λ , MN 为一波密反射面。

求: 合成波

分析: OMN 区域内的合成波:

$$y_{\text{合}} = y_{\text{左}} + y_{\text{反}}$$

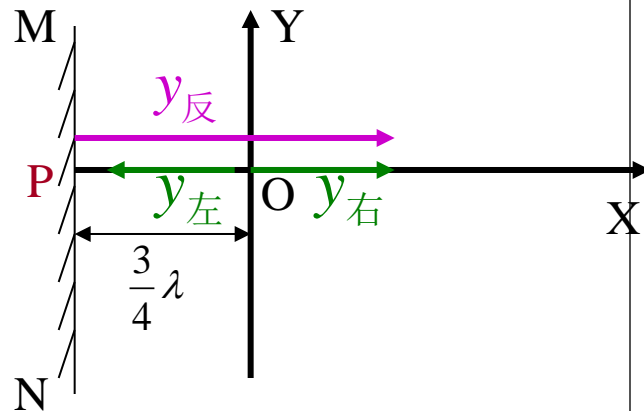
$x > 0$ 区域内的合成波:

$$y'_{\text{合}} = y_{\text{反}} + y_{\text{右}}$$

其中:

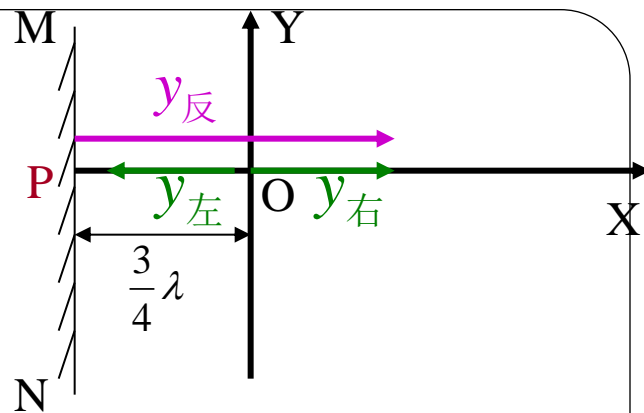
$$y_{\text{右}} = A \cos\left[\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right]$$

$$y_{\text{左}} = A \cos\left[\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right]$$



解: $y_{\lambda}^P = A \cos\left[\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right]_{x=-\frac{3}{4}\lambda}$

$$= A \cos\left[\frac{2\pi}{T}t - \frac{3}{2}\pi\right]$$



$$y_{\text{反}}^P = A \cos\left[\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{3}{2}\pi\right) + \pi\right] = A \cos\left[\frac{2\pi}{T}t - \frac{1}{2}\pi\right]$$

$$y_{\text{反}} = A \cos\left[\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}(x - x_p) - \frac{1}{2}\pi\right] \quad [P]$$

$$\underline{\underline{x_p = -\frac{3}{4}\lambda}} \quad A \cos\left[\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right] \quad [O]$$

另解： $y_{\text{反}} = A \cos\left[\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \alpha\right]$

其中： α 为反射波在 $x=0$ 处的初相

振源 o 处初相 $\varphi = 0$

入射波在 P 点位相落后 o 的位相为：

$$\varphi' = 2\pi \frac{3\lambda/4}{\lambda} = \frac{3}{2}\pi$$

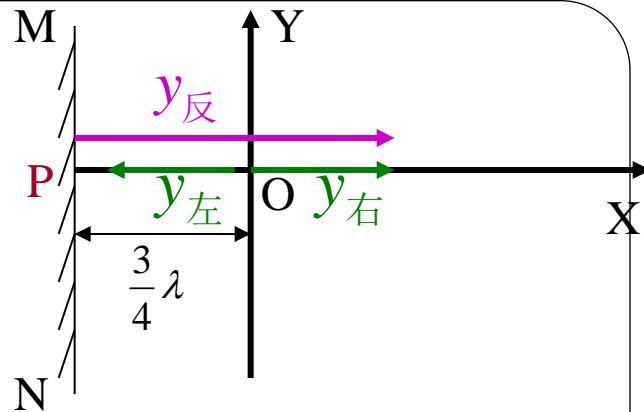
反射波在 o 点位相落后 P 的位相为：

$$\varphi'' = \varphi' = \frac{3}{2}\pi$$

且在 P 点存在半波损失，

故反射波在 o 点位相较振源 o 点的位相落后： $2 \times \left(\frac{3}{2}\pi\right) + \pi = 4\pi$

即： $\alpha = 4\pi \quad \therefore y_{\text{反}} = A \cos\left[\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right]$



OMN区域内的合成波:

$$y_{\text{合}} = y_{\text{左}} + y_{\text{反}}$$

$$= A \cos\left[\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right] + A \cos\left[\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right]$$

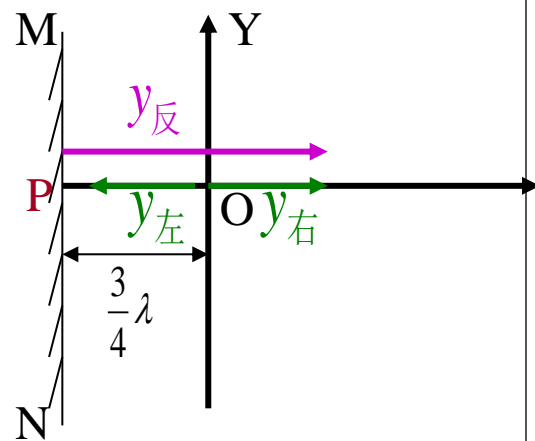
$$= 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda}x \cos \frac{2\pi}{T}t \quad \text{—— 驻波}$$

$x > 0$ 区域内的合成波:

$$y'_{\text{合}} = y_{\text{反}} + y_{\text{右}}$$

$$= A \cos\left[\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right] + A \cos\left[\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right]$$

$$= 2A \cos\left[\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right] \quad \text{—— 行波}$$



§ 5-8 多普勒效应

一、多普勒效应的概念

当波源、观察者彼此存在相对运动时，观察者接收到的频率与波源发出的频率不同的现象。

声波：频率决定音调
(不是音量)

光波：频率决定颜色
(不是光强)



物理学家多普勒
(1803~1853)
(奥地利 1992)

	波源s	介质波w	接收者r
速度	u_s	u	u_r
频率	ν_s	ν_w	ν_r

二、多普勒效应的物理机制分析

1. $u_s = 0, u_r \neq 0$

接收者和波前相对速度: $u + u_r$

所以接收者接收到频率为:

$$\nu_r = (u + u_r) / \lambda$$

$$= (u + u_r) / (u / \nu_w)$$

$$= \frac{u + u_r}{u} \nu_w$$

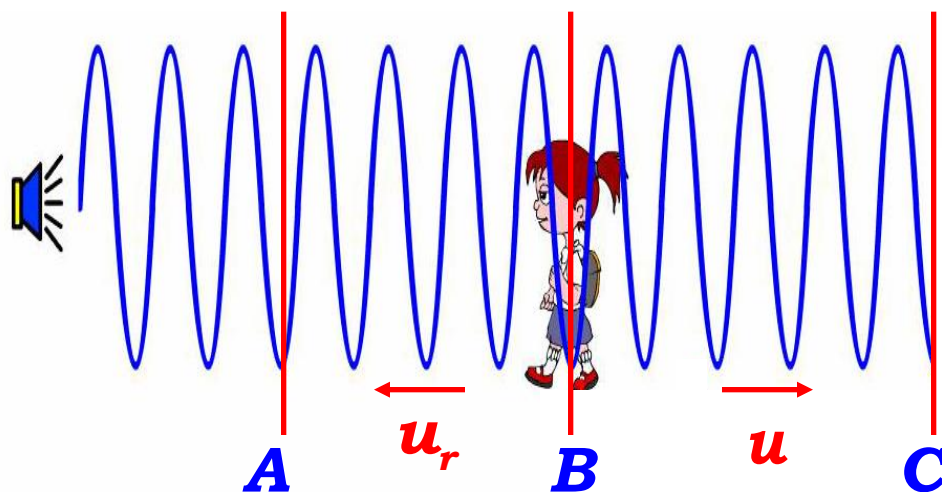
$$= \frac{u + u_r}{u} \nu_s$$

接收者向着波源运动: $u_r > 0$

接收者远离波源运动: $u_r < 0$

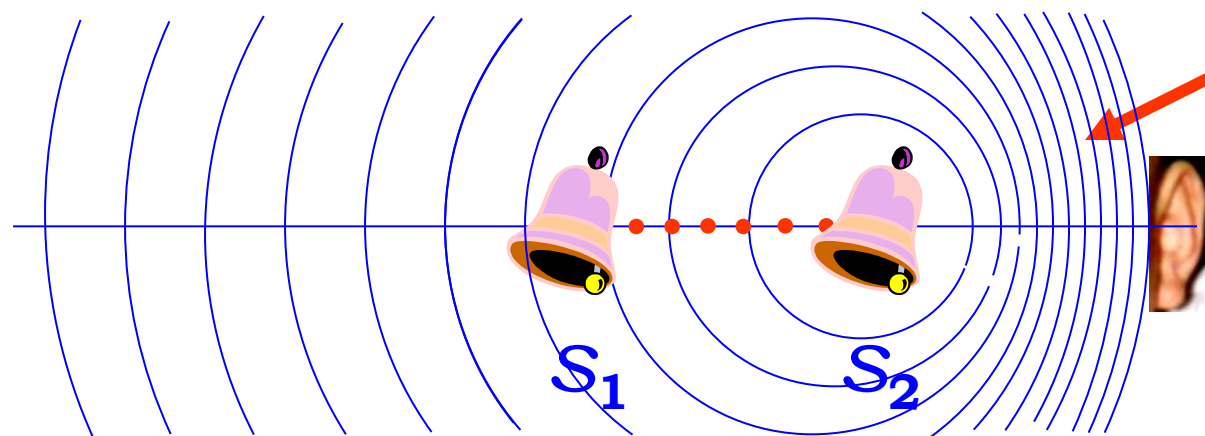
\because 波源不动

$$\therefore \nu_w = \nu_s$$



本质: 单位时间
接收波数变化!!

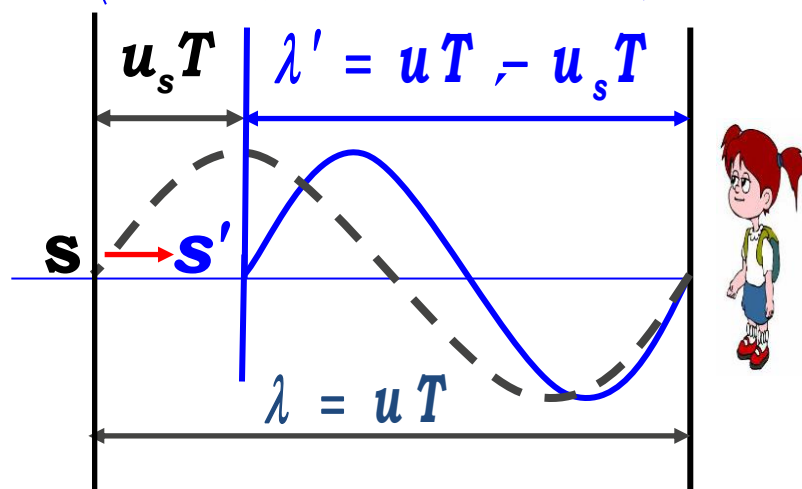
2. $u_r=0$ 、 $u_s \neq 0$



由于波源的运动引起波长变化

$$v_r = v_w = \frac{u}{\lambda'}$$

$$= \frac{u}{u - u_s} v_s$$



波源向着接收者运动: $u_s > 0$

波源远离接收者运动: $u_s < 0$

本质: 波长变化!!

$$\lambda' = uT_s - u_sT_s = \frac{1}{v_s}(u - u_s)$$

3. $u_r \neq 0$ 、 $u_s \neq 0$

由于观察者运动: $\nu_r = \frac{u + u_r}{u} \nu_w$

由于波源运动: $\nu_w = \frac{u}{u - u_s} \nu_s$

$$\left. \begin{array}{l} \nu_r = \frac{u + u_r}{u} \nu_w \\ \nu_w = \frac{u}{u - u_s} \nu_s \end{array} \right\} \nu_r = \left(\frac{u + u_r}{u - u_s} \right) \nu_s$$

观察者趋近波源 $u_r(+)$ ，反之 $u_r(-)$ ；

波源趋近观察者 $u_s(+)$ ，反之 $u_s(-)$ 。

结论：

不论是波源运动，还是观察者运动，或是二者同时运动，定性地讲，只要二者互相**接近**，接受到的频率就**高于**原来波源的频率；二者互相**远离**，接受到的频率就**低于**原来波源的频率。

多普勒效应的物理机制分析小结

	观察者动	波源动	观察者动 波源动	结 论
关系式	$\frac{v_r}{v_s} = \frac{u + u_r}{u}$	$\frac{v_r}{v_s} = \frac{u}{u - u_s}$	$\frac{v_r}{v_s} = \frac{u + u_r}{u - u_s}$	波源与 观察者
本 质	波数 增 减	波长 压 拉	波数 增 减 波长 压 拉	接近 $v_r > v_s$ 远离 $v_r < v_s$