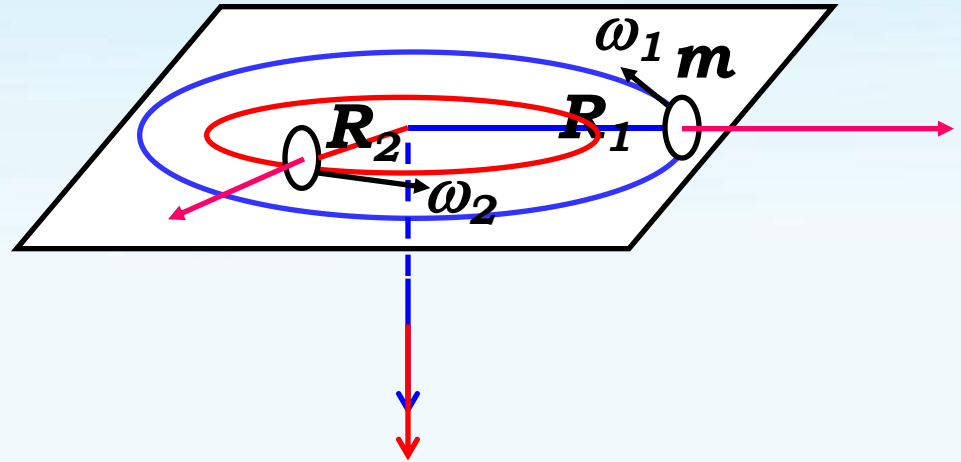


[讨论] 求  $\omega_2$ ,  $\mathbf{A}$  拉力

解: 
$$\left. \begin{aligned} \mathbf{L}_1 &= \mathbf{R}_1 m \mathbf{R}_1 \omega_1 \uparrow \\ \mathbf{L}_2 &= \mathbf{R}_2 m \mathbf{R}_2 \omega_2 \uparrow \end{aligned} \right\}$$



$$\mathbf{L}_2 = \mathbf{L}_1$$

$$\Rightarrow \omega_2 = \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 \omega_1$$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} m (R_2^2 \omega_2^2 - R_1^2 \omega_1^2)$$

角动量 动 能 动 量  
不 变 变 变

[讨论]  $\vec{L}_O$   $\vec{L}_A$  守恒否?

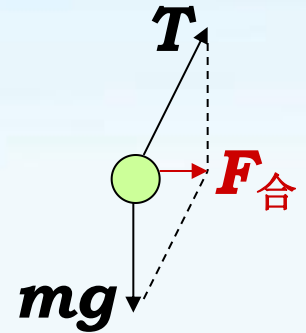
按 定 义

$\vec{L}_O$  守恒  $\left\{ \begin{array}{l} \text{大小 不变 } rp \\ \text{方向 不变 } \uparrow \end{array} \right.$

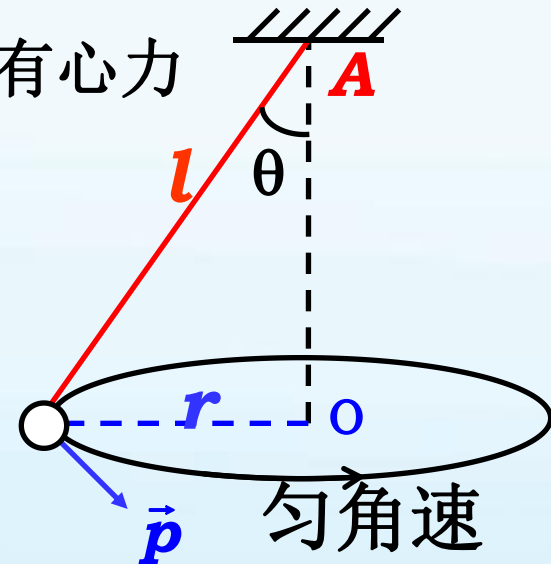
$\vec{L}_A$  不守恒  $\left\{ \begin{array}{l} \text{大小 不变 } lp \\ \text{方向 变} \end{array} \right.$

按守恒条件

合力 是有心力



$F_{\text{合}} \neq 0$  且不是有心力



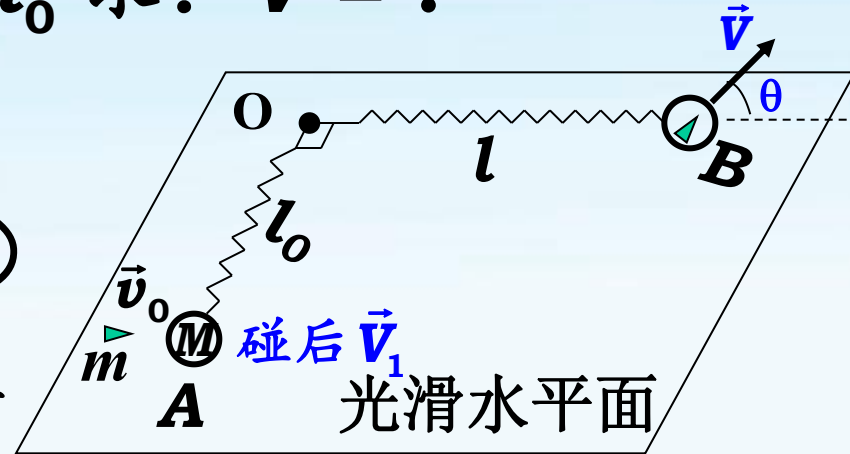
动量矩必须指明对哪一点

[例2-10] 已知:  $k, m, M, \vec{v}_0, l, l_0$  求:  $\vec{V} = ?$

解: (1) 完全非  $\rightarrow \{m, M\}$   $\vec{p}$  守恒

$$m\vec{v}_0 = (m + M)\vec{V}_1 \quad (1)$$

(2)  $\{m, M, \text{地球, 弹簧}\}: E$  守恒



$$\frac{1}{2}(m + M)V_1^2 = \frac{1}{2}(m + M)V^2 + \frac{1}{2}k(l - l_0)^2 \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} (1) \\ (2) \end{array} \right\} \rightarrow \vec{V} = \sqrt{\frac{m^2 v_0^2}{(m + M)^2} - \frac{k(l - l_0)^2}{m + M}} \quad (3)$$

$\{m, M \text{ 对 } O \text{ 点}\}: \vec{L}$  守恒

$$(m + M)V_1 l_0 = (m + M)V l \sin \theta \quad (4)$$

$$\underline{(1)(3)(4)} \quad \theta = \sin^{-1} \frac{l_0 m v_0}{l \sqrt{m^2 v_0^2 - k(l - l_0)^2 (M + m)}}$$

## 5° 动量矩(角动量)与动量(线动量)的类比

动量(线动量)

动量矩(角动量)

力  $\vec{F}$

力矩  $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

动量  $\vec{P}$

动量矩  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$

动量定理  $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$

动量矩定理  $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

动量守恒

动量矩守恒

$\sum \vec{F}_{\text{外}} = 0 \quad \vec{P} = \text{常量}$

$\sum \vec{M}_{\text{外}} = 0 \quad \vec{L} = \text{常量}$

# 质点动力学(累积效应)总结

FangYi

## [1] 累积

累 积	对 $\vec{F}$	对 $\vec{F} = m\vec{a}$
对时间	$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \cdot d\vec{t}$ 冲量	$\vec{I} = \Delta \vec{p}$ 动量定理
对空间	$A = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$ 功	$A_{\text{所有}} = \Delta E_k$ 动能定理 $A_{\text{非保}} = \Delta E_{\text{机}}$ 功能原理 $A_{\text{保}} = -\Delta E_p$ 保守力功势能关系

## [2] 守恒

动量守恒:  $\vec{p} = \vec{p}_0$  条件:  $\sum \vec{F}_{\text{外}} = 0$  (\*近似性, 方向性)

机械能守恒:  $E_{\text{机}} = E_{\text{机}0}$  条件:  $A_{\text{非保}} = 0$  (\* $A_{\text{内力}}$  不一定为0)

动量矩守恒:  $\vec{L} = \vec{L}_0$  条件:  $\sum \vec{M}_{\text{外}} = 0$  质点 { 零心力 易满足 }  
有心力

动量定理求 t

动能定理求  $\Delta x$

先守恒 后累积

先功能 后动能

## [3] 质心

$$\vec{r}_c \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$$

不连续

$$\sum_i \vec{F}_i = \sum_i m_i \vec{a}_c \quad \vec{v}_{c0} = 0, \quad \sum F = 0, \quad \text{质心位置不变}$$

# 质点动力学(累积效应)总结补充

FangYi

## [1] 累积

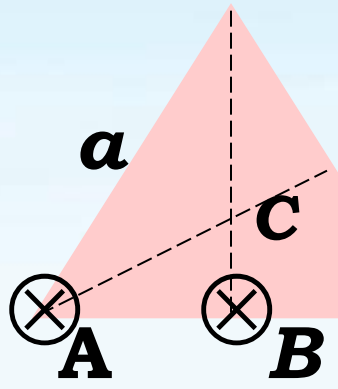
$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{M} \cdot dt \quad \text{冲量矩} \quad \vec{J} = \Delta \vec{L} \quad \text{动量矩定理}$$

## [2] 守恒

动量矩守恒:  $\vec{L} = \vec{L}_0$  条件:  $\sum \vec{M}_{\text{外}} = 0$  质点 { 零心力 有心力 } 易满足

动量(矩)定理求  $t$ 、 动能定理求  $\Delta x$

[讨论1] 已知等边  $\Delta$  均匀平板  $J_A$ , 求  $J_B$



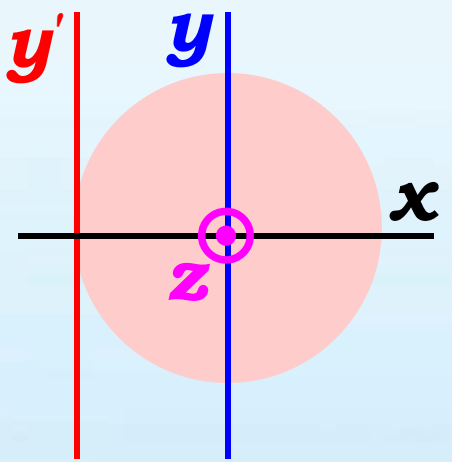
$$J_A = J_C + m\left(\frac{2}{3} \frac{\sqrt{3}}{2} a\right)^2$$

$$J_B = J_C + m\left(\frac{1}{3} \frac{\sqrt{3}}{2} a\right)^2$$

$$\Rightarrow J_B = J_A - \frac{1}{4} ma^2$$

任意平行轴间  $J$  转换  
必须通过质心轴进行

[讨论2] 求薄圆盘  $J_{y'}$



$$\begin{cases} J_{y'} = J_y + mR^2 \\ J_y + J_y = J_z = \frac{1}{2} mR^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow J_{y'} = \frac{5}{4} mR^2$$