华东理工大学

概率论与数理统计

作业簿（第五册）

学　院 ______________专　业 ______________班　级 ______________
学　号 ______________姓　名 ______________任课教师______________

第 8 次作业

一．填空题：

1．设随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} ae^{-(x+y)}, & 0<x,y<+\infty \\ 0\quad, & \text{其他} \end{cases}$，则

$a=$______，$P(X\le 2,Y\le 1)=$______________。

2．若二维随机变量 (X,Y) 的联合分布列为

X \ Y	0	1
0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

则随机变量 (X,Y) 的联合分布函数为______________________

3. 设随机变量 $X_i\sim\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$，$i=1,2$，且满足 $P(X_1X_2=0)=1$，

则 $P(X_1=X_2)=$________.

二. 选择题

（1）设 (X,Y) 服从二维均匀的分布，联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} A, & 0<x<1,|y|<x \\ 0, & \text{其它} \end{cases},$$

则常数 $\boldsymbol{A}=($　　　　$)$.

（A）$\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) 2 (D) 4.

（2）设（X，Y）的分布函数为$F(x,y)$，则$P\{X \geq a, Y > b\}$=（ ）

A．$F(a,b)$ B．$1-F(a,b)$

C．$1+F(a-0,b)-F(+\infty,b)-F(a-0,+\infty)$

D． $1+F(a,b)-F(+\infty,b)-F(a,+\infty)$

（3）设$F_1(x)$，$F_2(x)$为两个分布函数，其相应的概率密度为$f_1(x),\ f_2(x)$是连续函数，则可以作为某个连续随机变量的概率密度函数的是（ ）

A． $f_1(x)f_2(x)$ B． $2f_1(x)F_2(x)$

C． $f_1(x)F_2(x)$ D． $f_1(x)F_2(x)+f_2(x)F_1(x)$

三． 计算题

1. 设二维随机向量(ξ,η)仅取$(1,1),(2,3),(4,5)$三个点，且取它们的概率相同，求(ξ,η)的联合分布列。

2. 某箱装有 100 件产品，其中一、二、三等品分别为 80，10，10 件，现在从中随机抽取一件，记$X_i=\begin{cases}1 & \text{抽到}i\text{等品}\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$,（$i=1,2,3$）

试求随机变量X_1和X_2的联合概率分布。

3． 将一硬币抛掷 3 次，X表示 3 次中出现正面的次数，Y表示 3 次中出现正面次数与反面次数之差的绝对值，求X和Y的联合分布率。

4．设随机向量(X,Y)的联合概率密度函数为

$$p(x,y)=\begin{cases}A(6-x-y), & 0<x<2,\ 2<y<4\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

（1）确定常数A;（2）求$P\{X<1,Y<3\},P\{X+Y<4\}$

5. 若随机变量 X, Y 的概率分布分别为

X	0	1
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

Y	-1	0	1
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

且满足 $P(X^2=Y^2)=1$。求二维随机变量 (X, Y) 的联合概率分布。

第 9 次作业

一. 填空题：

1. 如果随机向量 (ξ,η) 的联合分布列为

$\xi \backslash \eta$	0	1
0	0.1	b
1	a	0.4

并且 $P(\xi=1|\eta=1)=\frac{2}{3}$，则 a=________, b=________.

2. (ξ,η) 的联合分布列为

$\xi \backslash \eta$	0	1	2
-1	$\frac{1}{15}$	t	$\frac{1}{5}$
1	s	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$

若 ξ,η 相互独立，则（s, t）=____________ 。

3. 设 (X,Y) 在以原点为中心，r 为半径的圆域 R 上服从均匀分布，求 X 的边缘概率密度为________________________________.

二. 选择题

（1）设随机变量 X 服从正态分布 $N\left(\mu,4^2\right)$，随机变量 Y 服从正态分布 $N\left(\mu,5^2\right)$，

记 $p_1=P\left\{X\le\mu-4\right\}$， $p_2=P\left\{Y\ge\mu+5\right\}$，则___________

(A)对任何实数 μ，都有 $p_1=p_2$

(B)对任何实数 μ，都有 $p_1<p_2$

(C)仅对 μ 的个别值，有 $p_1=p_2$

(D)对任何实数 μ，都有 $p_1>p_2$

（2）设随机变量 X 的可能取值为 x_1,x_2， Y 的可能取值为 y_1,y_2,y_3，若

$P(X=x_1,Y=y_1)=P(X=x_1)P(Y=y_1)$，则随机变量 X 和 Y （　　）

A．一定独立　　B．一定不独立　　C．不一定独立　　D. 以上答案都不对

（3）. 设随机变量 X，Y 相互独立，服从相同的两点分布 $\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 1/2 & 1/2\end{bmatrix}$，则（　　）

A. $P\{X=Y\}=\frac{1}{2}$　B. $P\{X=Y\}=\frac{1}{3}$　C. $P\{X=Y\}=0$　D. $P\{X=Y\}=\frac{1}{4}$

三. 计算题

1．设随机变量 ξ,η 的联合分布列为

ξ \ η	0	1	2
0	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{36}$
1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	0
2	$\frac{1}{12}$	0	0

（1）　求边缘分布列；

（2）　在 $\eta=1$ 的条件下，ξ 的条件分布列；

（3）　问 ξ 和 η 是否独立？

2． 设二维连续型随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} Axy & (x,y)\in G \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

其中 $G=\{(x,y)\,|\,0\le x\le 2, 0<y\le x\}$，

（1） 求系数 A；

（2） X 和 Y 的边缘密度函数；

（3） $f_{X|Y}(x\,|\,y)$；

（4） X 和 Y 是否独立，为什么？

3．设随机变量（X，Y）的联合密度为：$\phi(x,y)=\begin{cases} C & |x|<1,|y|<1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$

试求：①常数 C；② $P\{X+Y>\frac{1}{2}\}$ 及 $P\{X^2+Y^2\le 1\}$；③ X 和 Y 的边缘密度函数

第 10 次作业

一．选择题：

1. 设随机变量 ξ 和 η 相互独立，且 $\xi\sim N(-2,4)$，$\eta\sim N(1,8)$，则 $\xi+2\eta$ 的密度函数 $p(z)$ 为（　）。

A、$\frac{1}{6\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(z-4)^2}{72}}$　　B、$\frac{1}{2\sqrt{6\pi}}e^{-\frac{z^2}{24}}$　　C、$\frac{1}{6\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{72}}$　　D、$\frac{1}{2\sqrt{6\pi}}e^{-\frac{(z-4)^2}{24}}$

2. 设随机变量 (ξ,η) 的联合密度函数为 $p(x,y)$，则 $\xi+\eta$ 的分布函数 $F(z)$ =（　）

A、$F(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}dy\int_{-\infty}^{y}p(z-x,y)dx$　　B、$F(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}dx\int_{-\infty}^{+\infty}p(z-x,y)dy$

C、$F(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}dx\int_{-\infty}^{x}p(z-x,y)dy$　　D、$F(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}dx\int_{-\infty}^{z-x}p(x,y)dy$

3. 设随机变量 ξ 和 η 相互独立，其密度函数分别为 $p_1(x)$ 与 $p_2(y)$，则 $\frac{\eta}{\xi}$ 的密度函数 $p(z)$ 为（　）。

A、$p(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}|x|\,p_1(x)p_2(zx)dx$　　B、$p(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}p_1(x)p_2(z-x)dx$

C、$p(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}|x|\,p_1(zx)p_2(x)dx$　　D、$p(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}p_1(z-x)p_2(x)dx$

4. 设随机变量ξ和η相互独立，其分布函数分别为$F_\xi(x)$ 与 $F_\eta(y)$，则

$\zeta = \max(\xi,\eta)$ 的分布函数$F_\zeta(z)$ 等于 （ ）

A． $\max\{F_\xi(z),F_\eta(z)\}$ B. $F_\xi(z)F_\eta(z)$

C． $\frac{1}{2}[F_\xi(z)+F_\eta(z)]$ D. $F_\xi(z)+F_\eta(z)-F_\xi(z)F_\eta(z)$

5. 设随机变量ξ和η相互独立，且$\xi \sim P(\lambda)$ ，$\eta \sim P(\lambda)$ ，则下列（ ）不成立。

A． $P\{\xi+\eta=1\}=2\lambda e^{-2\lambda}$ B. $P\{\xi+\eta=0\}=e^{-\lambda}$

C． $E(\xi+\eta)=2\lambda$ D. $D(\xi+\eta)=2\lambda$

二．填空题：

1. 设随机变量ξ和η相互独立，且$\xi \sim N(-2,4)$ $\eta \sim N(-2,12)$ ，则$\xi-\eta$的密度函数$p(z)=$_____________

2. 设随机变量ξ和η独立同分布，均服从$(0,1)$ 上的均匀分布，则$\max(\xi,\eta)$的密度函数 $p(z)=$_______________

3 设随机变量ξ和η相互独立，且$\xi \sim E(1)$ ，$\eta \sim E(2)$ ，则$P\{\min(\xi,\eta)\le 1\}=$ ___

4. 设随机变量ξ和η相互独立，且$\xi \sim B(2,0.4)$ ，$\eta \sim B(3,0.4)$ ，则$\xi+\eta$服从参数为___和___的二项分布。

三．计算题

1. 设随机变量ξ、η相互独立，其密度函数分别为

$$p_\xi(x)=\begin{cases}1 & 0<x<1\\ 0 & \text{其他}\end{cases},\quad p_\eta(y)=\begin{cases}e^{-y} & y>0\\ 0 & y\le 0\end{cases}$$

求$\xi+\eta$的概率密度函数。

2. 设随机变量(ξ,η)的联合概率密度函数为

$$p(x,y)=\begin{cases}2-x-y, & 0<x<1,0<y<1\\ 0\quad, & \text{其他}\end{cases}$$

求$\xi+\eta$的概率密度函数。

3. 设ξ,η是两个相互独立的随机变量，且均服从均匀分布$U(0,1)$的随机变量，

求$\xi-\eta$的概率密度函数。

4. 已知随机变量ξ、η的概率分布分别为

ξ	-1	0	1
$P\{\xi=x_i\}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

η	0	1
$P\{\eta=y_j\}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

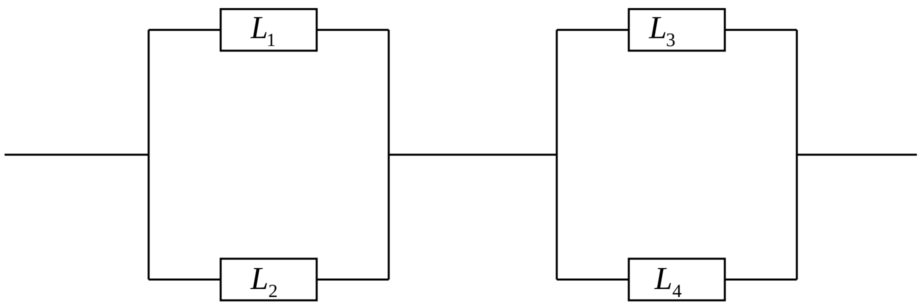
而且$P\{\xi\eta=0\}=1$。

(1)求ξ、η的联合概率分布；　(2)问ξ、η是否独立？

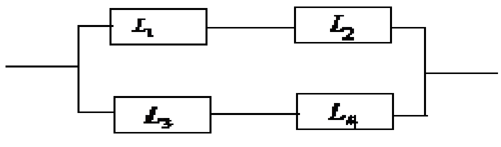
(3)求$\zeta=\max(\xi,\eta)$的概率分布。

5. 电子仪器由 4 个相互独立的部件$L_i(i=1,2,3,4)$组成，连接方式如图所示。设各

个部件的使用寿命ξ_i服从指数分布$E(1)$，求仪器使用寿命ζ的概率密度。



6. 上题中的电子部件$L_i(i=1,2,3,4)$组成，按下列方式联接，求仪器使用寿命ζ的



概率密度。

7．将上题中的串联部分加上一个开关，先用上面部分，如果坏了，合上开关再用下面部分，求仪器使用寿命ζ的概率密度。