

概率论与数理统计

(第六册)

学 院 _____ 专 业 _____ 班 级 _____
学 号 _____ 姓 名 _____ 任课教师 _____

第 11 次作业

一. 填空题:

1. ξ 的分布列为:

ξ	1	2	3	4
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$

则 $E\xi =$ _____。

2. ξ 的分布列为:

ξ	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$

则 $E\xi =$ _____, $E(-\xi + 1) =$ _____, $E\xi^2 =$ _____。

3. 设 X_1, X_2, X_3 是 3 个独立同分布的随机变量, $E(X_i) = \mu$, $D(X_i) = 8$, 对于

$\bar{X} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 X_i$, 则用切比雪夫不等式估计 $P\{|\bar{X} - \mu| < 4\} \geq$ _____。

二. 填空题:

1. 若对任意的随机变量 ξ , $E\xi$ 存在, 则 $E(E(E\xi))$ 等于 ()。

(A). 0 (B). ξ (C). $E\xi$ (D). $(E\xi)^2$

2. 现有 10 张奖券, 其中 8 张为 2 元, 2 张为 5 元, 某人从中随机地无放回地抽取 3 张, 则此人所得奖金的数学期望为 ()。

- (A) 6.5 (B) 12 (C) 7.8 (D) 9
3. 已知随机变量 X 满足 $E(X) = 2$, $D(X) = 4$, 则 $E(4X^2 - 3) =$ ()
- (A) 32 (B) 29 (C) 0 (D) 13

三. 计算题

1. 设随机变量 X 的概率密度为 $p(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta-1} x^{\frac{2-\theta}{\theta-1}}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

其中 $\theta > 1$, 求 EX 。

2. 设随机变量 ξ 的概率密度函数

$$p(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

求 $E\xi$, $E(2\xi + 3)$, $E(\xi + e^{-2\xi})$ 和 $E(\max\{\xi, 2\})$ 。

3. 一台机器由三大部件组成, 在运转中各部件需要调整的概率分别为 0.1, 0.2 和 0.3。假设各部件的状态相互独立, 用 ξ 表示同时需要调整的部件数, 试求 ξ 的数学期望。

4. 设球的直径均匀分布在区间 $[a, b]$ 内, 求球的体积的平均值。

5. 六个元件装在 3 台仪器上, 每台仪器装两个, 元件的可靠性为 0.5。如果一台仪器中至少有一个元件正常工作, 不需要更换, 若两个元件都不工作, 则要更换, 每台仪器最多更换一次, 记 X 为 3 台仪器需要更换元件的总次数, 求 EX

6. * 某种产品上的缺陷数 ξ 服从分布律

$$P(\xi = k) = \frac{1}{2^{k+1}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

求此种产品上的平均缺陷数。(* 高等数学 8 学分的学生可以不做)

第 12 次作业

一. 填空题

1. 设随机变量 ξ 的分布律为

ξ	-1	0	1
P	a	$\frac{1}{2}$	b

已知 $D\xi = 0.5$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 若随机变量 X 的分布律为 $P\{X = k\} = \frac{e^{-1}}{k!}$, $k = 0, 1, 2, \dots$, 则

$$E(X) = \underline{\hspace{2cm}}; \quad D(X) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

3. 事件在一次试验中发生次数 ξ 的方差一定不超过 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、选择题

1. 设 X 是一随机变量, $E(X) = \mu$, $D(X) = \sigma^2$, ($\mu, \sigma > 0$ 为常数), 则对任意常数 C , 必有 () 成立
- A. $E(X-C)^2 = E(X^2) - C^2$ B. $E(X-C)^2 = E(X-\mu)^2$
C. $E(X-C)^2 < E(X-\mu)^2$ D. $E(X-C)^2 \geq E(X-\mu)^2$
2. 抛一枚均匀硬币 100 次, 根据切比雪夫不等式可知, 出现正面的次数在 40~60 之间的概率 p 为 ()
- A. ≥ 0.75 B. ≥ 0.95 C. ≤ 0.75 D. ≤ 0.25
3. 设 X 与 Y 是两个相互独立的随机变量 a, b 为实数, 则下列等式不成立的是 ()
- A. $E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y)$
B. $E(XY) = E(X)E(Y)$
C. $E(aX^2 + bY^2) = aE(X^2) + bE(Y^2)$
D. $D(aX^2 + bY^2) = aD(X^2) + bD(Y^2)$

三、计算题

1. 设 ξ 的分布列为:

ξ	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$

求 $D\xi$ 和 $D(1-3\xi)$ 。

2. 某台机器由三大部件组成, 在运转中各部件需要调整的概率分别为 0.1, 0.2 和 0.3。假设各部件的状态相互独立, 用 ξ 表示同时需要调整的部件数, 求 $D\xi$

3. 设随机变量 ξ 具有概率密度 $p(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x & 1 < x \leq 2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$, 计算 $D\xi$ 。

4. 设随机变量 ξ 仅在 $[a, b]$ 取值, 试证

$$a \leq E\xi \leq b, \quad D\xi \leq \left(\frac{b-a}{2}\right)^2.$$

5. 已知某种股票的价格是随机变量 ξ , 其平均值是 1 元, 标准差是 0.1 元。求常数 a , 使得股价超过 $1+a$ 元或低于 $1-a$ 元的概率小于 10%。(提示: 应用切比雪夫不等式)。

6. 设随机变量 ξ 的概率分布为

$$P(\xi = x) = \left(\frac{a}{2}\right)^{|x|} (1-a)^{1-|x|}, \quad x = -1, 0, 1$$

其中 $0 < a < 1$ 。试求: $D\xi$, $D|\xi|$