

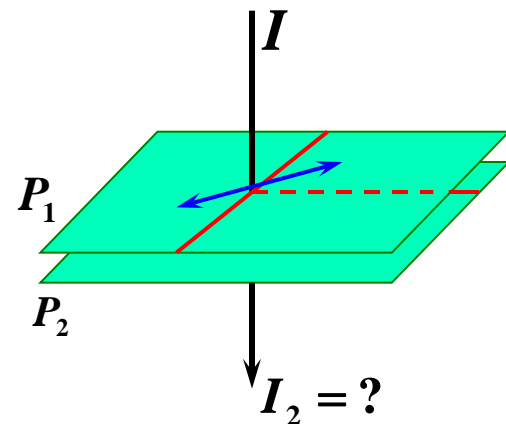
第5章 光的偏振

例1：两偏振片 P_1 、 P_2 叠放在一起，它们的偏振化方向夹角为 60° ，一束线偏振光 I 垂直入射，其振动方向与 P_1 、 P_2 均成 30° 角。

求：出射光强

解： $I_1 = I \cos^2 30^\circ = \frac{3}{4} I$

$$I_2 = I_1 \cos^2 60^\circ = \frac{3}{16} I$$



例2：自然光和线偏振光的混合光，垂直通过一偏振片。旋转偏振片，测得透射光强最大值是最小值的5倍。求入射光中，自然光与线偏振光的光强比。

解：

$$\left. \begin{aligned} I_{\max} &= \frac{I_0}{2} + I_1 \\ I_{\min} &= \frac{I_0}{2} \end{aligned} \right\} I_{\max} = 5I_{\min} \rightarrow \frac{I_0}{I_1} = \frac{1}{2}$$

例3：强度相等的自然光和线偏振光混合而成的光束，垂直入射到偏振片 P_1 、 P_2 上。前后两次测量中线偏振光振动方向与 P_1 的夹角分别为 45° 和 30° ，且 P_1 和 P_2 偏振化方向的夹角分别为 30° 和未知角度 θ 。已知第一次透射光强为第二次的 $3/4$ ，求：

- 1) θ 角的值；
- 2) 每次穿过 P_1 的透射光强与入射光强之比；
- 3) 每次连续穿过 P_1 、 P_2 后的透射光强与入射光强之比。

解：1) 设入射光强为 $2I_o$

$$\left. \begin{array}{l} \text{第一次: } I_2 = \left(\frac{1}{2} I_o + I_o \cos^2 45^\circ \right) \cdot \cos^2 30^\circ \\ \text{第二次: } I'_2 = \left(\frac{1}{2} I_o + I_o \cos^2 30^\circ \right) \cdot \cos^2 \theta \end{array} \right\} I_2 = \frac{3}{4} I'_2 \rightarrow \theta = 26.6^\circ$$

2) 第一次: $I_1 = \frac{1}{2}I_o + I_o \cos^2 45^\circ = I_o \rightarrow \frac{I_1}{2I_o} = \frac{1}{2}$

第二次: $I'_1 = \frac{1}{2}I_o + I_o \cos^2 30^\circ = \frac{5}{4}I_o \rightarrow \frac{I'_1}{2I_o} = \frac{5}{8}$

3) 第一次: $\frac{I_2}{2I_o} = \frac{3}{8}$

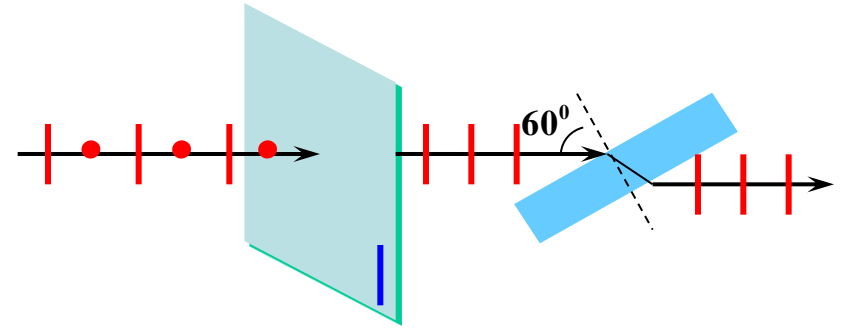
第二次: $\frac{I'_2}{2I_o} = \frac{1}{2}$

例4：一束自然光通过一偏振片后射到玻璃上，当入射角为 60° 时，发现反射光消失，求玻璃的折射率。

解：入射光为平行入射面振动的线偏振光

以 i_o 入射时，不被反射，只被透射

$$\therefore \operatorname{tgi}_o = \frac{n}{1} \rightarrow n = \sqrt{3}$$



例5：将一介质平板放入水中，平板与水面夹角 θ 。水的折射率 n_1 ，介质为 n_2 。欲使自然光入射时，在水面及介质表面的反射光均为线偏振光，则 $\theta = ?$

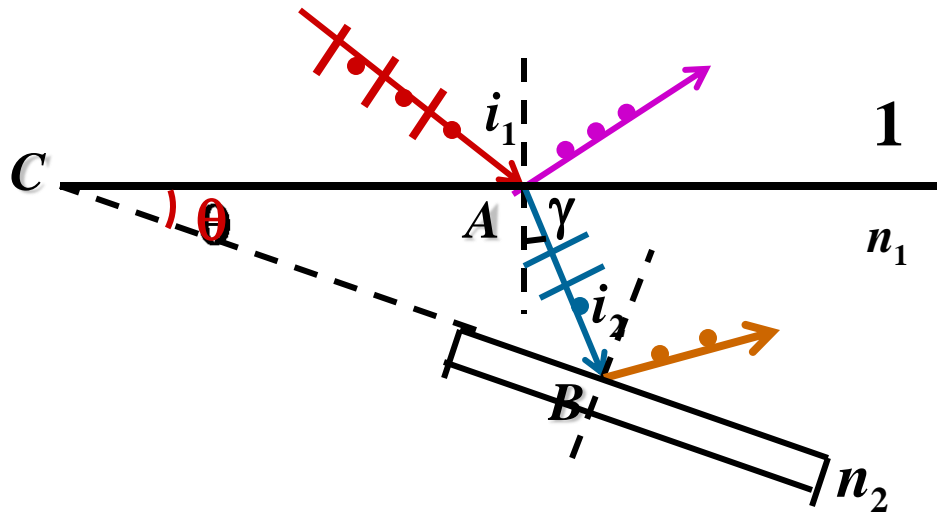
解： $\text{tgi}_1 = \frac{n_1}{1} = n_1$ (1)

$\gamma = \frac{\pi}{2} - i_1$ (2)

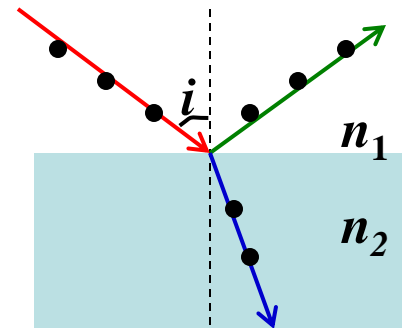
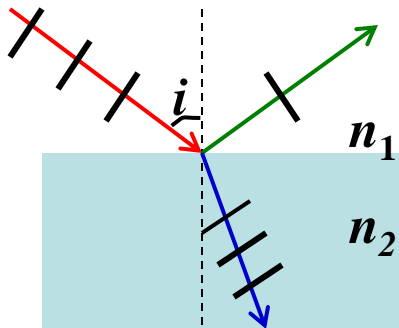
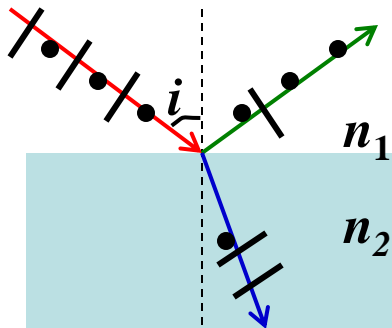
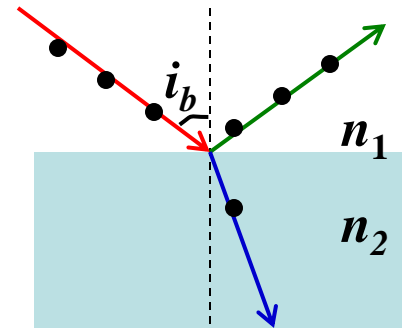
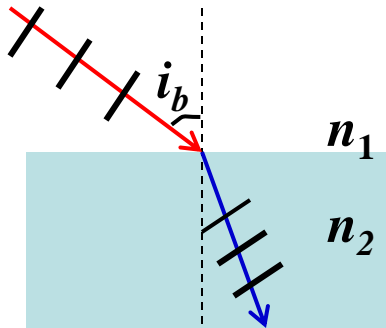
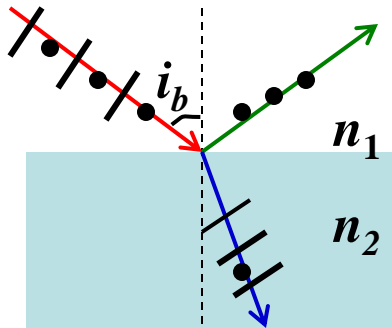
$\text{tgi}_2 = \frac{n_2}{n_1}$ (3)

ΔABC 中： $\theta + (\gamma + \frac{\pi}{2}) + (\frac{\pi}{2} - i_2) = \pi$ (4)

由 (1) ~ (4) : $\theta = i_2 - (\frac{\pi}{2} - i_1) = \text{tg}^{-1} \frac{n_2}{n_1} + \text{tg}^{-1} n_1 - \frac{\pi}{2}$



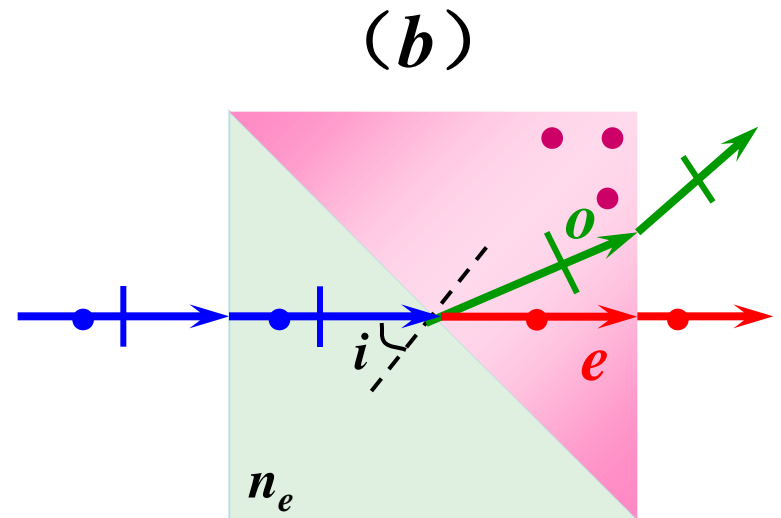
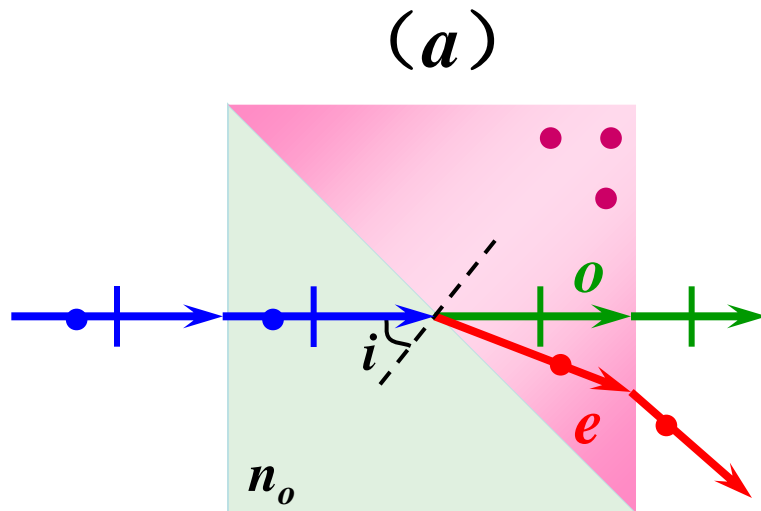
讨论：自然光或线偏振光如图入射于两种介质界面上，折射光、反射光的性质？振动方向？
 $(\operatorname{tg} i_b = \frac{n_2}{n_1}, i \neq i_b)$



例6：直角玻璃棱镜与方解石棱镜组合，自然光垂直入射。

(a) 取 $n_{\text{玻}} = n_o$, (b) 取 $n_{\text{玻}} = n_e$

画出光路及光矢量振动方向



进入方解石：

●→ e 光: $n_o \rightarrow n_e \therefore \gamma > i$
密 → 疏

⊥→ o 光: $n_o \rightarrow n_o \therefore$ 无折射

●→ e 光: $n_e \rightarrow n_e \therefore$ 无折射

⊥→ o 光: $n_e \rightarrow n_o \therefore \gamma < i$
疏 → 密

例7：一束自然光以布儒斯特角 i_0 射向一折射率 $n = \sqrt{3}$ 的介质的表面，其反射光射向一方解石晶体

($n_o=1.658$, $n_e=1.486$)，该晶体的表面与介质表面垂直，光轴方向如图所示。

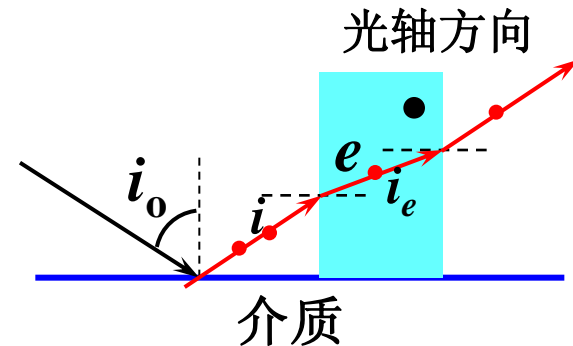
- 1) 在图上画出反射光并表示其振动方向；
- 2) 画出晶体内折射光的振动方向，说明是 o 光还是 e 光，并求出折射角。

解：1) $\operatorname{tgi}_0 = \sqrt{3} \rightarrow i_0 = 60^\circ$

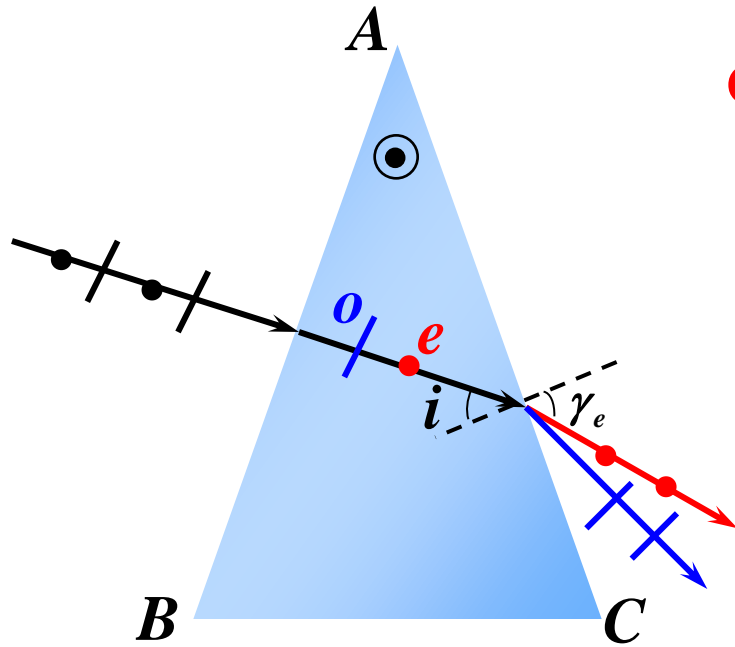
2) $i = 30^\circ$

$$1 \cdot \sin i = n_e \sin i_e$$

$$\rightarrow i_e = 19^\circ$$



8. 用方解石(负晶体)切成一个顶角 $A = 30^\circ$ 的三棱镜，其光轴方向如图。单色自然光垂直 AB 面入射，定性画出三棱镜内外折射光的光路及光矢量振动方向。



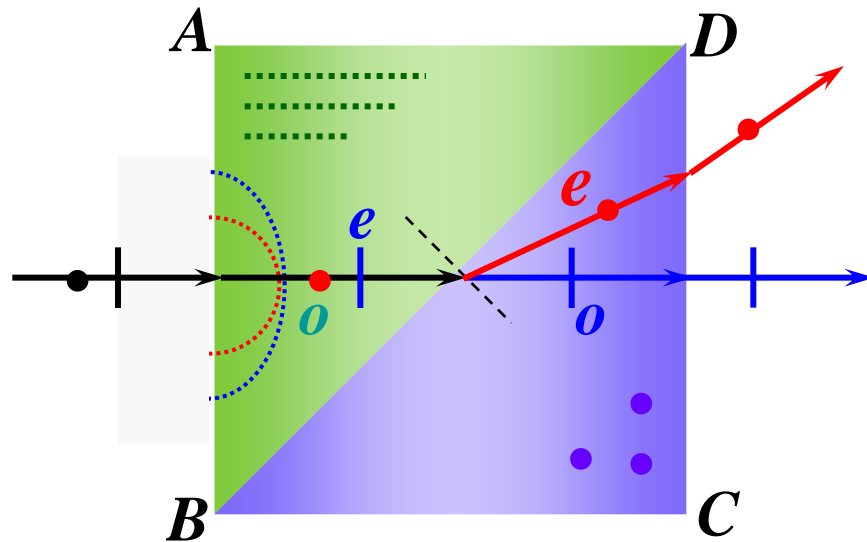
o、e光主平面重合

$$\begin{cases} \sin \gamma_o = n_o \sin i_o \\ \sin \gamma_e = n_e \sin i_e \end{cases} \rightarrow \because \gamma_o > \gamma_e$$

$$i_o = i_e$$

$$n_o > n_e$$

9. 由方解石晶体制成的两直角三棱镜 ABD 和 DBC ，组成一矩形棱镜。各自光轴方向如图。自然光垂直 AB 面入射，试画出光路并标明振动方向。



方解石：

$$n_e = 1.486$$

$$n_o = 1.658$$

沿光轴方向： $n_e = n_o$

10. 方解石 $n_o=1.6584$, $n_e=1.4864$, 线偏振光垂直入射到一块表面与光轴平行的方解石晶片上, 若入射光的振动方向与光轴成 30° 角, 试求:

(1) 晶片中o光和e光的光强之比?

(2) 为使该晶片对钠黄光 ($\lambda=589.3\text{nm}$) 成为半波片, 其最小厚度是多少?

(3) 从该半波片出射的线偏振光的振动面相对入射光的振动面转过了多大的角度?

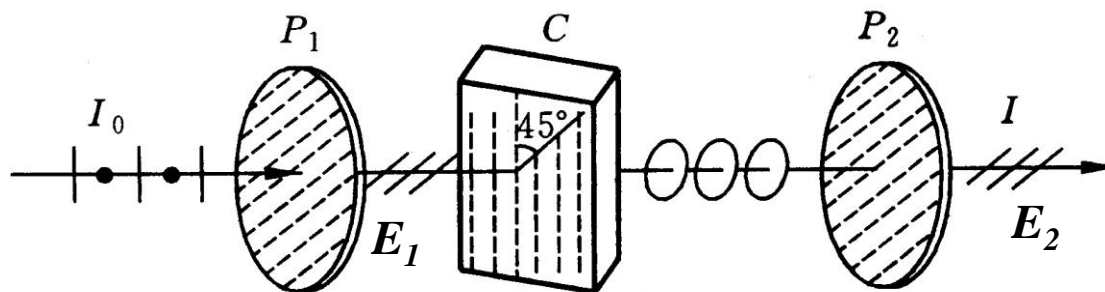
解: 1)
$$I_o = (E_1 \sin 30^\circ)^2 = \frac{1}{4} E_1^2$$
$$I_e = (E_1 \cos 30^\circ)^2 = \frac{3}{4} E_1^2$$
$$\therefore I_o : I_e = 1 : 3$$

2) 对钠黄光的半波片, 最小厚度满足:

$$(n_o - n_e)d = \frac{\lambda}{2} \rightarrow d = \frac{\lambda}{2(n_o - n_e)} = 1.71\mu\text{m}$$

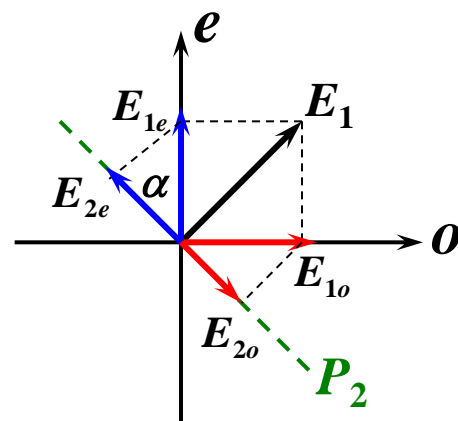
3) 出射线偏振光的振动面相对入射光转过了 60° 或 120° 角

11: P_1 、 P_2 偏振片, C 四分之一波片, P_1 与 C 成 45° , 转动 P_2 , 透射光强?



解: 经过 $P_1 \rightarrow I_1 = \frac{I_0}{2}, E_1 = \sqrt{I_1}$

经过 C : $\begin{cases} E_{1o} = E_1 \sin 45^\circ \\ E_{1e} = E_1 \cos 45^\circ \\ \delta = \frac{\pi}{2} \end{cases} \longrightarrow \text{圆偏振光}$



P_2 与光轴 C 夹角 α

经过 P_2 : $\begin{cases} E_{2e} = E_{1e} \cos \alpha \\ E_{2o} = E_{1o} \sin \alpha \end{cases} \rightarrow E_2^2 = E_{2o}^2 + E_{2e}^2 + 2E_{2o}E_{2e} \cos \delta$
 $\delta = \frac{\pi}{2} + (\pi) \quad \quad \quad = E_{2o}^2 + E_{2e}^2 = \frac{1}{2} E_1^2 = \frac{1}{4} I_0$ 与 α 无关

——此时旋转 P_2 透射光强不变 13

12. 偏振器间的波晶片

$$\mathbf{P}_1 \perp \mathbf{P}_2$$

经过C: $\begin{cases} E_{1e} = E_1 \cos \alpha \\ E_{1o} = E_1 \sin \alpha \\ \delta_{oe} = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) d + \delta_\lambda \end{cases} \longrightarrow \text{椭圆}$

经过P₂: $\begin{cases} E_{2e} = E_{1e} \sin \alpha = E_1 \cos \alpha \sin \alpha \\ E_{2o} = E_{1o} \cos \alpha = E_1 \sin \alpha \cos \alpha \\ \delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) d + \pi \end{cases}$

$$E_2^2 = E_{2o}^2 + E_{2e}^2 + 2E_{2o}E_{2e} \cos \delta = 4E_1^2 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

干涉结果由 δ 决定

$$\mathbf{P}_1 \parallel \mathbf{P}_2 \quad ?$$

旋转P₂? 旋转C?

