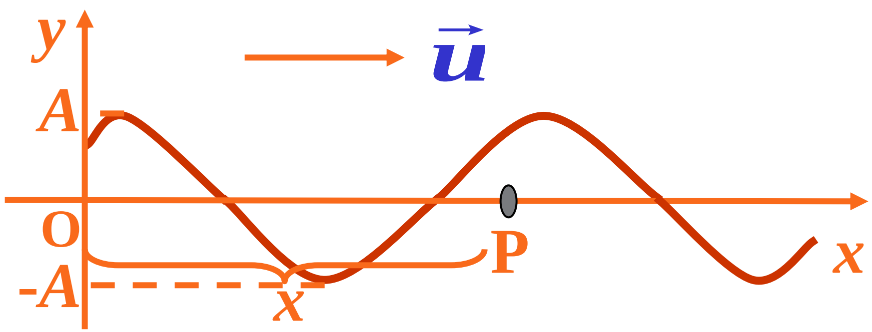
平面简谐波

确定波动方程的二个条件

1. 已知$\vec{u}$
2. 波线上一点的振动方程

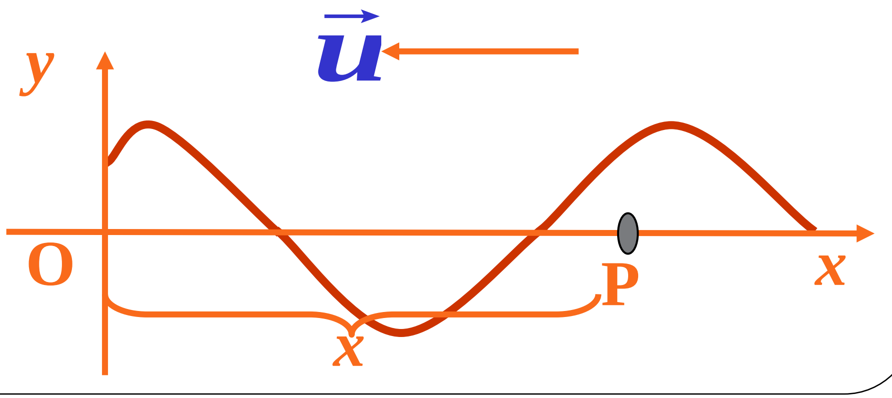
正向波波函数（波动方程）

$$y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$



反向波波函数

$$y = A\cos[\omega(t + \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$



以波线上x_0处Q点为参考点 $y = A\cos[\omega(t \mp \frac{x - x_o}{u}) + \varphi_{x0}]$

取-号：随着x增大，各点相对Q点落后

取+号：随着x增大，各点相对Q点超前

其中：

y—质元相对各自平衡位置的位移，谐振动方向

x—各质元平衡位置的坐标，波线方向

$\frac{x - x_o}{u}$—表示x处质元的振动落后(或超前）x_o处质元振动的时间

$\frac{\omega(x - x_o)}{u}$—表示$x$处质元的振动落后(或超前）于$x_o$处质元振动的相位

(3)总能量 $\Delta W=\Delta W_k+\Delta W_p=\rho\Delta VA^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$

(4) $\mathbf{W}_{波}$与$\mathbf{E}_{振}$之比较

波动（体元）	振动（系统）
（非孤立系统） $W_{波}$随t变化，不守恒 体元在不断接受或放出能量	（孤立系统） $E_{振}$不随t变化，守恒
$W_{k波}$、$W_{p波}$同步变化	$E_{k振}$、$E_{p振}$此消彼长

（5）能量密度：单位体积内的能量

$$\varepsilon=\Delta W/\Delta V=\rho A^2\omega^2\sin^2\omega(t-x/u)$$

（6）平均能量密度：能量密度在一个周期内的平均值

$$\bar{\varepsilon}=\frac{1}{T}\int_0^T\varepsilon dt=\rho A^2\omega^2\{[\int_0^T\sin^2\omega(t-x/u)dt]/T\}=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$$

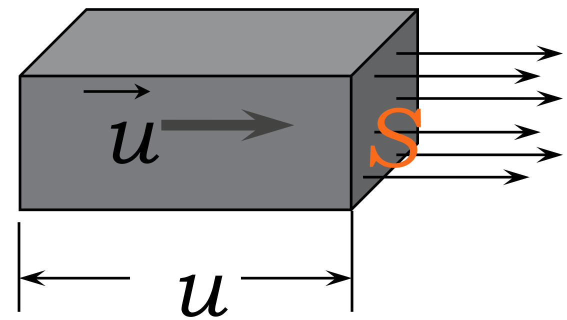
二、波的强度

1、能流P：单位时间通过某一面积的波能 $P = su\varepsilon$

2、平均能流$\overline{P}$：能流在一个周期内的平均值。

$$\overline{P} = \frac{1}{T}\int_0^T P\,dt = \frac{su}{T}\int_0^T \varepsilon\,dt = \bar{\varepsilon} su$$

——单位:焦耳/秒



$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{T}\int_0^T \varepsilon\,dt = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$$

3、波的强度 I（平均能流密度）：

通过垂直于波的传播方向的单位面积的平均能流。

$$I = \frac{\overline{P}}{s} = \bar{\varepsilon} u = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u$$

——单位:焦耳/秒米²

[例]:一平面简谐声波在空气中传播(已知空气密度$\rho=1.29\,kg/m^3$),波速为$340\,m/s$,频率为$500\,Hz$,到达人耳时,振幅$A=10^{-6}\,m$,试求人耳接受到声波的平均能量密度和声强(波强)的大小.

解:声波的平均能量密度

$$\bar{\varepsilon}=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$$

$$=\frac{1}{2}\times 1.29\times(10^{-6})^2\times(2\pi\times 500)^2=6.37\times 10^{-6}\,J/m^3$$

声强:$I=\bar{\varepsilon}\cdot u=6.37\times 10^{-6}\times 340=2.17\times 10^{-3}\,W/m^2$

§5-5 惠更斯原理

一、原理

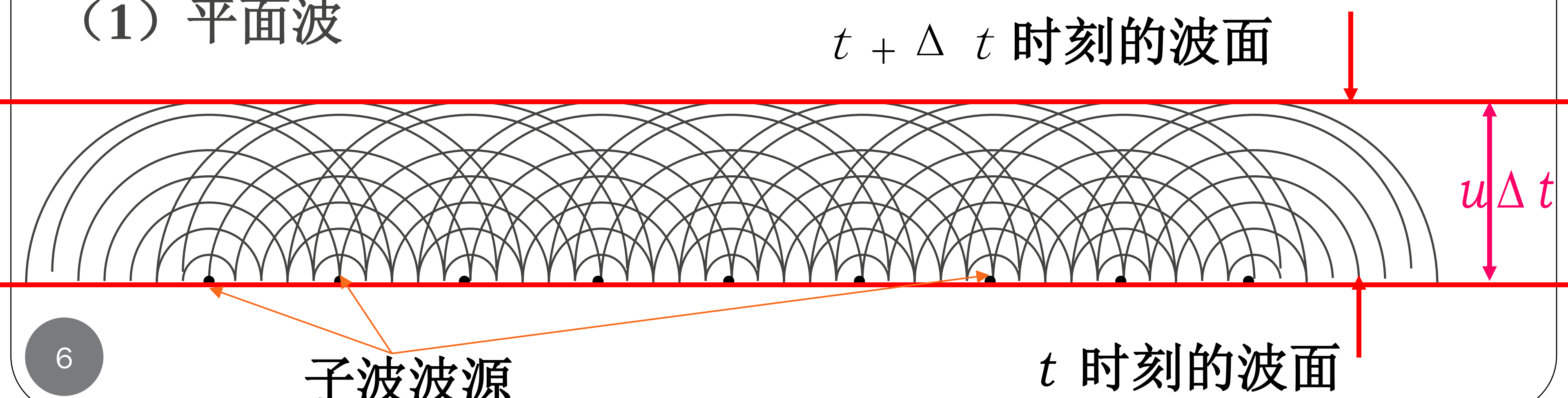
波动所到达的媒质中各点均可作为发射子波的波源，其后任一时刻这些子波的包迹就是新的波阵面。

水波通过小孔

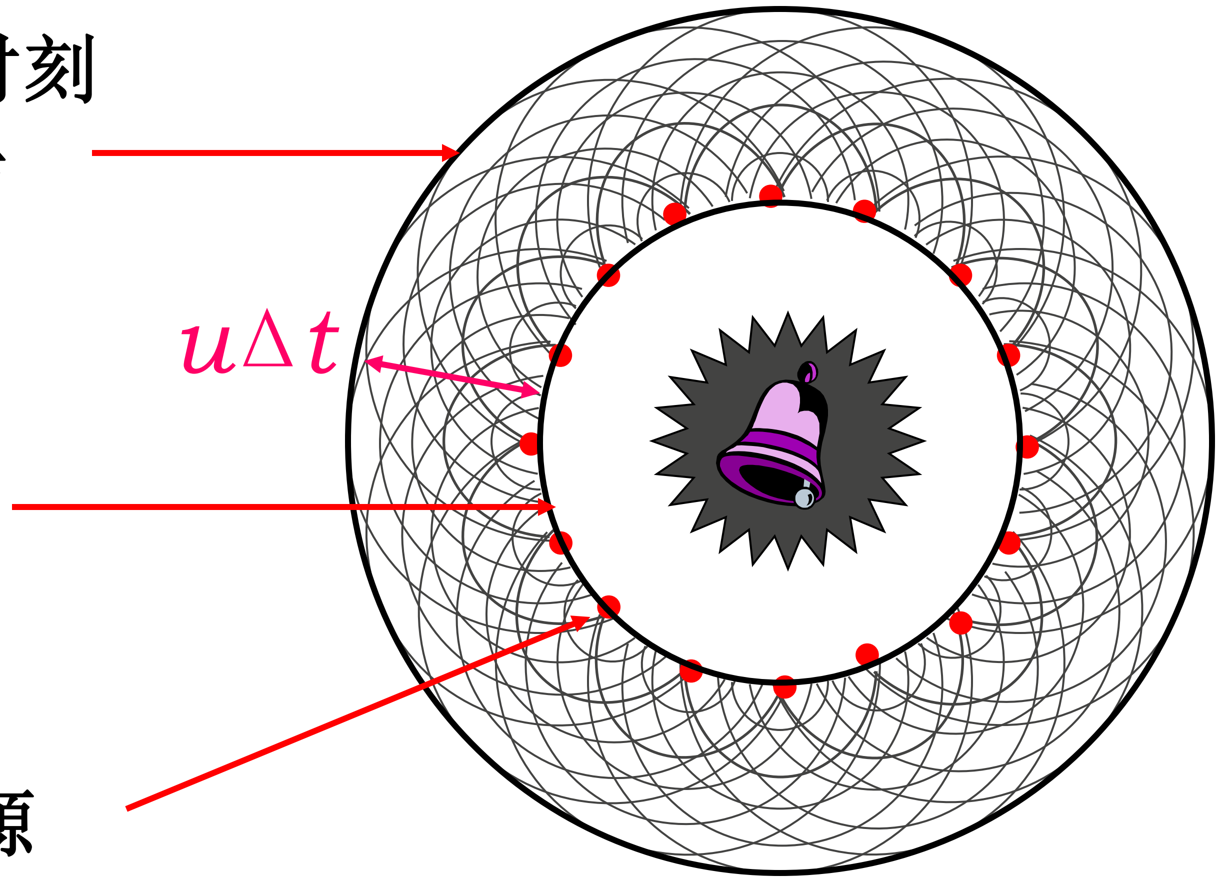
二、应用

1、用惠更斯原理确定下一时刻波的波前

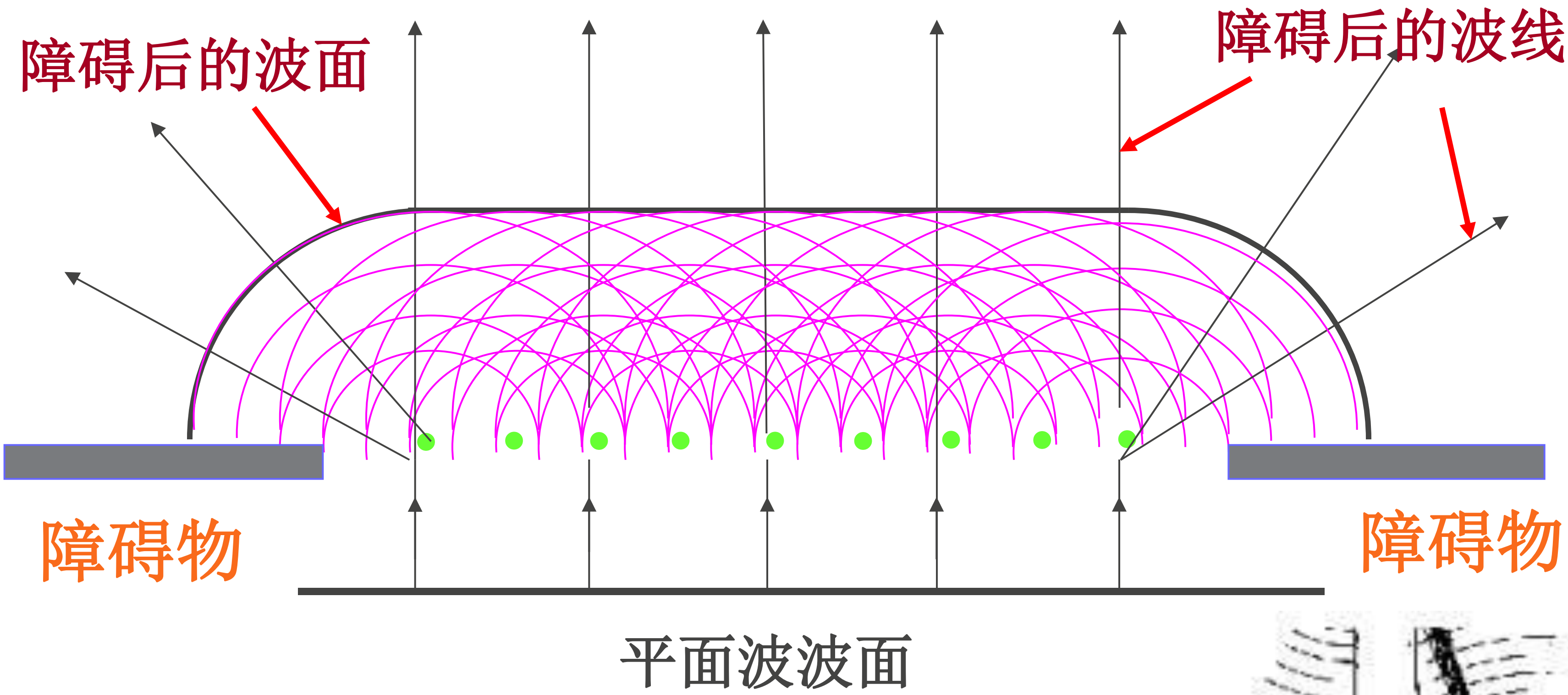
（1）平面波



（2）球面波

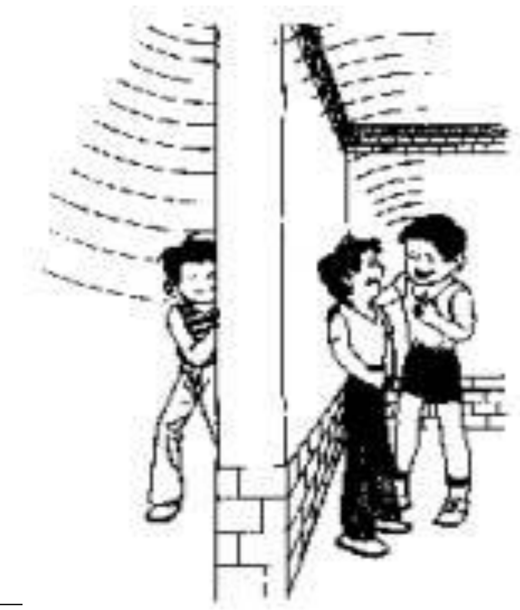


2、用惠更斯原理解释衍射现象



3、用惠更斯原理解释
波的散射、反射、折射现象
（自学）

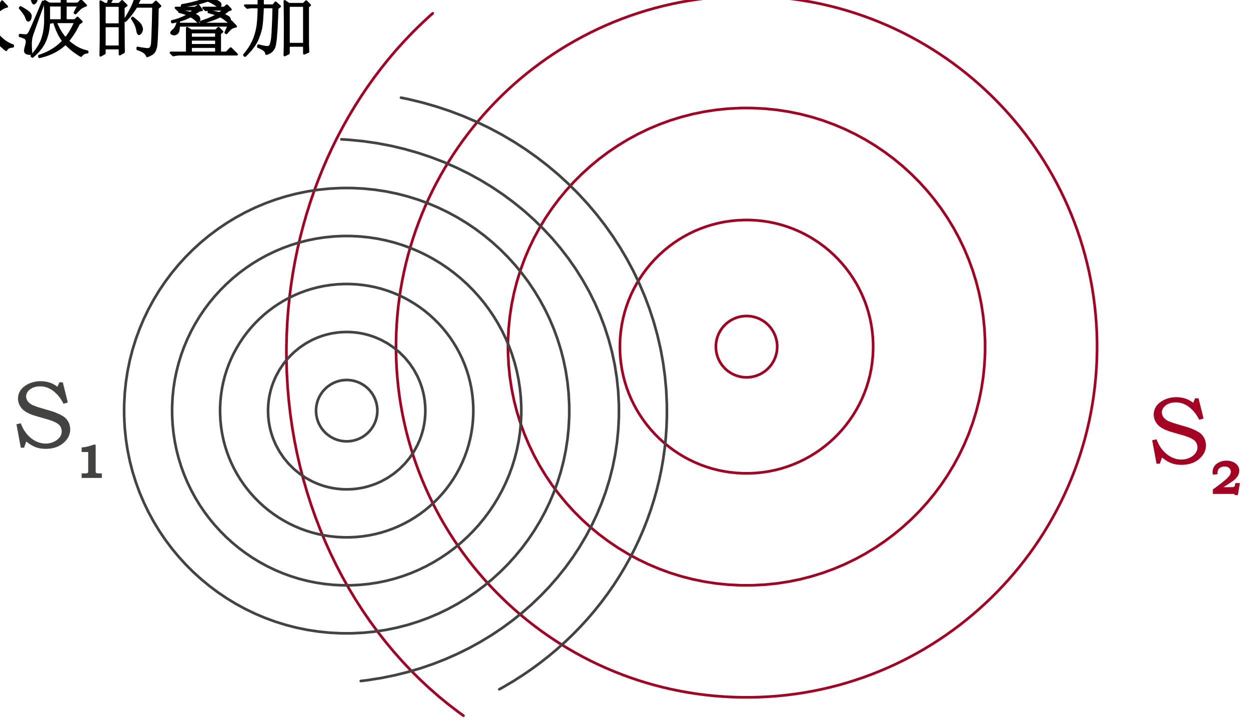
声波的衍射



§ 5-6 波的叠加和干涉

一、波的叠加

两水波的叠加



1.波的独立传播原理:

几列同时在媒质中传播的波，它们的传播特性（波长、频率、波速、波形）不会因其它波的存在而发生变化。

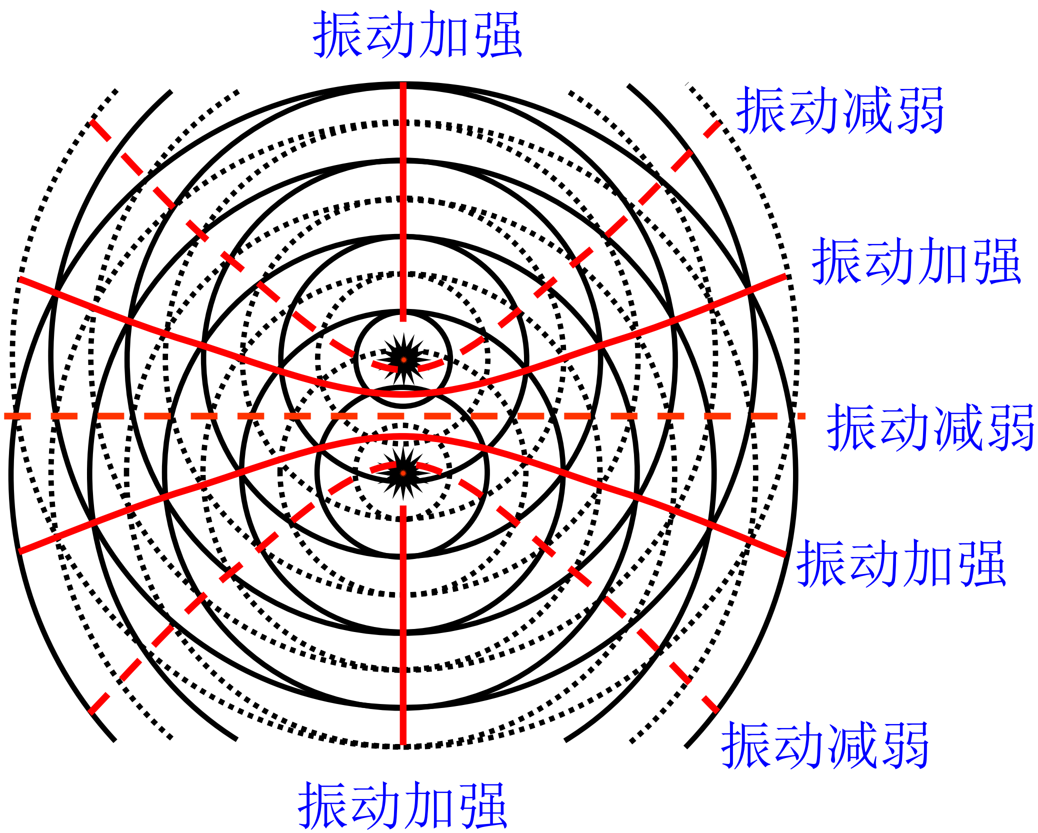
2.波的叠加原理:

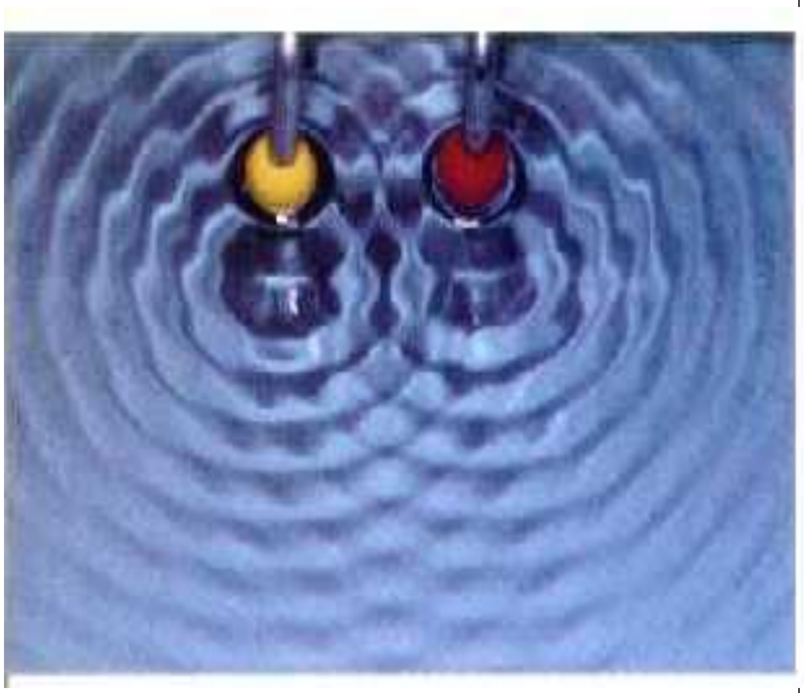
在相遇区域内任一点的振动，为各列波单独存在时在该点所引起的振动位移的矢量和：$\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2$

二、波的干涉

1。干涉的条件

相干波源：**振动方向相同,频率相同,位相差恒定**

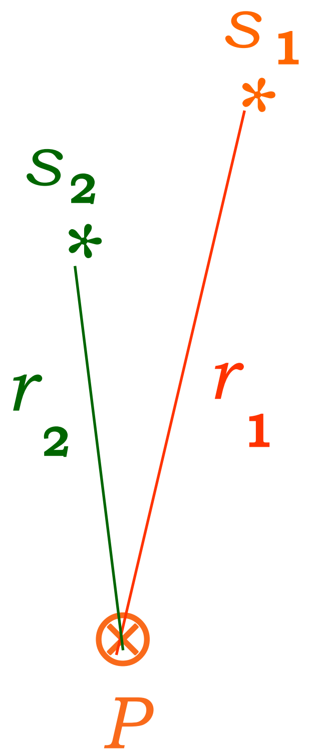




水波盘中水波的干涉

2。干涉的基本特征：两列波在空间迭加区域，形成某些点振动始终加强、某些点振动始终减弱的**稳定**分布。

3。干涉加强减弱的条件



相干波源： $y_{s1} = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$

$y_{s2} = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$

相干波： $y_1 = A_1 \cos[\omega(t - \frac{r}{u}) + \varphi_1]$

$y_2 = A_2 \cos[\omega(t - \frac{r}{u}) + \varphi_2]$

*P*点： $y_{p1} = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1 - 2\pi r_1/\lambda)$

$y_{p2} = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2 - 2\pi r_2/\lambda)$

$$y_p = y_{p_1} + y_{p_2} = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$y_{p1} = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1 - 2\pi r_1/\lambda) \qquad y_{p2} = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2 - 2\pi r_2/\lambda)$$

$$y_p = y_{p_1} + y_{p_2} = A\cos(\omega t + \varphi)$$

其中：$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\Phi}$

$$\Delta\Phi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi(r_2 - r_1)/\lambda \begin{cases} \pm 2k\pi & A = A_1 + A_2 \quad \text{干涉加强} \\ \pm(2k+1)\pi & A = |A_1 - A_2| \quad \text{干涉减弱} \end{cases}$$

若$\varphi_1=\varphi_2$ $\quad \Delta r = r_2 - r_1$（波程差）

$$\begin{cases} \pm k\lambda & A = A_1 + A_2 \quad \text{干涉加强} \\ \pm(2k+1)\lambda/2 & A = |A_1 - A_2| \quad \text{干涉减弱} \end{cases}$$

其中：$\varphi = \tan^{-1}\dfrac{A_1\sin(\varphi_1 - 2\pi r_1/\lambda) + A_2\sin(\varphi_2 - 2\pi r_2/\lambda)}{A_1\cos(\varphi_1 - 2\pi r_1/\lambda) + A_2\cos(\varphi_2 - 2\pi r_2/\lambda)}$

φ亦可由旋转矢量合成法确定

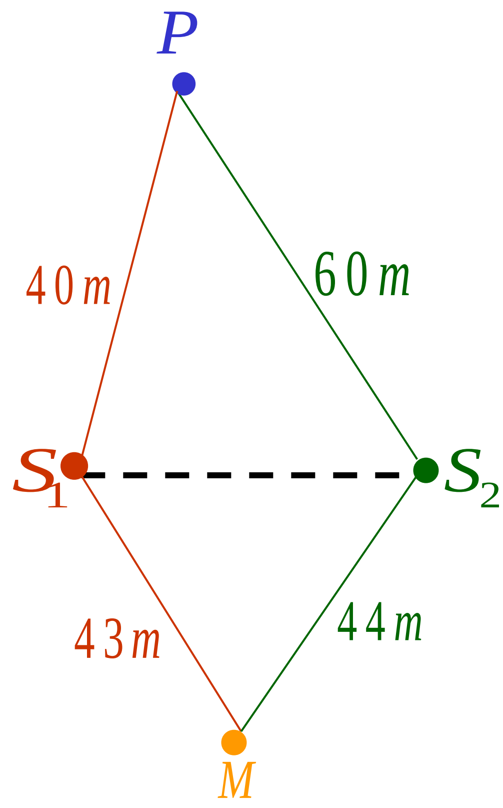
[例] 如图所示，两相干波源S_1、S_2相距30m，

$$\nu_1=\nu_2=100Hz，A_1=A_2=1cm，u=400\,{}^{m}\!/_{s}，$$

$$\varphi_1=0，\varphi_2=\pi$$

求（1）P点及M点的振动方程。

（2）S_1S_2连线上静止点的坐标。



解 (1) $y_P=A_P\cos(\omega t+\phi_p)$

$$y_M=A_M\cos(\omega t+\phi_M)$$

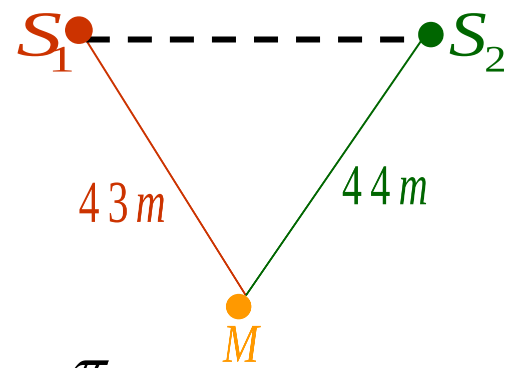
$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\Phi}$$

$$\left.\begin{aligned}&\Delta\Phi=\varphi_2-\varphi_1-2\pi(r_2-r_1)/\lambda\\&\lambda=uT=\frac{u}{\nu}=\frac{400}{100}=4m\end{aligned}\right\}\quad\begin{aligned}&\Delta\Phi_p=-9\pi\\&\Delta\Phi_M=\frac{\pi}{2}\end{aligned}$$

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\Phi}$$

$\because \Delta\Phi_p=-9\pi \qquad \therefore A_P=\left|A_1-A_2\right|=0 \;\Longrightarrow\; y_P=0$

$\because \Delta\Phi_M=\dfrac{\pi}{2} \qquad \therefore A_M=\sqrt{2}A_1=\sqrt{2}cm$

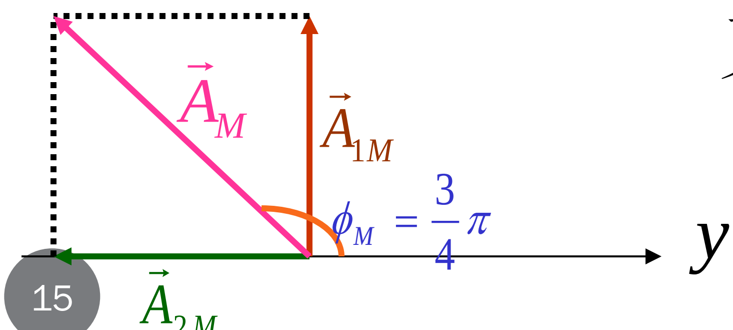


$y_M=A_M\cos(\omega t+\phi_M) \qquad \phi_M=?$

S_1在M点振动初相：$\phi_1=\varphi_1-\dfrac{2\pi}{\lambda}r_1=-\dfrac{43}{2}\pi$（或$\dfrac{\pi}{2}$）

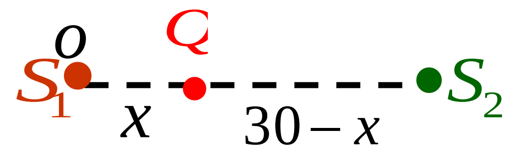
S_2在M点振动初相：$\phi_2=\varphi_2-\dfrac{2\pi}{\lambda}r_2=-21\pi$（或$\pi$）

又：$\omega=2\pi\nu=200\pi$



$\therefore y_M=\sqrt{2}\cos(200\pi t+\dfrac{3}{4}\pi)cm$

求（2）S_1S_2连线上静止点的坐标。



解：令S_1为坐标原点，静止点Q离S_1为x

$$\left.\begin{array}{l} \Delta\Phi_Q = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi(r_2 - r_1)/\lambda \\ \varphi_1 = 0,\quad \varphi_2 = \pi \qquad \lambda = 4m \\ r_1 = x \qquad r_2 = 30 - x \end{array}\right\} \quad \Delta\Phi_Q = \pi - \frac{2\pi}{4}\left[(30-x) - x\right]$$

$$= \pm(2k+1)\pi$$

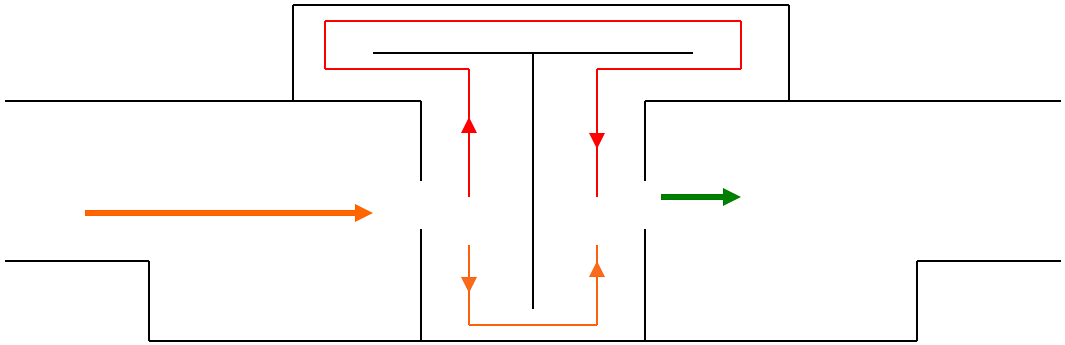
(合振动减弱条件)

得：$x = 15 \pm 2k \qquad (k = 0,1,2,\cdots 7)$

利用声波干涉控制噪声

当$\Delta r = r_2 - r_1 = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$　　则合振幅$A=0$

干涉型消声器的结构原理图



摩托车的排气系统中干涉型消声器