第6章 光的吸收、色散与散射

以经典电磁场理论、原子模型为基础

光波 ⟶ 介质 ⟶ 强度减弱 $\begin{cases} \text{被介质吸收} \\ \text{介质不均匀/存在杂质微粒} \end{cases}$

——引起光的散射

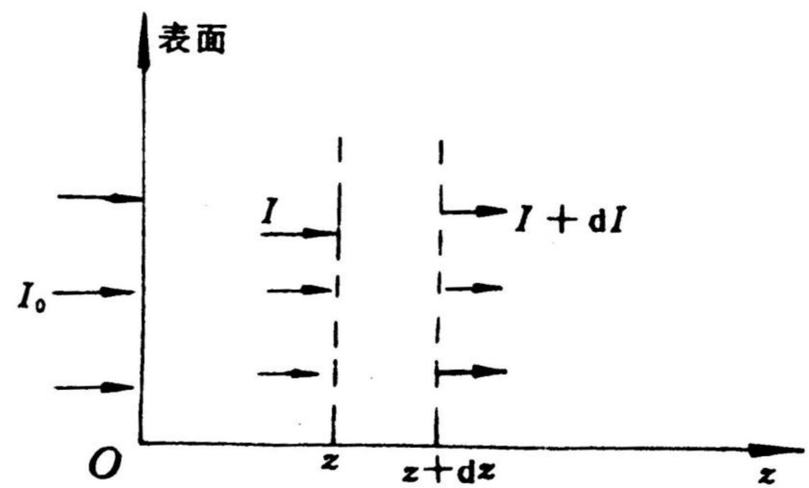
§1 光的吸收（absorption）

一、朗伯定律

$$dI=-\alpha I dz$$

α：吸收系数，与介质性质有关

$\alpha=\alpha(\lambda)$



朗伯定律：$I = I_o e^{-\alpha z}$

比尔定律：$I = I_o e^{-Acz}$ $\alpha = Ac$（c：溶液浓度——稀溶液

*负吸收

$\beta = -\alpha > 0$(增益系数) $\rightarrow I = I_o e^{\beta z}$ 光放大

二、一般吸收与选择吸收

一般吸收：在某波段内，介质吸收系数与光波长无关

可见光范围——空气、水、玻璃

选择吸收：介质在某些波段具有强烈吸收

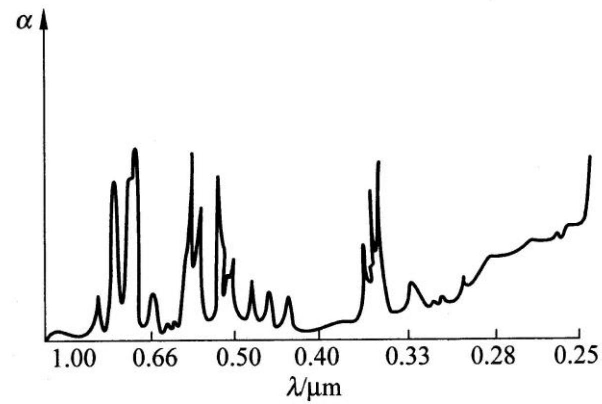
$\rightarrow \alpha$是λ的函数

物体的颜色——材料的选择吸收

三、吸收光谱

物质吸收光谱反应材料结构特征（能级结构）

物质吸收光谱与发射光谱的对应关系



§2 光的色散（dispersion）

外来电磁波 ⟶ 带电粒子 ⟶ 受迫振动 ⟶ 次级电磁波

↓

相干散射——色散（折射）

非相干散射——散射

} 发射

一、色散现象

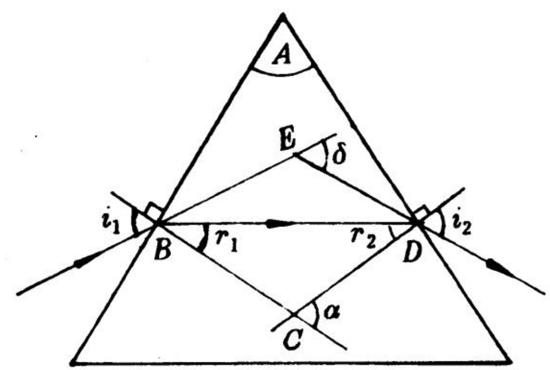
色散——折射率是光波长的函数：$n = n(\lambda)$

Cauchy色散公式：$n(\lambda) = A + \dfrac{B}{\lambda^2} + \dfrac{C}{\lambda^4}$

色散率：$D = \dfrac{dn}{d\lambda} = -\dfrac{2B}{\lambda^3} - \dfrac{4C}{\lambda^5}$ $\begin{cases} \lambda\uparrow \rightarrow n\downarrow\text{：正常色散} \\ \lambda\uparrow \rightarrow n\uparrow\text{：反常色散} \end{cases}$

二、三棱镜的色散

$$n = \sin\left[\frac{1}{2}(\delta_{\min} + A)\right] / \sin\frac{A}{2}$$



已知A，测量$\delta_{\min}$→材料对某种λ的折射率n

*三棱镜的角色散率：$D_\theta = \dfrac{d\delta}{d\lambda} = \dfrac{d\delta}{dn}\dfrac{dn}{d\lambda}$

$$\delta \sim \delta_{\min}: \quad n = \sin[\frac{1}{2}(\delta + A)]/\sin\frac{A}{2} \rightarrow \frac{dn}{d\delta} = \frac{1}{2}\cos\frac{1}{2}(\delta + A)]/\sin\frac{A}{2}$$

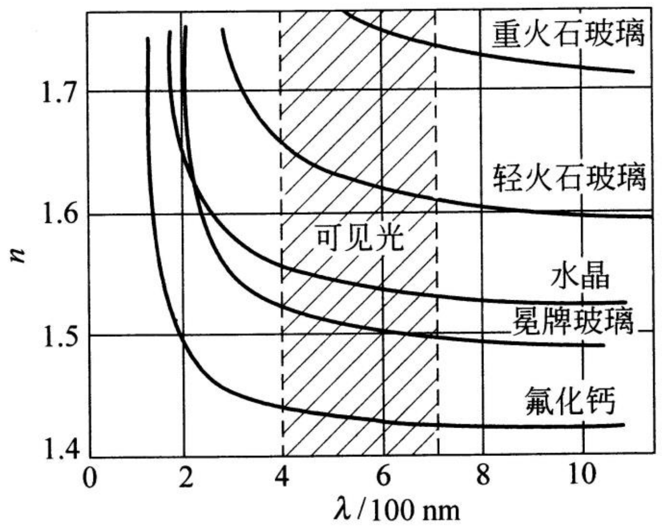
$$\left.\begin{aligned} i_1 &= \frac{1}{2}(\delta_{\min} + A) \\ r_1 &= \frac{1}{2}A \\ \sin i_1 &= n\sin r_1 \\ \cos i_1 &= \sqrt{1-\sin^2 i_1} \end{aligned}\right\} D_\theta = \frac{2\sin\frac{A}{2}}{\sqrt{1-n^2\sin^2\frac{A}{2}}} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \begin{cases} \propto \dfrac{dn}{d\lambda}: & \text{棱镜材料色散} \\ \propto A: & A = 60^o \end{cases}$$

***三棱镜的色分辨本领：**

$$r = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = t\frac{dn}{d\lambda} \qquad r \propto \begin{cases} \dfrac{dn}{d\lambda} \\ t: \text{棱镜底边宽度} \end{cases}$$

三、正常色散和反常色散

正常色散： 介质折射率n随波长λ的增加而减小 $dn/d\lambda<0$



常用光学材料正常色散曲线

$$n(\lambda)=A+\frac{B}{\lambda^2}+\frac{C}{\lambda^4}$$

$$n(\lambda)=A+\frac{B}{\lambda^2}$$

介质的色散率：$\frac{dn}{d\lambda}=-\frac{2B}{\lambda^3}$

反常色散： 介质折射率n随波长λ的增大而增大 $dn/d\lambda>0$

四、色散的经典理论*

机理：

$$\left.\begin{array}{l}\text{介质电偶极子受迫振动} \longrightarrow \text{次级电磁波} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{入射电磁场}\end{array}\right\} \text{叠加} \longrightarrow \text{色散}$$

1. 电偶极子的受迫振动（一维，沿x轴）

$$\begin{cases}\text{电子离开平衡位置：} f_e = -k_e x \\ \text{电偶极矩：} P = ex \\ \text{入射电磁波电场：} E = E_0 e^{i\omega t}\end{cases}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + r_e\frac{dx}{dt} + k_e x = eEe^{i\omega t}$$

解： $x = x_0(\omega)e^{i\omega t}$

$$x_0(\omega) = \frac{eE_0/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega r} = \frac{eE_0[(\omega_0^2 - \omega^2) - ir\omega]}{m[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + r^2\omega^2]}$$

电偶极子固有频率： $\omega_0 = \sqrt{k_e/m}$

阻尼： $r = \dfrac{r_e}{m}$

$$x_0(\omega) = |x_0(\omega)|e^{i\varphi(\omega)}$$

$$\begin{cases} |x_0(\omega)| = \dfrac{eE_0/m}{\omega\left[r^2 + \omega^2\left(\dfrac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1\right)^2\right]^{1/2}} \\ \varphi(\omega) = \arctan\left(-\dfrac{r\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) \end{cases}$$

对 $|x_o(\omega)|$ 求极值得

当： $\omega = \omega_{re} = (\omega_0^2 - \frac{1}{2}r^2)^{1/2} \rightarrow |x_0(\omega)|_{\max} = \dfrac{eE_0}{mr(\omega_0^2 - \frac{1}{4}r^2)^{1/2}}$

r很小$\rightarrow \omega = \omega_{re} \approx \omega_o$

2. 气体的折射率和色散

$$\left.\begin{aligned} &e^{i\omega t}=\cos\omega t+i\sin\omega t \\ &x=x_o(\omega)e^{i\omega t} \\ &x_o(\omega)=\frac{eE_o/m}{\omega_o^2-\omega^2+i\omega r} \end{aligned}\right\}\text{取}x\text{实部}\ \rightarrow x=A\sin\omega t+B\cos\omega t$$

$$\begin{cases} A=\dfrac{eE_0}{m}\dfrac{r\omega}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+r^2\omega^2} \\ B=\dfrac{eE_0}{m}\dfrac{\omega_0^2-\omega^2}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+r^2\omega^2} \end{cases}$$

物质电极化强度 P

$$\begin{cases} P=Nex \begin{cases} N\text{: 单位体积偶极子数} \\ ex\text{: 偶极矩大小} \end{cases} \\ P=\chi_e\varepsilon_o E \left.\begin{cases} \varepsilon_r\text{: 相对介电常数} \\ \chi_e\text{: 电极化率} \end{cases}\right\} \varepsilon_r=1+\chi_e \end{cases}$$

代入：$x_o(\omega) \to x = x_o(\omega) e^{i\omega t} \to P = Nex$

$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{Ne^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega r} E_0 e^{i\omega r} \\ P &= \chi_e \varepsilon_o E \end{aligned}\right\} \to \chi_e = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + ir\omega}$$

$$\begin{cases} \text{光学介质：} \quad \mu_r = 1 \\ \qquad\qquad n^2 = \varepsilon_r = 1 + \chi_e \\ \text{气体，常温下：} \quad n \approx 1 \to n^2 - 1 = (n+1)(n-1) \approx 2(n-1) \end{cases}$$

$$\therefore n = \underbrace{1 + \frac{Ne^2}{2m\varepsilon_0} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + r^2\omega^2}}_{n'} \underbrace{- i \frac{Ne^2}{2m\varepsilon_0} \frac{r\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + r^2\omega^2}}_{-n'' = a \propto r}$$

$$= n' + in'' = n' - ia$$

介质中沿z传播的平面电磁波：$E = E_0 e^{i(kz-\omega t)} = E_0 e^{i(\frac{2\pi}{\lambda_o} nz - \omega t)}$

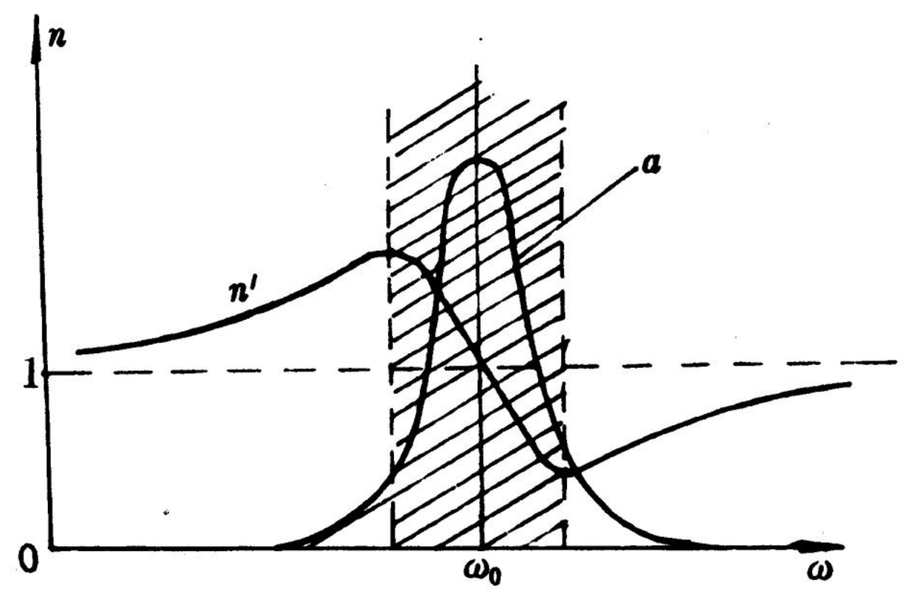
$$E=\underbrace{(E_0 e^{-\frac{2\pi}{\lambda_o}az})}_{\text{振幅}} e^{i(\frac{2\pi}{\lambda}n'z-\omega t)}$$

$z\uparrow\rightarrow$振幅以指数形式$\downarrow$

讨论：

1）波强
$$\left.\begin{aligned} & I\propto|E|^2=E_o^2 e^{-\frac{4\pi}{\lambda}az} \\ & I=I_o e^{-\alpha z}\text{(朗伯定律)} \end{aligned}\right\} \alpha=\frac{4\pi}{\lambda}a$$

2）折射率
$$\begin{cases} n'(\omega)\text{——实部} \\ a(\omega)\text{——虚部} \end{cases}$$



§3 光的散射

散射(scattering)：

光通过介质射，部分光波偏离原来传播方向，而向不同方向散开的现象

原子间距～$10^{-1}nm$<<光波长λ：相干散射——色散

杂质微粒线度 接近/大于光波长 λ：非相干散射——散射

散射分类
- 散射光λ＝入射光λ_0：瑞利（分子）/米氏/廷德尔散射
- 散射光$\lambda\neq$入射光λ_0：喇曼/布里渊散射

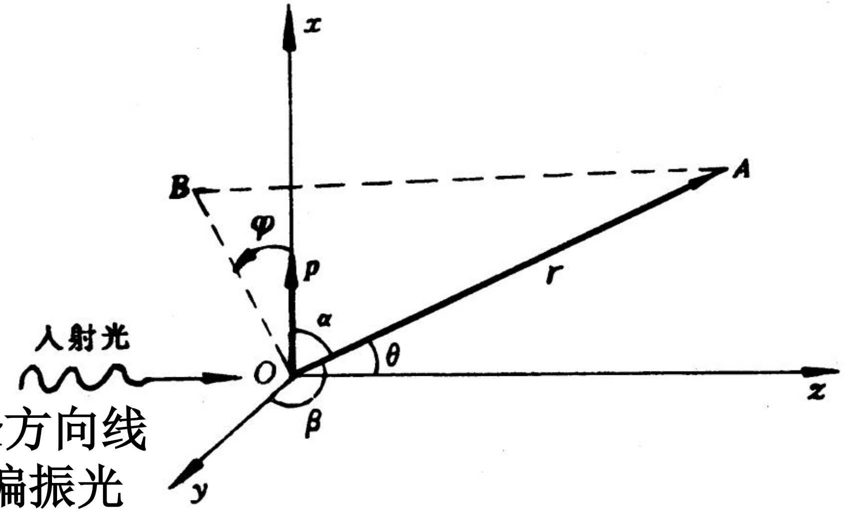
一、瑞利散射及其经典模型

光 ⟶ 原子/分子 ⟶ 电子受迫振动 ⟶ 偶极矩周期性变化 ⟶ 次级电磁波 ⟶ 散射光

o点原子：

$$P_x(t)=\frac{e^2}{m}\frac{1}{\omega_0^2-\omega^2+i\omega r}E_0e^{i\omega t}$$

ω：入射光频率
ω_o：偶极子固有频率
m：电子质量
r：阻尼系数
E_0：入射电磁波振幅



r较小$\rightarrow i\omega r$略去
$\omega<<\omega_o\rightarrow\omega^2<<\omega_0^2$

$$\therefore P_x(t)=\frac{e^2}{m\omega_0^2}E_oe^{i\omega t}=P_oe^{i\omega t}$$

A点的辐照度：$$I=\frac{\omega^4P_o^2}{32\pi^2\varepsilon_oc^4}\cdot\frac{1}{r^2}\sin^2\alpha$$

代入P_0值：$$I(\alpha)=\frac{\pi^2}{\lambda^4\varepsilon_0^2}\left(\frac{e^2}{m\omega_0^2}\right)^2I_0\frac{1}{r^2}\sin^2\alpha$$

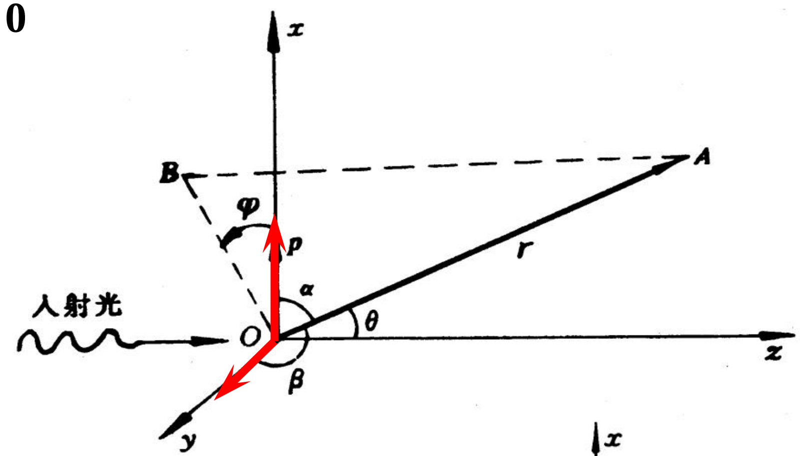
$$I_0=\frac{1}{2}c\varepsilon_0E_0^2$$
入射光强

$$I_\alpha \propto \omega^4 \sim \frac{1}{\lambda^4}$$ ——瑞利散射定律：

散射光强与波长四次方呈反比

*若o点有N个偶极子：$I_\alpha \propto NI_0$

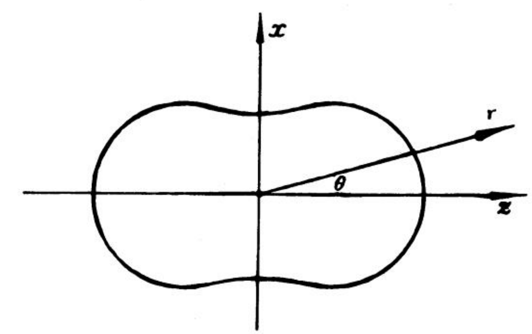
二、瑞利散射光的偏振态*



*入射光沿x方向振动

散射光强：$I_{Ax} \sim P_x^2 \sin^2 \alpha$

当$\alpha = 0/180^o \rightarrow I = 0$



*入射光沿y方向振动

散射光强：$I_{Ay} \sim P_y^2 \sin^2 \beta$

*入射光为任意线偏振光 $I_A = I_x + I_y \sim P_x^2 \sin^2 \alpha + P_y^2 \sin^2 \beta$

*自然光入射 $P_x = P_y = P_o \rightarrow I_A \sim P_0^2(\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta)$

三、米氏散射与大粒子散射

散射强度与λ^4成反比

光波长 > 散射粒子线度——瑞利散射 $a/\lambda < 0.1$

光波长 </~ 散射粒子线度——米氏散射 $a/\lambda \sim 0.1\text{–}10$

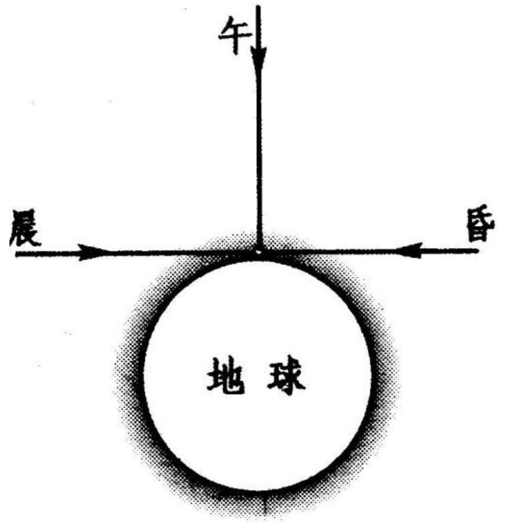
散射强度与波长关系不大

光强分布
- 与粒子大小有关
- 与粒子形状有关

四、自然界的散射现象

天空呈兰色？

旭日与夕阳呈红色？



散射光中短波长光占优势；

长波光穿透能力强，直射光中长波光占优势。

云雾呈白色？

云雾由较大水滴组成，线度接近或大于光波长，
对光的散射属于米氏散射或大粒子散射，
散射光强与光波长关系不大

五、 喇曼散射（*Raman Scattering*)

喇曼光谱：

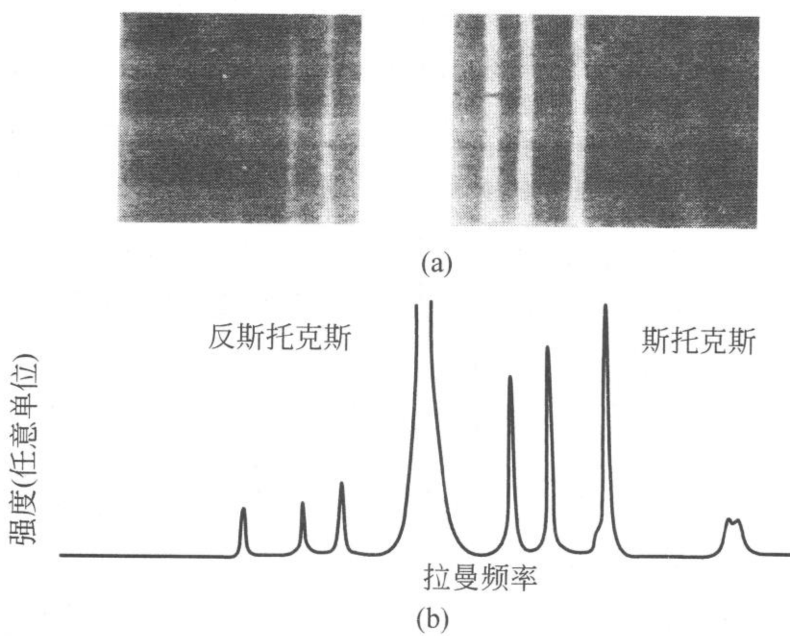
$\lambda_o = 435.8nm \rightarrow$ 液体$CCl_4 \rightarrow$ 微弱的与入射光频率不同的散射光

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda}, \quad \nu = \frac{c}{\lambda}$$

喇曼散射谱线强度 << 瑞利散射

反斯托克斯线 $(\lambda < \lambda_0)$<< 斯托克斯线 $(\lambda > \lambda_0)$

四氯化碳拉曼光谱



(a)
(b)

喇曼散射的经典理论：

$\vec{E}\rightarrow$分子感生偶极矩：$\vec{P}=\alpha\vec{E}$

α：分子极化率$\rightarrow\alpha=\alpha_o+\alpha_1\cos\omega t$

ω：分子转动或原子振动频率

$\alpha_1<<\alpha_o$

外场：$\vec{E}=\vec{E}_o\cos\omega_o t$

ω_o：外场频率

$$\therefore\vec{P}=(\alpha_0+\alpha_1\cos\omega t)\vec{E}_0\cos\omega_0 t$$

$$=\underbrace{\alpha_0\vec{E}_0\cos\omega_0 t}_{\text{瑞利散射}}+\underbrace{\frac{1}{2}\alpha_1\vec{E}_0\cos(\omega_0+\omega)t}_{\text{反斯托克斯线}}+\underbrace{\frac{1}{2}\alpha_1\vec{E}_0\cos(\omega_0-\omega)t}_{\text{斯托克斯线}}$$

测定 $\Delta\omega=\omega-\omega_o\rightarrow$原子间相互作用强度和分子构成