一阶传感器阶跃响应.（掌握）

$$\tau \cdot y' + y = kx$$

$x(t) = 1$，阶跃响应

$$X(s) = L[x(t)] = \int_0^{+\infty} e^{-st} ds = \frac{1}{s}$$

$$Y(s) = H(s)X(s) = \frac{1}{s(\tau s+1)} = \frac{1/\tau}{(s+1/\tau)s}$$

$$p_1 = 0, \quad p_2 = -\frac{1}{\tau}$$

$$k_1 = 1, \quad k_2 = -1$$

$$y(t) = L^{-1}(Y(s)) = \left(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t}\right) \cdot S_n$$

$x = \sin\omega t$

$$X(s) = \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$$

$$Y(s) = H(s)X(s) = \frac{1}{1+\tau s} \cdot \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$$

$$y(t) = \frac{\omega}{\tau}\frac{e^{-t/\tau}}{(1/\tau)^2+\omega^2} + \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{(\omega/\tau)^2}{(1/\tau)^2+\omega^2}} \cdot \sin(\omega t+\varphi)$$

稳态响应　　瞬态响应

忽略稳态响应. $y(t) = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}} \sin(\omega t+\varphi)$

幅频特性. $A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}$

相频特性. $\varphi(\omega) = -\arctan(\omega\tau)$

$t=\tau$ 时，$y = 0.632 \cdot y_{max}$. τ越小响应越快. $t \approx 4\tau$ 可以达到稳定.

一阶系统在 $\tau \ll 1$ 时近似零阶系统特性. $A(\omega) \approx k(1)$，$\phi(\omega) \approx 0$，$y(t)$反映 $x(t)$.

灵敏度下降到 3dB 时频率为工作频率的上限，

上限频率为 $W_H = 1/\tau$，τ越小，W_H越高，工作频率越宽，响应越好.

$\omega\tau \ll 1$ 时，输入输出关系接近线性. 输出较真实反映输入变化.

二阶传感器. e.g. 振动传感器，压力传感器. -（掌握基本概念）

$$a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = b_0 x$$

$$\Rightarrow (\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1)y = kx$$

$\tau = \sqrt{a_2/a_0}$，时间常数

$\xi = a_1 / 2\sqrt{a_0 a_2}$，阻尼比系数

$\omega_0 = 1/\tau$，自振角频率.

$S_n = \frac{b_0}{a_2}$，静态灵敏度.

二阶传感器微分方程：　$my'' + cy' + ky = b_0 x$

$$\Rightarrow y'' + 2\xi\omega_n y' + \omega_n^2 y = \omega^2 x$$

传递函数 $H(j\omega) = k/(s^2+2\xi s\tau+1)$

频率特性 $W(j\omega) = k/(1-\omega^2\tau^2+2j\omega\tau\xi)$

幅频特性 $k(\omega) = k/\sqrt{(1-\omega^2\tau^2)^2+(2\xi\omega\tau)^2}$

相频特性 $\phi(\omega) = -\arctan(2\xi\omega t/(1-\omega^2\tau^2))$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{k\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

$\omega_n = \sqrt{a_0/a_2}$，无阻尼固有频率，$\xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}}$，阻尼比

$S_n(k) = \frac{b_0}{a_0}$，静态灵敏度.

- 阶跃信号

$x(t) = 1$. $L(x(t)) = \frac{1}{s}$，$H(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$

输出 $Y(t) = 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin(\omega_d t+\varphi)$

$\phi = -\arctan\left(\sqrt{1-\xi(\frac{\omega_d}{\omega_n})^2}/\xi\right)$，$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$

$\xi = 1$. 临界阻尼，稳定时间最短. 实际情况取 $\xi = 0.6-0.8$.

- 上升时间. 输出从稳定值 $y(\infty)$ 的 $0.1 \sim 0.9$ 所花时间.

- 响应时间，输出达到 $0.95\,y(\infty)$ 或 $0.98\,y(\infty)$ 的时间.

- 正弦信号

- $\xi < 1$ 或 $\xi < 0.707$. 且 $\omega_n \gg \omega$，$A(\omega) \approx 1$. $\phi(\omega) = 0$.

- $\xi < 1$，$\omega_n = \omega$，在 $\omega/\omega_n = 1$ 产生共振. 相位差 $90°-180°$

- ω_n 应为 ω 3-5倍，避免共振.