目 录

第一章 原子的位形

1-1)解：

α 粒子与电子碰撞，能量守恒，动量守恒，故有：

$$\begin{cases}\frac{1}{2}Mv^2=\frac{1}{2}mv_e^2+\frac{1}{2}Mv'^2\\ M\vec{v}=M\vec{v}'+m\vec{v}_e\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{v}-\vec{v}'=\frac{m}{M}\vec{v}_e\\ v^2-v'^2=\frac{m}{M}v_e^2\end{cases}$$

$$\Delta\vec{p}=m\vec{v}_e \qquad 大小：\Delta p=mv_e \qquad (1)$$

$$(v^2-v'^2)\approx(v+v')(v-v')=\frac{m}{M}{v_e}^2$$

近似认为：$\Delta p\approx M(v-v');v\approx v'$

$\therefore 有 2v\cdot\Delta v=\frac{m}{M}{v_e}^2$

亦即：$p\cdot\Delta p=\frac{1}{2}Mm{v_e}^2$ (2)

$(1)^2/(2)$得

$$\frac{\Delta \mathrm{p}}{p}=\frac{2m^2{v_e}^2}{Mm{v_e}^2}=\frac{2m}{M}=10^{-4}$$

亦即：$tg\theta\approx\theta=\frac{\Delta p}{p}\sim 10^{-4}(rad)$

1-2) 解：① $b=\frac{a}{2}ctg\frac{\theta}{2}$；库仑散射因子：

$$a=\frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 E}=(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0})(\frac{2Z}{E})=1.44\,fmMev(\frac{2\times 79}{5Mev})=45.5\,fm$$

当$\theta=90°$时，$\text{ctg}\frac{\theta}{2}=1 \quad \therefore b=\frac{1}{2}a=22.75\,fm$

亦即：$b=22.75\times 10^{-15}m$

② 解：金的原子量为$A=197$；密度：$\rho=1.89\times 10^7 g/m^3$

依公式，λ射α粒子被散射到θ方向，$d\Omega$立体角的内的几率：

$$dP(\theta)=\frac{a^2 d\Omega}{16\sin^4\frac{\theta}{2}}nt \qquad (1)$$

式中，n 为原子核数密度，$\therefore \rho=m\cdot n=(\frac{A}{N_A})n$

即：$n=\frac{\rho V_A}{A}$ (2)

由（1）式得：在 90º→180 º 范围内找到α粒子得几率为：

$$P(\theta)=\int_{90°}^{180°}\frac{\mathrm{a^2nt}}{16}\cdot\frac{2\pi\sin\theta d\theta}{\sin^4\frac{\theta}{2}}=\frac{\pi}{4}a^2nt$$

将所有数据代入得

$P(\theta)=9.4\times 10^{-5}$

这就是α粒子被散射到大于 90º 范围的粒子数占全部粒子数得百分比。

1-3)解：

$E=4.5Mev;$对于金核$Z=79;$对于$^7Li,Z=3;$

$$r_m=a=\frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 E}=(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0})(\frac{2Z}{E})$$

当 Z＝79 时

$r_m=1.44\,fm\cdot Mev\times\frac{2\times 79}{4.5Mev}=50.56\,fm$

当 Z＝3 时，$r_m=1.92\,fm;$

但此时 M 并不远大于 m $\therefore E_c \neq E_l$

$$E_c=\frac{1}{2}uv^2=\frac{M}{M+m}E,\therefore a_c=a(1+\frac{m}{M})$$

$$r_m=a_c=a(1+\frac{4}{7})=3.02\,fm$$

1-4)解：

① $r_m=\frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 E}=(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0})(\frac{2Z}{E})=7\,fm$

将 Z＝79 代入解得： E=16.25Mev

② 对于铝，Z＝13，代入上公式解得：

$4\text{fm}=\frac{\text{e}^2}{4\pi\varepsilon}(\frac{13}{E})$ E=4.68Mev

以上结果是假定原子核不动时得到的，因此可视为理论系的结果，转换到实验室中有：$E_l=(1+\frac{m}{M})E_c$

对于

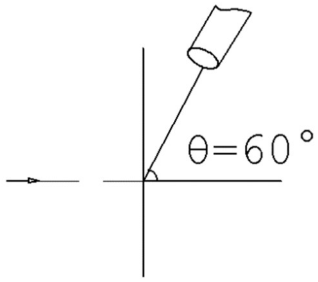
① $E_l=(1+\frac{1}{197})E_c=16.33Mev$

② $E_l=(1+\frac{1}{27})E_c=4.9Mev$

可见，当 M>>m 时，$E_l\approx E_c$，否则，$E_l\neq E_c$

1-5)解：

在θ方向 dΩ立方角内找到电子的几率为：



$$\frac{dN}{N}=nt(\frac{1}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{Z_1Z_2e^2}{4E})^2\frac{d\Omega}{\sin^4\frac{\theta}{2}}$$

注意到：

$$\frac{A}{N_A}nt=\rho t;nt=\frac{N_A}{A}\rho t\ \therefore\frac{dN}{N}=\frac{N_A}{A}\rho t(\frac{a}{4})^2\frac{d\Omega}{\sin^4\frac{\theta}{2}}=n$$

$$a=(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{Z_1Z_2}{E})=1.44\,fmMev\cdot\frac{79}{1.0Mev}=113.76\,fm$$

$$d\Omega=\frac{\Delta s}{r^2}=\frac{1.5}{10^2}=1.5\times10^{-2}$$

$$\therefore \frac{dN}{N} = \frac{6.02\times10^{23}}{197}\times1.5\times10^{-2}\cdot\left(\frac{114\times10^{-15}}{4}\right)^2\frac{1.5\times10^{-2}}{\sin^4 30^o} = 8.9\times10^{-6}$$

1-6)解：

$$dN = Nnt(\frac{a}{4})^2\frac{d\Omega}{\sin 4\frac{\theta}{2}} = (\frac{a}{4})^2 Nnt\cdot 4\pi\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin^3\frac{\theta}{2}}d\theta$$

$\therefore$散射角大于θ得粒子数为： $N' = \int_{\theta}^{180^o} dN$

依题意得： $\dfrac{N\big|_{\theta>60^o}}{N\big|_{\theta>90^o}} = \dfrac{\int_{60^o}^{180^o}\frac{d\sin\frac{\theta}{2}}{\sin^3\frac{\theta}{2}}}{\int_{90^o}^{180^o}\frac{d\sin\frac{\theta}{2}}{\sin^3\frac{\theta}{2}}} = \dfrac{3}{1}$，即为所求

1-7)解

$$P(\theta_0\le\theta\le180^0) = \int_{\theta_0}^{180^0}\frac{dN}{N} = \int_{\theta_0}^{180^0} nt\pi\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\left(\frac{Z_1Z_2e^2}{2E}\right)^2\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin^3\frac{\theta}{2}}d\theta$$

$$= \int_{\theta_0}^{180^0}\frac{\rho t N_A}{A}\frac{\pi}{4}a^2\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin^3\frac{\theta}{2}}d\theta = \int_{\theta_0}^{180^0}\frac{\rho_m N_A}{A}\frac{\pi}{4}a^2\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin^3\frac{\theta}{2}}d\theta$$

$$= \frac{\rho_m N_A}{A}\frac{\pi}{4}a^2 ctg^2\frac{\theta_0}{2} = 4\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{16\times10^{-3}A}{\pi\rho_m N_A ctg^2\frac{\theta_0}{2}}$$

依题： $\sigma_c(\theta) = \dfrac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\dfrac{a}{4}\right)^2\dfrac{1}{\sin^4\frac{\theta}{2}} = \dfrac{181\times4\times10^{-3}}{4\pi\times2\times10^{-2}\times6.02\times10^{-23}}\times\dfrac{tg^2 10^0}{\sin^4 30^0}$

$$= 24\times10^{-28}m^2/sr = 24b/sr$$

1-8)解：

在实验室系中，截面与偏角的关系为（见课本 29 页）

$\therefore \frac{m_1}{m_2}=1 \ge \frac{m_1}{m_2}\sin \therefore (\theta_L)_{\max}=90^o \ \frac{m_1}{m_2} \ge -1$

$$\begin{cases} 1+\frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L \ge 0^o \\ 1-\frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L \le 0 \end{cases} \quad (1-\frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L)$$

① 由上面的表达式可见：为了使 $\sigma_L(\theta_L)$ 存在，必须：

$1-(\frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L)^2 \ge 0$

即：$(1+\frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L)(1-\frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L) \ge 0$

亦即：$\begin{cases} 1+\frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L \ge 0 \\ 1-\frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L \ge 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 1+\frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L \le 0 \\ 1-\frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L \le 0 \end{cases}$

考虑到：$\theta_L \le 180^o$ $\quad \sin\theta_L \ge 0$ $\quad \therefore$第二组方程无解

第一组方程的解为：$1 \ge \frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L \ge -1$

可是，$\frac{m_1}{m_2}\sin\theta_L$ 的最大值为 1，即：$\sin\theta_L=\frac{m_1}{m_2}$

② m_1 为α粒子，m_2 为静止的 He 核，则 $\frac{m_1}{m_2}=1$，

$\therefore (\theta_L)_{\max}=90°$

1-9）解：根据 1-7）的计算，靶核将入射粒子散射到大于 θ 的散射几率是

$$P(\rangle\theta)=nt\frac{\pi}{4}a^2ctg^2\frac{\theta}{2}$$

当靶中含有两种不同的原子时，则散射几率为

$$\eta=0.7\eta_1+0.3\eta_2$$

将数据代入得：

$$\eta=(1\times1.44\times10^{-13}Mev\cdot cm)^2\times\frac{3.142}{4\times(1.0Mev)^2}\times1.5\times10^{-3}g\cdot cm^{-2}\times6.022\times10^{23}mol^{-1}ctg^2 15°$$

$$\times(0.70\times\frac{79^2}{197g\cdot mol^{-1}}+0.30\times\frac{49^2}{108g\cdot mol^{-1}})=5.8\times10^{-3}$$

1-10)解：

① 金核的质量远大于质子质量，所以，忽略金核的反冲，入射粒子被靶核散时则：$\theta\to\theta-\Delta\theta$之间得几率可用的几率可用下式求出：

$$\eta=nt(\frac{a}{4})^2\frac{2\pi\sin\theta\Delta\theta}{\sin^4\frac{\theta}{2}}=\frac{\rho t}{A}(\frac{a}{4})^2\frac{2\pi\sin\theta\Delta\theta}{\sin^4\frac{\theta}{2}}$$

$$a=\frac{Z_1Z_2e^2}{4\pi\varepsilon E_R}=\frac{1\times79\times1.44Mev\cdot fm}{1.2Mev}=94.8fm$$

由于$\theta_1\approx\theta_2$，可近似地将散射角视为：

$\theta=\frac{\theta_1+\theta_2}{2}=\frac{59°+61°}{2}=60°$；$\Delta\theta=\pi\frac{61°-59°}{180°}=0.0349rad$

将各量代入得：

$$\eta=\frac{19.32\times1.5\times10^{-4}}{197}\times6.02\times10^{23}\times\left(\frac{94.8\times10^{-13}}{4}\right)^2\times\frac{2\pi\sin60°\times0.0349}{\sin^4 30°}=1.51\times10^{-4}$$

单位时间内入射的粒子数为：$N=\frac{Q}{e}=\frac{I\cdot t}{e}=\frac{5.0\times10^{-9}\times1}{1.60\times10^{-19}}=3.125\times10^{10}$（个）

$\therefore$T 时间内入射质子被散时到$59°-61°$之间得数目为：

$\Delta N=N\eta T=3.125\times10^{10}\times1.51\times10^{-4}\times60\times5=1.4\times10^9$(个)

② 入射粒子被散时大于θ的几率为：

$$\eta=nt\frac{\pi a^2}{4}ctg^2\frac{\theta}{2}=\frac{\rho t}{A}N_A\frac{\pi a^2}{4}ctg^2\frac{\theta}{2}=1.88\times10^{-3}$$

$\therefore\Delta N=N\eta T=3.125\times10^{10}\times1.88\times10^{-3}\times60\times5=1.8\times10^{10}$ （个）

③ 大于$10°$的几率为：

$$\eta=nt\frac{\pi a^2}{4}ctg^2\frac{\theta}{2}\Big|_{\theta=10°}=8.17\times10^{-2}$$

$\therefore$大于$10°$的原子数为：$\Delta N'=3.125\times10^{10}\times8.17\times10^{-2}\times60\times5=7.66\times10^{11}$（个）

$\therefore$ 小于$10°$的原子数为：$\Delta N = 3.125\times10^{10}\times1\times60\times5-\Delta N' = 8.6\times10^{12}$（个）

注意：大于0^o的几率：$\eta = 1$

$\therefore$ 大于0^o的原子数为：$NT = 3.125\times10^{10}\times60\times5$

第二章 原子的量子态：波尔模型

2-1)解：

$$h\nu = E_k + W$$

① $E_k = 0, \therefore 有 h\nu_0 = W$

$$\nu_0 = \frac{W}{h} = \frac{1.9eV}{4.1357\times10^{-15}eV\cdot s} = 4.6\times10^{14}Hz$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{hc}{W} = \frac{1.24\times10^3 nm\cdot eV}{1.9eV} = 652.6nm$$

② $\lambda = \dfrac{c}{\nu} = \dfrac{hc}{E_k + W} = \dfrac{1.24\times10^3 nm\cdot eV}{(1.5+1.9)eV} = 364.7nmhc$

2-2)解：　$r_n = a_1\dfrac{n^2}{Z}; v_n = \dfrac{\alpha c}{n}\cdot Z = \dfrac{V_1}{n}Z; E_n = E_1(\dfrac{Z}{n})^2$

① 对于 H：

$$r_1 = a_1 = 0.53A^\circ; r_2 = 4a_1 = 2.12A^\circ$$

$$v_1 = \alpha c = 2.19\times10^6(m\cdot s^{-1}); v_2 = \frac{1}{2}v_1 = 1.1\times10^6(m\cdot s^{-1})$$

对于 He^+：Z=2

$$r_1 = \frac{1}{2}a_1 = 0.265A^\circ; r_2 = 2a_1 = 1.06A^\circ$$

$$v_1 = 2\alpha c = 4.38\times10^6(m\cdot s^{-1}); v_1 = \alpha c = 2.19\times10^6(m\cdot s^{-1})$$

对于 Li^+：Z＝3

$$r_1 = \frac{1}{3}a_1 = 0.177A^\circ; r_2 = \frac{4}{3}a_1 = 0.707A^\circ$$

$$v_1 = 3\alpha c = 6.57\times10^6(m\cdot s^{-1}); v_1 = \frac{3}{2}\alpha c = 3.29\times10^6(m\cdot s^{-1})$$

② 结合能＝$|E_n| = -E_1(\frac{Z}{n})^2 \equiv E_A$

$$E_H = 13.6ev; E_{He^+} = 4\times 13.6 = 54.4ev; E_{Li^{++}} = 122.4ev$$

③ 由基态到第一激发态所需的激发能：

$$\Delta E_1 = E_1(\frac{Z}{2})^2 - E_1(\frac{Z}{1})^2 = Z^2 E_1(\frac{1}{4}-1) = -\frac{3}{4}E_1 Z^2$$

对于 H：$(\Delta E_1)_H = -\frac{3}{4}\times(-13.6) = 10.2ev; \lambda_{He^+} = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{12.4\times 10^3 eV}{10.2eV} A^\circ = 1216 A^\circ$

对于 He^+：$(\Delta E_1)_{He^+} = \frac{3}{4}\times 13.6\times 4 = 40.8ev; \lambda_{He^+} = \frac{hc}{\Delta E} = 303.9 A^\circ$

对于 Li^{++}：$(\Delta E_1)_{Li^{++}} = \frac{3}{4}\times 13.6\times 9 = 91.8ev; \lambda_{He^+} = \frac{hc}{\Delta E} = 135.1 A^\circ$

2-3)解：

所谓非弹性碰撞，即把 Li^{++}打到某一激发态，

而 Li^{++}最小得激发能为$\left(\Delta E_{12}\right)_{Li^{++}} = E_2 - E_1 = E_1(\frac{3^2}{2^2} - 3^2) = 91.8eV$

∴这就是碰撞电子应具有的最小动能。

2-4)解：方法一：

欲使基态氢原子发射光子，至少应使氢原子以基态激发到第一激发态

$$\Delta E_{12} = E_2 - E_1 = 10.2e\mathrm{V}$$

根据第一章的推导，入射粒子 m 与靶 M 组成系统的实验室系能量 E_L 与 E_C 之间的关系为：$E_c = \frac{M}{M+m}E_L$

∴所求质子的动能为：

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{M+m}{M}E_c = (1+\frac{m}{M})\Delta E_{12} = 2\Delta E_{12} = 20.4e\mathrm{V}$$

所求质子的速度为： $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2\times 20.4\times 1.6\times 10^{-19}}{1.673\times 10^{-27}}} = 6.26\times 10^4 (m\cdot s^{-1})$

方法二：

质子与基态氢原子碰撞过程动量守恒，则

$$m_P v_{10} = \left(m_P + m_H\right)v \qquad \Rightarrow \qquad v = \frac{m_P}{m_P + m_H}v_{10}$$

$$\Delta E=\frac{1}{2}m_P v_{10}^2-\frac{1}{2}(m_P+m_H)v^2=\frac{1}{2}m_P v_{10}^2\cdot\frac{m_H}{m_P+m_H}=\frac{1}{2}E_{10}$$

$$E_{10}=\frac{1}{2}m_P v_{10}^2=2\Delta E=2(E_2-E_1)=20.4eV$$

$$v_{10}=\sqrt{\frac{2E_{10}}{m_P c^2}}\cdot c=6.26\times10^4(m/s)\qquad 其中m_P c^2=938MeV$$

2-7)解：$\tilde{\nu}=RZ^2(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2})$，巴而末系和赖曼系分别是：

$$\begin{aligned}\tilde{\nu}_B&=RZ^2\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}\right)\\ \tilde{\nu}_L&=RZ^2\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right)\end{aligned}\quad\Rightarrow\quad \frac{1}{RZ^2}\frac{36}{5}-\frac{1}{RZ^2}\frac{4}{3}=133.7nm$$

$$\Rightarrow RZ^2(133.7nm)=\frac{88}{15},解得：Z=2即：\text{He}原子的离子。$$

2-8)解：

$$\Delta E=h\nu=\frac{hc}{\lambda}=hc\nu=hcR\cdot Z^2(1-\frac{1}{4})=\frac{3}{4}\times4Rhc=3Rhc=40.8\text{eV}$$

此能量电离 H 原子之后的剩余能量为：$\Delta E'=40.8-13.6=27.2e\text{V}$

即：$\frac{1}{2}mv^2=\Delta E'\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2\Delta E'}{mc^2}}c=\sqrt{\frac{54.4}{0.51\times10^6}}\times3\times10^8=3.1\times10^6(m\cdot s^{-1})$

2-9)解：

$$m_1=m_2=m$$

$$质心系中:r=r_1+r_2,r_1=r_2=r/2,v_1=v_2=v$$

$$运动学方程:k\frac{e^2}{r^2}=\frac{2mv^2}{r}$$

$$角动量量子化条件:m_1v_1r_1+m_2v_2r_2=mvr=n\hbar$$

$$r=\frac{4\pi\varepsilon_0n^2\hbar^2}{me^2/2}$$

$$E=E_k+E_p=\frac{m_1v_1^2}{2}+\frac{m_2v_2^2}{2}-k\frac{e^2}{r}$$

$$=mv^2-k\frac{e^2}{r}=-k\frac{e^2}{2r}$$

$$E_n=-\frac{2\pi^2(m/2)e^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2n^2h^2}=\frac{E_n(H)}{2}=-\frac{13.6eV}{2n^2}$$

（1）基态时两电子之间的距离：$r=2a_1=0.106nm$

（2）电离能： $\Delta E_\infty = -\frac{E_1(H)}{2} = 6.80eV$

第一激发能： $\Delta E_{12} = E_2 - E_1 = \cdots\cdots = 5.10eV$

（3）由第一激发态退到基态所放光子的波长：

$$\lambda(2\to 1) = \frac{hc}{E_2 - E_1} = 243.3nm$$

2-10)解：

μ^- 子和质子均绕它们构成体系的质心圆周运动，运动半径为 r1 和 r2，r1+r2 =r

折合质量 $M = m_1 \times m_2/(m_1 + m_2) = 186\ m_e$

$r_1 = r \times m_2/(m_1+m_2) = r \times M/m_1$ $r_2 = r \times m_1/(m_1+m_2) = r \times M/m_2$

运动学方程：$Ke^2/r^2 = m_1 \times v_1^2/r_1 = m_1^2 \times v_1^2/(M\times r)$ -------------------------（1）

$Ke^2/r^2 = m_2 \times v_2^2/r_2 = m_2^2 \times v_2^2/(M \times r)$ ------------------------（2）

角动量量子化条件：$m_1 \times v_1 \times r_1 + m_2 \times v_2 \times r_2 = n\hbar$ $n = 1, 2, 3, \ldots.$

即 $M \times (v_1 + v_2) \times r = n\hbar$ --------------------------------------（3）

共有三个方程、三个未知数。可以求解。

(1) 式 与 (2)式 做比值运算：

$v_1 / v_2 = m_2/m_1$ 代入 (3) 式中

$M \times v_2 \times (m_2/m_1 + 1) \times r = n\hbar$ 即 $m_2 \times v_2 \times r = n\hbar$ ----------- (4)

(2)式 和 (4)式 联立解得：

$$r_n = n^2 \times \frac{4\pi\varepsilon_0 \times h^2}{4\pi^2 \times M \times e^2} = \frac{n^2}{186} \times a_1 \quad ------------------ \quad (5)$$

式中 $a_1 = 0.529\ \mathring{A}$，为氢原子第一玻尔轨道半径。

根据(5)式，可求得，μ子原子的第一玻尔轨道半径为 $r_1 = a_1/186 = 0.00284\ \mathring{A}$ 。

再从运动学角度求取体系能量对 r 的依赖关系。

$E = E_K + E_P = 1/2 \times m_1 \times v_1^2 + 1/2 \times m_2 \times v_2^2 - K \times e^2/r$

$= (1/2 \times M/m_1 + 1/2 \times M/m_2 - 1) \times K \times e^2/r = -1/2 \times K \times e^2/r$

把（5）式代入上式中

$$E_n = -\frac{2\pi^2 Me^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2 n^2 h^2} = 186E_n(H)$$

因此，μ子原子的最低能量为 $E_{(n=1)} = 186 \times (-13.6\ eV) = -2530\ eV$

赖曼系中最短波长跃迁对应 从 $n = \infty \rightarrow 1$ 的跃迁。该跃迁能量即为 2530 eV。

由 $hc/\lambda = 2530\ eV$ 计算得到 $\lambda_{min} = 4.91\ \mathring{A}$

2-11)解：

重氢是氢的同位素 $R_H = \frac{1}{1+\frac{M_e}{M_H}}; R_D = \frac{1}{1+\frac{M_e}{M_D}}$

$$\frac{R_H}{R_D} = 0.999728 = \frac{\frac{1}{1+x}}{\frac{1}{1+0.5002x}} = 0.999728$$

解得：$x = 0.5445 \times 10^{-3}$；质子与电子质量之比 $\frac{1}{x} = 1836.50$

2-12)解：

① 光子动量：$p = \frac{h}{\lambda}$，而：$\lambda = \frac{hc}{\Delta E}$

$$\therefore p = \frac{\Delta E}{c} = m_p v \Rightarrow v = \frac{\Delta E}{m_p c^2} \cdot c = \frac{10.2ev}{938.3 \times 10^6} \times 3 \times 10^8 m \cdot s^{-1} = 3.26 m \cdot s^{-1}$$

② 氢原子反冲能量：$E_k = \frac{1}{2} m_p v^2 = \frac{(\Delta E)^2}{2m_p c^2}$

$$\therefore \frac{E_k}{E_v} = \frac{\Delta E}{2m_p c^2} = \frac{10.2ev}{2 \times 938.3 \times 10^6 ev} = 5.4 \times 10^{-9}$$

2-13)解：

由钠的能级图（64 页图 10-3）知：不考虑能能级的精细结构时，在 4P 下有 4 个能级：4S，3D，3P，3S，根据辐射跃迁原则。$\Delta l = \pm 1$，可产生 6 条谱线：

$$4P \rightarrow 3D; 4P \rightarrow 4S; 3D \rightarrow 3P; 4S \rightarrow 3P; 4P \rightarrow 3S; 3P \rightarrow 3S$$

2-14)解：

依题：主线系：$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = T(3S) - T(nP)$；

辅线系：$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = T(3P) - T(nS)$ 或 $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = T(3P) - T(nD)$

即： $T(3S)-T(3P)=\dfrac{1}{589.3nm};T(3P)-0=\dfrac{1}{408.6nm}$

① $T(3S)=\dfrac{1}{589.3nm}+\dfrac{1}{408.6nm}=4.144\times10^{6}(m^{-1})$

$T(3P)=\dfrac{1}{408.6nm}=2.447\times10^{6}(m^{-1})$

相应的能量：

$$E(3S)=-hcT(3S)=-1.24\times10^{3}nm\cdot eV\times4.144\times10^{6}m^{-1}=-5.14eV$$

$$E(3P)=-hcT(3P)=-1.24\times10^{3}nm\cdot eV\times2.447\times10^{6}m^{-1}=-3.03eV$$

② 电离能 $\left|E(3S)\right|=5.14eV$

第一激发电势：$\Delta E_{12}=E(3P)-E(3S)=2.11eV$

第三章 量子力学导论

3-1)解：以 1000eV 为例：非相对论下估算电子的速度：

$$\frac{1}{2}m_e v^2=\frac{1}{2}m_e c^2\cdot\left(\frac{v}{c}\right)^2=511keV\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{v}{c}\right)^2=1000eV$$

所以 $v\approx6.25\%\times c$

故 采用相对论公式计算加速后电子的动量更为妥当。

加速前电子总能量 $E_0=m_ec^2=511$ keV

加速后电子总能量 $E=m_ec^2+1000$ eV $=512000$ eV

用相对论公式求加速后电子动量

$$p=\frac{1}{c}\times\sqrt{E^2-m_e{}^2c^4}=\frac{1}{c}\sqrt{262144000000-261121000000}eV=\frac{31984eV}{c}$$

电子德布罗意波长 $\lambda=\dfrac{h}{p}=\dfrac{hc}{31984eV}=\dfrac{1.241\times10^{-6}eV\cdot m}{31984eV}=0.3880\times10^{-10}m=$ **0.3880 Å**

采用非相对论公式计算也不失为正确：

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{\sqrt{2m_eE_k}}=\frac{hc}{\sqrt{2m_ec^2E_k}}=\frac{1.241\times10^{-6}eV\cdot m}{\sqrt{2\times511keV\times1000eV}}=\frac{1.241\times10^{-6}m}{0.31969\times10^{5}}=\textbf{0.3882 Å}$$

可见电子的能量为 100eV、10eV 时，速度会更小 ，所以可直接采用非相对论公式计算。

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{\sqrt{2m_eE_k}}=\frac{hc}{\sqrt{2m_ec^2E_k}}=\frac{1.241\times10^{-6}eV\cdot m}{\sqrt{2\times511keV\times100eV}}=\frac{1.241\times10^{-6}m}{1.011\times10^{4}}=\textbf{1.2287 Å}$$

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{\sqrt{2m_eE_k}}=\frac{hc}{\sqrt{2m_ec^2E_k}}=\frac{1.241\times10^{-6}eV\cdot m}{\sqrt{2\times511keV\times10eV}}=\frac{1.241\times10^{-6}m}{0.31969\times10^{4}}=\mathbf{3.8819\ Å}$$

3-2)解：

不论对电子（electron）还是光子(photon)，都有：

$$\lambda = h/p$$

所以 $p_{ph}/p_e = \lambda_e/\lambda_{ph} = \mathbf{1:1}$

电子动能 $E_e = 1/2 \times m_e \times v_e^2 = p_e^2 / 2m_e = h^2 / (2\times m_e\times\lambda_e^2)$

光子动能 $E_{ph} = h\nu = hc/\lambda_{ph}$

所以 $E_{ph} / E_e = hc/\lambda_{ph} \times (2\times m_e\times\lambda_e^2) / h^2 = hc / (2\times m_e\times c^2\times\lambda_e)$

其中 组合常数 $hc = 1.988 \times 10^{-25}$ J·m $m_e\times c^2 = 511$ keV $= 0.819 \times 10^{-13}$ J

代入得 $E_{ph} / E_e = \mathbf{3.03 \times 10^{-3}}$

3-3)解：

(1) 相对论情况下 总能 $E = E_k + m_0c^2 = mc^2 = \dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$

其中 E_k 为动能，m_0c^2 为静止能量。对于电子，其静止能量为 511 keV。

由题意：$m_0c^2 = E_k = E - m_0c^2 = m_0c^2(\dfrac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}-1)$

容易解得 $v=\sqrt{3}/2\times c = 0.866c$

(2) 电子动量 $p = mv = \dfrac{m_0 v}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} = \sqrt{3}\times m_0\times c$

其德布罗意波长 $\lambda = h/p = \dfrac{h\times c}{\sqrt{3}\times m_0\times c^2} = \dfrac{1.988\times10^{-25}J\cdot m}{1.732\times511\times1.602\times10^{-16}J} = 0.014\overset{0}{A}$

3-5)解：

证明： 非相对论下：$\lambda_0 = \dfrac{12.25}{\sqrt{V}} = \dfrac{h}{p_0}$

p_0 为不考虑相对论而求出的电子动量，λ_0 为这时求出的波长。

考虑相对论效应后：$\lambda = \dfrac{h}{p}$ 这里 p 为考虑相对论修正后求出的电子动量，λ 为这时

求出的波长。则

$\lambda/\lambda_0=p_0/p=$

$$\frac{\sqrt{2m_eE_k}}{\frac{1}{c}\sqrt{E^2-m_e{}^2c^4}}=\frac{c\sqrt{2m_eE_k}}{\sqrt{(E_k+m_ec^2)^2-m_e{}^2c^4}}=\frac{c\sqrt{2m_eE_k}}{\sqrt{E_k{}^2+2m_ec^2E_k}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{E_k}{2m_ec^2}+1}}$$

E_k = 加速电势差×电子电量，如果以电子伏特为单位，那么在数值上即为 V。

$$\lambda/\lambda_0=\frac{1}{\sqrt{\frac{V}{2m_ec^2}+1}}$$

这里 m_ec^2 也以电子伏特为单位，以保证该式两端的无量纲性和等式的成立。

m_ec^2 也以电子伏特为单位时，$2m_ec^2$ 的数值为 1022000。如果设想电子加速电压远小于 1022000 伏特，那么 $V/2m_ec^2$ 远小于 1。（注意，这个设想实际上与电子速度很大存在一点矛盾。实际上电子速度很大，但是又同时不可以过大。否则，$V/2\,m_ec^2$ 远小于 1 的假设可能不成立）。

设 $y=1+V/2\,m_ec^2=1+\Delta x$，$f(y)=\frac{1}{\sqrt{y}}$

由于 $\Delta x<<1$， $f(y)$ 函数可在 $y=1$ 点做泰勒展开，并忽略高次项。结果如下：

$$f(y)=1+\frac{\partial f}{\partial y}\bigg|_{y=1}\times\Delta x=1+(-1/2)\times\frac{1}{\sqrt[3/2]{y}}\bigg|_{y=1}\times\Delta x=1-\Delta x/2=1-\frac{V}{4m_ec^2}$$

将 m_ec^2 以电子伏特为单位时的数值 511000 代入上式，得

$f(y)=1-0.489\times10^{-6}\times V$

因此 $\lambda=\lambda_0\times f(y)=\frac{12.25}{\sqrt{V}}(1-0.489\times10^{-6})nm=\frac{12.25}{\sqrt{V(1+0.978\times10^{-6})}}nm$

3-7)解：

$$由\nu=\frac{c}{\lambda}得:\Delta\nu=-\frac{c}{\lambda^2}\Delta\lambda,即|\Delta\nu|=\frac{c}{\lambda}\frac{\Delta\lambda}{\lambda}=\frac{3\times10^8}{600\times10^{-9}}\times10^{-7}=5\times10^7Hz$$

$$由E=h\nu得:\Delta E=h\Delta\nu$$

$$又\Delta t\cdot\Delta E=\frac{\hbar}{2},所以\Delta t=\frac{\hbar}{2\Delta E}=\frac{h}{4\pi h\Delta\nu}=\frac{1}{4\pi\Delta\nu}=1.59\times10^{-9}s$$

3-8)解：

由 P88 例 1 可得

$$E_k=\frac{3\hbar^2}{8m_e r^2}=\frac{3\times\left(6.63\times10^{-34}\right)^2}{32\times3.14^2\times9.109\times10^{-31}\times\left(1.0\times10^{-14}\right)^2}$$

$$=4.5885\times10^{-11}J=2.8678\times10^{5}eV$$

3-9)解：（1）

$$\int_{-\infty}^{+\infty}|\varphi|^2dxdydz=\int_{-\infty}^{+\infty}N^2e^{-\left\{\frac{|x|}{a}+\frac{|y|}{b}+\frac{|z|}{c}\right\}}dxdydz$$

$$=N^2\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{|x|}{a}}dx\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{|y|}{b}}dy\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{|z|}{c}}dz$$

$$=N^2(2a)\cdot(2b)\cdot(2c)=8abcN^2=1$$

归一化常数 $N=\frac{1}{\sqrt{8abc}}$

（2）粒子 x 坐标在 0 到 a 之间的几率为

$$\int_0^a\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}|\varphi|^2dxdydz=N^2\int_0^a e^{-\frac{|x|}{a}}dx\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{|y|}{b}}dy\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{|z|}{c}}dz$$

$$=\frac{1}{8abc}\cdot\left[a\left(1-\frac{1}{e}\right)\right]\cdot(2b)\cdot(2c)=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{e}\right)$$

（3）粒子的 y 坐标和 z 坐标分别在$-b\to+b$和$-c\to+c$之间的几率

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-b}^{+b}\int_{-c}^{+c}|\varphi|^2dxdydz=N^2\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{|x|}{a}}dx\int_{-b}^{+b}e^{-\frac{|y|}{b}}dy\int_{-c}^{+c}e^{-\frac{|z|}{c}}dz$$

$$=\frac{1}{8abc}\cdot(2a)\cdot\left[2b\left(1-\frac{1}{e}\right)\right]\cdot\left[2c\left(1-\frac{1}{e}\right)\right]=\left(1-\frac{1}{e}\right)^2$$

3-12)解：

$$\bar{x}=\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi_n x\varphi_n^*dx=\int_{-\infty}^{+\infty}|\varphi_n|^2xdx=\int_0^a\frac{2}{a}x\sin^2\frac{n\pi x}{a}dx=\frac{2}{a}\int_0^a x\frac{1-\cos\frac{2n\pi x}{a}}{2}dx$$

$$=\frac{2}{a}\int_0^a\frac{x}{2}dx-\frac{1}{a}\int_0^a x\cos\frac{2n\pi x}{a}dx=\frac{a}{2}-\frac{1}{a}\cdot\frac{a}{2n\pi}\int_0^a xd\left(\sin\frac{2n\pi x}{a}\right)$$

$$=\frac{a}{2}-\frac{1}{2n\pi}\left(-\int_0^a\sin\frac{2n\pi x}{a}dx\right)=\frac{a}{2}$$

$$\left(x-\bar{x}\right)^2_{平均}=\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi_n\left(x-\bar{x}\right)^2\varphi_n^*dx=\int_{-\infty}^{+\infty}\left|\varphi_n\right|^2\left(x-\frac{a}{2}\right)^2dx$$

$$=\int_0^a\frac{2}{a}\left(x-\frac{a}{2}\right)^2\sin^2\frac{n\pi x}{a}dx=\frac{a^2}{12}\left(1-\frac{6}{n^2\pi^2}\right)$$

当 $n\to\infty$ 时 $\bar{x}=\frac{a}{2},\left(x-\bar{x}\right)^2_{平均}=\frac{a^2}{12}$ 3-15）解

3-15)（1） $x\langle 0$， $V=\infty$， $\varphi(x)=0$

$0\le x\le a$，$V=0$，$\frac{d^2\varphi}{dx^2}=-k^2\varphi$，$k^2=\frac{2mE}{\hbar^2}$ ， $\varphi(x)=A\sin kx+B\cos kx$

$x\rangle a$， $V=V_0$，$\frac{d^2\varphi}{dx^2}=k'^2\varphi$， $k'^2=\frac{2m(V_0-E)}{\hbar^2}$，$\varphi(x)=A'e^{k'x}+B'e^{-k'x}$

由函数连续、有限和归一化条件求 A,B,A',B'

由函数有限可得：$A'=0$

由函数连续可知：$x=0$ $\qquad\varphi(0)=B=0$

$x=a$ $\qquad\varphi(a)=A\sin ka=B'e^{-k'a}$ ①

$\varphi'(a)=kA\cos ka=-k'B'e^{-k'a}$ ②

由①和②得 $\qquad kctyka=-k'$

由函数归一化条件得：$\int_0^a(A\sin kx)^2dx+\int_a^\infty(B'e^{-k'x})^2dx=1$ ③

由②和③可求得 A,B'

第四章 原子的精细结构：电子的自旋

4-1)解：$U=-\vec{\mu}_s\cdot\vec{B}=\frac{e}{m_e}\vec{S}\cdot\vec{B}=2\mu_Bm_sB$

$$\Rightarrow\Delta U=2\mu_BB=2\times0.5788\times10^{-4}ev\cdot T^{-1}\times1.2T=1.39\times10^{-4}\mathrm{eV}$$

4-2）$D_{3/2}$状态，$s=\frac{1}{2},l=2,j=\frac{3}{2};g=\frac{4}{5}$

$\mu = -\sqrt{j(j+1)}g\mu_B \Rightarrow$ 其大小：$\mu = \sqrt{\frac{3}{2}(\frac{3}{2}+1)} \times \frac{4}{5}\mu_B = 1.55\mu_B$

$$\mu_z = mg\mu_B = \frac{4}{5}m\mu_B$$

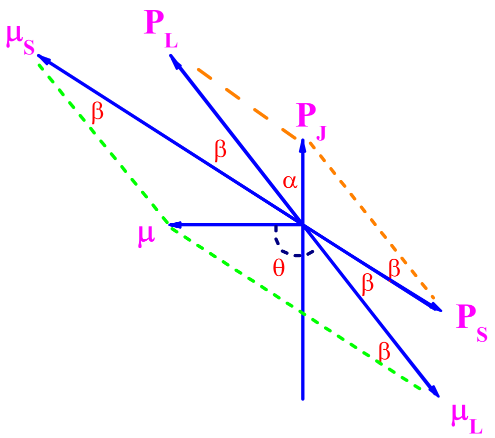
$$m = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$$

$$\mu_z = (\frac{6}{5}, \frac{2}{5}, -\frac{2}{5} - \frac{6}{5})\mu_B$$

4-3) 解：$^6G_{3/2}$ 态：$2s+1=6 \Rightarrow s=\frac{5}{2}, l=4, j=\frac{3}{2}$;

该原子态的 Lande g 因子：$g = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5/2(5/2+1) - 4(4+1)}{3/2(3/2+1)} = 0$

原子处于该态时的磁矩：$\mu_j = g\sqrt{j(j+1)}\mu_B = 0$ (J/T)



利用矢量模型对这一事实进行解释：
各类角动量和磁矩的矢量图如上。其中

$P_S = [S(S+1)]^{1/2}\hbar = (35/4)^{1/2}\hbar$ $P_L = [L(L+1)]^{1/2}\hbar = (20)^{1/2}\hbar$ $P_J = [J(J+1)]^{1/2}\hbar = (15/4)^{1/2}\hbar$

$\mu_S = g_S \times [S(S+1)]^{1/2} \times \mu_B = (35)^{1/2}\mu_B$ $\mu_L = g_l \times [L(L+1)]^{1/2} \times \mu_B$

利用 P_S、P_L、P_J 之间三角形关系可求出 $\alpha = 30°$ $\cos\beta = \frac{5}{2\sqrt{7}}$

由已知的 $\cos\beta$ 、μ_S 、μ_L 可求出 $\mu = \sqrt{5}\mu_B$ 以及 $\theta = 120°$

所以 $\theta - \alpha = 90°$。即 矢量 μ 与 P_J 垂直、μ 在 P_J 方向的投影为 0。

或：根据原子矢量模型：总磁矩 μ等于$\vec{\mu}_l, \vec{\mu}_s$分量相加，即：

$$\mu = \mu_l \cos(\vec{L}, \vec{J}) + \mu_s \cos(\vec{S}, \vec{J}) = (-g_l\mu_B \frac{J^2 + L^2 - S^2}{2J}) + (-g_S\mu_B \frac{J^2 + S^2 - L^2}{2J})$$

可以证明：$\mu_l \cos(\vec{L}, \vec{J}) = -\mu_s \cos(\vec{S}, \vec{J})$

$\vec{\mu}_l$与$\vec{\mu}_s$在$\vec{J}$上投影等值而反向，所以合成后，μ＝0

4-4)解： $z_2 = \pm\mu_B \dfrac{\partial B_z}{\partial z}\cdot\dfrac{dD}{mv^2}$， $\Delta z_2 = 2\mu_B \dfrac{\partial B_z}{\partial z}\cdot\dfrac{dD}{mv^2}$

$$\Delta z_2 = 2.0\times10^{-3}m; d = 10\times10^{-2}m; D = 25\times10^{-2}m$$

$$v = 400m\cdot s^{-1}; m = \frac{A}{N_0} = \frac{107.87}{6.02\times10^{-23}}\times10^{-3}kg; \mu_B = 0.93\times10^{-23}JT^{-1}$$

将所有数据代入解得： $\dfrac{\partial B_z}{\partial z} = 1.23\times10^2\ \mathrm{T/m}$

4-5)解： ${}^4F_{3/2}$态，$j=\dfrac{3}{2}$,分裂为:$2j+1=4$（束）

$$z_2 = -mg\mu_B\frac{\partial B_z}{\partial z}\cdot\frac{dD}{mv^2} = -mg\mu_B\frac{\partial B_z}{\partial z}\cdot\frac{dD}{2E_k}$$

$$m=\frac{3}{2},\frac{1}{2},-\frac{1}{2},-\frac{3}{2}, g=\frac{2}{5}$$

对于边缘两束， $\Delta z_2 = 2jg\mu_B\dfrac{\partial B_z}{\partial z}\cdot\dfrac{dD}{2E_k}$

$$=2\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{5}\times0.5788\times10^{-4}\times5\times10^2\times\frac{0.1\times0.3}{2\times50\times10^{-3}} = 1.0\times10^{-2}m$$

4-6)解：

${}^2P_{3/2}$态$: s=\dfrac{1}{2}, l=1, j=\dfrac{3}{2}; m=\dfrac{3}{2},\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2},-\dfrac{3}{2}$

$2j+1=4$ 即：屏上可以接收到 4 束氯线

对于 H 原子： $\Delta z_2 = 2\mu_B\dfrac{\partial B_z}{\partial z}\cdot\dfrac{dD}{2E_k} = 0.6\times10^{-2}m$

对于氯原子： $\Delta z_2' = g\mu_B\dfrac{\partial B_z}{\partial z}\cdot\dfrac{dD}{2E_k}$

$$\frac{\Delta z_2'}{\Delta z_2} = \frac{g}{2} \Rightarrow \Delta z_2' = \frac{1}{2}g(\Delta z_2)$$

对于${}^2P_{3/2}$态$: g=\dfrac{4}{3}$，代入得： $\Delta z_2' = \dfrac{4/3}{2}\times0.60 = 0.40cm$

<注：T＝400K,表明：大部分 H 原子处于基态，当 T=10^5K 时，才有一定量得原子处于激发态>

4-7)解：赖曼系，产生于：$n=2\rightarrow n=1$

$n=1,l=0$，对应 S 能级

$n=2;l=0,1$，对应 S、P 能级，所以赖曼系产生于：$2P\rightarrow 1S$

双线来源于：2P的分裂，$2^2P_{3/2},2^2P_{1/2}$

由 21－12'知：$\Delta\nu=\dfrac{Z^4}{n^3l(l+1)}\times 5.84cm^{-1}$

将$\Delta\nu=29.6cm^{-1},n=2,l=1$代入解得：$Z$=3

即：所得的类 H 离子系：Li^{++}

4-8)解：2P 电子双层的能量差为：

$$\Delta U=\frac{Z^4}{n^3l(l+1)}\times 7.25\times 10^{-4}ev=\frac{1^4}{2^3\cdot 1\cdot(1+1)}\times 7.25\times 10^{-4}ev=4.53\times 10^{-4}ev$$

两一方面：$\Delta U=2\mu_B B \quad \Rightarrow \quad B=\dfrac{\Delta U}{2\mu_B}=\dfrac{4.53\times 10^{-4}}{2\times 0.5788\times 10^{-4}}=0.39(T)$

4-10)解： ${}^3S_1$态$:2s+1=3\Rightarrow s=1,l=0,j=1;g_1=2;m_1=1,0,-1$

${}^3P_0$态$:2s+1=3\Rightarrow s=\dfrac{3}{2},l=1,j=0;m_2=0$

$\Delta(mg)=m_1g_1$有三个值，所以原谱线分裂为三个。

相应谱线与原谱线的波数差：
$$\begin{aligned}\tilde{\nu}'-\tilde{\nu}&=\frac{1}{\lambda'}-\frac{1}{\lambda}=\frac{\nu'}{c}-\frac{\nu}{c}\\&=\frac{1}{c}(\nu'-\nu)=(2,0,-2)\frac{\mu_B B}{hc}\end{aligned}$$

相邻谱线的波数差为：$\dfrac{2\mu_B B}{hc}$

不属于正常塞曼效应（正常塞曼效应是由 s=0 到 s=0 的能级之间的跃迁）

4-11）解：① $3^2P_{3/2}\rightarrow 3^2S_{1/2}$

$$3^2P_{3/2}:s=\frac{1}{2},l=1,j=\frac{3}{2};g=\frac{4}{3};m=\pm\frac{3}{2},\pm\frac{1}{2}$$
$$3^2S_{1/2}:s=\frac{1}{2},l=0,j=\frac{1}{2};g=2;m=\pm\frac{1}{2}$$

分裂后的谱线与原谱线的波数差为：

$$\Delta\tilde{\nu}=\Delta(mg)\tilde{\wp}=(-\frac{5}{3},-1,-\frac{1}{3},\frac{1}{3},1,\frac{5}{3})\tilde{\wp}$$

其中：$\tilde{\wp}=\dfrac{eB}{4\pi m_e e}=46.7B=46.7\times2.5m^{-1}=116.75m^{-1}$

$$\Delta\nu=c\Delta\tilde{\nu}=(\pm\frac{5}{3},\pm1,\pm\frac{1}{3})\times35GHz$$

② $3^2P_{1/2}\to3^2S_{1/2}$

$$3^2P_{1/2}:s=\frac{1}{2},l=1,j=\frac{1}{2};g=\frac{2}{3};m=\pm\frac{1}{2}$$

$\therefore$分裂后的谱线与原谱线差：

$$\Delta\tilde{\nu}=\Delta(mg)\tilde{\wp}=(\pm\frac{4}{3},\pm\frac{2}{3})\tilde{\wp}$$

其中：$\tilde{\wp}=\dfrac{eB}{4\pi m_e e}=46.7B=46.7\times2.5m^{-1}=116.75m^{-1}$

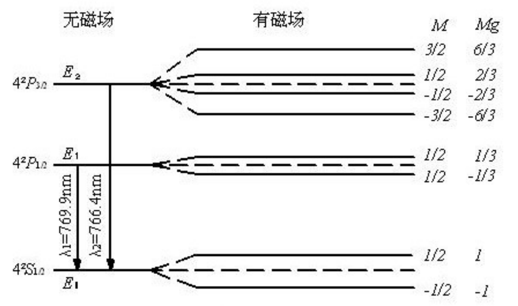
$$\Delta\nu=c\Delta\tilde{\nu}=(\pm\frac{4}{3},\pm\frac{2}{3})\times35GHz$$

4-12)解：(1)钾原子的 766.4nm 和 769.9nm 双线产生于 $4^2P_{\frac{3}{2},\frac{1}{2}}\to4^2S_{\frac{1}{2}}$。这三个能级的 g 因子分别为：$g_2=\dfrac{4}{3},g_1=\dfrac{2}{3},g_0=20$

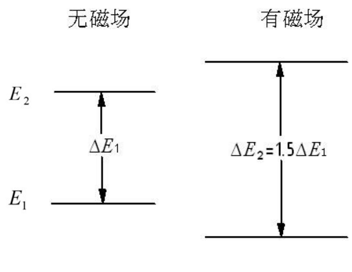
因在磁场中能级裂开的层数等于 2J+1，所以 $^2P_{3/2}$ 能级分裂成四层，$^2P_{1/2}$ 和 $^2S_{1/2}$ 能级分裂成两层。能量的间距等于 gu_BB，故有：

$\Delta E_2'=g_2u_BB=\dfrac{4}{3}u_BB$；$\Delta E_1'=g_1u_BB=\dfrac{2}{3}u_BB$；$\Delta E_0'=g_0u_BB=2u_BB$

原能级和分裂后的能级图如（a）图所示。



(a)



(b)

E_1

（2）根据题意，分裂前后能级间的关系如（b）图所示，且有：

$$\Delta E_2=[E_2+(\Delta E_2)_{\max}]-[E_1+(\Delta E_1)_{\min}]=1.5\Delta E_1,$$

即$E_2-E_1+(J_2)_{\max}g_2u_BB-(J_1)_{\min}g_1u_BB=\frac{3}{2}\Delta E_1$。

将$(J_2)_{\max}=\frac{3}{2},(J_1)_{\min}=-\frac{1}{2}$代入上式，得：

$$E_2-E_1+(\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{3})u_BB=\frac{3}{2}(E_2-E_1)\text{。}$$

经整理有：

$$\frac{7}{3}\mu_BB=\frac{1}{2}(E_2-E_1)=\frac{1}{2}\left[(E_2-E_0)-(E_1-E_0)\right]=\frac{1}{2}(\frac{hc}{\lambda_2}-\frac{hc}{\lambda_1})=\frac{hc}{2}\cdot\frac{\lambda_1-\lambda_2}{\lambda_1\lambda_2}$$

$$=\frac{1}{2}\times1.24\times10^3eV\cdot nm\times\frac{(769.9-766.4)nm}{769.9nm\times766.4nm}=3.678\times10^{-3}eV$$

于是$B=\frac{3}{7\mu_B}\times3.678\times10^{-3}eV=\frac{3}{7\times0.5788\times10^{-4}eV\cdot T^{-1}}\times3.678\times10^{-3}eV=27.2T$

4-13）解：

（1）在强磁场中，忽略自旋－轨道相互作用，这时原子的总磁矩是轨道磁矩和自旋磁矩的适量和，即有：

$$\vec{\mu}=\vec{\mu}_L+\vec{\mu}_S=-\frac{e}{2m_e}\vec{L}--\frac{e}{m_e}\vec{S}=--\frac{e}{2m_e}(\vec{L}+2\vec{S}) \qquad (1)$$

（2）此时，体系的势能仅由总磁矩与外磁场之间的相互作用来确定，于是有：

$$U=-\vec{\mu}\cdot\vec{B}=\frac{e}{2m_e}(\vec{L}+2\vec{S})\cdot\vec{B}=\frac{eB}{2m_e}(L_z+2S_z)$$
$$=\frac{e\hbar B}{2m_e}(m_l+2m_s)=(m_l+2m_s)\mu_BB \qquad (2)$$

（3）钠原子的基态为$3^2S_{\frac{1}{2}}$，第一激发态为 3^2P_0；对于 3S 态：$m_l=0,m_s=\pm\frac{1}{2}$，因此

（2）式给出双分裂，分裂后的能级与原能级的能量差

$$\Delta E_1=\pm u_BB$$

对于 3P 态，$m_l=0,\pm1;m_s=\pm\frac{1}{2}$，（2）式理应给出$2\times3$个分裂，但$m_l=-1;m_s=\frac{1}{2}$与$m_l=1;m_s=-\frac{1}{2}$对应的$\Delta E$值相同，故实际上只给出五分裂，附加的能量差为

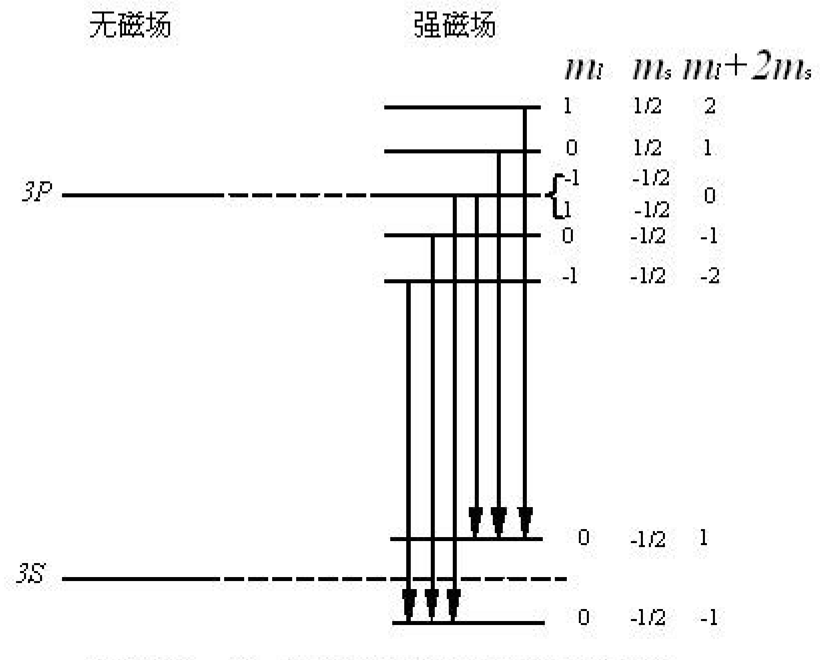
$$\Delta E_2=(2,1,0,-1,-2)u_BB$$

原能级与分裂后的能级如图所示

根据选择规律：$\Delta m_l=0,\pm1;\Delta m_s=0$

它们之间可发生六条跃迁。由于较高的各个能级之间的间距相等，只产生三个能差值

$(1,0,-1)\mu_B B$，因此只能观察到三条谱线，其中一条与不加磁场时重合。这是，反常塞曼效应被帕型－巴克效应所取代。



钠原子的3P和3S态在强磁场中的能级分裂和跃迁

4-14）**解：** 因忽略自旋－轨道相互作用，自旋、轨道角动量不再合成 J，而是分别绕外磁场旋进，这说明该外磁场是强场。这时，即原谱线分裂为三条。因此，裂开后的谱线与原谱线的波数差可用下式表示：

$$\Delta\tilde{\nu} = (1,0,-1)\tilde{\wp}$$

式中 $\tilde{\wp} = \dfrac{e}{4\pi m_e c}B = 46.7m^{-1}T^{-1}\cdot B = 46.7\times 4m^{-1} = 1.87\times 10^{-7}nm^{-1}$

因 $\lambda = \dfrac{1}{\tilde{\nu}}$，故有　$\Delta\lambda = -\lambda^2\Delta\tilde{\nu}$

将 $\lambda, \Delta\tilde{\nu}$ 代入上式，得：

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = -(121.0nm)^2\times(1,0,-1)\tilde{\wp} = \begin{cases} -2.74\times 10^{-3}nm \\ 0 \\ 2.74\times 10^{-3}nm \end{cases},$$

$$\therefore \lambda' = \begin{cases} (121.0-0.00274)nm \\ 121.0nm \\ (121.0+0.00274)nm \end{cases}$$

第五章　多电子原子

5－2 解：$^4D_{3/2}: L=2, S=\dfrac{3}{2}, J=\dfrac{3}{2};$　　　由 $\hat{J}^2=\hat{L}^2+\hat{S}^2+2\hat{L}\cdot\hat{S}$ 得

$$\vec{L}\cdot\vec{S}=\frac{1}{2}(\hat{J}^2-\hat{L}^2-\hat{S}^2)=\frac{1}{2}[J(J+1)-L(L+1)-S(S+1)]\hbar^2=-3\hbar^2$$

5－3 解　　对于 $L=2; S=\dfrac{1}{2}; J=\dfrac{5}{2},\dfrac{3}{2}$　　　　　由 $\hat{J}^2=\hat{L}^2+\hat{S}^2+2\hat{L}\cdot\hat{S}$ 得

$$\vec{L}\cdot\vec{S}=\frac{1}{2}(\hat{J}^2-\hat{L}^2-\hat{S}^2)=\frac{1}{2}[J(J+1)-L(L+1)-S(S+1)]\hbar^2$$

当 $L=2; S=\dfrac{1}{2}; J=\dfrac{5}{2}$ 时：

$$\vec{L}\cdot\vec{S}=\frac{1}{2}(\hat{L}^2+\hat{S}^2-\hat{J}^2)=\frac{1}{2}[\frac{5}{2}(\frac{5}{2}+1)-2(2+1)-\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)]\hbar^2=\hbar^2$$

当 $L=2; S=\dfrac{1}{2}; J=\dfrac{3}{2}$ 时：

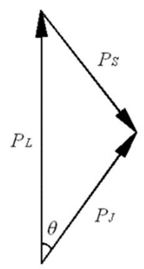
$$\vec{L}\cdot\vec{S}=\frac{1}{2}(\hat{L}^2+\hat{S}^2-\hat{J}^2)=\frac{1}{2}[\frac{3}{2}(\frac{3}{2}+1)-2(2+1)-\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)]\hbar^2=-\frac{3}{2}\hbar^2$$

5－4 解：

$$\vec{P}_J=\vec{P}_L+\vec{P}_S$$

它们的矢量图如图所示。由图可知：

$$P_S{}^2=P_L{}^2+P_J{}^2-2|\vec{P}_L||\vec{P}_S|\cos(\vec{P}_L,\vec{P}_J)。$$



经整理得：

$$\cos(\vec{P}_L,\vec{P}_J)=\frac{L(L+1)+J(J+1)-S(S+1)}{2\sqrt{L(L+1)}\cdot\sqrt{J(J+1)}}$$

对于 $3F_2$ 态，$S=1, L=3, J=2$，代入上式得：

$$\cos(\vec{P}_L,\vec{P}_J)=\frac{3\times4+2\times3-1\times2}{2\times\sqrt{3\times4}\times\sqrt{1\times2}}=0.9428,$$

$$(\vec{P}_L,\vec{P}_J)=\cos^{-1}0.9428=19°28'$$

所以总角动量 $\vec{P}_L$ 与轨道角动量 $\vec{P}_J$ 之间得夹角为 $19°28'$。

5－6 解：**j-j 耦合：**

根据 j-j 耦合规则，各个电子得轨道角动量 $\vec{P}_l$ 和自旋角动量 $\vec{P}_s$ 先合成各自的总角动量 $\vec{P}_j$，即

$$\vec{P}_j=\vec{P}_l+\vec{P}_s,\ j=l+s,\ l+s-1,\ldots|l-s|。$$

于是有：$l_1=2, s_1=1/2,$ 合成 $j_1=5/2, 3/2;$　$l_2=2, s_2=1/2,$ 合成 $j_2=5/2, 3/2$。

然后一个电子的 $\vec{P}_{j1}$ 再和另一个电子的 $\vec{P}_{j2}$ 合成原子的总角动量 $\vec{P}_J$，即 $\vec{P}_J=\vec{P}_{j1}+\vec{P}_{j2}$，

j_1=5/2和j_2=5/2合成J=5, 4, 3, 2, 1, 0

j_1=5/2和j_2=3/2合成J=4, 3, 2, 1；

j_1=3/2和j_2=5/2合成J=4, 3, 2, 1；

j_1=3/2和j_2=3/2合成J=3, 2, 1, 0。

可见，共 18 种原子态。原子的总角动量量子数为：

J=5, 4, 3, 2, 1, 0

原子的总角动量为$P_J=\sqrt{J(J+1)}\hbar$

将 J 值依次代入上式即可求得P_J有如下 6 个可能值，即

$$P_J = 5.48\hbar, 4.47\hbar, 3.46\hbar, 2.45\hbar, 1.41\hbar, 0$$

对于 L-S 耦合：

两个电子的轨道角动量$\vec{P}_{l1}$和$\vec{P}_{l1}$，自旋角动量$\vec{P}_{s1}$和$\vec{P}_{s1}$分别先合成轨道总角动量$\vec{P}_L$和自旋总角动量$\vec{P}_S$，即

$$\vec{P}_L = \vec{P}_{l1} + \vec{P}_{l2} \qquad L = l_1 + l_2, l_1 + l_2 - 1，...,|l_1 - l_2|;$$

$$\vec{P}_S = \vec{P}_{s1} + \vec{P}_{s2} \qquad S = s_1 + s_2, ..., |s_1 - s_2|;$$

$$l_1 = l_2 = 2, \text{那么} L = 4, 3, 2, 1, 0;; \qquad s_1 = s_2 = \frac{1}{2}, S = 1, 0\text{。}$$

然后每一个$\vec{P}_L$和$\vec{P}_S$合成$\vec{P}_J$，即：

$$\vec{P}_J = \vec{P}_L + \vec{P}_S \qquad J = L + S, L + S - 1, ...|L - S|$$

因此有：

	S=0	S=1
L=0	$^1S_0$	$^3S_1$
L=1	$^1P_1$	$^3P_{2,1,0}$
L=2	$^1D_2$	$^3D_{3,2,1}$
L=3	$^1F_3$	$^3F_{4,3,2}$
L=4	$^1G_4$	$^3G_{5,4,3}$

也是 18 种原子态，而原子的总角动量量子数也为：

J=5, 4, 3, 2, 1, 0

原子的总角动量也为：

$$P_J = 5.48\hbar, 4.47\hbar, 3.46\hbar, 2.45\hbar, 1.41\hbar, 0$$

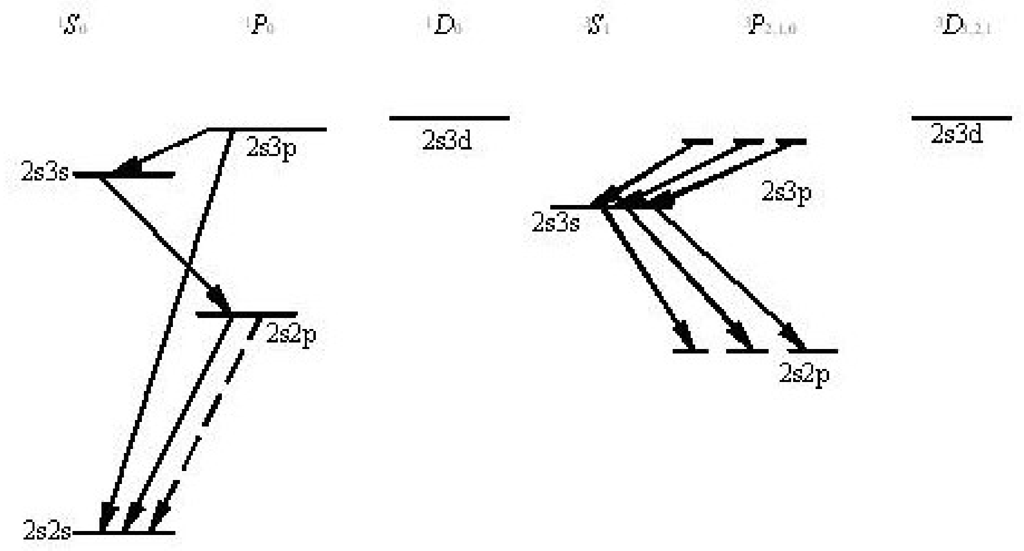
比较上述两种耦合的结果，可见它们的总角动量的可能值、可能的状态数目及相同 J 值出现的次数均相同。

5－8 解：

（1）要求能级间跃迁产生的光谱线，首先应求出电子组态形成的原子态，画出能级图。然后根据辐射跃迁的选择规则来确定光谱线的条数。

$2s2s$ 组态形成的原子态：$^1S_0$

$2s3p$ 组态形成的原子态：$^1P_1$，$^3P_{2,1,0}$



铍原子能级图

其间还有 2s2p 组态形成的原子态：$^1P_1, ^3P_{2,1,0}$；　$2s3s$ 组态形成的原子态：$^1S_0, ^3S_1$

根据能级位置的高低，可作如图所示的能级图。

根据 L-S 耦合的选择规则：

$$\Delta S = 0, \Delta L = \pm 1, \Delta J = 0, \pm 1 (0 \to 0\text{除外})$$

可知一共可产生 10 条光谱线（图上实线所示）

（2）若那个电子被激发到 2P 态，则仅可能产生一条光谱线（图上虚线所示）

5－10 解：

（1）$(nd)^2$ 组态可形成的原子态有：$^1S_0, ^1D_2, ^1G_4, ^3P_{2,1,0}, ^3F_{4,3,2}$。

利用斯莱特方法求解如下：

$$\text{对}(nd)^2\text{组态}:\begin{cases} L_1 = 2; L_2 = 2 \Rightarrow M_{L_1} = 2,1,0,-1,-2; M_{L_2} = 2,1,0,-1,-2 \\ S_1 = \dfrac{1}{2}; S_2 = \dfrac{1}{2} \Rightarrow M_{S_1} = \pm\dfrac{1}{2}; M_{L_2} = \pm\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{根据泡利原理}:\text{可能的}M_L\text{和}M_S\text{数值如下表}$$

Ms	-1	0	1

M_L			
4		(2,1/2)(2,-1/2)	
3	(1,-1/2)(2,-1/2)	(1,1/2)(2,-1/2) (1,-1/2)(2,1/2)	(1,1/2)(2,1/2)
2	(0,1/2)(2,-1/2)	(0,1/2)(2,-1/2);(1,1/2)(1,-1/2) (0,-1/2)(2,1/2)	(0,-1/2)(2,-1/2)
1	(0,-1/2)(1,-1/2) (2,-1/2)(-1,-1/2)	(0,1/2)(1,-1/2);(1,1/2)(0,-1/2) (2,1/2)(-1,-1/2);(-1,1/2)(2,-1/2)	(0,1/2)(1,1/2) (2,1/2)(-1,1/2)
0	(1,-1/2)(-1,-1/2) (2,-1/2)(-2,-1/2)	(0,1/2)(0,-1/2); (-2,1/2)(2,-1/2) (2,1/2)(-2,-1/2); (-1,1/2)(1,-1/2) (1,1/2)(-1,-1/2)	(1,-1/2)(-1,-1/2) (2,-1/2)(-2,-1/2)
-1	(0,-1/2)(-1,-1/2) (-2,-1/2)(1,-1/2)	(0,1/2)(-1,-1/2);(-1,1/2)(0,-1/2) (-2,1/2)(1,-1/2);(1,1/2)(-2,-1/2)	(0,1/2)(-1,1/2) (-2,1/2)(1,1/2)
-2	(0,1/2)(-2,-1/2)	(0,1/2)(-2,-1/2);(-1,1/2)(-1,-1/2) (0,-1/2)(-2,1/2)	(0,-1/2)(-2,-1/2)
-3	(-1,-1/2)(-2,-1/2)	(-1,1/2)(-2,-1/2) (-1,-1/2)(-2,1/2)	(-1,1/2)(-2,1/2)
-4		(-2,1/2)(-2,-1/2)	

$L=4,S=0\Rightarrow J=4\Rightarrow {}^1G_4$； $L=3,S=1\Rightarrow J=4,3,2\Rightarrow {}^3F_{4,3,2}$；

$L=1,S=1\Rightarrow J=2,1,0\Rightarrow {}^3P_{2,1,0}$； $L=2,S=0\Rightarrow J=2\Rightarrow {}^1D_2$；

$L=0,S=0\Rightarrow J=0\Rightarrow {}^1S_0$

根据洪特定则和正常次序，可知其中 ${}^3\mathrm{F}_2$ 的能量最低。

（2）钛原子（Z＝22）基态的电子组态为

$$1S^2 2S^2 2P^6 3S^2 3P^6 3d^2 4S^2 。$$

因满支壳层的轨道角动量、自旋角动量及总角动量都等于零，故而未满支壳层的那些电子的角动量也就等于整个原子的角动量。由（1）中讨论可知，$3d^2$ 组态所形成的原子态中，能量最低的（即基态）为 ${}^3\mathrm{F}_2$。

5－11 解：

一束窄的原子束通过非均匀磁场后，在屏上接受到的束数由原子的总角动量 J 决定（2J+1 条）。氦原子（Z=2）基态的电子组态 $1s^2$，其基态必为 ${}^1S_0$，即 J＝0。因此，在屏上

只能接受到一束。

硼原子（Z＝5）基态的电子组态为$1s^2 2s^2 2p^1$，其基态为$^1P_{1/2}$，即$J=\dfrac{1}{2}$。因此，在屏上可接受到两束。

5－12 解：

（**1**）$_{15}P$的基态的电子组态 :$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$，最外层电子数为满支壳层（6 个）的一半。则根据洪特定则：
$$\begin{cases} S=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2} \\ L=1+0+(-1)=0 \\ J=S=\dfrac{3}{2} \\ 2S+1=4 \end{cases}$$
基态为：$^4S_{3/2}$

（**2**）$_{16}S$的基态的电子组态 :$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$，最外层电子数大于满支壳层（6 个）的一半。则根据洪特定则：
$$\begin{cases} S=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}=1 \\ L=1+0+(-1)+1=1 \\ J=S+L=2 \\ 2S+1=3 \end{cases}$$
基态为：$^3P_2$

（**3**）$_{17}Cl$的基态的电子组态 :$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$，最外层电子数大于满支壳层（6 个）的一半。则根据洪特定则：
$$\begin{cases} S=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2} \\ L=1+0+(-1)+1+0=1 \\ J=S+L=\dfrac{3}{2} \\ 2S+1=3 \end{cases}$$
基态为：$^3P_{3/2}$

（**4**）$_{18}Ar$的基态的电子组态 :$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$，最外层电子数等于满支壳层所能容纳的电子数（6 个）则根据洪特定则：
$$\begin{cases} S=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}=0 \\ L=1+0+(-1)+1+0+(-1)=0 \\ J=0 \\ 2S+1=1 \end{cases}$$

基态为：$^1S_0$

第六章 X 射线

6-1)解： $\lambda_{\min}=\frac{1.24(nm)}{V(kV)}\Rightarrow V(kV)=\frac{1.24(nm)}{0.0124(nm)}100kV$

6-2)解： $\nu_{k\alpha}=0.246\times10^{16}(Z-1)^2Hz$

$$\nu_{k\alpha}=\frac{c}{\lambda}=\frac{2.998\times10^{8}}{0.0685\times10^{-9}}=4.38\times10^{18}Hz$$

代入解得：Z=43

6-3)解： L 吸收限指的是电离一个 L 电子的能量

即：$E_{\infty}\text{-}E_L=\Delta E_L=h\nu_L=\frac{hc}{\lambda_L}$

而：$\Delta E_K=E_{\infty}\text{-}E_K=E_L-E_K+\frac{hc}{\lambda_L}$

λ_{K_α} 的 Moseley 公式为：$\nu_{K_\alpha}=0.246\times10^{16}(Z-1)^2$

而：$h\nu_{K_\alpha}=E_L-E_K$

将 $Z=60;\lambda_L=0.19nm$ 代入解得：$\Delta E_K=42.0KeV$

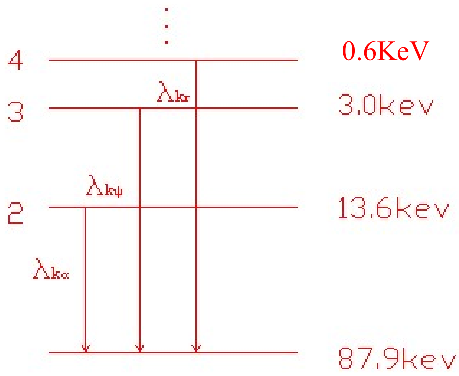
6-5)解： ① K 层电子结合能为：$E_K=\frac{hc}{\lambda_K}=\frac{1.24KeV\cdot nm}{0.0141nm}=87.9KeV$

由 K_α 线的能量体系，$E_{K\alpha}=E_k-E_L$ 得 L 层电子结合能为：

$$E_L=E_k-E_{K\alpha}=87.9KeV-\frac{hc}{\lambda_K}=87.9KeV-\frac{1.24KeV\cdot nm}{0.nm0167}=13.6KeV$$

同理可得：M,N 层电子结合能为：$E_M=3.0KeV;E_N=0.6KeV$

由此可得 P_b 原子 K,L,M,N 能级图（如下图所示）



② 要产生 L 系谱线，必须使 L 层由空穴，所以产生 L 系得最小能量是将 L 电子电离，此能量为 13.6ev 由图可知，Lα 系的能量：

$$h\nu_{L\alpha}=E_{L\alpha}=E_L-E_M=13.6-3.0=10.6KeV$$

$$\therefore \lambda_{L_\alpha}=\frac{hc}{E_{L_\alpha}}=0.117\ \text{nm}$$

6-6)解：根据布喇格公式，一级衍射加强的条件为：$2d\sin\theta=\lambda$

式中，d 为晶格常数，即晶元的间距，将 $\lambda=0.54nm;\theta=120°$ 代入得：

$$d=\frac{\lambda}{2\sin\theta}=\frac{0.54nm}{2\sin 60°}=0.31nm$$

即：$d=0.31nm$ 即为所求

6-7)解：

① 散射光子得能量可由下式表示：

$$h\nu'=\frac{h\nu}{1+\gamma(1-\cos\theta)},\text{其中}:\gamma=\frac{h\nu}{m_ec^2}$$

当：$hv=m_ec^2$ 时，$\gamma=1$

当：$\theta=180°$ 时， 散射光子的能量 hv' 最小:

$$(h\nu')_{\min}=\frac{h\nu}{1+2\gamma}=\frac{1}{3}m_ec^2=\frac{1}{3}\times 0.511MeV=0.170MeV$$

② 系统动量守恒：$\vec{P}=\vec{P}'+\vec{P}_e$

由矢量图可知：当 $\theta=180°$ 时，$\vec{P}_e$ 最大，此时

$$P_e = P' + P = \frac{h}{\lambda} + \frac{h}{\lambda'} = \frac{1}{c}(m_e c^2 + \frac{1}{3} m_e c^2) = \frac{4}{3c} m_e c^2$$
$$= 0.681(MeV/c) = 3.64 \times 10^{-22}(kg \cdot m/s)$$

6-8)解： ompton 散射中，反冲电子的动能为：

$$E_K = h\nu \frac{r(1-\cos\theta)}{1+r(1-\cos\theta)}$$

当$\theta = 180°$时，E_K最大

$$\left(E_K = h\nu \frac{r}{\frac{1}{1-\cos\theta}+r} \therefore \theta = 180°\text{时}, \frac{1}{1-\cos\theta}\text{最小，亦即：}E_K\text{最大} \right)$$

$\therefore$（E_K）$\max = h\nu \frac{2r}{1+2r} = 10keV$

将$r = \frac{h\nu}{m_e c^2}$代入，并注意到$m_e c^2 = 511keV$得：$(h\nu)^2 - 10h\nu - 5\times 511 = 0$

解此方程得：$h\nu = 56(keV)$即为入射光子的质量

6-9)解：

Compton 波长由$h\nu = m_p c^2$决定

$\therefore$质子的 Compton 波长是：$\lambda_p = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{h\nu} = \frac{hc}{m_p c^2} = \frac{1.24KeV\cdot nm}{938.3MeV} = 1.32\times 10^{-6}nm$

在 compton 散射中，反冲粒子的动能为：$E_K = h\nu \frac{r(1-\cos\theta)}{1+r(1-\cos\theta)}$，其中$r = \frac{h\nu}{m_e c^2}$

解得：$(h\nu)^2 - E_K(h\nu) - \frac{mc^2 E_K}{1-\cos\theta} = 0$

$h\nu = \frac{E_k \pm \sqrt{E_k{}^2 + 4\frac{mc^2 E_k}{1-\cos\theta}}}{2}$（"+"号对应的正根，$\theta$=180°时最小）

$\therefore (h\nu)\min = \frac{E_k \pm \sqrt{E_k{}^2 + 2mc^2 E_k}}{2} = 54.6MeV$，即为入射光子的最小能量

6-13)解：（1）根据洪特定则求基态电子组态为$4d^8 5s^1$的基态谱项：

对于$4d^8$组态：$n=8$(大于满支壳层数10的一半),$l=2$。所以

$$\begin{cases} S_1=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=1 \\ L_1=2+1+0+(-1)+(-2)+2+1+0=3 \end{cases}$$

对于$5s^1$组态：$n=1$(等于满支壳层数2的一半),$l=0$。所以 $\begin{cases} S_2=\frac{1}{2} \\ L_2=0 \end{cases}$

所以 $\begin{cases} S=S_1+S_2=\frac{3}{2} \\ L=L_1+L_2=3 \\ J=L+S=\frac{9}{2}(\text{倒转次序}) \\ 2S+1=4 \end{cases}$ 基态谱项为$^4F_{9/2}$

（2）由莫塞莱定律知，铑的$K_\alpha X$射线的能量：

$$E_{K_\alpha}=\frac{3}{4}\times 13.6(Z-b)^2=\frac{3}{4}\times 13.6\times(45-0.9)^2=19.84(KeV)$$

即为入射光子的能量。在康普顿散射中，反冲电子和能量为

$$E_K=h\nu\frac{\gamma(1-\cos\theta)}{1+\gamma(1-\cos\theta)}=19.84KeV\times\frac{\frac{19.84KeV}{511KeV}(1-\cos 60^o)}{1+\frac{19.84KeV}{511KeV}(1-\cos 60^o)}=0.378KeV$$

（3）按题意有 $(I/I_0)_{Pb}=(I/I_0)_{Al}$

即
$$e^{-\mu_{Pb}x_{Pb}}=e^{-\mu_{Al}x_{Al}}$$
$$\mu_{Pb}x_{Pb}=\mu_{Al}x_{Al}$$

所以 $x_{Al}=\frac{\mu_{Pb}}{\mu_{Alb}}x_{Pb}=\frac{52.5}{0.765}\times 0.30cm=21cm$

计算结果表明：对铑的$K_\alpha X$射线的吸收，0.3cm的铅板等效于21cm的铝板，可见铅对X射线的吸收本领比铝大得多.

6-14 解:因X射线经过吸收体后的强度服从指数衰减规律，

即 对铜有：$I=I_0e^{-\mu_m x\rho}$

对锌有：$I'=I_0e^{-\mu'_m x\rho}$

于是有：$\dfrac{I}{I'} = e^{-(\mu_m' - \mu_m)x\rho}$

将$\dfrac{I}{I'} = 10$代入得：

$$\rho x = \frac{\ln 10}{\mu_m' - \mu_m} = \frac{2.303}{325-48} = 8.31 \times 10^{-3}(g/cm^2)$$

因镍的密度$\rho = 8.9g/cm^3$，可得镍的厚度为$9.3\mu m$