

大学物理下习题册七

1、一宇宙飞船相对地球以 $0.8c$ (c 表示真空中光速) 的速度飞行, 一光脉冲从船尾传到船头。飞船上的观察者测得飞船长为 90m , 地球上观察者测得光脉冲从船尾发出到达船头的空间间隔为多少?

$$\text{解: } x_2 - x_1 = \frac{x_2' - x_1' + v(t_2' - t_1')}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{90 + 0.8c \times \frac{90}{c}}{\sqrt{1 - 0.8^2}} = 270\text{m}$$

2、B 观察者以 $0.8c$ 的速度相对于 A 观察者运动。B 带着一根 1m 长的细杆, 杆的取向与运动方向相同, 在杆的一端相继发出两次闪光, 其时间间隔在他的计时标度上看是 10s , 求:

(1) A 测得此杆的长度是多少?

(2) A 测得再次闪光的时间间隔有多长?

$$\text{解: (1) } l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1 \times \sqrt{1 - \left(\frac{0.8c}{c}\right)^2} = 0.6\text{m}$$

$$(2) \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{10}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.8c}{c}\right)^2}} = 16.7\text{s}$$

3、一辆小车以速度 v 行驶, 车上放一根米尺, 并与水平方向成 30° 。在地面上观察者, 测得米尺与水平方向成 45° , 求:

(1) 小车的速度;

(2) 地面上观察者测得米尺长度为多少?

解: (1) 设原长 l' 则 $y' = x' \tan 30^\circ$, $y = x \tan 45^\circ$

$$y = y'$$

$$x' \tan 30^\circ = x \tan 45^\circ = x \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \tan 45^\circ \quad \text{由 } x' = x \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$(2) L = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x'^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) + (x' \tan 30^\circ)^2} \quad (x' = \cos 30^\circ)$$

$$= x' \sqrt{\frac{2}{3}} = 1 \times \cos 30^\circ \times \sqrt{\frac{2}{3}} = 0.707\text{m}$$

4、在惯性系 S 中，有两事件发生于同一地点，且第二事件比第一事件晚发生 $\Delta t=2$ 秒。而在另一惯性系 S' 中，观测第二事件比第一事件晚发生 $\Delta t'=3$ 秒。求：

(1) S' 系相对于 S 系的运动速度为多少？

(2) 在 S' 系中发生两事件的地点之间的距离是多少？

$$\text{解：(1) } \Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad ? \quad \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{\Delta t}{\Delta t'} = \frac{2}{3} \quad ? \quad v = \frac{\sqrt{5}}{3}c$$

$$(2) \quad x_B' - x_A' = \frac{x_B - x_A - v(t_B - t_A)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{0 - \frac{\sqrt{5}}{3}c \times 2}{\sqrt{1 - (\frac{\sqrt{5}}{3})^2}} = -\sqrt{5}c = -6.7 \times 10^8 \text{ m}$$

5、静止的 μ 子的平均寿命均为 $2.2 \times 10^{-6} \text{ s}$ ，今在 8 km 高空的宇宙射线中产生了一个速度为 $0.9c$ 的 μ 子。问此 μ 子能不能到达地面？

解：设 S 为与 μ 子联系的坐标系， μ 子在 S 系中寿命 $\Delta t = 2.2 \times 10^{-6} \text{ s}$

则 μ 子在 S' 系中（实验室）寿命为 $\Delta t'$

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2.2 \times 10^{-6}}{\sqrt{1 - (\frac{0.9c}{c})^2}} \cong 5.0 \times 10^{-6} \text{ s}$$

实验室观察者看到 μ 子能走过的距离 $D = v \Delta t' = 0.9c \times 5.0 \times 10^{-6} = 1.35 \text{ km} < 8 \text{ km}$

所以 μ 子达不到地面就殒灭了。

6、静止长度为 l_0 的宇宙飞船，以速度 u 相对于地面作匀速直线航行。有个小球从飞船的尾部运动到头部，宇航员测得小球的速度恒为 V_0 。求：

(1) 宇航员测得小球从飞船尾部到头部所需要的时间；

(2) 地面观察者测得小球从飞船尾部到头部所需要的时间。

解：(1) 宇航员在自身的参照系测量 $t' = \frac{l_0}{V_0}$

(2) 由洛伦兹变换，小球相对地面观察者所需时间

$$t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1' + \frac{v}{c^2}(x_2' - x_1')}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{(\frac{l_0}{V_0} + \frac{u}{c^2}l_0)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{l_0(1 + \frac{u}{c^2}V_0)}{V_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

(已知： $x_2' - x_1' = l_0$, $t_2' - t_1' = \frac{l_0}{V_0}$)

7、放射性物质的原子放射出两个沿相反方向运动的电子。在实验室中测出每个电子的速率为 $0.60c$ ，今以一个电子为参照系，求另一个电子的速率为多大？

解：设实验室为 S 系（地球），向右运动电子（1）为 S' 系，（1）电子相对于实验室运动的速度为 $v=0.6c$ ，向左运动电子为运动物体，（2）电子相对于实验室运动速度为 $u_x = -0.6c$ 。取向右为正方向。则电子（2）相对于电子（1）即 S' 系的运动速度为 u_x' 。

$$u_x' = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v^2}{c^2} \frac{u_x}{v}} = \frac{-0.6c - 0.6c}{1 - \frac{0.6c}{c^2} \times (-0.6c)} \approx -0.88c$$

8、飞船 B 相对飞船 A 作匀速直线运动。飞船 A 中的宇航员测得两事件的时空坐标分别为 $x_1=100\text{m}$ ， $t_1=2 \times 10^{-7}\text{s}$ 和 $x_2=700\text{m}$ ， $t_2=1 \times 10^{-6}\text{s}$ ，而飞船 B 中的宇航员测得这两事件同时发生。求：

（1）飞船 B 相对于飞船 A 的速度。

（2）如飞船 A 中的宇航员突然发现一火箭飞来。并测得其速度为 $0.5c$ ，则飞船 B 中的宇航员测得火箭的速度为多少？

$$\text{解：（1） } t_B' - t_A' = \frac{t_B - t_A - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 0$$

$$v = \frac{t_B - t_A}{x_2 - x_1} c^2 = \frac{(10 - 2) \times 10^{-7}}{700 - 100} \times 9 \times 10^{16} = 1.2 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\text{（2）当迎面飞来时 } v_B = \frac{-v_A - v}{1 + \frac{v_A v}{c^2}} = -0.75c = -2.25 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\text{当背面飞来时 } v_B = \frac{-v_A + v}{1 - \frac{v_A v}{c^2}} = 0.125c = 3.75 \times 10^7 \text{ m/s}$$

9、观察者乙以 $\frac{4}{5}c$ 的速度相对于静止的观察者甲运动，求：

(1) 乙带质量为 1kg 的物体，甲测得此物体质量为多少？

(2) 乙测得的物体总能量为多少？甲测得物体总能量为多少？

(3) 乙带一长为 l_0 ，质量为 m 的棒，这根棒安放在运动方向上，求甲、乙分别测得该棒的密度是多少？

$$\text{解：(1) } m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(\frac{4}{5}c)^2}{c^2}}} = 1\frac{2}{3} \text{ 公斤}$$

$$(2) \text{ 乙测得 } E_0 = m_0 c^2 = 1 \times (3 \times 10^8)^2 = 9 \times 10^{16} \text{ J}$$

$$\text{甲测得 } E = mc^2 = \frac{5}{3} \times (3 \times 10^8)^2 = 1.5 \times 10^{17} \text{ J}$$

$$(3) \text{ 甲测得, } \rho = \frac{m}{l} = \frac{\frac{5}{3} \times m_0}{l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\frac{5}{3}}{l_0 \times \sqrt{1 - \frac{(\frac{4}{5}c)^2}{c^2}}} = \frac{25}{9} \frac{m_0}{l_0}$$

10、(1) 当粒子动量等于非相对论动量的两倍时，则粒子速度为多少？

(2) 当粒子动能等于它的静止能量时，则粒子速度又为多少？

解：(1) $mv = 2m_0 v$

$$\frac{m}{m_0} = 2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2} c$$

$$(2) E_k = m_0 c^2 = mc^2 - m_0 c^2$$

$$mc^2 = 2m_0 c^2$$

$$\frac{m}{m_0} = 2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2} c$$

11、某一宇宙射线中的介子的动能 $E_k=7M_0C^2$ ，其中 M_0 是介子的静止质量。试求实验室中观察者测得介子的寿命是它固有寿命的多少倍？

解： $E_K = E - E_0 = 7E_0$

$$E = 8E_0$$

$$\frac{E}{E_0} = \frac{m}{m_0} = 8 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{\tau}{\tau_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 8$$

拓展题:

1、在折射率为 n 的静止连续介质中, 光速 $u_o = \frac{c}{n}$ 。试问当水管中的水以速率 v 流动时, 沿着水流方向通过水的光速 u 多大? 1851 年, 菲佐 (A.H.L.Fizeau, 1819-1896) 从实验上观察到这样的效应, 光好像是被运动介质所拖动, 但又不是完全地拖动, 只是运动介质速率的一部分 $f = 1 - \frac{1}{n^2}$ 加到了光速 $u_o = \frac{c}{n}$ 中。直到相对论出现以后, 该效应才得到满意的解释, 试证明之。

解: 在与水一起运动的 S' 系中观测, 水中的光速为: $u' = \frac{c}{n}$

由相对论速度变换公式, 在实验室 S 系中观测:

$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2} = \frac{c}{n} \left(\frac{1 + nv/c}{1 + v/nc} \right)$$

按级数展开, 并略去 $(\frac{v}{c})^2$ 项及更小的项, 则

$$u = \frac{c}{n} \left(1 + \frac{nv}{c} - \frac{v}{nc} \right) = \frac{c}{n} + v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$$

2、已知质子和中子的质量分别为 $m_p = 1.00728u$, $m_n = 1.00866u$, 两个质子和两个中子组成一个氦核 ${}^4_2\text{He}$, 实验测得它的质量为 $m_A = 4.00150u$, 试计算形成一个氦核时放出的能量 ($1u = 1.660 \times 10^{-27} \text{kg}$)。

解: 两个质子和两个中子组成一个氦核之前, 总质量为:

$$m = 2m_p + 2m_n = 4.03188u$$

组成一个 ${}^4_2\text{He}$ 氦核时: $\Delta m = m - m_A = 0.03038u$

释放原子核结合能:

$$\Delta E = \Delta mc^2 = 0.03038 \times 1.660 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2 \text{J} = 0.4539 \times 10^{-11} \text{J}$$

结合成 1mol 氦核时释放的能量为: $\Delta E' = 6.022 \times 10^{23} \Delta E = 2.733 \times 10^{12} \text{J}$

相当于燃烧 100 t 煤所产生的热量。