




§ 4直纹面

定义：一曲面 S 称为直纹面，如果存在一族直线使得这一族中的每一条直线全在 S 上，并且 S 上的每个点都在这一族的某一条直线上，这样一族直线称为 S 的一族直母线。

椭圆面、双叶双曲面、椭圆抛物面没有直线，它们不是直纹面。

定理：单叶双曲面和双曲抛物面都是直纹面。






结论：单叶双曲面是直纹面，它有两族直母线，每一族都产生整个曲面，而且经过曲面上每一点，有每族的唯一的一条直母线。

例：已给单叶双曲面 $\frac{x^2}{4} + y^2 - \frac{z^2}{9} = 1$ ，验证点

M (2, 1, 3) 在曲面上。并求经过它的两条直母线。





结论：双曲抛物面是直纹面。它有两族直母线，每一族都产生整个曲面，而且经过曲面上每一点，有每族的唯一的一条直母线。

例：求双曲抛物面 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z$ 上互相垂直的直母线的交点轨迹





单叶双曲面和双曲抛物面的母线都存在三个性质：

①同族每两条直母线不共面

②异族每两条直母线必共面

③对于单叶双曲面，经过一条母线的每一个平面也经过属于另一族的一条母线；对于双曲抛物面，凡经过母线的平面，除它平行于曲面对称轴的情形外，也必含另一族的一条母线。

双曲抛物面还有一个性质：

④同族的一切直母线平行于同一平面

