场能量密度，$w(\vec{x},t)$ 场内单位体积的能量.

场能流密度 $\vec{S}$，方向代表能量传输方向. 大小为单位时间，垂直通过单位面积的能量

运动电荷，Lorentz 力密度为 $\vec{f}=\rho(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})$

空间 V 内，电磁场对电荷做的总功率 $P=\int_V \vec{f}\cdot\vec{v}\cdot dV$ 速度.

总能量增加率 $\frac{d}{dt}\int_V w\cdot dV$

单位时间流入界面的能量 $-\oint \vec{S}\cdot d\vec{\sigma}$ 外法线为正 面元

净流入能量 = 做功 + 能量增加.

$$-\oint \vec{S}\cdot d\vec{\sigma} = \int \vec{f}\cdot\vec{v}\,dV + \frac{d}{dt}\int w\cdot dV$$

$$-\nabla\cdot\vec{S} = \vec{f}\cdot\vec{v} + \frac{\partial}{\partial t}w$$

$$-\vec{f}\cdot\vec{v} = \nabla\cdot\vec{S} + \frac{\partial}{\partial t}w$$

当 $V\longrightarrow\infty$，$\vec{S}\longrightarrow 0$

$$-\frac{d}{dt}\int_\infty w\,dV = \int_\infty \vec{f}\cdot\vec{v}\,dV$$

$$\vec{f}\cdot\vec{v} = \rho(\vec{v}\times\vec{B}+\vec{E})\cdot\vec{v} = \rho\vec{E}\cdot\vec{v} = \vec{J}\cdot\vec{E}$$

$$\vec{J} = \nabla\times\vec{H} - \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{J}\cdot\vec{E} = \left(\nabla\times\vec{H} - \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)\vec{E}$$

$$= -\nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H}) + \vec{H}\cdot(\nabla\times\vec{E}) - E\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

$$= -\nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H}) - H\cdot\frac{\partial B}{\partial t} - E\frac{\partial D}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \nabla\cdot\vec{S} + \frac{\partial w}{\partial t} = -\vec{f}\cdot\vec{v} = \nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H}) + H\cdot\frac{\partial B}{\partial t} + E\frac{\partial D}{\partial t}$$

$$\begin{cases} \vec{S} = \vec{E}\times\vec{H} & \text{坡印亭矢量.} \\ \dfrac{\partial w}{\partial t} = \vec{H}\cdot\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t} + \vec{E}\cdot\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}. \end{cases}$$

真空：$H=\frac{1}{\mu_0}B$，$D=\varepsilon_0 E$.

$$S = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}$$

$$w = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0}B^2\right)$$

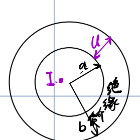
介质 $\delta w = \vec{E}\cdot\delta\vec{D} + \vec{H}\cdot\delta\vec{B}$

线性介质. $\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$. $\vec{B}=\mu\vec{H}$

$$w = \frac{1}{2}(\vec{E}\cdot\vec{D} + \vec{H}\cdot\vec{B})$$

电磁场能量的传输.（同轴电缆为例）

导体内，电子速度很小. 负载消耗的能量不是电子的动能，是电磁场能量.



同轴电缆

求介质中 S 和传输功率.

取 $a<r<b$

$$\vec{H}_\theta = \frac{I}{2\pi r}\,\vec{e}_\theta$$

导线表面电荷线密度为 τ

$$2\pi r E_r = \tau/\varepsilon, \quad \vec{E}_r = \frac{\tau}{2\pi r\varepsilon}\vec{e}_r$$

能流密度：$\vec{S} = \vec{E}\times\vec{H} = \frac{I\tau}{4\pi^2 r^2\varepsilon}\vec{e}_z$

$$U = \int_a^b \vec{E}_r\, d\vec{r}, \quad \Rightarrow \vec{S} = \frac{UI}{2\pi \ln\frac{b}{a}}\frac{1}{r^2}\vec{e}_z$$

$$P = \int_a^b \vec{S}\cdot 2\pi r\, dr\cdot\vec{n} = UI$$

当内导线电导率为 σ 时

$$\vec{E} = J/\sigma = \frac{I}{\pi a^2\sigma}\vec{e}_z \quad (E\text{有}z\text{方向分量})$$

$$-S_r = \vec{E}_z\times\vec{H}_\theta = \frac{I^2}{2\pi^2 a^3\sigma}$$

流过单位长度 Δl 的导线内部功率为

$$-S_r\cdot 2\pi a\Delta l = \frac{I^2}{\pi a^2\sigma}\Delta l = I^2\cdot\boxed{\frac{\Delta l}{\pi a^2\sigma}}$$

电阻定义

$$= I^2 R.$$