

## 误差与有效数字练习题答案

1. 有甲、乙、丙、丁四人，用螺旋测微计测量一个铜球的直径，各人所得的结果表达如下： $d_{\text{甲}} = (1.2832 \pm 0.0003) \text{ cm}$ ， $d_{\text{乙}} = (1.283 \pm 0.0003) \text{ cm}$ ， $d_{\text{丙}} = (1.28 \pm 0.0003) \text{ cm}$ ， $d_{\text{丁}} = (1.3 \pm 0.0003) \text{ cm}$ ，问哪个人表达得正确？其他人错在哪里？

答：甲对。其他人测量结果的最后位未与不确定度所在位对齐。

2. 一学生用精密天平称一物体的质量  $m$ ，数据如下表所示：

$\Delta_{\text{仪}} = 0.0002 \text{ g}$

次数	1	2	3	4	5	6
$m / \text{g}$	3.6124	3.6127	3.6122	3.6121	3.6120	3.6125

请计算这一测量的算术平均值，测量标准误差及相对误差，写出结果表达式。

$$\bar{m} = \frac{\sum m_i}{n} = 3.61232 \text{ g}$$

$$\text{A 类分量: } S = t_{0.683}(n-1) \sqrt{\frac{\sum (m_i - \bar{m})^2}{n(n-1)}} = 1.11 \times 0.000108 = 0.000120 \text{ g}$$

$$\text{B 类分量: } u = 0.683 \Delta_{\text{仪}} = 0.683 \times 0.0002 = 0.000137 \text{ g}$$

$$\text{合成不确定度: } U = \sqrt{S^2 + u^2} = \sqrt{0.000120^2 + 0.000137^2} = 0.000182 \text{ g} = 0.00018 \text{ g}$$

取 0.00018g，测量结果为：

$$\bar{m} \pm U = (3.61232 \pm 0.00018) \text{ g} \quad (P=0.683)$$

$$\text{相对误差: } E = \frac{U}{\bar{m}} = \frac{0.00018}{3.61232} = 0.005\%$$

3. 用米尺测量一物体的长度，测得的数值为

次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$L / \text{cm}$	98.98	98.94	98.96	98.97	99.00	98.95	98.97	98.96	98.98	98.94

试求其算术平均值，A 类不确定度、B 类不确定度、合成不确定度及相对误差，写出结果表达式。

$$\bar{L} = \frac{\sum L_i}{n} = 98.965 \text{ cm},$$

$$\text{A 类分量: } S = t_{0.683}(n-1) \sqrt{\frac{\sum (L_i - \bar{L})^2}{n(n-1)}} = 1.06 \times 0.006 = 0.0064 \text{ cm}$$

$$\text{B 类分量: } u = 0.683 \Delta_{\text{仪}} = 0.683 \times 0.05 = 0.034 \text{ cm}$$

$$\text{合成不确定度: } U = \sqrt{S^2 + u^2} = \sqrt{0.006^2 + 0.034^2} = 0.035 \text{ cm} = 0.04 \text{ cm}$$

$$\text{相对误差: } E = \frac{U}{\bar{L}} = \frac{0.04}{98.96} = 0.04\% \quad (P=0.683)$$

结果:  $\bar{L} \pm U = (98.96 \pm 0.04) \text{cm}$

4. 在测量固体比热实验中, 放入量热器的固体的起始温度为  $t_1 \pm S_{t1} = 99.5 \pm 0.3^\circ\text{C}$ , 固体放入水中后, 温度逐渐下降, 当达到平衡时,  $t_2 \pm S_{t2} = 26.2 \pm 0.3^\circ\text{C}$ , 试求温度降低值  $t = t_2 - t_1$  的表示式及相对误差。

处理:  $t = t_2 - t_1 = 26.2 - 99.5 = -73.3^\circ\text{C}$ ,  $U = \sqrt{S_{t1}^2 + S_{t2}^2} = \sqrt{0.3^2 + 0.3^2} = 0.5^\circ\text{C}$ ,

$$E = \frac{U}{t} = \frac{0.5}{73.3} = 0.7\% \quad (\text{或 } -0.7\%)$$

$$t = (-73.3 \pm 0.5)^\circ\text{C} \quad (P=0.683)$$

5. 一个铅质圆柱体, 测得其直径为  $d \pm U_d = (2.040 \pm 0.003) \text{cm}$ , 高度为  $h \pm U_h = (4.120 \pm 0.003) \text{cm}$ , 质量为  $m \pm U_m = (149.10 \pm 0.05) \text{g}$ 。试求: (1) 计算铅的密度  $\rho$ ; (2) 计算铅的密度  $\rho$  的相对误差和不确定度; (3) 表示  $\rho$  的测量结果。

$$\text{处理: (1) } \bar{\rho} = \frac{m}{V} = \frac{4m}{\pi d^2 h} = \frac{4 \times 149.10}{3.14159 \times 2.040^2 \times 4.120} = 11.072 \text{ g/cm}^3$$

$$(2) E = \frac{U_\rho}{\bar{\rho}} = \sqrt{\left(\frac{0.05}{149.10}\right)^2 + 4\left(\frac{0.003}{2.040}\right)^2 + \left(\frac{0.003}{4.120}\right)^2} = 0.0030 = 0.3\%$$

$$U_\rho = \bar{\rho} \times E = 11.072 \times 0.003 = 0.033 = 0.04 \text{ g/cm}^3$$

$$(3) \bar{\rho} \pm U_\rho = (11.07 \pm 0.04) \text{ g/cm}^3 \quad (P=0.683)$$

6. 按照误差理论和有效数字运算规则改正以下错误:

$$(1) N = 10.8000 \pm 0.3 \text{cm}$$

正:  $N = (10.8 \pm 0.3) \text{cm}$ , 测量误差决定测量值的位数 (测量结果存疑数所在位与误差对齐)

(2) 有人说 0.2870 有五位有效数字, 有人说只有三位, 请纠正, 并说明其原因。

答: 有效数字的位数应从该数左侧第一个非零数开始计算, 0.2870 应有四位有效数字。其左端的“0”为定位用, 不是有效数字。右端的“0”为有效数字。

$$(3) L = 28 \text{cm} = 280 \text{mm}$$

正:  $L = 2.8 \times 10^2 \text{mm}$ , 改变单位时, 其有效数字位数不变。

$$(4) L = (28000 \pm 8000) \text{mm}$$

正:  $L = (2.8 \pm 0.8) \times 10^4 \text{mm}$ , 误差约定取一位有效数字。

7. 试计算下列各式 (在书写计算过程中须逐步写出每步的计算结果):

(1) 已知  $y = \lg x$ ,  $x \pm \sigma_x = 1220 \pm 4$ , 求  $y$ :

$$\text{处理: } y = \lg x = \lg 1220 = 3.0864$$

$$U_y = \frac{U_x}{x \ln 10} = \frac{4}{1220 \ln 10} = 0.0014$$

$$y \pm U_y = 3.0864 \pm 0.0014 \quad (P=0.683)$$

(2) 已知  $y = \sin \theta$ ,  $\theta \pm S_\theta = 45^\circ 30' \pm 0^\circ 04'$ , 求  $y$ :

$$\text{处理: } y = \sin 45^\circ 30' = 0.7133$$

$$U_y = |\cos\theta| \quad U_\theta = |\cos 45^\circ 30'| \times \frac{\pi \times 4}{180 \times 60} = 0.0008,$$

$$y \pm U_y = 0.7133 \pm 0.0008 \quad (P=0.683)$$

8. 某同学在弹簧倔强系数的测量中得到如下数据:

$F / \text{g}$	2.00	4.00	6.00	8.00	10.00	12.00	14.00
$y / \text{cm}$	6.90	10.00	13.05	15.95	19.00	22.05	25.10

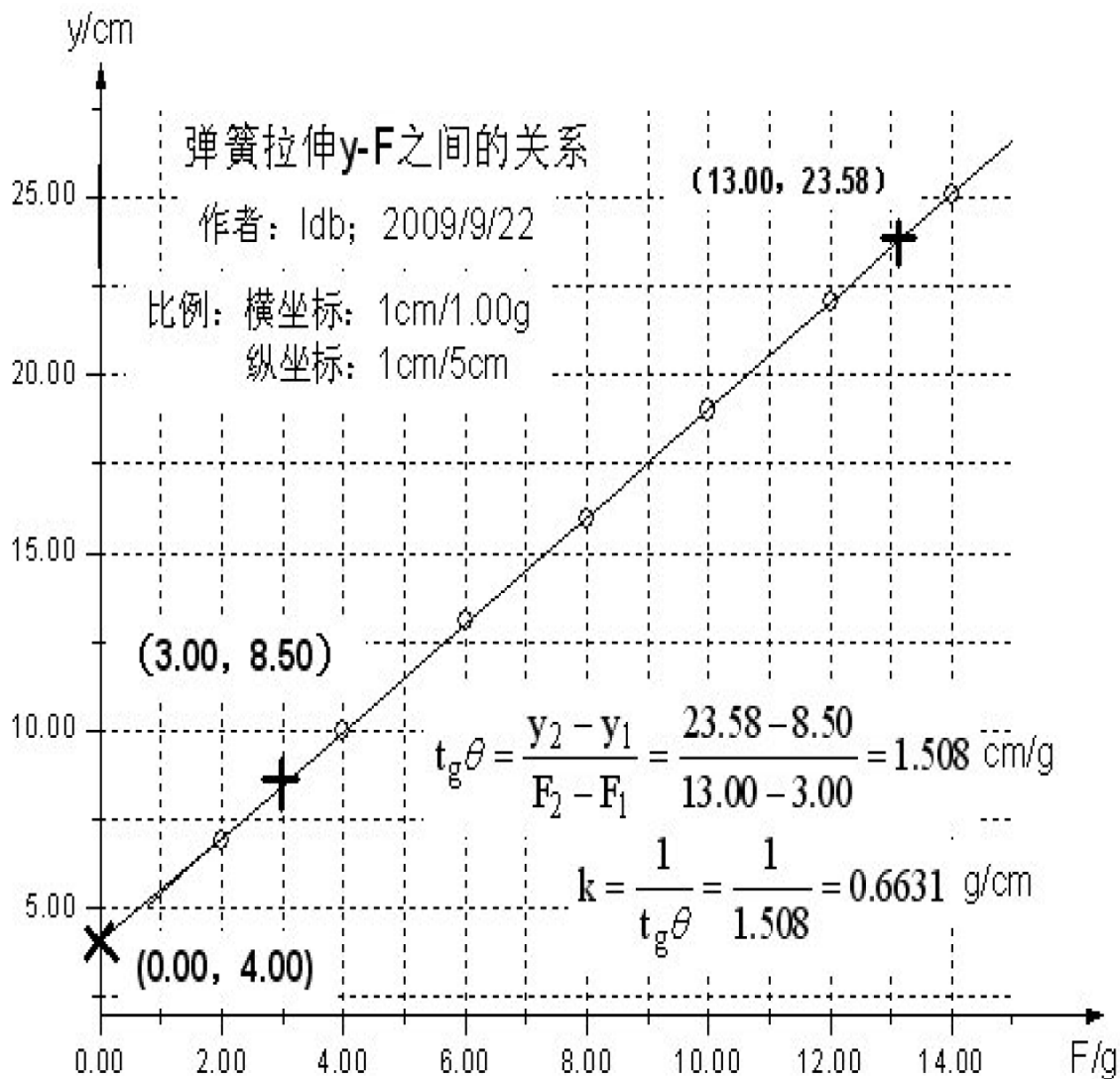
其中  $F$  为弹簧所受的作用力,  $y$  为弹簧的长度, 已知  $y - y_0 = \left(\frac{1}{k}\right) F$ , 用图解法处理数据 (必须用直角坐标纸, 不允许用代数方格纸或自行画格作图), 从图中求出弹簧的倔强系数  $k$ , 及弹簧的原长  $y_0$ 。

处理: 按要求作图 (见作图示意, 注意注解方框里内容的正确表达, 正确取轴和分度, 正确画实验点和直线拟合, 正确取计算斜率的两点),

$$\text{计算斜率} \quad \tan\theta = \frac{y_2 - y_1}{F_2 - F_1} = \frac{23.58 - 8.50}{13.00 - 3.00} = 1.508 \text{ cm/g}$$

$$\text{计算倔强系数} \quad k = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{1}{1.508} = 0.6631 \text{ g/cm}$$

通过截距得到弹簧原长为 4.00cm。



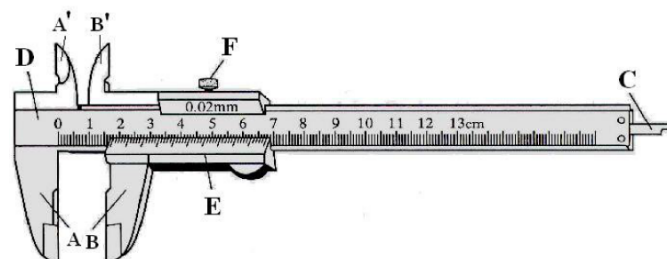
## 实验名称 基本测量—长度和体积的测量

姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 专业班\_\_\_\_\_ 实验班\_\_\_\_\_ 组号\_\_\_\_\_ 教师\_\_\_\_\_

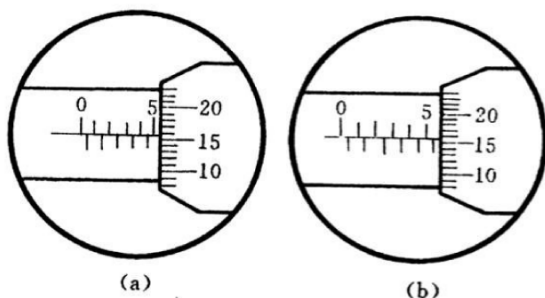
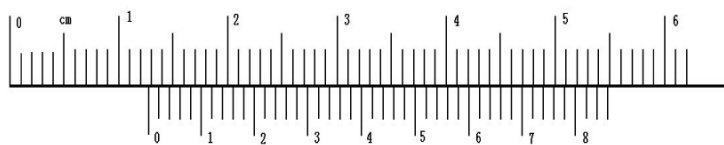
阅读材料: p. 38 § 2. 2. 1. 1 “游标与螺旋测微原理”。

### 一. 预习思考题

1、游标卡尺的精度值是指: **主尺最小分度值与游标分度格数之比。**

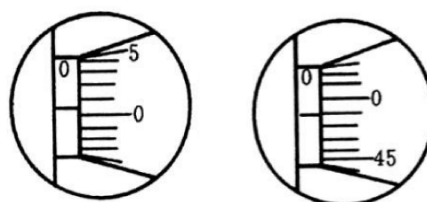


根据左图游标卡尺的结构, 请字母表示: 游标卡尺的主尺是: **D**; 游标部分是: **E**; 测量物体外径用: **A、B**; 测量内径用: **A'、B'**; 测量深度用: **C**。下图游标卡尺的读数为: **12.64mm(1.264cm)**。



2、左图螺旋测微器（a）和（b）的读数分别为：5.155mm 和 5.655mm。螺旋测微器测量前要检查并记下零点读数，即所谓的初始读数；测量最终测量结果为末读数减去初始读数。下图的两个初始读数分别为（左）0.005mm和（右）-0.011mm。

3、在



检查零点读数和测量长度时，切忌直接转动测微螺杆和微分筒，而应轻轻转动棘轮。

4、螺旋测微器测量完毕,应使螺杆与砧台之间留有空隙，以免因热胀而损坏螺纹。

### 基本测量数据处理参考（原始数据均为参考值）

1. 圆筒的测量 测量量具：游标卡尺；  $\Delta_{\text{仪}} = \underline{0.02\text{mm}}$ ；

次 数	外径 $D / \text{cm}$	内径 $d / \text{cm}$	深度 $h / \text{cm}$	测量结果： $\bar{D} \pm S_D = (3.206 \pm 0.004) \text{ cm}$ $\bar{d} \pm S_d = (2.477 \pm 0.016) \text{ cm}$ $\bar{h} \pm S_h = (4.435 \pm 0.007) \text{ cm}$
1	3.202	2.478	4.440	
2	3.212	2.484	4.424	
3	3.202	2.456	4.438	
4	3.204	2.462	4.442	
5	3.206	2.480	4.430	
6	3.210	2.502	4.436	
平均值	<u>3.206</u>	2.477	4.435	
S	0.004	<u>0.016</u>	0.007	

圆筒容积的计算：

$$\bar{V} = \frac{1}{4} \pi \bar{d}^2 \bar{h} = \frac{1}{4} \times 3.1416 \times 2.477^2 \times 4.435 = 21.37 \text{ cm}^3$$

$$E_V = \sqrt{2^2 \left( \frac{S_d}{\bar{d}} \right)^2 + \left( \frac{S_h}{\bar{h}} \right)^2} = \sqrt{4 \times \left( \frac{0.016}{2.477} \right)^2 + \left( \frac{0.007}{4.435} \right)^2} = 1.3\%$$

$$U_V = \bar{V} E_V = 21.37 \times 0.013 = 0.28 \text{ cm}^3, \quad \bar{V} \pm S_V = (21.37 \pm 0.28) \text{ cm}^3$$

( $P=0.683$ )

2. 钢珠的测量 测量量具：螺旋测微计；  $\Delta_{\text{仪}} = \underline{0.004\text{mm}}$ ； 初读数= -0.002mm

次 数	1	2	3	4	5	6	平均值	$S_{\bar{D}}$

末读数/mm	5.982	5.990	5.986	5.989	5.984	5.986	5.986	0.0012
--------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--------

(钢珠测量部分练习不确定度)

$$\overline{D'} = \overline{D_{末}} - \overline{D_{初}} = 5.986 - (-0.002) = 5.988 \text{ mm} ,$$

$$\text{A 分量 } S = t_{0.683} (n-1) S_{\overline{D}} = 1.11 \times 0.0012 = 0.0013 \text{ mm}$$

$$\text{B 分量 } u = 0.683 \Delta_{\text{仪}} = 0.683 \times 0.004 = 0.0027 \text{ mm} ,$$

$$U_{D'} = \sqrt{S^2 + u^2} = \sqrt{0.0013^2 + 0.0027^2} = 0.003 \text{ mm}$$

$$\overline{D'} \pm U_{D'} = (5.988 \pm 0.003) \text{ mm}$$

- 钢珠体积的计算:

$$\overline{V'} = \frac{1}{6} \pi \overline{D'}^3 = \frac{1}{6} \times 3.1416 \times 5.988^3 = 112.42 \text{ mm}^3 \quad E_{V'} = 3 \frac{U_{D'}}{\overline{D'}} = 3 \times \frac{0.003}{5.988} = 0.002 = 0.2\%$$

$$U_{V'} = E_{V'} \overline{V'} = 0.002 \times 112.42 = 0.22 \text{ mm}^3 (\text{或者 } 0.23 \text{ mm}^3) , \quad \overline{V'} \pm U_{V'} = (112.42 \pm 0.22) \text{ mm}^3$$