思考练习：

1、 波 动 方 程 $\begin{cases} u_{tt}+2u_{xt}-3u_{xx}=0, & x\in R, t>0 \\ u|_{t=0}=\phi(x), u_t|_{t=0}=\psi(x), & x\in R \end{cases}$ 的 解 为 $u(x,t) = \frac{1}{4}[\phi(x-3t)+\phi(x+t)]+\frac{1}{4}\int_{x-3t}^{x+t}\psi(\xi)d\xi$，点 (x,t) 的依赖区间为[x-3t,x+t]

解:方程的通解为 $u = f(x-3t)+g(x+t)$,由初始条件可得 $f(x)+g(x)=\phi(x), -3f'(x)+g'(x)=\psi(x) \Rightarrow f(x) = \frac{\phi(x)}{4}-\frac{1}{4}\int_{x_0}^{x}\phi(\xi)d\xi, g(x) = \frac{\phi(x)}{4}+\frac{1}{4}\int_{x_0}^{x}\psi(\xi)d\xi$ 所以定解问题的解为

$$u(x,t)=\frac{1}{4}[\phi(x-3t)+\phi(x+t)]+\frac{1}{4}\int_{x-3t}^{x+t}\psi(\xi)d\xi$$

2、 已 知 定 解 问 题 $\begin{cases} u_{tt}=4u_{xx}, & x\in R, t>0 \\ u|_{t=0}=0, u_t|_{t=0}=\sin x, & x\in R \end{cases}$ 则 点 (x,t) 依赖区间为 $[x-2t, x+2t]$，其解 $u(x,t) = \frac{1}{4}\cos(x-2t)-\cos(x+2t)=\frac{1}{2}\sin x\sin 2t$