# 第十四章

# 光 的 衍 射

光的衍射现象及基本规律

讨论单缝衍射、圆孔衍射、光栅衍射

⟶ 光强分布、条纹特点、变化规律

## § 14-1 光的衍射现象及解释

### 一、光的衍射现象：

光线绕过障碍物或小孔，偏离直线传播
光强呈现不均匀分布

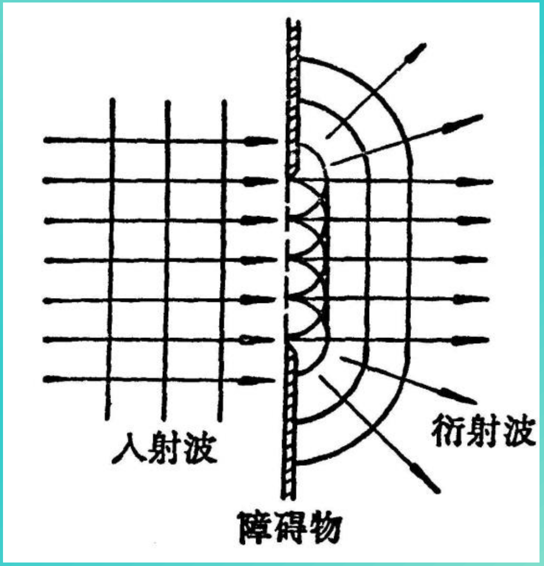
$\left.\begin{array}{l}\text{光线绕过障碍物或小孔，偏离直线传播}\\ \text{光强呈现不均匀分布}\end{array}\right\}$ ***diffraction***

产生衍射的条件：障碍物线度与波长可比拟, $d \sim \lambda$

(单缝衍射：缝宽~ 0.1mm)

## 二、惠更斯原理：

光波向前传播时，波面上每一点都可以看作发射子波的新波源。下一时刻，这些子波的包络面就是新的波振面。




光传播方向的问题

光强重新分布的问题？

## 三、惠更斯-菲涅耳原理 ( P232 )

波阵面上各点，不仅可看作发射子波的新波源，而且发射的子波是相干的，它们在空间某点相遇时发生干涉。导致光强的重新分布。

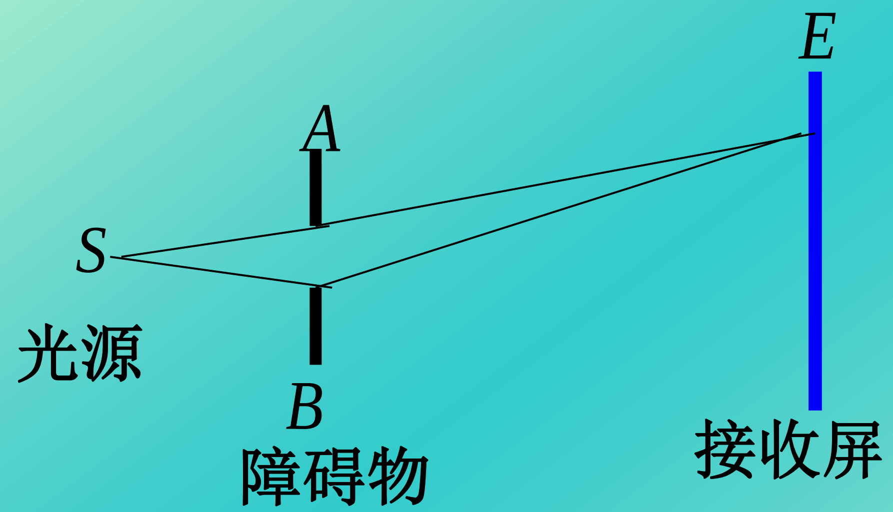
衍射的本质——干涉
- 许多子波的相干叠加
- 光线不再直线传播

# 四、衍射的分类：

光源—障碍物—接收屏距离为有限远。或入射光、衍射光非平行。

——菲涅耳衍射

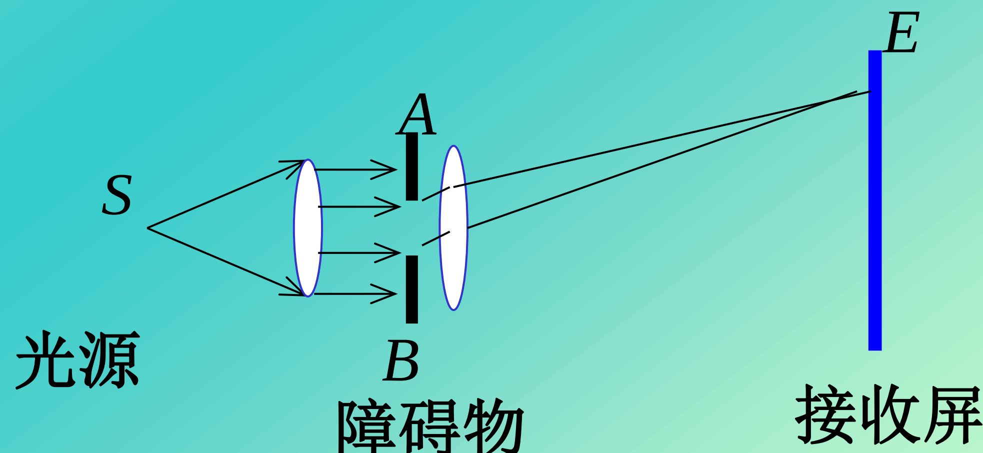
（近场衍射）

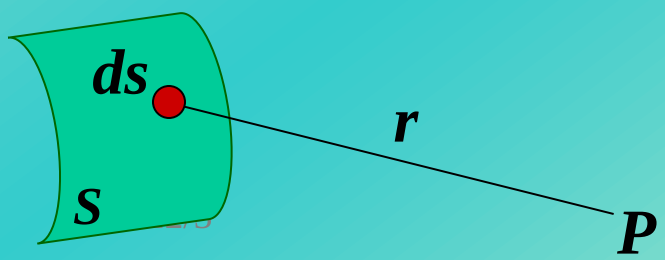



光源—障碍物—接收屏距离为无限远。或入射光、衍射光是平行光

——夫琅和费衍射

（远场衍射）

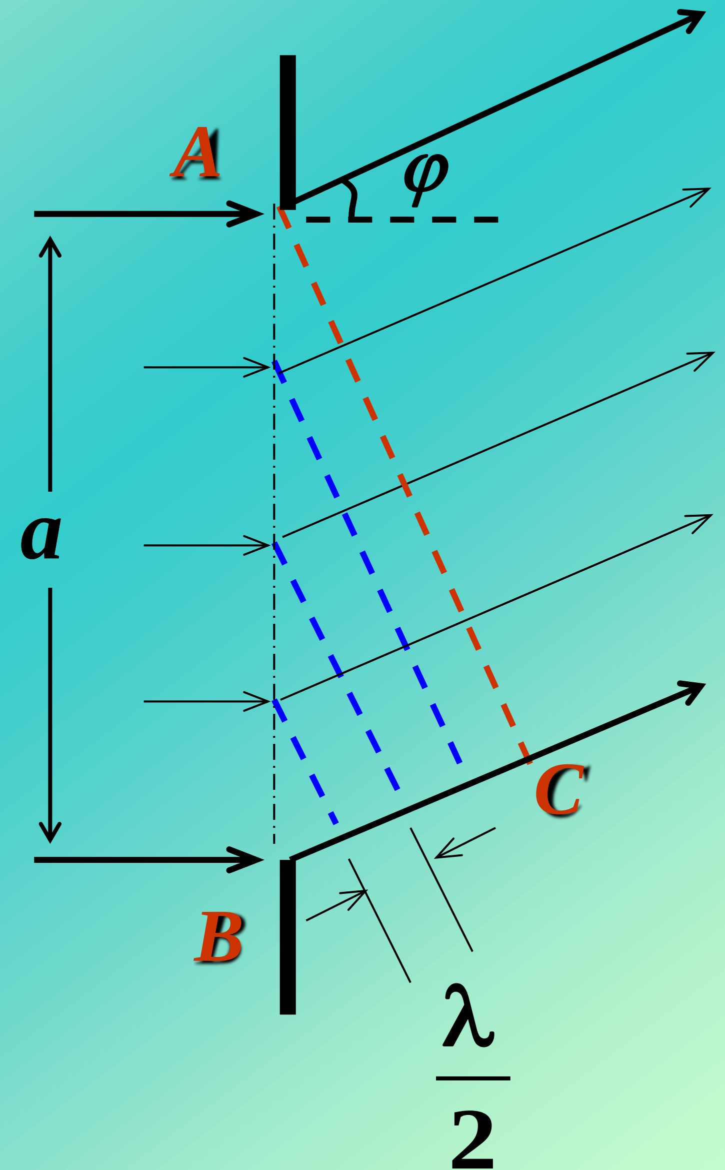


# § 14-2 单缝夫琅和费衍射

## 一、实验装置及现象：

***菲涅耳半波带法**

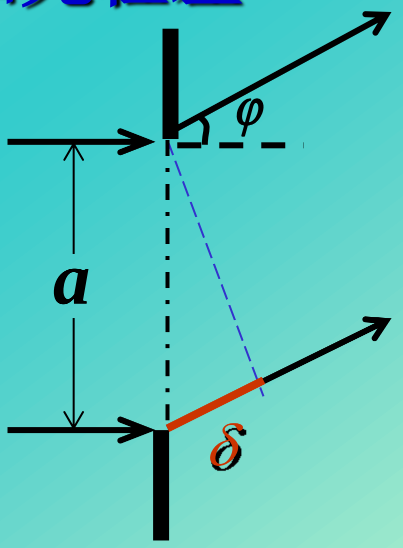


# § 14-2 单缝夫琅和费衍射

## 一、实验装置及现象：

## 二、条纹的产生： *透镜会聚不产生附加光程差

单缝衍射产生明暗条纹的条件：



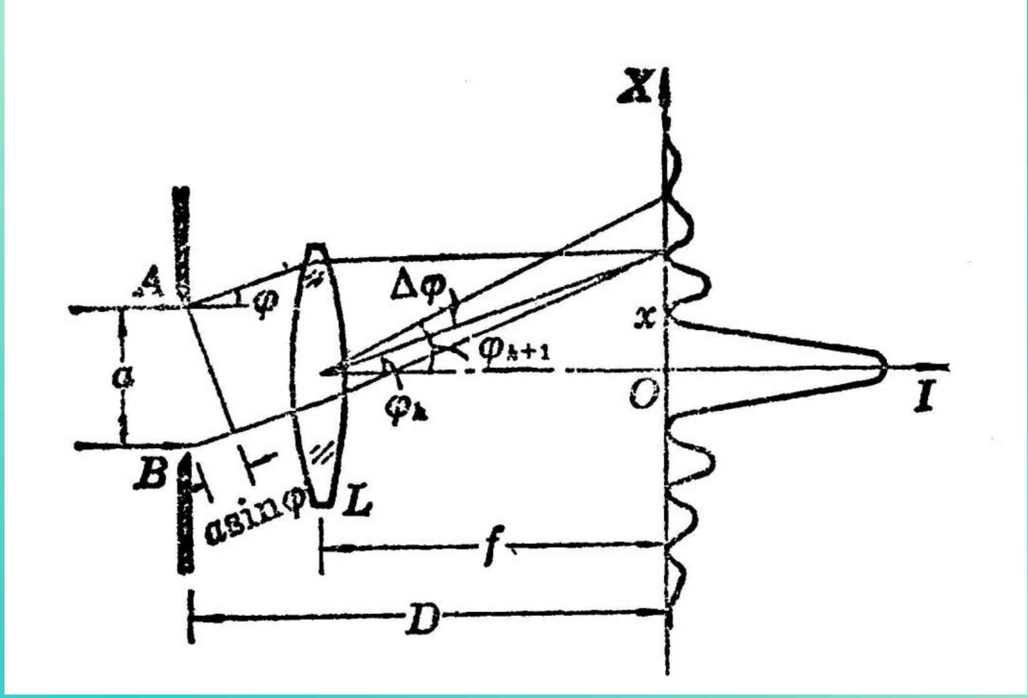

$$\delta = a\sin\varphi \begin{cases} = 0 \rightarrow \text{中央明纹}, k = 0 \\ = \pm k\lambda \rightarrow \text{暗纹}, k = 1,2,\ldots \\ = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \rightarrow \text{明纹}, k = 1,2,\ldots \end{cases}$$

## 三、条纹特征：

1. 条纹位置分布：

$$f \approx D: \ a\sin\varphi = a\frac{x}{f} \rightarrow x = \begin{cases} 0, \quad \text{零级明纹} \\ \pm\dfrac{f}{a}k\lambda, \quad \text{暗}, \ k = 1,2,\ldots \\ \pm\dfrac{f}{a}(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}, \quad \text{明}, \ k = 1,2,\ldots \end{cases}$$

## 2. 条纹宽度：




***线宽度：** $\boxed{\Delta x_0 = 2\Delta x_1}$

中央明纹：

$$\Delta x_0 = x_{暗1} - x_{暗-1} = \frac{2\lambda f}{a}$$

次级明纹：

$$\Delta x_1 = x_{暗2} - x_{暗1} = \frac{\lambda f}{a}$$

***角宽度：**

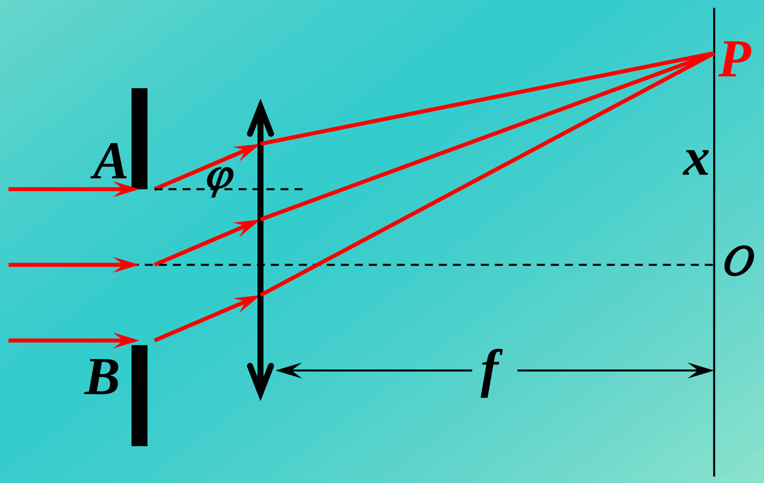
$$\varphi_k \approx \sin\varphi_k = \frac{k\lambda}{a} \rightarrow \text{第}k\text{级明纹角宽度：}\Delta\varphi_k = \frac{(k+1)}{a}\lambda - \frac{k\lambda}{a} = \frac{\lambda}{a}$$

## 3. 条纹光强分布：

$$\begin{cases} \text{中央明纹} = \text{波面上所有光强之和} \\ \text{次级明纹} = \text{波面上部分光强之和} \end{cases}$$

$a$不变：$\varphi\uparrow \rightarrow \delta\uparrow \rightarrow k\uparrow \rightarrow AB$波面上半波带数$\uparrow \rightarrow I\downarrow$

讨论1：$\lambda=400nm$的平行光，照在$a=0.40mm$的单缝上，透镜$f=60cm$. 当A、B到P点的位相差$\Delta\phi=\pi$时，P点距O多少？




解：到$P$点 $\Delta\phi_{AB}=\pi$

$$\therefore \delta_{AB}=\frac{\lambda}{2\pi}\Delta\phi_{AB}=\frac{\lambda}{2}$$

$$\delta_{AB}=a\sin\varphi=\frac{\lambda}{2}$$

$$\to \sin\varphi=\frac{\lambda}{2a}=0.6\times10^{-3}$$

$$\sin\varphi=\frac{x}{f}\to\therefore x=f\sin\varphi=0.36\times10^{-3}m$$

## 4. 条纹变化规律：

当 $a \approx \lambda$ 或 $a < \lambda$ 时会出现明显的衍射现象。

当 $a >> \lambda$ 时，形成单一的明条纹(透镜所形成线光源的象)——光的直线传播性质。

**几何光学是波动光学在 $a >> \lambda$ 时的极限情况。**

## 四、衍射与干涉：

本质上都是光的相干叠加

- 干涉——有限束光的相干叠加
- 衍射——波面上无限多子波的相干叠加

光强重新分布，产生明暗相间条纹

- 干涉——各明条纹光强相等
- 衍射——光强相对集中于中央明纹（占总光强 80%）

## 讨论2：平行光垂直入射到狭缝AB上

1）若在$P$点处为第3级明纹，则$AB$波面能分几个半波带?

$$\delta_{AB}=(2k+1)\frac{\lambda}{2}=(2\times 3+1)\frac{\lambda}{2}$$ ——能分7个半波带

2）若$AB=a=4\lambda$,对应$\varphi=30^0$处，$AB$波面能分几个半波带?

$$\delta_{AB}=a\sin\varphi=4\lambda\sin 30^0=2\lambda=4\cdot\frac{\lambda}{2}$$

——能分4个半波带

**讨论3：$a = 0.5\ mm$，$f = 100\ cm$，可见光垂直照射狭缝，**

**$x = 1.5\ mm$ 处为一亮纹。** **( P255 , 14-1 )**

求：1）$x$=1.5$mm$ 处亮纹级数 $k$=? ，$\lambda = ?$

2）对应 $x$ 处，狭缝波面可分几个半波带？

3）中央明纹宽度

解：1）$a\sin\varphi = a\dfrac{x}{f} = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \rightarrow \lambda = \dfrac{2ax}{(2k+1)f}$

$$k = 1 \rightarrow \lambda = 500nm$$

$$k = 2 \rightarrow \lambda = 300nm$$

$$\vdots$$

$$\therefore k = 1, \lambda = 500nm$$

2) $a\sin\varphi = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} = 3\cdot\dfrac{\lambda}{2}$　　$\therefore$ 分3个半波带

3) $\Delta x_0 = 2\dfrac{\lambda f}{a} = 2mm$

# §14-3 夫琅和费圆孔衍射、光学仪器分辨本领

## 一、夫琅和费圆孔衍射

中央明纹：中央亮斑——“爱里斑”(Airy disk)

θ：半角宽，爱里斑$\frac{R}{2}$处对圆孔中心的张角

$D$：圆孔直径

λ：入射光波长

$$\sin\theta = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

$D>>\lambda$ : θ很小，爱里斑缩小成亮点→几何光学圆孔成像

$\lambda\uparrow, D\downarrow: \theta\uparrow$,爱里斑增大，衍射明显→光线绕过圆孔

## 二、光学仪器的分辨本领 (*resolving power*)

两个物点 / 发光点 —— 透镜 —— 两个衍射亮斑

圆孔衍射

↓ 靠近　　　　↓ 重叠

## 瑞利判据 ( *Rayleigh criterion* )：

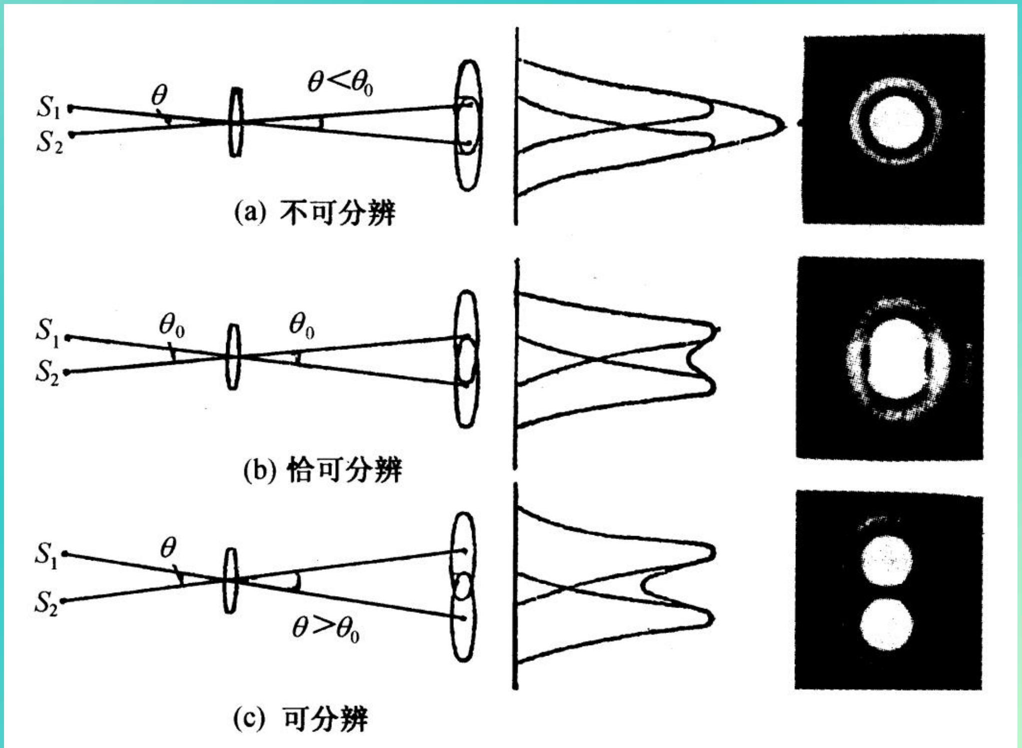
两物点对透镜中心张角 = 爱里斑半角宽θ 时

——恰能分辨

**最分辨小角：**

**(*angle of minimum resolution*)**

$$\delta_\varphi = \theta \approx 1.22\frac{\lambda}{D}$$




**光学仪器分辨本领：**

$$R = \frac{1}{\delta_\varphi} = \frac{D}{1.22\lambda}$$

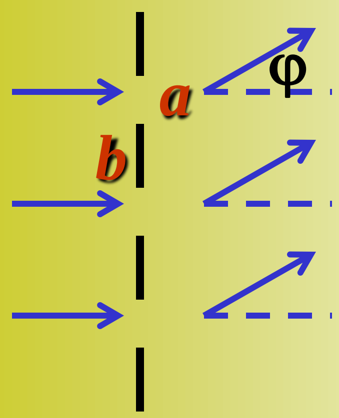
$$R\uparrow \rightarrow \begin{cases} D\uparrow & \text{天文望远镜（}\textit{telescope}\text{）} \\ \lambda\downarrow & \text{显微镜（}\textit{microscope}\text{）} \end{cases}$$

# § 14-4 光 栅 衍 射

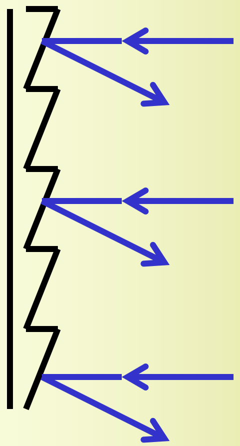
## 一、光栅（grating）

等宽*a*、等间距*b* ——平行排列的狭缝所组成的光学器件

$d = a+b$ ——光栅常数(*grating constant*)




透射式光栅
**(transmission grating)**

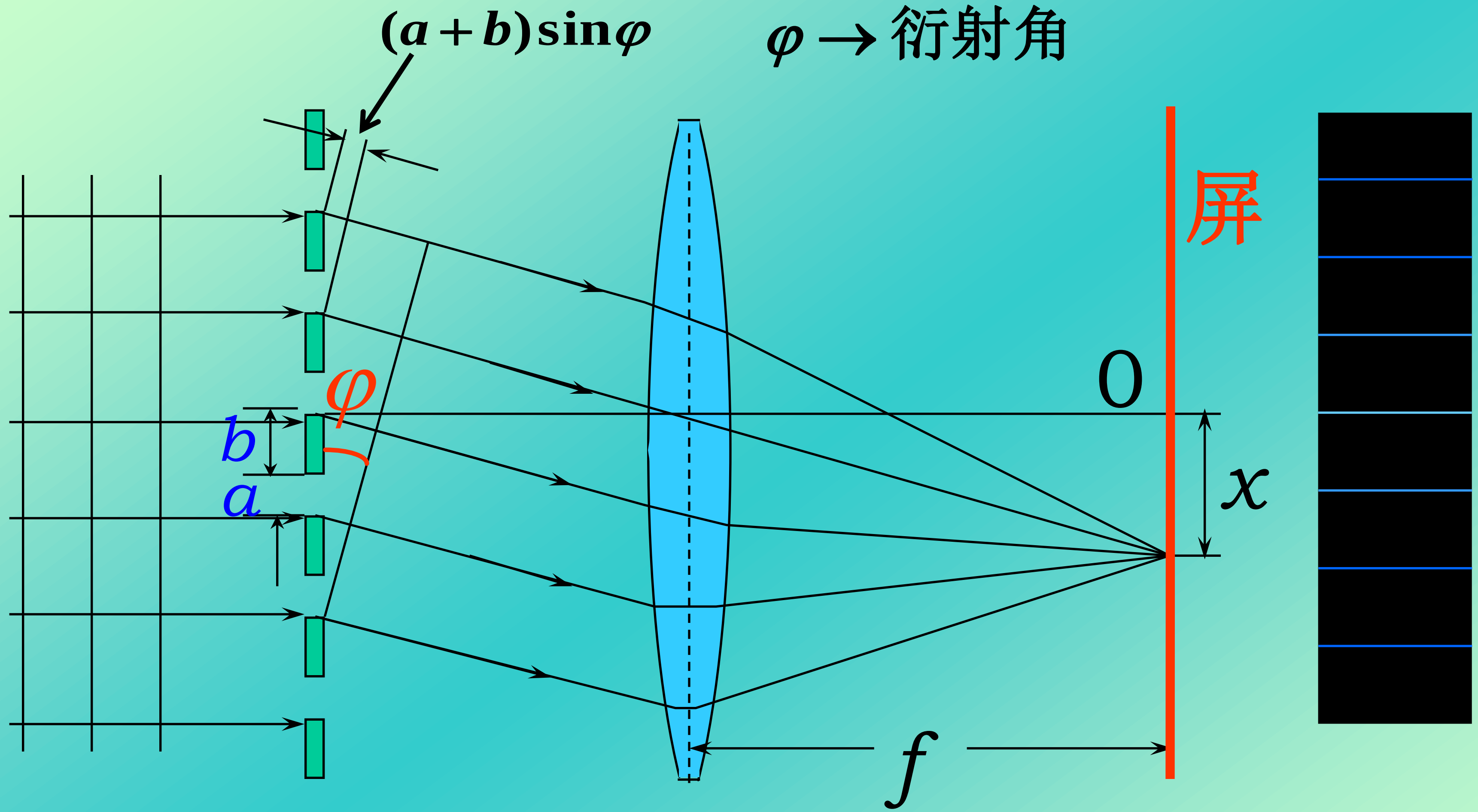


反射光栅
闪耀光栅
**(blazed gration)**

## 二、光栅衍射现象

光栅衍射光强分布 $\left\{ \begin{array}{l} \text{单缝衍射} \\ \text{多缝干涉} \end{array} \right\}$ 总效果——光栅光谱
(*grating spectrum*)

# 三、光栅衍射规律



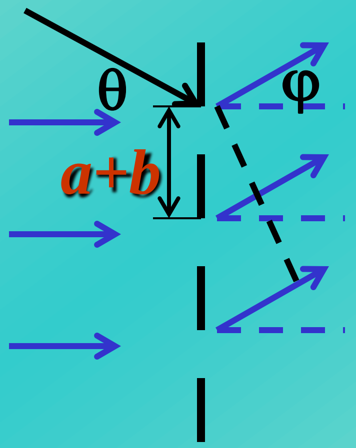

$a \rightarrow$ 缝宽；$b \rightarrow$ 不透光部分宽度

$(a+b) \approx 10^{-6} \sim 10^{-4} m \rightarrow$ 光栅常数

$(a+b)si\varphi \rightarrow$ 相邻两缝光线的光程

# 1. 多缝干涉效应：

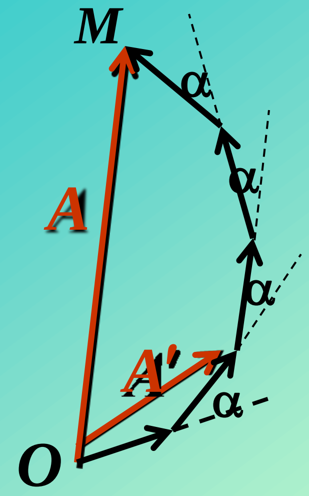
相邻两束光之




$$\perp\text{入射时}\begin{cases}\text{光程差：}\delta=(a+b)\sin\varphi\\ \text{位相差：}\alpha=\dfrac{2\pi}{\lambda}\delta=\dfrac{2\pi}{\lambda}(a+b)\sin\varphi\end{cases}$$

*斜入射：$\delta=(a+b)(\sin\theta+\sin\varphi)$

N束光：合振幅：$A=\left|\overrightarrow{OM}\right|$

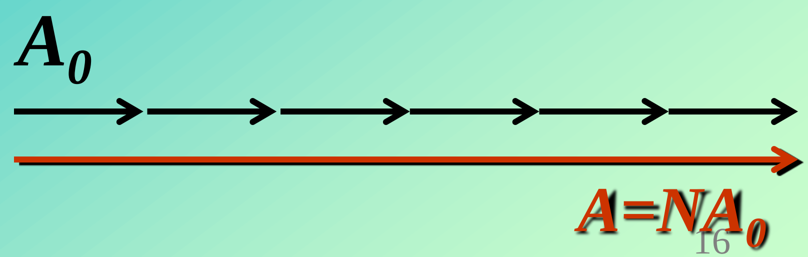



**明纹条件：**

光栅方程

$\alpha=\pm 2k\pi\rightarrow(a+b)\sin\varphi=\pm k\lambda$　　$k=0,1,2,\ldots$

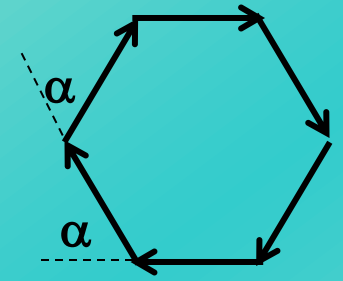
$$\left.\begin{array}{l}A=NA_0\\ I\propto N^2A^2\end{array}\right\}\text{干涉极大（亮）}$$



**暗纹和次明纹：**

$$N\alpha=\pm 2m\pi \rightarrow (a+b)\sin\varphi=\pm\frac{m}{N}\lambda \qquad (m\neq kN)$$

$A=0\rightarrow$干涉极小（暗）




**多缝干涉条纹特点：**

$(a+b)\sin\varphi=\pm k\lambda$　　$k=0\ldots$　　$1\ldots$　　$2\ldots$　　主级大（亮纹）

$(a+b)\sin\varphi=\pm\frac{m}{N}\lambda$　　$m=\ 1,2\ldots N-1,\ \cancel{N},\ N+1,\ldots\ 2N-1,\ \cancel{2N},\ldots$　　极小（暗纹）

相邻主极大（明纹）间 $\begin{cases} N\text{-1条暗纹} \\ N\text{-2条次级大} \end{cases}$

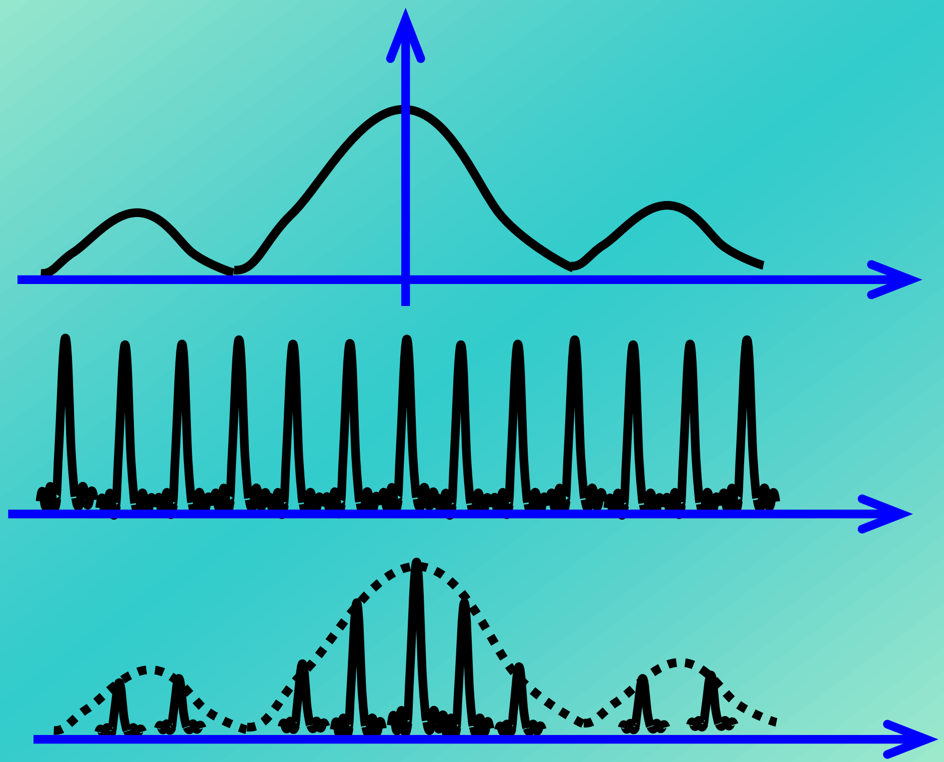
明纹位置：$(a+b)\sin\varphi=(a+b)\frac{x_k}{D}=\pm k\lambda\rightarrow x_k=\pm\frac{kD\lambda}{(a+b)}$

明纹间距：$\Delta x=\frac{D\lambda}{a+b}$

$N\uparrow\rightarrow$主极大$I_{max}\propto N^2A_0^2$越亮、越细，但位置不变

## 2. 单缝衍射效应：

***光强分布：**



各狭缝衍射光相干叠加形成的主极大（明纹）光强要受单缝衍射光强分布的调制——各明纹包络线就是单缝衍射光强分布曲线

***缺极现象：**

当多缝干涉的主极大正好符合单缝衍射极小时——主极大消失（缺级：***missing order***)

光栅方程：$(a+b)\sin\varphi=\pm k\lambda$

单缝衍射极小：$a\sin\varphi=\pm k'\lambda$

$$k=\frac{a+b}{a}k'$$

**缺 级！**

第一次缺级在$\frac{a+b}{a}$处

例1：$\lambda = 6000\ \mathring{A}$的单色光垂直入射到光栅上，相邻两明纹分别出现在 $\sin\varphi = 0.2$和$\sin\varphi = 0.3$，第四级缺级。

求：1）相邻两缝间距？ 2）缝宽？

（自测P33）

3）屏上可看到几条明纹？

解：1）
$$\left.\begin{aligned}(a+b)\sin\varphi_1 &= k\lambda \\ (a+b)\sin\varphi_2 &= (k+1)\lambda\end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &k = 2 \\ &a+b = 10\lambda = 6\times10^{-6}m\end{aligned}$$

2）$k = \dfrac{a+b}{a}k' \rightarrow$ 缺级 $\quad \therefore \dfrac{a+b}{a} = 4 \rightarrow a = 1.5\times10^{-6}m$

3）$(a+b)\sin\dfrac{\pi}{2} = k_m\lambda \rightarrow k_m = 10$ $\quad -\dfrac{\pi}{2} < \varphi < \dfrac{\pi}{2}$

$k = \pm4, \pm8 \rightarrow$ 缺级

可以看到15条明纹。 可以看到的明纹为：

$0, \pm1, \pm2, \pm3, \quad \pm5, \pm6, \pm7, \quad \pm9$



单缝衍射中央包络线内有多少条明纹？

# 四、光栅光谱

$(a+b)\sin\varphi = \pm k\lambda$　　光栅——分光元件，光谱分析

*白光入射：　$\varphi = 0, k = 0 \rightarrow$ 中央亮纹（白光）

$k = 1$：　$\varphi_{紫} < \varphi_{蓝} < \ldots < \varphi_{红} \rightarrow$ 彩色谱线

——色散现象

各种波长的同级谱线集合起来，就构成了光源的一套光谱（与谱线的区别）——光栅光谱

当$\varphi$满足$\begin{cases}(a+b)\cdot\sin\varphi = k_1\lambda_1 \\ (a+b)\cdot\sin\varphi = k_2\lambda_2\end{cases}$

在该衍射方向上两波长对应的 $k_1$ 和 $k_2$ 级谱线重叠，称为**重级现象**。

实验中常采用“缺级”的方法来克服重级现象。也可用滤色片来避免重级。

例2：一光栅4000条/cm，入射光400～700nm。问：

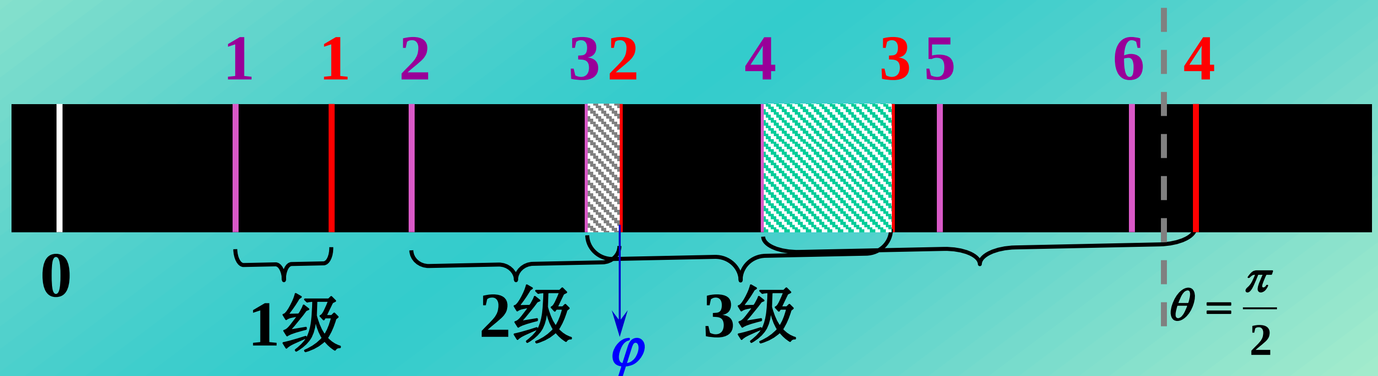
1）可产生多少级完整的可见光谱？

2）第3级光谱中与第2级重叠的波长范围？

解：1）$a+b=\dfrac{1}{4000}=2.5\times10^{-4}cm$

$$(a+b)\sin\theta=k\lambda\rightarrow\sin\theta=1\begin{cases}k_{m红}=3\\k_{m紫}=6\end{cases}$$

**可见3级完整的光谱**




2）$(a+b)\sin\varphi=2\lambda_{红}$

$(a+b)\sin\varphi=3\lambda_{x}$ $\rightarrow\lambda_{x}=466.7nm$ **重叠范围：400~467nm**

例3：两种波长组成的平行光垂直照射某光栅，

$\lambda_1 = 440nm$，$\lambda_2 = 660nm$，两种波长的谱线第二次重合于60°方向上（不计中央明纹）。

求：光栅常数 $d$

解：谱线重合 $d\sin\varphi = k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2$

$$\therefore \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{3}{2}, \quad \frac{6}{4}, \quad \frac{9}{6}, \quad \ldots\ldots$$

60°衍射角处第二次重合，取$k_1$=6，$k_2$=4

$$\therefore d\sin 60^0 = 6\lambda_1 \rightarrow d = 3.05\times 10^{-3}\, mm$$