大学物理下习题册八

1、 某黑体在某一温度时，辐射本领为5.7W/cm^2，试求这一辐射本领具有的峰值的波长λ m?

解：根据斯忒藩定律 $E(T)=\sigma T^4 (\sigma=5.67\times10^{-8}\ J/s\cdot m^2\cdot K^3)$ 得 $T=\sqrt[4]{\frac{E(T)}{\sigma}}$

再由维恩位移定律 $T\lambda_m=b\ \ (b=2.898\times10^{-3}m\cdot K)$

$$\lambda_m=\frac{b}{T}=\frac{b}{\sqrt[4]{\frac{E(T)}{\sigma}}}=\frac{2.898\times10^{-3}}{\sqrt{\frac{5.7\times10^4}{5.67\times10^8}}}=2.89\times10^{-6}m$$

2、在天文学中，常用斯特藩—玻尔兹曼定律确定恒星半径。已知某恒星到达地球的每单位面积上的辐射能为$1.2\times10^{-8}W/m^2$，恒星离地球距离为$4.3\times10^{17}m$，表面温度为 5200 K。若恒星辐射与黑体相似，求恒星的半径。

解：对应于半径为$4.3\times10^{17}m$的球面恒星发出的总的能量 $W=E_1\cdot4\pi R^2$

则恒星表面单位面积上所发出能量E_0为

$$E_0=\frac{W}{4\pi r^2}=\frac{E_1 4\pi R^2}{4\pi r^2}=\frac{E_1 R^2}{r^2} \qquad (1)$$

由斯忒藩定律 $E_0=\sigma T^4$ （2）

联立（1)、(2）式得

$$r=\sqrt{\frac{E_1}{\sigma}}\frac{R}{T^2}=\sqrt{\frac{1.2\times10^{-8}}{5.67\times10^{-8}}}\frac{4.3\times10^{17}}{5200^2}=7.3\times10^9m$$

3、绝对黑体的总发射本领为原来的16倍。求其发射的峰值波长λ m为原来的几倍？

解：设原总发射本领为E_0,温度T_0,峰值波长λ_0，则由斯忒藩-波耳兹曼定律可得

$$E=16E_0=\sigma T^4=16\sigma T_0^4$$

$$\therefore(\frac{T_0}{T})^4=\frac{1}{16} \qquad \frac{T_0}{T}=\frac{1}{2}$$

又 由位移定律 $\lambda_m T=b$ 可得

$$\therefore\frac{\lambda_m}{\lambda_0}=\frac{T_0}{T}=\frac{1}{2}$$

4、从铝中移出一个电子需要 4.2eV 的能量，今有波长为 200nm 的光投射到铝表面上，问：（1）由此发射出来的光电子的最大动能为多少？

（2）遏止电势差为多大？

（3）铝的截止波长有多大？

解：由爱因斯坦方程 $h\nu = E_k + A$

（1）$E_k = h\nu - A = \dfrac{hc}{\lambda} - A = \dfrac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{2.0\times10^{-7}\times1.6\times10^{-19}} - 4.2 = 2.01\,\text{eV}$

（2）由光电效应的实验规律得

$E_k = eU_0$ （U_0为遏止电势差）

$$U_0 = \frac{E_K}{e} = \frac{2.01}{1} = 2.01\text{V}$$

（3）$A = h\nu_0 = \dfrac{hc}{\lambda_0}$

$$\therefore \lambda_0 = \frac{hc}{A} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{4.2\times1.6\times10^{-19}} = 2.958\times10^{-7}\,\text{m}$$

5、 以波长为λ =410nm 的单色光照射某一光电池，产生的电子的最大动能 E_k=1.0eV，求能使该光电池产生电子的单色光的最大波长是多少？

解：爱因斯坦光电效应方程，$h\nu = E_K + A$ $\nu = \dfrac{h}{\lambda}$

得 $\dfrac{hc}{\lambda} = E_K + A$ (1)

按题意最大波长时满足 $E_K = 0$

得 $\dfrac{hc}{\lambda} = A$ (2)

则（1)、(2）得 $\dfrac{1}{\lambda} - \dfrac{1}{\lambda_0} = \dfrac{E_K}{hc}$

即 $\dfrac{1}{\lambda_0} = \dfrac{1}{\lambda} - \dfrac{E_K}{hc} = \dfrac{1}{4.1\times10^{-7}} - \dfrac{1.6\times10^{-19}}{3\times10^{8}\times6.63\times10^{-34}} = 1.64\times10^{6}$

故最大波长 $\lambda_0 = 609.7\text{nm}$

6、一实验用光电管的阴极是铜的（铜的逸出功为 4.47eV）。现以波长 0.2μm 的光照射此阴极，若要使其不再产生光电流，所需加的截止电压为多大？

解：由爱因斯坦方程 $\dfrac{hc}{\lambda} = E_K + A$ 及 $E_K = eU_0$ 得

$$U_0 = \frac{1}{e}\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right) = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{0.2\times10^{-6}\times1.6\times10^{-19}} - 4.47 = 1.74\text{V}$$

7、在与波长为 0.01nm 的入射伦琴射线束成某个角度θ 的方向上，康普顿效应引起的波长改变为 0.0024nm，试求：

（1）散射角θ ；

（2）这时传递给反冲电子的能量。

解：（1）由康普顿散射公式　$\Delta\lambda = \frac{2h}{m_0 c}\sin^2\frac{\Phi}{2}$

$$\sin^2\frac{\Phi}{2} = \frac{\Delta\lambda}{\frac{2h}{m_0 c}} = \frac{0.024}{2\frac{6.62\times10^{-34}}{9.1\times10^{-31}\times3\times10^{8}}} = \frac{1}{2}$$

$$\sin\frac{\Phi}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} ? \quad \frac{F}{2} \quad 45^0 \qquad\qquad F = 90^0$$

（2）碰撞时可以看作完全弹性碰撞，所以能量守恒

$$h\nu_0 = h\nu + E_e$$

$$E_e = h\nu_0 - h\nu = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda} = hc\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda}\right)$$

$$= 6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}\left(\frac{1}{0.024\times10^{-10}} - \frac{1}{0.124\times10^{-10}}\right)$$

$$= 5.856\times10^{-19} = 2.41\times10^{4}(\text{eV})$$

8、在康普顿散射实验中，已知初始波长为 0.005nm 而光子是在 90^0 角下散射的。试求：

（1）散射后光子的波长；

（2）反冲电子的动量。

解：（1）由康普顿散射公式　$\lambda - \lambda_0 = \frac{2h}{m_0 c}\sin^2\frac{\Phi}{2}$

$$l = \frac{2h}{m_0 c}\sin^2\frac{F}{2} + l_0 = 0.05 + \frac{2创6.63 \quad 10^{-34}}{9.11创10^{-34} \quad 3? 10^{8}}\sin^2\frac{90}{2} = 0.00742nm$$

（2）由于光子散射角为 $\frac{\pi}{2}$，　由动量守恒：　$\vec{P}_0 = \vec{P} + \vec{P}_e$　　　　$\vec{P}_e = \vec{P}_0 - \vec{P}$

$$\left|\vec{P}_e\right| = \sqrt{\vec{P}_0^{\,2} + \vec{P}^{\,2}} = \sqrt{\left(\frac{h}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2} = h\sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2}$$

$$= 6.62\times10^{-34}\sqrt{\left(\frac{1}{0.05\times10^{-10}}\right)^2 + \left(\frac{1}{0.07456\times10^{-10}}\right)^2} = 1.59\times10^{-22}(\text{kg}\cdot\text{m/s})$$

9、氢原子从 n=3 能级跃迁到 n=2 能级时，发出光子能量为多大？此光的波长是多少？

解：由波尔氢原子假设，发射光子能量$h\nu$为

$$h\nu = E_3 - E_2$$

$$\because E_n = -\frac{13.6}{n^2}(eV)$$

由第三级迁移到第二级

$$h\nu = \frac{13.6}{3^2} - (\frac{-13.6}{2^2}) = -1.51 + 3.4 = 1.89(eV)$$

又$\because E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

$$\therefore \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6.62\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{1.89\times1.6\times10^{-19}} = 6.560\times10^{-9}\,m = 656nm$$

10、处于第一激发态的氢原子被外来单色光激发后，发射光谱中仅观察到三条巴耳末系的光谱线，试求：

（1）这三条光谱线中波长最长的那条谱线的波长；

（2）外来光的频率。

解：（1）巴耳末系是 m=2 的谱线系，所以发射谱线波长为

$$h\nu = h\frac{c}{\lambda} = E_n - E_2 \qquad E_n - E_2 \uparrow \rightarrow \lambda \downarrow$$

$$\therefore \lambda = \frac{hc}{E_3 - E_2} = \frac{6.63\times10^{-34}3\times10^{8}}{(3.4-1.51)\times1.6\times10^{-19}} = 6.577\times10^{-7}\,m$$

$$(2) \quad \nu = \frac{E_5 - E_2}{h} = \frac{(-0.54+3.4)\times1.6\times10^{-19}}{6.63\times10-34} = 6.91\times10^{14}\,Hz$$

11、将氢原子从 n=1 激发到 n=4 的能级时，求：

（1）氢原子所吸收的能量为多少？

（2）若一群已处于 n=4 激发态的氢原子回到基态，在这过程中发出的光波波长最短为多少？

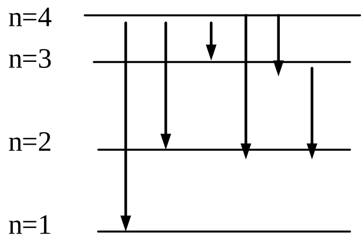
（3）最多可观察到几条光谱线？

解：（1） $\Delta E = E_4 - E_1 = -0.85 + 13.6 = 12.75\text{eV}$

（2）最短波长为 n=4 跃迁 n=1

$$\therefore \lambda = \frac{hc}{E_4 - E_1} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{12.75\times1.6\times10^{-19}} = 9.75\times10^{-8}\,\text{m}$$

（3）共 6 条



12、求下列粒子相应的德布罗意波长

（1）一质量为 4×10^{-2}kg 以 10^{3} m/s 的速率飞行的子弹；

（2）动能为 0.025eV 的中子；

解：（1）实物粒子波长与动量关系为

$$\lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{mv} = \frac{6.63\times10^{-34}}{4\times10^{-2}\times10^{3}} = 1.65\times10^{-35}\text{m}$$

（2）对 $E_K = 0.025\text{eV}$ 的中子， $m_{\Phi} = 1.68\times10^{-27}$

$$\lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{2mE_K} = \frac{6.63\times10^{-34}}{\sqrt{2\times1.68\times10^{-27}\times0.025\times1.6\times10^{-19}}} = 1.81\times10^{-10}\text{m}$$

13、能量为 15eV 的光子，被氢原子中处于第一玻尔轨道的电子所吸收而形成一光电子求：（1）当此光电子远离质子时的速度为多大？

（2）它的德布罗意波长是多少？

解：（1）处于基态的电子电离所需的能量为 13.6eV，因此该电子远离质子时的动能

$$E_K = \frac{1}{2}mV^2 = E_{光} + E_{基} = 15 - 13.6 = 1.4eV$$

其速度为

$$V = \sqrt{\frac{2E_K}{m}} = \sqrt{\frac{2\times1.4\times1.6\times10^{-19}}{9.11\times10^{-31}}} = 7.0\times10^5\,m/s$$

（2）德波罗意波长

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63\times10^{-34}}{9.11\times10^{-31}\times7.0\times10^5} = 1.04\times10^{-9}\,m = 1.04nm$$

14、一束带电粒子经 206V 的电势差加速后，测得其德布罗意波长为 0.002nm，已知这带电粒子所带电量与电子电量相等，求这粒子的质量。

解：因为这粒子的电量与电子电量 e 相同，从加速电场获得动能为 eU

$$\therefore \frac{1}{2}mV^2 = eU \qquad V = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

又德波罗意波长 $\lambda = \frac{h}{mv}$

$$\therefore \lambda = \frac{h}{\sqrt{2emU}}$$

得 $$m = \frac{h^2}{2eU\lambda^2} = \frac{\left(6.63\times10^{-34}\right)^2}{2\times1.6\times10^{-19}\times206\times(0.02\times10^{-10})^2} = 1.67\times10^{-27}kg$$

15、电子和光子各具有波长 0.20 nm，它们的动量和总能量各是多少？

解：电子和光子的动量相等 $P = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}}{0.2\times10^{-9}} = 3.32\times10^{-24}kg\cdot m/s$

光子的总能量 $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^8}{0.2\times10^{-9}} = 6.19\times10^3\,eV$

电子的总能量 $E = \sqrt{(pc)^2 + (m_ec^2)^2} = 5.12\times10^5\,eV$

16、若电子运动速度与光速可比拟，则当电子动能等于它的静止能量的 2 倍时。求其德布罗意波长为多少？

解：由题意可得 $E_K = 2m_eC^2$

又根据相对论的能量关系可得

$$E^2 = (E_K + m_ec^2)^2$$

$$= (m_ec^2)^2 + p^2c^2 = (3m_ec^2)^2$$

$$\therefore \quad p^2 = 8m_e{}^2c^2$$

$$p = 2\sqrt{2}m_ec$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{2\sqrt{2}m_ec} = \frac{6.63\times10^{-34}}{2\sqrt{2}\times9.1\times10^{-32}\times3\times10^8} = 8.58\times10^{-13}m$$

17、用一台利用光子的显微镜来确定电子在原子中的位置达到 0.050nm 以内，问用这种方法确定电子的位置时，电子的速度不确定量是多少？

解：由测不准关系式 $\Delta x\cdot\Delta p \geq h$

$$\therefore \quad \Delta x\cdot m\Delta v \geq h$$

$$\Delta v = \frac{h}{\Delta x\cdot m} = \frac{6.63\times10^{-34}}{0.5\times10^{-10}\times9.11\times10^{-31}} = 1.5\times10^7 m/s$$

18、已知粒子在一维矩形无限深势阱中运动。其波函数为：

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{a}}\cos\frac{3\pi x}{2a} \qquad (-a \leq x \leq a)$$

求当粒子在 x=$\frac{5}{6}$a 处出现的几率大小？

解：几率密度为 $\left|\Psi^2(x)\right|$

$$\therefore \omega = \left|\Psi^2(\frac{5}{6}a)\right| = \left|(\frac{1}{\sqrt{a}})^2\cos^2\frac{3\pi x}{2a}\right| = \frac{1}{2a}$$

拓展题：

1、 半径 r=1cm 的铜球具有绝对黑体的表面，将铜球放在抽真空的容器内，使容器的壁保持接近绝对零度的温度。若铜球的初始温度为 T_o=300K，试问经过多长时间它的温度降到 $T=\frac{2T_o}{3}$ ？（已知铜的比热为 $C=3.8\times10^2 J\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1}$，密度为 $\rho=8.9\times10^3 kg\cdot m^{-3}$）

解：设时间从 $t\to t+dt$，铜球温度从 $T\to T+dT$，并且在 dt 时间内铜球的辐射本领近似不变，即 $E(T+dT)\approx E(T)$，则 dt 时间内铜球辐射的总能量为

$$W=E4\pi r^2dt=\sigma T^4 4\pi r^2 dt$$

由热力学定律，铜球因温度降低而辐射的能量为

$$W'=-CmdT=-C\cdot\frac{4}{3}\pi r^3\rho\cdot dT$$

$$W=W' \Rightarrow \sigma T^4 4\pi r^2 dt=-C\frac{4}{3}\pi r^3\rho\, dT,$$

$$\int_0^t dt=\int_{T_o}^{\frac{2T_o}{3}}-\frac{C\rho r}{3\sigma}\frac{dT}{T^4} \Rightarrow t=\frac{C\rho r}{3\sigma}\left[\left(\frac{3}{2T_o}\right)^3-\left(\frac{1}{T_o}\right)^3\right]\ t=5829.7s\approx1.6h$$

2、讨论由一个μ^-子和氦核组成的类氢离子，μ^-子的质量为电子质量的 207 倍，电量与电子电量相同，对此种离子，玻尔的轨道量子化理论同样适用。若已知氢原子的半径 $R_1=5.3\times10^{-2}nm$，电离能 $E_{离}=13.6\mathrm{eV}$，试求这种类氢离子的玻尔半径和基态电离能（计算时不考虑氦核的运动）。

解：将μ^-子质量记为 m’，对这一类氢离子基态有

$$\frac{m'u'^2_1}{R_1^2}=\frac{(2e)e}{4\pi\varepsilon_0R'^2_1},\qquad m'u'R'_1=\frac{h}{2\pi}\Rightarrow R'_1=\frac{h^2\varepsilon_0}{2\pi m'e^2}$$

由氢原子的基态 $R_1=\frac{h^2\varepsilon_0}{\pi me^2}$ 得 $R'_1=\frac{m}{2m'}R_1=\frac{m}{2\times207m}R_1=1.28\times10^{-4}nm$

类氢离子基态的能量 $E'_1=-\frac{2e^2}{8\pi\varepsilon_0R'_1}=828E_1$

电离能 $E'_{离}=E'_\infty-E'_1=-E'_1=828E_{离}=1.13\times10^4\mathrm{eV}$