数 学 专 业 英 语 阅 读

华东理工大学数学系

Contents

Chapter 1

Calculus 微积分

1.1 Limit[?]

line 4-7; The characteristic feature 微积分的特征就是它使用了*极限过程*. (to a limit?)微分和积分涉及到和极限相关的一些概念(notion; notation). 在本章的后面会有更充分的讨论(ideas此处不译出). is presented later on

这里我们希望仅仅涉及(touch)极限的概念, 即关于单个实变量的实函数的极限(real function; real-valued function). 这一概念在导数的定义中是基本的. (definition)

8-14; 固定x_0, 设f 在x_0附近的点x都有定义，在x_0可能有定义，也可能没有定义(意译). 我们想对下面的断言给出一个清晰的描述:当x趋近于x_0时$f(x)$趋近于A (或者趋于极限A). 这可以用符号表示如下:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = A. \tag{1.1}$$

(It is understood that 据悉，据了解)

符号A用来表示某个实数. 箭头表示"趋近于". 有时论断(1.1) 可以表示为当$x \to x_0$时, $f(x) \to A$. 这里有三个典型的例子: (a) 当$x \to 2$时$x^3 \to 8$, (b) 当$x \to 10$时$(x-1)^{1/2} \to 3$,

(c)当$x \to 100$时$\log_{10} x \to 2$.

page 7 line 15-20, 学生翻译.

portrayal 描绘，肖像geometrical portrayal 几何描述

line 21-26 (作业一)

in case 如果；以防，万一

需要强调(我们强调)，如果f 在x_0点有定义，断言(1.1)对f在x_0的取值没有限制. (没有任何限制)

(Appreciation欣赏; 评价) of the formal definition of the meaning 要领会断言(1.1)形式定义的意义需要时间和精力. The formal definition is the basis for 有了以上的定义作为基础，在涉及极限概念的事情上我们才能合理地推导.(*) 但是要给出极限概念的一个直观理解也是相当重要的. This may be done by * and by *. 这需要考虑大量直观的例子，并且要关注极限概念在微积分的发展中的运用.

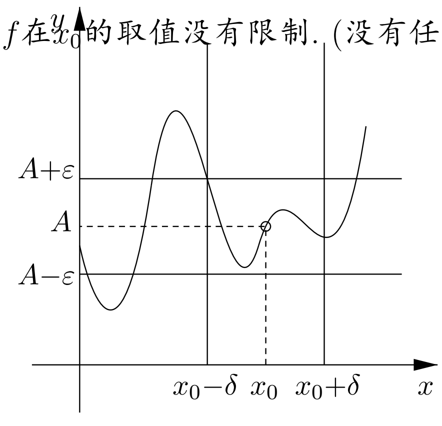

Figure 1.1: δ corresponding to ε

1.2节以前，口头翻译.

1.2 The calculus of vector-valued functions[?]

interpret解释

(今日作业)

page 7 line 21-26 我们给出不等式（2.2）的一个几何描述。在直角坐标系中固定形如(x,y)($y=f(x)$)的点,同时（找出）给出点(x_0,A). 对任意$\varepsilon>0$ 画两条竖直线$y=A\pm\varepsilon$. 那么断言(2.1) 意味着如果选取足够小的数δ, 对于介于直线$x=x_0\pm\delta$之间并且不在直线$x=x_0$上的图像$y=f(x)$ 上的点，这些点必然落在水平直线$y=A\pm\varepsilon$之间。图像2.1 给出了这种情况的一个例子（specimen标本）图标也表示，如果ε取得更小，δ也会变得更小。

page 11 line 3-5; 在大部分的时候，为了计算向量值函数的导数，我们只需要利用已经熟知的数值函数的导数法则。然而，在下面的定理中我们给出一些特别的求导法则。

line 13-21

注意到第3，4,5部分是关于我们能定义的各种乘积的乘积(求导)法则. 在3中，我们得到了一个数值函数和一个向量值函数乘积的导数; 在4中我们得到了向量值函数点积的导数，在5中我们给出了交叉乘积(cross product,外积)的导数. 重要的是，读者需要记住在各种情形下这些和数值函数乘积的求导法则的方式是一致的。在结束本节之前，我们给出几个简单（易懂）的定义。如果我们称数值函数$F(t)$ 为数值函数$f(t)$的原函数，那么就意味着F满足$F'(t)=f(t)$。把这个定义推广到向量值函数，我们就有下面的

Chapter 2

Complex Analysis 复分析

2.1 留数定理

考虑如下问题：计算积分

$$\int_\Gamma f(z)\,\mathrm{d}\,z,$$

其中Γ是正向的简单围道(简单闭曲线), 除了Γ内的一个孤立奇点, $f(z)$ 在Γ的内部和Γ上都解析. 我们知道, 函数$f(z)$ 有Laurent级数展开

$$f(z) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j (z - z_0)^j, \tag{2.1}$$

(上述级数)在z_0的某个去心圆形邻域收敛. 特别，对图2.1中的正向小圆周C上所有的点z 方程(2.1)成立.

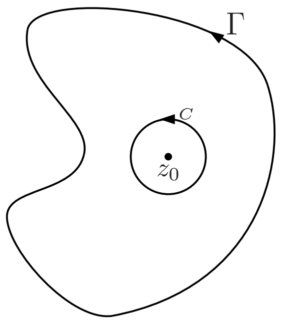

Figure 2.1: Contours for integration.

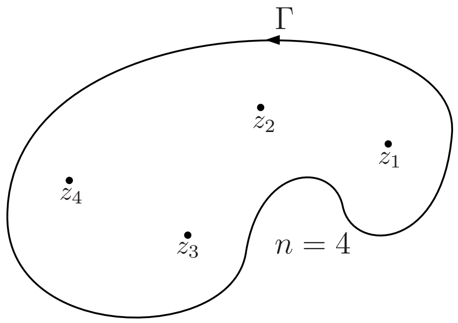

Figure 2.2: Isolated singularities inside contour.

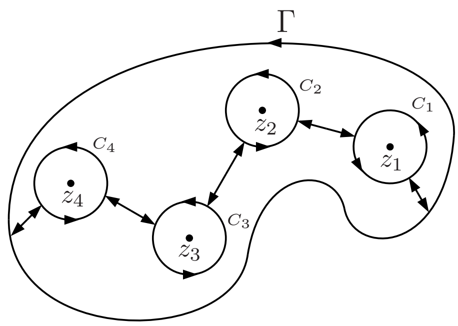

Figure 2.3: Equivalent contours for integration.

由4.4节的思想, Γ 上的积分可以转化为C上的积分而不改变积分值:

$$\int_\Gamma f(z)\,\mathrm{d}\,z = \int_C f(z)\,\mathrm{d}\,z.$$

最后的积分可以通过积分(2.1) 沿着C的逐项积分计算出来(被). 对所有$j \neq -1$ 积分为0, 对$j = -1$积分为$2\pi i a_{-1}$. 所以我们有

$$\int_\Gamma f(z)\,\mathrm{d}\,z = 2\pi i a_{-1}. \tag{2.2}$$

(比较第5章定理14里a_{-1}的表达公式.)

下面一个例子给出了公式(??)的另外一个推论.

Example 1. 令$f(z) = P(z)/Q(z)$,其中函数$P(z)$和$Q(z)$ 在z_0处都解析, Q 在z_0点有一个单零点,但$P(z_0) \neq 0$. 证明

$$\operatorname{Res}(f;\, z_0) = \frac{P(z_0)}{Q'(z_0)}.$$

Proof 显然z_0点是f的单极点(见5.6),所以我们可以应用公式(**??**).利用$Q(z_0) = 0$,马上有

$$\operatorname{Res}(f;\, z_0) = \lim_{z\to z_0} (z - z_0)\frac{P(z)}{Q(z)} = \lim_{z\to z_0} \frac{P(z)}{\frac{Q(z)-Q(z_0)}{z-z_0}} = \frac{P(z_0)}{Q'(z_0)}. \qquad \blacksquare$$

Example 2. Compute the residue at each singularity of $f(z) = \cot z$.

Solution occurring Utilizing 利用Example 1

page 15 其余部分，口述.

Solution $z = 0$为该函数的2阶极点，$z = \pi$为其3阶极点. 由公式(**??**) 我们得到

$$\operatorname{Res}(0) = \lim_{z\to 0} \frac{1}{1!}\frac{d}{\mathrm{d}\, z}\Big[z^2 f(z)\Big] = \lim_{z\to 0} \frac{d}{\mathrm{d}\, z}\Big[\frac{\cos z}{(z-\pi)^3}\Big] = \lim_{z\to 0} \Big[\frac{-(z-\pi)\sin z - 3\cos z}{(z-\pi)^4}\Big] = -\frac{3}{\pi^4},$$
$$\operatorname{Res}(\pi) = \lim_{z\to \pi} \frac{1}{2!}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\, z^2}\Big[(z-\pi)^3 f(z)\Big] = \lim_{z\to \pi} \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\, z^2}\Big[\frac{\cos z}{z^2}\Big] = \lim_{z\to \pi} \frac{1}{2}\Big[\frac{(6-z^2)\cos z + 4z\sin z}{z^4}\Big] = \frac{\pi^2 - 6}{2\pi^4}. \blacksquare$$

我们已经知道如何计算形如$\int_\Gamma f(z)\,\mathrm{d}\, z$的积分, 其中$f(z)$ 在Γ内只有一个奇点.(我们)现在考虑更一般的情形(turn to): 这里Γ 是一条正方向的简单闭围道；除了Γ内的有限个孤立奇点$z_1, z_2, \ldots, z_n$, $f(z)$ 在Γ 内和在Γ上解析(见图2.2).注意到由4.4节的方法，我们可以用沿着图2.3中C_j的积分来表达沿着曲线Γ 的积分:

$$\int_\Gamma f(z)\,\mathrm{d}\, z = \sum_{j=1}^{n} \int_{C_j} f(z)\,\mathrm{d}\, z.$$

然而，由于z_j是f在C_j内唯一的奇点,我们有

$$\int_{C_j} f(z)\,\mathrm{d}\, z = 2\pi i \operatorname{Res}(z_j).$$

所以我们就获得如下的重要结果.

Theorem 1. (Cauchy留数定理.) *如果Γ 是一条正向的简单闭围道, 除了Γ内的有限个点$z_1, z_2, \ldots, z_n$, $f(z)$ 在Γ 内和在Γ上解析, 那么*

$$\int_\Gamma f(z)\,\mathrm{d}\, z = 2\pi i \sum_{j=1}^{n} \operatorname{Res}(z_j).$$

Example 3. 计算$\displaystyle\oint_{|z|=2} \frac{1-2z}{z(z-1)(z-3)}\,\mathrm{d}\, z$.

$z = 0$, $z = 1$,和$z = 3$为被积函数$f(z) = (1-2z)/[z(z-1)(z-3)]$的单极点. 然而,只有前面两个点落在$\Gamma$: $|z| = 2$内，所以由留数定理，

$$\oint_{|z|=2} f(z)\,\mathrm{d}\, z = 2\pi i[\operatorname{Res}(0) + \operatorname{Res}(1)],$$

因为

$$\mathrm{Res}(0) = \lim_{z\to 0} zf(z) = \lim_{z\to 0} \frac{1-2z}{(z-1)(z-3)} = \frac{1}{3},$$

$$\mathrm{Res}(1) = \lim_{z\to 1} (z-1)f(z) = \lim_{z\to 1} \frac{1-2z}{z(z-3)} = \frac{1}{2},$$

我们有

$$\oint_{|z|=2} f(z)\,\mathrm{d}\,z = 2\pi i(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}) = \frac{5\pi i}{3}. \qquad \blacksquare$$

Chapter 3

Algebra 代数学

3.1 初等矩阵运算

Matrices play a central role in this book.在本书中矩阵起着核心的作用。它们成为理论中重要的一部分，而且很多具体的例子是基于矩阵构造出来的。因此在矩阵计算中发展一些方法（算法）是很有必要的.（facility设备）因为矩阵的应用遍及数学的各个方面，这里(需要的)技巧在其他地方也会有用。

设m, n为整数。一个$m \times n$ 矩阵是按照矩阵列组合的mn 个数

$$\begin{array}{cc} & n \text{ columns} \\ m \text{ rows} & \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \end{array}$$

例如, $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ 是一个2×3 矩阵.

矩阵中的数称为*矩阵元素*，记为a_{ij}, 其中i, j 是（整数）指标，$1 \leq i \leq m$且$1 \leq j \leq n$. 指标i称为行数*row index*, j 称为列数(列指标) . 所以a_{ij} 就算矩阵第i行第j列的元素:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} & j & & \end{array} \\ i & \begin{bmatrix} & \cdot & & \\ \cdots & a_{ij} & \cdots & \cdots \\ & \vdots & & \\ & \vdots & & \end{bmatrix} \end{array}$$

在上面的例子中, $a_{11} = 2$, $a_{13} = 0$, and $a_{23} = 5$.

W我们通常用A 来记一个矩阵，或者我们也可以记之为(a_{ij}).

一个$1 \times n$矩阵称为是n-维的行向量. 当$m = 1$ 的时候我们把指标i 去掉，把行向量写成

$$A = [a_1 \ \cdots \ a_n], \quad \text{or as} \quad A = (a_1, \ldots, a_n). \tag{3.1}$$

这里行向量中的逗号可写可不写. 类似，一个$m \times 1$ 的矩阵称为m-维列矩阵:

$$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}. \tag{3.2}$$

Chapter 4

Differential Equation 微分方程

4.1 积分形式的一般解和特解

如果函数f 仅仅依赖于变量y，那么一阶方程$\mathrm{d}\,y/\,\mathrm{d}\,x = f(x, y)$ 具有特别简单的形式:

$$\frac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}\,x} = f(x). \tag{4.1}$$

在这种特殊的情形，我们只要对方程(5.1)的两边积分就可得到

$$y(x) = \int f(x)\,\mathrm{d}\,x + C. \tag{4.2}$$

这是方程(5.1)的一般解，这意味着C是一个任意常数，并且对每个常数C 右边都是微分方程(5.1)的一个解. 如果$G(x)$ 是f的一个特别的原函数,—即，如果$G' \equiv f$ —那么

$$y(x) = G(x) + C. \tag{4.3}$$

两个解$y_1(x) = G(x) + C_1$和$y_2(x) = G(x) + C_2$ 在同一个区间I 上的图像是“平行的”，见图4.1 和4.2. 可以看到，从几何上讲C 两条曲线$y(x) = G(x)$和$y(x) = G(x) + C$的竖直距离.

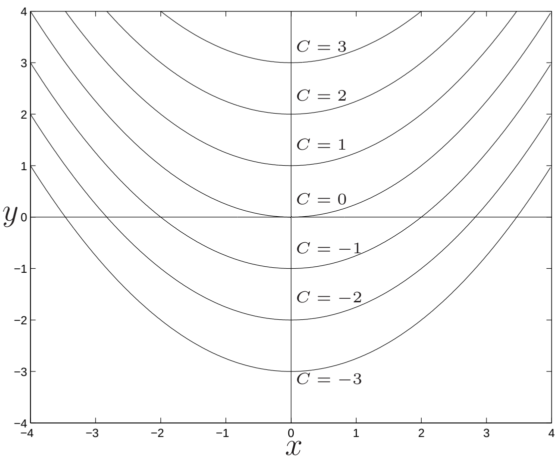

Figure 4.1: Graphs of $y = \frac{1}{4}x^2 + C$ for various value of C.

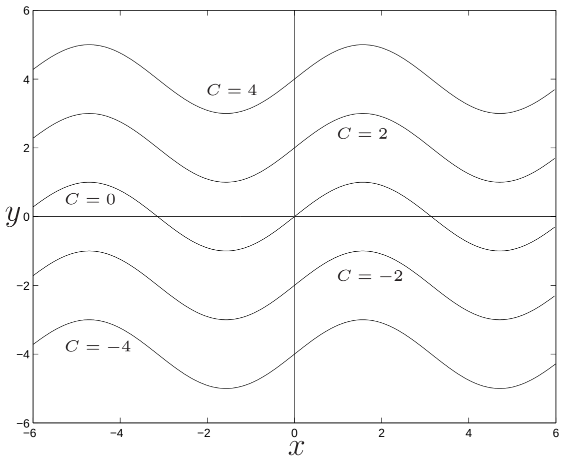

Figure 4.2: Graphs of $y = \sin x + C$ for various values of C.

，我们只需把$x = x_0$和$y = y_0$代入方程(5.3) 就可得到$y_0 = G(x_0) + C$, 令$C = y_0 - G(x_0)$从而满足初始条件$y(x_0) = y_0$. 对于这个C, 我们得到方程(5.1) 的**特解** ，它满足初值问题

$$\frac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}\,x} = f(x), \qquad y(x_0) = y_0.$$

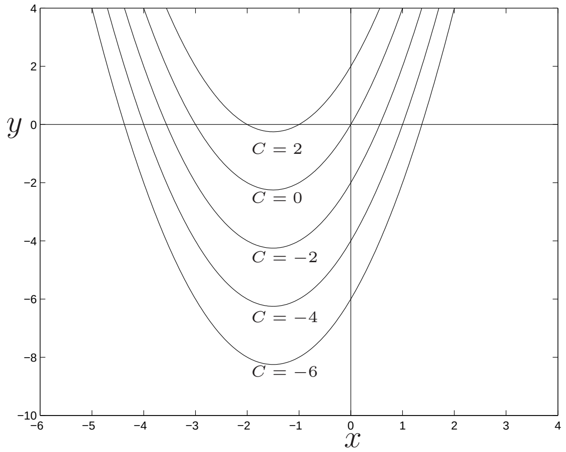

Figure 4.3: Solution curves for the differential equation in Example 1.

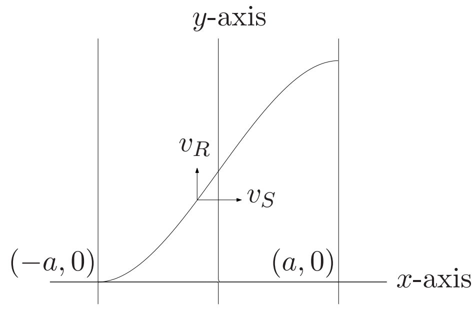

Figure 4.4: A swimmer's problem (Example **??**).

我们将会看到这是一阶微分方程的典型求解方式(typical pattern). 一般地，我们首先找到含一个任意常数C的一般解，然后通过选取适当的C去获得满足初始条件$y(x_0) = y_0$的特解.

注记 沿用上一节的术语, 一个一阶微分方程的*一般解* 其实就是单参数的一族解. 一个自然的问题是: 给定一个微分方程的一般解，它是否包含每个 特解. 如果是这样，那么我们把它称为微分方程的一般解. 例如，因为同一函数$f(x)$的两个原函数仅仅相差一个常数,所以方程（5.1）的每个解都有方程（5.2）的形式。因此，方程（5.2）可以给出方程（5.1）的一般解(serves to).

Example 1. 求解初值问题 $\dfrac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}\,x} = 2x + 3,\ y(1) = 2.$

Solution 和方程(5.2)类似，对微分方程两边求积分(4.2) 得到一般解

$$y(x) = \int (2x + 3)\,\mathrm{d}\,x = x^2 + 3x + C.$$

图5.3给出了不同取值C下$y = x^2 + 3x + C$的图像. 我们寻找的特解对应的曲线经过点$(1, 2)$,因此该特解满足方程

$$y(1) = (1)^2 + 3 \cdot (1) + C = 2.$$

所以$C = -2$, 因而所求特解为

$$y(x) = x^2 + 3x - 2. \qquad \blacksquare$$

Second-order Equations 观察到$\mathrm{d}\,y/\,\mathrm{d}\,x = f(x)$ 这一特殊的一阶方程马上可以求解(只要能马上找到f的原函数)，更一般地可以考虑特殊形式的二阶微分方程

$$\frac{\mathrm{d}^2\,y}{\mathrm{d}\,x^2} = g(x), \tag{4.4}$$

其中右边的函数g 和y 或者$\mathrm{d}\,y/\,\mathrm{d}\,x$都没有关系.一次积分后我们直接得到(simply仅仅)

$$\frac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}\,x} = \int y''(x)\,\mathrm{d}\,x = \int g(x)\,\mathrm{d}\,x = G(x) + C_1,$$

其中G是g 的原函数，C_1是任意常数.再次积分得到

$$y(x) = \int y'(x)\,\mathrm{d}\,x = \int [G(x) + C_1]\,\mathrm{d}\,x = \int G(x)\,\mathrm{d}\,x + C_1 x + C_2.$$

其中C_2 是另外一个常数. 实际上，而方程（4.4）中的二阶微分方程能够通过解决一阶方程

$$\frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,x} = g(x) \quad \text{and} \quad \frac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}\,x} = v(x).$$

而求解.

速度和加速度 直接积分可以帮助我们解决一类和质点运动有关（有外力作用在上面）的重要问题. 质点沿着直线（x轴）的移动可以用位移函数来描述：

$$x = f(t)$$

该方程描述了在t时刻x的坐标. 质点的速度定义为

$$v(t) = f'(t); \quad v = \frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t}.$$

它的加速度$a(t)$ 是$a(t) = v'(t) = x''(t)$; 用Leibnitz符号来表示就是

$$a = \frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,t} = \frac{\mathrm{d}^2\,x}{\mathrm{d}\,t^2}.$$

牛顿第二运动定律说，如果有一个外力$F(t)$作用在质点上，并且外力的方向和质点的运动轨迹方向（?）在一条直线上,那么

$$ma(t) = F(t); \quad \text{that is,} \quad F = ma,$$

其中m 是质点的质量. 如果外力F是已知的, 那么对方程$x''(t) = F(t)/m$ 两次积分后可以用两个常数来表示$x(t)$.这两个任意的常数通常是由质点的初值位置$x_0 = x(0)$ 和初始速度$v_0 = v(0)$ 决定的。

page 27 上面一段，口头翻译

Constant acceleration For instance, suppose that the force F, and therefore

Example 2. lunar（月亮的sl.m.）月球着陆器以每秒450米(450m/s)的速度朝着月球表面做自由落体运动.falling freely toward the surface . 点火之后，减速火箭会提供2.5 m/s^2 的减速(制动，负)加速度.(可以设月球提供的重力加速度已经包含在上面的加速度中). 问在什么样的高度就需要启动减速火箭以保障着陆器能够软着陆(在撞击的时候$v = 0$)?

Solution 用$x(t)$记月球着陆器离月球表面的高度，$t = 0$记减速火箭点火的时刻。那么$v_0 = -450$ m/s （速度是负的是因为$x(t)$ 在减小), 并且因为向上的推力会增加速度v $a = +2.5$(velocity速度，速率) (虽然它减小了速率$|v|$). 这样方程(5.5)和(5.6)就变成

$$v(t) = 2.5t - 450 \tag{4.5}$$

以及

$$x(t) = 1.25t^2 - 450t + x_0, \tag{4.6}$$

其中x_0 是在减速火箭点火的时刻$t=0$ 着陆器离月球表面的高度.

由方程(5.7) 我们看到$v=0$ (软着陆)是在$t=450/2.5=180$秒(即, 3分钟)的时刻发生; 把$t=180$, $x=0$ 代入方程(5.8)得到

$$x_0 = 0-(1.25)(180)^2+450(180)=40,500$$

米，即，$x_0=40.5$千米$\approx 25\frac{1}{6}$ 英里. 所以在月球着陆器离月球表面40.5千米时减速火箭就要启动，这样着陆器就会在3分钟的减速后在月球表面软着陆. ■

A Swimmer's Problem Figure 4.4 shows a northward-flowing river of width $w=2a$.

口头翻译：

Example 3. midstream河流正中

轨迹$y(-\frac{1}{2})=0$

drift 漂移downstream朝下游方向

Chapter 5

Probability Theory and Mathematical Statistics 概率论与数理统计

5.1 公理, interpretations解释(?)和概率测度

给定一个实验(试验)和一个样本空间δ, 概率论的目标是对每个事件A 指定一个数$P(A)$, 称为事件A的概率,它是对于事件A出现的可能性(机会)给出确切的测度.

要保证分配的概率和我们的直观概念一致，所有分配的概率要满足下面概率的公理(基本性质)

Axiom 1. *对每个事件A, $P(A) \geq 0$*

Axiom 2. $P(\delta) = 1$

Axiom 3. *a. 如果A_1,A_2,...,A_k 是有限个互斥事件，那么*

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_k) = \sum_{i=1}^{k} P(A_i)$$

b. 如果A_1,A_2,A_3,... 是无限个互斥事件，那么

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

公理1反映了直观的概念：事件A发生的概率应该是非负的.按照定义样本空间就是实验进行中一定发生的事情(δ包含所有可能的结果),所以公理2表明事件δ具有最大的概率1．第三个公理中的公式表达了如下的想法：如果要求几个事件至少有一件会发生的概率，并且不会有两个事件同时发生，那么至少有一个事件发生的几率等于这些个体事件的几率总和。

Example 1. 在投掷一枚硬币的实验中，样本空间是$\delta = H, T$.由公理$P(\delta) = 1$, 要给出所有事件的概率，只需要决定$P(H)$和$P(T)$. 因为H 和T 是不相交事件且$H \cup T = \delta$,公理3表明

$$1 = P(\delta) = P(H) + P(T)$$

于是$P(T) = 1 - P(H)$. 在公理下我们唯一的自由就是可以改变H的概率. 一种可能的概率是$P(H) = .5$, $P(T) = .5$, 然而另外一种概率是$P(H) = .75$, $P(T) = .25$. 事实上记p 为介于0 和1之间, $P(H) = p$ and $P(T) = 1 - p$ 是和公理相容的一种概率分布。

Interpreting Probability

例子1表明这些公理并不能完全决定给定事件的概率分布. （rule out排除）这些公理仅仅是用来排除掉和我们直观概念相悖的概率分布. （carry out 实现，施行）例子1中掷硬币的试验中，有两种特别的分布可以采用. 合适的或者正确的分布依赖于试验进行的方式，也依赖于对于概率的解释(...). (frequency 频率) 最常用最容易理解的解释基于相关频率的概念.

我们考虑这样一个试验，它可以以相同的方式被独立地重复. 记A为试验固定的一些结果会发生的事件. （dice 骰子，tou子）这种可重复的试验的简单例子有前面提到的掷硬币试验和掷骰子试验. 如果试验进行了n次,在某次重复试验上事件A会发生(即，结果在集合A中), 而在其他的试验中A没有发生. 让$n(A)$记重复试验中A 发生的次数. 比例$n(A)/n$ 称为是事件A在n次重复试验中发生的*相对频率*. 基于很多重复试验组的结果，试验依据据表明当n变大的时候，相对频率$n(A)/n$趋于稳定，见图7.1. 即，当n 变得任意大,相对频率就逼近一个极限值，称为the limiting relative frequency of the event A. 概率的客观解释就是$P(A)$的相对频率的极限。

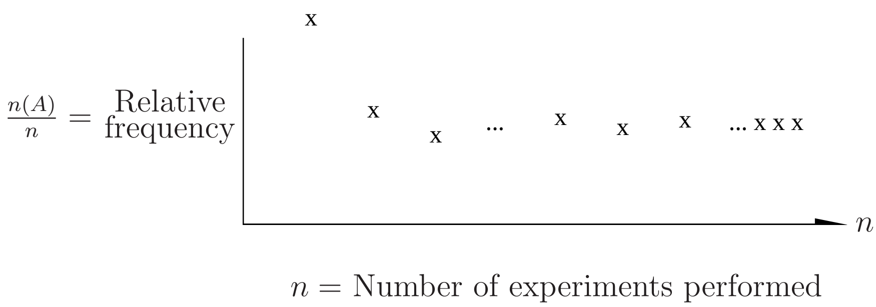

Figure 5.1: Stabilization of relative frequency

口头翻译If probabilities are assigned to events in accordance with ...

下一段：rests on (依赖) individual 单个，个体have nothing to do with

Thus we will have to assign probabilities based on our beliefs about the limiting relative frequency of events under study. 所以在指定概率的时候，我们是凭借个人的经验对于所研究事件的相对频率极限做一个判断. consensus(一直，共识)

Because the objective interpretation of probability is based on the 因为概率的客观解释依赖于频率极限的概念，概率是否可行就取决于可重复的试验条件. (experimental situations that are repeatable.) 然而在试验本身不可重复的情况下，我们也会用概率. 例如："达成和平协议的可能性很高"; "很可能我们公司会获得签约的机会"; 以及"因为他们最好的四分卫受伤了，我估计他们和我们对战不会胜过我们10分" 和以前一样，在这些情况中对不同的结果和事件我们也会给出数值的概率(e.g., 我们得到合同的概率是.9). 所以我们需要采用另外一种办法解释概率. 因为不同的观察者对这些实验的情况可能有不同的先验信息和看法，给出的概率分布因人而异. 对这些情况的解释就是*主观的*. Robert Winkler的书对于几种主观解释给出了通俗（易读的）的综述.

概率的性质

surprisingly 出人意料

例子2 口头翻译Consider a system of five identical components connected in series, ...

In general, the foregoing(前面的) .

Example 2. subscribe to 赞同,订阅In a certain residential suburb,在某个郊区居民区，60%的家庭订阅在附近城市出版的大都市报，80% 的家庭订阅地方小报, 50%的家庭两种报纸都订阅. 如果随机抽到一个家庭，那么订阅至少一种报纸的概率是多少？只订阅其中一种的概率是多少？

记$A = \{$订阅大都市报，$\}$，$B = \{$订阅地方小报$\}$, 从已知的信息得到$P(A) = .6$, $P(B) = .8$, 且$P(A \cap B) = .5$. 由前面的命题得到

$$\begin{aligned} &P(\text{订阅至少一种报纸}) \\ =&P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = .6 + .8 - .5 = .9 \end{aligned}$$

一个家庭只订阅地方报的事件可以写成$A' \cap B$ [(不订大都市报) 且订地方报]. 图7.3表明

$$.9 = P(A \cup B) = P(A) + P(A' \cap B) = .6 + P(A' \cap B)$$

由此$P(A' \cap B) = .3$. 类似$P(A \cap B') = P(A \cup B) - P(B) = .1$. 这在图7.4中有说明，由此可见

$$P(\text{只订阅一种}) = P(A \cap B') + P(A' \cap B) = .1 + .3 = .4$$

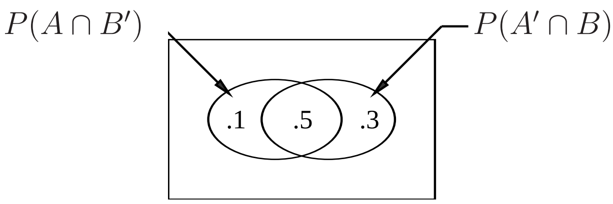

Figure 5.2: Probabilities for Example ??

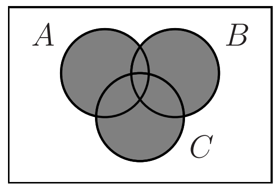

Figure 5.3: $A \cup B \cup C$

page 38

This can be seen by examining 仔细观察a Venn diagram

once too often又一次.

Determining Probabilities Systematically compound复合

如果有很多可能的结果（简单事件），那么会有很多复合事件. 为了不违反概率公理以及由此导出的一些性质，要决定这些事件的概率一个简单的做法是手机决定概率$P(E_i) \geq 0$ 并且使得(它们满足)$\sum_{\text{all } i} P(E_i) = 1$. 把$A$中的元素$E_i$的概率$P(E_i)$一起加起来就可以得到任意复合事件$A$的概率

$$P(A) = \sum_{\text{all } E_i\text{'s in } A} P(E_i)$$

例子5 口述.

等可能结果？outcomes equally likely 等可能事件

在很多涉及到N个结果的试验中，很自然地会赋予N个简单事件以相同的概率. 这包括如投掷公平硬币或者公平骰子1-2 次（或者固定次数）这样明显的例子，或者从52张well 洗牌后的一副牌中选出一张或者几张牌. （well-shuffled ）对每个i令$p = P(E_i)$,

$$1 = \sum_{i=1}^{N} P(E_i) = \sum_{i=1}^{N} p = p \cdot N \qquad \text{so} \quad p = \frac{1}{N}$$

即，如果有N 可能结果，那么每个结果赋予的概率就是$1/N$.

现在考虑事件A, 用$N(A)$记包含在A中可能结果的数目. 那么

$$P(A) = \sum_{E_i \text{ in } A} P(E_i) = \sum_{E_i \text{ in } A} \frac{1}{N} = \frac{N(A)}{N}$$

一旦我们数出样本空间中可能结果的数目N , 要计算任意事件的概率，我们只需要数出包含在事件中的结果的数目,概率就取为这两个数的比例. 所以如果结果是等可能的，那么计算概率就约化为数数. （例子，左转弯）

例子5 口述.

5.2 假设和试验过程

统计假设, 或者*假设*, 是关于单个或者多个参数值(群体特征或者是概率分布的特征)的断言，或者是关于整个概率分布的形式的断言. 例如

$\mu = .75$就是一个假设，其中μ 是某种PVC(聚氯乙烯)管内直径的平均值.又一个例子是$p < .10$, 其中p 是某厂家生产的电路板的不合格产品的比例. 如果μ_1和μ_2 两种不同细绳的抗拉强度的平均值,一个假设是$\mu_1 - \mu_2 = 0$, 另外一个假设是$\mu_1 - \mu_2 > 5$. 而另外一个假设就是在特定条件下停车距离的分布符合正态分布(normal distribution). 后面这种假设在第14章中会被考虑.在这一章和后面几章里吗，我们关心的是关于参数的假设.

在任意假设-试验问题中，我们总会考虑两种相反的假设.一个假设可能是$\mu = .75$，而其他的假设是$\mu \neq .75$, 或者两种相反的断言是$p \geq .10$ 和$p < .10$. 我们的目标是，依赖于样本的信息来判断两个假设哪个是真的. 在审讯罪犯时和这种情形有一些类似的地方. 一个断言是说被指控的人是无关的. 在U.S. 司法系统中，这是起初被默认为真的假定。this is the claim that is initially believed to be true. 只有面对和假定相反的强有力的证据时，陪审团才会否定这个假定而认为被指控者有罪. 在这个意义上，认为无辜的断言是人们默认的或者受保护的假定，而相信不是无辜的人就要拿出证据（以支撑他们的论点）.

类似，在测试统计假设时，这个问题也可以这样表述：其中一个断言一开始是被默认为真的. 除非样本证据与之矛盾，并且能提供强有力的支持相反的论点，那么默认为真的断言就不能被驳斥.

Definition 1. *The* null hypothesis*虚假设, denoted by H_0, is the claim that is initially assumed to be true (the "prior belief"先验假定).* alternative hypothesis择一假设?*, 就是和H_0相反的断言. 记为H_a . 只有在样本证据表明H_0是错误的情况下，为了虚假设才会被反驳以支持择一假设.如果样本不能很有力地驳斥H_0，我们依然相信虚假设是真的. 假设检验的两种可能结论就分别是能够拒绝拒绝 H_0或者不能拒绝 H_0.*

A **test of hypotheses**假设检验是一种利用样本数据来觉得虚假设是否要被排除的方法. ... plausible似真实合理的.

Sometimes an investigator does有时研究者并不想接受一个特定的论断，除非并且知道数据能够为论断提供有力的证据.

口头翻译.

coating涂料，衣料

bearings轴承wear life抗磨寿命；磨损期限An appropriate problem formulation合适的问题表述、The conclusion (that a change is justified) is identified with H_a合理的, conclusive 结论性的evidence to justify 使得...正当

Scientific research often involves在科学研究中经常要决定一个现有的理论是否要被替换为研究中一个对现象更有说服力更令人满意的解释. A 一个保守的方法是把现有的理论记为H_0，而把研

究者的另外一个解释记为H_a. w只有当证据在很大程度上支持新理论时，才能拒绝现有的理论. 在很多情形下，H_a被指为“研究者的假设”,因为这是研究者真正想要证实的。虚 意味着“没有价值，效果或者影响”, 这意味着H_0代表着(从现有观点看)没有变化的假设, 没有区别,没有改进，等等. 例如，假定某个厂家在最近一段时期生产的所有电路板中有10%是有故障的. An 一个机械师在生产过程中作了改变，他相信有故障的电路板比例可能会降低. 设p 是改变的流程下生产的有故障的电路板的比例. denote the true proportion of defective boards resulting from the changed process. 所以研究者假设就是$p < .10$，它需要验证. 而择一假设是H_a: $p < .10$.

In our treatment of hypothesis testing,口译

*null value*零值？versus对抗rationale基本原理；基础原理for e apparent明显shortly立刻，马上

作业 p 40 lines 24-42

deviation 偏离；背弃(inches英寸) metal sleeve金属管. conclusively确定的demonstrate证明，示范constituents组分，要素: (1) *test statistic* 试验统计(2) a *rejection region*拒绝区域consisting o .

口述specified指定，阐述by the following:

口述brand商标牌子B

在电路板和尼古丁这两个例子中，检验统计量的选择和拒绝区域的形式在直觉上都是有意义的。但是，对于用于指定拒绝区域的中止值的选择有一定的任意性。我们可以采用拒绝区域（rejeciton region）$x \le 14$，而不是当$x \le 15$时接受H_a: $p < .10$，拒绝H_0: $p = .10$。对于这个区域，如果观察到了15块有缺陷的电路板，不会拒绝H_0。然而，如果使用原先的区域，这种情形下会拒绝H_0。类似地，在尼古丁问题中，可能会用拒绝区域$\bar{x} \ge 1.55$替换区域$\bar{x} \ge 1.60$。

Errors in Hypothesis Testing

The basis for 选择一个特定的拒绝区域的基础在于在下结论时面对的偏差的理解.在电路板问题中考虑拒绝区域$x \le 15$ 即使H_0: $p = .10$是对的，也有可能会有一个不寻常的结果：$x = 13$, 这样H_0 就会被错误地拒绝. 另一方面即使H_a: $p < .10$是对的，也可能出现$x = 20$的不寻常的例子,这时即使H_0是假的，它可可能不被排除. 这些可能的错误不是有意错误地选择了拒绝区域. Either one of these two errors might result when the region $x \le 14$ is employed, or indeed when any other region is used.

Definition 2. *A* type I error *consists of rejecting the null hypothesis H_0 when it is true. A* type II error *involves not rejecting H_0 when H_0 is false.*

In the nicotine problem, a type I error consists of rejecting the manufacturer's claim that $\mu = 1.5$ when it is actually true. If the rejection region $\bar{x} \ge 1.6$ is employed, it might happen that $\bar{x} = 1.63$ even when $\mu = 1.5$, resulting in a type I error. Alternatively, it may be that H_0 is false and yet $\bar{x} = 1.52$ is observed, leading to H_0 not being rejected (a type II error).

In the best of all possible worlds, test procedures for which neither type of error is possible could be developed. However, this ideal can be achieved only by basing a decision on an examination of the entire population, which is almost always impractical. The difficulty with using a procedure based on sample data is that because of sampling variability, an unrepresentative sample may result. Even though $E(\bar{X}) = \mu$, the observed value $\bar{x}$ may differ substantially from μ (at least if n is small). Thus when $\mu = 1.5$ in the nicotine situation, $\bar{x}$ may be much larger than 1.5, resulting in erroneous rejection of H_0. Alternatively, it may be that $\mu = 1.6$ yet an $\bar{x}$ much smaller than this is observed, leading to a type II error.

That is, a good procedure is one for which the probability of making either type of error is small. The choice of a particular rejection region cutoff value fixes the probabilities of type I and type II errors. These error probabilities are traditionally denoted by α and β, respectively. Because H_0 specifies a unique value of the parameter, there is a single value of α. However, there is a different value of β for each value of the parameter consistent with H_a.

我们必须寻找使任一种类型的错误都不太可能发生的程序，而不是要求无错误的程序。即，在一个良好的程序中任何一种类型的错误发生的概率都很小。具体的拒绝区域的临界值的选择决定了第I型和第II型错误的概率。这些错误的概率传统上分别用α和β来表示。由于H_0指定了参数的一个唯一的值，α只有一个值。然而，对于与H_a一致的每个参数值都有一个不同的β值。

automobile 汽车sustain承受crash tests撞击测试.pumper 保险杠design has been proposed in percentage百分比. versus对抗prototype原型Intuitively, substantial 大量的

Chapter 6

Numerical Analysis 数值分析[?]

可能你会说你所碰到的描述物理系统的一些方程不能用熟知的函数来表达，并且它们需要数值计算来求解. 然而如果说这是因为现实与(方程式)...相差甚远，那么这是一种误解。大部分描述现实世界的方程足够地复杂，以至于你只能期望通过数值方法解决它们。The simple equations that you find in introductory texts 你所找到的简单方程在介绍性的文本中那里，这是因为他们可以通过初等微积分解决。当你开始考虑现实性，你很快就会发现不管多巧妙的分析技巧都不能给你提供解。这就是这一章的主题。在所有我给出的例子中，我只是让你体会这么一件事，但是我希望你能明白本质的思想以把这些概念作推广。

6.1 插值

Given equally spaced tabulated(制成表) data, 给定相同间隔的列入总汇表的数据，问题是如何在汇总的点中寻找一个值，并且估计相应的误差. 作为第一个例子，考虑用线性插值来寻找给定点的中间值(grammar?)：

$$f(x_0+h/2)\approx\frac{1}{2}\big[f(x_0)+f(x_0+h)\big]$$

这里没有给出误差的任何暗示. 要计算误差的估计，作下面的变量代换可以把方程写得更方便:

$$f(0)\approx\frac{1}{2}\big[f(k)+f(-k)\big],$$

其中数据点之间的间隔为$2k$. 利用f的幂级数展开可以得到误差的估计。

$$f(k)=f(0)+kf'(0)+\frac{1}{2}k^2f''(0)+\cdots,\qquad f(-k)=f(0)-kf'(0)+\frac{1}{2}k^2f''(0)+\cdots$$

Then $\frac{1}{2}\big[f(k)+f(-k)\big]\approx f(0)+\big[\frac{1}{2}k^2f''(0)\big]$, 其中最后一项就是误差估计:

$$\text{Error}=\text{Estimate}-\text{Exact}=+k^2f''(0)/2=+h^2f''(0)/8$$

相对误差就是(估计值 − 精确值)/精确值.

作为一个例子，我们对函数$f(x)=2^x$在0和1之间作插值。这里$h=1$.

$$2^{1/2}\approx\frac{1}{2}[2^0+2^1]=1.5$$

误差项就是

$$\text{error}\approx(\ln 2)^2 2^x/8\big|_{x=.5}=(.693)^2(1.5)/8=.090$$

当然真正的误差是$1.5-1.414=.086$

读者可以给出更一般的关于x_0 和x_0+h之间任意一段的插值方法. 所求节就是上面的结果的简单推广.

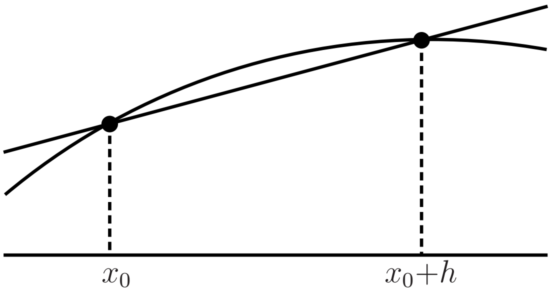

Figure 6.1: 2-point interpolation

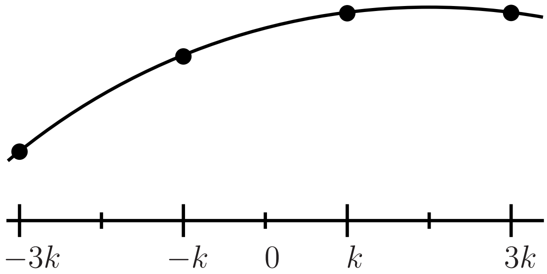

Figure 6.2: 4-point interpolation

经过图9.1 中图中两点的直线就是$y-f_0=(x-x_0)(f_1-f_0)/h$, 其中$f_0=f(x_0)$, $f_1=f(x_0+h)$. 在点$x=x_0+ph$ 处，我们有

$$y=f_0+(ph)(f_1-f_0)/h=f_0(1-p)+f_1p$$

和以前一样，这个方法也没有给出误差的信息，但是同样由Taylor级数可以给出误差就是$[h^2p(1-p)f''(x_0+ph)/2]$.

The use of only two points to do an interpolation 只利用两个点来作插值就忽略了在表格剩余部分有用的数据。利用更多的点，可以更高地提高精确性。这种方法中最简单的例子就是利用4点插值来求数据点中点的函数值(见图9.2的说明). 又因为独立变量的增量为$h=2k$,所以问题可以表达为：给定$f(\pm k)$和$f(\pm 3k)$求$f(0)$ 的值。

$$f(k)=f(0)+kf'(0)+\frac{1}{2}k^2f''(0)+\frac{1}{6}k^3f'''(0)+\cdots$$

为了把$f(0)$ 分离出来，取

$$\begin{aligned} f(k)+f(-k) &= 2f(0)+k^2f''(0)+\frac{1}{12}k^4f^{(4)}(0)+\cdots \\ f(3k)+f(-3k) &= 2f(0)+9k^2f''(0)+\frac{81}{12}k^4f^{(4)}(0)+\cdots \end{aligned}$$

$f(0)$后面最大的一项为$k^2f''(0)$, 需要把它消去。

$$\begin{aligned} &[f(3k)+f(-3k)]-9[f(k)-f(-k)]\approx -16f(0)+[\frac{81}{12}-\frac{9}{12}]k^4f^{(4)}(0) \\ &f(0)\approx \frac{1}{16}[-f(-3k)+9f(-k)+9f(k)-f(3k)]-[-\frac{3}{8}k^4f^{(4)}(0)]. \end{aligned}$$

那么误差估计就是$-3h^4f^{(4)}(0)/128$.

作为应用，考虑前面的例子, 考虑$f(x)=2^x$ 在$x=.5$点的取值，

$$2^{1/2}\approx\frac{1}{16}\big[-2^{-1}+9\cdot 2^0+9\cdot 2^1-2^2\big]=\frac{45}{32}=1.40625,$$

误差为$1.40625-1.41421=-.008$, 精度上比原来的插值提高了十倍，而不用管函数取值在这个区间上改变得很显著，不能期望在这里插值有很好的效果。

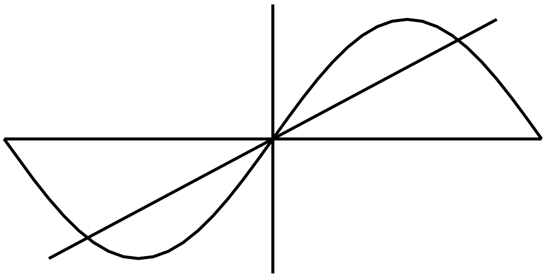

Figure 6.3: $\sin x - x/2 = 0$

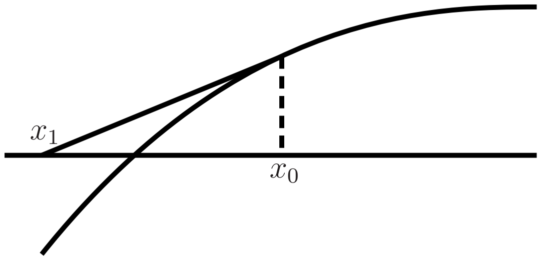

Figure 6.4: a function with a root

6.2 解方程

考虑例子: $\sin x - x/2 = 0$. 见图9.3, 方程显然有三个实根，但是找到它们就是一个问题。为了解决$f(x) = 0$ 问题，我们首先介绍牛顿法。它的基本思想是在一个足够小的区域上，或多或少一切都是线性的。这当然不是真的，所以如果这个方法不奏效的话也不用感到惊讶。但没有什么是万能的。

图9.4给出了函数有一个根的一般图像。在这种情况下，观察到如果x_0是f 的根的第一次逼近，和曲线相切的线可以用来计算改进后的逼近。直线的方程为

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

这条线的根记为$y = 0$,它的解为

$$x = x_0 - f(x_0)/f'(x_0)$$

记为x_1. 利用重复的步骤可以求出

$$x_2 = x_1 - f(x_1) = f'(x_1),$$

依次，x_3 是用x_2定义的，等等.

例子:求解$\sin x - x/2 = 0$. 由图像, 一个对根的合理猜测（估计）是$x_0 = 2$.

$$\begin{aligned}
x_1 &= x_0 - (\sin x_0 - x_0/2)/(\cos x_0 - 1/2) = 1.900995594, \qquad f(x_1) = .00452 \\
x_2 &= x_1 - (\sin x_1 - x_1/2)/(\cos x_1 - 1/2) = 1.895511645, \qquad f(x_2) = -.000014 \\
x_3 &= x_2 - (\sin x_2 - x_2/2)/(\cos x_2 - 1/2) = 1.895494267, \qquad f(x_3) = 2 \times 10^{-10}
\end{aligned}$$

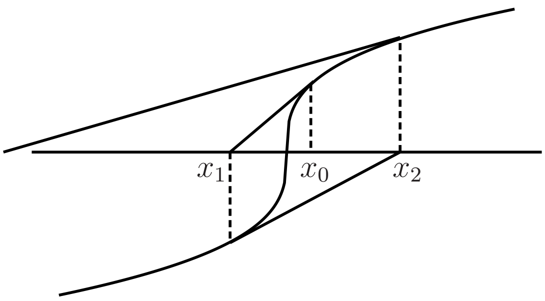

Figure 6.5: $f(x) = x^{1/3}$

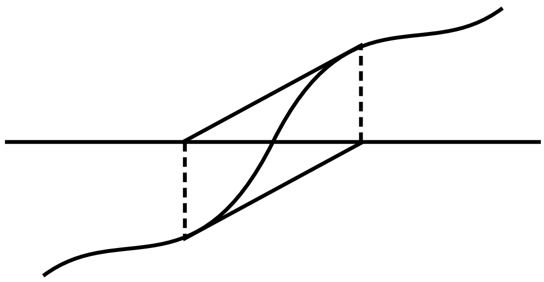

Figure 6.6: oscillatory iteration

在计算机上使用如上重复的步骤是很理想的。但是用的时候要小心。就像下面这个简单例子表明的: $f(x)=x^{1/3}$. 如果不取根$x=0$, 在图像中的迭代(图9.5) 会离假定的解任意地远。这个因为在直线估计中被忽略的高阶导数在接近根的时候取值很大。

如果在根附近曲率改变符号，并且绝对值很大，那么会出现更明显的不收敛性，如图9.6所示6.6. 这可以导致极限圈的出现，其中迭代仅仅从根的一边振荡到另外一边，而不会跑到别处。如我前面所说，这种方法并不总是有效的。

该方法的非图像法的推导来自Taylor级数：如果z_0是根的一个逼近，$z_0+\varepsilon$是事先假定的精确根，那么$f(z_0+\varepsilon)=0=f(z_0)+\varepsilon f'(z_0)+\cdots$. 忽略掉高阶项我们有$\varepsilon=-f(z_0)/f'(z_0)$,以及$z_1=z_0+\varepsilon=z_0-f(z_0)/f'(z_0)$,这和前面一样. 这里我们用$z$ 代替x，提醒读者对实变量类似，这方法对复变量也是对的(并且有许多想不到的困难).

在收敛速度不是很快的情形，或者上面的技巧对收敛性失效时，对方法做一点简单的变化可以用来提高收敛速度。

$$x_1=x_0-wf(x_0)=f'(x_0)$$

可以选取因子w 大于1以增加校正值（？ correction）或者选取$w<1$以减小corection. 作何种选择更多是一种艺术(感觉）而非科学(1.5和0.5 是通常的选择). 容易验证选取0 和2/3之间的任意w 对于方程$x^{1/3}=0$的解是收敛的，对于方程$f(x)=x^2=0$的解也可以试试这种方法。直接的迭代是收敛的，但是收敛速度太慢。选取$w>1$ 可以大大改善这种情况。

在牛顿法运作良好的情况下，在每次迭代中the number of significant figures (误差精确的数位)都能典型地成倍增长。

drawback(缺点) 这个方法的一个缺点是它需要知道$f'(x)$, 而这可能并不容易。有另外一种方法可以回避这一点，就是在图像中用曲线的割线代替在一点的切线。

给定$f(x_1)$ 和$f(x_2)$, 构造直线$y-f(x_2)=\left[\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}\right](x-x_2)$. 在$y=0$处有根$x=x_2-f(x_2)\dfrac{x_2-x_1}{f(x_2)-f(x_1)}$. 记这个根为$x_3$，并且重复该方法，把$x_1$和$x_2$替换为$x_2$ 和x_3 . 和牛顿法一样，该方法奏效时非常好用。但是需要注意相同类型的不收敛的情况。该方法称为割线法.

数学专业英语词汇

A

Abelian 阿贝尔的, 交换的
absolute convergent 绝对收敛
absolute integrable 绝对可积
absolute value 绝对值
abstract algebra 抽象代数
abstract space 抽象空间
accessible point 可达点
accidental error 偶然误差
accumulation point 聚点
acute angle 锐角
additive 加性, 加法的
adjacency 邻接
adjoint 伴随的
adjoint operator 伴随算子
adjugate 伴随转置的
admissible 容许的
～ error 容许误差
affine 仿射的
algebraic 代数的
～ expression 代数式
～ topology 代数拓扑
almost everywhere 几乎处处
alternate series 交错级数
alternative 互斥性
amplitude 幅角, 振幅
analytic function 解析函数
analytic geometry 解析几何
analytic extension 解析开拓
analytic space 复空间
angle of circumference 圆周角
angle of depression 俯角
angle of elevation 仰角
angle of incidence 入射角
angle of reflection 反射角
angle of rotation 旋转角
angular velocity 角速度
annihilator 零化子
anticlockwise 逆时针的
antiderivative 原函数
antisymmetric 反对称的
aperiodic 非周期的
apex 顶点
apothem 边心距
approximate 近似的, 逼近的
arc length 弧长
arithmetic 算术
area 面积
argument 幅角, 幅度 自变量, 论证
arrangement 排列
ascending 上升的
associative law 结合律
asymmetrical 非对称的
asymptote 渐近线
asymptotic 渐近的
augmented matrix 增广矩阵

B

balance equation 平衡方程
bandwidth 带宽
barycenter 重心
base 基
base vectors 基向量
biased error 有偏误差
biased statistic 有偏统计量
bilinear 双线性的
bijective 双射的
bilateral shift 双侧位移的
binomial 二项式
bisector 二等分线, 平分线
boundary 边界的, 边界
bounded 有界的
broken line 折线
bundle 丛, 把, 卷

C

calculus 微积分
～ of variations 变分法
cancellation 消去
canonical 典型的, 标准的
～ form 标准型
cap 交, 求交运算
capacity 容量
cardinal number 基数
Cartesian coordinates 笛卡尔坐标
category 范畴, 类型
cell 单元, 方格, 胞腔
～ complex 胞腔复形
character 特征标
characterization 特征
circuit 环路, 线路, 回路
circular ring 圆环
circulating decimal 循环小数
clockwise 顺时针方向的

closed ball	闭球
closure	闭包
cluster point	聚点
coefficient	系数
cofinal	共尾的
cohomology	上同调
coincidence	叠和, 重合
collinear	共线的
collective	集体的
columnar rank	列秩
combinatorial theory	组合理论
common tangent	公切线
commutative	交换的
compact	紧的
～ operator	紧算子
compatibility	相容性
compatible events	相容事件
complementary	余的, 补的
complete	完全的, 完备的
complex analysis	复变函数论
complex potential	复位势
composite	复合的
concave function	凹函数
concentric circles	同心圆
concurrent	共点
conditional number	条件数
confidence interval	置信区间
conformal	共形的
conic	圆锥的
conjugate	共轭的
connected	连通的
connected domain	连通域
consistence	相容, 一致
constrained	约束的
continuable	可延拓的
continuity	连续性
contour	周线, 回路, 轮廓线
convergence	收敛性
convexity	凸性
convolution	对和, 卷积
coordinate	坐标
coprime	互质的, 互素的
correspondence	对应
coset	陪集
countable	可数的
counterexample	反例
covariance	协方差
covariant	共变的
covering	覆盖
critical	临界的
cubic root	立方根
cup	并, 求并运算
curl	旋度
curvature	曲率
curve	曲线
cyclic	循环的

D

decade	十进制的
decagon	十边形
decimal	小数的, 十进制的
decision theory	决策论
decomposable	可分解的
decreasing	递减的
decrement	减量
deduction	推论, 归纳法
defect	亏量, 缺陷
deficiency	亏格
definition	定义
definite integral	定积分
deflation	压缩
deflection	挠度, 挠率, 变位
degenerate	退化的
deleted neighborhood	去心邻域
denominator	分母
density	稠密性, 密度
～ function	密度函数
denumerable	可数的
departure	偏差, 偏离
dependent	相关的
～ variable	因变量
derangement	重排
derivation	求导
derivative	导数
descent	下降
determinant	行列式
diagram	图, 图表
diameter	直径
diamond	菱形
dichotomy	二分法
diffeomorphism	微分同胚
differentiable	可微的
differential	微分
～ geometry	微分几何
difference	差, 差分
digit	数字
dimension	维数
directed graph	有向图
directed set	有向集
direct product	直积
direct sum	直和
direction angle	方向角
directional derivative	方向导数
disc	圆盘
disconnected	不连通的
discontinuous	不连续
discrete	离散的
discriminant	判别式
disjoint	不相交
disorder	混乱, 无序
dissection	剖分
dissipation	损耗
distribution	分布, 广义函数
divergent	发散的
divisor	因子, 除数
division	除法
domain	区域, 定义域
dot product	点积

double integral	二重积分
dual	对偶
dynamic model	动态模型
dynamic programming	动态规划
dynamic system	动力系统

E

eccentricity	离心率
econometrics	计量经济学
edge	棱, 边
eigenvalue	特征值
eigenvector	特征向量
eigenspace	特征空间
element	元素
ellipse	椭圆
embed	嵌入
empirical equation	经验公式
empirical assumption	经验假设
endomorphism	自同态
end point	端点
entropy	熵
entire function	整函数
envelope	包络
epimorphism	满同态
equiangular	等角
equicontinuous	等度连续的
equilateral	等边的
equilibrium	平衡
equivalence	等价
error estimate	误差估计
estimator	估计量
evaluation	赋值, 值的计算
even number	偶数
exact sequence	正合序列
exact solution	精确解
excenter	外心
excision	切割, 分割
exclusive events	互斥事件
exhaustive	穷举的
expansion	展开, 展开式
expectation	期望
experimental error	实验误差
explicit function	显函数
exponent	指数
extension	扩张, 外延

F

face	面
factor	因子
factorial	阶乘
fallacy	谬误
fiducial	置信
field	域, 场
～ theory	域论, 场论
figure	图形, 数字
finite	有限的
～ group	有限群
～ iteration	有限迭代
～ rank	有限秩
finitely covered	有限覆盖
fitting	拟合
fixed point	不动点
flag	标志
flat space	平旦空间
formula	公式
fraction	分数, 分式
frame	架, 标架
free boundary	自由边界
frequency	频率, 频数
front side	正面
function	函数
functional	泛函
functor	函子, 算符
fundamental group	基本群
fuzzy	模糊的

G

gain	增益, 放大率
game	对策
gap	间断, 间隙
general topology	一般拓扑学
general term	通项
generalized	普遍的, 推广的
～ inverse	广义逆
generalization	归纳, 普遍化
generating line	母线
genus	亏格
geodesic	测地线
geometrical	几何的
geometric series	几何级数
golden section	黄金分割
graph	图形, 网格

H

half plane	半平面
harmonic	调和的
hexagon	六边形
hereditary	可传的
holomorphic	全纯的
homeomorphism	同胚
homogeneous	齐次的
homology	同调
homotopy	同伦
hyperbola	双曲线
hyperplane	超平面
hypothesis	假设

I

ideal	理想
idempotent	幂等的
identical	恒等, 恒同
identity	恒等式, 单位元
ill-condition	病态
image	像点, 像
imaginary axis	虚轴
imbedding	嵌入
imitation	模仿, 模拟

immersion	浸入
impulse function	脉冲函数
inclination	斜角, 倾角
inclined plane	斜面
inclusion	包含
incomparable	不可比的
incompatible	不相容的, 互斥的
inconsistent	不成立的
indefinite integral	不定积分
independence	无关(性), 独立(性)
index	指数, 指标
indivisible	除不尽的
inductive	归纳的
∼ definition	归纳定义
induced	诱导的
inequality	不等式
inertia law	惯性律
inference	推理, 推论
infimum	下确界
infinite	无穷大的
∼ decimal	无穷小数
∼ series	无穷级数
infinitesimal	无限小的
inflection point	拐点
information theory	信息论
inhomogeneous	非齐次的
injection	内射
inner point	内点
instability	不稳定
integer	整数
integrable	可积的
integrand	被积函数
integral	积分
intermediate value	介值
intersection	交, 相交
interval	区间
intrinsic	内在的, 内蕴的
invariant	不变的
inverse circular function	反三角函数
inverse image	逆像, 原像
inversion	反演
invertible	可逆的
involution	对合
irrational	无理的, 无理数
irreducible	不可约的
isolated point	孤立点
isometric	等距的
isomorphic	同构的
iteration	迭代

J

joint distribution	联合分布

K

kernel	核
keyword	关键词
knot	纽结
known	已知的

L

large sample	大样本
last term	末项
lateral area	侧面积
lattice	格子
∼ point	格点
law of identity	同一律
leading coefficient	首项系数
leaf	蔓叶线
least squares solution	最小二乘解
lemma	引理
Lie algebra	李代数
lifting	提升
likelihood	似然的
limit	极限
linear combination	线性组合
linear filter	线性滤波
linear fraction transformation	线性分式变换
linear functional	线性泛函
linear operator	线性算子
linearly dependent	线性相关
linearly independent	线性无关
local coordinates	局部坐标
locus (pl. loci)	轨迹
logarithm	对数
lower bound	下界
logic	逻辑
lozenge	菱形
lunar	新月型

M

main diagonal	主对角线
manifold	流形
mantissa	尾数
many-valued function	多值函数
map into	映入
map onto	映到
mapping	映射
marginal	边缘
master equation	主方程
mathematical analysis	数学分析
mathematical expectation	数学期望
matrix (pl. matrices)	矩阵
maximal	极大的, 最大的
maximum norm	最大模
mean	平均, 中数
measurable	可测的
measure	测度
mesh	网络
metric space	距离空间
midpoint	中点
minus	减
minimal	极小的, 最小的

model	模型
modulus	模, 模数
moment	矩
monomorphism	单一同态
multi-analysis	多元分析
multiplication	乘法
multipole	多极
mutual	相互的
mutually disjoint	互不相交

N

natural boundary	自然边界
natural equivalence	自然等价
natural number	自然数
natural period	固有周期
negative	负的, 否定的
neighborhood	邻域
nil-factor	零因子
nilpotent	幂零的
nodal	节点的
noncommutative	非交换的
nondense	疏的, 无处稠密的
nonempty	非空的
noncountable	不可数的
nonlinear	非线性的
nonsingular	非奇异的
normalize	使正规化
norm	范数
normal	正规的; 法线
～ derivative	法向导数
～ direction	法方向
～ distribution	正态分布
～ family	正规族
～ operator	正规算子
～ set	良序集
normed	赋范的
n-tuple integral	重积分
number theory	数论
numerical analysis	数值分析
null	零, 空

O

obtuse angle	钝角
octagon	八边形
octant	卦限
odd number	奇数
odevity	奇偶性
off-centre	偏心的
one-side	单侧的
open ball	开球
operations research	运筹学
optimality	最优性
optimization	最优化
optimum	最佳条件
orbit	轨道
order	阶, 级, 次序
order-preserving	保序的
order-type	序型
ordinal	次序的
ordinary	寻常的, 正常的
ordinate	纵坐标
orient	定方向
orientable	可定向的
origin	原点
original state	初始状态
orthogonal	正交的
orthonormal	规范化正交的
outer product	外积
oval	卵形线
overdetermined	超定的
overlaping	重叠, 交迭

P

pairity	奇偶性
pairwise	两两的
parabola	抛物线
parallel	平行
～ lines	平行线
parallelogram	平行四边形
parameter	参数
parent population	母体
partial	偏的, 部分的
～ ordering	偏序
～ sum	部分和
particle	质点
partition	划分, 分类
path space	道路空间
perfect differential	全微分
perfect set	完备集
period	周期
periodic decimal	循环小数
peripheral	周界的, 外表的
periphery	边界
permissible	容许的
permutable	可交换的
permutation	排列, 置换
perpendicular	垂直
perturbation	扰动, 摄动
phase	相, 位相
piecewise	分段的
planar	平面的
plane curve	平面曲线
plane domain	平面区域
plane pencil	平面束
plus	加
point of intersection	交点
pointwise	逐点的
polar coordinates	极坐标
pole	极, 极点
polygon	多边形
polygonal line	折线
polynomial	多项式
positive	正的, 肯定的
potency	势, 基数
potential	位势
prime	素的
primitive	本原的
principal minor	主子式

prism	棱柱
proof theory	证明论
probability	概率
projective	射影的, 投影
proportion	比例
pure	纯的
pyramid	棱锥, 棱锥体

Q

quadrant	像限
quadratic	二次的
quadric surface	二次曲面
quantity	量, 数量
quasi-group	拟群
quasi-norm	拟范数
quasi-normal	拟正规
queuing theory	排队论
quotient	商

R

radial	径向
radical sign	根号
radication	开方
radian	弧度
radius	半径
ramified	分歧的
random	随机的
randomize	随机化
range	值域,区域,范围
rank	秩
rational	有理的
raw data	原始数据
real function	实函数
reciprocal	倒数的,互反的
～ basis	对偶基
reciprocity	互反性
rectangle	长方形, 矩形
rectifiable	可求长的
recurring decimal	循环小数
reduce	简化,化简
reflection	反射
reflexive	自反的
region	区域
regular	正则
～ ring	正则环
related function	相关函数
remanent	剩余的
repeated root	重根
residue	留数, 残数
resolution	分解
resolvent	预解式
right angle	直角
rotation	旋转
roundoff	舍入
row rank	行秩
ruled surface	直纹曲面
runs	游程, 取遍

S

saddle point	鞍点
sample	样本
sampling	取样
scalar field	标量场
scalar product	数量积, 内积
scale	标尺, 尺度
scattering	散射, 扩散
sectorial	扇形
self-adjoint	自伴的
semicircle	半圆
semi-definite	半定的
semigroup	半群
semisimple	半单纯的
separable	可分的
sequence	序列
sequential	相继的, 序列的
serial	序列的
sheaf	层
side face	侧面
similar	相似的
simple curve	简单曲线
simplex	单纯形
singular values	奇异值
skeleton	骨架
skewness	偏斜度
slackness	松弛性
slant	斜的
slope	斜率
small sample	小样本
smooth manifold	光滑流形
solid figure	立体形
solid geometry	立体几何
solid of rotation	旋转体
solution	解
solvable	可解的
sparse	稀疏的
spectral theory	谱论
spectrum	谱
sphere	球形, 球面
spiral	螺线
spline function	样条函数
splitting	分裂的
statistics	统计, 统计学
statistic	统计量
stochastic	随机的
straight angle	平角
straight line	直线
stream-line	流线
subadditive	次可加的
subinterval	子区间
submanifold	子流形
subset	子集
subtraction	减法
sum	和
summable	可加的
summand	被加数
supremum	上确界
surjective	满射的
symmetric	对称的

T

tabular	表格式的
tabulation	列表, 造表
tangent	正切, 切线
∼ space	切空间
∼ vector	切向量
tensor	张量
term	项
terminal row	末行
termwise	逐项的
tetrahedroid	四面体
topological	拓扑的
torsion	挠率
totally ordered set	全序集
trace	迹
trajectory	轨道
transcendental	超越的
transfer	改变, 传
transfinite	超限的
transformation	变换式
transitive	可传递的
translation	平移
transpose	转置
transverse	横截
trapezoid	梯形
treble	三倍, 三重
trend	趋势
triad	三元组
triaxial	三轴的,三维的
trigon	三角形
trigonometric	三角学的
tripod	三面角
tubular	管状的
twist	挠曲, 扭转
type	类型, 型, 序型

U

unbiased	无偏的
∼ estimate	无偏估计
unbounded	无界的
uncertainty	不定性
unconditional	无条件的
unequal	不等的
uniform	一致的
∼ boundness	一致有界
uniformly bounded	一致有界的
uniformly continuous	一致连续
uniformly convergent	一致收敛
unilateral	单侧的
union	并, 并集
unit	单位
∼ circle	单位圆
unitary matrix	酉矩阵
universal	泛的, 通用的
upper bound	上界
unrounded	不舍入的
unstable	不稳定的

V

valuation	赋值
value	值
variation	变分, 变差
variety	簇
vector	向量
∼ bundle	向量丛
vertex	顶点
vertical angle	对顶角
volume	体积, 容积

W

wave	波
∼ form	波形
∼ function	波函数
∼ equation	波动方程
weak convergence	弱收敛
weak derivatives	弱导数
weight	权重, 重量
well-ordered	良序的
well-posed	适定的

Z

zero	零
∼ divisor	零因子
zeros	零点
zone	域, 带