模拟测试 1

一、装有 10 件某产品（其中一等品 5 件，二等品 3 件，三等品 2 件）的箱子中丢失一件产品，但不知是几等品，今从箱中任取 2 件产品，求

(1). 该两件产品都是一等品的概率;

(2). 求丢失的一件也是一等品的概率。

二、某产品的次品率为 0.01，现将每 400 个产品装成一箱。试用中心极限定理估计，每箱中次品数超过 4 个的概率

三、设二维离散型随机变量 (X,Y) 的分布列为.

X \ Y	0	1
1	0.4	0.2
2	a	b

若 $EXY=0.8$，求 （1）a,b 的值；（2）. $\mathrm{Cov}(X,Y)$.

四、已知总体 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta} & 0<x<1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}，(\theta>0)，$$

其中 θ 为未知参数，求 θ 的矩估计量与极大似然估计量

五、设 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}e^{-x}, & 0<y<x,\\ 0\ , & \text{其它}.\end{cases}$$

求（1）边缘概率密度 $f_X(x),\ f_Y(y)$；

（2） $P(X+Y<1)$；

（3） $Z=X+Y$ 的概率密度 $f_Z(z)$.

六、某种产品的质量 $\xi \sim N(\mu,\sigma^2)$，现从该产品中随机抽取 16 件，测得质量（单位：千克）为：

10.5,　10.6,　10.1，　10.4，　10.5，　10.3，　10.3，　10.2，
10.9，　10.6，　10.8，　10.5，　10.7，　10.2，　10.7，　10.3

通过描述统计计算得

平均	10.475
标准误差	0.058095
中位数	10.5
众数	10.5
标准差	0.232379
方差	0.054
求和	167.6
观测数	16
置信度(95.0%)	0.123826

在显著性水平$\alpha = 0.05$下，

问：(1). 是否可以认为该产品质量的标准差$\sigma = 0.15$？

(2). 是否可以认为该产品质量的标准差大于等于 0.15?

七、选择题：

1、设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\frac{1}{2\sqrt{\pi}}e^{-\frac{(x+2)^2}{4}},\quad -\infty<x<\infty$$

且 $Y=aX+b\sim N(0,1)$，则在下列各组数中应取　（　　）

（A） $a=1/2,\ b=1.$ （B） $a=\sqrt{2}/2,\ b=\sqrt{2}.$

（C） $a=1/2,\ b=-1.$ （D） $a=\sqrt{2}/2,\ b=-\sqrt{2}.$

2、设随机变量 X 与 Y 相互独立，其概率分布分别为

X	0	1
P	0.4	0.6

Y	0	1
P	0.4	0.6

则有　（　　）

（A）$P(X=Y)=0.$ （B）$P(X=Y)=0.5.$（C）$P(X=Y)=0.52.$ （D）$P(X=Y)=1.$

3、在下列函数中，可以作为随机变量的概率密度函数的是　（　　）

（A） $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2x^2}}, & x>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$　（B） $f(x)=\begin{cases}3x^2, & 0<x<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

（C） $f(x)=\begin{cases}\sin x, & 0\le x\le \pi\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$　（D） $f(x)=\begin{cases}2e^{-x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$

4、设随机变量 ξ 和 η 相互独立，其分布函数分别为 $F_{\xi}(x)$ 与 $F_{\eta}(y)$，则

$\zeta=\min(\xi,\eta)$ 的分布函数 $F_{\zeta}(z)$ 等于　（　　）

（A） $\min\{F_{\xi}(z),F_{\eta}(z)\}$　（B） $F_{\xi}(z)F_{\eta}(z)$

（C） $1-(1-F_{\xi}(z))(1-F_{\eta}(z))$　（D） $\boldsymbol{F_{\xi}(z)+F_{\eta}(z)+F_{\xi}(z)F_{\eta}(z)}$

5、若随机变量 $X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$, $Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，则下列结论正确的是　（　　）。

（A）(X,Y) 一定服从二维正态分布；　（B） $X+Y$ 一定服从正态分布；

（C） $D(X+Y)=\sigma_1^2+\sigma_2^2$；　（D） $E(X+Y)=\mu_1+\mu_2$

6、设连续随机变量 X 的密度函数是偶函数， $F(x)$ 是 X 的分布函数，则

$P(|X|<16)=($　　　$)$

（A）$2-F(16)$；　（B）$2F(16)-1$；　（C）$1-2F(16)$；　（D）$2[1-F(16)]$

7、设随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n(n>1)$ 是来自总体 X 的简单随机样本，且

$DX=\sigma^2>0$。令$Y=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，则$D(X_1-Y)=$（　　）

（A）$\frac{n-1}{n}\sigma^2$　（B）σ^2　（C）$\frac{n+1}{n}\sigma^2$　（D）$\frac{n}{n-1}\sigma^2$

八、填空题：

1、设事件A与B相互独立，事件B与C互不相容，事件A与C互不相容，且$P(A)=P(B)=0.5$，$P(C)=0.2$，则事件A、B、C中仅C发生或仅C不发生的概率$P(\overline{A}\,\overline{B}C\cup AB\overline{C})=$___________.

2、设随机变量X的概率密度为$f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1, \\ 0, & 其它\end{cases}$，现对$X$进行四次独立重复观察，用$Y$表示观察值不大于0.5的次数，则$EY^2=$___________

3、设某种轮胎的寿命X服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，今随机地测量16个轮胎的寿命，得$\overline{X}=\frac{1}{2}$，$\sum_{i=1}^{16}X_i^2=34$．在置信度0.95下，μ的置信区间为（　　　　　　　　　　）.

4 设$X_1,X_2,\cdots,X_{17}$是总体$N(\mu,4)$的样本，S_{n-1}^2是样本方差，若$P(S_{n-1}^2>c)=0.01$，则$c=$_____________.

5、设随机变量ξ服从正态分布$N(0,1)$，令$\eta=\xi^2$，则η的密度函数$p(y)=$______

6、下图为根据变元X　和Y的样本数据用 Excel 进行回归分析的结果：

SUMMARY OUTPUT						
回归统计						
Multiple	0.986636					
R Square	0.97345					
Adjusted	0.970131					
标准误差	0.39284					
观测值	10					
方差分析						
	df	SS	MS	F	gnificance F	
回归分析	1	45.26541	45.26541	293.3156	1.37E-07	
残差	8	1.234586	0.154323			
总计	9	46.5				
	Coefficient	标准误差	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	31.95277	1.665972	19.17965	5.66E-08	28.11102	35.79451
X Variabl	-6.88196	0.401832	-17.1265	1.37E-07	-7.80858	-5.95533

写出变元X　和Y的可决系数（判定系数）_____________，且一元线性回归方程为 Y=____________________.

模拟测试 2

一、某仪器由 3 个部件组装而成，质量互不影响，各部件的优质品率均为 80％，如果 3 部件都是优质品，则组装后的仪器一定合格：如果有 i 个部件不是优质品，则组装后的仪器不合格率为 $(3i-1)\times 10$ ％；试求

(1) 组装后的仪器上有 i 个部件不是优质品的概率(i =0,1,2,3)和组装后仪器的不合格率；

(2) 如果有一个不合格的仪器，问它全部由非优质品部件组装的条件概率是多少？

二、设有 n 个相互独立的电子器件 $D_1, D_2, \cdots, D_n$，它们的使用情况如下：D_1 损坏，D_2 立即使用；D_2 损坏，D_3 立即使用，⋯。设器件 D_i $\left(i=1,2,\cdots,n\right)$ 的寿命服从参数为 $\lambda=0.2$（1/小时）的指数分布，令 T 为 n 个器件使用的总计时间。试用中心极限定理确定至少要多少个器件才能使得 T 大于等于 600 小时的概率不小于 0.9772？

三、设二维随机变量(X,Y)的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} A, & 0<x<y<1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}.$$

（1） 求常数A；

（2） 求边缘密度函数$f_X(x), f_Y(y)$；并判断X,Y是否独立；

（3） 求Z=$X+Y$的概率密度函数.

四．设总体 X 的概率密度函数为 $f(x,\theta)=\begin{cases}\dfrac{1}{2-\theta}, & \theta<x<2\\ 0, & 其他\end{cases}$，其中 θ 为未知的小于 2 的参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，

求：（1）求 θ 的矩法估计；

（2）求 θ 的极大似然估计量.

五、已知随机变量 $\boldsymbol{\xi}$ 只能取-2，0，1，2 四个值，概率依次为 $\dfrac{1}{2},\dfrac{c}{3},\dfrac{1}{4},\dfrac{c}{6}$，求常数 $\boldsymbol{c}$，并计算条件概率 $P(\xi<1|\xi>-1)$ 和 $\eta=\xi^2$ 的分布律。

六、经过 7 次热处理时的淬火温度的测量，得到温度（$^{\circ}C$）：

85.6， 85.9，85.7， 85.8， 85.7， 86.0， 85.5

假设热处理时的淬火温度服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，经过 Excel 数据分析后得到下表，求

平均	85.74285714
标准误差	0.064943722
中值	85.7
模式	85.7
标准偏差	0.171824939
样本方差	0.02952381
峰值	-0.638085328
偏斜度	0.16896417
区域	0.5
最小值	85.5
最大值	86
求和	600.2
计数	7

(1) 给定显著性水平 $\alpha = 0.05$，在方差未知的条件下能否认为淬火温度的均值是否等于 85？

(2) 求淬火温度的方差 σ^2 置信水平为 95%的置信区间.

七、选择题：

1、若$P(A)=\dfrac{1}{3},P(B)=\dfrac{1}{4}$， $P(A-B)=\dfrac{3}{12}$,则（　　）成立。

（A）$P(B-A)=\dfrac{3}{12}$,（B）$P(A\bigcup B)=\dfrac{1}{3}$, （C）$A,B$ 不独立　（D）A,B相互独立

2、已知随机变量ξ的密度函数为$f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1,\\ 0, & 其他,\end{cases}$,则$\eta=\xi^2$ 的密度函数为（　　）

（A）$p(y)=\begin{cases}2\sqrt{y}, & 0<y<1,\\ 0, & 其他,\end{cases}$；　（B）$p(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\sqrt{y}, & 0<y<1,\\ 0, & 其他,\end{cases}$；

（C）$p(y)=\begin{cases}1, & 0<y<1,\\ 0, & 其他,\end{cases}$；　（D）$p(y)=\begin{cases}\dfrac{2}{3}\sqrt{y}, & 0<y<1,\\ 0, & 其他,\end{cases}$；

3、随机变量ξ，η独立同分布，均服从二项分布$B(3,p)$，则概率$P\{\xi+\eta<1\}=(\quad)$

（A）p^6　（B）$1-p^6$　（C）$1-(1-p)^6$　（D）$(1-p)^6$

4、 下列 (　　) 可以成为某个随机变量ξ的分布函数$F(x)$。

（A）$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ x, & 0\le x<2\\ 1, & x\ge 2\end{cases}$　（B）$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \dfrac{x}{2}, & 0\le x<2\\ 1, & x\ge 2\end{cases}$

（C）$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ 2x, & 0\le x<2\\ 1, & x\ge 2\end{cases}$　（D）$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ x^2, & 0\le x<2\\ 1, & x\ge 2\end{cases}$

5、 设随机变量ξ,η独立同分布，均服从指数分布$E(2)$，则概率$P\{\min(\xi,\eta)<3\}=$（　　）

（A）$1-e^{-12}$；　（B）$1-e^{-8}$；　（C）$(1-e^{-4})^3$；　（D）e^{-12}　；

6、设$(X_1,X_2,X_3,X_4,X_5,X_6)$是来自总体$N(0,4)$的样本，则下列（　　）服从分布$F(2,4)$。

（A）$\dfrac{X_1^2+X_2^2}{X_3^2+X_4^2+X_5^2+X_6^2}$；　（B）$\dfrac{2(X_1^2+X_2^2)}{X_3^2+X_4^2+X_5^2+X_6^2}$；

（C） $\dfrac{4(X_1^2+X_2^2)}{X_3^2+X_4^2+X_5^2+X_6^2}$；（D） $\dfrac{X_1^2+X_2^2}{2(X_3^2+X_4^2+X_5^2+X_6^2)}$

7、设 X_1,X_2,X_3,X_4 是来自某个总体的简单随机样本，且总体中含有未知参数 μ，已知 $\theta_1(X_1,X_2,X_3,X_4)$ 和 $\theta_2(X_1,X_2,X_3,X_4)$ 都是关于 μ 的估计量，在下列各项中（　　）不是判别估计量优良准则。

（A）无偏性　（B）一致估计　（C）有效性　（D）线性估计

八、填空题：

1、某盒子内装有大小相同的 20 只球，其中 8 只红球、7 只黑球、5 只白球，从中随机任取 3 只，则恰好取到 2 只黑球的概率为____________。

2、设 $P(A)=\dfrac{1}{3}$，$P(B)=\dfrac{1}{2}$，$P(A|B)=\dfrac{1}{3}$，则概率 $P(A-B)=$__________。

3、设 (ξ,η) 服从二维正态分布 $N(1,0,4,1,-0.5)$，则概率 $P\{\xi-\eta\geq 1\}=$____。

4、设随机变量 ξ 服从正态分布 $N(0,1)$，令 $\eta=\begin{cases}\xi, & \xi>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，则 $E\eta=$_____。

5、已知随机变量 (ξ,η) 的联合密度函数为 $p(x,y)=\begin{cases}6x, & 0<x<y<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，则协方差 $\operatorname{cov}(\xi,\eta)=$_____。

6、为了研究钢线含碳量（单位：%）X 对于电阻 Y 在 20^oC 下的影响，做了 7 次试验，得到数据如下：

钢线含碳量 X	0.1	0.3	0.4	0.45	0.55	0.7	0.75
电阻 Y	15	18	19	20	21	22.6	24

经 Excel 的线性回归计算得到：

SUMMARY OUTPUT

回归统计	
Multiple R	0.99598
R Square	0.99198
Adjusted R Square	0.99038
标准误差	0.29353
观测值	7

方差分析

	df	SS	MS	F	Significance F
回归分析	1	53.3063	53.3063	618.7089	1.95E-06
残差	5	0.43079	0.08616		
总计	6	53.7371			

	Coefficients	标准误差	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	13.8405	0.26925	51.4038	5.27E-08	13.14838	14.5326
X Variable 1	13.1435	0.52841	24.8739	1.96E-06	11.7852	14.5018

可以得到相关系数为__________，且一元线性回归方程为___________________

模拟测试 3

一、某学生的 ipad 掉了，落在宿舍中的概率为 50%，在这种情况下找到的概率为 98%；落在教室里的概率为 35%，在这种情况下找到的概率为 60%；落在路上的概率为 15%，在这种情况下找到的概率为 10%，求

（1）该学生找到 ipad 的概率；

（2）已知 ipad 被找到，求 ipad 是在宿舍中被找到的概率.

二、设(ξ,η)的联合分布律；

$\xi \backslash \eta$	0	1	2
0	a	b	$\frac{1}{9}$
1	$\frac{2}{9}$	c	0
2	$\frac{1}{9}$	0	0

,其中a,b,c为常数，已知$E\xi = E\eta = \frac{5}{9}$，求：

（1）求常数a,b,c；

（2）求ξ和η的边缘分布律，并判断ξ与η是否独立（需说明理由)；

（3）求$\zeta = \max(\xi,\eta)$的分布律和分布函数$F_\zeta(z)$；

（4）求$\operatorname{cov}(\xi,\eta)$。

三、设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} A\,\mathrm{e}^{-x-y} & 0<y<x \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad 。.$$

（1）求常数A；

（2）求边缘密度函数$f_X(x),\ f_Y(y)$；并判断X,Y是否独立;

（3）求$Z=X+Y$的概率密度函数。

四、（本题要求用中心极限定理近似计算）一复杂系统，由多个相互独立作用的部件组成，在运行期间，每个部件损坏的概率都是 0.1，为了使整个系统可靠地工作，必须至少有 88%的部件起作用。为了使整个系统的可靠性达到 0.99，整个系统至少需要由多少个部件组成？（提示：系统至少由 500 以上各部件）

五、某车间生产的螺杆直径服从正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$，今随机地从中抽取 5 支测得直径为（单位：mm）

22.3，　21.5，　20.0，　21.8，　21.4，

经过 Excel 中"描述统计"的计算后得到：

平均	21.4
标准误差	0.383406
中值	21.5
标准偏差	0.857321
样本方差	0.735
区域	2.3
最小值	20
最大值	22.3
求和	107
计数	5
最大(1)	22.3
最小(1)	20
置信度(95.0%)	1.064507

(1)当方差 σ^2 未知时，问在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 情况下,能否认为螺杆直径等于 20?

(2)在已知方差 σ^2=0.64 的条件下,求均值 μ 的置信水平为 95%的置信区间.

六、选择题：

1、如果下列（　　　）条件成立，则事件 A,B 互不相容。

（A）$A\subset(\Omega-B)$　　（B）$A\subset B$　　（C）$P(AB)=0$　（D）$P(AB)=P(A)P(B)$

2. 已知随机变量 ξ 的概率密度为 $p_\xi(x)=\begin{cases}\frac{3}{2}x^2, & -1<x<1\\ 0, & 其他\end{cases}$，则 $\eta=\xi^2$ 的概率密度为（　　）

（A）$p_\eta(y)=\begin{cases}\frac{3}{2}y^{\frac{1}{2}} & -1<y<1\\ 0 & 其他\end{cases}$；　　（B）$p_\eta(y)=\begin{cases}\frac{3}{2}y & -1<y<1\\ 0 & 其他\end{cases}$；

（C）$p_\eta(y)=\begin{cases}\frac{3}{2}y^{\frac{1}{2}} & 0<y<1\\ 0 & 其他\end{cases}$；　　（D）$p_\eta(y)=\begin{cases}\frac{3}{2}y & 0<y<1\\ 0 & 其他\end{cases}$；

3、已知随机变量 ξ 服从参数为 1 的指数分布 $E(1)$，随机变量 η 服从参数为 2 的指数分布 $E(2)$，则概率 $P\{\min(\xi,\eta)\le 1\}=$（　　）

（A）$1-e^{-3}$　（B）e^{-3}　（C）$(1-e^{-1})(1-e^{-2})$　　（D）$1-(1-e^{-1})(1-e^{-2})$

4. 随机变量 ξ 的分布函数为 $F(x)$，密度函数为 $p(x)$，则可以成为某个随机变量的概率密度函数的是（　　）。

（B）$p(x)F(x)$　　（B）$2p(x)F(x)$　　（C）$3p(x)F(x)$　（D）$p^2(x)F(x)$

5、 设 $P(B|A)=0.4$，$P(A-B)=0.3$，若 $P(B-A)=$（　　），则事件 A,B 相互独立

（A）0.1；　　（B）0.2；　　（C）0.3；　　（D）0.4 ；

6. 设总体 ξ 和 η 相互独立，分别服从 $N(0,4)$ 和 $N(0,16)$，$X_1,X_2,\cdots,X_6$ 和 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_6$ 分别是 ξ 和 η 的样本，当 $(a,b)=$（　　　）时，统计量 $\frac{1}{a}\sum_{i=1}^{6}X_i^2+\frac{1}{b}\sum_{i=1}^{6}Y_i^2$ 服从 $\chi^2(12)$ 的分布。

（A）(1,2)　　（B）(1,4)　　（C）(4,8)　　（D）(4,16)

7、设总体 $\xi\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 是已知参数，$\sigma^2>0$ 是未知参数，$(X_1,X_2,...,X_n)$ 是从总体中抽出的一组样本，则 σ^2 的极大似然估计值 $\hat{\sigma}^2=$（　　）。

（A）$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$　　（B）$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$

（C）$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$　　（D）$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$

8、如图为根据变元 X 与 Y 的样本数据用 EXCEL 进行回归分析的结果

SUMMARY OUTPUT

回归统计	
Multiple R	0.9584
R Square	0.9185
Adjusted R	0.8913
标准误差	1
观测值	5

方差分析

	df	SS	MS	F	Significance F
回归分析	1	33.8	33.8	33.8	0.010131424
残差	3	3	1		
总计	4	36.8			

	Coefficier	标准误差	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	1.25	0.901388	1.38675	0.2596	-1.618618333	4.118618
X Variable	1.625	0.279508	5.81378	0.01013	0.735479216	2.514521

则变元 X 与 Y 的样本相关系数和回归方程分别为（　　）

（A）0.9584，Y=1.25+1.625X；　　（B）0.9185，Y=1.25+1.625X；

（C）0.9584，Y=1.625+1.25X；　　（D）0.9185，Y=1.625+1.25X。

七、填空题：

1、设二维随机变量 (ξ,η) 的联合概率密度为 $p(x,y)=\begin{cases}\dfrac{2}{\pi} & x^2+y^2\le 1\text{且}y>0\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$，则概率 $P\{\xi\ge\eta\}=$________。

2、设随机变量 ξ 服从均匀分布 $U(-1,3)$，则 ξ 的绝对值 $|\xi|$ 的数学期望 $E|\xi|=$__________。

3、设随机变量 ξ 的概率分布为

ξ	-1	0	1	2
P	0.2	0.4	0.3	0.1

若令 $\eta=\xi^2$，则二维随机变量 (ξ,η) 在 (0.5, 1) 处的分布函数 $F(0.5,1)=$_________。

4、设随机变量 ξ, η 相互独立，$\xi\sim B(2,0.5)$，$\eta\sim B(4,0.5)$，则 $P\{\xi+\eta=4\}=$______。

5、已知随机变量 ξ,η 服从相同的分布，且 ξ,η 的相关系数为 0.5，用切比雪夫不等式估计，得到概率 $P\left(|\xi-\eta|\ge\sqrt{6D\xi}\right)\le$_____。