大学物理上习题课一

一、运动的描述

以微积分的思想重新定义基本概念

$$\vec{r}(t) \underset{\text{积分}}{\overset{\text{求导}}{\rightleftharpoons}} \vec{v}(t) \underset{\text{积分}}{\overset{\text{求导}}{\rightleftharpoons}} \vec{a}(t)$$

二、典型的运动

$\left\{ \begin{array}{l} \text{直线运动} \\ \text{圆周运动} \\ \text{抛体运动} \end{array} \right.$

任何复杂运动都可由简单运动叠加而成

三、相对运动——不同参照系中的运动学关系

注意：（1）基本概念　（2）矢量和极限

位置矢量和位移 $\vec{r}_1(t)$ $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

平均速度 $\bar{\vec{v}} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

$|\Delta\vec{r}| \neq \Delta r$

$\Rightarrow |\vec{r}_2 - \vec{r}_1| \neq |\vec{r}_2| - |\vec{r}_1|$

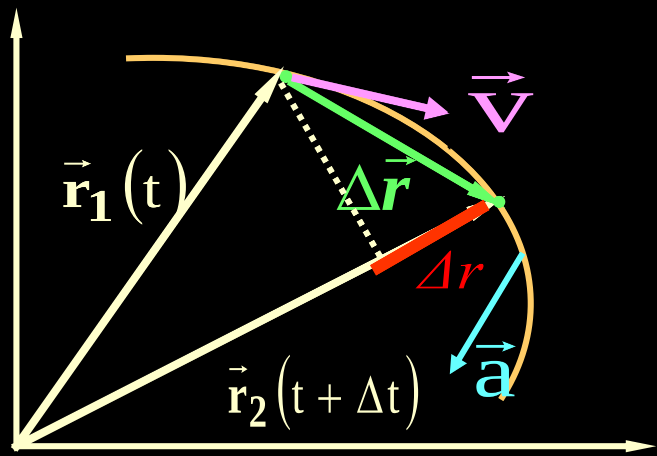
速度 $\vec{v} = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$

运动方程、
运动轨迹、路程

速率 $v = |\vec{v}| = \dfrac{ds}{dt}$

加速度 $\vec{a} = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

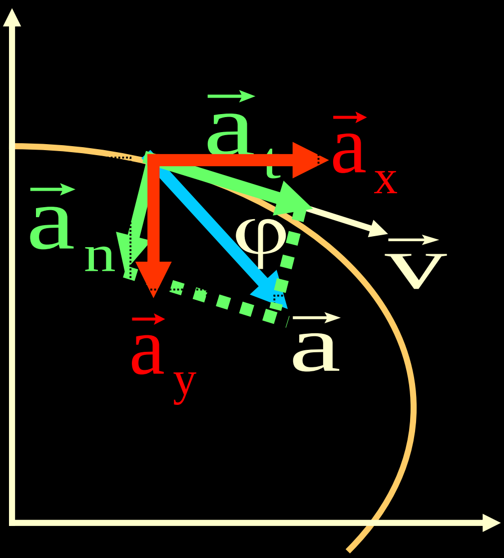
$|\Delta\vec{v}| \neq \Delta v$



直角坐标系：$\vec{v}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}=\dfrac{dx}{dt}\vec{i}+\dfrac{dy}{dt}\vec{j}$

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2}\vec{i}+\frac{d^2y}{dt^2}\vec{j}$$

自然坐标系：$a_n=\dfrac{v^2}{\rho}$　　$a_t=\dfrac{dv}{dt}$



$$a=\sqrt{a_n^2+a_t^2}$$

$\vec{a}$ $\vec{v}$ 的夹角，判断加、减速运动

运动轨迹：直线、圆周

$$\vec{r}=at^2\vec{i}+bt^2\vec{j}$$

问题1、以 $\vec{r}$ 与 $\vec{v}$ 表示某质点位移和速度，当质点作下列运动时，在 $\frac{dr}{dt}$，$\left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right|$，$\frac{dv}{dt}$，$\frac{d\vec{v}}{dt}$ 四个量中，选出不变量

(1) 匀速圆周运动 $\left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right| = v$ $\quad \frac{dv}{dt} = 0$

(2) 匀变速圆周运动 $\frac{dv}{dt} = C$

(3) 抛体运动 $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g}$

问题2、一质点作直线运动，其速度与时间的关系曲线如图所示。曲线上过A点的切线AC的斜率表示 ________；割线AB的斜率表示________；曲线下的面积 $\int_{t_1}^{t_2} v\,dt$ 表示________。

用面积计算考虑正负

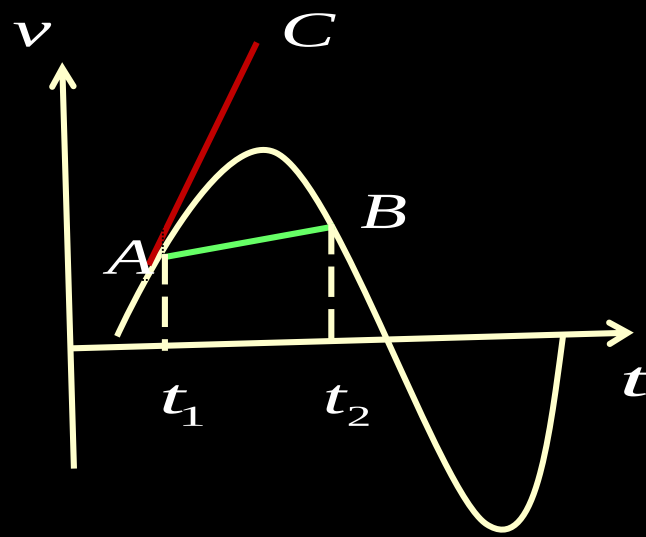
A点的加速度 $\frac{dv}{dt} = a$

AB点间的平均加速度

$$\frac{v_B - v_A}{t_2 - t_1} = \bar{a}$$

$t_1 \rightarrow t_2$间的位移

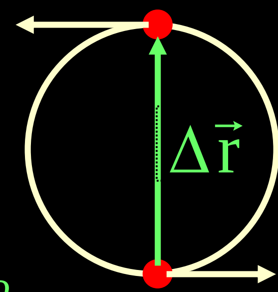
$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v\,dt$$



问题3、一质点以π（m/s）的匀速率作半径为5m的圆周运动。该质点在5s内的平均速度的大小为__________，平均加速度的大小为____________.

$$T=\frac{2\pi R}{v}=\frac{2\pi\times 5}{\pi}=10s$$

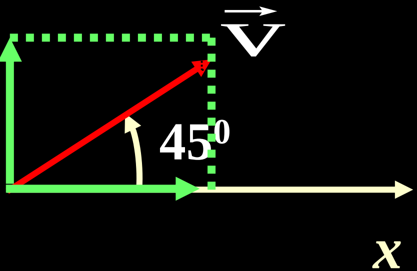
$$\left|\Delta\overline{\vec{v}}\right|=\left|\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right|=\frac{10}{5}=2m/s$$



$$\left|\Delta\overline{\vec{a}}\right|=\left|\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\right|=\left|\frac{v-(-v)}{\Delta t}\right|=\frac{2v}{5}=\frac{2\pi}{5}m/s^{2}$$

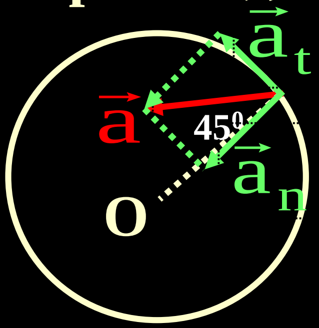
问题4　一质点在xoy平面内运动，其运动方程为x=at，y=b+ct²。当质点的运动方向与*x*轴成45^0角时，它的速率为多少？

$$v_x=\frac{dx}{dt}=a$$



$$v_y=\frac{dy}{dt}=2ct$$

自测练习p1　选择4



$$tg45^0=\frac{v_y}{v_x}\Rightarrow 1=\frac{2ct}{a}$$

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{a^2+(2ct)}\Big|_{t=\frac{a}{2c}}$$

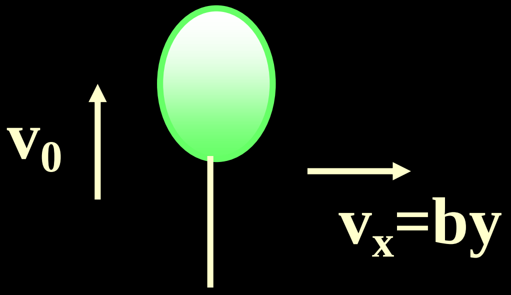
例1一气球以速率v_0从地面上升，由于风的影响，随着高度的提高，气球的水平速度按 $v_x=by$增大$(b=C>0)$，y是从地面算起的高度，x 轴取水平向右为正。

（1）计算气球的运动方程；

（2）求气球水平飘移的距离与高度的关系；

（3）求气球沿轨道运动的切向加速度和轨道的曲率半径与高度的关系。

$$\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$$



$$x = f(y)$$

$$a_t = f(y) \qquad \rho = f(y)$$

解：（1）$\begin{cases} v_x = by \\ v_y = \boxed{v_0 = \dfrac{dy}{dt}} \end{cases} \Rightarrow dy = v_0 dt$

$$\int_0^y dy = \int_0^t v_0 dt \Rightarrow y = v_0 t$$

$$v_x = by = \boxed{\frac{dx}{dt} = bv_0 t} \Rightarrow dx = bv_0 t dt$$

$$\int_0^x dx = \int_0^t bv_0 t dt \Rightarrow x = \frac{1}{2} bv_0 t^2$$

$$\vec{r} = \frac{1}{2} bv_0 t^2 \vec{i} + v_0 t \vec{j}$$

（2） $\vec{r} = \frac{1}{2} b v_0 t^2 \vec{i} + v_0 t \vec{j}$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} b v_0 t^2 \\ y = v_0 t \end{cases} \Rightarrow x = \frac{b}{2v_0} y^2$$

（3） $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(b v_0 t)^2 + v_0^2}$

$$a_t = \frac{dv}{dt}\bigg|_{y=v_0 t} = \frac{b^2 y v_0}{\sqrt{(by)^2 + v_0^2}}$$

$$a^2 = a_x^2 + a_y^2 = a_n^2 + a_t^2$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = b\frac{dy}{dt} = bv_0$$

$$a_y = 0$$

$$\therefore \quad a = bv_0$$

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \frac{bv_0^2}{\sqrt{(by)^2 + v_0^2}}$$

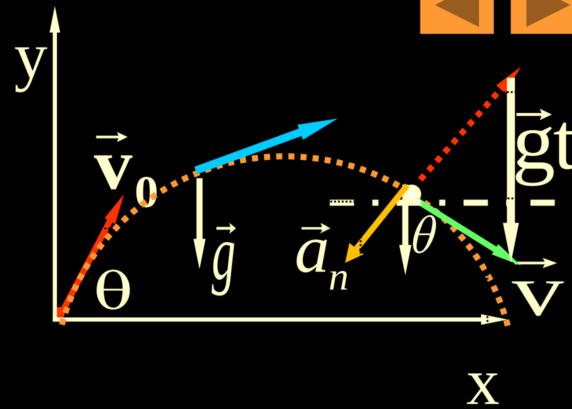
$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(b^2y^2 + v_0^2)^{3/2}}{bv_0^2}$$

例2、已知抛体运动的v_0和θ，求：

（1）当v和v_0垂直时经历的时间；

（2）v的大小；

（3）此时的曲率半径。



解：（1）$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$

$$\vec{v} \cdot \vec{v}_0 = 0 \Rightarrow v_0^2 + v_0 \cdot gt\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

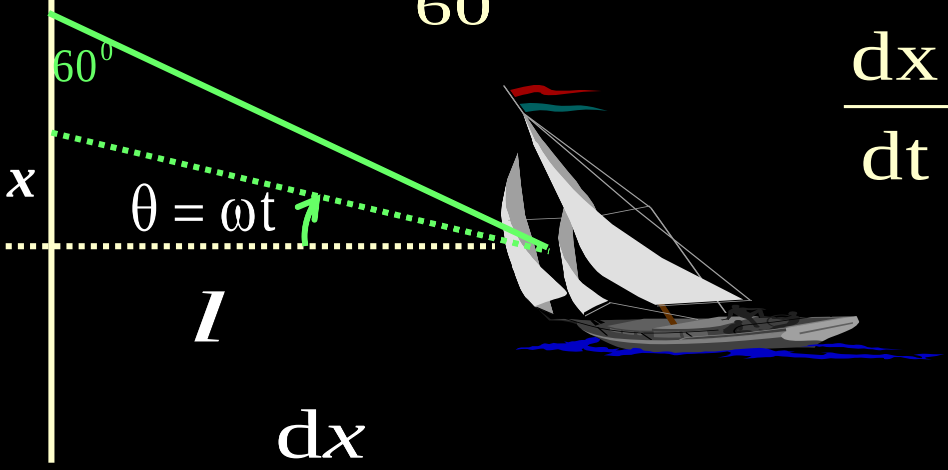
$$\Rightarrow t = \frac{v_0}{g\sin\theta}$$

（2）$v = \sqrt{(gt)^2 - v_0^2} = v_0 \mathrm{ctg}\,\theta$

（3）$a_n = \dfrac{v^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \dfrac{v^2}{a_n} = \dfrac{v_0^2 \mathrm{ctg}^2\theta}{g\sin\theta} = \dfrac{v_0^2\cos^2\theta}{g\sin^3\theta}$

例3 距河岸（看成直线）500m处有一艘静止的船，船上的探照灯以转速 n = 1 r/min转动。当光束与岸成60^0角时，光束沿岸边移动的速度为多少？

$$\omega = \frac{2\pi n}{60}\ \mathrm{r/s}$$



$$x = l\ \mathrm{tg}\,\theta$$

$$\frac{dx}{dt} = l\,(\mathrm{tg}\,\theta)'$$

$$= l \sec^2\theta \frac{d\theta}{dt}$$

$$= l \sec^2\theta\,\omega$$

$$= \frac{200\pi}{9}\ \mathrm{m/s}$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

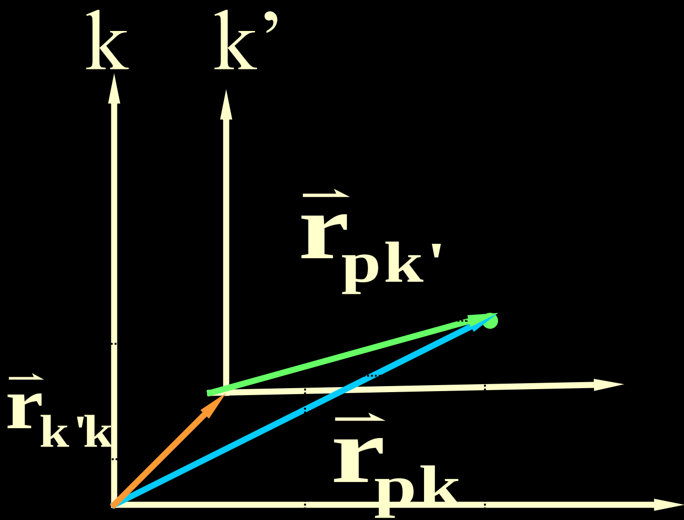
相对运动

伽利略的速度变换原理

$$\vec{r}_{pk} = \vec{r}_{pk'} + \vec{r}_{k'k}$$

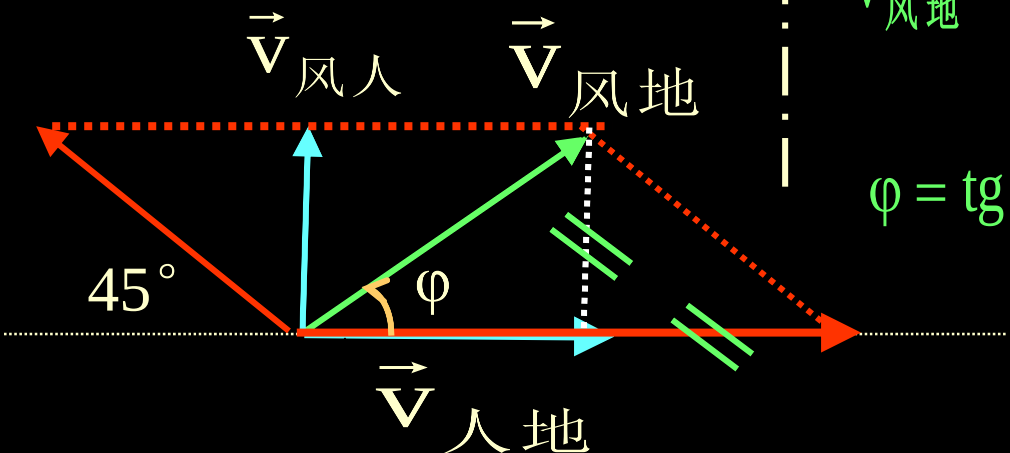
$$\underline{\vec{v}_{pk}} = \underline{\vec{v}_{pk'}} + \vec{v}_{k'k}$$

$$\vec{a}_{pk} = \vec{a}_{pk'} + \vec{a}_{k'k}$$



例4一人向东前进，其速率为$v_1=0.8\text{m/s}$，觉得风从正南方吹来。假设他把速率增大为$v_2=1.2\text{m/s}$，便觉得风从正东南方向吹来，求风的速度？

$$\vec{v}_{风地}=\vec{v}_{风人}+\vec{v}_{人地}$$



法一:几何方法

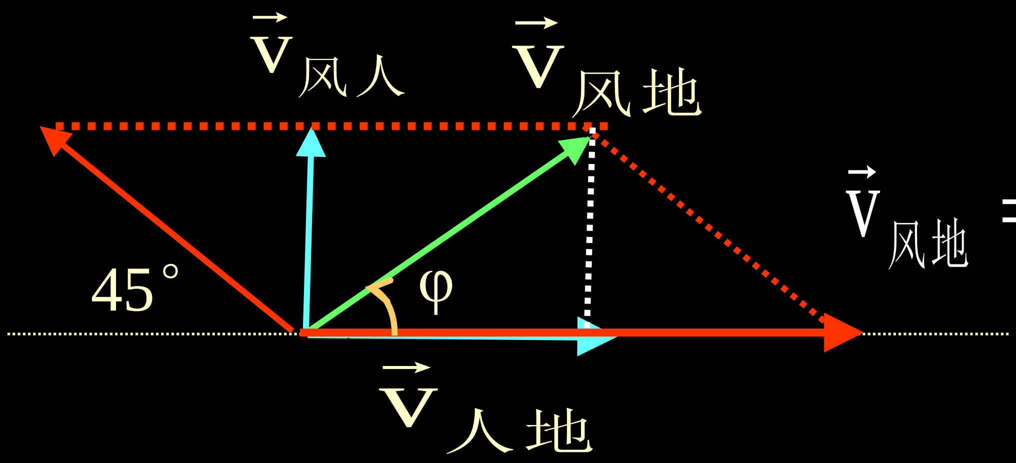
$$v_{风地}=\sqrt{v_1^2+(v_2-v_1)^2}$$

$$\varphi=tg^{-1}\frac{v_{风人1}}{v_{人地1}}\approx 26.6^0$$

法二:解析方法

$$\begin{cases} v_{风地x} = v_{人地1} \\ v_{风地y} = v_{风人1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{风地x} = v_{人地2} - v_{风人2}\cos 45^0 \\ v_{风地y} = v_{风人2}\sin 45^0 \end{cases}$$



$$\vec{v}_{风地} = \vec{v}_{风人} + \vec{v}_{人地}$$

习题10 求螺帽落到升降机底面的时间和在空间实际下降的距离。

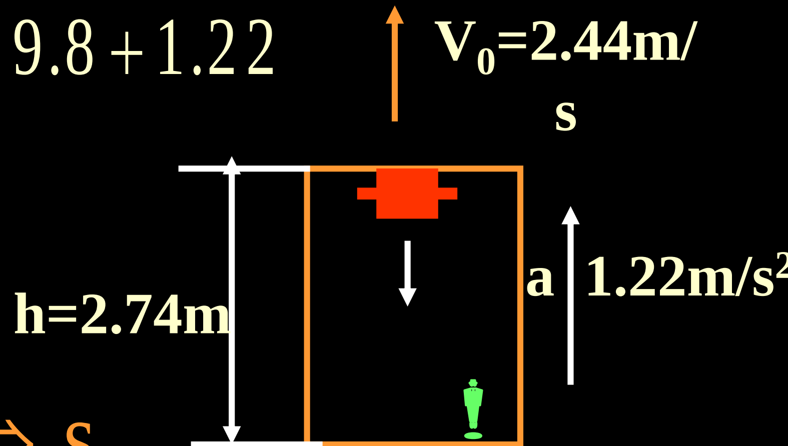
螺帽从静止开始作向下的加速运动

$$\vec{a}_{\text{螺升}} = \vec{a}_{\text{螺地}} + \vec{a}_{\text{地升}} = \vec{a}_{\text{螺地}} - \vec{a}_{\text{升地}}$$

$$a_{\text{螺升}} = g - (-a_{\text{升地}}) = 9.8 + 1.22$$

$$h = \frac{1}{2} a_{\text{螺升}} t^2 \Rightarrow t$$

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow s$$



习题11分析：小车水平方向作匀加速直线运动，小球作抛体运动，人能接住小球必满足 $\Delta x_{车地}=\Delta x_{球地}$，$\Delta y_{车地}=\Delta y_{球地}=0$

解：设抛球时，车的速度$\mathbf{v_0}$、球对车的速度**v'**

$$\Delta x_{车地}=v_0t+\frac{1}{2}at^2 \quad \textbf{（1）}$$

$$\vec{v}_{球地}=\vec{v}_{球车}+\vec{v}_{车地}\quad \left\{\begin{aligned} &v_{球地x}=v_{球车x}+v_{车地}=v'\cos\theta+v_0\\ &v_{球地y}=v_{球车x}+v_{车地}=v'\sin\theta \end{aligned}\right.$$

$$\Delta x_{球地}=(v'\cos\theta+v_0)t \quad \textbf{（2）}$$

$$\Delta y_{球地}=v'\sin\theta t-\frac{1}{2}gt^2=0 \quad \textbf{（3）}$$

$$\Delta x_{车地}=\Delta x_{球地} \quad \textbf{（4）}$$

联立方程（1）（2）（3）（4）得 $\theta=\arctan\frac{a}{g}$

书P45　1-14 设河面宽l，河水北→南流动，v =2m / s, 有一船相对于河水以v'=1.5m / s的速率从西岸驶向东岸。

（1）船头与正北方向成 α=15° 角，船到达对岸要花多少时间？

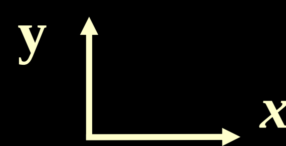
（2）如果船到达对岸的时间为最短，船头与河岸应成多大角度？到达对岸时，船在下游何处？

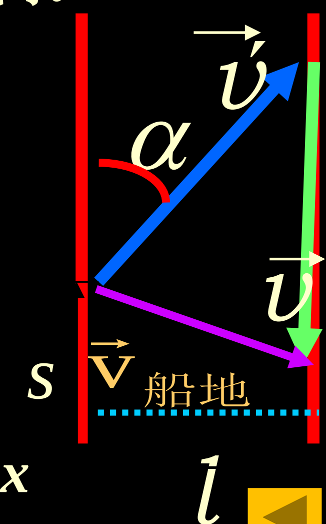
（3）如果船相对于岸走过的路程为最短，船头与岸应成多大角度？到对岸时，船又在下游何处？要花多少时间。

$$\vec{v}_{船地}=\vec{v}_{船水}+\vec{v}_{水地}$$

$$\begin{cases} v_{船地x}=v_{船水x}+0=v'\sin\alpha \\ v_{船地y}=v_{船水y}-v_{水地y} \end{cases}$$

$$=v'\cos\alpha-v_{水地}$$





$$v_{船地x} = v_{船水x} + 0 = v' \sin\alpha$$

$$v_{船地y} = v' \cos\alpha - v_{水地}$$

(1) $l = v_{船地x} t = (v' \sin\alpha) t \Rightarrow t$

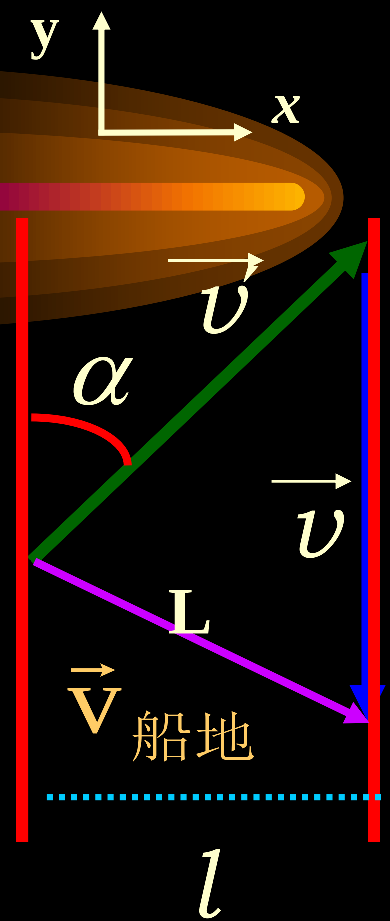
(2) $t = \dfrac{l}{v' \sin\alpha} \Rightarrow \alpha = \dfrac{\pi}{2}$ $\quad s = v_{水地} t = v \dfrac{l}{v'}$

(3) $$L^2 = l^2 + s^2$$

$$= l^2 + (v' \cos\alpha - v)^2 t^2$$

$$= l^2 + (v' \cos\alpha - v)^2 \frac{l^2}{(v' \sin\alpha)^2}$$

$$\frac{d(L^2)}{d\alpha} = 0$$



牛顿运动定律

- 惯性定律
- $\vec{F} = m\vec{a}$
- $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

适用范围： 质点、低速、惯性系

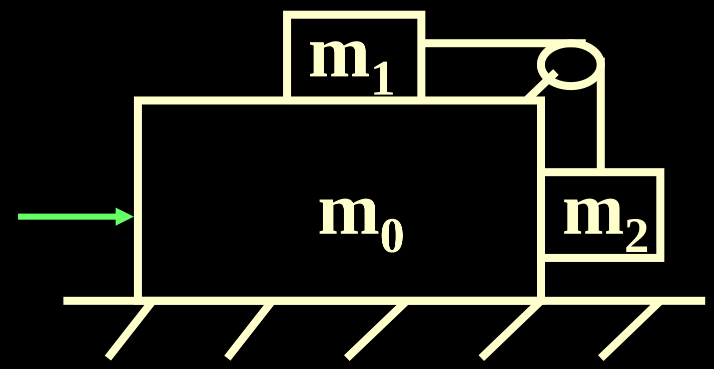
运动规律 ⇄ 受力

1、各种力的基本性质

2、受力分析的隔离体法

3、变力问题

4、非惯性系和惯性力



牛顿运动定律的解题方法（隔离体法）

1）确定研究对象进行受力分析；

（隔离物体，画受力图）

2）取坐标系；列方程(分量式)

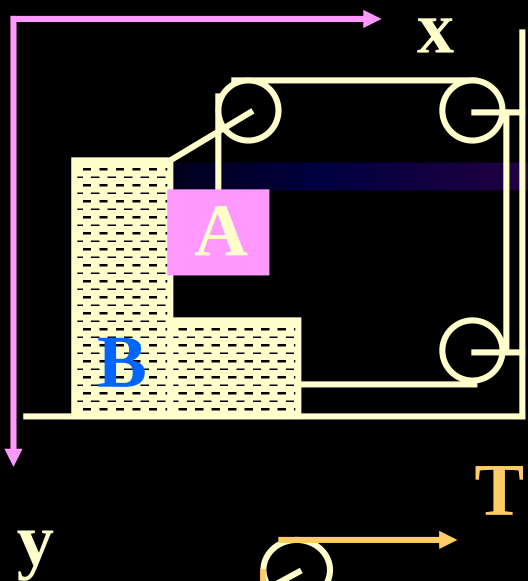
3）利用其它的约束条件列补充方程

4）先用文字符号求解，后带入数据计算结果.

选物体　看运动

查受力　列方程

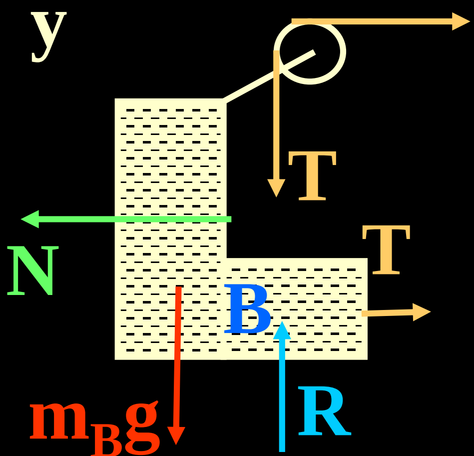
习题册一、20

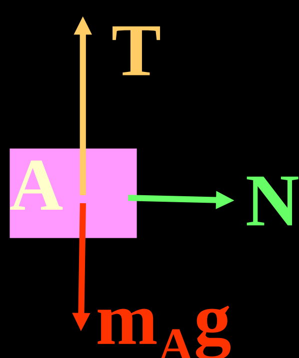


对A物体：$\begin{cases} N = m_A a_{Ax} \\ m_A g - T = m_A a_{Ay} \end{cases}$

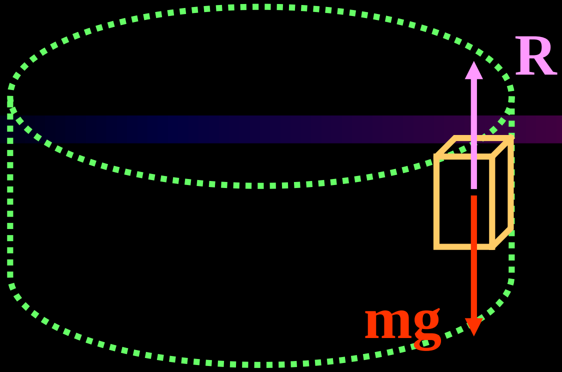
对B物体：$\begin{cases} 2T - N = m_B a_{Bx} \\ m_B g + T - R = 0 \end{cases}$

约束条件：$\begin{cases} a_{Ax} = a_{Bx} \\ a_{Bx} = \dfrac{1}{2} a_{Ay} \end{cases}$

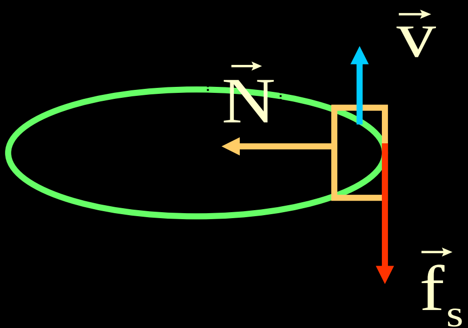




习题册一、19、



$$\begin{cases} N = m\dfrac{v^2}{R} \\ f_s = -\mu N = m a_t = m\dfrac{dv}{dt} \end{cases}$$



$$\frac{dv}{v^2} = -\frac{\mu}{R}dt$$

$$\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v^2} = \int_0^t -\frac{\mu}{R}dt \Rightarrow v$$

$$v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow ds = vdt$$

例2、质量为m的子弹以速度v_0水平射入沙土中，设子弹所受阻力与速度反向，大小与速度成正比，比例系数为k，忽略子弹的重力，求：

（1）子弹射入沙土后，速度随时间变化的函数式；

（2）子弹进入沙土的最大深度。

解：（1）

$$-kv = ma = m\frac{dv}{dt}$$

$$-\frac{k}{m}dt = \frac{dv}{v}$$

$$\int_0^t -\frac{k}{m}dt = \int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v}$$

$$\therefore v = v_0 e^{-\frac{k}{m}t}$$

（2）

$$-kv = m\frac{dv}{dt} = m\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}$$

$$= mv\frac{dv}{dx}$$

$$dx = -\frac{m}{k}dv$$

$$\int_0^{x_m} dx = -\int_{v_0}^{0}\frac{m}{k}dv \Rightarrow x_m = \frac{m}{k}v_0$$