

第三篇

# 电磁学

ELECTROMAGNETICS

# 第十二章 电磁感应 电磁场

§ 12-1 法拉第电磁感应定律

§ 12-2 动生电动势和感生电动势

§ 12-3 自感和互感

§ 12-4 磁场的能量

§ 12-5 电磁场的理论基础

( § 12-6 ) 电磁波

1820年：奥斯特：电流（运动电荷） $\longrightarrow$  磁

1822年：法拉第：磁  $\xrightarrow[\text{条件?}]{\text{可能?}}$  电

1831年： $I_{\text{初}} \uparrow \Rightarrow \text{铁心中 } \vec{B} \uparrow \Rightarrow \Phi_{\text{次}} \uparrow \Rightarrow I_{\text{次}}$

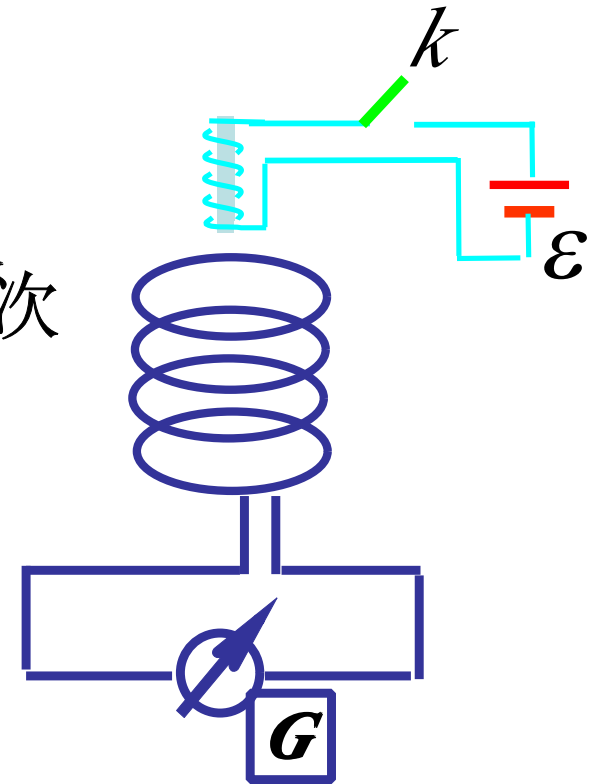


(电磁感应定律)



制造出电动机、发动机  
(促成第二次工业革命)

1861年前后：麦克斯韦在前人研究的基础上，提出  
电场和磁场是一个统一的整体——电磁场理论。

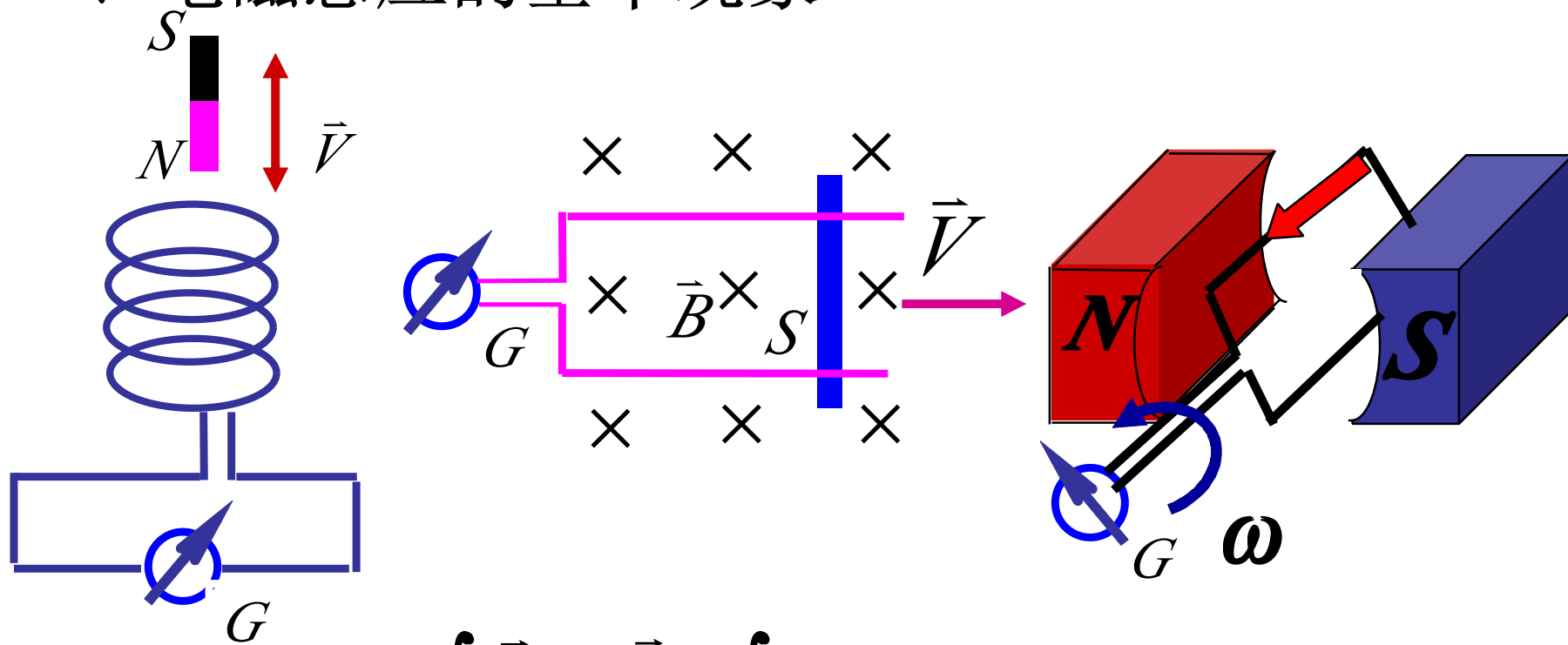


## § 12-1 法拉第电磁感应定律



**法拉第** (Michael Faraday, 1791-1867)，伟大的英国物理学家和化学家. 他创造性地提出场的思想，磁场这一名称是法拉第最早引入的. 他是电磁理论的创始人之一，于1831年发现电磁感应现象，后又相继发现电解定律，物质的抗磁性和顺磁性，以及光的偏振面在磁场中的旋转.

# 一、电磁感应的基本现象



$$\Rightarrow \Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B \cdot dS \cos \alpha$$

结论:  $\Phi_m$  变化时回路中产生  $I_i$

$B$  变化

$S$  变化

$\alpha$  变化

$$\Rightarrow \Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B \cdot dS \cos \alpha$$

结论： $\Phi_m$  变化时回路中产生  $I_i$

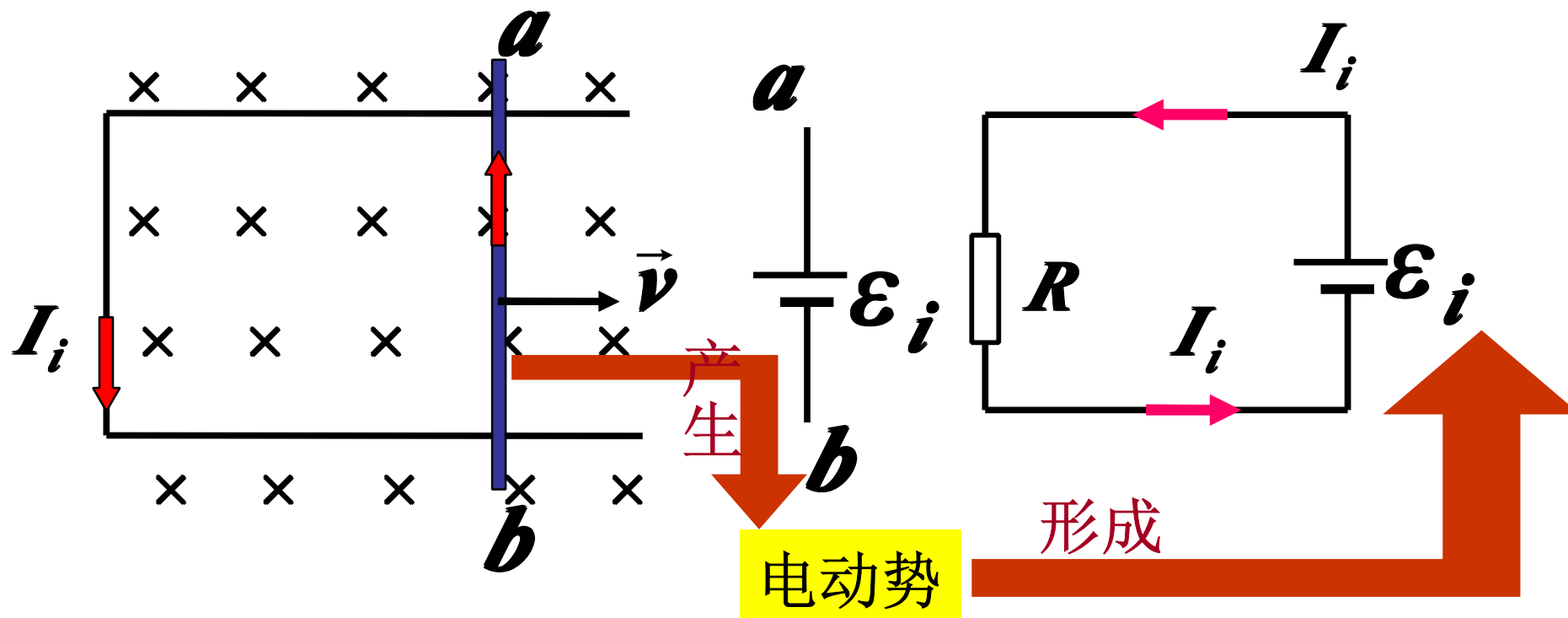
$B$  变化

$S$  变化

$\alpha$  变化

实验表明：穿过线圈所包围面积内的磁通量发生变化时，在回路中将产生的电流，该电流称为感应电流，这种现象称为电磁感应。

● 感应电动势（ $\varepsilon$ ）：由于磁通量发生变化产生的电动势。（本质！）



● 法拉第电磁感应定律  $\mathcal{E} = -k \frac{d\Phi_m}{dt}$  感应电动势

国际单位制  $\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{E} \rightarrow \text{伏特} \\ \Phi \rightarrow \text{韦伯} \end{array} \right. \quad k = 1$

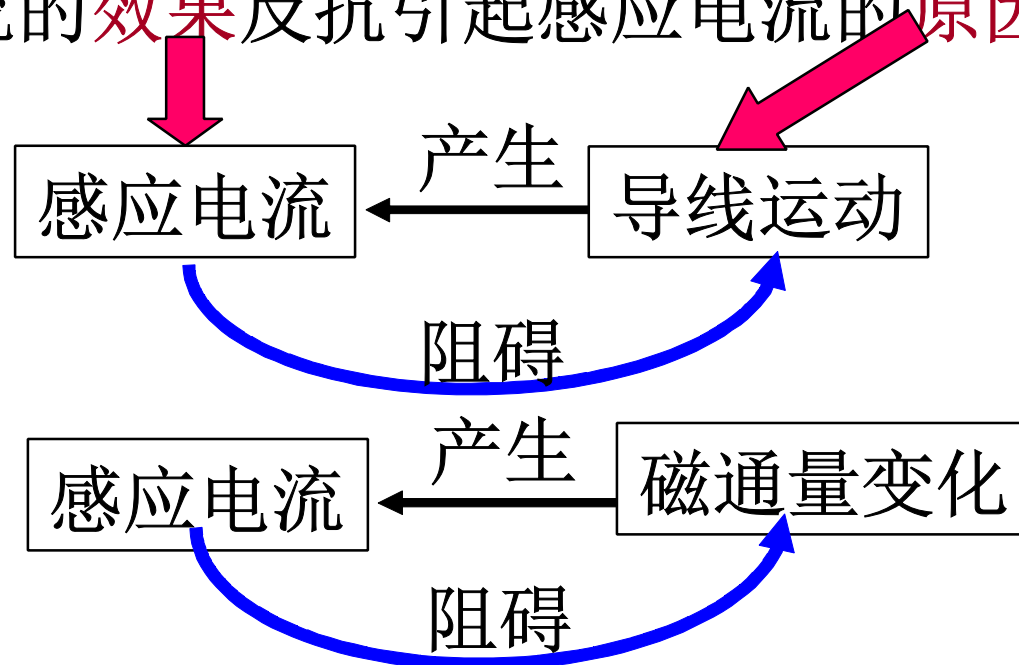
- $\varepsilon$ 、 $I$ 的方向、大小如何确定？

- 法拉第电磁感应定律  $\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$

二. 楞次定律 (判断 $I$ 方向)

闭合回路中感应电流的方向，总是使得它所激发的磁场，来阻止引起感应电流磁通量的变化。

感应电流的**效果**反抗引起感应电流的**原因**



- 楞次定律是能量守恒定律的一种表现。



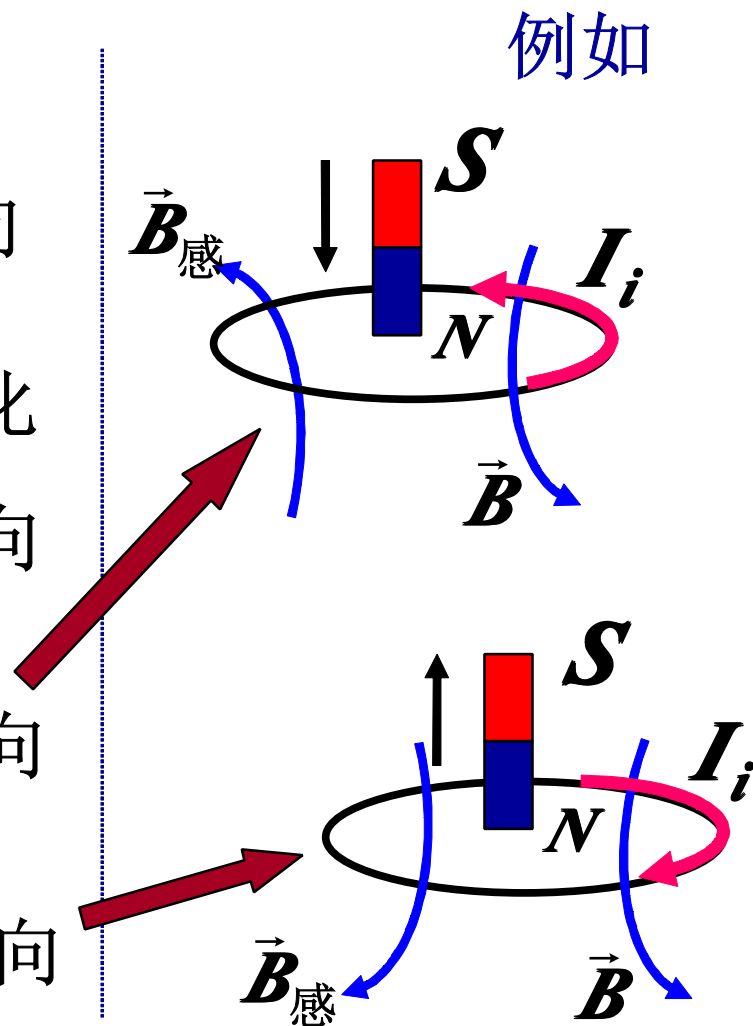
## 二. 楞次定律 (判断感应电流方向)

### ● 三步骤

- ① 判断原磁场  $\vec{B}$  的方向
- ② 确定回路中  $\Phi_m$  的变化
- ③ 由定律判断  $I_i$  的方向

$\Phi_m \uparrow$   $\vec{B}_{\text{感}}$  与  $\vec{B}$  反向

$\Phi_m \downarrow$   $\vec{B}_{\text{感}}$  与  $\vec{B}$  同向



### 三、基本关系式:

● 定律  $\varepsilon = -k \frac{d\Phi_m}{dt}$

$\Rightarrow$  实质  $\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B \cos \theta dS$

1. 磁通链数: 若有  $N$  匝线圈, 它们彼此串联, 每匝的磁通量为  $\Phi_1$ 、 $\Phi_2$ 、 $\Phi_3 \dots$

引入物理量:  $\Psi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \dots$

若  $\Phi_1 = \Phi_2 = \dots = \Phi_N \Rightarrow \Psi = N\Phi$

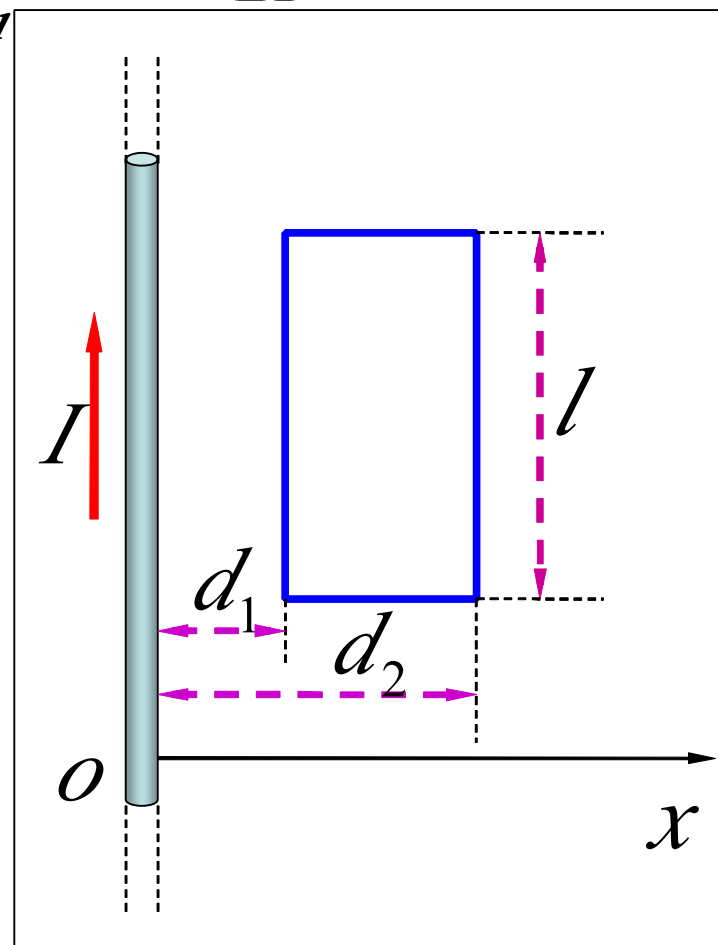
$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{d}{dt}(\Phi)$$

2. 感应电流: (回路电阻R)  $I_i = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt} = \frac{dq}{dt}$

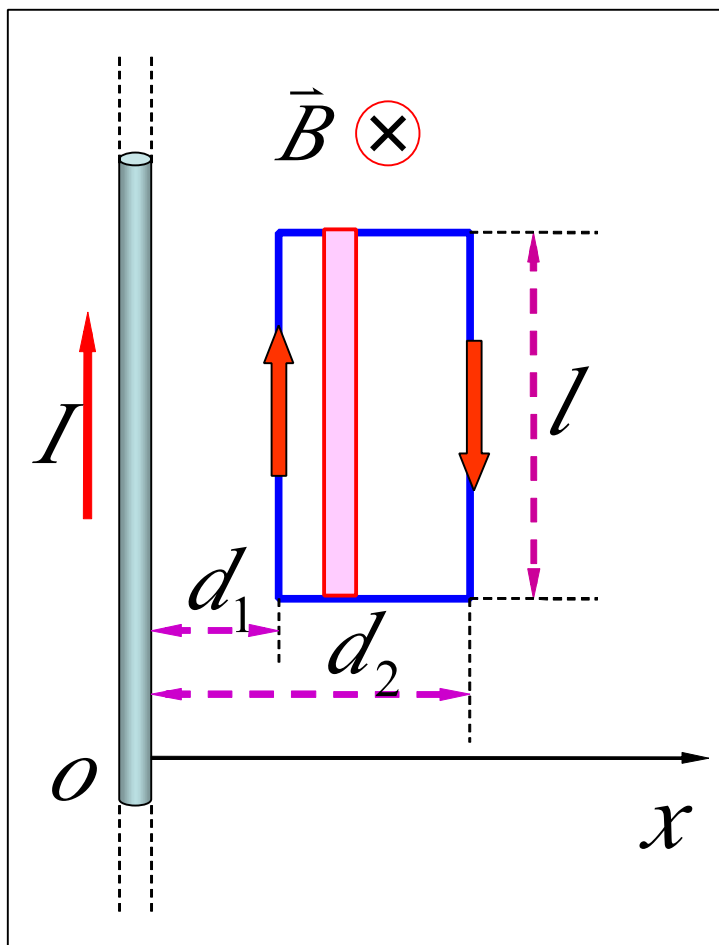
3. 感应电荷:  $q = \int_{t_1}^{t_2} I dt = -\frac{1}{R} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = \frac{1}{R} (\Phi_1 - \Phi_2)$

例1. 如图载流长直导线的电流 ,

$I = i_0 \sin \omega t$  求通过矩形  
线圈的  $\Phi$  及线圈中的  $\varepsilon$  ?



例1. 如图载流长直导线的电流  $I = i_0 \sin \omega t$  ,  
求通过矩形线圈的  $\Phi$  及线圈中的  $\varepsilon$  ?



解：选B方向作为回路的正方向，

$$d\Phi_m = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B dS$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

$$\Rightarrow d\Phi = B dS = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} l dx$$

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \int_{d_1}^{d_2} \frac{dx}{x}$$

$$\Rightarrow \Phi = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln \frac{d_2}{d_1} \quad \text{又 } I = i_0 \sin \omega t$$

$$\Rightarrow \Phi = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) \cdot i_0 \sin \omega t$$

$$\Rightarrow \varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) i_0 \omega \cos \omega t$$

讨论:

$$1. \text{若 } 0 < \omega t < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \omega t > 0 \Rightarrow \varepsilon_i < 0$$

→  $\varepsilon$  方向与最初选定的回路方向相反。

$$2. \text{若 } \cos \omega t < 0 \Rightarrow \varepsilon_i > 0$$

→  $\varepsilon$  方向与最初选定的回路方向相同。

例2：在匀强磁场中，置有面积为  $S$  的可绕  $OO'$  轴转动的  $N$  匝线圈。若线圈以角速度  $\omega$  作匀速转动。求线圈中的  $\varepsilon$  感应、 $I$  感应？

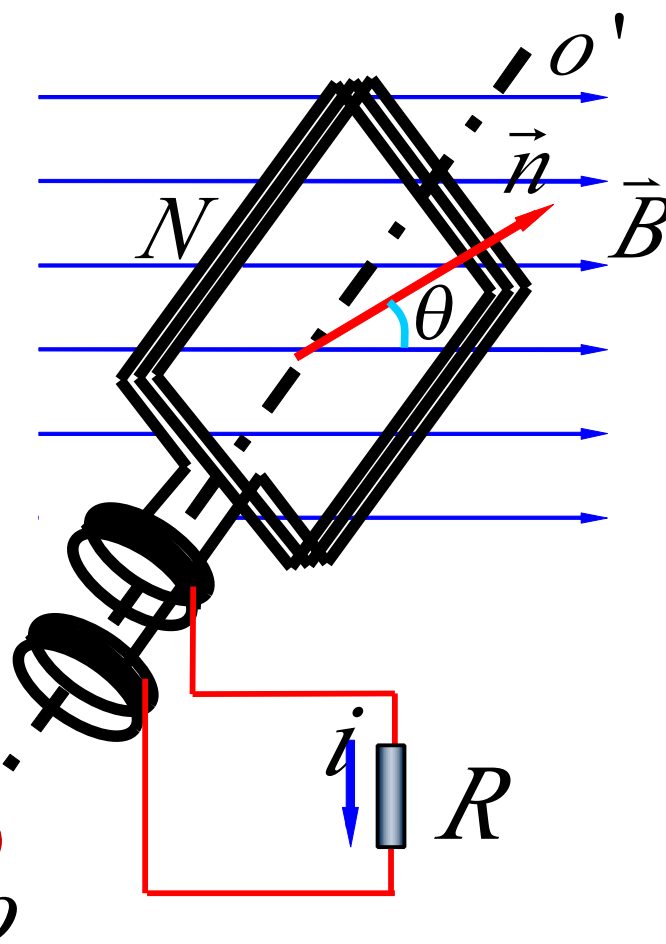
解：设  $t=0$  时，线圈法向与  $B$  同向

$$\theta = \omega t$$

$$\psi = N\Phi = NBS \cos \omega t$$

$$\varepsilon = -\frac{d\psi}{dt} = NBS\omega \sin \omega t = \varepsilon_m \sin \omega t$$

$$\varepsilon_m$$

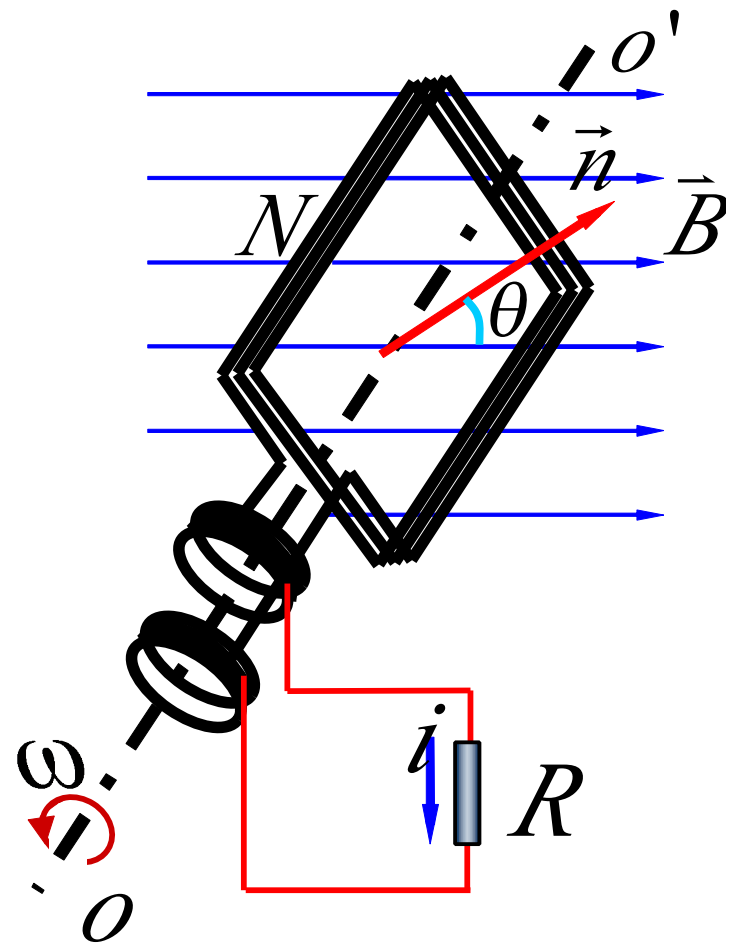
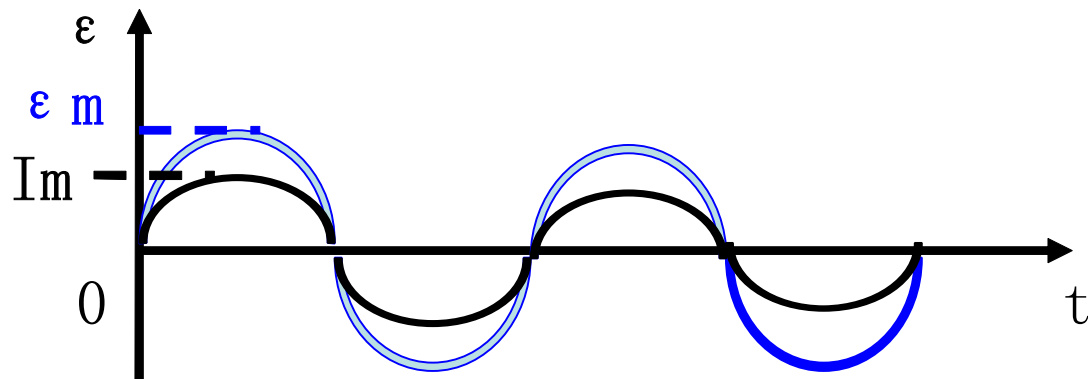


$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin \omega t$$

$$i = \frac{\varepsilon_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t$$

$$I_m = \frac{\varepsilon_m}{R} = \frac{NB\omega S}{R}$$

●在匀强磁场中匀速转动的线圈内的感应电电流是时间的正弦函数. 这种电流称**交流电**.



## § 12-2 动生电动势和感生电动势

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B \cdot \cos\alpha \cdot dS$$

按引起  $\Phi$  变化的原因不同,  $\varepsilon$  可分为:

$\varepsilon_{\text{动生}}$ :  $B$  不变, 导线与  $B$  相对运动所产生的  $\varepsilon$  .

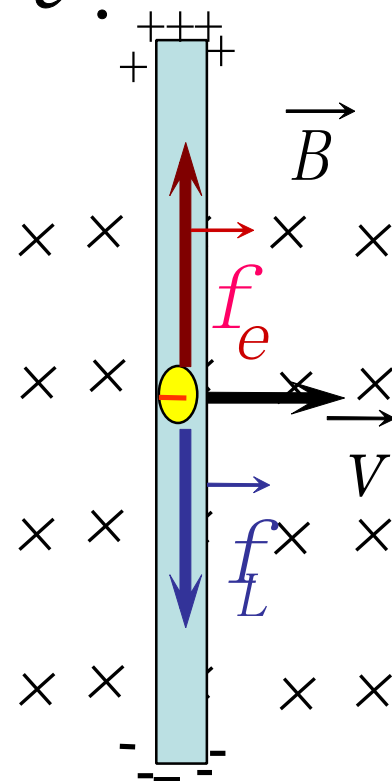
$\varepsilon_{\text{感生}}$ :  $B$  变, 导线与  $B$  无相对运动所产生的  $\varepsilon$  .

### 一、动生电动势

由电动势:  $\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$

其中  $\vec{E}_k$  为非静电性电场的场强

问题: 对于动生电动势, 非静电力?





一、动生电动势  $\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = BS = Blx$

$$|\varepsilon| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(Blx)}{dt} = Blv$$

● 产生  $\varepsilon_{\text{动生}}$  的本质——洛伦兹力！

● 洛伦兹力与静电力平衡时有稳定的电势差！

$$\vec{f}_L = q(\vec{v} \times \vec{B}) = q\vec{E}_k$$

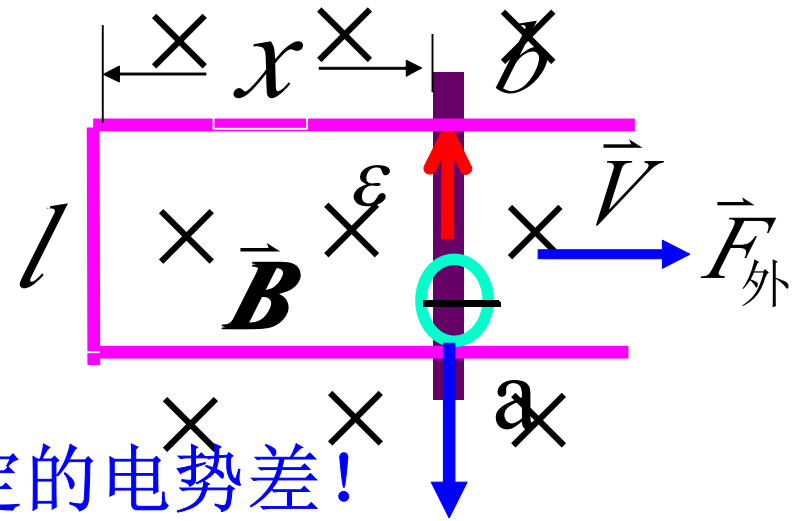
$$\vec{f}_L = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

● 洛伦兹力是非静电力！

● 非静电场场强：  $\vec{E}_k = \frac{\vec{f}_L}{-e} = \vec{v} \times \vec{B}$

$$\text{动生电动势: } \varepsilon = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}, \quad d\varepsilon = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$\varepsilon_{\text{动生}}$  方向：  $\vec{v} \times \vec{B}$ , 电源内部  $a \rightarrow b$ , 即  $V_a < V_b$ .



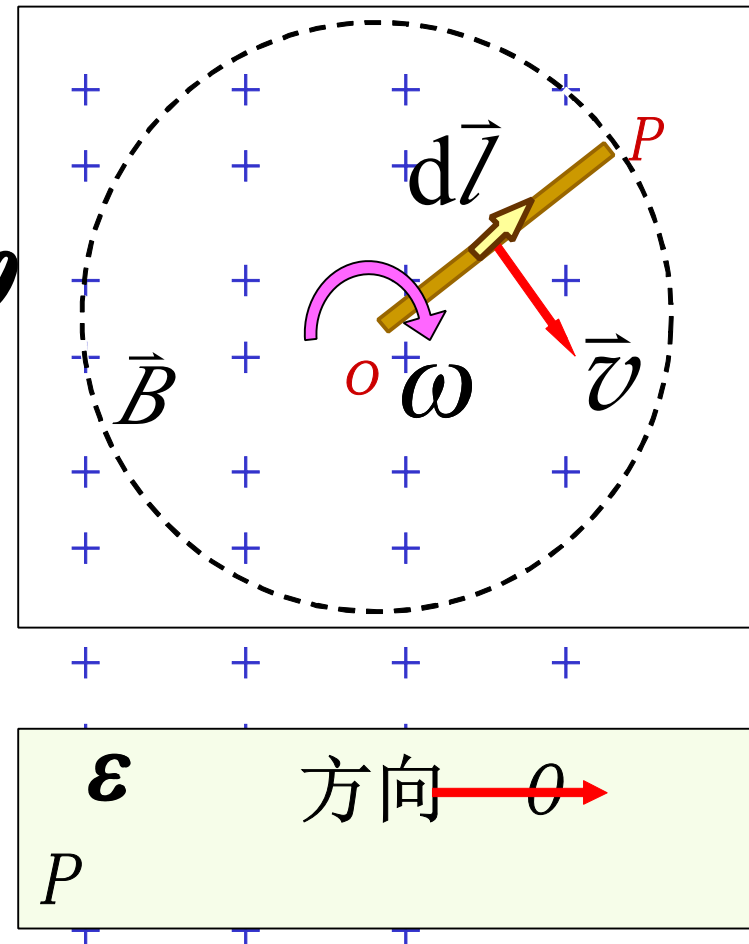
例3：一长  $L$  的铜棒在  $\vec{B}$  的均匀磁场中，以角速度  $\omega$  在与  $B$  方向垂直的平面上绕棒的一端转动，求棒两端的  $\varepsilon$  ？

法一：  $d\varepsilon = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$   
 $= (vB \sin 90^\circ) dl \cos \theta$   
 $= vB dl$

$$\varepsilon = \int_0^L vB dl$$

$$= \int_0^L \omega l B dl = \frac{1}{2} B \omega L^2$$

(点  $V_P > V_0$  的电势.)



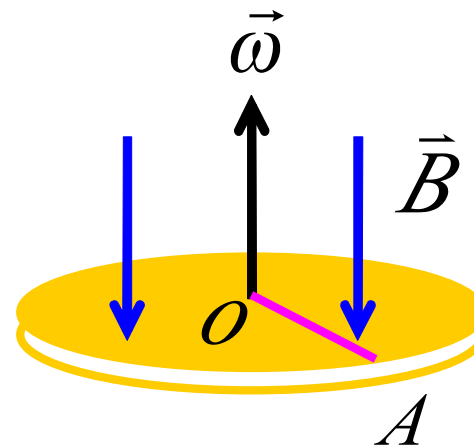
法二：法拉第定律：

$$d\Phi = B dS = B \frac{1}{2} L \cdot L d\theta$$

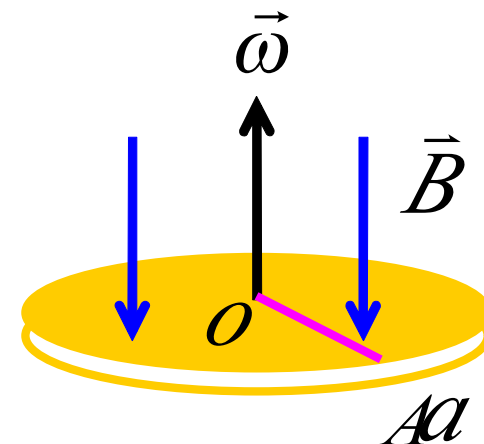
扇形面积

$$\Rightarrow \varepsilon = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \frac{1}{2} BL^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} BL^2 \omega$$

●如果金属棒改为半径为L的金属圆盘转动，盘中心和边缘之间的电势差？

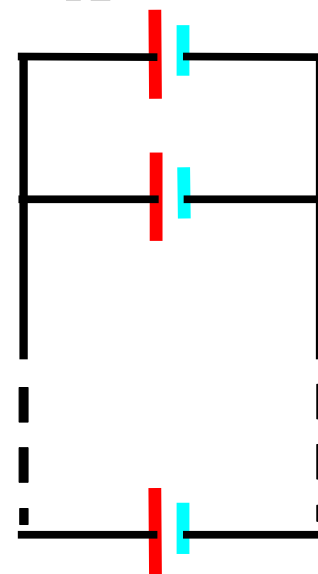


● 如果金属棒改为半径为L的金属圆盘转动，盘中心和边缘之间的电势差？



解：可视为无数一端在圆心，另一端在圆周上的铜棒的并联，因此其电动势类似于—根铜棒绕其一端旋转产生的电动势。

$$U_o - U_A = \frac{1}{2} BL^2 \omega \quad \text{——法拉第电机}$$



例4. 在空间均匀的磁场  $\vec{B} = B\vec{k}$  中, 导线绕Z 轴以  $\omega$  匀速旋转, 长L导线ab 与 Z 轴夹角为  $\alpha$ , 求导线中的  $\varepsilon = ?$

解: 取  $d\vec{l}$ ,  $\vec{v}$  速度垂直纸面向内

运动半径为  $r$

$$d\varepsilon_i = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

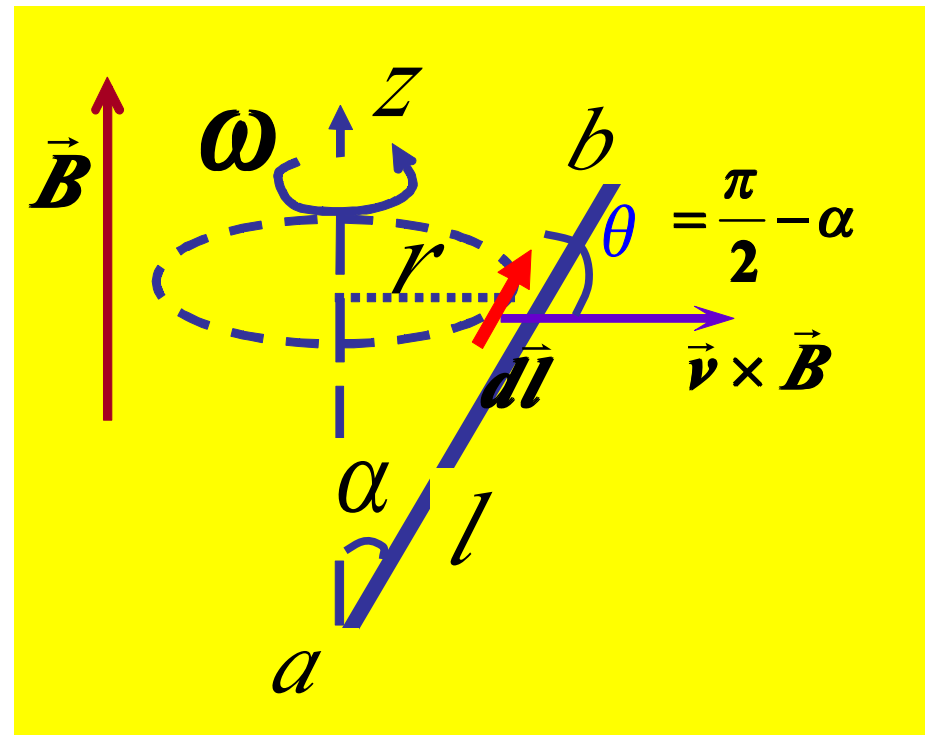
$$= vBdl \cos\theta$$

$$= \omega r B dl \sin\alpha$$

$$= \omega l B \sin^2 \alpha \, dl$$

$$\varepsilon_i = \int d\varepsilon_i = \omega B \sin^2 \alpha \int_0^L dl$$

$$= \frac{\omega B L^2}{2} \sin^2 \alpha > 0 \quad \text{方向从 } a \rightarrow b$$



$\varepsilon$  动生可以脱离闭合导体回路而存在, 但不能脱离导体。

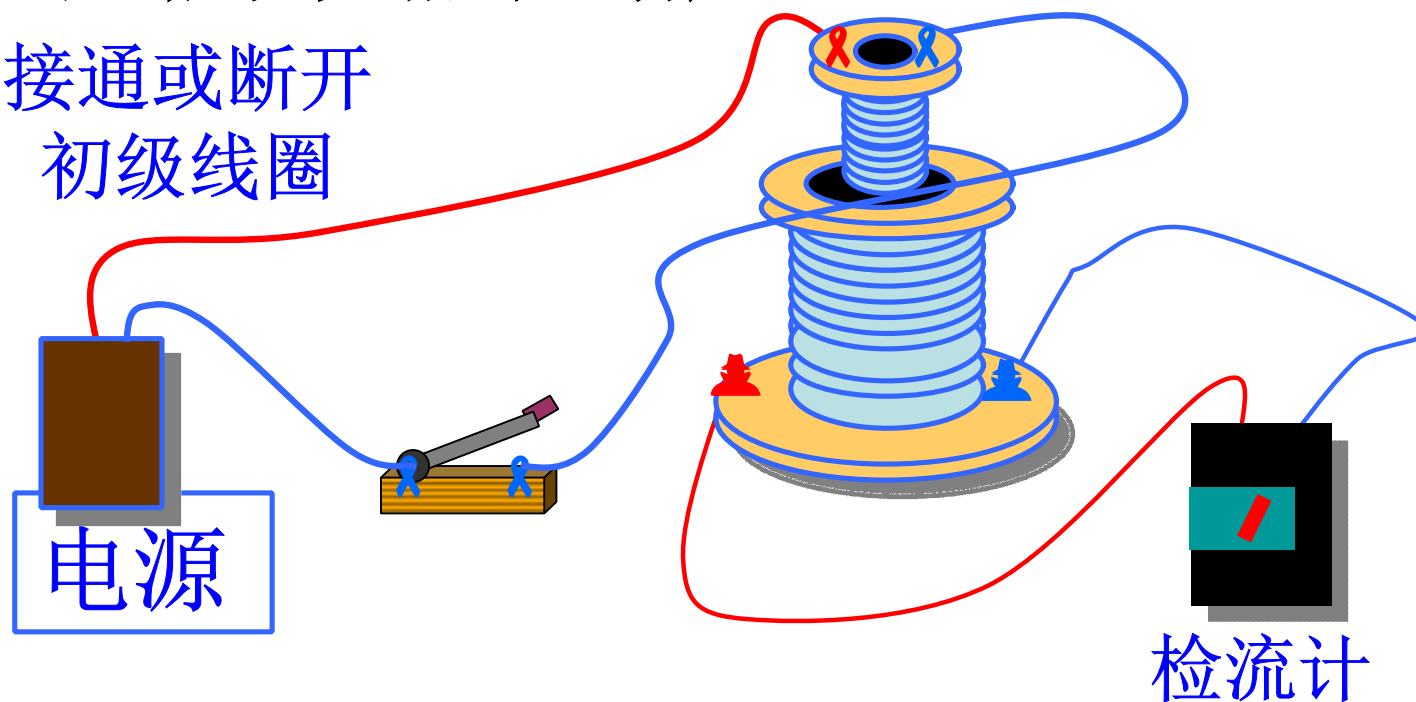
## 二、感生电场和感生电动势 ( $\varepsilon$ 感生)

$\varepsilon$  动生:  $B$  不变, 导线与  $B$  相对运动所产生的  $\varepsilon$  .

问题:  $B$  变, 回路与  $B$  无相对运动产生  $\varepsilon$  ?

1. 实验现象: 接通或断开  
初级线圈

闭合回路  
中的磁场发  
生变化时也可  
观察到感  
应电流。



问题: 即使导体在磁场中没有运动, 只要闭合回路中的磁通量发生变化, 回路中也会有感应电动势产生。形成该电动势的非静电力是那种非静电力呢?

## 2. 麦克斯韦的感生电场假设:

(1) 感应电动势是由一种非静电的电场力对导体中的自由电荷作用的结果。

(2) 这种非静电的电场是由变化着的磁场产生的。  $\varepsilon$  感生就是这种非静电的电场存在的一种外在表现。

(3) 即使没有任何导体存在, 只要B是随时间变化, 这种非静电的电场就总是存在的  $\rightarrow$  称为感生电场。

## 3. 感生电场的表达式 (特点 $\rightarrow$ 涡旋电场):

### (1) 感生电场的环流

由  $\varepsilon$  的定义 
$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l}$$

由法拉第电磁感应定律 
$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$\Rightarrow \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

可见，只要  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq 0$  一般  $\Rightarrow \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} \neq 0$

→ 所以感生电场也称为涡旋电场。

（注意与静电场的区别）

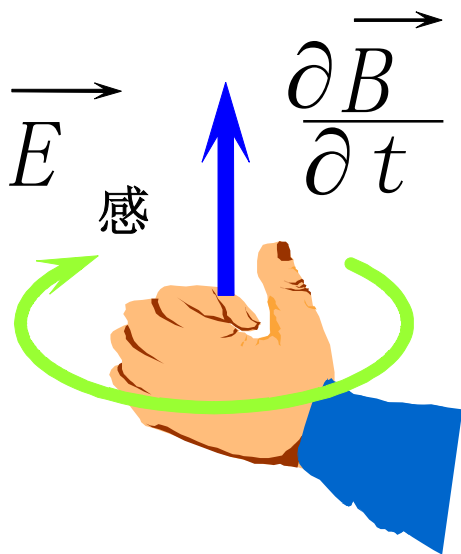


- 如果空间既存在  $\vec{E}_{\text{静}}$ , 又存在  $\vec{E}_{\text{感}}$

则:  $\vec{E} = \vec{E}_{\text{静}} + \vec{E}_{\text{感}}$

$$\vec{E} \text{ 的环流: } \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_L \vec{E}_{\text{静}} \cdot d\vec{l} + \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\vec{E} \text{ 的通量: } \oint_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_s \vec{E}_{\text{静}} \cdot d\vec{S} + \oint_s \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$



## 4. 感生电场与静电场比较:

共同处: 都是电场, 对电荷都有力的作用.

区别 静电场 (库仑场)

感生电场 (涡旋电场)

由静止电荷产生

由变化磁场产生

$$\oint_L \vec{E}_{\text{库}} \cdot d\vec{l} = 0$$

$\vec{E}_{\text{库}}$  是位场 (无旋场)  
可以引入电位概念

$$\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$\vec{E}_{\text{感}}$  是涡旋场 (非位场)  
不能引入电位概念

$$\oiint_S \vec{E}_{\text{库}} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q$$

$\vec{E}_{\text{库}}$  线是“有头有尾”的,  
起于正电荷而终于负电荷

$$\oiint_S \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{S} = 0$$

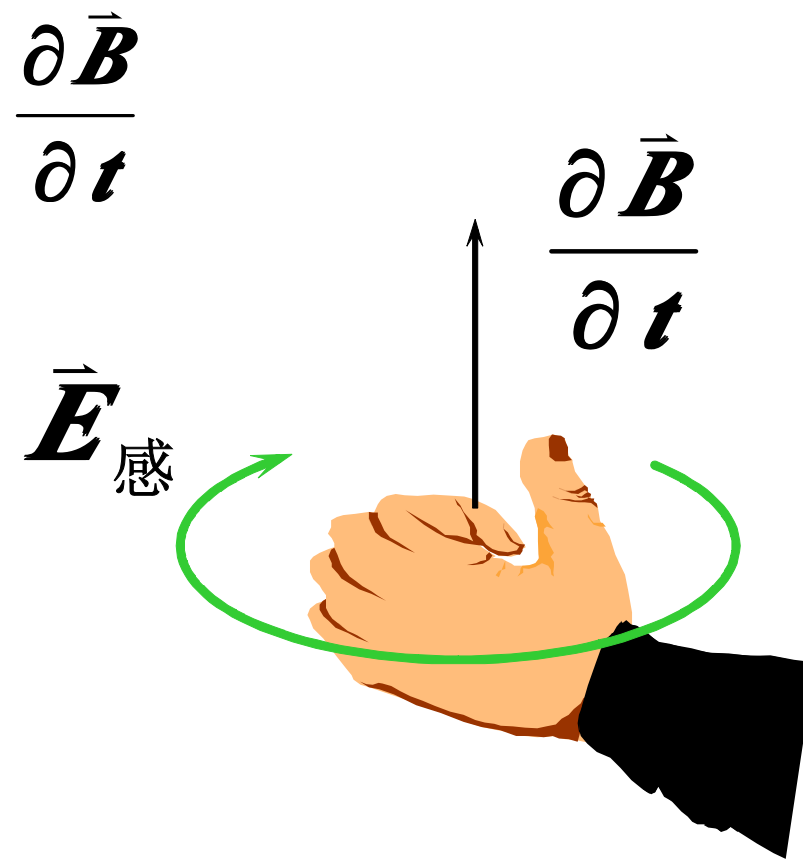
$\vec{E}_{\text{感}}$  线是“无头无尾”的  
是一组闭合曲线

## 5. $E_{\text{感}}$ 方向判定:

$$\Rightarrow \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad \vec{E}_{\text{感}} \text{ 与 } \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \text{ 构成左旋关系。}$$

● “—”是表示感生电场与之间，满足楞次定律。

● 如果B的分布具有对称性， $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  是定值，则可用它来求 $E_{\text{感生}}$ 、 $\varepsilon_{\text{感生}}$ 。



●  $E$  感生源于法拉第电磁感应定律。只要以  $L$  为边界的曲面内有  $\Phi$  的变化, 就存在感生电场。

## 6. 涡旋电场的应用: (1) $E_{\text{感生}}$ 、 $\epsilon$ 的定量描述

例5. 在半径  $R$  的无限长螺线管内部磁感应强度的大小随时间而增长, 且  $\frac{dB}{dt} = C \cos \theta$ , 求管内外  $E_{\text{感生}}$  的分布?

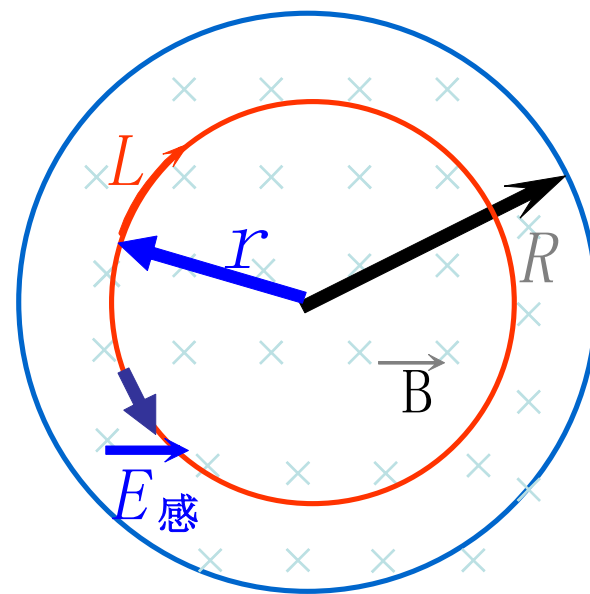
解: 
$$\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$\vec{E}_{\text{感}}$ 、 $d\vec{l}$  方向相反,  $\vec{B}$ 、 $\vec{S}$  方向相同

1)  $r < R$ : 
$$\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = E_{\text{感}} 2\pi r \cos \pi$$

$$= -E_{\text{感}} 2\pi r = -\pi r^2 \frac{dB}{dt} \cos \theta$$

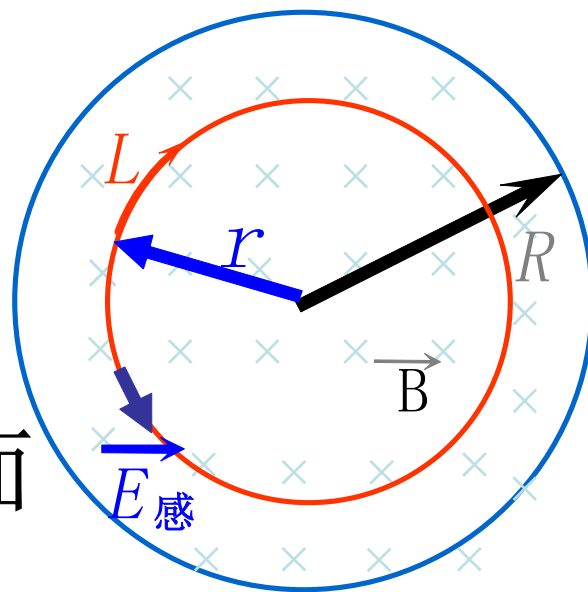
$[S]$  是以  $L$  为周界的任意曲面 (包围  $\vec{B}$  的有效面积) !



解:  $\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$

1)  $r < R$ :  $\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = E_{\text{感}} 2\pi r \cos\pi$   
 $= -E_{\text{感}} 2\pi r = -\pi r^2 \frac{dB}{dt} \cos\theta$

$/S$ 是以 $L$ 为周界包围的任意曲面  
 (包围 $\vec{B}$ 的有效面积) !/



$\Rightarrow E_{\text{感}} = \frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$  逆时针方向!

( $\vec{E}_{\text{感}}$  与  $\vec{L}$  方向相反!  $\frac{dB}{dt} > 0$ )

2)  $r > R$

$$\oint_{L'} \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = - \iint_S \frac{d\Phi}{dt}$$

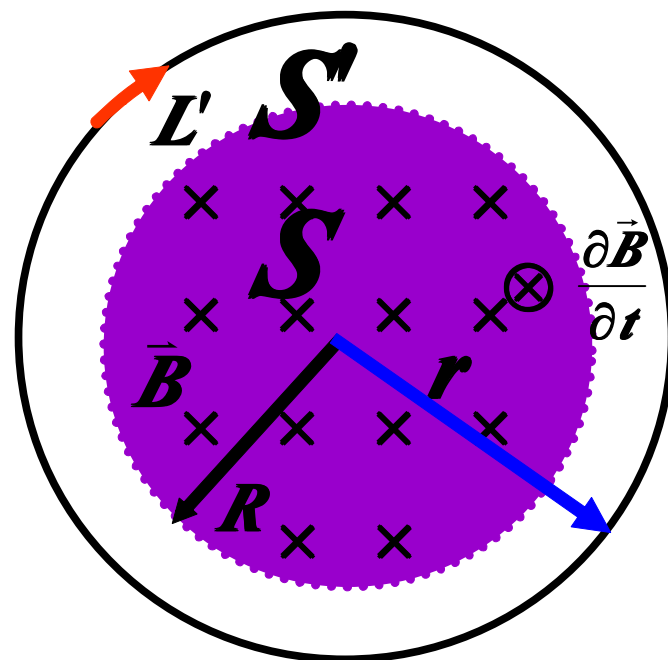
$$\Rightarrow \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = \frac{\partial B}{\partial t} \pi R^2 \cos \theta$$

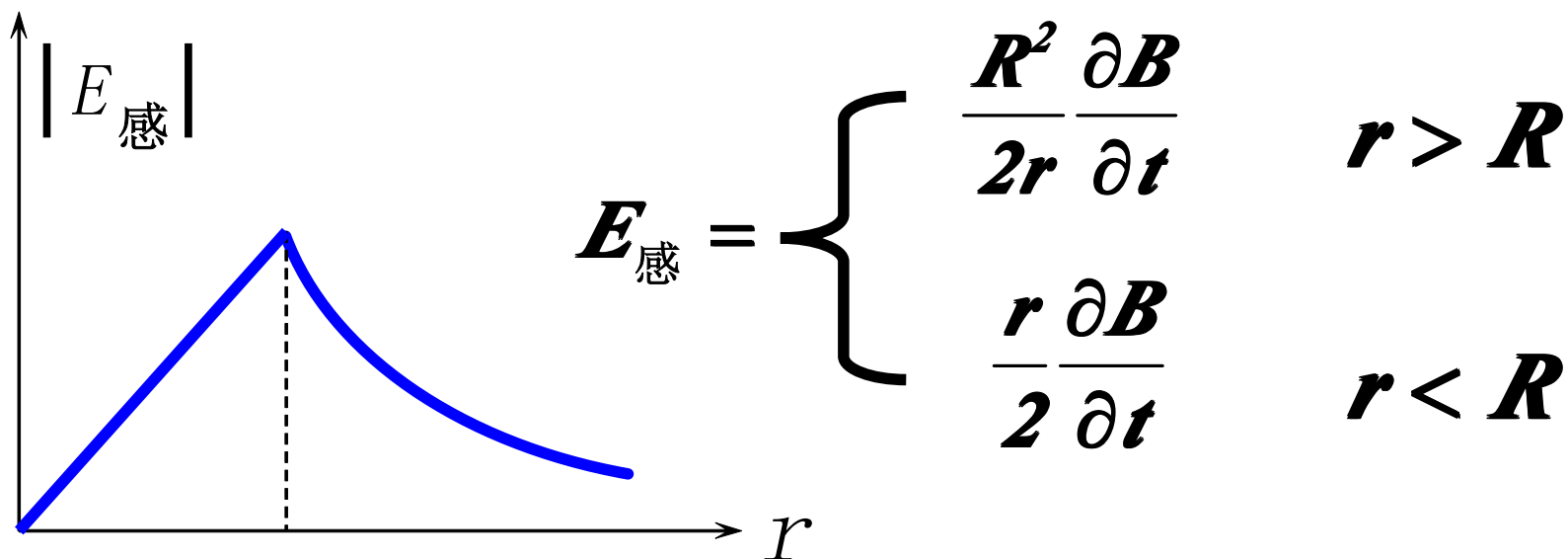
$$\text{于是} \oint_{L'} \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \frac{\partial B}{\partial t} \pi R^2$$

$$\Rightarrow E_{\text{感}} 2\pi r \cos \pi = - \frac{\partial B}{\partial t} \pi R^2$$

$$\Rightarrow E_{\text{感}} = \frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt} \quad \text{逆时针方向!}$$

( $\vec{E}_{\text{感}}$  与  $\vec{L}$  方向相反!  $\frac{dB}{dt} > 0$ )





●无限长螺线管内外  $\vec{E}_{\text{感}}$  与  $r$  的关系类似于  
均匀带电球体内外  $\vec{E}_{\text{库}}$  与  $r$  的关系。

小结：● $E_{\text{感生}}$ 的性质

(1) 非保守场, 无源有旋场, 场线是闭合的.

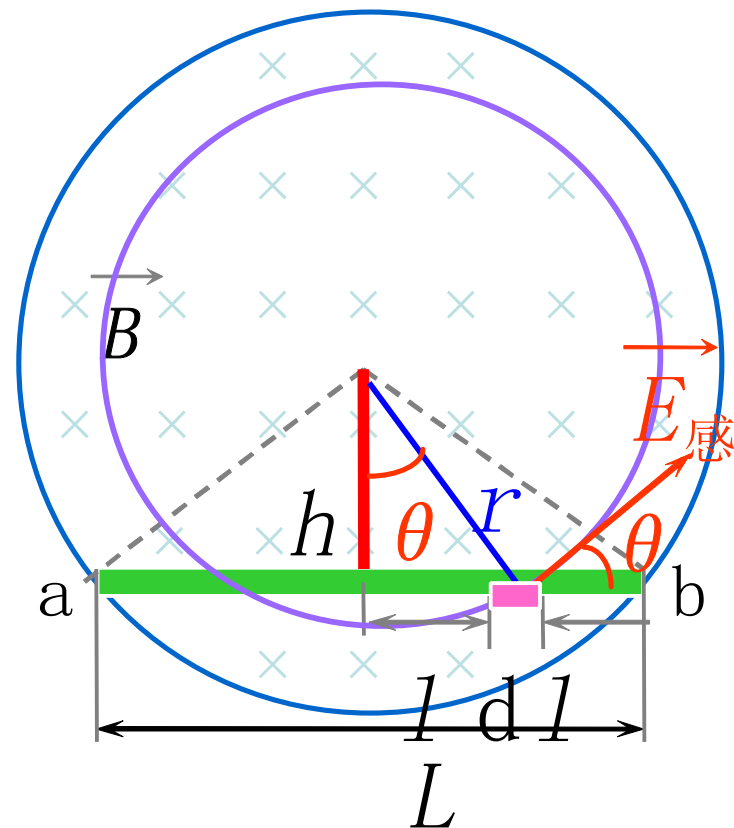
(2) 对电荷有力的作用  $\vec{F} = q\vec{E}_{\text{感生}}$

例6、在圆柱形的均匀磁场中，若  $\frac{dB}{dt} = c > 0$ ，柱内直导线的长度为  $L$ ，且距圆心垂直距离为  $h$ 。求此直导线  $ab$  上的  $\varepsilon$  感生？

法一：由电动势的定义求解

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \int \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = \int \frac{r}{2} \frac{dB}{dt} \cos \theta d\theta \\ &= \int \frac{r}{2} \frac{dB}{dt} \frac{h}{r} d\theta = \frac{1}{2} \frac{dB}{dt} h \int d\theta \\ &= \frac{1}{2} h L \frac{dB}{dt}\end{aligned}$$

$\varepsilon$  感生方向： $\mathbf{a} \rightarrow \mathbf{b} \Rightarrow V_b > V_a$





法二：由法拉第定律求解，作假想回路 $oabo$

$$|\varepsilon_i| = \frac{d\Phi}{dt} = \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = \frac{Lh}{2} \frac{dB}{dt}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_i &= \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = \int_0^a \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} + \int_a^b \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} + \int_b^o \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} \\ &= 0 + \varepsilon_{ab} + 0\end{aligned}$$

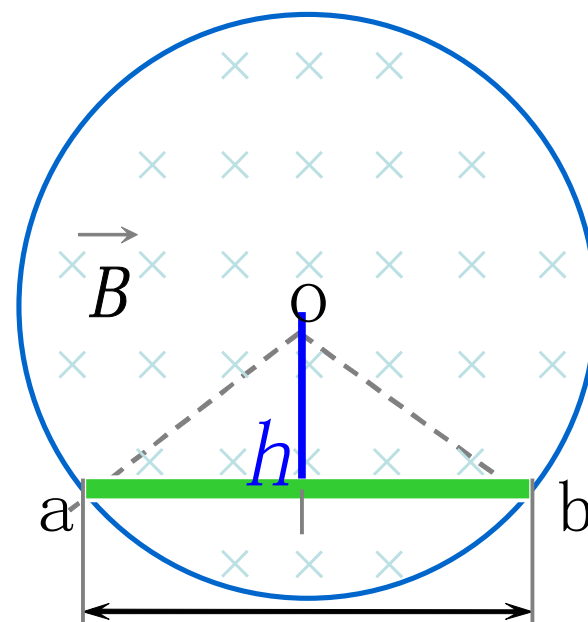
$$\text{即： } \varepsilon_{ab} = \frac{Lh}{2} \frac{dB}{dt}$$

由楞次定律：

$\varepsilon$  感生方向：逆时针.

简单准确！

即  $a \rightarrow b \Rightarrow V_b > V_a$   $L$



	$\varepsilon$ 动生	$\varepsilon$ 感生
特点	磁场不变，闭合电路的整体或局部在磁场中运动导致回路中磁通量的变化.	闭合回路的任何部分都不动，空间磁场发生变化导致回路中磁通量变化.
原因	由于S的变化引起回路中 $\Phi$ 变化.	由于 $\vec{B}$ 的变化引起回路中 $\Phi$ 变化.
非静电力 的来源	非静电力就是洛仑兹力，由洛仑兹力对运动电荷作用而产生电动势.	变化磁场在它周围空间激发涡旋电场，非静电力就是感生电场力，由感生电场力对电荷做功而产生电动势.
结论	$\varepsilon_i = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$ 其方向由 $\vec{v} \times \vec{B}$ 决定.	$\varepsilon_i = \oint \vec{E}_{\text{涡}} \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$ 其方向由 $\vec{E}_{\text{涡}}$ 沿 $d\vec{l}$ 的积分方向决定.

## 6. 涡旋电场的应用

### (2). 涡电流:

●形成条件：块状金属放在变化的磁场中，金属中会产生感生电流。

●特点：

(1) 电流流线在金属体内自行闭合，所以称为涡电流。

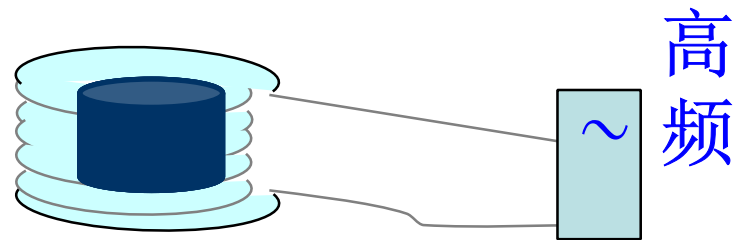
(2) 块状金属导体一般电阻很小，所以涡电流一般很大。

●防止与应用：

a) 涡流损耗。

b) 高频感应加热炉。

### 高频冶炼炉

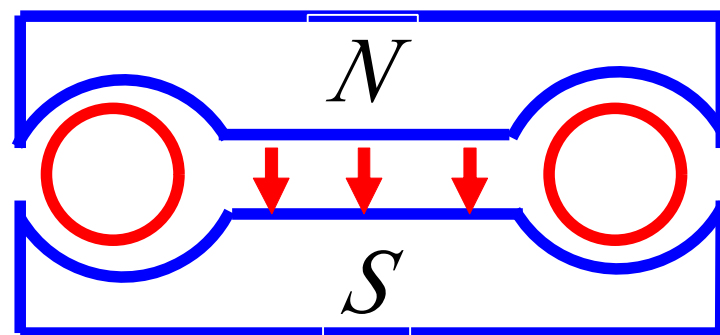


### 三 电子感应加速器

●即使没有导体存在，变化的磁场也能在空间激发涡旋电场，利用感生电场加速电子就是电子感应加速器。

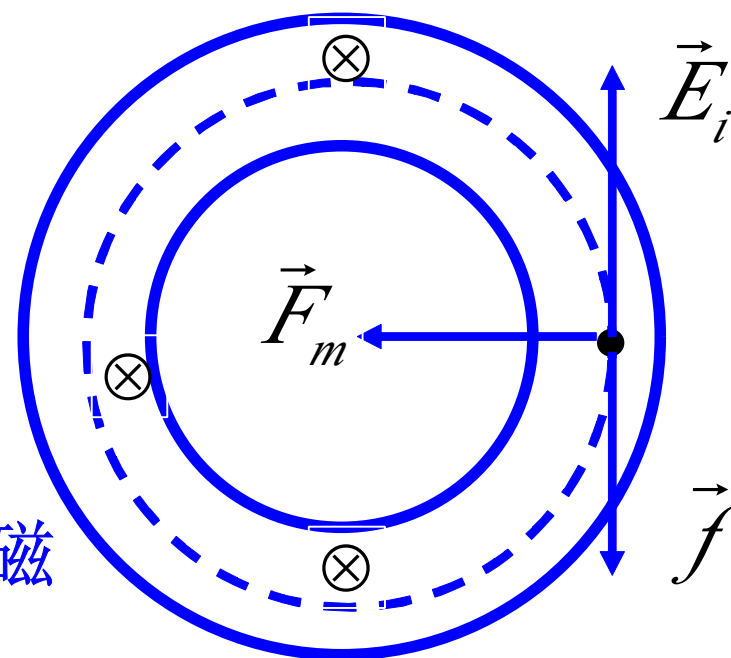
●结构：“N S是电磁铁”的两极。

两极之间是环形真空室。



●原理：电子在轨道中，一方面在磁场的洛仑兹力作用下，作圆周运动；另一方面，在感生电场力  $\vec{f} = q\vec{E}$

作用下沿轨道切向被加速。



●运行的轨道上的磁场与轨道内磁场有什么联系？如何被加速？

### 三、电子感应加速器

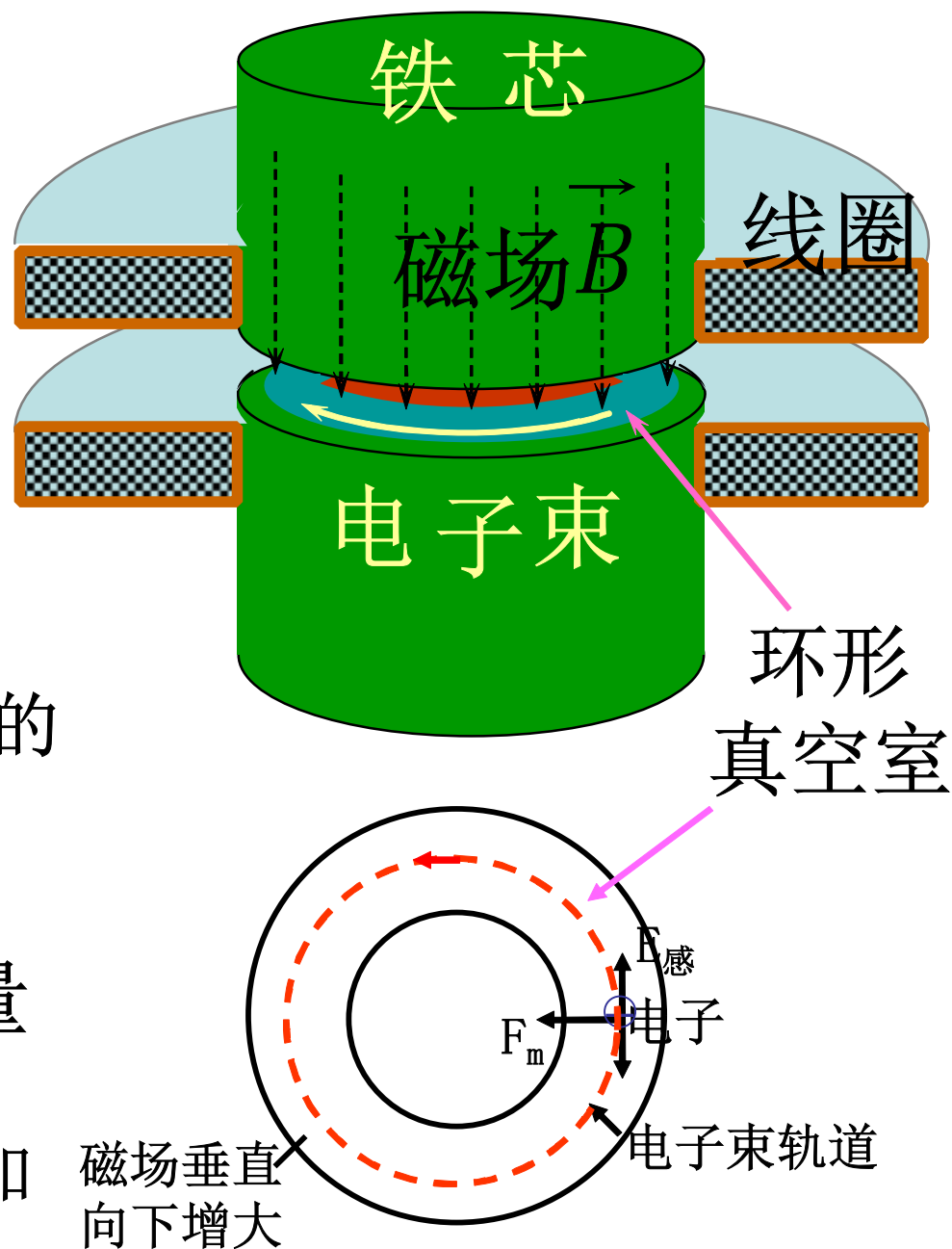
●当磁场发生变化时，就会沿管道方向产生感应电场，射入的电子被加速。

●电子运行的轨道——  
环形真空室中半径为 $r$ 的圆形。

●如何使电子维持在恒定的圆形轨道上加速？

$$B_r e v = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{eB_r} \text{ ? 恒量}$$

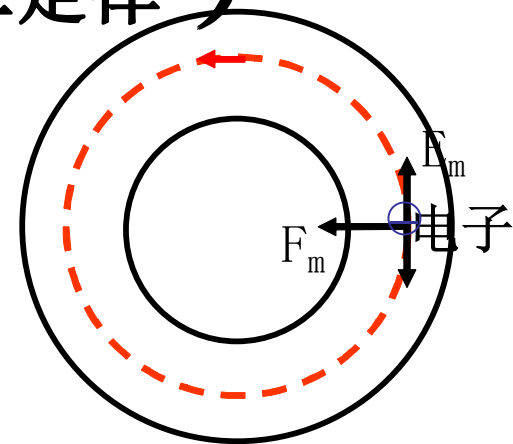
●条件： $B_r$ 随电子动量 $mv$ 增加而增加。



$$\because \oint_L \mathbf{E}_{\text{感}} \cdot d\mathbf{l} = 2\pi r E_{\text{感}} = \frac{d\phi}{dt} \Rightarrow E_{\text{感}} = \frac{1}{2\pi r} \frac{d\phi}{dt}$$

$$eE_{\text{感}} = \frac{d}{dt}(mv) = \frac{e}{2\pi r} \frac{d\phi}{dt} \quad (\text{牛顿第二定律})$$

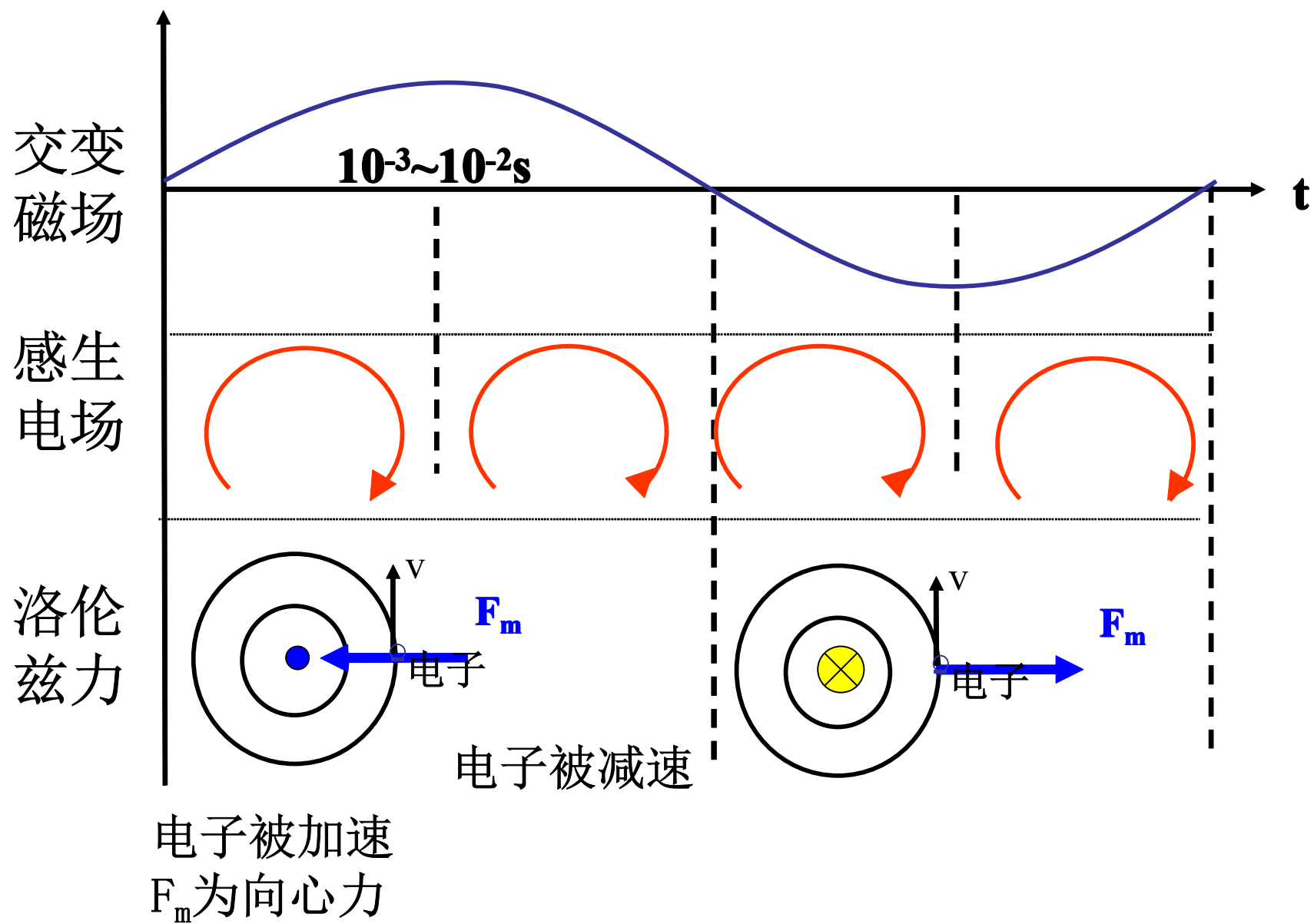
$$\Rightarrow \int_0^v d(mv) = \int_0^\phi \frac{e}{2\pi r} d\phi$$



$$mv = \frac{e}{2\pi r} \phi = \frac{e}{2\pi r} \pi r^2 \bar{B} = \frac{er}{2} \bar{B} \quad \Rightarrow \quad B_r = \frac{1}{2} \bar{B}$$

$$r = \frac{mv}{eB_r} \Rightarrow mv = reB_r$$

■ 运行的轨道上的磁感应强度等于轨道内磁感应强度平均值的一半！便可稳定加速。



## § 12-3 自感和互感

### 一、自感系数和自感电动势

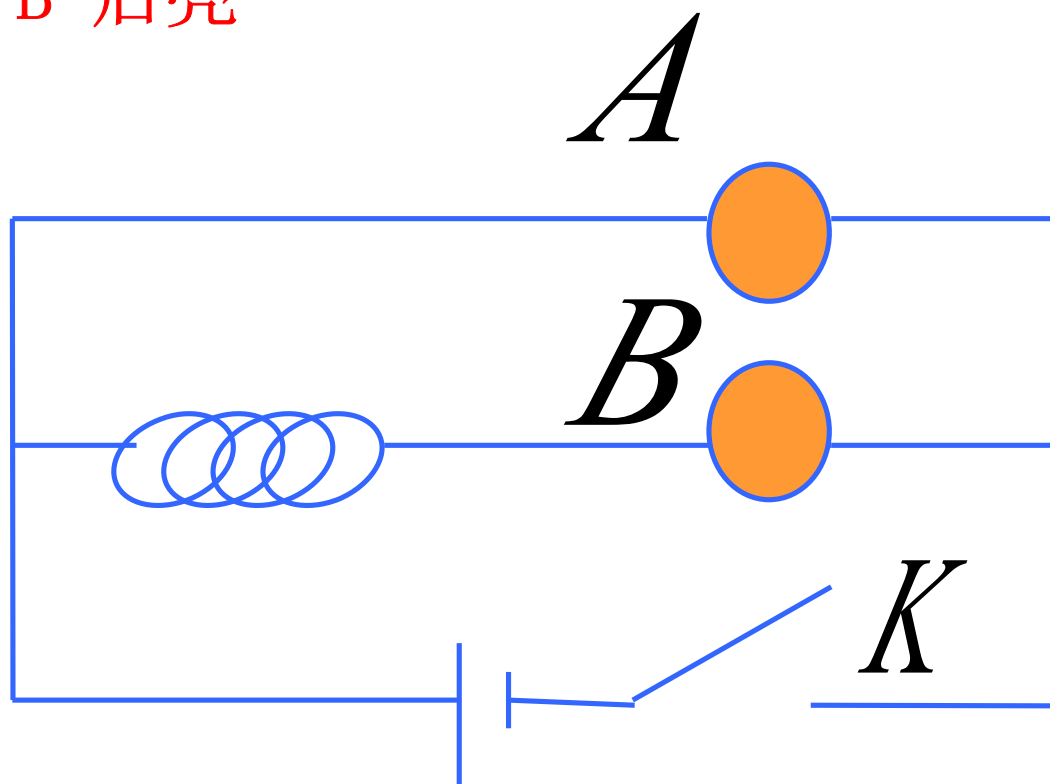
#### 1. 现象及日常应用

:

K合上 灯泡A先亮 B 后亮

K断开 B会突闪亮

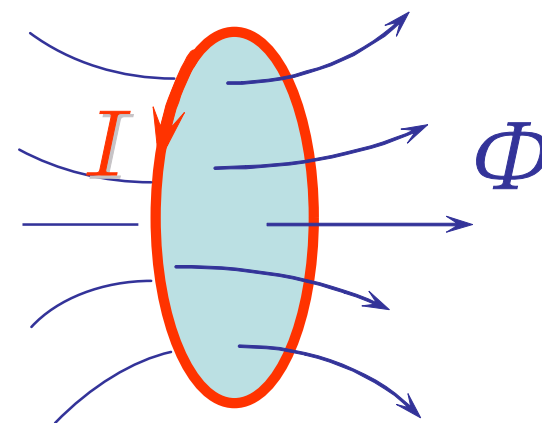
日光灯镇流器  
就应用了自感





## 2. 自感系数和自感电动势

● **自感现象**——由于回路自身电流的变化，在回路中产生感应电动势的现象。该电动势叫**自感电动势**  $\varepsilon_L$ 。



$$\frac{dI}{dt} \neq 0 \rightarrow \frac{d\Phi}{dt} \neq 0 \xrightarrow{N \text{ 匝}} N \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\Psi}{dt} \rightarrow \varepsilon_L$$

● **L—自感系数**

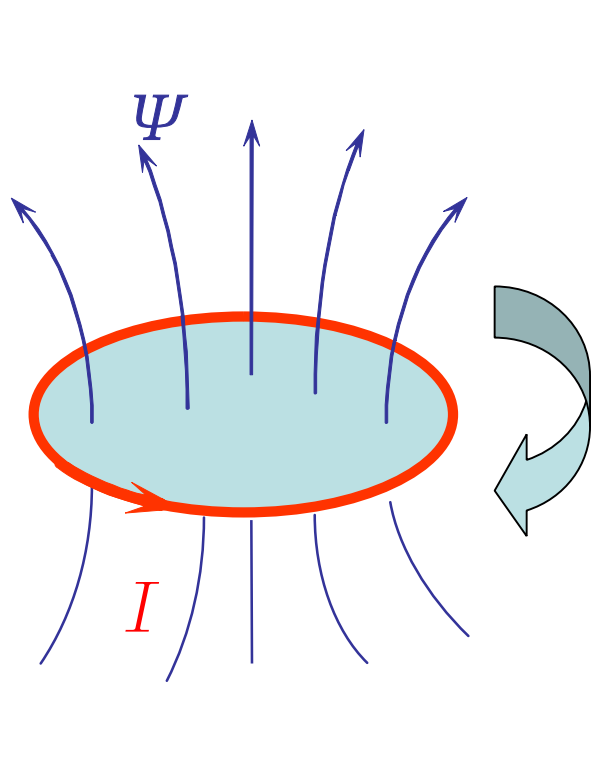
与线圈大小、形状、周围介质的磁导率有关；与线圈是否通电流无关。



$$\Psi = L I$$

单位：H    mH

L表示了线圈反抗电流变化的能力，是一种电惯性的表现。



The diagram shows a light blue oval representing a coil. Blue arrows labeled  $\Psi$  point upwards from the coil, representing magnetic flux. A red arrow labeled  $I$  points to the right along the bottom edge of the coil, representing the current. A grey curved arrow to the right of the coil indicates a clockwise direction of current flow.

$$\varepsilon_L = - \frac{d \Psi_m}{d t} = - \frac{d}{d t} (L I)$$

$$i = - L \frac{d I}{d t} - I \frac{d L}{d t}$$

$$i R = \varepsilon_L = - L \frac{d I}{d t}$$

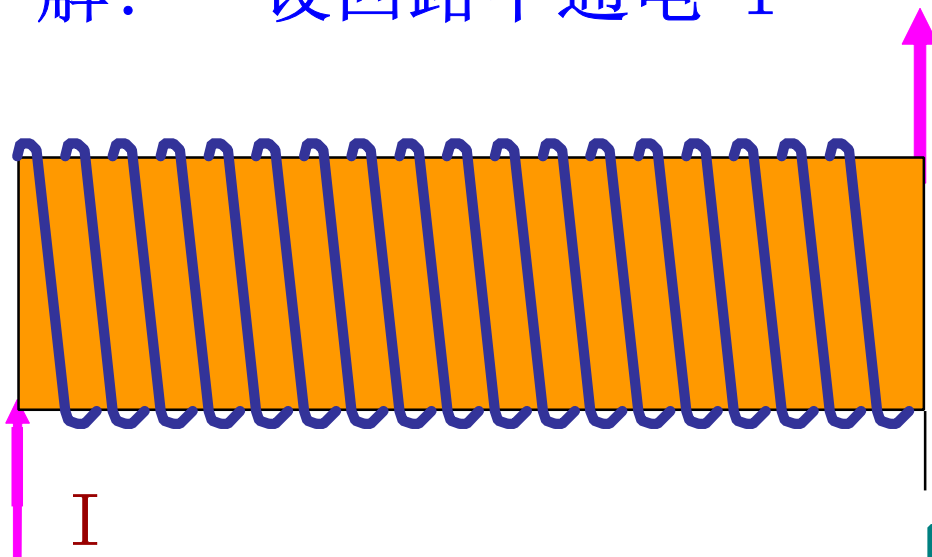
- 1、式中的负号表示自感电流反抗线圈中电流变化.
- 2、L越大对同样的电流变化自感电流就越大即回路中电流越难改变.

### 3、 $L$ 的计算:

假设电路中流有电流  $I$   
 $I \rightarrow B \rightarrow \Psi$  再计算  $L = \Psi$

例7: 求单层密绕长直螺线管的  
自感? 已知  $l$ 、 $N$ 、 $S$ 、 $\mu_0$

解: 设回路中通电  $I$



$L$  仅与回路大小、  
形状、介质有关.

$$\Rightarrow \mathbf{B} = \mu_0 n \mathbf{I}$$

$$\Rightarrow \Psi_m = NBS$$

$$n = \frac{N}{l}$$

$$\Rightarrow \Psi_m = \mu_0 \frac{N^2}{l} SI$$

$$\Rightarrow L = \frac{\Psi_m}{I} = \mu_0 \frac{N^2}{l} S$$

例8：矩形截面的螺绕环，图示，共有N匝，试求此螺绕环的L=？

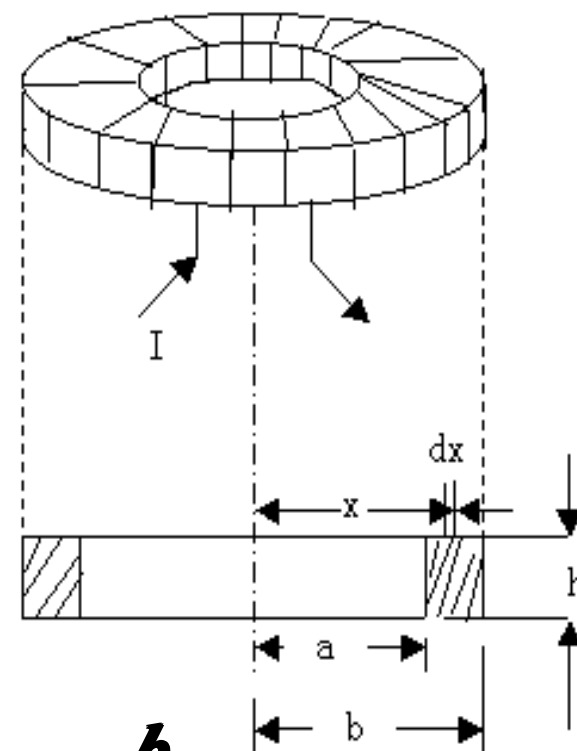
解：由  $\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \Sigma I$

$$\Rightarrow B \cdot 2\pi r = \mu_0 NI \rightarrow B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

通过矩形截面的  $\phi$  为

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_a^b \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} h dr = \frac{\mu_0 NI}{2\pi} h \ln \frac{b}{a}$$

通过整个环磁通链为  $N\Phi \rightarrow L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$

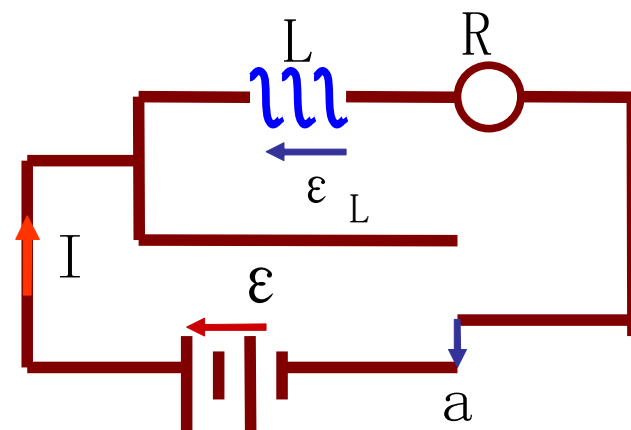


求解方法（步骤）：1. 设线圈中通有电流  $I \rightarrow B$   
2. 求磁通  $\Phi$  ( $\psi = N\Phi$ )  
3. 求L

#### 4、自感电路中电流的增长和衰减

a:  $\varepsilon + \varepsilon_L = RI \quad \varepsilon - L \frac{dI}{dt} = RI$

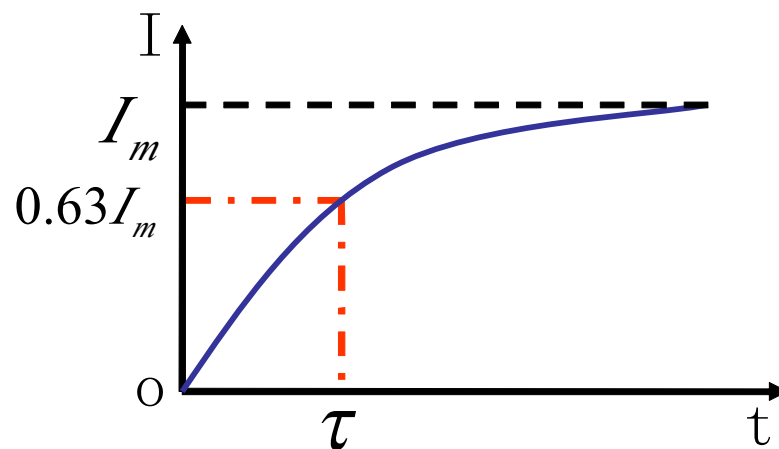
$$\int_0^I \frac{dI}{\frac{\varepsilon}{R} - I} = \int_0^t \frac{R}{L} dt \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$



当  $t \rightarrow \infty$  时  $I = I_m = \frac{\varepsilon}{R}$

$t = \tau = \frac{L}{R}$  时

$$I = \frac{\varepsilon}{R} (1 - \frac{1}{e}) = 0.63 I_m$$



$$\text{b: } \varepsilon_L = IR \quad -L \frac{dI}{dt} = IR$$

$$\int_{I_m}^I \frac{dI}{I} = -\int_0^t \frac{R}{L} dt$$

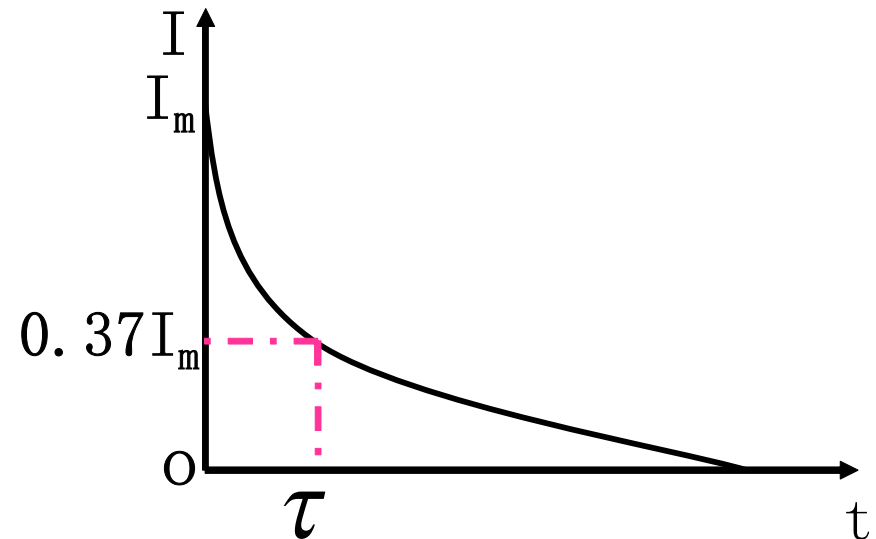
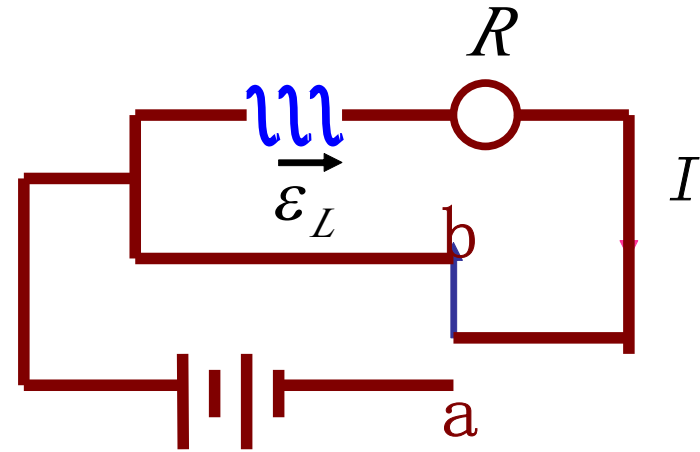


$$I = I_m e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$\text{当: } t=0 \text{ 时, } I = I_m = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$t \rightarrow \infty \text{ 时, } I \rightarrow 0$$

$$t = \frac{L}{R} = \tau \text{ 时, } I = 0.37 I_m$$



$\tau$  —— LR回路的时间常数或弛豫时间！