

质点运动的描述

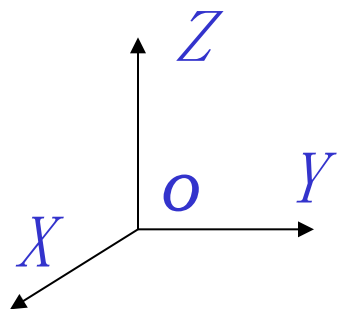
一、理想模型——质点

1. 参考系：为描述物体运动而选的标准物。

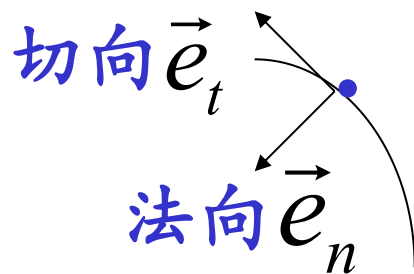
2. 质点：物体只有质量而没有大小、形状的几何抽象。

理想模型

3. 坐标系：参照系的数学抽象，用于对运动定量描述。



直角坐标系



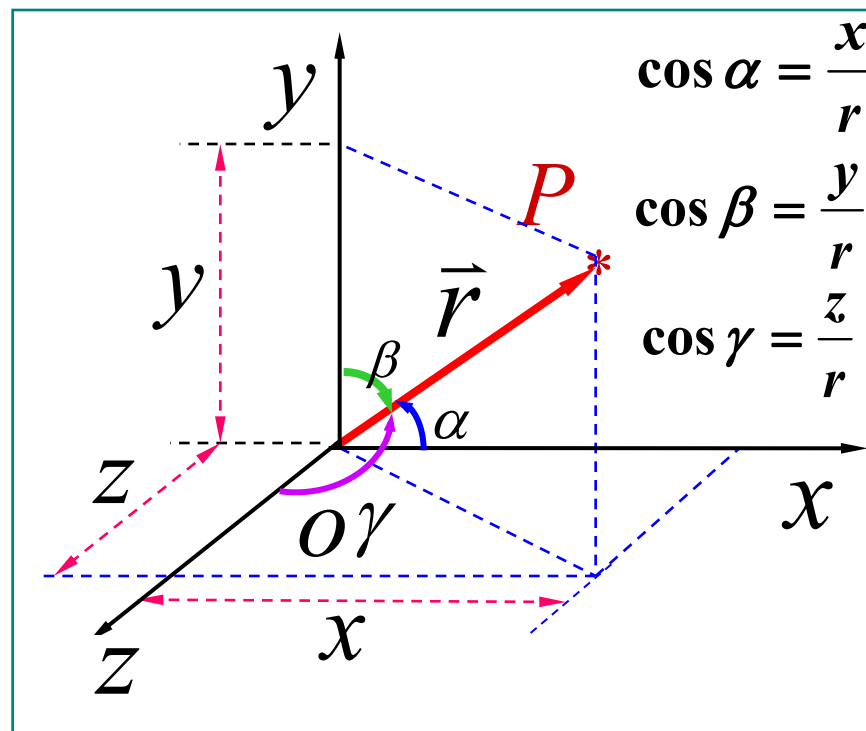
自然坐标系

二、质点运动的描述

1. 位置矢量(位矢):

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

大小: $r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$



2. 运动方程、轨道方程

运动方程: 位置(矢量)与时间的函数关系

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \Rightarrow \begin{cases} x=x(t) \\ y=y(t) \\ z=z(t) \end{cases} \text{ 消去 } t$$

轨道方程: 质点位置坐标间的函数关系

$$f(x, y, z) = 0$$

3. 位移

$$\vec{r}_A = x_A \vec{i} + y_A \vec{j}$$

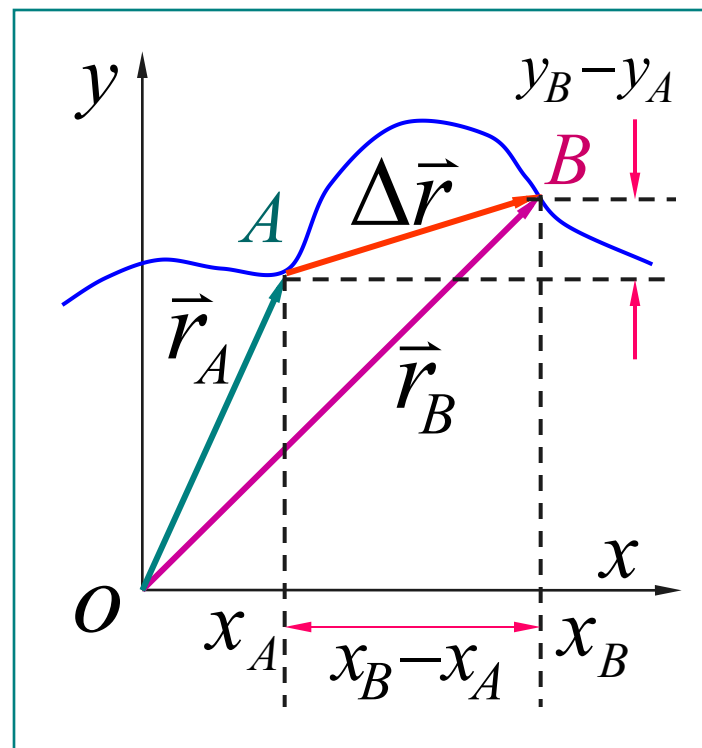
$$\vec{r}_B = x_B \vec{i} + y_B \vec{j}$$

$$\text{位移: } \Delta \vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$

$$= (x_B - x_A) \vec{i} + (y_B - y_A) \vec{j}$$

$$= \Delta x \vec{i} + \Delta y \vec{j}$$

$$\text{大小: } |\Delta \vec{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$



4. 路程

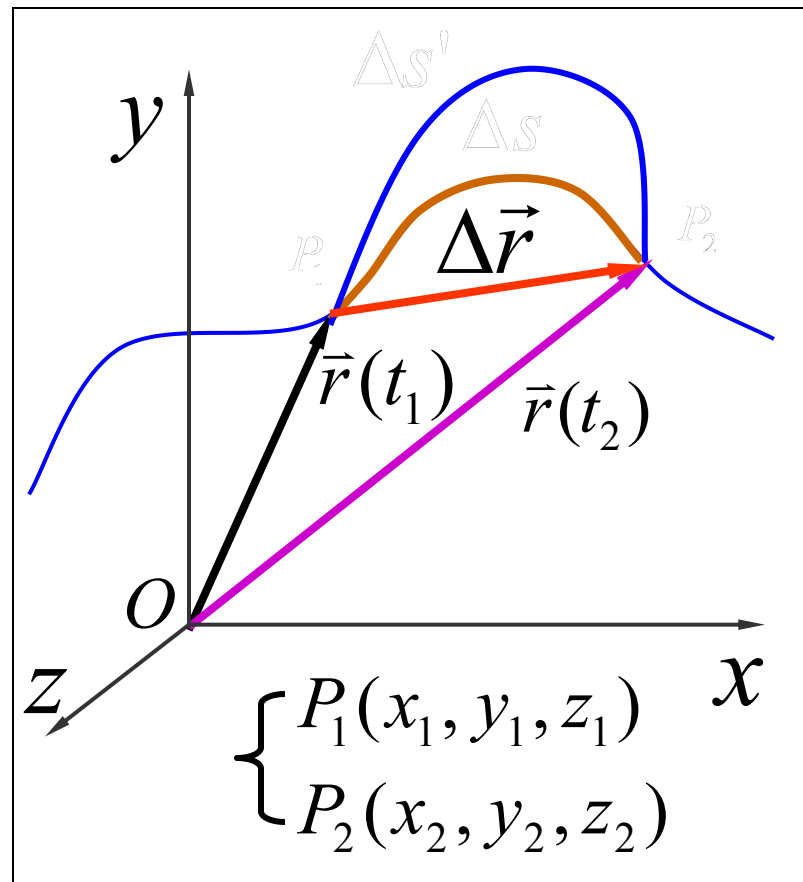
从 P_1 到 P_2 : 路程 $\Delta s = \widehat{P_1 P_2}$

位移与路程的区别

(1) 两点间位移是唯一的.

(2) 一般情况 $|\Delta \vec{r}| \neq \Delta s$.

什么情况 $|\Delta \vec{r}| = \Delta s$?



不改变方向的直线运动; 当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时.

(3) 位移是矢量, 路程是标量.

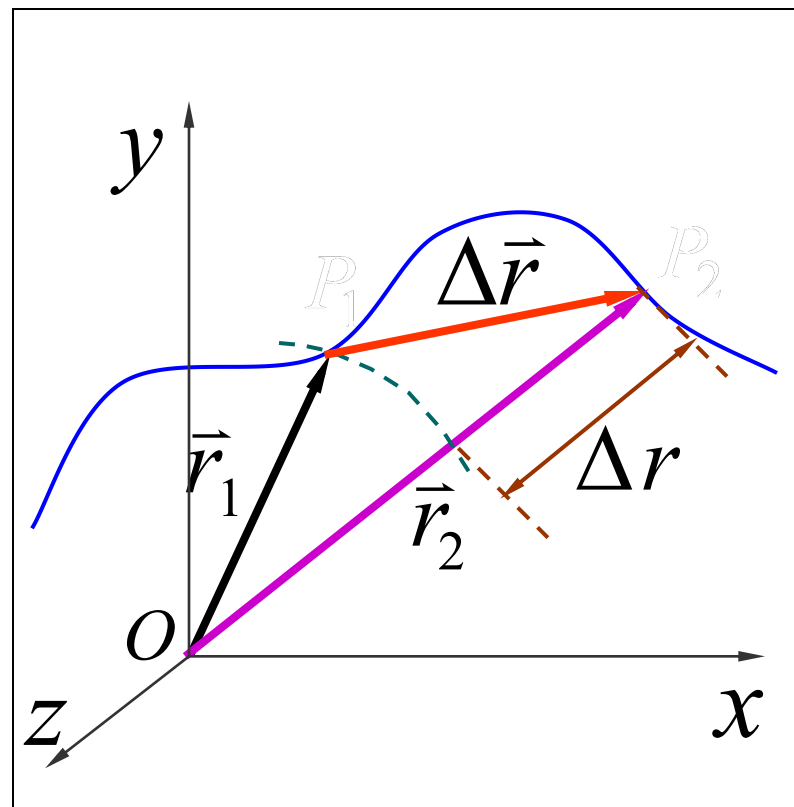
注意

$\Delta \vec{r}$, $|\Delta \vec{r}|$, Δr 的物理意义不同。

$$\begin{aligned}\Delta \vec{r} &= \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \\ &= \Delta x \vec{i} + \Delta y \vec{j} + \Delta z \vec{k}\end{aligned}$$

$$|\Delta \vec{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$

$$\Delta r = r_2 - r_1 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2} - \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$



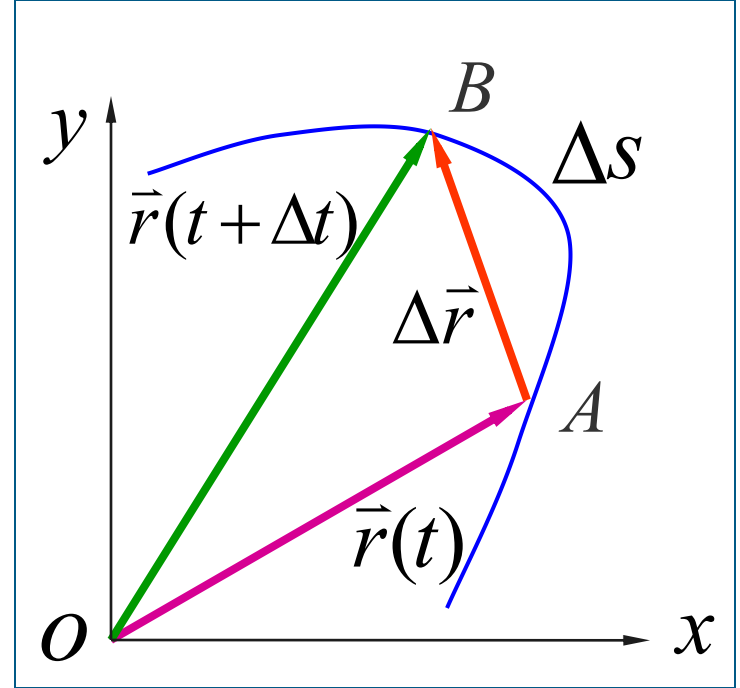
二、速度

1. 平均速度

在 Δt 时间内，质点位移为

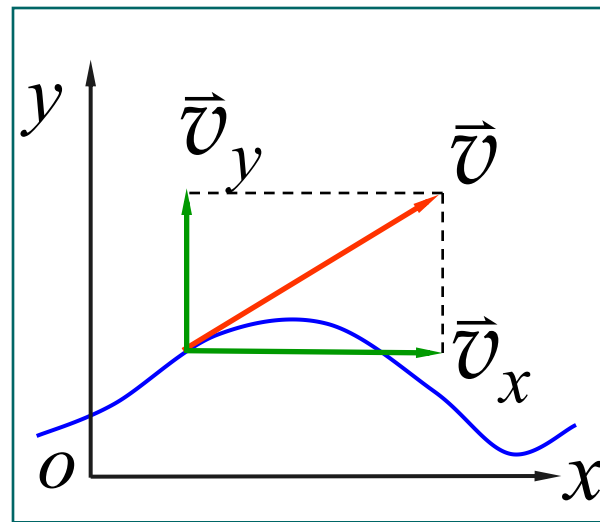
$$\begin{aligned}\Delta \vec{r} &= \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t) \\ &= \Delta x \vec{i} + \Delta y \vec{j}\end{aligned}$$

$$\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \vec{j} = \bar{v}_x \vec{i} + \bar{v}_y \vec{j}$$



2. 瞬时速度 (简称速度)

$$\begin{aligned}\bar{v} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} \\ &= v_x \vec{i} + v_y \vec{j}\end{aligned}$$



当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, $|d\bar{r}| = ds$

$$\bar{v} = \frac{ds}{dt} \vec{e}_t$$

速度方向 切线向前

速度大小

$$v = \frac{ds}{dt}$$

速度 \bar{v} 的值 速率

讨论

一运动质点在某瞬时位于位矢 $\vec{r}(x, y)$ 的端点处，其速度大小为

(A) $\frac{dr}{dt}$

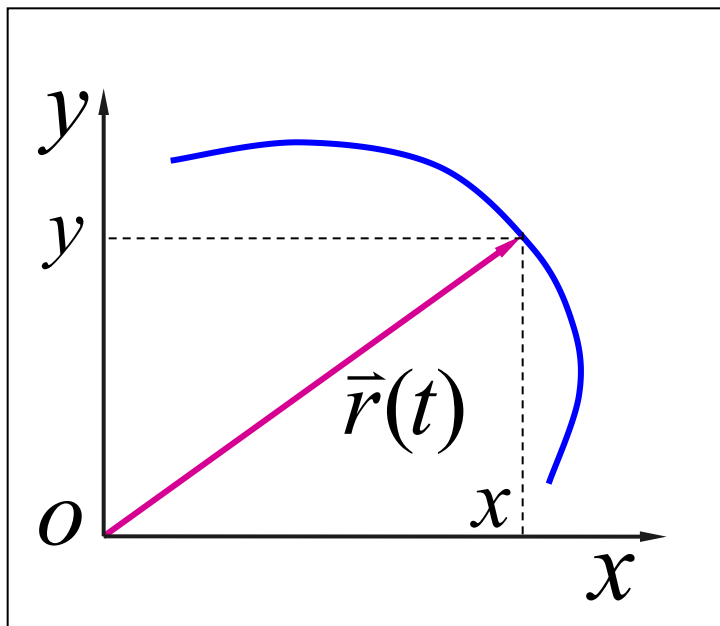
(B) $\frac{d\vec{r}}{dt}$

(C) $\frac{d|\vec{r}|}{dt}$

🤔 $\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$

注意

$$\left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right| \neq \frac{dr}{dt}, \quad \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right| \neq \frac{d|\vec{r}|}{dt}$$



物理量

位置矢量(位矢): $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

位移: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$ $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$

二个方程 运动方程: $\vec{r} = \vec{r}(t) \Rightarrow \begin{cases} x=x(t) \\ y=y(t) \\ z=z(t) \end{cases}$

轨道方程: $f(x,y,z)=0$ (轨迹方程)