多方过程

*过程方程

$$PV^n = C_1$$

$$V^{n-1}T = C_2$$

$$P^{n-1}T^{-n} = C_3$$

*多方过程的功 $A = \dfrac{P_1V_1 - P_2V_2}{n-1}$

*摩尔热容 $C_{mol} = \dfrac{n-\gamma}{n-1}C_V$

n =1 —— 等温过程　　n =γ —— 绝热过程

n= 0 —— 等压过程　　n =∞ —— 等容过程

[例题7－5] 一摩尔的单原子理想气体，从初态（P_1、V_1）出发，经过某一过程$PV^2=C$，体积膨胀到$V_2=2V_1$。

(1).试写出气体温度与压强间的表达式； $(T\sim P)$

(2).当气体膨胀时，其温度是升高还是降低； $(V\sim T)$

(3).在此过程中气体摩尔热容C_{mol}为何值；

(4).气体分子的平均动能将如何变化。

解： $(1).PV^2=\frac{m}{M}RT\cdot\frac{m}{M}\frac{RT}{P}=\frac{m^2}{M^2}R^2\frac{T^2}{P}=C \quad \therefore PT^{-2}=C'$

$$(2).\left.\begin{aligned}\because PV^2&=C\\ PT^{-2}&=C'\end{aligned}\right\} VT=C'' \qquad \therefore V\uparrow, T\downarrow$$

$PV^\gamma=C_1$

$V^{\gamma-1}T=C_2$

$P^{\gamma-1}T^{-\gamma}=C_3$

(3).在此过程中气体摩尔热容 C_{mol} 为何值；

解法一：

$$C_{mol}=\frac{n-\gamma}{n-1}C_V$$

$$n=2, \qquad C_V=\frac{3}{2}R$$

$$\gamma=\frac{C_P}{C_V}=\frac{i+2}{i}=\frac{5}{3}$$

得 $:C_{mol}=\frac{1}{2}R$

解法二：

$$C_{mol}=\frac{Q}{T_2-T_1}=\frac{\Delta E+A}{T_2-T_1}$$

$$\Delta E=\frac{i}{2}R(T_2-T_1)=\frac{3}{2}R(T_2-T_1)$$

$$A=\frac{P_1V_1-P_2V_2}{n-1}=-R(T_2-T_1)$$

$$n=2$$

得 $:C_{mol}=\frac{1}{2}R$

(4).气体分子的平均动能将如何变化。

定性：$\because VT = C''$ $\therefore V\uparrow, T\downarrow \bar{\varepsilon}_k\downarrow$

定量：$N_0\Delta\overline{\varepsilon_k} = \Delta E = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1)$

$$= \frac{3}{2}(P_2V_2 - P_1V_1)$$

$$\left.\begin{array}{r} P_1V_1{}^2 = P_2V_2{}^2 \\ V_2 = 2V_1 \end{array}\right\} P_2 = \frac{1}{4}P_1$$

$$\Delta\overline{\varepsilon_k} = -\frac{3P_1V_1}{4N_0}$$

分子平均动能减少

7.4 循环过程

7.4.1 循环过程

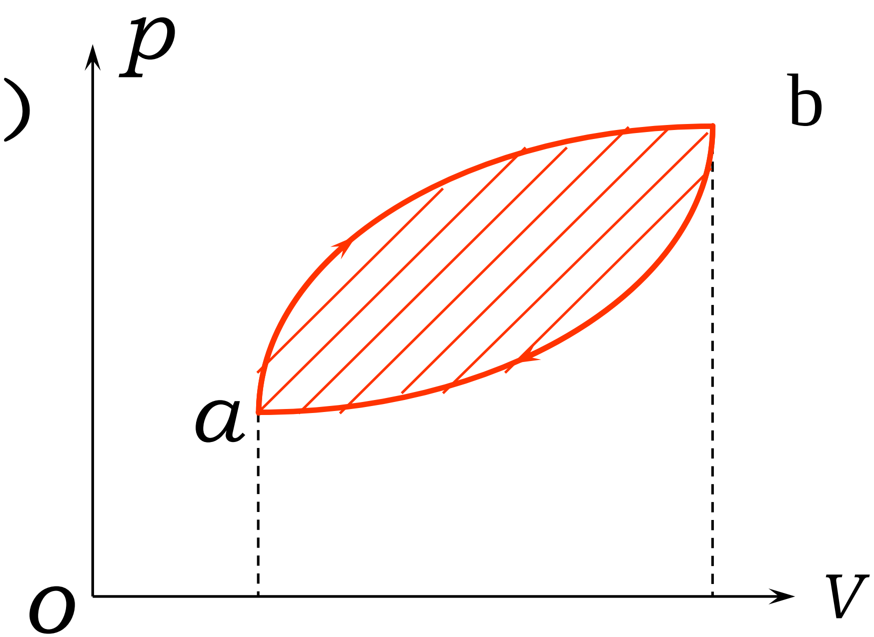
物质系统经历一系列状态变化过程又回到初始状态，称这一周而复始的变化过程为循环过程.

一、特点:

* $\Delta E = 0$ （$\because$ 初态 = 末态）

* P—V图上表示为一条闭合曲线

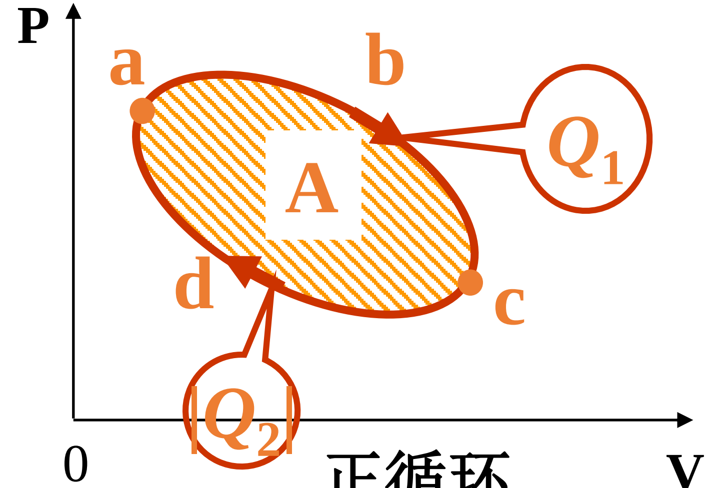
* 净功 A = 循环过程曲线所包围的面积 = $Q_{净}$



* 循环分为正循环和负循环

7.4.2　热机和热机效率

$$\left.\begin{array}{l}\Delta E=0\\ A_{净}>0\end{array}\right\}\quad Q_{净}=Q_{吸}-|Q_{放}|=A_{净}>0$$



正循环

系统从外界吸收的净热量

↓ 转化

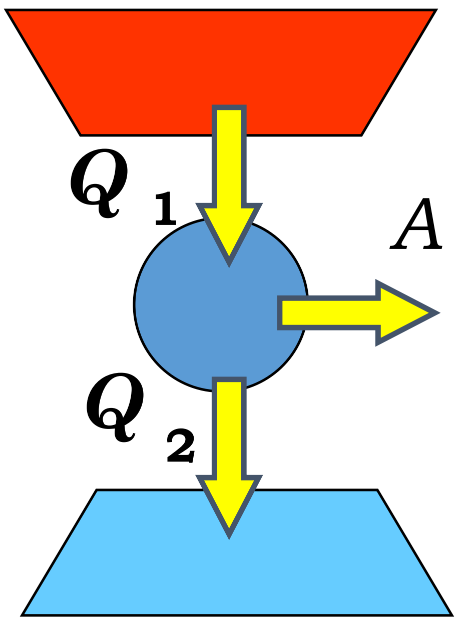
系统对外作功

注意：$Q_{吸}$、$Q_{放}$是指整个过程中所有分过程吸热、放热的总和

热机效率：

$$\eta=\frac{A_{净}}{Q_{吸}}=\frac{Q_{吸}-|Q_{放}|}{Q_{吸}}=1-\frac{|Q_{放}|}{Q_{吸}}$$

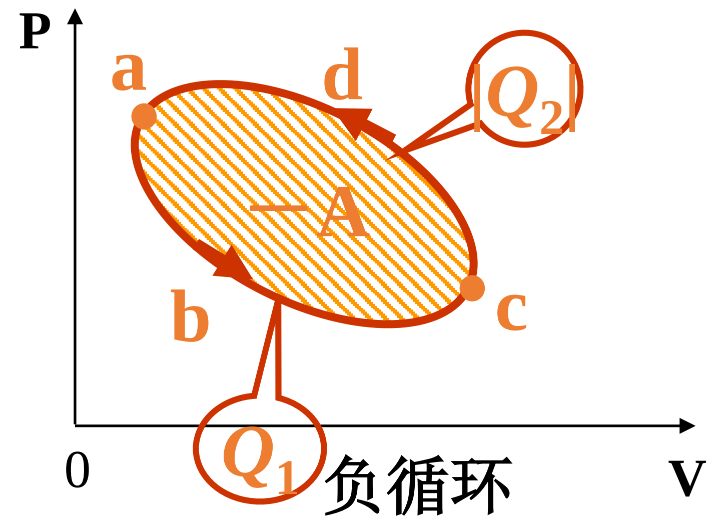
高温热源



低温热源

热机工作示意图

7.4.3 致冷机和致冷系数

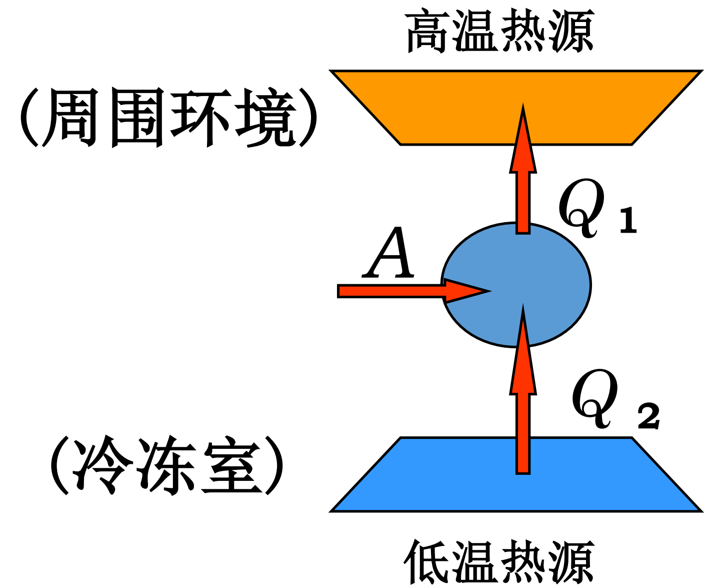


$$\left.\begin{array}{l}\Delta E = 0 \\ A_{净} < 0\end{array}\right\} Q_{净} = Q_{吸} - |Q_{放}| = A_{净} < 0$$

外界对系统作功

实现

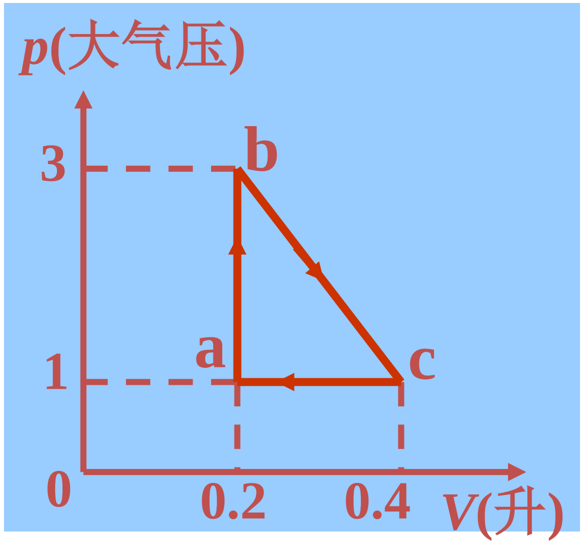
从低温源吸热向高温源放热。



制冷系数：

$$\omega = \frac{Q_{吸}}{A} = \frac{Q_{吸}}{|Q_{放}| - Q_{吸}}$$

[例题7－6]一定质量的氮气在 7°C 时自 a 态开始做 abca 循环。求：1. 净功 $A=?$ 2. $T_b=?$ $T_c=?$ 3. 计算各分过程吸收或放出的热量? 4. 效率 $\eta=?$



解：1. 净功：$A=S=\dfrac{1}{2}(p_b-p_a)(V_c-V_a)=20\text{J}$

2. $\dfrac{p_a}{p_b}=\dfrac{T_a}{T_b}$ $T_b=840K$ $\dfrac{T_c}{T_a}=\dfrac{V_c}{V_a}$ $T_c=560K$

3. a ⇒ b 等容过程 $Q_{ab}=\Delta E=\nu C_V(T_b-T_a)$

$=\nu\dfrac{5}{2}\mathrm{R}(\mathrm{T_b}-T_a)=\dfrac{5}{2}(p_bV_b-p_aV_a)=100(J)$ (吸热)

c ⇒ a 等压过程 $Q_{ca}=\nu C_p(T_a-T_c)=\nu\left(\dfrac{5}{2}+1\right)R(T_a-T_c)$

$=\dfrac{7}{2}(p_aV_a-p_cV_c)=-70(J)$ (放热)

b ⇒ c $Q_{bc}=\Delta E_{bc}+A_{bc}=\nu\dfrac{5}{2}R(T_c-T_b)+S_{bc}=-10(J)$ (放热)

另解：

$$Q_{净}=Q_{ab}+Q_{bc}+Q_{ca}=100+Q_{bc}+(-70)=A_{净}=20\Rightarrow Q_{bc}=-10J$$

4. 求效率

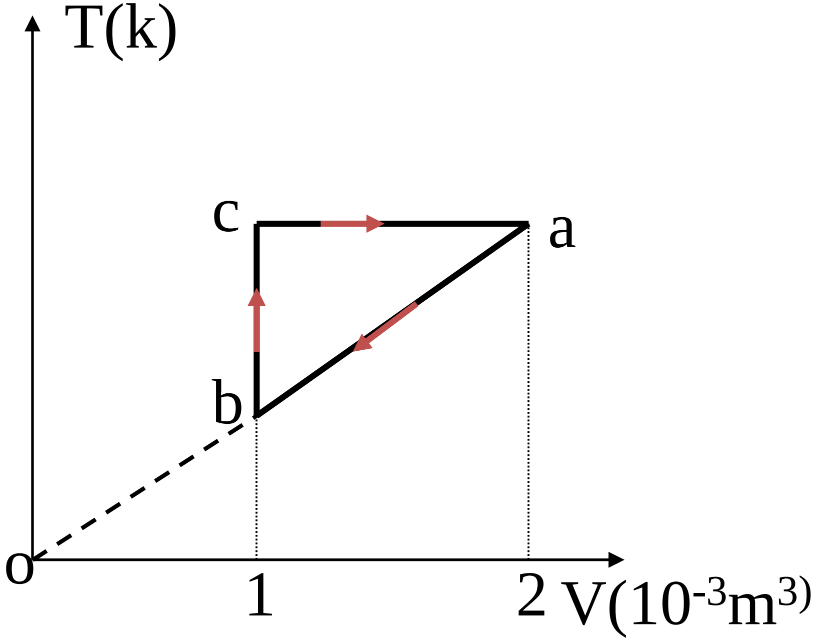
$$\eta = \frac{A}{Q_{吸}} = \frac{20}{100} = 20\%$$

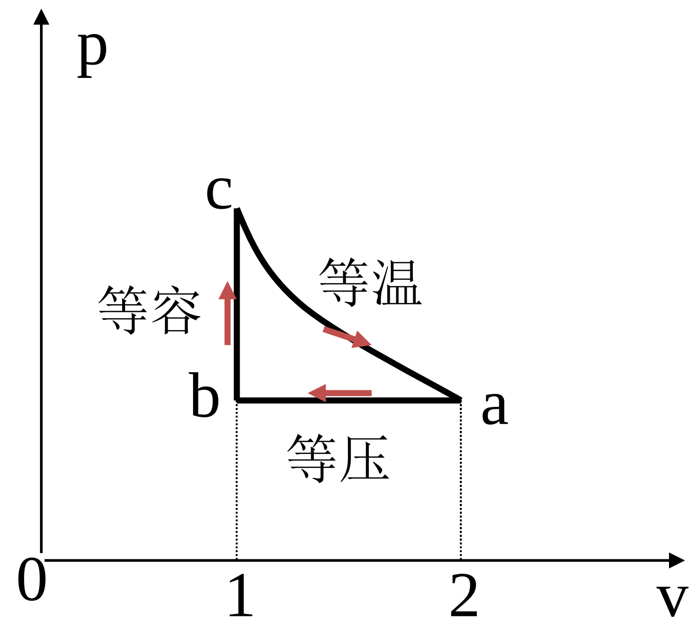
［例题7－7］ 1mol单原子分子理想气体的循环过程如图所示，其中$T_c = 600\,K$。试求：

⑴.ab、bc、ca各过程系统与外界交换的热量，

⑵.经此循环系统所作的净功，

⑶ 循环的效率。





(1).ab、bc、ca各过程系统与外界交换的热量

$$Q_{ab} = C_P(T_b - T_a)$$

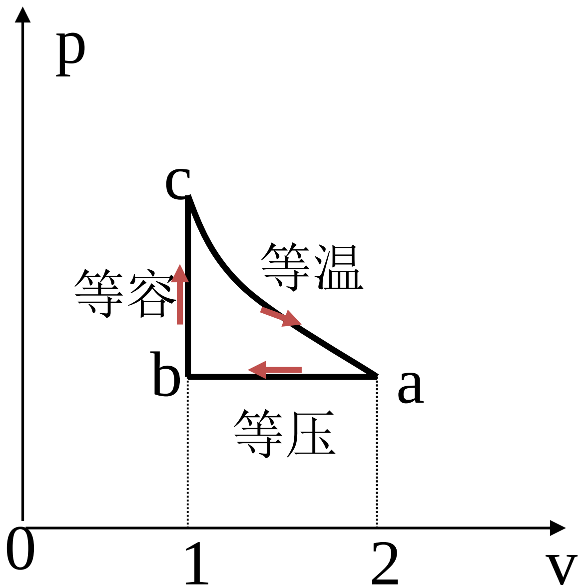
$$\frac{V_a}{V_b} = \frac{T_a}{T_b} = 2$$

$$T_c = T_a = 600k$$

$$C_P = \frac{i+2}{2}R = \frac{5}{2}R$$

$$Q_{ab} = -6232.5(J)$$

放热



$$Q_{bc} = C_V(T_c - T_b)$$

$$C_V = \frac{3}{2}R$$

$$T_c = 600k, T_b = 300k$$

$$Q_{bc} = 3739.5(J)$$

吸热

$$Q_{ca} = RT_c \ln\frac{V_a}{V_c} = RT_c \ln 2 = 3456(J)$$ 吸热

(2).经一循环系统所作的净功

$$Q_{ca} = 3456(J)$$

$$T_b = 300k$$

$$T_a = 600k$$

解一：

$$A_{净} = A_{ca} - |A_{ab}| = Q_{ca} - |P_{ab}(V_b - V_a)|$$

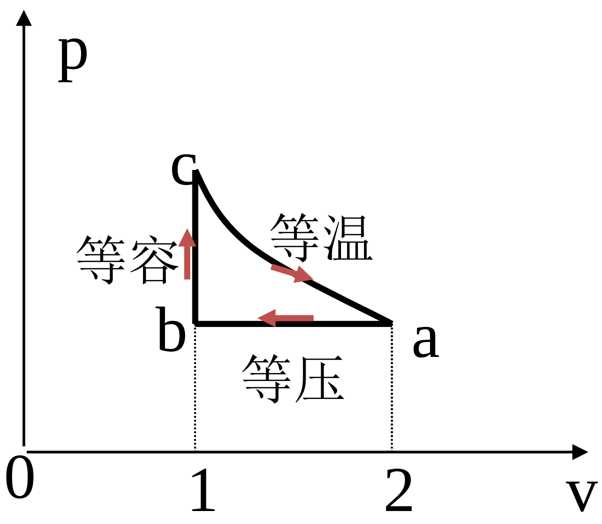
$$= Q_{ca} - R(T_a - T_b) = 963(J)$$

解二：

$$A_{净} = Q_{吸} - |Q_{放}| = 3739.5 + 3456 - 6232.5 = 963(J)$$

(3) 循环的效率。

$$\eta = \frac{A}{Q_{吸}} = 13.4\%$$



7. 4. 4卡诺循环

为了提高热机效率，1824年法国青年工程师卡诺提出了一个理想循环，它体现了热机循环的基本特征，我们称它为卡诺循环。

卡诺(1796-1832)

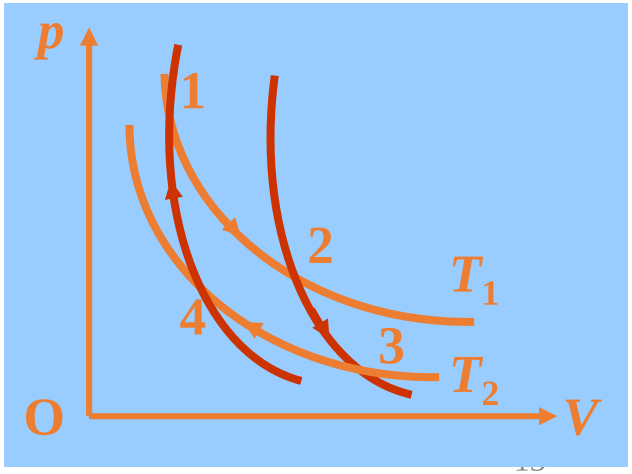
卡诺循环条件

1. 准静态循环。
2. 工质为理想气体。
3. 工质只和两个温度不同的恒温热库交换热量。

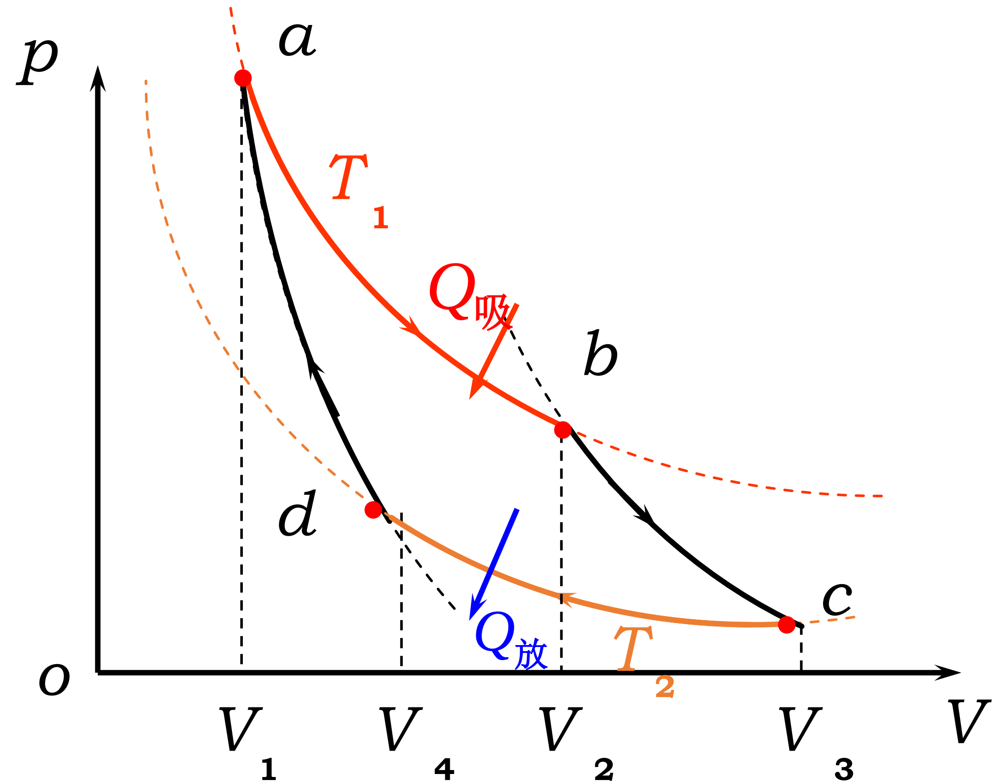
卡诺循环组成

二个等温过程，二个绝热过程

顺时针转组成正卡诺循环，
逆时针转组成逆卡诺循环。



一、卡诺热机



$$Q_{吸}=\frac{m}{M}RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$\left|Q_{放}\right|=\frac{m}{M}RT_2\ln\frac{V_3}{V_4}$$

$$b\sim c:V_2^{\gamma-1}T_1=V_3^{\gamma-1}T_2$$

$$a\sim d:V_1^{\gamma-1}T_1=V_4^{\gamma-1}T_2$$

由上两式得到 $\dfrac{V_2}{V_1}=\dfrac{V_3}{V_4}$

$$\therefore \eta_{卡}=1-\frac{\left|Q_{放}\right|}{Q_{吸}}=1-\frac{T_2}{T_1}$$

$$\eta_{卡}=1-\frac{|Q_{放}|}{Q_{吸}}=1-\frac{T_2}{T_1}$$

意义： 1.指明了两个热源是热机工作的必要前提，即$\eta<1$

2.指明了提高热机效率的方向

(1).提高高温热源的温度。

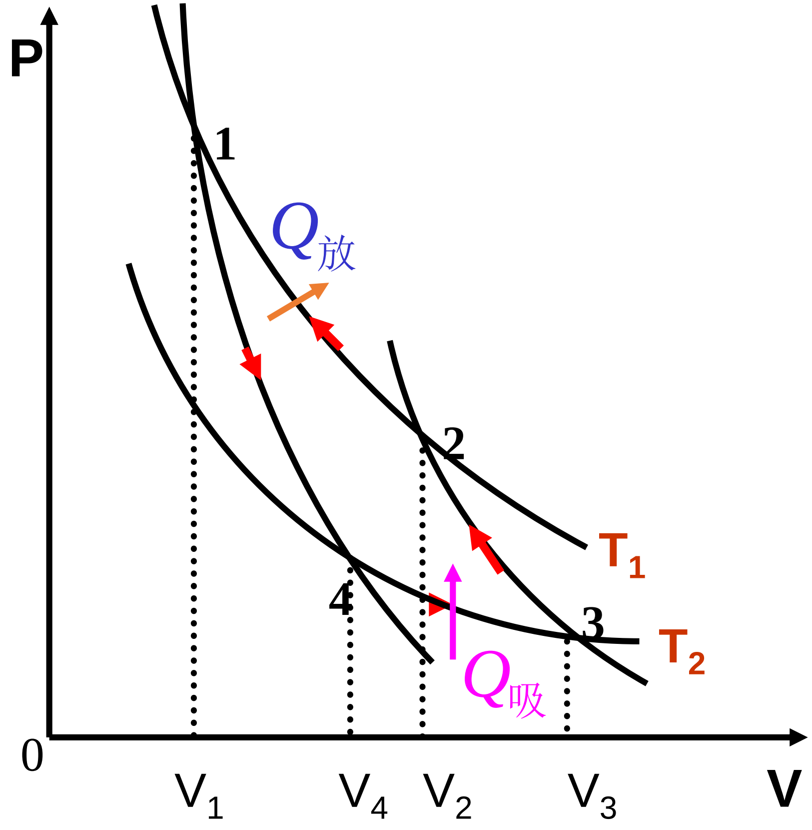
(2).可用更优的工作物质取代蒸汽。

二、卡诺制冷机

$$Q_{吸}=\frac{m}{M}RT_2\ln\frac{V_3}{V_4}$$

$$\left|Q_{放}\right|=\frac{m}{M}RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}$$

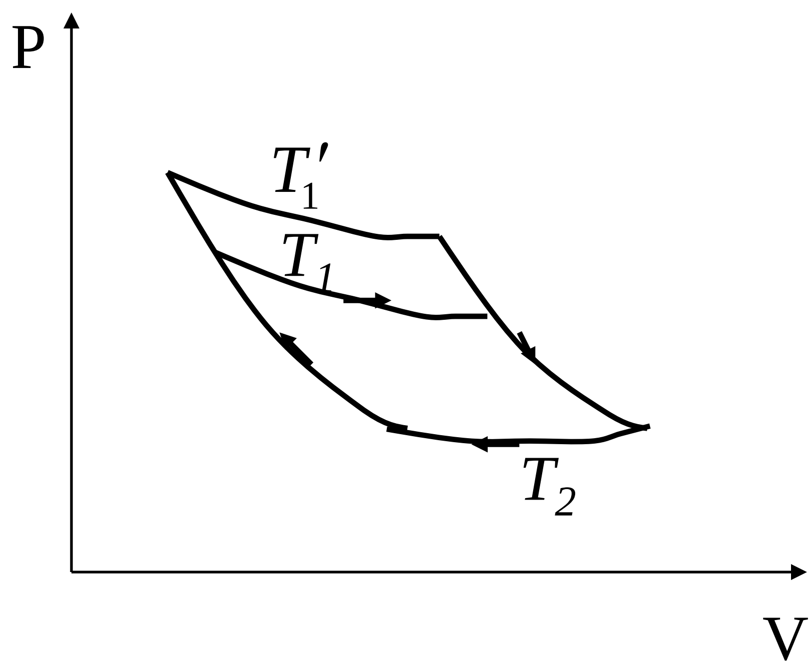
$$\omega_{卡}=\frac{Q_{吸}}{A}=\frac{Q_{吸}}{\left|Q_{放}\right|-Q_{吸}}=\frac{T_2}{T_1-T_2}$$



[例题7—8]某理想气体准静态卡诺循环，当高温热源温度T_1=400k, 低温热源温度T_2=300k时, 对外作功A=8000J, 今维持低温热源温度不变, 提高高温热源温度, 使其对外作功增至A’=10000J，若两次卡诺循环都工作在相同的两绝热线间, 试求:

(1). 第二次循环效率 η’=?

(2). 第二次循环中高温热源温度T_1’=?



解： ①. $\eta' = \dfrac{A'}{Q_1'}$

$A' = 10000$

$Q_1' = Q_2' + A' = Q_2 + A'$

$Q_2 = Q_1 - A$

$A = 8000$

$Q_1 = \dfrac{A}{\eta}$

$\eta = 1 - \dfrac{T_2}{T_1} = 1 - \dfrac{300}{400} = 25\%$

$\Rightarrow Q_1$

$\Rightarrow Q_1'$

$\Rightarrow \eta' = 29.4\%$

(2).第二次循环中高温热源温度T_1'=?

解： $\eta' = 1 - \dfrac{T_2}{T_1'} \Rightarrow T_1' = 425K$