11 级期中考试答案：（2012.4）

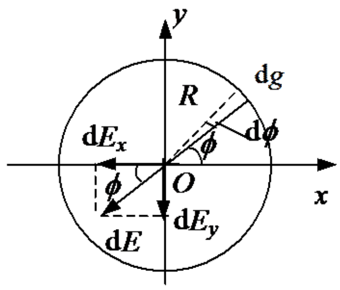
一、　选择题（每题 3 分）

C　D　D　B　D　C　B　B　C　D　B　B　D　B　B

二、计算题（每题 10 分）

16、解：在任意角 ϕ 处取微小电量 $\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}l$，它在 O 点产生的场强为：

$$\mathrm{d}E=\frac{\lambda\,\mathrm{d}l}{4\pi\varepsilon_0R^2}=\frac{\lambda_0\cos\phi\,\mathrm{d}\phi}{4\pi\varepsilon_0R}$$



它沿 x、y 轴上的二个分量为：

$$\mathrm{d}E_x=-\mathrm{d}E\cos\phi$$

$$\mathrm{d}E_y=-\mathrm{d}E\sin\phi$$

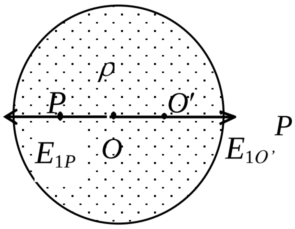
对各分量分别求和　　$$E_x=\frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0R}\int_0^{2\pi}\cos^2\phi\,\mathrm{d}\phi=\frac{\lambda_0}{4\varepsilon_0R}$$

$$E_y=\frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0R}\int_0^{2\pi}\sin\phi\,\mathrm{d}(\sin\phi)=0$$

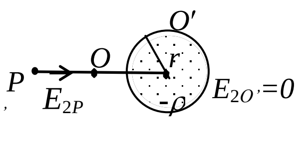
故 O 点的场强为：　　$$\vec{E}=E_x\vec{i}=-\frac{\lambda_0}{4\varepsilon_0R}\vec{i}$$

17、解：挖去电荷体密度为 ρ 的小球，以形成球腔时的求电场问题，可在不挖时求出电场 $\vec{E}_1$，而另在挖去处放上电荷体密度为 $-\rho$ 的同样大小的球体，求出电场 $\vec{E}_2$，并令任意点的场强为此二者的叠加，即可得

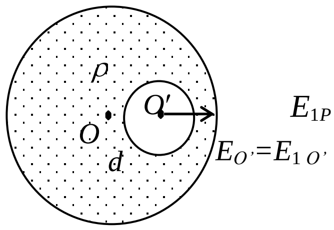
$$\vec{E}_0=\vec{E}_1+\vec{E}_2$$



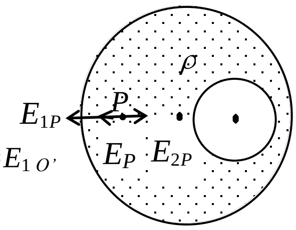
图(a)



图(b)



图(c)



图(d)

在图(a)中，以 O 点为球心，d 为半径作球面为高斯面 S，则可求出 O' 与 P 处场强的大小.

$$\oint_S\vec{E}_1\cdot\mathrm{d}\vec{S}=E_1\cdot4\pi d^2=\frac{1}{\varepsilon_0}\cdot\frac{4\pi}{3}d^3\rho$$

有　　$$E_{1O'}=E_{1P}=E_1=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}d$$

方向分别如图所示.

在图(b)中，以 O' 点为小球体的球心，可知在 O' 点 $E_2=0$. 又以 O' 为心，$2d$ 为半径作球面为高斯面 S' 可求得 P 点场强 E_{2P}

$$\oint_{S'}\vec{E}_2\cdot\mathrm{d}\vec{S}'=E_2\cdot4\pi(2d)^2=4\pi r^3(-\rho)/(3\varepsilon_0)$$

$$E_{2P}=\frac{-r^3\rho}{12\varepsilon_0d^2}$$

(1)求 O' 点的场强 $\vec{E}_{O'}$. 由图(a)、(b)可得

$$E_{O'}=E_{1O'}=\frac{\rho\,d}{3\varepsilon_0},$$　　方向如图(c)所示.

(2)求 P 点的场强 $\vec{E}_P$.由图(a)、(b)可得

$$E_P=E_{1P}+E_{2P}=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(d-\frac{r^3}{4d^2}\right)$$　　方向如(d)图所示.

19、解：应用高斯定理可得导体球与球壳间的场强为

$$\vec{E}=q\vec{r}/\left(4\pi\varepsilon_0 r^3\right) \qquad (R_1<r<R_2)$$

设大地电势为零，则导体球心 O 点电势为：

$$U_0=\int_{R_1}^{R_2}E\,\mathrm{d}r=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mathrm{d}r}{r^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

根据导体静电平衡条件和应用高斯定理可知，球壳内表面上感生电荷应为－q． 设球壳外表面上感生电荷为 Q'.

以无穷远处为电势零点，根据电势叠加原理，导体球心 O 处电势应为：

$$U_0=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{d}+\frac{Q'}{R_3}-\frac{q}{R_2}+\frac{q}{R_1}\right)$$

假设大地与无穷远处等电势，则上述二种方式所得的 O 点电势应相等，由此可得 $Q'=-3Q/4$

壳上感生的总电荷应是－[(3Q / 4) +q]

20、解：设 x 为假想平面里面的一边与对称中心轴线距离，

$$\Phi=\int B\,\mathrm{d}S=\int_x^R B_1 l\,\mathrm{d}r+\int_R^{x+R}B_2 l\,\mathrm{d}r\,,$$

$$\mathrm{d}S=l\mathrm{d}r$$

$$B_1=\frac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2} \qquad \text{(导线内)}$$

$$B_2=\frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad \text{(导线外)}$$

$$\Phi=\frac{\mu_0 Il}{4\pi R^2}(R^2-x^2)+\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln\frac{x+R}{R}$$

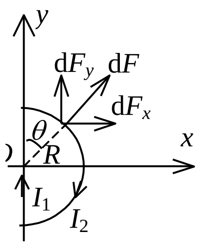
令 $\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}x=0$， 得$\Phi$ 最大时 $x=\frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)R$

20、解：长直导线在周围空间产生的磁场分布为 $B=\mu_0 I_1/(2\pi r)$ 取 xOy 坐标系如图，则在半圆线圈所在处各点产生的磁感强度大小为：

$$B=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi R\sin\theta}\,, \qquad \text{方向垂直纸面向里，}$$

式中θ 为场点至圆心的联线与 y 轴的夹角．半圆线圈上 dl 段线电流所受的力为：

$$\mathrm{d}F=\left|I_2\,\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}\right|=I_2 B\,\mathrm{d}l=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R\sin\theta}R\,\mathrm{d}\theta$$



根据对称性知： $F_y=\int\mathrm{d}F_y=0$

$$\mathrm{d}F_x=\mathrm{d}F\cos\theta\ ,$$

$$F_x=\int_0^{\pi}dF_x=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\pi=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2}$$

∴半圆线圈受 I_1 的磁力的大小为：

$$F=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2}\,, \qquad \text{方向：垂直 } I_1 \text{ 向右．}$$

三、证明题（5 分）

21、证：设内表面上感生电量为 q'．在导体内部作一包围内表面的高斯面 S．在静电平衡时，导体内部场强处处为零，按高斯定理

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = (q+q')/\varepsilon_0 = 0$$

于是得 $$q' = -q$$