一、一般讨论.

定态 shrodinger 方程

$$\left[\frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2+V(\vec{x})\right]\psi(\vec{x})=E\psi(\vec{x})$$

一维. $\vec{x}=x$.

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}+V(x)\right)\psi(x)=E\psi(x)$$

$$\psi''+\frac{2mE}{\hbar^2}\psi-\frac{2mV(x)}{\hbar^2}\psi=0$$

边界条件.
- 连续性边界条件.（边界上连续）
  - ① 波函数及其一阶导数连续.
  - ② δ势 无限深势阱. 波函数连续. 一阶导数不连续.
- 自然边界条件. 限止波函数发散.
- 周期性边界条件. $\sin(\varphi)=\sin(\varphi+2\pi)$

另：一维问题.

1) 一维束缚态解无简并

2). 波函数可以取为实数

3). 解的图像. $\begin{cases}\text{振荡}\\\text{衰减}\end{cases}$ 取决于 E 和 $V(x)$ 相对大小.

二、方势阱.

1、无限势阱.

$$V(x)=\begin{cases}0, & 0\le x\le a\\\infty, & \text{其他}\end{cases}$$

$$\psi''(x)+\frac{2mE}{\hbar}\psi(x)=0$$

$$\psi(x)=A\cdot\sin\left(\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}x+\phi\right)$$

$\psi(0)=0$. $\phi=0,\pi,\cdots,n\pi$? 波函数差个符号对其意义无影响. 不妨取 $\phi=0$

$\psi(a)=0$. $\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}a+\phi=n'\pi$ → $n\pi$

$$E=\frac{n^2\hbar^2\pi^2}{2ma^2}$$

$$\int_0^a|\psi|^2dx=1 \Rightarrow A=\sqrt{\frac{2}{a}}$$

$$\psi(x)=\sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{n\pi}{a}\cdot x \qquad 0<x<a.$$

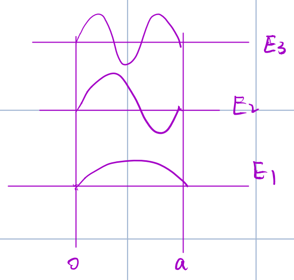
$$E_n=\frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$$

1) 基态. $E=E_1=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$

2). $E_n \propto n^2$ 能级间隔越来越大.

$$\frac{\Delta E_n}{E_n} \sim \frac{1}{n}$$

3). 解的图像



节点(边界外函数值为0的点)

宇称. $\psi(x) = \psi(-x)$ 偶宇称.

$\psi(x) = -\psi(-x)$ 奇宇称.

坐标轴位置可以决定宇称