质点运动的矢量描述

位置矢量和位移

$$\vec{r}(t) \qquad \Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

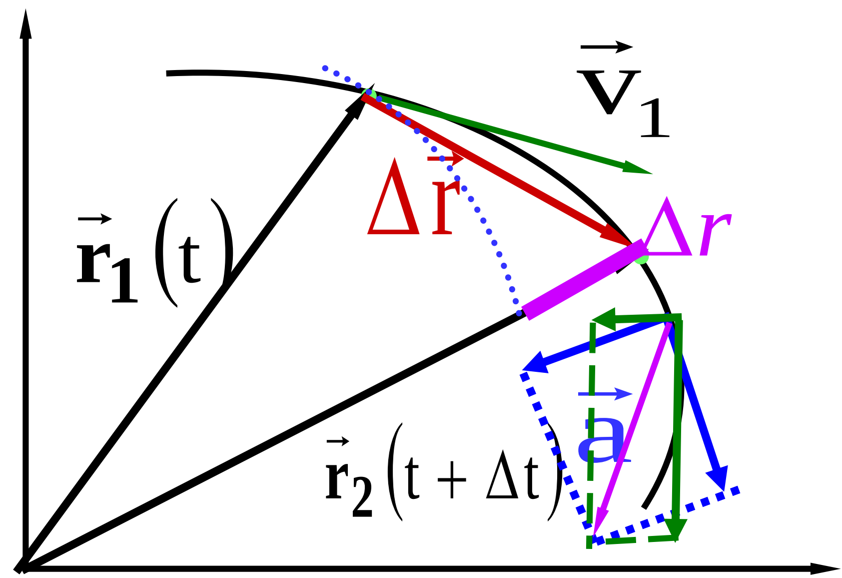
速度

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad v = |\vec{v}| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

加速度：

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$$

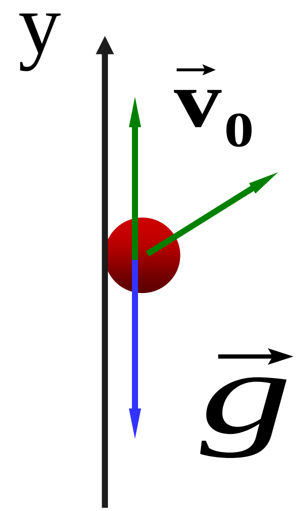
$$= \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + \frac{v^2}{\rho}\vec{n}$$



瞬时性、矢量性 $|\Delta\vec{r}| \overset{?}{=} \Delta|\vec{r}|$

四、抛体运动和圆周运动

1、抛体运动的特点 $\vec{a} = \vec{g}$



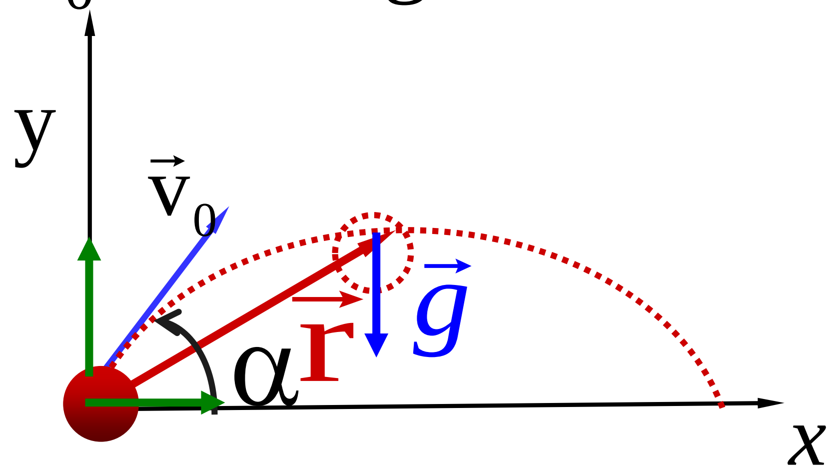
上抛、下抛、自由落体运动（v_0=0）

平抛、斜上抛、斜下抛

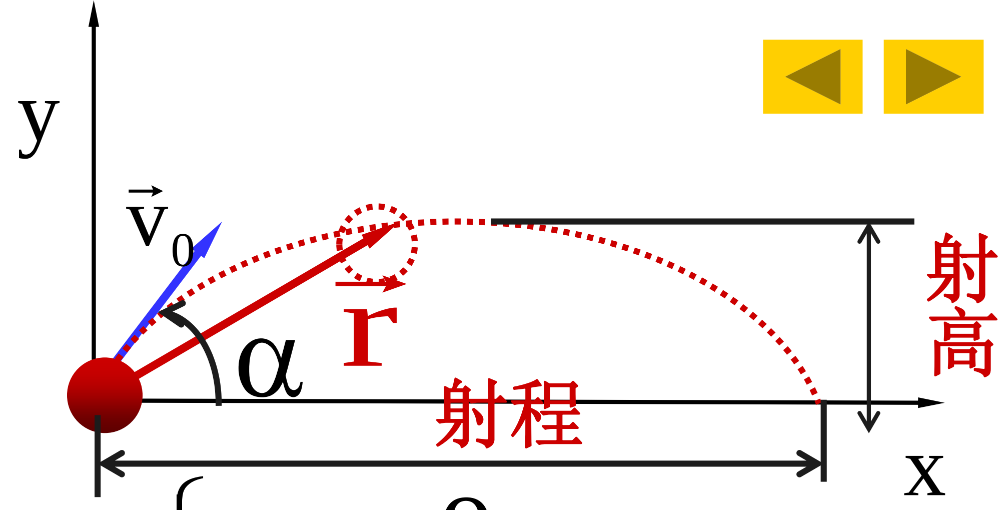
斜抛：二维运动（平面运动 ）

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = v_0 \sin\alpha - gt \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = v_0 \cos\alpha t \\ y = v_0 \sin\alpha t - \dfrac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$



射高　　射程



物理　$v_y = 0$

$$\Rightarrow t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

$$\Rightarrow y_{max}$$

数学　$y'(x) = 0$

$$\Rightarrow x = \frac{v_0^2}{2g}\sin 2\alpha$$

$$\Rightarrow y_{max}$$

$y = 0$

$$\Rightarrow t_x$$

$$\Rightarrow x$$

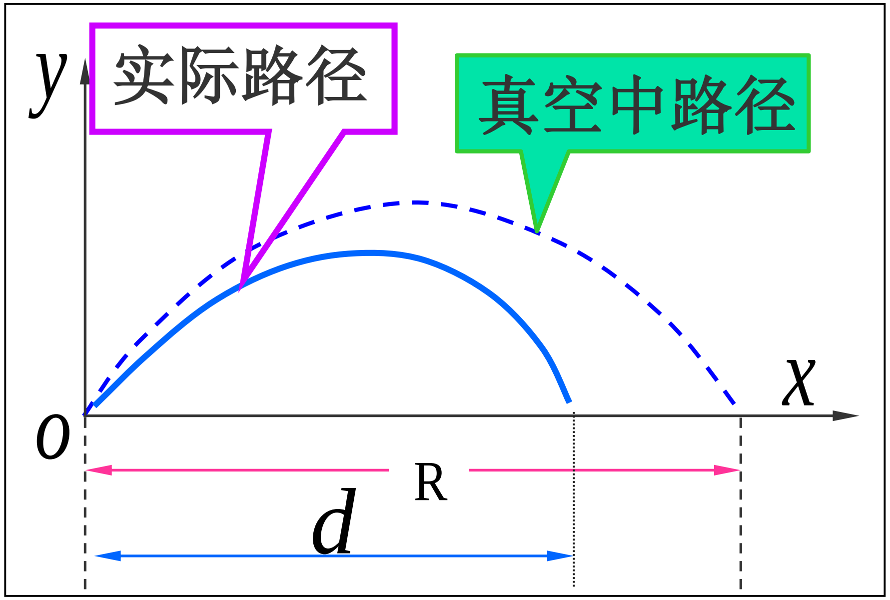
$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = v_0 \sin\alpha - gt \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha t \\ y = v_0 \sin\alpha t - \dfrac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$y = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \qquad R = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha$$

如何跳得高，投得远？



$$\frac{dy_{max}}{d\alpha} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g} = 0$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{dR}{d\alpha} = \frac{2v_0^2}{g}\cos 2\alpha = 0$$

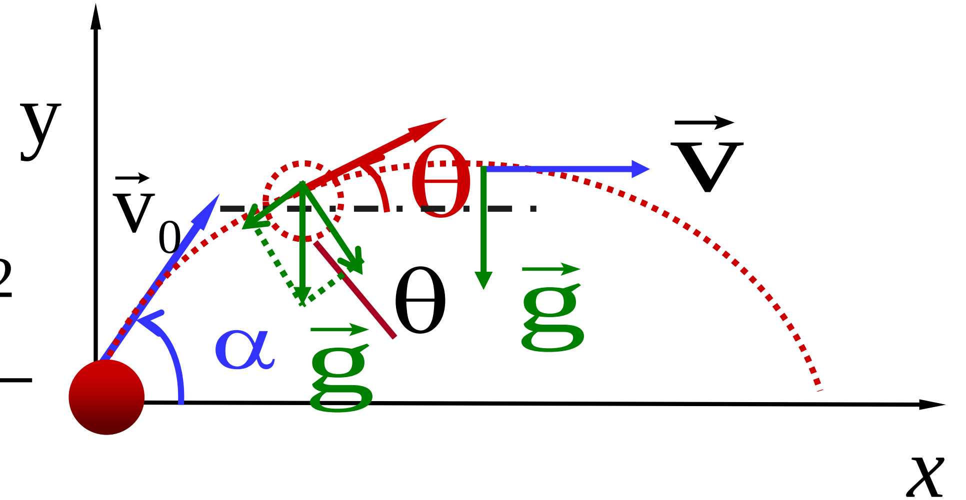
$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$$

由于空气阻力，实际射程小于最大射程.

若已知小球以v_0, α 抛出, 当速度与水平方向成θ角时, a_n和a_t 各为多少? 此时的曲率半径为多少?

$$a_t = -g\sin\theta$$

$$a_n = g\cos\theta = \frac{v^2}{\rho}$$



$$\because v_0\cos\alpha = v\cos\theta$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{v_0^2\cos^2\alpha}{g\cos^3\theta}$$

问最高点时的曲率半径?

$$a_n = g,\ a_t = 0$$

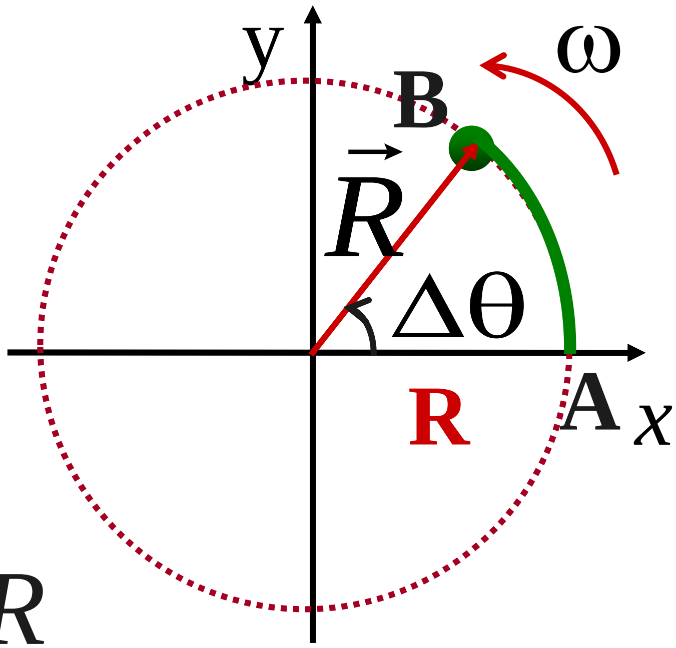
$$\Rightarrow \rho = \frac{v_0^2\cos^2\alpha}{g}$$

2、圆周运动的角量表示

角位移 $\Delta\theta$

角速度 $\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$

角加速度 $\alpha = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d^2\theta}{dt^2}$



速度 $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R}$ $\quad v = \omega R$

切向加速度 $a_t = \dfrac{dv}{dt} = R\dfrac{d\omega}{dt} = R\alpha$

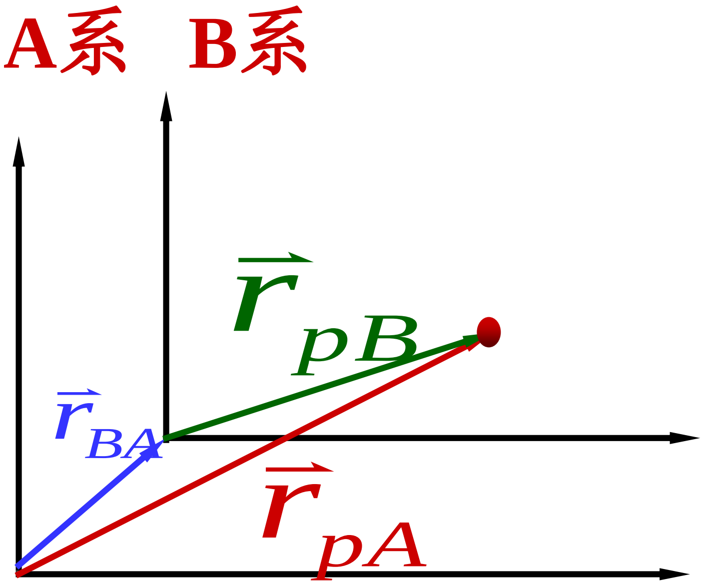
法向加速度 $a_n = \dfrac{v^2}{R} = R\omega^2$

五、相对运动 ——伽利略的速度变换原理

$$\vec{r}_{pA} = \vec{r}_{pB} + \vec{r}_{BA}$$

$$\vec{v}_{pA} = \vec{v}_{pB} + \vec{v}_{BA}$$

$\vec{v}_{BA}$—相对速度（牵连速度）



A系、B系相对作匀速直线运动

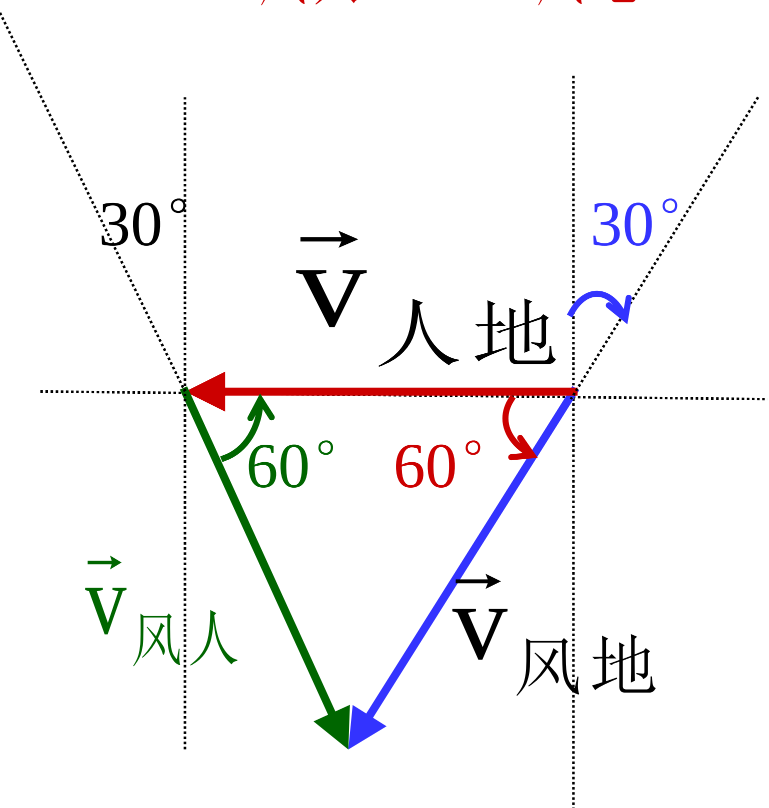
（1）绝对的时空观

（2）是速度变换而不是速度合成

（3）现代理论证明仅在低速条件下成立

例1、某人骑自行车以速率v向西行驶，风以相同的速率从北偏东30°方向吹来。人感到风吹来的方向是何处？

$$\vec{v}_{\text{风人}} = \vec{v}_{\text{风地}} + \vec{v}_{\text{地人}} = \vec{v}_{\text{风地}} - \vec{v}_{\text{人地}}$$



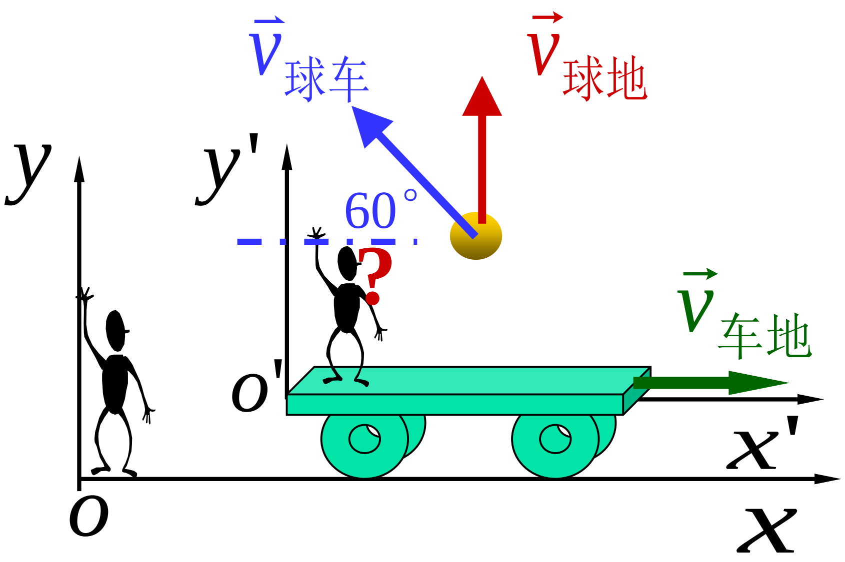
$$\left|\vec{v}_{\text{人地}}\right| = \left|\vec{v}_{\text{风地}}\right| = v$$

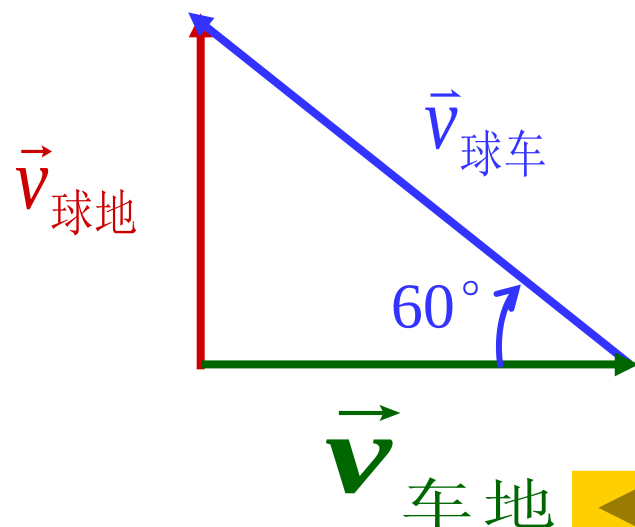
人感到风从北偏西30°的方向吹来

例2、 列车以20m/s速度匀速直线前进，乘客以60°仰角向空中掷出小球，站在地面上的观察者看到小球沿竖直方向升起。试分析小球上升的高度是多少？

分析： $\vec{v}_{球地} = \vec{v}_{球车} + \vec{v}_{车地}$

$\vec{v}_{球车} = \vec{v}_{球地} - \vec{v}_{车地} \Rightarrow \mathbf{v}_{球车}$**的方向**



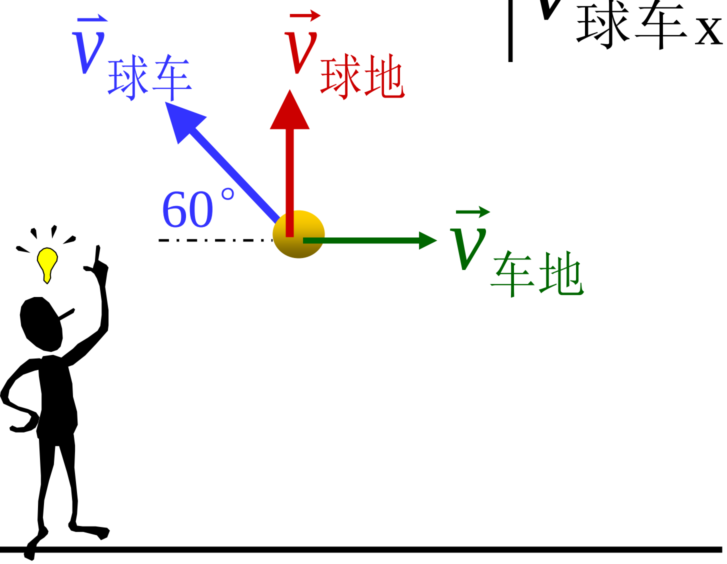


解： $\vec{v}_{球地} = \vec{v}_{球车} + \vec{v}_{车地}$

$$\because\ v_{球地y} = v_{球车y} + \cancelto{0}{v_{车地y}} = v_{球车y}$$

$$v_{球地x} = v_{球车x} + v_{车地x} = 0 \Rightarrow v_{球车x} = -20m/s$$

由题意可知 $\left|\dfrac{v_{球车y}}{v_{球车x}}\right| = tg60^0 \Rightarrow v_{球车y} = 20\sqrt{3}m/s$



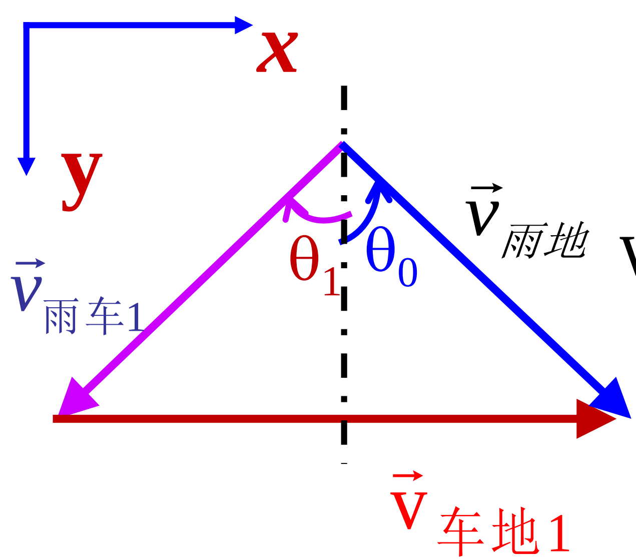
$$\therefore y_m = \frac{v^2_{球地y}}{2g} = 61.2(m)$$

$$(v^2 - v_0^2 = -2gh)$$

练习：P45 1-13

1-13 火车静止时，车窗上雨痕向前倾斜角θ_0，火车以某一速度匀速前进时，火车车窗上雨痕向后倾斜θ_1角。火车加快以另一速度匀速前进时，车窗上雨痕向后倾斜θ_2角，求火车加快前后的速度之比。

$$\vec{v}_{车地}=\vec{v}_{车雨}+\vec{v}_{雨地}=\vec{v}_{雨地}-\vec{v}_{雨车}$$



$$v_{车地1}=v_{雨地x}-\left(-v_{雨车1x}\right)$$

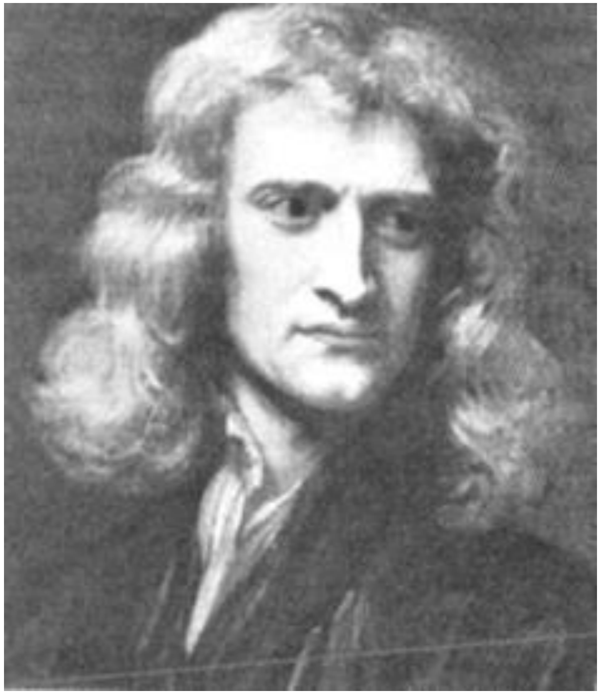
$$=v_{雨地}\sin\theta_0+v_{雨车1}\sin\theta_1$$

$$v_{车地y}=v_{雨地y}-v_{雨车y}$$

$$=v_{雨地}\cos\theta_0-v_{雨车1}\cos\theta_1=0$$

$$\Rightarrow v_{雨车1}=\frac{v_{雨地}\cos\theta_0}{\cos\theta_1}$$

六、牛顿运动定律（Newton law）



牛顿 **Issac Newton**

（1643－1727）

英国物理学家，经典物理学的奠基人．他对力学，光学，热学，天文学和数学等学科都有重大发现，其代表作《自然哲学的数学原理》是力学的经典著作．牛顿是近代自然科学奠基时期具有集前人之大成的贡献的伟大科学家．

1、牛顿运动定律的内涵及注意点

牛顿第一定律（惯性定律）

任何物体都将保持静止或匀速直线运动的状态，直到其他物体对它作用，迫使它改变原有的运动状态。

惯性、力、惯性参照系

牛顿第二定律： 动量 $\vec{p} = m\vec{v}$

运动的瞬时性

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}(v << c)$$

运动的独立性

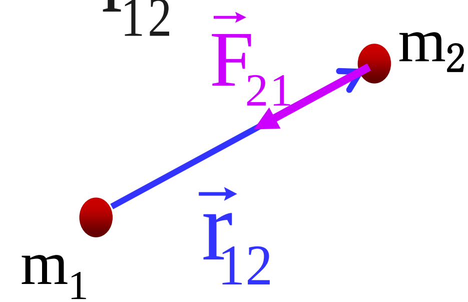
$f_i = \mathbf{ma_i}$

牛顿第三定律： $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

牛顿运动定律的适用范围：质点、低速、惯性系

2 力学中常见的力

- 场力
  - 重力 $m\vec{g}$ $g = 9.8m/s$
  - 万有引力 $\vec{F}_{21} = -G\dfrac{m_1 m_2}{r_{12}^2}\vec{r}_{12}^{\,0}$



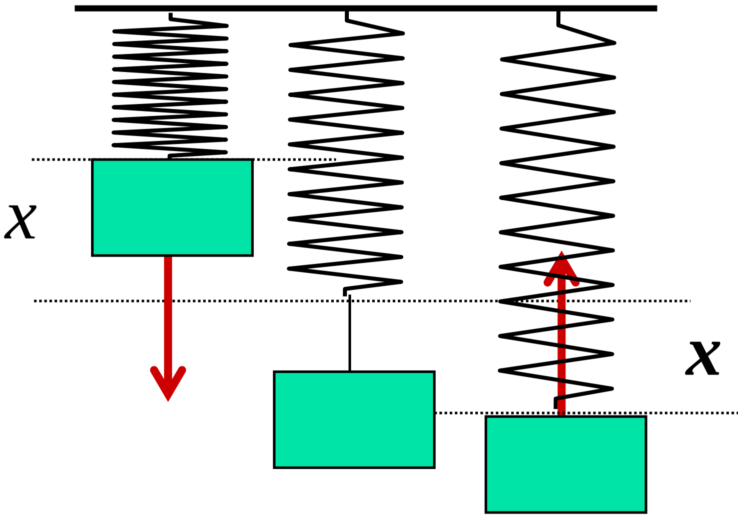
地球表面

$$G\frac{M_{地球}m}{R^2_{地球半径}} = mg$$

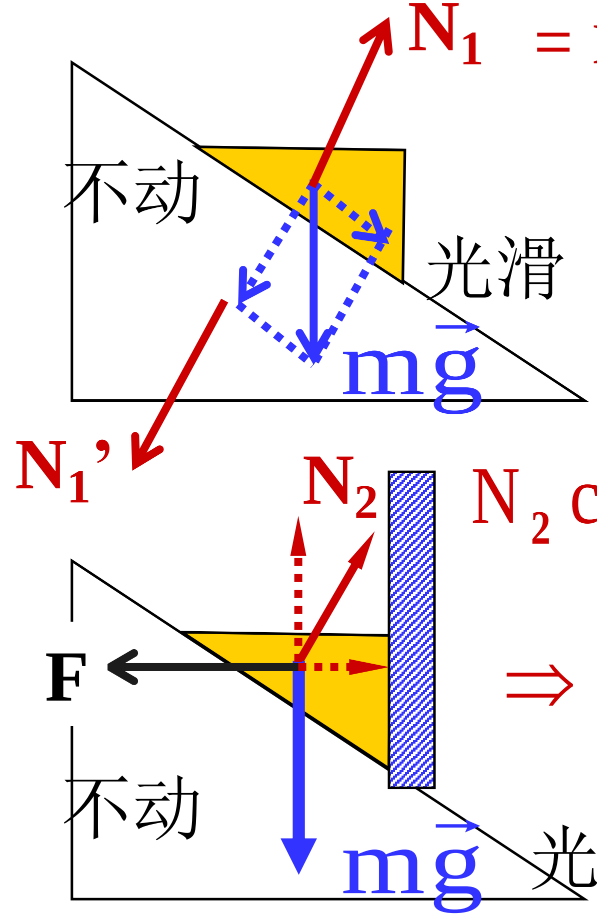
- 接触力
  - 弹性力
    - 弹簧力 $f = -kx$
    - 正压力 张力
  - 摩擦力
    - 滑动摩擦力 $f_k = \mu_k N$
    - 静摩擦力 $0 \le f_s \le \mu_s N$

弹性力（elastic force）

弹簧弹力　正压力　拉力（张力）



$$f = kx \quad \textbf{(Hooke law)}$$



$$N_1 = mg\cos\theta$$

$$N_2\cos\theta - mg = 0$$

$$\Rightarrow N_2 = \frac{mg}{\cos\theta}$$

超重与失重：

台秤上显示的体重读数是多少？

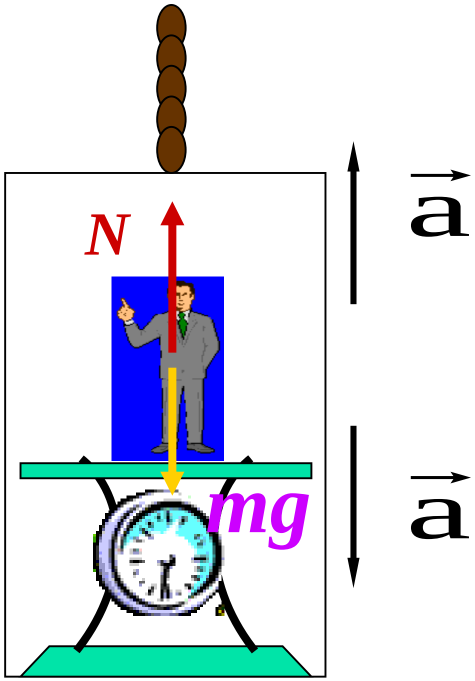
$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

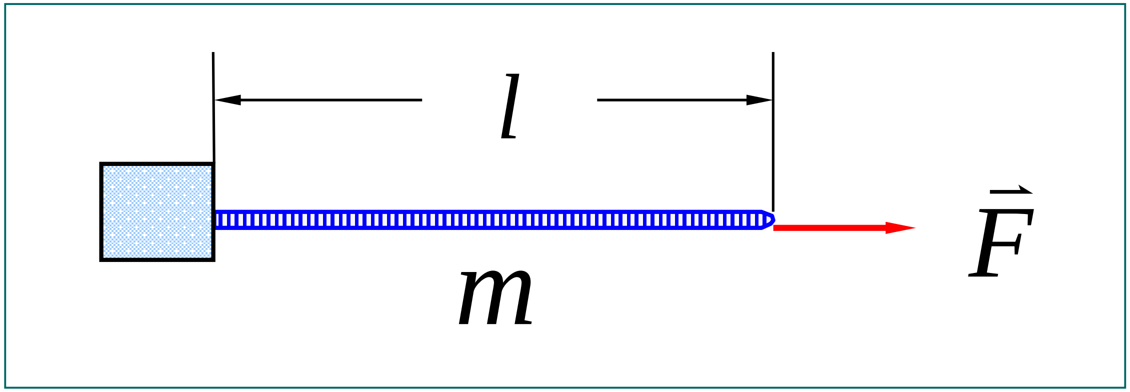
$$N - mg = ma$$

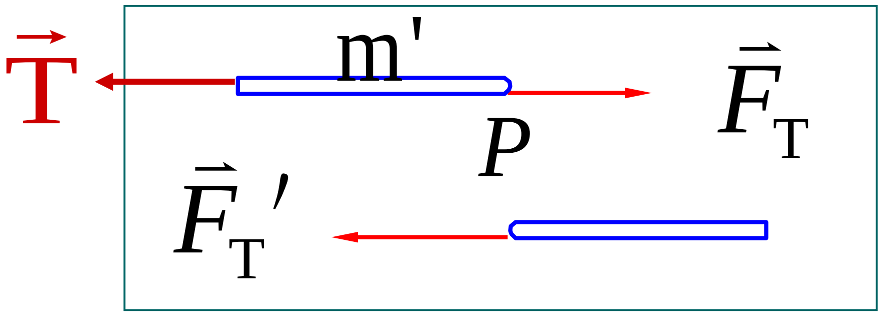
$$\Rightarrow N = m(g + a) \quad \text{超重}$$

$$N - mg = -ma$$

$$\Rightarrow N = m(g - a) \quad \text{失重}$$







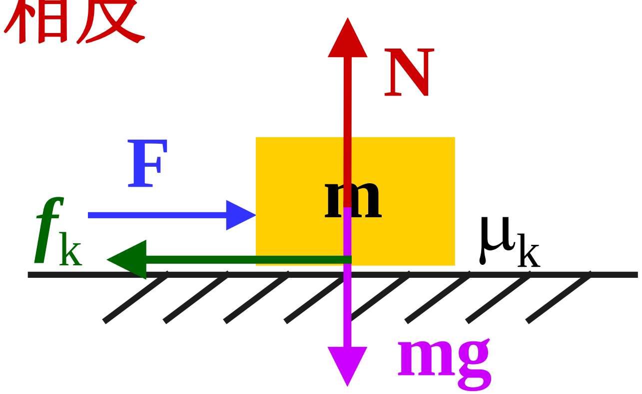
$$F_T - T = m'a$$

轻质细绳 m′→0

$$\Rightarrow F_T = T$$

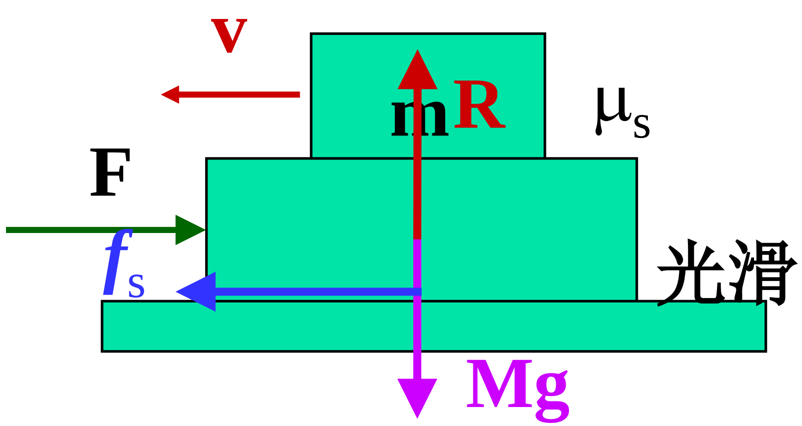
摩擦力（friction force)

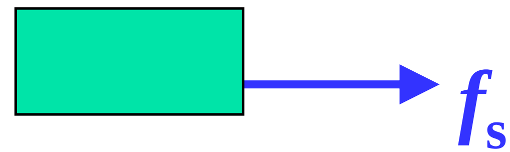
滑动摩擦力
- 方向 与运动方向相反
- 大小 $f_k = \mu_k N$



静摩擦力

- 方向 ——运动趋势的反方向
- 大小 $0 \le f_s \le f_{max} = \mu_s N \quad (\mu_k < \mu_s)$



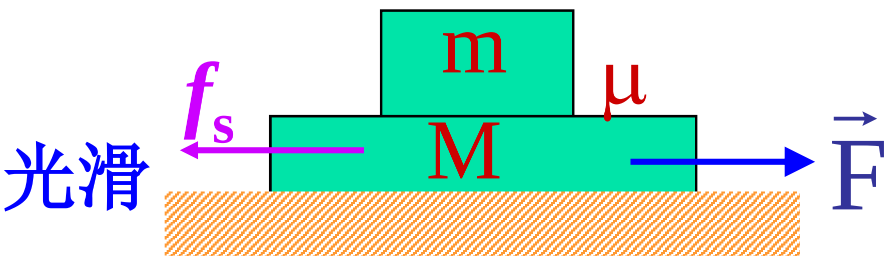


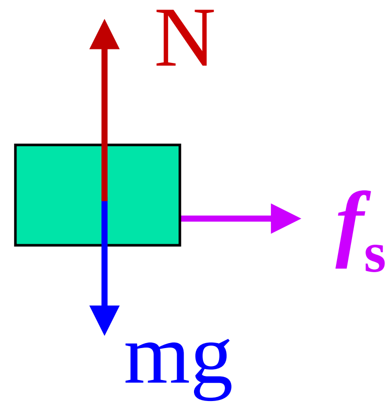
1) 若m相对于M无相对运动, 对力F有何要求?

2) 若能将M从中抽出, 对力F有何要求?

1) 若m相对于M无相对运动, 对力F有何要求?

2) 若能将M从中抽出, 对力F有何要求?





$$a_m = a_M \quad \Rightarrow \frac{m}{M+m}F = f_s \quad \le \mu N = \mu mg$$

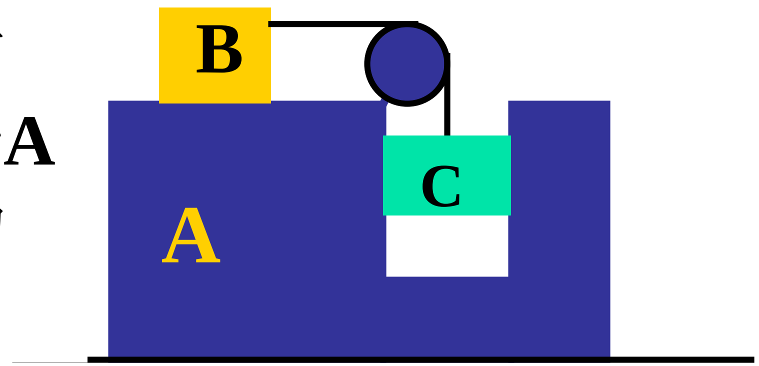
$$f_s = m a_m \qquad\qquad \Rightarrow F \le \mu g(M+m)$$

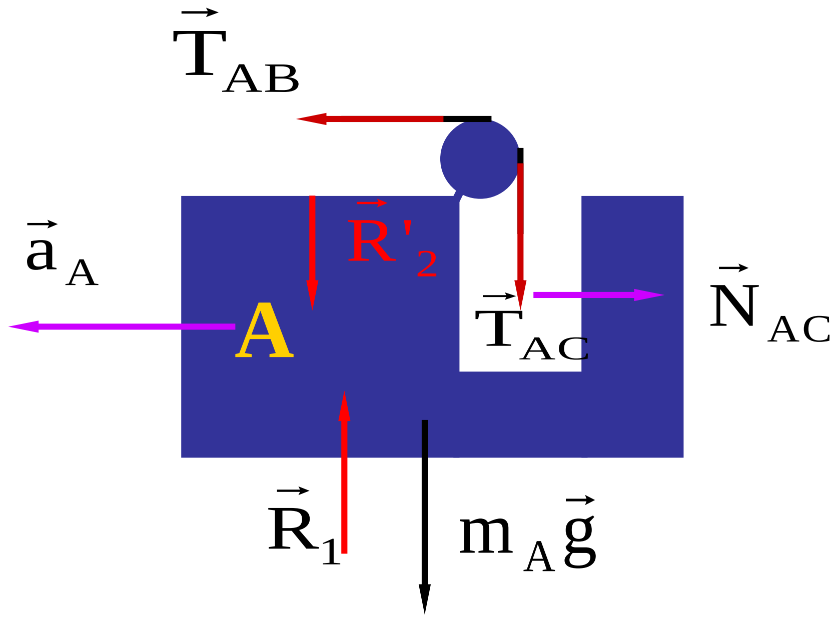
$$F - f_s = M a_M$$

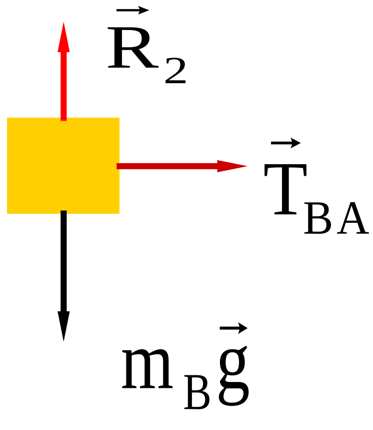
$$a_M > a_m \Rightarrow \frac{m}{M+m}F > f_s = f_{max} = \mu mg \Rightarrow F$$

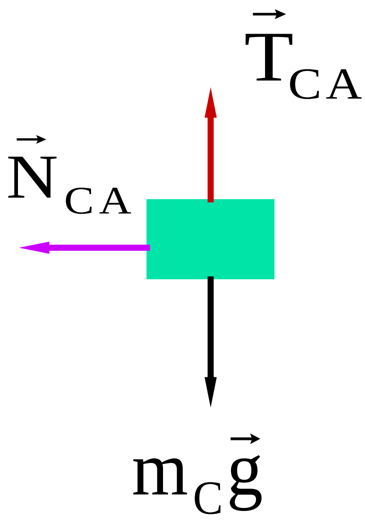
3、牛顿运动定律的解题方法（隔离体法）

例、如图所示的装置中，所有的接触面均是光滑的，当C 沿A的光滑槽下滑时，试画出各物体的受力图。









牛顿运动定律的解题步骤：

1）确定研究对象进行受力分析；

（隔离物体，画受力图）

2）建立坐标系；

3）列方程（一般用分量式）；

“正负”如何处理？

4）利用其它的约束条件列补充方程；

（找出物理量之间的联系）

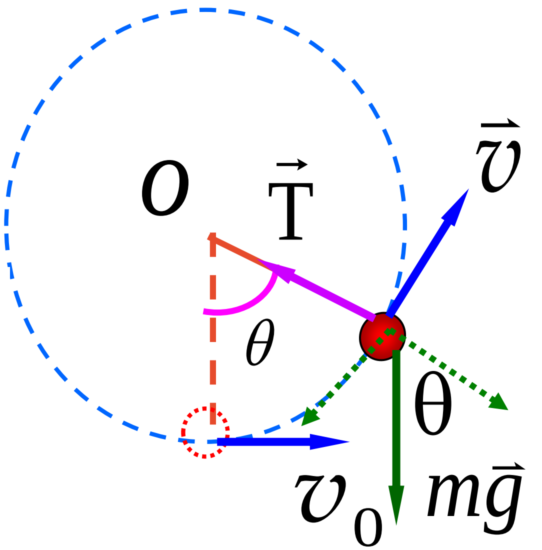
5）先用文字符号求解，后带入数据计算结果.

选物体　看运动　查受力　列方程

例1、如图长 l 的轻绳，一端系质量m的小球, 另一端固定0，t=0 时小球位于最低位置，并具有水平速度 $\vec{v}_0$ ，求小球在任意位置的速率及绳的张力.

解：

$$\begin{cases} -mg\sin\theta = ma_t = m\dfrac{dv}{dt} \\ T - mg\cos\theta = ma_n = m\dfrac{v^2}{l} \end{cases}$$



$$\left.\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= \frac{dv}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega = \frac{v}{l} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{v}{l}\frac{dv}{d\theta}$$

$$-mg\sin\theta = m\frac{v}{l}\frac{dv}{d\theta}$$

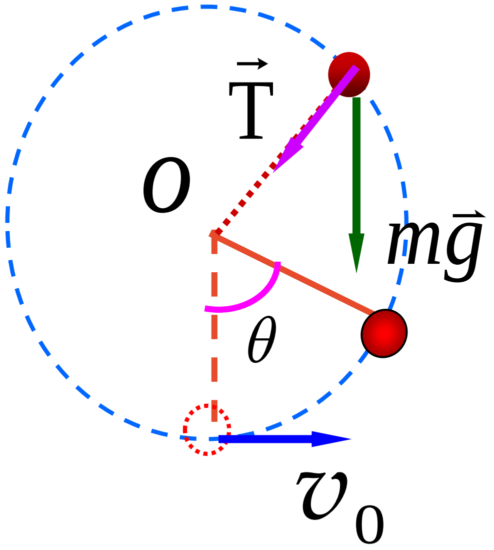
$$v\,dv = -gl\sin\theta\, d\theta$$

$$\int_{v_0}^{v} v\,dv = \int_{0}^{\theta} -gl\sin\theta\, d\theta$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2lg(\cos\theta - 1)}$$

$$T = m\frac{v^2}{l} + mg\cos\theta$$

$$= m\left(\frac{v_0^2}{l} - 2g + 3g\boxed{\cos\theta}\right)$$



$$\theta = 0$$

$$T = m\left(\frac{v_0^2}{l} + g\right)$$

$$\theta = \pi$$

$$T = m\left(\frac{v_0^2}{l} - 5g\right)$$

$$T \geq 0$$

$$v_0^2 \geq 5gl$$