

华东理工大学
概率论与数理统计

作业簿（第八册）

学 院 _____ 专 业 _____ 班 级 _____
学 号 _____ 姓 名 _____ 任课教师 _____

第 15 次作业

一. 填空题:

1. 已知二维随机变量 (ξ, η) 的联合概率分布为

$\begin{array}{c} \eta \\ \backslash \\ \xi \end{array}$	0	1
0	0.1	0.15
1	0.25	0.2
2	0.15	0.15

则

$$E\xi = \underline{\hspace{2cm}}, E\eta = \underline{\hspace{2cm}}, E\left(\sin \frac{\pi}{2}(\xi + \eta)\right) = \underline{\hspace{2cm}}, E(\max(\xi, \eta)) = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$D(\max(\xi, \eta)) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 设随机变量 ξ_1, ξ_2, ξ_3 相互独立, $\xi_1 \sim U(0, 6)$, $\xi_2 \sim N(0, 4)$, $\xi_3 \sim E(3)$, 则:

$$E(\xi_1 - 2\xi_2 + 3\xi_3) = \underline{\hspace{2cm}}, D(\xi_1 - 2\xi_2 + 3\xi_3) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. 已知 $X \sim N(-2, 0.4^2)$, 则 $E(X + 3)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二. 选择题:

1) 设 $\xi \sim N(0, 1)$, $\eta \sim N(0, 4)$, $\varsigma = \xi + \eta$, 下列说法正确的是 ()。

- A. $\varsigma \sim N(0, 5)$ B. $E\varsigma = 0$ C. $D\varsigma = 5$ D. $\sqrt{D\varsigma} = 3$

2) 设 X_1, X_2, X_3 相互独立同服从参数 $\lambda = 3$ 的泊松分布, 令 $Y = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$, 则 $E(Y^2) = (\quad)$

A. 1. B. 9. C. 10. D. 6.
3) 设 $X \sim P(\lambda)$, 且 $E[(X-1)(X-2)] = 1$, 则 $\lambda = (\quad)$

A. 1, B. 2, C. 3, D. 0

二. 计算题:

1. 设二维随机变量 (ξ, η) 的联合概率密度函数为

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(x+y) & 0 < x < 2, 0 < y < 2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求 $E\xi, E\eta, E(\xi\eta)$ 。

2. 二维随机变量 (ξ, η) 服从以点 $(0, 1), (1, 0), (1, 1)$ 为顶点的三角形区域上的均匀分布, 试求 $E(\xi + \eta)$ 和 $D(\xi + \eta)$ 。

3. 有 10 个人同乘一辆长途汽车, 沿途有 20 个车站, 每到一个车站时, 如果没有人下车, 则不停车。设每位乘客在各站下车是等可能的, 且各乘客是否下车是相互独立的, 求停车次数的数学期望。

4. 某厂生产一种化工产品, 这种产品每月的市场需求量 ξ (单位: 吨) 服从 $[0, 5]$ 上的均匀分布。这种产品生产出来后, 在市场上每售出 1 吨可获利 6 万元。如果产量大于需求量, 则每多生产 1 吨要亏损 4 万元。如果产量小于需求量, 则不亏损, 但只有生产出来的那一部分产品能获利。问: 为了使每月的平均利润达到最大, 这种产品的月产量 a 应该定为多少吨? 这时, 平均每月利润是多少元?

5. 设随机变量 X, Y 独立同分布, 且 $X \sim N(0, 1/2)$, 求 $D|X - Y|$

第 16 次作业

一. 选择题:

1. 随机变量 X 与 Y 独立同分布, $U = X + Y, V = X - Y$, 则 U 与 V ()

A. 独立
B. 不独立
C. 相关
D. 不相关
2. 设随机变量 ξ 与 η 的方差存在且不等于 0, 则 $D(\xi + \eta) = D\xi + D\eta$ 是 ξ 与 η 的什么条件 ()

A. 独立的充要条件
B. 独立的充分条件, 但不是必要条件

C. 不相关的充要条件
D. 不相关的充分条件, 但不是必要条件
3. 对于任意两个随机变量 X 和 Y , 若 $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$, 则 ()

A) $D(XY) = D(X) \cdot D(Y)$
B) $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$

C) X 和 Y 独立
D) X 和 Y 不独立

二. 填空题:

1. 已知 $D\xi = 4, D\eta = 9$, 则当 $D(\xi - \eta) = 12$ 时, $\rho_{\xi\eta} = \underline{\hspace{2cm}}$; 当 $\rho_{\xi\eta} = 0.4$ 时, $D(\xi + \eta) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 设 $D(X) = 25, D(Y) = 36, \rho_{xy} = 0.4$, 则 $D(X + Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 设二维随机变量 $(\xi, \eta) \sim N(1, 4; 1, 4; 0.5)$, $\zeta = \xi - \eta$, 则 $\text{cov}(\xi, \zeta) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三. 计算题

1. 已知随机变量 ξ, η 的概率分布分别为

ξ	-1	0	1
$P\{\xi = x_i\}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

η	0	1
$P\{\eta = y_j\}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

而且 $P\{\xi\eta = 0\} = 1$ 。

- (1) 求 ξ, η 的联合概率分布; (2) 问 ξ, η 是否独立? (3) 求 $\zeta = \max(\xi, \eta)$ 概率分布

2. 已知二维随机变量 (ξ, η) 的联合概率分布为

$\xi \backslash \eta$	0	1	2	3
1	0	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	0
3	$\frac{1}{8}$	0	0	$\frac{1}{8}$

(1)求 $\rho_{\xi\eta}$ ；(2) ξ 与 η 是否独立？说明理由。

3. 设二维随机变量 (ξ, η) 的联合概率密度函数为

$$p(x, y) = \begin{cases} 3x & 0 < y < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求 ξ 与 η 的相关系数。

4. 设两个随机变量 ξ, η ， $E\xi = -2, E\eta = 4, D\xi = 4, D\eta = 9, \rho_{\xi\eta} = -0.5$ ，求

$$E(3\xi^2 - 2\xi\eta + \eta^2 - 3)。$$

5. 设二维随机变量 (X, Y) 的相关系数为 ρ_{XY} ，而 $\xi = aX + b, \eta = cY + d$ ，其中

a, b, c, d 为常量，并且已知 $ac > 0$ ，试证 $\rho_{\xi\eta} = \rho_{XY}$ 。