应用数理统计

2014年4月25日

数理统计

—以概率论为基础，研究如何收集，整理和分析受随机因素影响的数据，以便得出合理有效推断的数学分支

第一章 概率论基础

- 随机事件与概率
- 随机变量及其分布
- 随机变量的数字特征
- 随机变量序列的极限定理

1.1　随机事件与概率

- 确定现象

如：向上抛一枚硬币硬币会落下。

- 随机现象——在个别试验中，其结果呈不确定性，在大量重复试验中，结果又具有统计规律性。

如:向上抛一枚硬币，硬币会落下后，可能正面朝上，可能反面朝上。但如果重复抛币很多次,正面向上出现的次数与反面向上出现的次数会大致相等

Ⅱ随机试验(对随机现象的观测和考察)

- 可在相同条件下重复进行。
- 每次试验的可能结果不止一个，并且事先明确试验的所有可能结果。
- 试验前无法预知究竟哪个结果出现。

Ⅱ样本空间

所有可能的基本结果放在一起构成的集合，记为 Ω

Ⅱ 样本点(基本事件)

每一个可能的基本结果，记为 ω

Ⅱ 随机事件

随机试验的结果(样本空间的一个子集)，简称事件

事件常用大写字母A、B、C等表示

事件A发生--------该子集A中至少有一个样本点出现

●几种特殊的事件

☞必然事件：　Ω

☞不可能事件：$\varnothing$

例1: 抛一个骰子,看向上一面的点数

样本空间：　$\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\ldots,\omega_6\}$

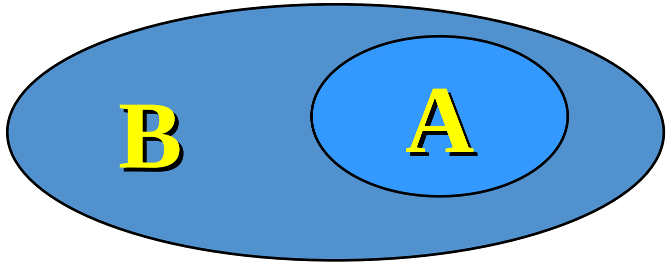
"向上的点数大于3"记为事件 $A=\{\omega_4,\omega_5,\omega_6\}$

"向上的点数小于2"记为事件 $B=\{\omega_1\}$

"向上的点数小于0"记为事件 $C=\{\ \}=\Phi$

"向上的点数小于10"记为事件 $B=\{\omega_1,\omega_2,\ldots,\omega_6\}=\Omega$

事件 B 包含事件 A：



A 发生必然导致 B 发生，

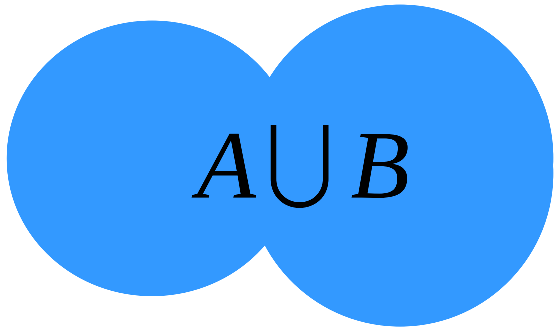
记为 $B \supset A$，或 $A \subset B$

事件 A 与事件 B 相等：

若 $A \supset B$ 且 $B \supset A$，

记为 $A = B$

事件 A 与事件 B 的并(和)：



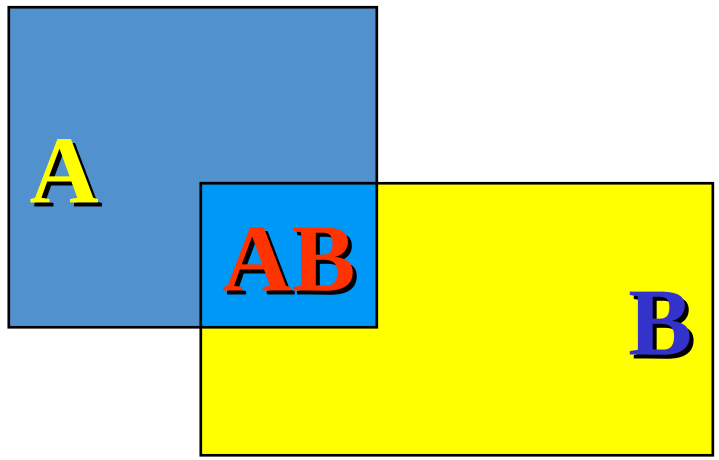
A，B 中至少有一个发生，

记为 $A \cup B$

事件 A 与事件 B 的交(积)：

事件 A 与 B 同时发生，

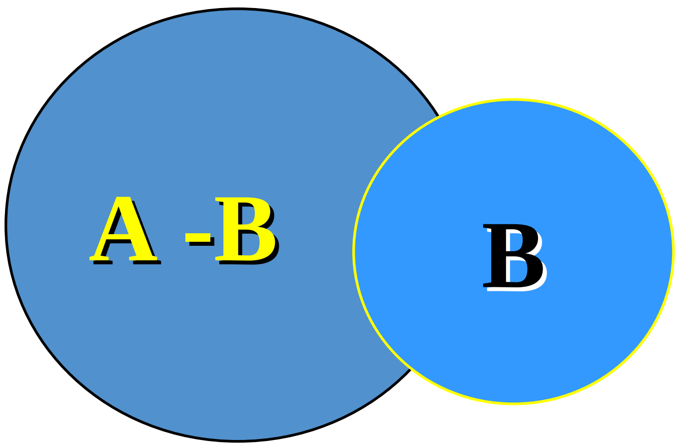
记为： $A\cap B$ 或 AB



事件 A 与事件 B 的差：

若 A 发生，而 B 不发生，

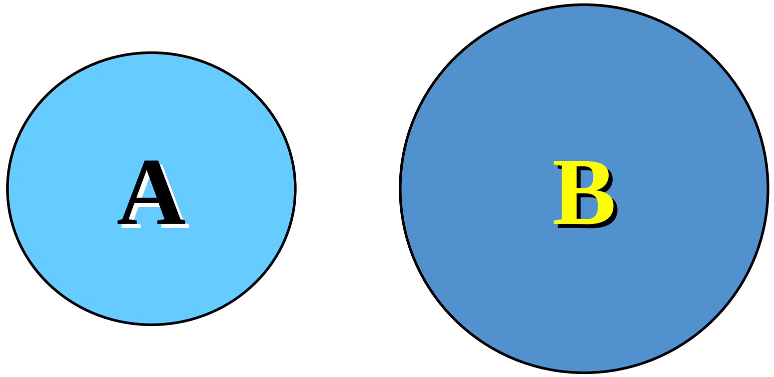
记为 $A-B$



事件 A 与事件 B 互斥（互不相容）：

A， B 不能同时发生

记为： $AB=\varnothing$



有限个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 是互不相容的（互斥）是指其中任意的两个事件都是互不相容的,即:

$$A_iA_j=\varnothing,(1\le i<j\le n)$$

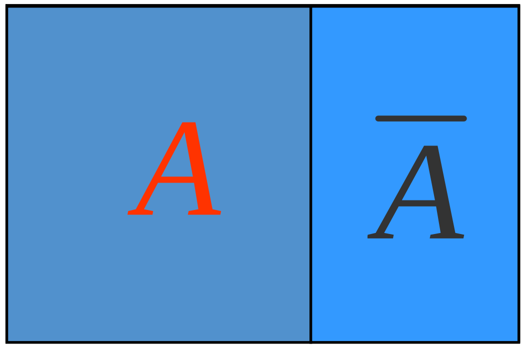
事件 A 和事件 B 互逆（对立）：

若 A，B 中有且仅有一个发生，

即 $A \cup B = \Omega$，$AB = \varnothing$

A 的对立事件记为 $\overline{A} = \Omega - A$

注意：对立 $\neq$ 互斥



事件 A 的对立事件 $\overline{A}$ 表示事件 A 的否定，即 A 不发生

例2：掷骰子，观察掷得的点数

假设**A**表示掷出奇数点，则 $A=\{1,3,5\}$

B表示掷出点数不超过五点，则 $B=\{1,2,3,4,5\}$

$\therefore A\subset B$

若**C**表示不是偶数，即 $C=\{1,3,5\}$，则 $A=C$

$A\bigcup B=\{1,2,3,4,5\}$， $A\bigcap B=\{1,3,5\}$

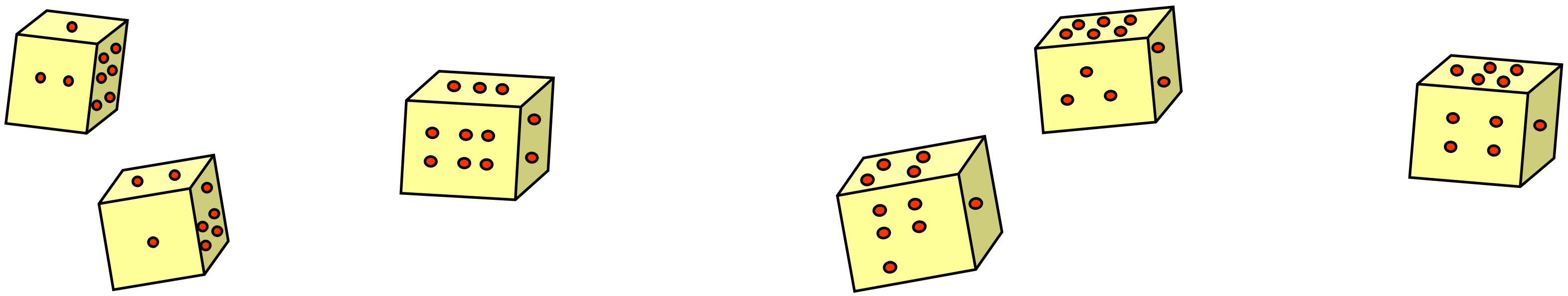
$B-A=\{2,4\}$,

若**D**表示不超过**4**的偶数点，即 $D=\{2,4\}$

则 $AD=\varnothing$ **A**与**D**互斥（互不相容）

若**E**表示掷出的是偶数点，即 $E=\{2,4,6\}$

$A\bigcup E=\Omega, A\bigcap E=\varnothing$ **A**与**E**对立（互逆）



1.交换律: $A\cup B=B\cup A$ $A\cap B=B\cap A$

2.结合律: $A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$

$$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$$

3.分配律: $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

$$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$$

$$A\cup(\bigcap_{i=1}^{n}B_i)=\bigcap_{i=1}^{n}(A\cup B_i)$$

$$A\cap(\bigcup_{i=1}^{n}B_i)=\bigcup_{i=1}^{n}AB_i$$

4.德·摩根律：

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}, \quad \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

$$\overline{\bigcup_{i=1}^{n} A_i} = \bigcap_{i=1}^{n} \overline{A_i}, \quad \overline{\bigcap_{i=1}^{n} A_i} = \bigcup_{i=1}^{n} \overline{A_i}$$

描述随机事件的四种方法：

- ☞集合表示；
- ☞语言表示；
- ☞文氏图表示
- ☞函数表示（随机变量）。

随机变量是 ω 的函数.

例如：示性函数 $I_A(\omega)=\begin{cases}1, & \omega \in A \\ 0, & \omega \notin A\end{cases}$

$$I_A = 1 \Leftrightarrow A; \quad I_A = 0 \Leftrightarrow \overline{A}$$

例 3. 射击三枪，A_i 表示第 i 枪打中，$i=1,2,3$ 则

只击中第一枪: $\boldsymbol{A_1\overline{A}_2\overline{A}_3}$

只击中一枪: $\boldsymbol{A_1\overline{A}_2\overline{A}_3 \cup \overline{A}_1A_2\overline{A}_3 \cup \overline{A}_1\overline{A}_2A_3}$

三枪都未击中: $\boldsymbol{\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3 = \overline{A_1 \cup A_2 \cup A_3}}$

至少击中一枪: $\boldsymbol{A_1 \cup A_2 \cup A_3}$

三枪没有都击中: $\boldsymbol{\overline{A_1A_2A_3} = \overline{A}_1 \cup \overline{A}_2 \cup \overline{A}_3}$

概率的统计定义
与
几何定义

问题：

在一次试验中，事件发生的可能性究竟有多大?

1.频率

(1)定义

$$f_n(A)=\frac{n_A}{n}\quad\begin{matrix}--A\text{ 发生的频数}\\--\text{总的试验次数}\end{matrix}$$

频率表示事件A发生的频繁程度。

(2)基本性质：

1) $0\le f_n(A)\le 1$;

2) $f_n(\Omega)=1, f_n(\varnothing)=0$;

3) 若$A_1, A_2, \cdots, A_k$是两两不相容事件，则

$$f_n(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_k)=f_n(A_1)+\cdots+f_n(A_k)$$

2.概率的统计定义

在不变条件下重复做 n 次试验，记 m 为 n 次试验中事件 A 发生的次数。当试验次数 n 很大时，如果频率 m/n 稳定在某一数值 p 的附近摆动，并且随着试验次数的增多，这种摆动的幅度愈来愈小，此时数值 p 称为随机事件 A 发生的概率，记作 $P(A)=p$。

概率是频率的稳定值。

3.几何概型定义

如果试验的样本空间”非常均匀地”充满一个几何区域(样本点落入区域中任意部分小区域的可能性与这个小区域的几何度量（长度、面积、体积等）成正比)．则事件A发生的概率为

$$P(A)=\frac{\mu_A}{\mu_\Omega}=\frac{\text{区域}A\text{的几何度量}}{\text{区域}\Omega\text{的几何度量}}$$

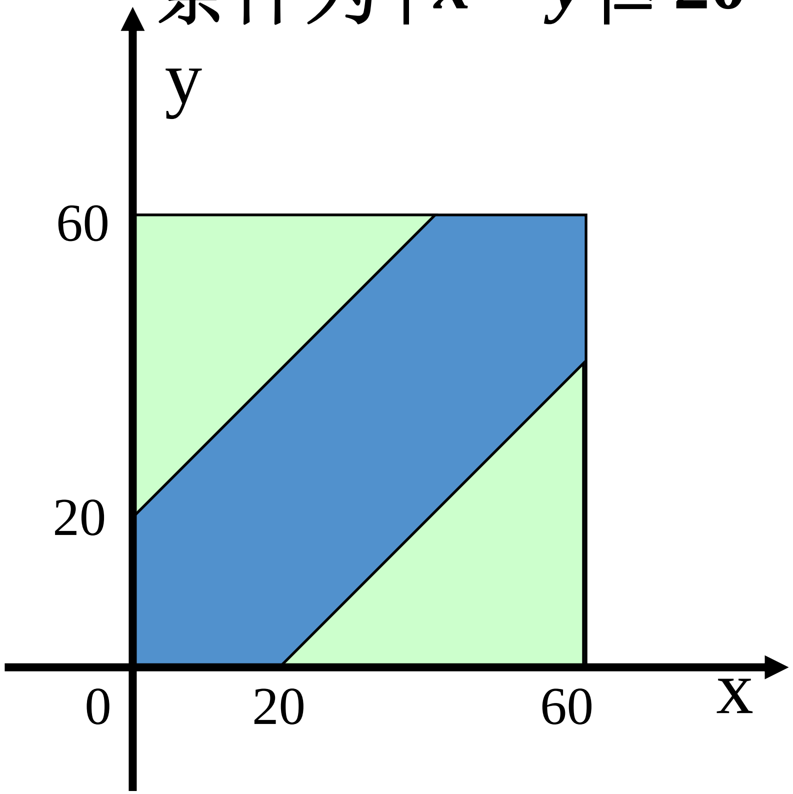
上式称为概率的几何定义。

注：这种类型的概率问题称为几何概型。

例4:　会面问题

两人相约7时到8时在某地会面，先到者等候另一人20分钟，过时就可离去。试求这两人能会面的概率。

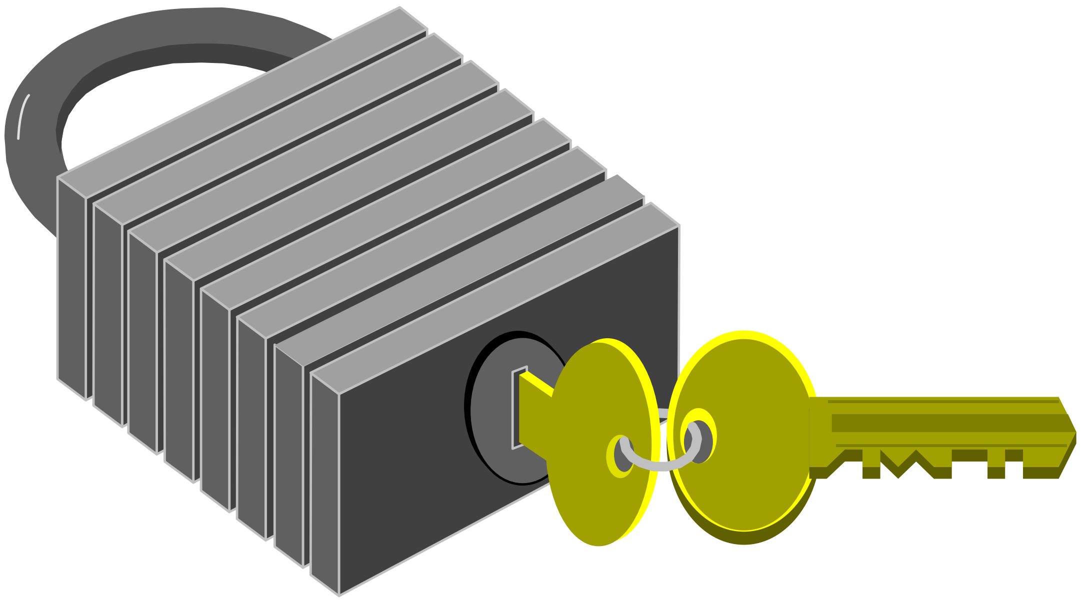
解：以x,y分别表示两人到达的时刻，则会面的充要条件为 $|x-y| \le 20$



则这两人能会面的概率为

$$P(A)=\frac{\mu_A}{\mu_\Omega}=\frac{60^2-40^2}{60^2}=\frac{5}{9}$$

古典概型



1.定义：若样本空间Ω的元素只有有限个；

每个基本事件发生的可能性相同，则

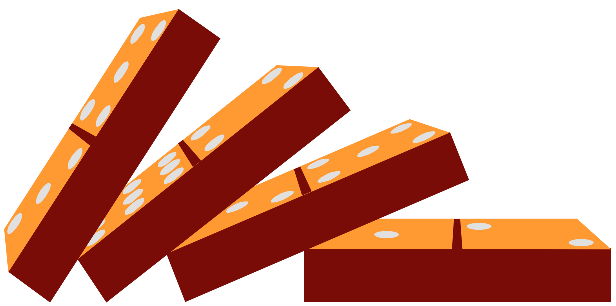
这种试验称为等可能概型，即古典概型。

2.计算公式：设样本空间Ω中样本点的总数为N，

事件A所包含的样本点个数为M，则

事件A发生的概率为

$$P(A)=\frac{M\text{——}A\text{所包含的样本点个数}}{N\text{——样本空间的样本点总数}}$$



例5：古典概型涉及计数问题：

样本点的计数方法：从**n**个元素中抽取**r**个元素的方案数:

- ☞ 放回、记序 n^r
- ☞ 放回、不记序 C_{n+r-1}^{r}
- ☞ 不放回、记序 A_n^r （也可写成 P_n^r ）
- ☞ 不放回、不记序 C_n^r

例 6. 从 0~9 十个数字中任意选取一个数字，求：1)取得偶数数字的概率；2)取得能被 3 整除的数字的概率。

解：设 A 表示取得偶数数字，

B 表示取得被 3 整除的数字，

则 $\Omega = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$,

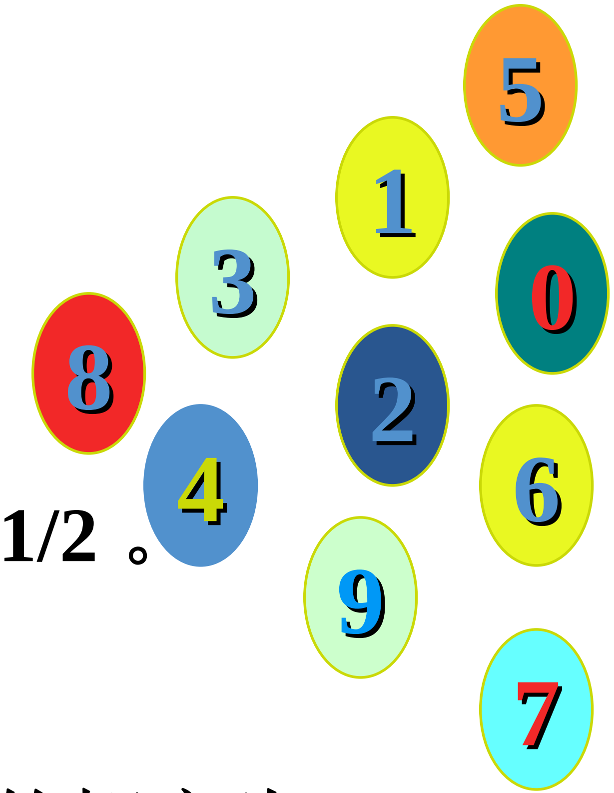
$A = \{0,2,4,6,8\}$, $B = \{0,3,6,9\}$

$$\therefore P(A) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

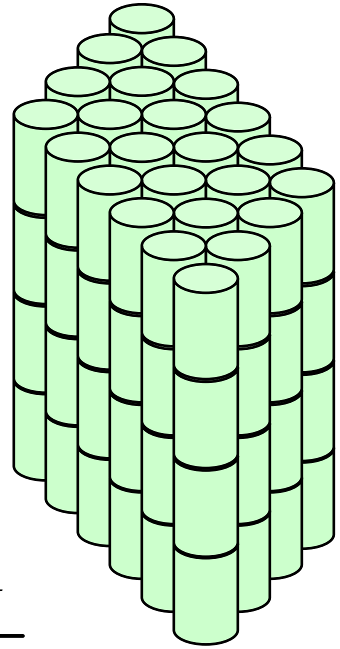
即：取得偶数数字的概率为 1/2 。

$$P(B) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

即：取得能被 3 整除的数字的概率为 2/5 。



例 7.一批产品共 N 个，其中 M 个为次品，从中任取 n 个产品，求其中恰有 m 个次品的概率。



解:设A表示恰有m个次品,

样本空间中样本点的总数为C_N^n，

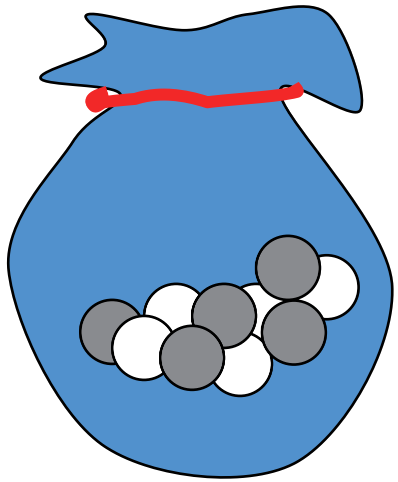
事件A所包含的样本点个数为$C_M^m C_{N-M}^{n-m}$.

$$\therefore P(A)=\frac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}$$

即其中恰有m个次品的概率为 $\dfrac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}$.

超几何分布

例 **8.** 袋内有 a 个白球，b 个黑球，每次从袋中任取一个球，取出的球不再放回，连取 k 个球（$k \le a+b$），求第 k 次取得白球的概率。



解：设 A 表示第 k 次取得白球，

样本空间中样本点的总数为 A_{a+b}^{k}，

事件 A 所包含的样本点个数为 $A_a^1 A_{a+b-1}^{k-1}$.

$$\therefore\ P(A) = \frac{A_a^1 A_{a+b-1}^{k-1}}{A_{a+b}^{k}} = \frac{a}{a+b}$$

结论：取得白球的概率与取球的先后次序无关。

抽签原理

概率的公理化定义
及
性质

4.概率的公理化定义

(1)定义： 随机试验的样本空间Ω对于随机事件A，赋于一个实数，记为$P(A)$，称为事件A的概率，如果集合函数$P(\cdot)$满足下列条件：

1)对于任一事件A，有$P(A)\geq 0$。

2) $P(\Omega)=1$

3)设$A_1, A_2, \cdots$是两两互不相容的事件，即对于$i\neq j, A_iA_j=\varnothing, i,j=1,2,\cdots$则有

$$P(A_1\cup A_2\cup\cdots)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots$$

注: 前面讲过的概率的频率定义,几何定义,古典定义都满足公理化定义的三个条件

(2)性质：

1) $P(\varnothing)=0$

2) $A_1, A_2, \cdots A_n$ 是两两互不相容的事件，则有

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)$$

3)设 $A \subset B$，则 $P(B-A)=P(B)-P(A)$ 且

$P(B) \geq P(A)$。

推论：$P(B-A)=P(B)-P(AB)$

4) $P(A) \leq 1$

5) $P(A)=1-P(\overline{A})$

6) $P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$

推广： **1)** $$P(A_1\cup A_2\cup A_3)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)$$
$$-P(A_1A_2)-P(A_2A_3)-P(A_1A_3)$$
$$+P(A_1A_2A_3)$$

2) $$P(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n)$$
$$=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)-\sum_{1\le i<j\le n}P(A_iA_j)+\cdots$$
$$+(-1)^{n-1}P(A_1A_2\cdots A_n)$$

性质1)和性质6)的证明：

1) $P(\varnothing)=0$

证明:设 $A_n=\varnothing, n=1,2,\cdots,$ ，则

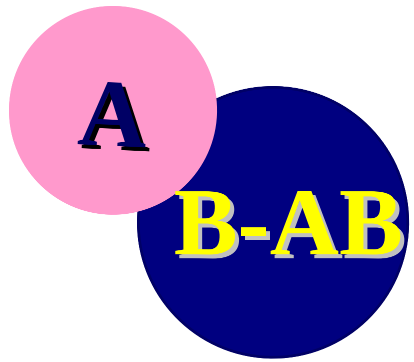
$$\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n=\varnothing,$$

$$P(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n)=P(\varnothing)+P(\varnothing)+\cdots=P(\varnothing),$$

$\because \quad P(\varnothing)\geq 0$

$\therefore \quad P(\varnothing)=0$

6) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$



证明：

$$P(A\cup B)$$

$$=P(A\cup(B-AB))$$

$$=P(A)+P(B-AB)$$

$$=P(A)+P(B)-P(AB)$$

注： $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$ 称为加法公式

例 9. 设 A 与 B 为两个随机事件， $P(A)=0.4$，
$P(A\cup B)=0.7$，当 A、 B 互不相容时，求 $P(B)$ 。

解： $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$

$\because A$， B 互不相容

$\therefore P(AB)=P(\varnothing)=0$

又 $P(A)=0.4$， $P(A\cup B)=0.7$

$$\therefore P(B)=P(A\cup B)-P(A)+P(AB)$$

$$=0.7-0.4+0$$

$$=0.3$$

条件概率与独立性

5.条件概率的定义

设 A、B 为两事件，且 $P(A)>0$，称

$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$$

为在事件 A 发生的条件下，事件 B 发生的条件概率。

例 **10**：一盒装有 **5** 只产品，其中有 **3** 只是一等品，**2** 只二等品，从中取产品两次，每次任取一只，作不放回抽样，设事件 A 为“第一次取到的是一等品”，事件 B 为“第二次取到的是一等品”。试求条件概率 $P(B\mid A)$。

方法一：给产品编号，**1,2,3**为一等品，**4**，**5**为二等品

则　$\Omega=\{1,2,3,4,5\}$。

在 A 已经发生的条件下，第二次只能从剩余的 **2** 只一等品、**2** 只二等品中抽取，

所以，这时抽到一等品的概率为

$$P(B|A)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}.$$

方法二：条件概率的定义

$$P(A)=\frac{3}{5},\quad P(AB)=\frac{C_3^1C_2^1}{A_5^2}=\frac{6}{20}$$

$$\therefore P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{6/20}{3/5}=\frac{1}{2}$$

2.乘法公式： $P(AB) = P(B|A) \cdot P(A)$

注意：条件 $P(A) > 0$

推广：

1) $P(ABC) = P(C|AB)P(B|A) \cdot P(A)$

注意：条件 $P(AB) > 0$

2) $P(A_1 A_2 \cdots A_n) = P(A_n | A_1 \cdots A_{n-1})$

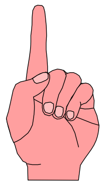
$$\cdot P(A_{n-1} | A_1 \cdots A_{n-2}) \cdots \cdots P(A_2 | A_1) P(A_1)$$

注意：条件 $P(A_1 A_2 \cdots A_{n-1}) > 0$

例 11. 一批零件共 100 个，次品率 10%，每次从其中任取一个，取出的不再放回，求第三次才取得合格品的概率。

解: 设 A_i 表示第 i 次取得合格品

则 $P(\overline{A}_1\overline{A}_2A_3)=P(\overline{A}_1)P(\overline{A}_2\mid\overline{A}_1)P(A_3\mid\overline{A}_1\overline{A}_2)$



$$=\frac{10}{100}\cdot\frac{9}{99}\cdot\frac{90}{98}=0.0083$$

即：第三次才取得合格品的概率为 **0.0083.**

方法二（古典概型）：

P（第三次才取到合格品）$=\dfrac{10\cdot 9\cdot 90}{100\cdot 99\cdot 98}=0.0083$

一般 $P(B|A) \neq P(B)$，即 A 的发生对 B 发生有影响，

若这种影响不存在，则 $P(B|A)=P(B)$

于是有： $P(AB)=P(B|A)\cdot P(A)=P(A)P(\mathrm{B})$

6.独立的定义

对于随机事件 A、B，若有

$$P(AB)=P(A)P(B),$$

则称 A 与 B 相互独立。否则 A 与 B 相互不独立。

性质：若 A 与 B 相互独立，则 A 与 $\overline{B}$、$\overline{A}$ 与 B、$\overline{A}$ 与 $\overline{B}$：也相互独立。

作为示例只证明 A 与 $\overline{B}$ 相互独立：

$$
\begin{aligned}
P(A\overline{B}) &= P(A - AB) \\
&= P(A) - P(AB) \\
&= P(A) - P(A)P(B) \\
&= P(A)(1 - P(B)) \\
&= P(A)P(\overline{B})
\end{aligned}
$$

即 A 与 $\overline{B}$ 相互独立.

例12. 设有甲、乙两名射手，他们命中目标的概率分别为**0.8**和**0.7**，现两人同时向该目标射击一次，试求：

(1)目标被击中的概率；

(2) 若已知目标被击中，问它是甲命中的概率是多少？

解：设：**A**={甲命中目标} **B**={乙命中目标}

C={丙命中目标}

$$(1)P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A)P(B)=0.94$$

也可用对立事件计算

$$P(C)=1-P(\overline{C})=1-P(\overline{A}\,\overline{B})$$
$$=1-P(\overline{A})P(\overline{B})=0.94 \quad .$$

(2)所求为条件概率$P(A|C)$

$$P(A|C)=\frac{P(AC)}{P(C)}=\frac{P(A)}{P(C)}=\frac{0.8}{0.94}=\frac{40}{49}.$$

推广：(1)三个事件A，B，C两两独立

若满足 $P(AB)=P(A)P(B)$

$P(BC)=P(B)P(C)$

$P(AC)=P(A)P(C)$

(2)A，B，C相互独立

若满足 $P(AB)=P(A)P(B)$

$P(BC)=P(B)P(C)$

$P(AC)=P(A)P(C)$

$P(ABC)=P(A)P(B)P(C)$

注意：两两独立$\neq$ 相互独立.

更一般地: 若n个事件中的任意若干个事件都是独立的,即对任意的k，$2 \le k \le n$

及 $1 \le i_1 < i_2 < \ldots < i_k \le n$

都有: $P(A_{i_1}A_{i_2}\ldots A_{i_k}) = P(A_{i_1})P(A_{i_2})\ldots P(A_{i_k})$

则称这n个事件相互独立

注：共需满足$C_n^2 + C_n^3 + \cdots C_n^n = 2^n - 1 - n$个等式

7.试验的独立性定义

设有两个试验 E_1 和 E_2，试验 的任一结果（事件$\boldsymbol{A}$）与试验 E_2 的任一结果（事件$\boldsymbol{B}$）都是独立时，称这两个试验是独立的。

推广到多个试验的相互独立性。$E_1, E_2, \ldots, E_n$对试验 而言，如果 E_1 的任一结果,… E_n的任一结果, 的任一结果都是相互独立的，则称这 **n**个试验相互独立。

如果这 **n**个独立试验是同一种试验，称为**n**重复独立试验。进一步，若每次试验的结果只有两个，则这种试验称为**n**重伯努利试验。


全概率公式
和
贝叶斯公式

全概率公式

A为一事件，$B_1, B_2, \ldots, B_n$ 为一个完备事件组**(**也称的一个Ω 划分**,**即**:** $B_iB_j = \varnothing, i \neq j$; $B_1 \bigcup B_2 \bigcup \cdots \bigcup B_n = \Omega$

且$P(B_i) > 0$ 则 $P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A|B_i)P(B_i)$

证明：

$$P(A) = P(A\Omega) = P(A(B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_n))$$

$$= P(AB_1 \cup AB_2 \cup \cdots \cup AB_n)$$

$$= P(AB_1) + P(AB_2) + \cdots + P(AB_n)$$

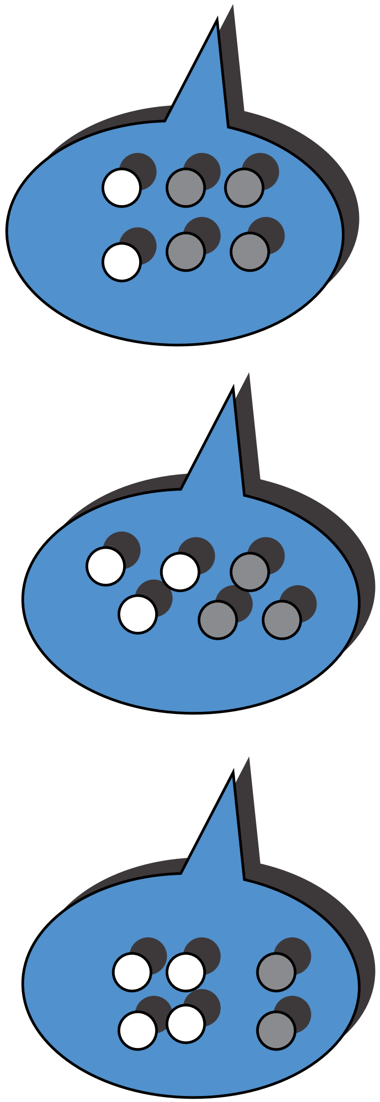
$$= P(A|B_1)P(B_1) + P(A|B_2)P(B_2) + \cdots P(A|B_n)P(B_n)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} P(A|B_i)P(B_i)$$

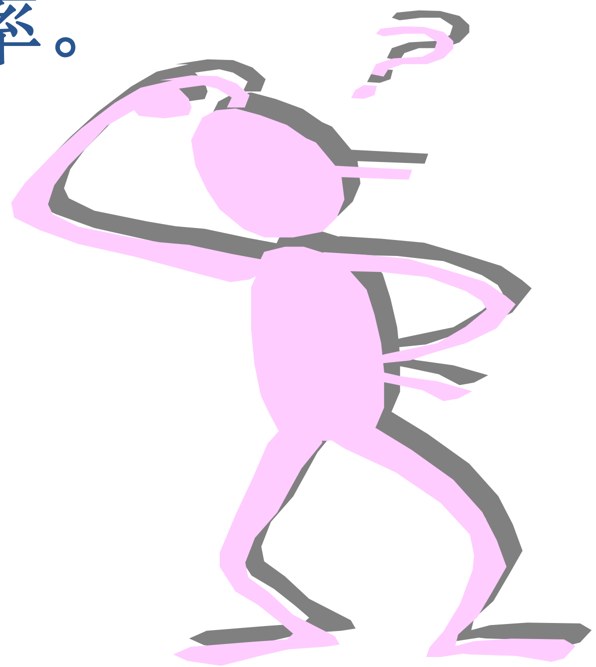
2个袋

3个袋

5个袋



例13. 有十个袋子，装球情况如左图所示。任选一个袋子，并从中任取两球. 求取出的两球都是白球的概率。



解： 设 A 表示取出的 **2** 个球都是白球，

B_i 表示所选的袋子是第 i 个（$i=1,2,3$）

$$P(B_1)=\frac{2}{10},\qquad P(A|B_1)=\frac{C_2^2}{C_6^2}=\frac{1}{15};$$

$$P(B_2)=\frac{3}{10},\qquad P(A|B_2)=\frac{C_3^2}{C_6^2}=\frac{3}{15};$$

$$P(B_3)=\frac{5}{10},\qquad P(A|B_3)=\frac{C_4^2}{C_6^2}=\frac{6}{15}.$$

$$\therefore P(A)=P(A|B_1)P(B_1)+P(A|B_2)P(B_2)+P(A|B_3)P(B_3)$$

$$=\frac{2}{10}\cdot\frac{1}{15}+\frac{3}{10}\cdot\frac{3}{15}+\frac{5}{10}\cdot\frac{6}{15}=\frac{41}{150}=0.273$$

全概率公式 $P(A)=\sum_{i=1}^{n} P(A|B_i)P(B_i)$

$P(B_i)$——先验概率。（$i=0,1,2,\cdots,n$）

如果进行一次试验，事件 A 确实发生了，则应当重新估计事件的概率，即求 $P(B_i|A)$。

$P(B_i|A)$——后验概率。（$i=0,1,2,\cdots,n$）

贝叶斯公式：

A 为一事件，$B_1,B_2,\cdots,B_n$ 为一个完备事件组，且

$P(A)>0,\qquad P(B_i)>0, i=1,2,\cdots,n$

则 $$P(B_i|A)=\frac{P(AB_i)}{P(A)}=\frac{P(A|B_i)P(B_i)}{\sum_{i=1}^{n}P(A|B_i)P(B_i)},\quad i=1,2,\cdots,n$$

例**14.** 某种试验检查癌症：癌症患者的试验结果呈阳性**95%**，非癌症患者试验呈阴性的占**96%**。现用这种试验对某市居民进行普查，如果该市癌症患者占居民总数**4‰**，求**:**

（**1**）试验结果呈阳性的被检查者确实患有癌症的概率；

（**2**）试验结果呈阴性反应的被检查者而未患癌症的概率。

解：设事件 A 表示试验结果呈阳性，

事件 B 表示被检查者患有癌症，

则据题意：

$$P(B)=0.004\ ,\quad P(A|B)=0.95\ ,\quad P(\overline{A}|\overline{B})=0.96$$

$$\therefore P(\overline{B})=0.996,\quad P(\overline{A}|B)=0.05,\quad P(A|\overline{B})=0.04$$

(1) $$P(B\,|\,A)=\frac{P(B)P(A\,|\,B)}{P(B)P(A\,|\,B)+P(\overline{B})P(A\,|\,\overline{B})}$$

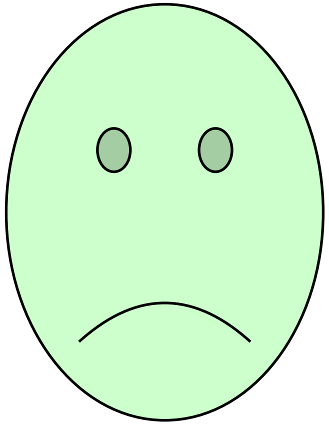
$$=\frac{0.004\times 0.95}{0.004\times 0.95+0.996\times 0.04}=0.0871$$

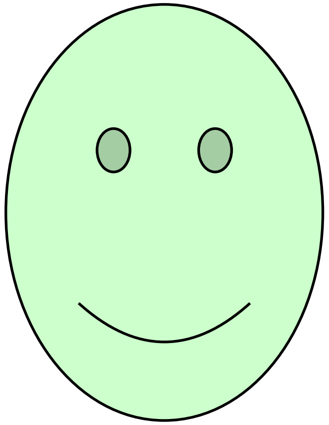
说明: 试验结果呈阳性反应的被检查者确实患有癌症的可能性并不大，还需要通过进一步的检查才能确诊

$$(2)\quad P(\bar{B}\mid\bar{A})=\frac{P(\bar{B})P(\bar{A}\mid\bar{B})}{P(B)P(\bar{A}\mid B)+P(\bar{B})P(\bar{A}\mid\bar{B})}$$

$$=\frac{0.996\times 0.96}{0.004\times 0.05+0.996\times 0.96}=0.9998$$

说明：试验结果呈阴性反应的被检查者未患有癌症的可能性极大。

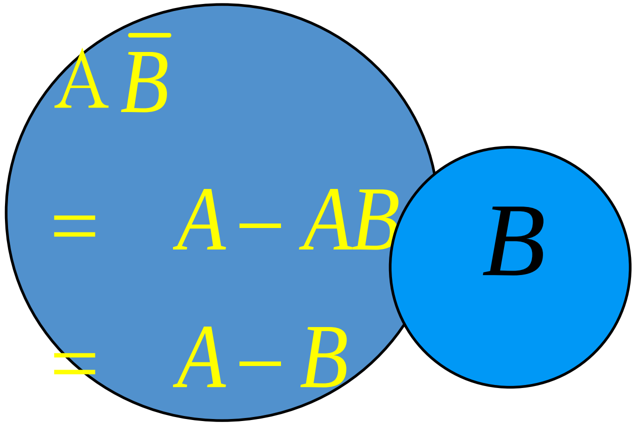




课堂练习

1.已知 **P(**A**)= 0.4，P(**B**)= 0.3, P(**$A\cup B$ **)= 0.6，**求 **P(**AB**); P(**$A\bar{B}$**); P(**$A|\bar{B}$**)** 。

$$P(AB)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$$
$$=0.4+0.3-0.6=0.1$$



$$P(A\bar{B})=P(A-B)=P(A-AB)$$
$$=P(A)-P(AB)=0.4-0.1=0.3$$

$$P(A|\bar{B})=\frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})}=\frac{0.3}{1-0.3}=\frac{3}{7}$$

课堂练习

2. 已知事件 A 和 B 满足条件 **P(**AB**)=P(**$\overline{A}\,\overline{B}$**)**，且 **P(**$A$**)=**$p$，求 **P(**$B$**)**。

$$P(\overline{A}\,\overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

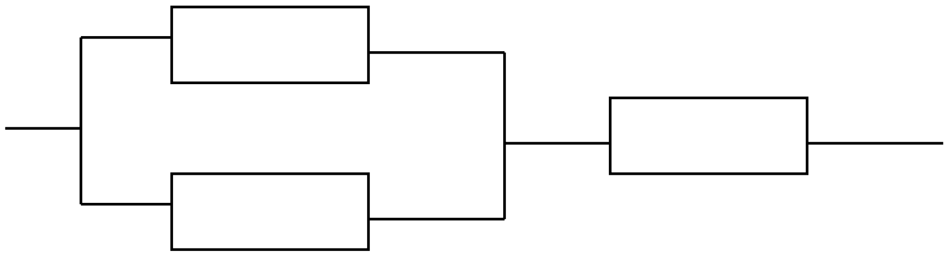
$$= 1 - P(A) - P(B) + P(AB) = P(AB)$$

$$\therefore 1 - P(A) - P(B) = 0$$

$$\therefore P(B) = 1 - P(A) = 1 - p$$

课堂练习

3. 已知 如下三个电子元件能正常工作的概率(可靠性)均为 p，求下列系统能正常工作的概率(可靠性)。



P(系统正常工作)

$=P$(“并联的两个元件至少一个正常工作” 且 “串连的那个也正常工作)

$=P$(并联的两个元件至少一个正常工作）$*P$(串连的那个也正常工作)

$=[1-(1-p)^2]*\ p$