华东理工大学

概率论与数理统计

作业簿（第十一册）

学　院 ____________专　业 ____________班　级 ____________
学　号 ____________姓　名 ____________任课教师____________

第21次作业

一. 选择题

1. 关于“参数μ的95%的置信区间为(a,b)”的正确理解的是　　　　（　　）
   A. 至少有95%的把握认为(a,b)包含参数真值μ；
   B. 恰好有95%的把握认为(a,b)包含参数真值μ；
   C. 恰好有95%的把握认为参数真值μ落在区间(a,b)内；
   D. 若进行100次抽样，必有95次参数真值μ落在区间(a,b)内

2. 设总体$\xi \sim \mathrm{N}(\mu,\sigma_0^2)$，其中$\sigma_0$已知。在样本容量n和置信水平$1-\alpha$确定的情况下，

   对不同的样本观测值，若样本均值$\overline{X}$增大，则总体期望μ的置信区间的长度（　　）

   A. 变长　　　　B. 变短
   C. 不变　　　　D. 不能确定

3. 设从总体$\xi \sim N(\mu_1,{\sigma_1}^2)$和总体$\eta \sim N(\mu_2,{\sigma_2}^2)$中分别抽取容量为9，16的独立样本，以$\overline{x}$，$\overline{y}$，$S_x^2$，$S_y^2$分别表示两个独立样本的样本均值和样本方差，若已知$\sigma_1=\sigma_2$，则$\mu_1-\mu_2$的95%的置信区间为　　　　（　　）

   A. $(\overline{x}-\overline{y}-u_{0.975}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{9}+\frac{\sigma_2^2}{16}}，\ \overline{x}-\overline{y}+u_{0.975}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{9}+\frac{\sigma_2^2}{16}})$

   B. $(\overline{x}-\overline{y}-u_{0.975}\sqrt{\frac{S_x^2}{9}+\frac{S_y^2}{16}}，\ \overline{x}-\overline{y}+u_{0.975}\sqrt{\frac{S_x^2}{9}+\frac{S_y^2}{16}})$

   C. $(\overline{x}-\overline{y}-\frac{t_{0.975}(25)S_w}{5}，\ \overline{x}-\overline{y}+\frac{t_{0.975}(25)S_w}{5})$，其中$S_w=\sqrt{\frac{9S_x^2+16S_y^2}{25}}$

   D. $(\overline{x}-\overline{y}-t_{0.025}(23)S_w\frac{5}{12},\ \overline{x}-\overline{y}+t_{0.025}(23)S_w\frac{5}{12})$,其中$S_w=\sqrt{\frac{8S_x^2+15S_y^2}{23}}$

二、填空题

1. 将合适的数字填入空格，其中：（1）置信水平α，（2）置信水平$1-\alpha$，（3）精确度，（4）准确度。

置信区间的可信度由_____控制，而样本容量可用来调整置信区间的____ 。

2．有一大批糖果，先从中随机地取 16 袋，称的重量（单位：g ）如下：

506	508	499	503	504	510	497	512
514	505	493	496	506	502	509	496

设袋装糖果的重量近似地服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，

则总体均值μ的置信水平为 95%的置信区间为__________________

总体标准差σ的置信水平为 95%的置信区间为__________________。

3. 设总体$\xi \sim N(\mu,4)$，样本均值$\overline{X}$，要使总体均值μ 的置信水平为 95% 的置信区间为[$\overline{X}$-0.56，$\overline{X}$+0.56]，样本容量（观测次数）n 至少为 ____________.

三、计算题

1．设某地旅游者日消费额服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，且标准差$\sigma=12$，今对该地旅游者的日平均消费额进行估计，为了能以 95%的置信水平相信这种估计误差小于 2（元），问至少需要调查多少人？

2. 设某炼铁厂炼出的铁水含碳量（单位：%）服从于正态分布$N(\mu,\ \sigma^2)$，根据长期积累的资料，已知其中$\sigma=0.108$。现测量 5 炉铁水，测得含碳量为：4.28，4.40，4.42，4.35，4.37. 求总体均值μ的水平为 95%的置信区间.

3．设某种清漆的干燥时间服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$。现有该清漆的 9 个样本，干燥时间分别为 6.0，5.7，5.8，6.5，7.0，6.3，5.6，6.1，5.0。试求该种清漆平均干燥时间的置信度为 95%的置信区间。

4．某厂生产一批圆形药片，已知药片直径$X \sim N(\mu,\sigma^2)$，随机抽取 16 粒药片，测得样本均值$\bar{x}=4.87$ mm，样本标准差$s=0.32$ mm，求总体的方差σ^2在置信水平为 0.95 下的置信区间。

5. 为了测试某药物的疗效，随机抽取 10 人测量其服用药物前后某指标的数据：

服用前 X:	41	60.3	23.9	36.2	52.7	22.5	67.5	50.3	50.9	24.6
服用后 Y:	49.6	64.5	33.3	36	43.5	56.8	60.7	57.3	65.4	41.9

假设服用前后该指标测量值分别都服从正态分布：$X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$

根据上述数据经计算得服用前的样本均值为: $\overline{X} = 42.99$, 样本**标准**差 $S_X = 15.93$

服用后的样本均值为: $\overline{Y} = 50.90$, 样本**标准**差 $S_Y = 11.72$，令 $Z = Y - X$, 根据服药前后的样本数据算得: $\overline{Z} = 7.91$, 样本**标准**差 $S_Z = 12.56$.

1) 证明若服药前后的样本容量均为 n, 则有 $\dfrac{Z-(\mu_2-\mu_1)}{S_z}\sqrt{n} \sim t(n-1)$

2) 求 $\mu_2 - \mu_1$ 的置信水平为 95%的置信区间

第 22 次作业

一．选择题

1. 假设检验中分别用 $\boldsymbol{H_0}$ 和 $\boldsymbol{H_1}$ 表示原假设和备择假设，则犯第一类错误的概率是指 (　　)

   A. $\boldsymbol{P\{接受H_0 \mid H_0为真\}}$　　B. $P\{接受H_0 \mid H_0不真\}$

   C. $\boldsymbol{P\{拒绝H_0 \mid H_0为真\}}$　　D. $P\{拒绝H_0 \mid H_0不真\}$

2. 一个显著性的假设检验问题，检验的结果是拒绝原假设还是接受原假设,与之有关的选项中, 正确的 (　　)

   A. 与显著性水平有关　　B. 与检验统计量的分布有关

   C. 与样本数据有关　　D. 与上述三项全有关

3. 一个显著性水平为 α 的假设检验问题，如果原假设 $\boldsymbol{H_0}$ 被拒绝,则 (　　)

   A. 原假设 $\boldsymbol{H_0}$ 一定不真　　B. 这个检验犯第一类错误的概率不超过 α

   C. 这个检验也可能会犯第二类错误　　D. 这个检验两类错误都可能会犯

二. 填空题：

1．假设检验的基本思想是基于________________________________

2. 选择原假设最重要的准则是________________________________

3. 假设检验中可能犯的两类错误的关系为, 一定条件下若降低了犯第一类错误的概率,会______________________________

三. 计算题：

1．已知在正常生产情况下某厂生产的汽车零件的直径服从正态分布 $N(54, 0.75^2)$，在某日生产的零件中随机抽取 10 件，测得直径（cm）如下：

54.0 ，55.1 ，53.8，54.2 ，52.1 ，54.2，55.0 ，55.8，55.1，55.3

如果标准差不变，在显著水平 $\alpha = 0.05$ 情况下,能否认为该日生产零件直径的均值与标准值 54cm 无显著差异？ 并问这个检验可能犯的错误是哪一类?

2．从一批矿砂中，抽取 5 个样品，测得它们的镍含量（单位：%）如下：

3.25　　3.24　　3.26　　3.27　　3.24

设镍含量服从正态分布，问：能否认为这批矿砂中镍含量的平均值为 3.25（显著水平 $\alpha = 0.05$）。

3．用热敏电阻测温仪间接测量地热勘探井底温度 7 次。测得温度（$^\circ C$）：

112.0， 113.4， 111.2，112.0，114.5，112.9，113.6

而用某精确办法测得温度为 112.6（可看作温度真值），试问热敏电阻测温仪的间接测量有无系统偏差？ （显著水平 $\alpha = 0.05$）。

4. 某工厂生产的铜丝的折断力（N）服从标注差为 40 的正态分布，某日抽取 10 根铜丝进行折断力试验，测得结果如下：

2830，2800，2795，2820，2850，2830，2890，2860，2875, 2785

在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 情况下,能否认为该日生产的铜丝折断力的标准差无显著性改变？

5. 某种饮料的罐装量$\xi \sim N(\mu,\sigma^2)$，这里μ,σ^2未知。现从中随机抽取 10 瓶，测得饮料的体积（单位：ml）为

100，101， 96， 92， 97， 95 98， 97， 104， 101

在显著水平$\alpha = 0.05$下，讨论

(1) 在方差未知的条件下，是否可以认为饮料的罐装量达到$\mu = 100$ (ml)?

(2) 是否可以认为罐装量是稳定的，即是否达到方差$\sigma^2 = 16$？

6. 设总体$\xi \sim N(\mu,\sigma^2)$,其中μ和σ^2均未知, 抽取一个容量为 n 的样本, 对总体期望μ的检验原假设为$H_0:\mu = \mu_0$.

证明:在显著性水平α下接受H_0的充要条件是μ的置信水平为 $1-\alpha$的置信区间包含μ_0