

# 第五部分 振 动

FangYi

## [1] 谐振判据

动力学: 物体受线性恢复力(矩)作用

定平衡 给偏移 证线恢

运动学: 物体运动微分方程形式:  $d^2 y / dt^2 + \omega^2 y = 0$

位移是时间的余(正)弦函数

弹簧振子 单摆 复摆

## [2] 谐振方程

$$\begin{cases}
 x = A \cos(\omega t + \varphi) \\
 v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \\
 a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi)
 \end{cases}
 \begin{cases}
 \text{振幅取决于能量} \\
 \text{初相} \cdots \cdots \text{初态} \\
 \text{圆频率} \cdots \cdots \text{系统}
 \end{cases}
 \begin{cases}
 A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} \\
 \varphi = \operatorname{tg}^{-1}\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right) \\
 \omega = \sqrt{k/m}
 \end{cases}$$

## [3] 谐振合成(同向同频率)

旋转

$$2\pi : T = \Delta\phi : \Delta t$$

公式法

逆时针

相位与速度符号

矢量法

$$\begin{cases}
 A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \\
 \varphi = \tan^{-1} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}
 \end{cases}$$

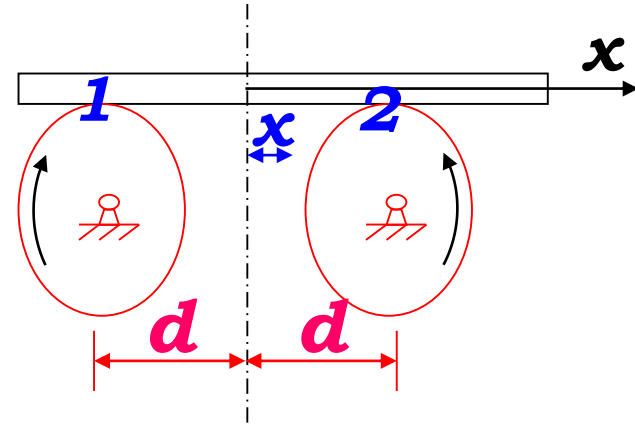
## [4] 谐振位相 $\phi = \omega t + \varphi$

位相差

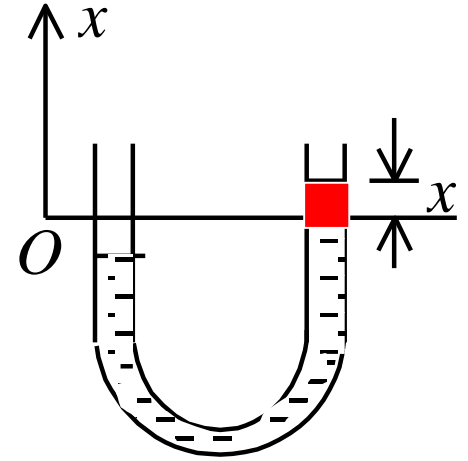
同一振动不同时刻  
不同振动同一时刻

## [5] 谐振能量 $E = E_k + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$ 能量方法

[习题1] 两轮同转速反转向,  $\mu$ 、 $d$  已知,  
起初棒的质心偏中心  $x$ , 求  $T$

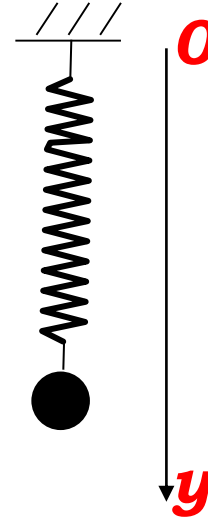


[讨论1] 直立U形管有  $m = 240g$  水银 ( $\rho = 13.6 \text{ g/cm}^3$ ),  
管截面  $S = 0.30 \text{ cm}^2$ . 证经微扰作谐振. 并求  $T$



[讨论2] 均匀弹簧  $k$ ,  $m_s$ , 球  $M$ , 求其  $\omega$

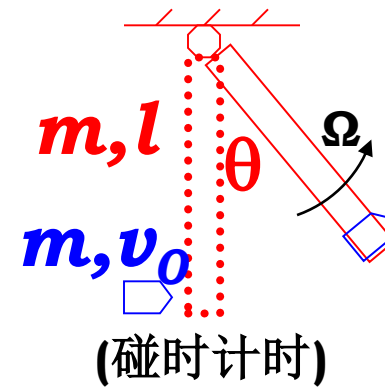
*FangYi*



[习题2] 已知  $m$ 、 $l$ 、 $v_0$ , 小角振动,

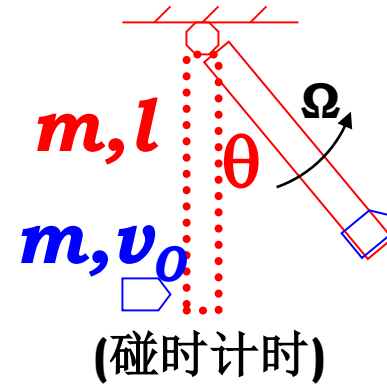
(1) 证碰后系统谐振

(2) 写振动方程

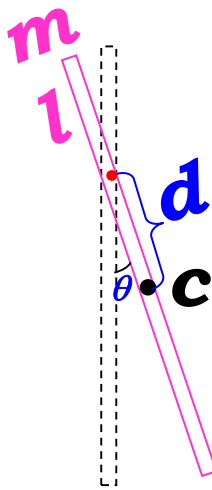


[习题2] 已知  $m$ 、 $l$ 、 $v_0$ , 小角振动,

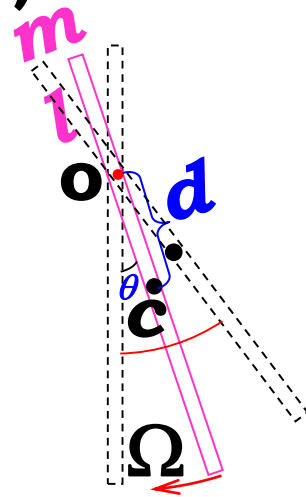
(3) 棒摆至  $\theta_m/2$  需时  $t_{\min}$



[讨论3] 匀细棒悬点可调, 从  $\theta_m$  静止释放, 求 (1)  $T$  的极值及对应悬点到质心的距离 (2) 角速度函数  $\Omega(\theta)$

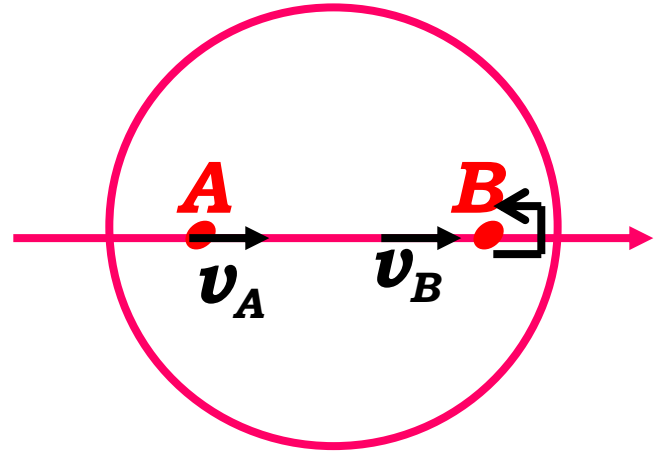


[讨论3] 匀细棒悬点可调, 从 $\theta_m$ 静止释放, 求 (1)  $T$  的极值及对应悬点到质心的距离 (2) 角速度函数 $\Omega(\theta)$





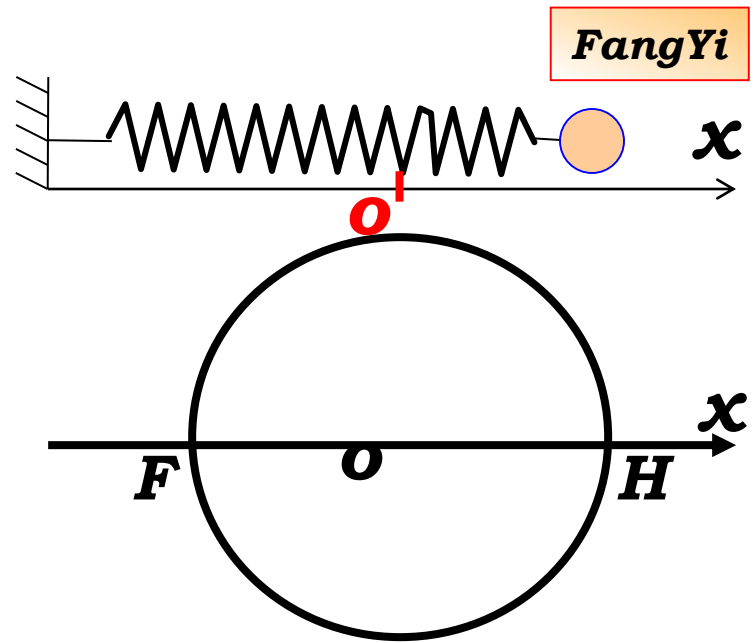
[习题3] 谐振质点一个 $T$ 内先后通过 $A, B$ . 费时 $t_1$   
 $AB=8, t_1=2, \underline{v_B=v_A}$ , 再经过 $t_2=2$ , 质点  
又从另一方向过 $B$ 点. 求 (1)  $T$  (2)  $A$



[讨论4] 小球过o向右  $E_{k0}$ ,  $T=1s$

(1) 再过  $1/3s$  至  $B$  点, 求  $E_{kB}/E_{k0}$

(2) 此后到第2次  $E_k = E_p$  的费时  $t$



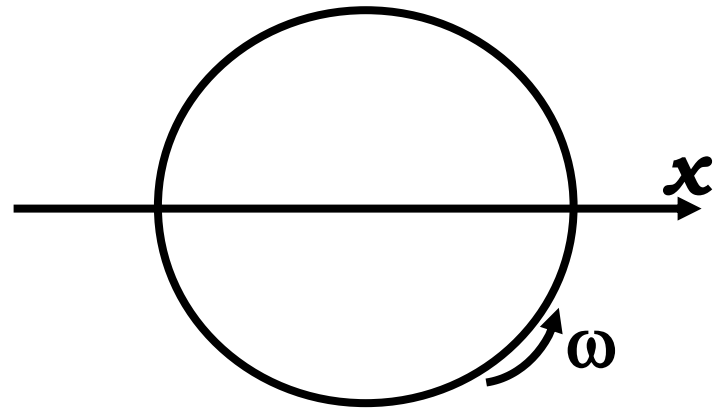
FangYi

[习题4] 质点同时参与3谐振, 合运动方程为  $x =$

$$x_1 = A \cos(\omega t + \frac{1}{3} \pi)$$

$$x_2 = A \cos(\omega t + \frac{5}{3} \pi)$$

$$x_3 = A \cos(\omega t + \pi)$$

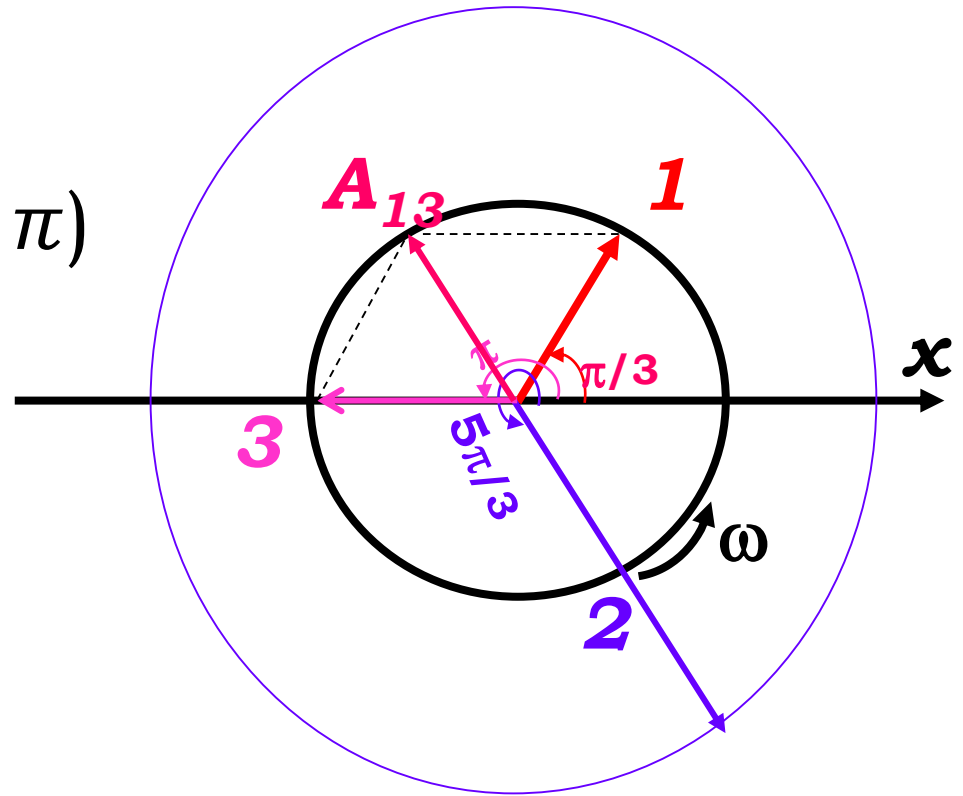


[讨论5]质点同时参与3谐振, 合运动方程为 $x =$

$$x_1 = A \cos(\omega t + \frac{1}{3} \pi)$$

$$x_2 = 2A \cos(\omega t + \frac{5}{3} \pi)$$

$$x_3 = A \cos(\omega t + \pi)$$

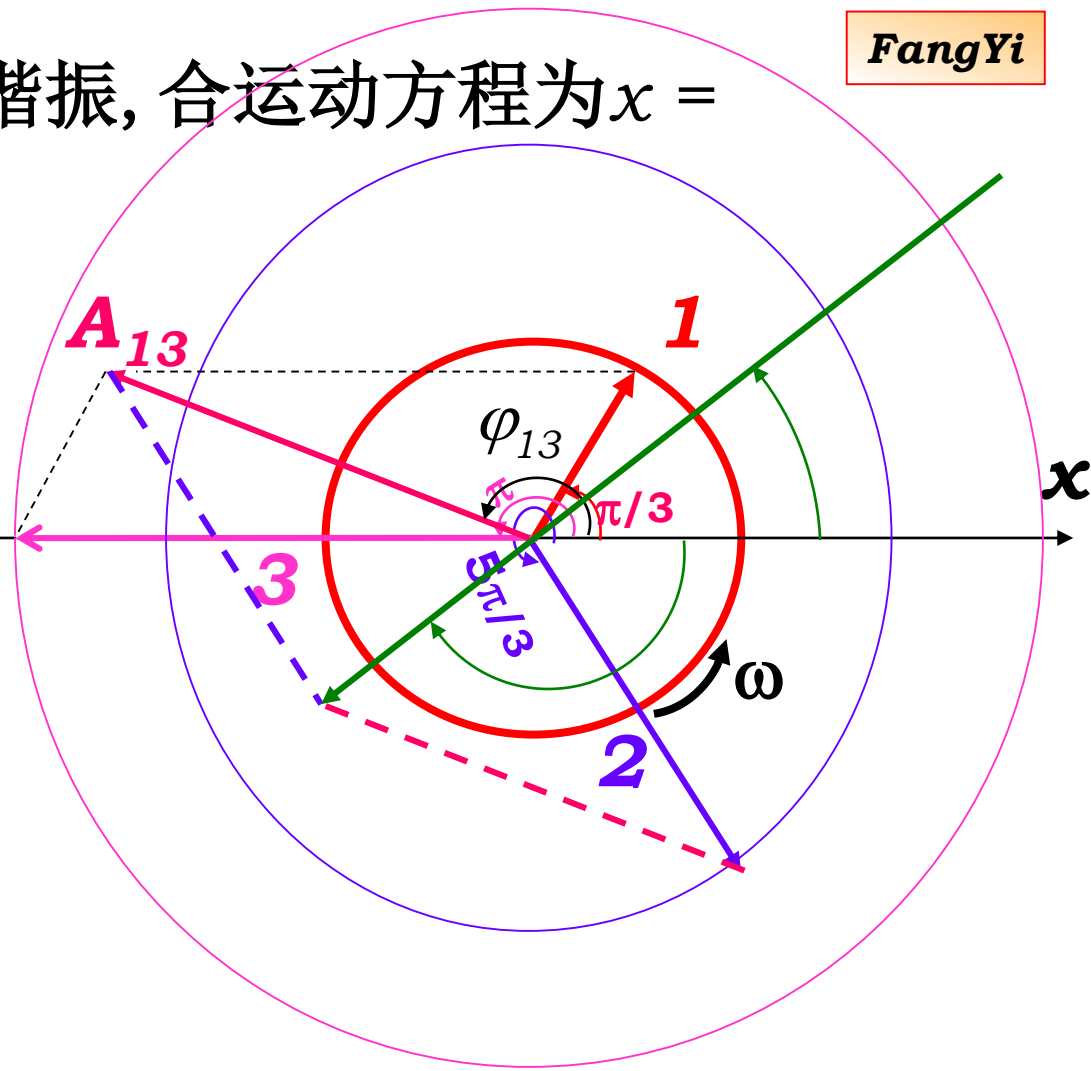


[讨论6]质点同时参与3谐振, 合运动方程为 $x =$

$$x_1 = A \cos(\omega t + \frac{1}{3}\pi)$$

$$x_2 = 2A \cos(\omega t + \frac{5}{3}\pi)$$

$$x_3 = 3A \cos(\omega t + \pi)$$



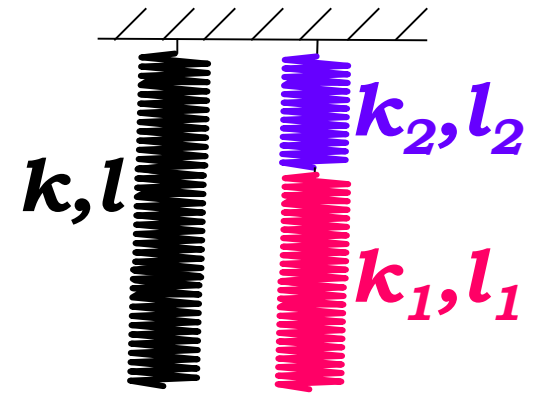
[习题5]  $l$ 、 $k$  匀轻弹簧分成  $l_1$ 、 $l_2$ , 且  $l_1 = n l_2$ ,  $n$  为整数。  
则  $k_1$  和  $k_2$  为

$$(A) k_1 = \frac{kn}{n+1} \quad k_2 = k(n+1)$$

$$(B) k_1 = \frac{k(n+1)}{n} \quad k_2 = \frac{k}{n+1}$$

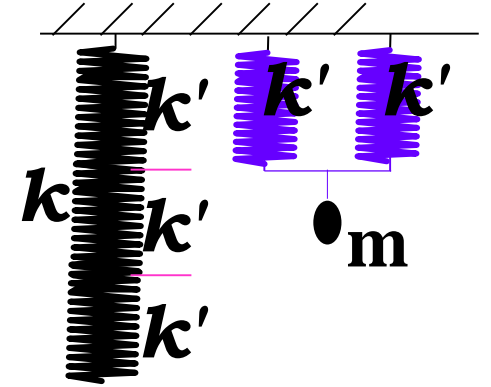
$$(C) k_1 = \frac{k(n+1)}{n} \quad k_2 = k(n+1)$$

$$(D) k_1 = \frac{kn}{n+1} \quad k_2 = \frac{k}{n+1}$$

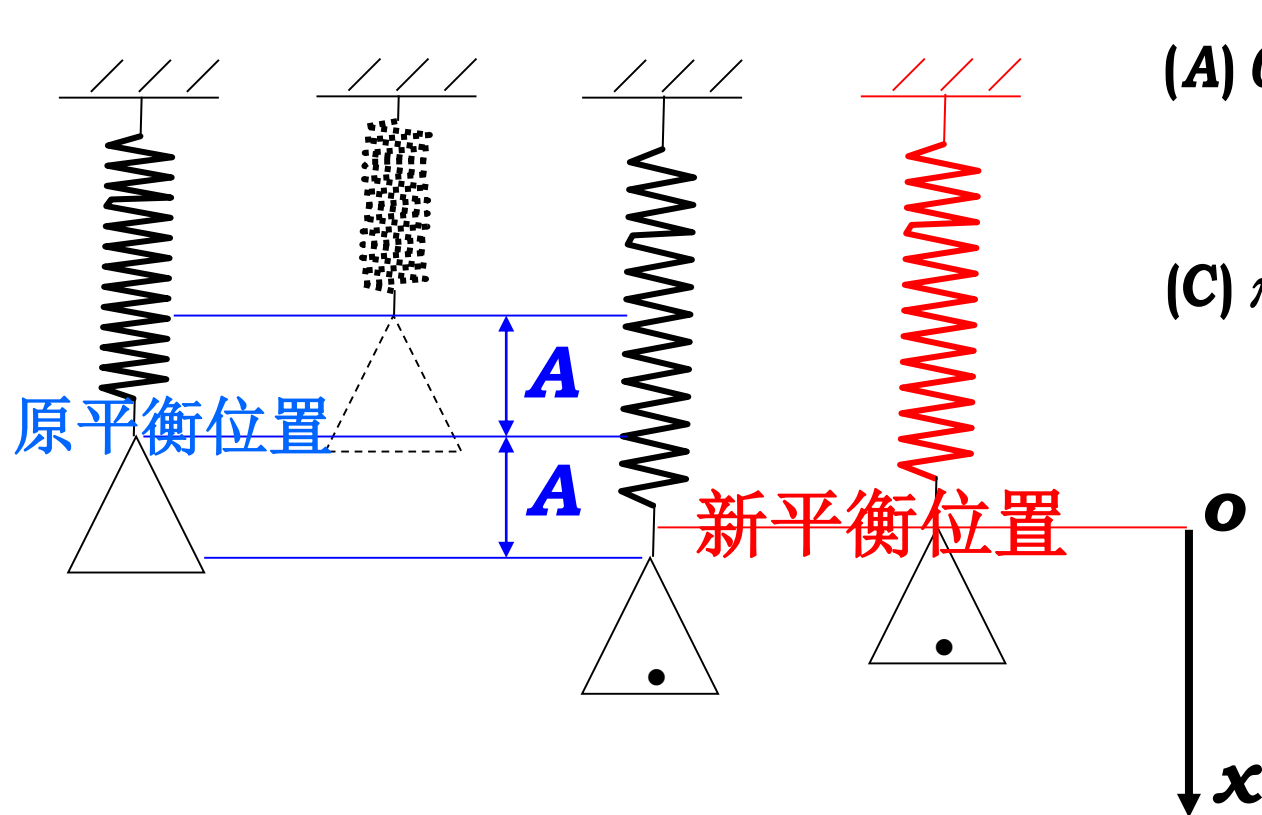


$$\frac{1}{k_{\text{串}}} = \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_1}$$

[讨论7] 轻弹簧 $k$ 截成3等份,取其中  
两根并联,下挂 $m$ ,求振动系统  $\nu$



**[习题6]** 轻弹簧小盘平衡位置为原点, 位移向下为正, 小盘于最低位置有一物体落在盘上并粘住, 设新平衡位置对原平衡位置下移  $<$  原振幅, 若以新平衡位置为原点, 物体碰盘计零时, 则新位移表达式的初相在



- (A)  $0 \sim \frac{\pi}{2}$       (B)  $\frac{\pi}{2} \sim \pi$   
 (C)  $\pi \sim \frac{3\pi}{2}$       (D)  $\frac{3\pi}{2} \sim 2\pi$

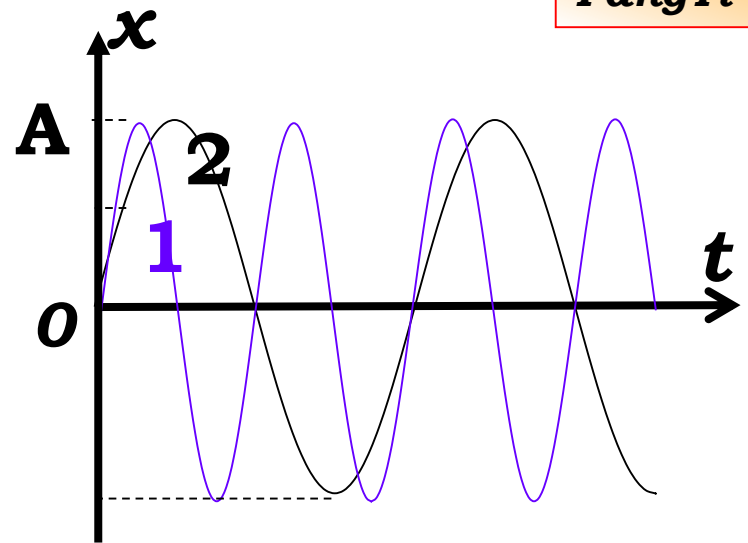


[习题7] 两谐振曲线,

求  $f_1:f_2$ ;

$a_{1\max}:a_{2\max}$ ;

$v_{1\max}:v_{2\max}$



[习题7] 两谐振曲线,

求  $f_1:f_2$ ;

$a_{1\max}:a_{2\max}$ ;

$v_{1\max}:v_{2\max}$

