第1章 质量运动的描述

一、物理量

位置矢量(位矢)： $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

位移：$\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$ $\quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$

二、二个方程

运动方程：$\vec{r} = \vec{r}(t) \Longrightarrow \begin{cases} x=x(t) \\ y=y(t) \\ z=z(t) \end{cases}$

轨道方程：$f(x,y,z)=0$ （轨迹方程）

三、运动学的两类问题

$$\vec{r}(t) \underset{积分}{\overset{求导}{\rightleftarrows}} \vec{v}(t) \underset{积分}{\overset{求导}{\rightleftarrows}} \vec{a}(t)$$

四、匀变速运动

$\vec{a}$为常矢量

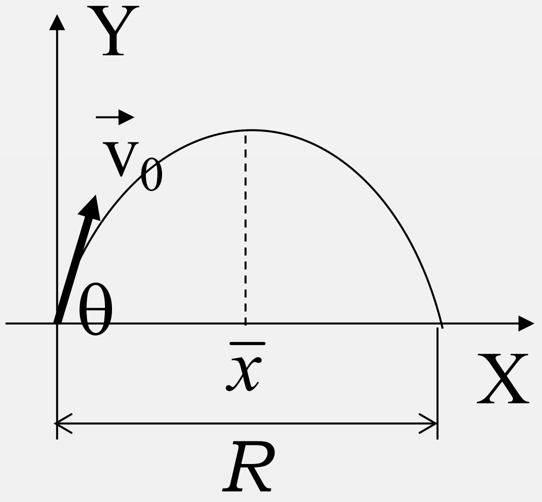
得：$\vec{v}=\vec{v}_o+\vec{a}t$

得：$\vec{r}=\vec{r}_o+\vec{v}_o t+\dfrac{1}{2}\vec{a}t^2$

五、抛体运动：

$$\vec{v}=v_0\cos\theta\vec{i}+(v_0\sin\theta-gt)\vec{j}$$

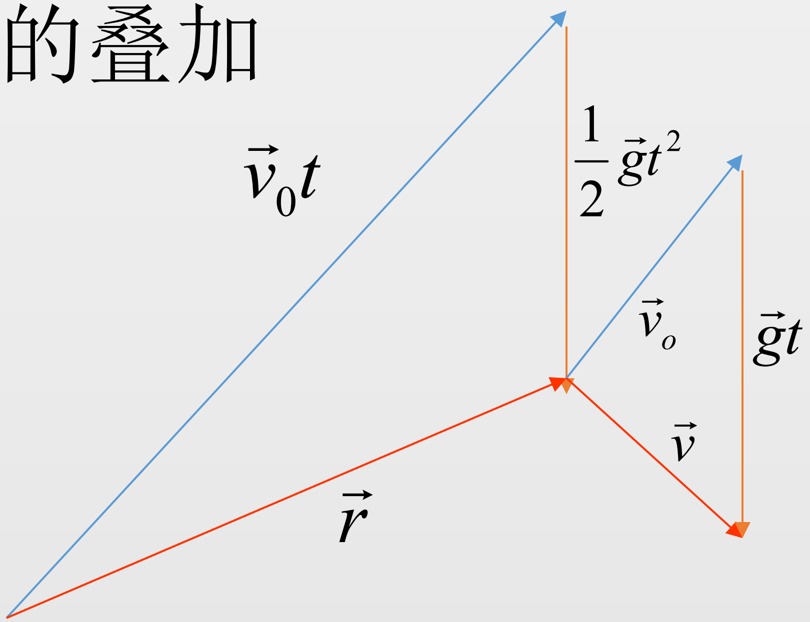
$$\vec{r}=(v_0\cos\theta\cdot t)\vec{i}+\left(v_0\sin\theta\cdot t-\frac{1}{2}gt^2\right)\vec{j}$$



抛体运动：初速$\vec{v}_0$方向的匀速直线运动与竖直方向上自由落体运动的叠加

$$\vec{v}=\vec{v}_o+\vec{g}t$$

$$\vec{r}=\vec{v}_0t+\frac{1}{2}\vec{g}t^2$$



六、角量与线量之间的关系

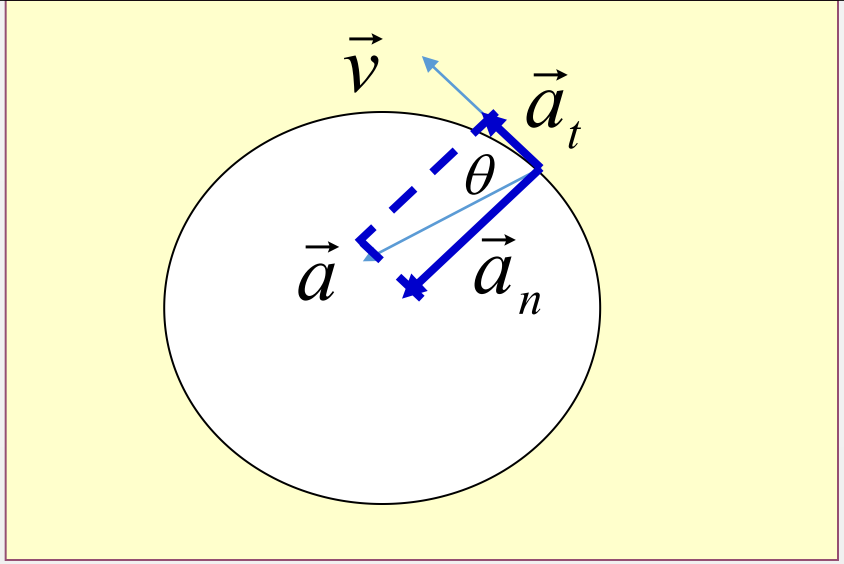
$$v = R\omega$$

$$a_n = v\omega = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\alpha$$

加速度的大小：$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$

与速度的夹角：$\theta = arctg\frac{a_n}{a_t}$



角量表示的（匀角加速）运动方程

$$\omega - \omega_0 = \alpha t$$

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

七、相对运动 一般关系式：$\vec{M}_{po}=\vec{M}_{po'}+\vec{M}_{o'o}$

八、动力学的二类问题

1. 已知作用在物体上的力，由力学规律来决定该物体的运动状态或平衡状态。
2. 已知物体的运动状态或平衡状态，由力学规律来推断作用在物体上的力。

隔离体法解题步骤

- 选隔离体——研究对象
- 确定参照系，建坐标系
- 受力分析并作受力图
- 初定运动状态
- 列方程并求解

九、非惯性参照系的力学规律 $\vec{F}+\vec{F}'=m\vec{a}'\quad \vec{F}'=-m\vec{a}''$

第2章 能量守恒

一般力的功：

$$A=\int dA=\int \vec{F}\cdot d\vec{s}=\int F\cos\theta ds=\frac{1}{2}mv_b^2-\frac{1}{2}mv_a^2$$

保守力的功：$\boxed{A_{保内}=-(E_{pb}-E_{pa})}$

$$E_{P重}=mgh$$

$$\boxed{E_p(x,y,z)=\int_{(x,y,z)}^{E_{pa}=0}\vec{F}\cdot d\vec{r}}$$

$$E_{P弹}=\frac{1}{2}kx^2$$

$$E_{P引}=-\frac{GMm}{r}$$

系统的动能定理

$$A=A_{外}+A_{保内}+A_{非保内}=E_{k2}-E_{k1}$$

系统的功能原理

$$A_{外}+A_{非保内}=E_2-E_1$$

机械能守恒定律

当$A_{外}+A_{非保内}=0$　　则：$E_{k2}+E_{P2}=E_{k1}+E_{P1}=C$

质点系的动量定理 $$\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}\mathrm{d}t=\sum_{i=1}^{n}m_i\vec{v}_i-\sum_{i=1}^{n}m_i\vec{v}_{i0}$$

质点系动量守恒定律

若质点系所受的**合外力**为零 $\vec{F}=\sum_i\vec{F}_i=0$

则系统的总动量守恒，即 $\vec{p}=\sum_i\vec{p}_i$ 保持不变 .

质心 $$\vec{r}_c=\frac{\sum_{i=1}^{n}m_i\vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n}m_i}\qquad \vec{r}_c=\int r dm/m$$

质心运动定律 $$\sum_i\vec{F}_i=m\vec{a}_c$$

碰撞

- 弹性碰撞: 碰后分开，动量守恒，动能守恒；
- 完全非弹性碰撞：碰后不分开，动量守恒，动能不守恒；
- 非弹性碰撞：碰后分开，动量守恒，动能不守恒。

质点的角动量 $\vec{L} \overset{def}{=} \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(\vec{r} \times \vec{p})}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$$

质点角动量守恒定律

$$\int_0^t \vec{M} dt = \int_{\vec{L}_0}^{\vec{L}} d\vec{L} = \vec{L} - \vec{L}_0$$

条件：$\vec{M} = 0$

- ①质点不受外力
- ②外力通过固定点

则：$\vec{L} = \vec{L}_0$ ——恒矢量

第3章 刚体的转动

刚体：彼此间距离保持不变的“质点系”

刚体运动：大量质点运动的总效应

刚体的定轴转动： 各点都有相同的$\Delta\theta$、ω、α

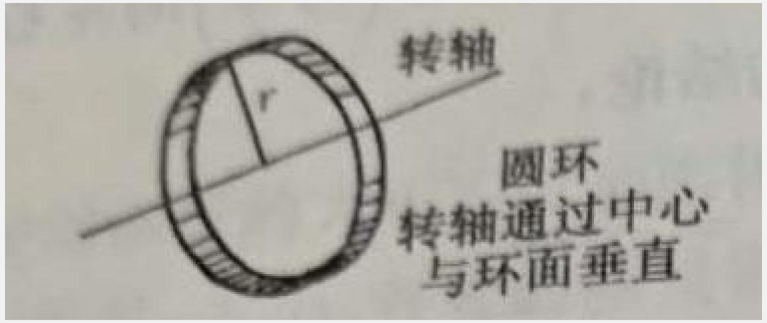
力矩是改变刚体转动状态的原因

$$M = J\alpha$$——转动定律

转动惯量：

$$J = \begin{cases} \sum_i r_i^2 \Delta m_i & \text{质量非连续分布} \\ \int_m r^2 dm & \text{质量连续分布} \end{cases}$$

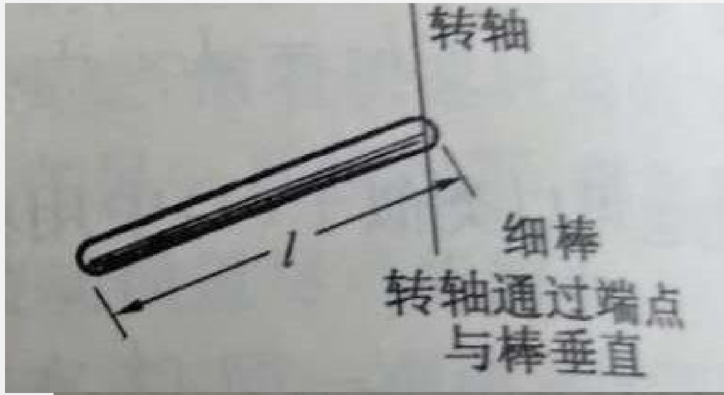
r为质元到转轴距离



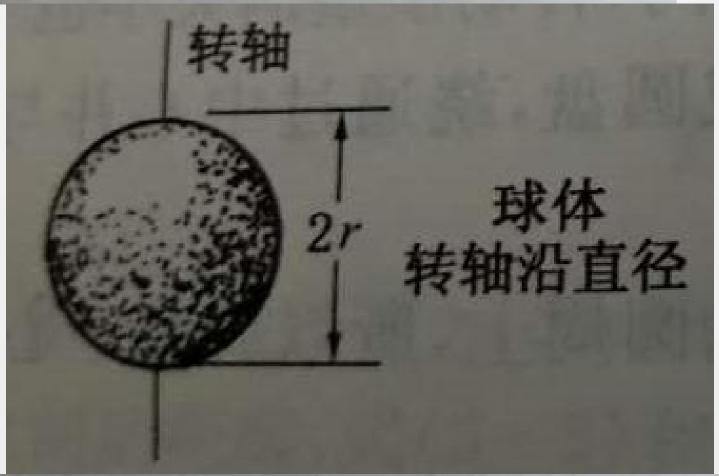
$$J=mr^2$$

$$J=\frac{mr^2}{2}$$

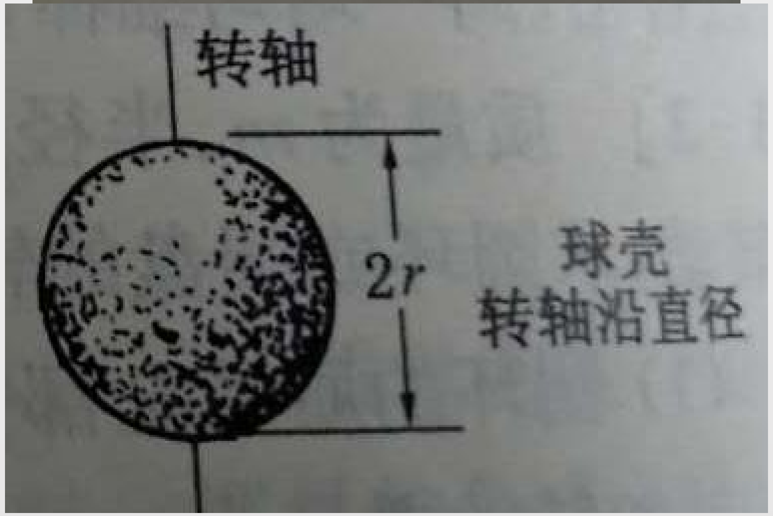
$$J=\frac{ml^2}{12}$$



$$J=\frac{ml^2}{3}$$



$$J=\frac{2mr^2}{5}$$



$$J=\frac{2mr^2}{3}$$

定轴转动动能定理

$$A=\int_{\theta_1}^{\theta_2} Md\theta=\frac{1}{2}J\omega_2{}^2-\frac{1}{2}J\omega_0^2$$

既有质点平动又有刚体定轴转动的系统：

$$A_{所有力矩}+A_{所有力}=E_{k2}-E_{k1}$$ ——系统的动能定理

其中：$E_k=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}J\omega^2$

$$A_{外力矩}+A_{外力}+A_{非保内力矩}+A_{非保内力}=E_2-E_1$$

其中：$E=E_k+E_p$ ——系统的功能原理

若：$A_{外力矩}+A_{外力}+A_{非保内力矩}+A_{非保内力}=0$

则：$E_2=E_1$ ——系统机械能守恒

刚体定轴转动的角动量 $\boxed{L = J\omega}$

刚体定轴转动的角动量定理

$$\boxed{\int_{t_1}^{t_2} M\mathrm{d}t = J\omega_2 - J\omega_1}$$

刚体定轴转动的角动量守恒定律

若 $M = 0$ ，则 $\boxed{L = J\omega = 常量}$

1.

以下五种运动形式中，$\vec{a}$ 保持不变的运动是

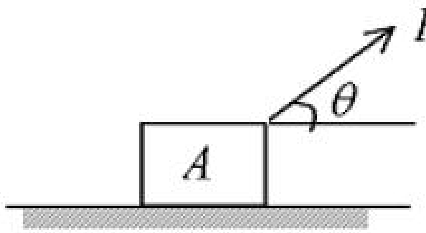
(A) 单摆的运动. (B) 匀速率圆周运动.

(C) 行星的椭圆轨道运动. (D) 抛体运动.

(E) 圆锥摆运动. [ ]

2.

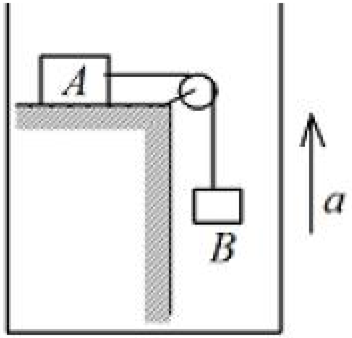
水平地面上放一物体 A，它与地面间的滑动摩擦系数为μ. 现加一恒力$\bar{F}$如图所示. 欲使物体 A 有最大加速度，则恒力$\bar{F}$与水平方向夹角θ应满足



(A) $\sin\theta=\mu$. (B) $\cos\theta=\mu$.

(C) $\mathrm{tg}\theta=\mu$. (D) $\mathrm{ctg}\theta=\mu$. [ ]

图示系统置于以 $a=\dfrac{1}{2}g$ 的加速度上升的升降机内，A、B 两物体质量相同均为 m，A 所在的桌面是水平的，绳子和定滑轮质量均不计，若忽略滑轮 轴上和桌面上的摩擦并不计空气阻力，则绳中张力为



(A) mg. (B) $\dfrac{1}{2}mg$.

(C) $2mg$. (D) $3mg/4$. [ ]

质量为 $m=0.5$ kg 的质点，在 Oxy 坐标平面内运动，其运动方程为 $x=5t$，$y=0.5t^2$（SI），从 $t=2$ s 到 $t=4$ s 这段时间内，外力对质点作的功为

(A) 1.5 J. (B) 3 J.

(C) 4.5 J. (D) -1.5 J. [ ]

5.

一烟火总质量为 $M+2m$，从离地面高 h 处自由下落到 $\frac{1}{2}h$ 时炸开成为三块，一块质量为 M，两块质量均为 m. 两块 m 相对于 M 的速度大小相等，方向为一上一下. 爆炸后 M 从 $\frac{1}{2}h$ 处落到地面的时间为 t_1，若烟火体在自由下落到 $\frac{1}{2}h$ 处不爆炸，它从 $\frac{1}{2}h$ 处落到地面的时间为 t_2，则

(A) $t_1 > t_2$. (B) $t_1 < t_2$.

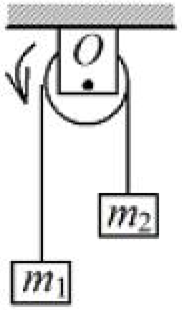
(C) $t_1 = t_2$. (D) 无法确定 t_1 与 t_2 间关系. [ ]

一船浮于静水中，船长 L，质量为 m，一个质量也为 m 的人从船尾走到船头. 不计水和空气的阻力，则在此过程中船将

(A) 不动. (B) 后退 L.

(C) 后退 $\frac{1}{2}L$. (D) 后退 $\frac{1}{3}L$. [ ]

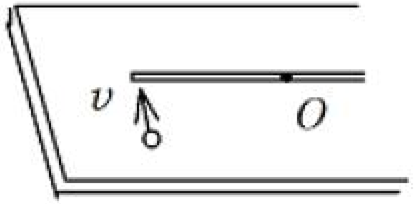
一轻绳跨过一具有水平光滑轴、质量为 M 的定滑轮，绳的两端分别悬有质量为 m_1 和 m_2 的物体($m_1 < m_2$)，如图所示．绳与轮之间无相对滑动．若某时刻滑轮沿逆时针方向转动，则绳中的张力



(A) 处处相等．　　(B) 左边大于右边．

(C) 右边大于左边．　　(D) 哪边大无法判断．

光滑的水平桌面上有长为 $2l$、质量为 m 的匀质细杆，可绕通过其中点 O 且垂直于桌面的竖直固定轴自由转动，转动惯量为 $\frac{1}{3}ml^2$，起初杆静止．有一质量为 m 的小球在桌面上正对着杆的一端，在垂直于杆长的方向上，以速率 v 运动，如图所示．当小球与杆端发生碰撞后，就与杆粘在一起随杆转动．则这一系统碰撞后的转动角速度是



(A) $\frac{lv}{12}$．　　(B) $\frac{2v}{3l}$．

(C) $\frac{3v}{4l}$．　　(D) $\frac{3v}{l}$．　　[　　]

有一半径为 R 的水平圆转台，可绕通过其中心的竖直固定光滑轴转动，转动惯量为 J，开始时转台以匀角速度ω_0转动，此时有一质量为 m 的人站在转台中心．随后人沿半径向外跑去，当人到达转台边缘时，转台的角速度为

(A) $\dfrac{J}{J+mR^2}\omega_0$． (B) $\dfrac{J}{(J+m)R^2}\omega_0$．

(C) $\dfrac{J}{mR^2}\omega_0$． (D) ω_0． [ ]

图(a)为一绳长为 l、质量为 m 的单摆．图(b)为一长度为 l、质量为 m 能绕水平固定轴 O 自由转动的匀质细棒．现将单摆和细棒同时从与竖直线成θ角度的位置由静止释放，若运动到竖直位置时，单摆、细棒角速度分别以ω_1、ω_2表示．则：

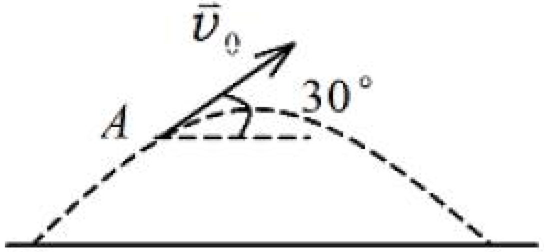
(a) (b)

(A) $\omega_1=\dfrac{1}{2}\omega_2$． (B) $\omega_1=\omega_2$．

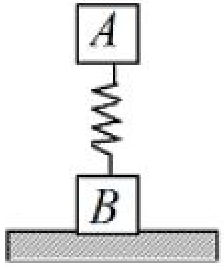
(C) $\omega_1=\dfrac{2}{3}\omega_2$． (D) $\omega_1=\sqrt{2/3}\,\omega_2$． [ ]

一质点沿直线运动,其运动学方程为 $x = 6t - t^2$ (SI)，则在 t 由 0 至 4s 的时间间隔内，质点的位移大小为 ____________，在 t 由 0 到 4s 的时间间隔内质点走过的路程为__________________.

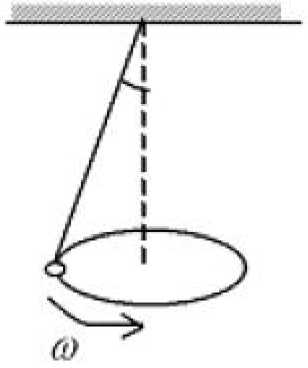
一物体作如图所示的斜抛运动，测得在轨道 A 点处速度 $\bar{v}$ 的大小为 v,其方向与水平方向夹角成 30° .则物体在 A 点的切向加速度 a_t=____________________，轨道的曲率半径 ρ=____________________.



质量相等的两物体 A 和 B，分别固定在弹簧的两端，竖直放在光滑水平面 C 上，如图所示．弹簧的质量与物体 A、B 的质量相比，可以忽略不计．若把支持面 C 迅速移走，则在移开的一瞬间，A 的加速度大小 a_A=_______，B 的加速度的大小 a_B=_______.



图示一圆锥摆，质量为 m 的小球在水平面内以角速度ω匀速转动．在小球转动一周的过程中，

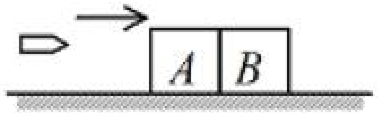


(1) 小球动量增量的大小等于____________________.

(2) 小球所受重力的冲量的大小等于__________________.

(3) 小球所受绳子拉力的冲量大小等于_________________.

两块并排的木块 A 和 B，质量分别为 m_1 和 m_2，静止地放置在光滑的水平面上，一子弹水平地穿过两木块，设子弹穿过两木块所用的时间分别为Δt_1 和Δt_2，木块对子弹的阻力为恒力 F，则子弹穿出后，



木块 A 的速度大小为______________________________，木块 B 的速度大小为

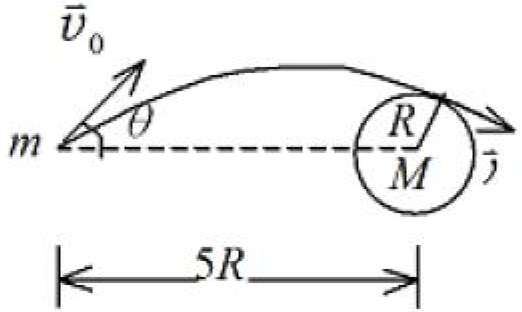
________________________.

已知地球的半径为 R，质量为 M. 现有一质量为 m 的物体，在离地面高度为 $2R$ 处. 以地球和物体为系统，若取地面为势能零点，则系统的引力势能为

______________________；若取无穷远处为势能零点，则系统的引力势能为

_______________.（G 为万有引力常量）

有一宇宙飞船，欲考察某一质量为 M、半径为 R 的星球，当飞船距这一星球中心 $5R$ 处时与星球相对静止. 飞船发射出一质量为 m（$m<<M$）的仪器舱，其相对星球的速度为 v_0，要使这一仪器舱恰好掠过星球表面（与表面相切），发射倾角应为θ（见图）. 为确定θ角，需设定仪器舱掠过星球表面时的速度 v，



并列出两个方程. 它们是______________________________与

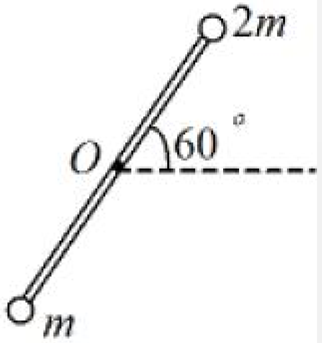
____.

三个质量均为 m 的质点，位于边长为 a 的等边三角形的三个顶点上．此系统对通过三角形中心并垂直于三角形平面的轴的转动惯量 J_0=______，对通过三角形中心且平行于其一边的轴的转动惯量为 J_A=__________．

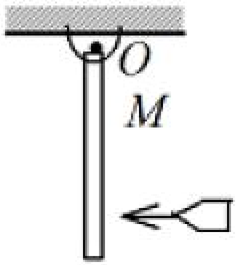
一根均匀棒，长为 l，质量为 m，可绕通过其一端且与其垂直的固定轴在竖直面内自由转动．开始时棒静止在水平位置，当它自由下摆时，它的初角速度等于__________，初角加速度等于__________．已知均匀棒对于通过其一端垂直于棒的轴的转动惯量为 $\frac{1}{3}ml^2$．

转动着的飞轮的转动惯量为 J，在 $t=0$ 时角速度为 ω_0．此后飞轮经历制动过程．阻力矩 M 的大小与角速度 ω 的平方成正比，比例系数为 k (k 为大于 0 的常量)．当 $\omega=\frac{1}{3}\omega_0$ 时，飞轮的角加速度 $\beta=$ ___________．从开始制动到 $\omega=\frac{1}{3}\omega_0$ 所经过的时间 t=__________________．

一长为 L 的轻质细杆，两端分别固定质量为 m 和 $2m$ 的小球，此系统在竖直平面内可绕过中点 O 且与杆垂直的水平光滑固定轴(O 轴)转动. 开始时杆与水平成 $60°$ 角，处于静止状态. 无初转速地释放以后，杆球这一刚体系统绕 O 轴转动. 系统绕 O 轴的转动惯量 $J=$____________. 释放后，当杆转到水平位置时，刚体受到的合外力矩 $M=$______________；角加速度 β ________________.



长为 l 的杆如图悬挂. O 为水平光滑固定转轴，平衡时杆竖直下垂，一子弹水平地射入杆中. 则在此过程中，______________系统对转轴 O 的________________守恒.



1. D　2. C　3. D　4. B　5. C　6. C　7. C　8. C　9. A　10. D

11. 8m；　10m

12. –g/2；　$2\sqrt{3}v^2/(3g)$

13. 0；　2g

14. 0；　$2\pi mg/\omega$；　$2\pi mg/\omega$

15. $\dfrac{F\Delta t_1}{m_1+m_2}$；　$\dfrac{F\Delta t_1}{m_1+m_2}+\dfrac{F\Delta t_2}{m_2}$

16. $\dfrac{2GmM}{3R}$；　$-\dfrac{GmM}{3R}$

17. $5mv_0R\sin\theta=mvR$；　$\dfrac{1}{2}mv_0^2-GMm/(5R)=\dfrac{1}{2}mv^2-GMm/R$

18. ma^2；　$\dfrac{1}{2}ma^2$

19. 0；　$3g/2l$

20. $-\dfrac{k\omega_0^2}{9J}$；　$\dfrac{2J}{k\omega_0}$

21. $3mL^2/4$；　$\dfrac{1}{2}mgl$；　$\dfrac{2g}{3L}$

22. 杆和子弹；　角动量