



- 1、差分法:先将求解区间\_\_\_\_\_，在这些离散点上用\_\_\_\_\_，把微分方程化为\_\_\_\_\_。
- 2、打靶法:将边值问题化为\_\_\_\_\_，然后再解初值问题。
- 3、建立差分方程的关键是 $u(x)$ 的二阶中心差商代替 $u''(x)$ ,即\_\_\_\_\_
- 4、对于二阶边值问题

$$\begin{cases} Lu = -u'' + q(x)u = f(x), & a < x < b \\ u(a) = \alpha, u(b) = \beta \end{cases}, \quad (1)$$

利用二阶中心差商代替 $u''(x)$ ，可得边值问题(1)的差分方程\_\_\_\_\_ 差分方程的截断误差为\_\_\_\_\_

[Home Page](#)[Title Page](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 1 of 7](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



边值问题(1)的差分方程可以写成矩阵的形式\_\_\_\_\_ 其系数矩阵是\_\_\_\_\_

5.还可以假设方程(1)具有以下差分方程

$$-\frac{1}{h^2}(u_{m+1} - 2u_m + u_{m-1}) + c_0(q_m u_m - f_m) + c_1(q_{m+1} u_{m+1} - f_{m+1}) \\ + c_2(q_{m-1} u_{m-1} + f_{m-1}) = 0$$

利用Taylor展开确定其中的系数，可得差分方程(8),其截断误差为\_\_\_\_\_

[Home Page](#)[Title Page](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 2 of 7](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



## 1、在构造

$$\begin{cases} -u'' + p(x)u' + q(x)u = f(x), \\ \alpha_1 u'(\alpha) + \alpha_2 u(\alpha) = \alpha, \\ \beta_1 u'(b) + \beta_2 u(b) = \beta, \end{cases} \quad (11)$$

的差分方程时，利用二阶中心差商代替 $u''(x)$ ，即\_\_\_\_\_ 产生的误差为\_\_\_\_\_. 希望一阶导数用差商代替所产生的误差也是 $O(h^2)$ ，所以用一阶中心差商代替一阶导数，即\_\_\_\_\_ 所以方程(11)的差分方程为\_\_\_\_\_

[Home Page](#)[Title Page](#)[«](#) [»](#)[◀](#) [▶](#)[Page 3 of 7](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



2、边界条件中的一阶导数， $u(x)$ 在点 $b$ 的\_\_\_\_\_代替 $u'(b)$ ，  
即\_\_\_\_\_  $u(x)$ 在点 $a$ 的\_\_\_\_\_代替 $u'(b)$ ，即\_\_\_\_\_ 在端  
点 $b$ ， $a$ 的差分方程的截断误差是\_\_\_\_\_

3、为了在端点获得截断误差为 $O(h^2)$ 的差分方程，用三个点上的  
函数值表示 $u$ 的一阶导数，例如在点 $b$ ，利用Taylor展开

$$\begin{aligned} & u'(x_N) - [au(x_N) + bu(x_{N-1}) + cu(x_{N-2})] \\ &= -(a+b+c)u(x_N) + [1+(b+2c)h]u'(x_N) - \frac{1}{2}(b+4c)h^2u''(x_N) + \frac{1}{6}(b+8c)h^3u'''(x_N) + \dots \end{aligned}$$

为了使余项得阶尽可能高， $a, b, c$ 必须满足\_\_\_\_\_

[Home Page](#)[Title Page](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 4 of 7](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



其解为\_\_\_\_\_，可得在***b***点的差分方程为\_\_\_\_\_ 其截断误差为\_\_\_\_\_

4、类似在点***a***,利用Taylor展开

$$u'(x_0) - [a'u(x_0) + b'u(x_1) + c'u(x_2)] \\ = -(a' + b' + c')u(x_0) + [1 - (b' + 2c')h]u'(x_0) - \frac{1}{2}(b' + 4c')h^2u''(x_0) - \frac{1}{6}(b' + 8c')h^3u'''(x_0) + \dots$$

为了使余项得阶尽可能高， $a', b', c'$ 必须满足\_\_\_\_\_ 其解为\_\_\_\_\_，可得在***b***点的差分方程为\_\_\_\_\_ 其截断误差为\_\_\_\_\_

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 5 of 7

Go Back

Full Screen

Close

Quit



1、在证明差分方程组(5)和(10)都有唯一解时，考虑的是与方程组相对应的\_\_\_\_\_，再利用\_\_\_\_\_可知不能在 $u_1, u_2, \dots, u_{N-1}$ 中取到\_\_\_\_\_，从而齐次方程组只有零解，所以程组(5)和(10)都有唯一解

2、把求二阶边值问题

$$\begin{cases} u'' = f(x, u, u'), a < x < b, \\ \alpha_1 u'(a) + \alpha_2 u(a) = \alpha, \\ \beta_1 u'(b) + \beta_2 u(b) = \beta, \end{cases} \quad (32)$$

的解转化为\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_，这就是打靶法，又称为简单打靶法。

[Home Page](#)[Title Page](#)[«](#) [»](#)[◀](#) [▶](#)[Page 6 of 7](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)

### 3.求解线性边值问题

$$\begin{cases} Lu = u'' + p(x)u' + q(x)u = f(x), a < x < b, \\ \alpha_1 u'(a) + \alpha_2 u(a) = \alpha, \\ \beta_1 u'(b) + \beta_2 u(b) = \beta. \end{cases} \quad (36)$$

时，可先求出以下三个初值问题\_\_\_\_\_的解，记为 $u_1(x)$ ,  $u_2(x)$ 和 $u_0(x)$ ,则边值问题

$$\begin{cases} Lu = f(x), \\ u(a) = s_1, u'(a) = s_2, \end{cases} \quad (40)$$

的解可表示为\_\_\_\_\_从而方程(36)解为\_\_\_\_\_

[Home Page](#)[Title Page](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 7 of 7](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)