

一、判断题（每小题 2 分，共 20 分，正确打“√”，错误打“×”）

1、 $\{1,3, \text{甲}, \text{牛}\} - \{3,5, \text{甲}, \text{丙}\} = \{1, \text{牛}\}$. ()

2、 $(P \rightarrow \neg Q) \wedge (R \vee Q) \Rightarrow (\neg R \rightarrow P)$. ()

3、 A 是一个集合，且 $|A|=m$ ，则 A 上有 2^{m^2-m} 个不同的反自反关系. ()

4、 $(A-B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$. ()

5、有限集合 A 上不同的划分个数和不同的等价关系个数不相等. ()

6、如果简单无向图 G 含有 3 个点的完全图作为其子图出现，那么 G 的色数至少为 3. ()

7、 $\forall x A(x) \vee \forall x B(x) \Rightarrow \forall x (A(x) \vee B(x))$. ()

8、不存在点数和边数分别为偶数和奇数的欧拉图 G . ()

9、连通平面图边数 e 和点数 v 满足关系式 $e > 3v - 6$. ()

10、群中每个元素都含有逆元. ()

二、单项选择题（每小题 3 分，共 18 分）

1、下列选项正确的是 () .

A. $\Phi \cap \{\Phi\} = \Phi$ B. $\Phi \cup \{\Phi\} = \Phi$

C. $\{2\} \in \{1, 2, 3\}$ D. $\Phi \in \{1, 2, 3\}$

2、下列集合 $X = \{a, b, c\}$ 上的关系中，不具有传递性的是 () .

A. $R_1 = \{ \langle a, c \rangle \}$; B. $R_2 = \{ \langle a, c \rangle, \langle a, a \rangle \}$;

C. $R_3 = \{ \langle a, c \rangle, \langle c, a \rangle \}$; D. $R_4 = \{ \langle a, c \rangle, \langle a, b \rangle \}$.

3、已知复合函数 $g \circ f$ 是满射的， f 为入射的，那么成立 () .

A. g 是入射的; B. g 是满射的;
C. g 不是入射的; D. g 未必是满射的.

4、若用 P : 我们调查了; Q : 我们有发言权. 那么, “没有调查, 就没有发言权”, 这句话的意思就是 () .

A. 如果你调查了, 那么你有发言权;
B. 如果你有发言权, 那么你一定调查了;
C. 如果你没有发言权, 那么你一定没调查;
D. 以上都不对.

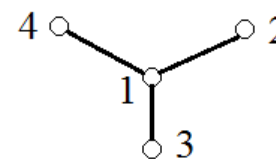
5、下列关于群 $\langle G, * \rangle$ 的描述, 唯一不正确的是 () .

A. G 中每个元素的逆元存在且唯一;
B. G 关于 “ $*$ ” 运算满足消去律;
C. 群中有零元;
D. 群中除了幺元外, 不存在其他元素也满足 $a * a = a$.

6、设 $L(x)$: x 是人; $E(x)$: x 是食物; $F(x, y)$: x 对 y 过敏. 则命题 “不是所有人对所有食物都不过敏.” 可符号化为 () .

A. $(\exists x)(L(x) \rightarrow F(x, y))$; B. $(\exists x)(\exists y)(L(x) \rightarrow E(y) \wedge F(x, y))$;
C. $(\exists x)(\exists y)(L(x) \wedge E(y) \rightarrow F(x, y))$; D. $(\exists x)(\exists y)(L(x) \wedge E(y) \wedge F(x, y))$.

三、（每小题 3 分，共 12 分）已知偏序集 $\langle A, \preceq \rangle$ 的哈斯图如下图所示：



1、请写出偏序关系的全部有序对；

2、画出偏序关系图；

3、子集 $\{2,4\}$ 的极大元、最小元、下确界分别是什么？

4、该偏序关系是否为全序关系？是否为良序关系？

四、命题逻辑题（每小题 6 分，共 12 分）

1、证明蕴含式 $P \wedge Q \Rightarrow P \rightarrow Q$.

2、求 $\neg((P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow P)) \vee \neg((R \rightarrow \neg Q) \rightarrow \neg P)$ 的主合取范式和主析取范式.

五、（10 分）已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 98, 99, 100\}$ ，以及 A 上的“同余模 3”的关系

$$R = \{ \langle x, y \rangle \mid x \equiv y \pmod{3}, x, y \in A \}.$$

1、证明“同余模 3”关系 R 是等价关系.

2、求出集合 A 中所有 100 个元素的等价类.

3、试求出从 A 中不重复地任取 3 个数，满足 3 个数之和能被 3 整除的取法种数.

六、（每小题 4 分，共 12 分）

实数集合 R 上定义二元运算“ \otimes ”为 $a \otimes b = a \cdot b - 2 \cdot a - 2 \cdot b + 6$ ，其中，等号右端的运算即实数间的加、减以及乘法运算.

1、检验运算 \otimes 满足交换律、结合律；

2、求证 $\langle R, \otimes \rangle$ 的零元 $\theta = 2$ ，么元 $e = 3$ ；

3、对不是零元的元素 a ，求其逆元 b .

七、作图题（第 1 小题 6 分，第 2 小题 4 分；共 10 分）

1、请对给定权值 13,5,3,2,7,9,11,4,3,1，作出最优 3 叉树.

2、（1）请画出一个结点数为奇数、边数为偶数的欧拉图，但不是哈密尔顿图；（2）请画出一个结点数为偶数、边数为奇数的哈密尔顿图，但不是欧拉图.

八、（6 分）设 $G = \langle V, E \rangle$ 是个简单连通平面图， $|V| = v$ ， $|E| = e$ ，若面数 r 小于 12，且 G 中每个结点的度数至少为 3，求证： G 中存在次数至多为 4 的面.

九、前缀码的应用