

[讨 论]质点运动速度大小为

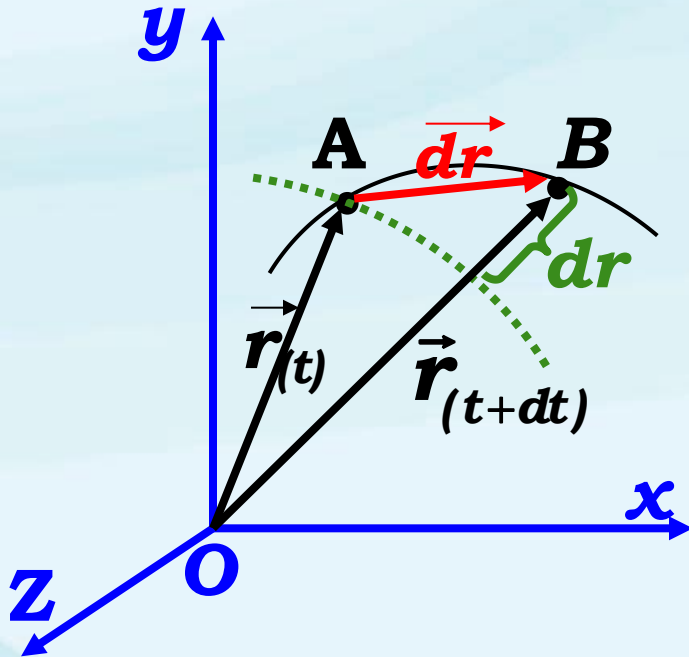
$(A) \frac{dr}{dt}$ $(B) \frac{d\vec{r}}{dt}$ $(C) \frac{d|\vec{r}|}{dt}$ $(D) \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$

径向速度大小

速度

径向速度大小

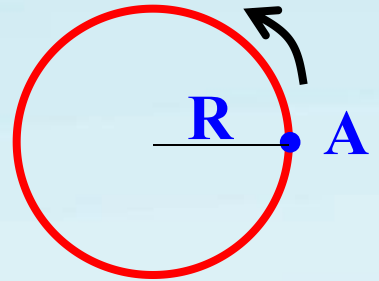
速度大小(速率)



[思考] 质点每t秒转一圈，求2t内平均速度、平均速率

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{2t} = 0$$

$$\bar{v} = \frac{2 \times 2\pi R}{2t}$$



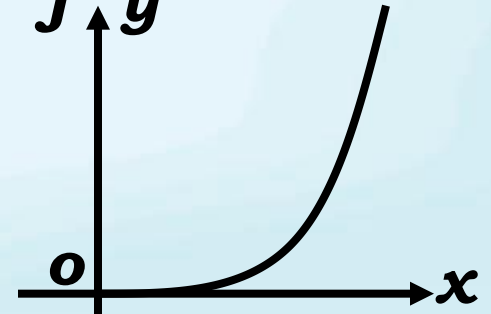
[例题1-1] 已知: 质点运动方程 $\vec{r} = t\vec{i} + 2t^2\vec{j}$

求其: (1) 轨迹方程

(2) t 时刻速度, 速率, 加速度

(3) 第3秒末的速度、加速度

(4) 第1秒到第2秒内平均速度、平均速率

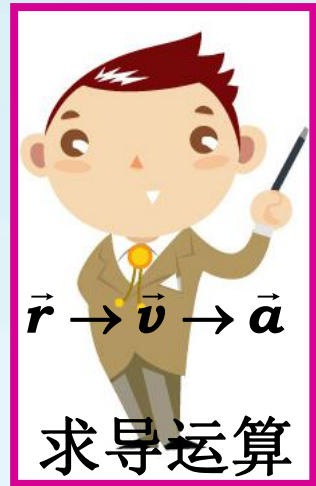


解: (1) $\begin{cases} x = t \\ y = 2t^2 \end{cases} \rightarrow y = 2x^2$

$$(2) \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i} + 4t\vec{j} \Rightarrow v = \sqrt{1 + 16t^2}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = 4\vec{j}$$

$$(3) \vec{v} \Big|_{t=3} = \vec{i} + 4t\vec{j} \Big|_{t=3} = \vec{i} + 12\vec{j} \quad \vec{a} = 4\vec{j}$$



[例题1-1] 已知: 质点运动方程 $\vec{r} = t\vec{i} + 2t^2\vec{j}$

求其: (1) 质点的轨迹方程

(2) t 时刻速度, 速率, 加速度

(3) 第3秒末的速度、加速度

(4) 第1秒到第2秒内平均速度、平均速率



解: (4)

平均速度

$$\vec{v} = \frac{\vec{r}_Q - \vec{r}_P}{\Delta t}$$

$$\vec{r}_Q = 2\vec{i} + 8\vec{j}$$

$$\vec{r}_P = \vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \vec{i} + 6\vec{j}$$

或 $|\vec{v}| = \frac{PQ}{\Delta t} = \frac{\sqrt{(8-2)^2 + (2-1)^2}}{2-1} = 6.083$

与x正向夹: $\tan^{-1} \frac{8-2}{2-1} = \tan^{-1} 6$

平均速率

$$\bar{v} = \frac{s}{\Delta t} = \int_P^Q ds = \int_1^2 \sqrt{(x'_t)^2 + (y'_t)^2} dt = \int_1^2 \sqrt{1 + 16t^2} dt = 6.086$$