

## 第七章 习题

1. 某物理体系由两个自旋  $\frac{1}{2}$  的非全同粒子组成. 已知粒子 1 处于  $S_{1z} = \frac{1}{2}$  的本征态, 粒子 2 处于  $S_{2x} = \frac{1}{2}$  的本征态, 求体系总自旋  $S^2$  的可能测量值及相应的概率 (取  $\hbar = 1$ ).

2. 一个处于中心势的粒子具有轨道角动量  $L = 2\hbar$  和自旋  $S = 1\hbar$ . 求和形如  $H_{so} = A\vec{L} \cdot \vec{S}$  的自旋-轨道相互作用项相关的能级和简并度, 这里  $A$  是个常数.

3. 两个自旋  $\frac{1}{2}$  的粒子组成的系统由等效 Hamilton 量

$$H = A(S_{1z} + S_{2z}) + B\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2$$

描述, 其中  $S_1$ 、 $S_2$  是两个粒子的自旋,  $S_{1z}$ 、 $S_{2z}$  是它们的  $z$  分量,  $A$  和  $B$  为常数. 求该 Hamilton 量的所有能级.

4. 两个无相互作用的粒子, 质量相同为  $m$ , 处于一维无限深势阱中, 势阱宽为  $2a$ , 在阱中势为零, 阱外势无穷大. (1) 求系统四个最低能级的值是多少? (2) 求这些能级的简并度, 如果这两个粒子 (i) 是全同粒子, 自旋为  $\frac{1}{2}$ ; (ii) 不是全同粒子, 自旋都为  $\frac{1}{2}$ ; (iii) 全同粒子, 自旋为 1.

5. 固定在  $z$  轴上的两个电子间存在一个磁偶极-偶极相互作用能

$$H = A(\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 - 3S_{1z}S_{2z})$$

$$\vec{S}_i = \frac{1}{2}\vec{\sigma}_i, \quad \vec{\sigma}_i \text{ 为 Pauli 矩阵, } A \text{ 为常数 (令 } \hbar = 1 \text{)}.$$

- (1) 用总自旋算子  $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$  表示  $H/A$ . (2) 求  $H/A$  的本征值和简并度.

6. 某个特殊的一维势阱具有下列束缚态单粒子能量本征函数:  $\varphi_a(x)$ ,  $\varphi_b(x)$ ,  $\varphi_c(x)$ , ... , 其中  $E_a < E_b < E_c \dots$ . 两个没有相互作用的粒子置于该势阱中. 对下列(1), (2),

(3)各种情形写下：两粒子体系可能达到的两个最低能级；上述两个能级各自的简并度；与上述能级相应的所有可能的两粒子波函数（用  $\varphi$  表示空间部分， $|S, M_s\rangle$  表示自旋部分， $S$  是总自旋）。（1）两个自旋为  $1/2$  的可区分粒子。（2）两个自旋为  $1/2$  的全同粒子。（3）两个自旋为  $0$  的全同粒子。