二、力对时间的积累效应

1、冲量（impulse)

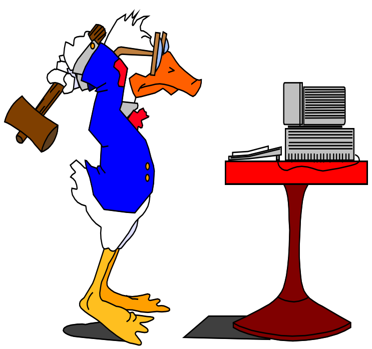
$$\vec{I}=\int_{t_2}^{t_1}\vec{F}\mathrm{d}t$$

2、动量定理 (theorem of momentum)

—质点所受合外力的冲量，等于该质点动量的增量

$$\vec{I}=\int\vec{F}\mathrm{d}t=\int\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\cancel{\mathrm{d}t}}\cancel{\mathrm{d}t}=\int\mathrm{d}\vec{p}=m\vec{v}-m\vec{v}_0$$

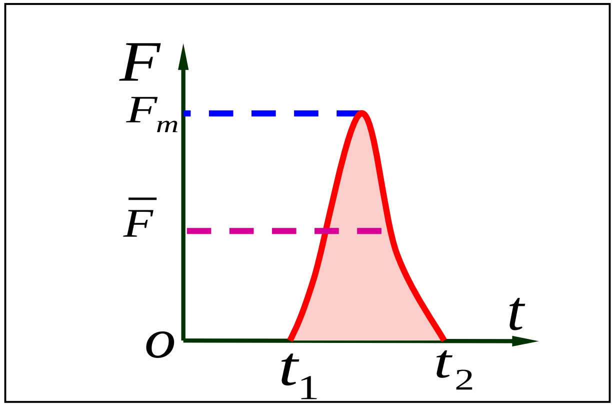
注意：动量为状态量, 冲量为过程量。



$$\int \vec{F}dt = m\vec{v} - m\vec{v}_0$$

若Δp 一定，则F的大小与时间有关（缓冲装置）

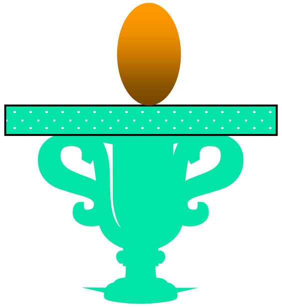
若$\Delta t \to 0$ $\Delta p >> 0$，则F一定很大



冲击力 $\int \vec{F}dt = \Delta S_{面积} = \overline{\vec{F}}\Delta t$

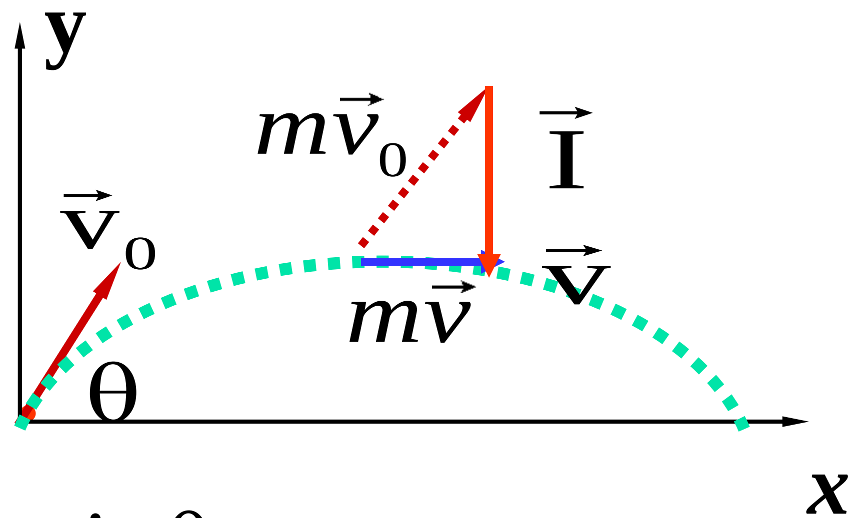
$h = 1.5m$ $\Delta t = 10^{-1}s$ $\dfrac{\overline{F}}{mg} \approx 6.5$

$\Delta t = 10^{-3}s$ $\dfrac{\overline{F}}{mg} \approx 550$



若F有限而$\Delta t \to 0$，则$\Delta p = 0$

例1、*m*的物体作斜抛运动，已知v_0和θ（忽略空气阻力），则物体从抛出点到最高点这一过程中所受外力的冲量为多少？



解法1、

$$\begin{cases} \vec{I} = \int_0^t \vec{F}\,dt = m\vec{g}\,t \\ v_y = v_0 \sin\theta - gt = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{I} = m\vec{g}\,\frac{v_0 \sin\theta}{g} = -mv_0 \sin\theta\,\vec{j}$$

解法2、 $\vec{I} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$

$$= mv_0 \cos\theta\,\vec{i} - m(v_0 \cos\theta\,\vec{i} + v_0 \sin\theta\,\vec{j})$$

解法3、 $I = \sqrt{(mv_0)^2 - (mv_0 \cos\theta)^2}$ **方向：−y**

例2、*m*、*v*的小球，以与钢板法线呈α角的方向撞击在钢板上，并以相同的速率和角度弹回来.设碰撞时间为Δt.求在此时间内钢板所受到的平均冲力 .

解 如图建立坐标系，由动量定理得

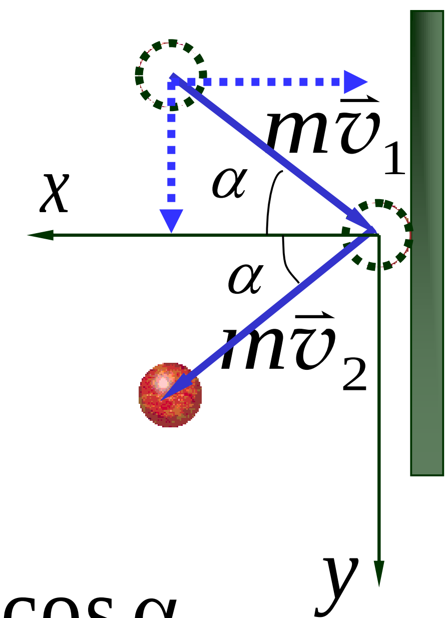
$$\overline{F}_x \Delta t = mv_{2x} - mv_{1x}$$

$$= mv\cos\alpha - (-mv\cos\alpha)$$

$$= 2mv\cos\alpha$$

$$\overline{F}_y \Delta t = mv_{2y} - mv_{1y}$$

$$= mv\sin\alpha - mv\sin\alpha = 0$$



小球所受的平均冲力 $\overline{F} = \overline{F}_x = \dfrac{2mv\cos\alpha}{\Delta t}$

钢板所受的平均冲力大小相等，方向沿 *x* 轴反向

若单位体积内有n个球打在面积为ΔS的钢板上，则钢板所受的平均压强为多少？

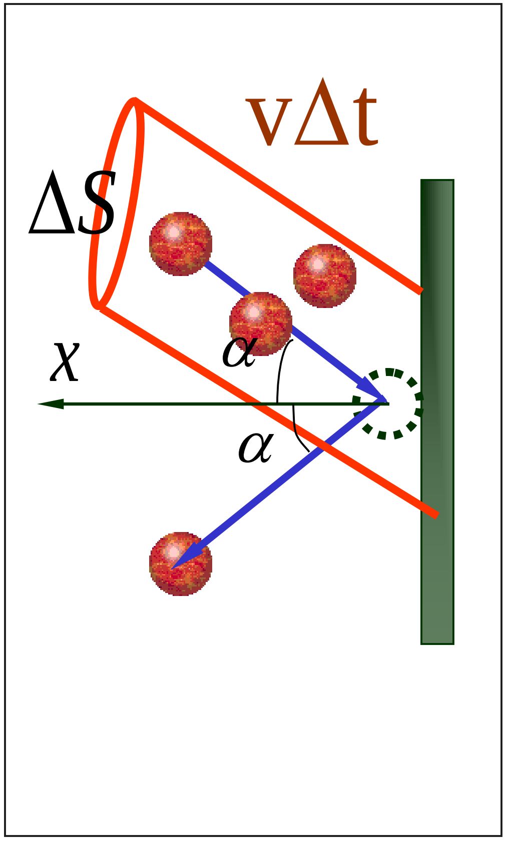
$$\bar{f}_x \Delta t = 2mv\cos\alpha$$

$$\bar{f}_y \Delta t = 0$$

$$\Delta t: \quad N = nv\Delta t\cos\alpha\Delta S$$

$$\bar{F}_x \Delta t = N\bar{f}_x \Delta t$$

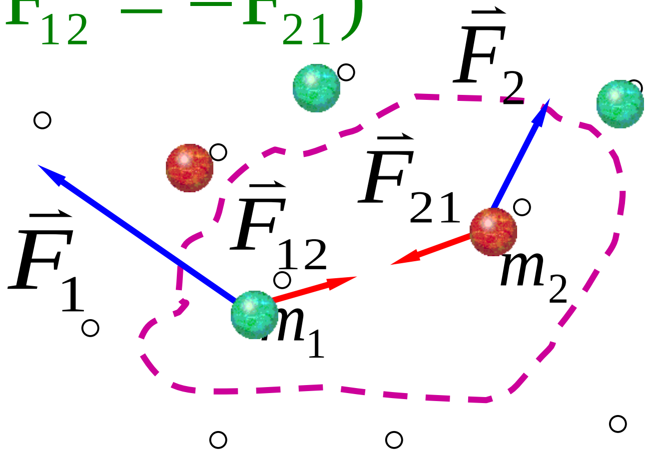
$$= nv\Delta t\cos\alpha\Delta S \times 2mv\cos\alpha$$



$$\bar{P} = \frac{\bar{F}_x}{\Delta S} = 2nmv^2\cos^2\alpha$$

3、动量守恒定律

$(\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21})$



$$\int_{t_0}^{t} (\vec{F}_1 + \vec{F}_{12})\mathrm{d}t = m_1\vec{v}_1 - m_1\vec{v}_{10}$$

$$\int_{t_0}^{t} (\vec{F}_2 + \vec{F}_{21})\mathrm{d}t = m_2\vec{v}_2 - m_2\vec{v}_{20}$$

$$\int_{t_0}^{t} (\vec{F}_1 + \vec{F}_2)\mathrm{d}t = (m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2) - (m_1\vec{v}_{10} + m_2\vec{v}_{20})$$

质点系动量定理

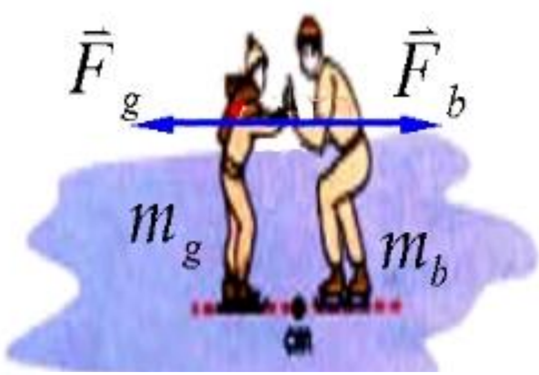
——作用于系统的合外力的冲量等于系统动量的增量.

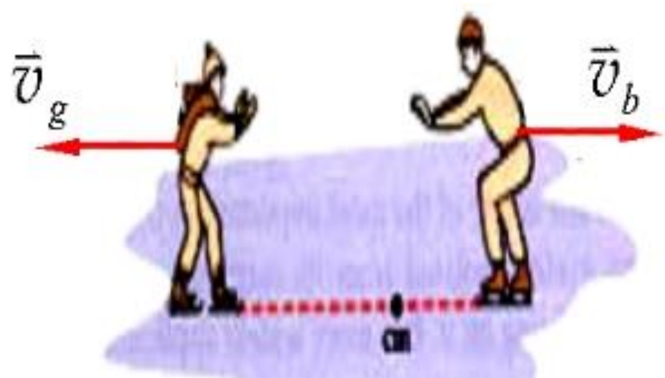
$$\vec{I} = \int_{t_0}^{t} \vec{F}_{外}\mathrm{d}t = \sum_i m_i\vec{v}_i - \sum_i m_i\vec{v}_{i0}$$

动量守恒定律——当质点系所受的合外力为零时，质点系的总动量保持不变.(惯性参照系)

$$\vec{F}_{外} = 0 \Rightarrow \sum_i m_i \vec{v}_i = 常矢量$$

1) 系统动量守恒，但每个质点的动量可能变化。



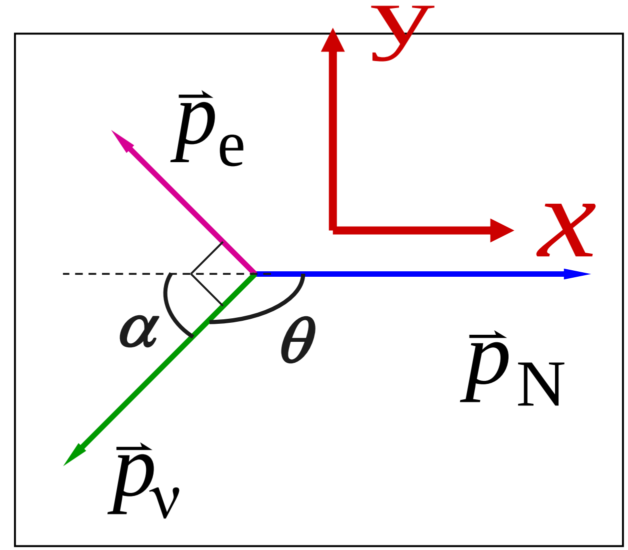


2) 动量守恒可在某一方向上成立(矢量性)

3) 在碰撞、打击、爆炸等相互作用时间极短的过程中(内力>>外力)， 可忽略外力。**中微子的发现**

例 3　书 p2-14

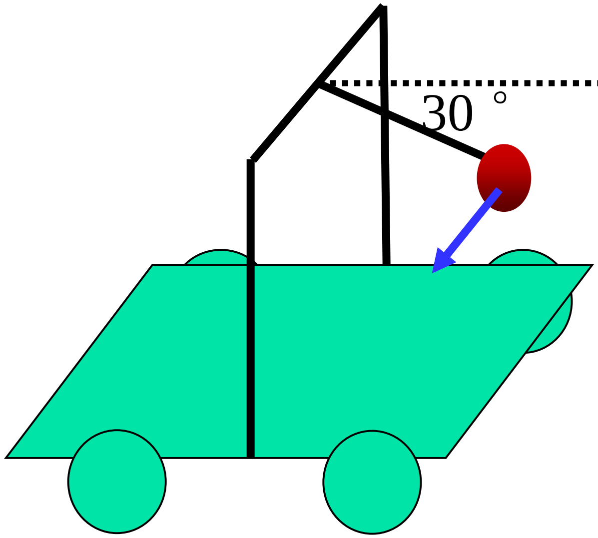
解　$\because \sum \vec{F}_i^{\text{ex}} << \sum \vec{F}_i^{\text{in}}$



$$\therefore \sum \vec{p}_i = \vec{C}$$

$$\Rightarrow \vec{\mathrm{p}}_{\mathrm{e}} + \vec{\mathrm{p}}_{\nu} + \vec{\mathrm{p}}_{\mathrm{N}} = 0$$

$$\left.\begin{aligned} &x:\quad \mathrm{p}_{\mathrm{N}} - \mathrm{p}_{\mathrm{e}} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \mathrm{p}_{\nu} \cos\alpha = 0 \\ &y:\quad \mathrm{p}_{\mathrm{e}} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \mathrm{p}_{\nu} \sin\alpha = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \alpha, p_N$$



例4、图为一摆车，它是演示动量守恒的一个装置。小车质量M，摆球质量m，摆长为l。开始时摆球拉到水平位置，摆车静止在光滑的水平面上，然后将摆球静止释放。求：

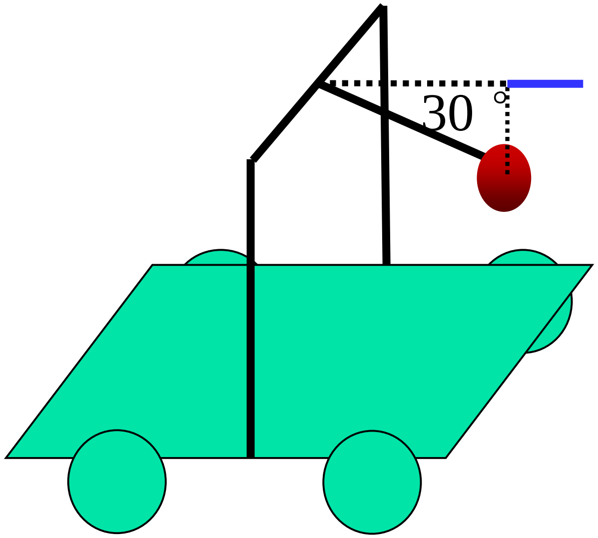
1）当摆球落至与水平方向成30°角时，小车移动的距离；

2）摆球到达最低点时，小车和摆球的速度各为多少？

解：以摆车为系统，水平方向动量守恒

$$0 = mv_{球地x} + Mv_{车地} \Rightarrow v_{车地} = -\frac{m}{M}v_{球地x}$$

$$\int v_{车地}dt = \int -\frac{m}{M}v_{球地x}dt$$



$$\vec{v}_{球地} = \vec{v}_{球车} + \vec{v}_{车地}$$

$$0 = mv_{球地x} + Mv_{车地}$$

$$= m(v_{球车x} + v_{车地}) + Mv_{车地}$$

$$= mv_{球车x} + (M + m)v_{车地}$$

$$\Rightarrow v_{车地} = -\frac{m}{M+m} v_{球车x}$$

$$\Delta r_{车地} = \int_0^t v_{车地} dt = -\frac{m}{M+m} \int_0^t v_{球车x} dt = -\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \frac{ml}{M+m}$$

2）摆球到达最低点时，小车和摆球的速度各为多少？

解：摆车为系统，水平方向动量守恒

$$0 = mv_{球地} + Mv_{车地}$$

以摆车、地球为系统，机械能守恒（摆球最低点Ep=0）

$$mgl = \frac{1}{2}mv^2_{球地} + \frac{1}{2}Mv^2_{车地}$$

$$v_{球地} = \sqrt{\frac{2Mgl}{M+m}} \qquad v_{车地} = \sqrt{\frac{2m^2gl}{M(M+m)}}$$

问题：小球此时所受的张力为多大？

我国长征系列火箭升空

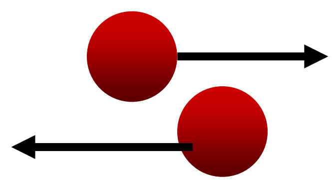
三、碰撞（collision)

——两物体在运动中相互靠近，或发生接触时，在极短的时间内发生强烈相互作用的过程.

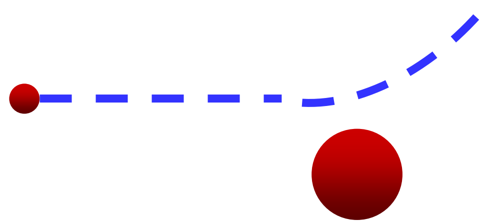
$$\vec{F}_{外} << \vec{F}_{内力} \Rightarrow \sum_{i} \vec{p}_i = \vec{C}$$

1）对心碰撞

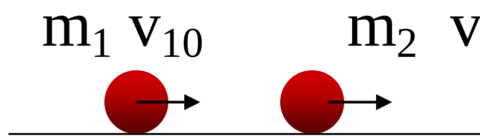
2）非对心碰撞

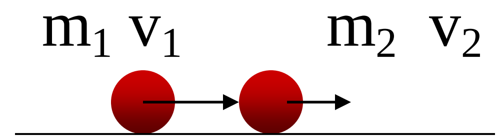


3）散射



a）完全弹性碰撞





——两物体碰撞之后，它们的动能之和不变

$$\begin{cases} m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ \frac{1}{2} m_1 v_{10}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{20}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \end{cases}$$

书 p78 2-25(c)

$$v_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_{10} + 2m_2 v_{20}}{m_1 + m_2}$$

$$v_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_{20} + 2m_1 v_{10}}{m_1 + m_2}$$

i)$m_1 = m_2$ 交换速度

$$v_1 = v_{20}, v_2 = v_{10}$$

ii)$m_2 >> m_1$ $v_{20}=0$ 小碰大

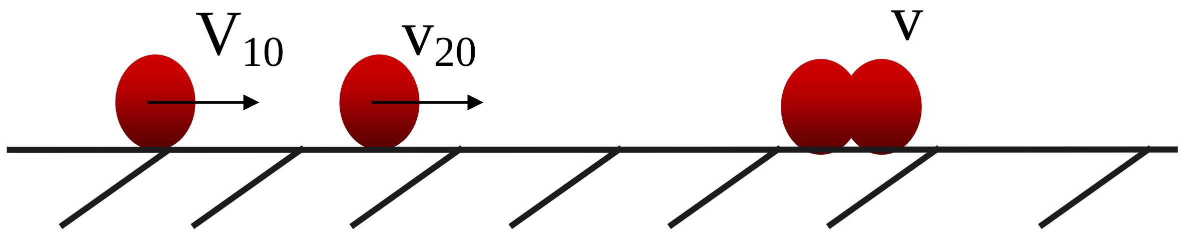
$$v_1 = -v_{10}, v_2 = 0$$

iii)$m_1 >> m_2$ $v_{20}=0$ 大碰小

$$v_1 = v_{10}, v_2 = 2v_{10}$$

b)完全非弹性碰撞

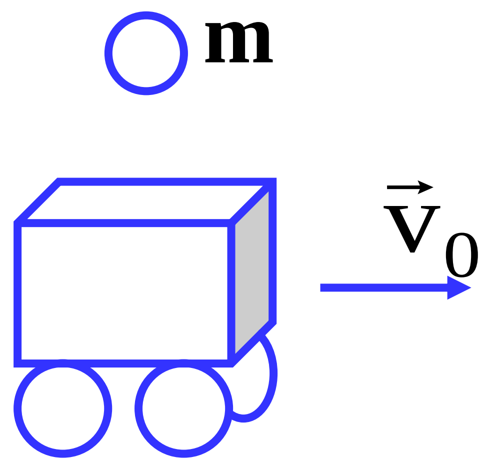
—— 两物体碰撞后,以同一速度运动.



$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = (m_1 + m_2) v$$

$$Mv_0 = (m + M)v$$

$$v = \frac{Mv_0}{m + M} < v_0$$

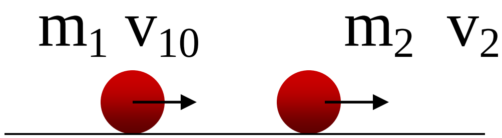


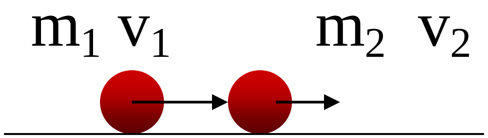
书P96 2-11

c)非弹性碰撞

——由于非保守力的作用，两物体碰撞后，使机械能部分转换为热能、声能，化学能等其他形式的能量.

考察完全弹性碰撞





$$\begin{cases} m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ \frac{1}{2} m_1 v_{10}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{20}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \end{cases}$$

$$m_1 v_{10} - m_1 v_1 = m_2 v_2 - m_2 v_{20}$$

$$m_1 (v_{10} - v_1)(v_{10} + v_1) = m_2 (v_2 - v_{20})(v_2 + v_{20})$$

$$\Rightarrow v_{10} - v_{20} = v_2 - v_1$$

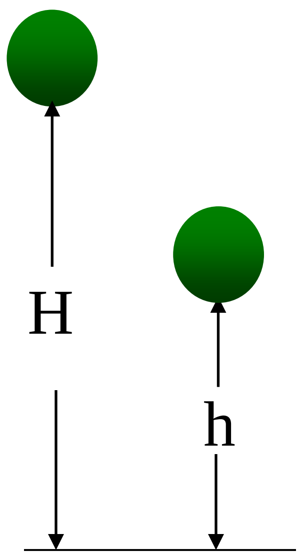
趋近速度　　分离速度

恢复系数 $e = \dfrac{v_2 - v_1}{v_{10} - v_{20}}$

一般非弹性碰撞： $0 < e < 1$

完全非弹性碰撞： $e = 0 \ (v_2 - v_1 = 0)$

完全弹性碰撞： $e = 1 \ (v_2 - v_1 = v_{10} - v_{20})$

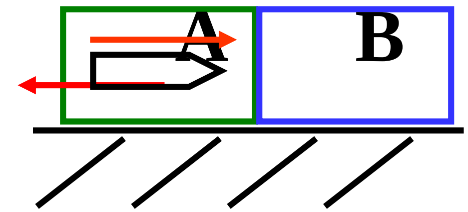


$$e = \frac{-(-v_1)}{v_{10}} = \sqrt{\frac{h}{H}}$$

$$\begin{cases} mgH = \dfrac{1}{2} m v_{10}^2 \\ mgh = \dfrac{1}{2} m v_1^2 \end{cases}$$

恢复系数	玻璃	铅	铁与铅	钢与软木
e	0.93	0.20	0.12	0.55

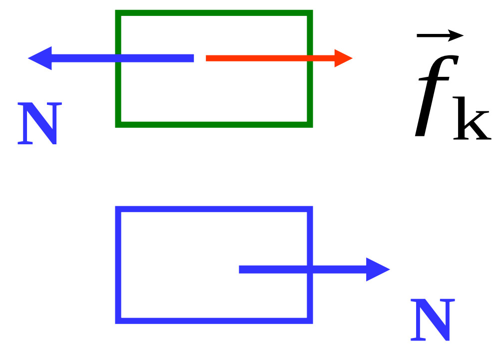
例1、书 P95 2-12



分析：子弹未击穿A时，A、B一起运动

穿过A后，A匀速运动，B在摩擦力作用下加速运动。

$$\left\{\begin{array}{l}(f_k - N)\Delta t = m_A v_A - 0 \\ N\Delta t = m_B v_B - 0 \\ v_B = v_A\end{array}\right.$$

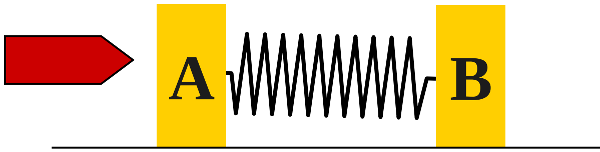


子弹穿入B: 子弹与B组成的系统动量守恒

$$m_B v_B + mv = (m_B + m)v'$$

子弹穿过A: $- f_k \Delta t = mv - mv_0$

例2、书P96　2-17



解： （1）子弹、A系统动量守恒

$$m_0 v_0 = (m_0 + m_A) v_1$$

（2）子弹与木块A一起压缩弹簧，当A、B具有共同速度v_2时，压缩量最大。此过程子弹、弹簧、A和B系统动量守恒和机械能守恒

$$(m_0 + m_A) v_1 = (m_0 + m_A + m_B) v_2$$

$$\frac{1}{2}(m_0 + m_A) v_1^2 = \frac{1}{2}(m_0 + m_A + m_B) v_2^2 + \frac{1}{2} k x^2$$