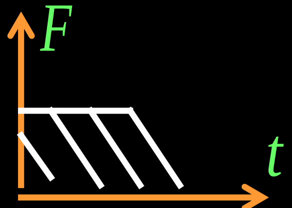


质点动力学——牛顿运动定律

动能定理 $A_{ab}=\int_a^b \vec{F}\cdot d\vec{r}=\frac{1}{2}mv_b^2-\frac{1}{2}mv_a^2$

$A=\int_a^b \vec{F}_{合力}\cdot d\vec{r}=\sum_i A_i$

$A_{保守内}=-\Delta E_P$ $E_{pa}=\int_a^{b(参考零点)} \vec{F}\cdot d\vec{r}$

$dA_{ij}=\vec{f}\cdot d\vec{r}_{ij}$

功能原理：$A_{外}+A_{非保内}=E_b-E_a$

机械能守恒定律（ $A_{外}+A_{非保内}=0$ ）

动量定理 $\vec{I}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}_{外}dt=\sum m_i\vec{v}_{2i}-\sum m_i\vec{v}_{1i}$

$\vec{I}=\vec{F}\Delta t$ 图解法

动量守恒：$\vec{F}_{外}=0$ 碰撞、打击和爆炸

角动量定律 $\int\vec{M}dt=\int\vec{r}\times\vec{F}dt=\vec{L}-\vec{L}_0$

角动量守恒 $\vec{M}_{外}=0$

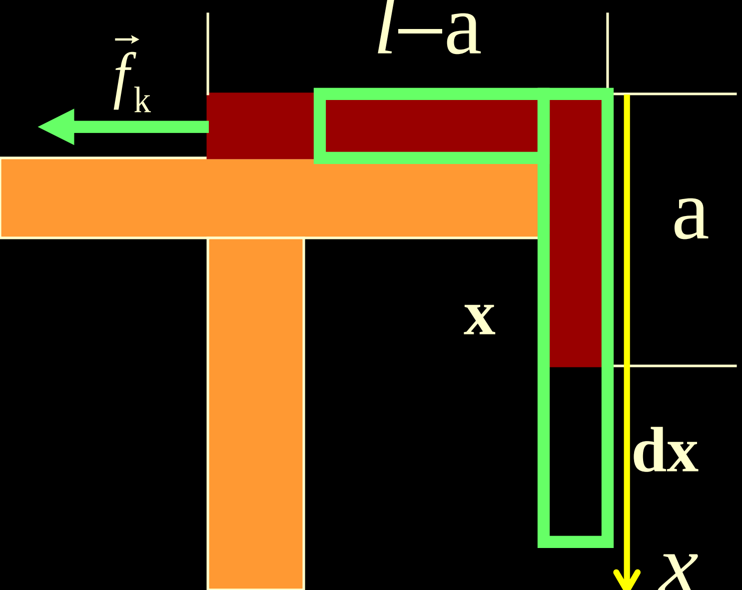
习题册二　2、

有一条长为l 质量为**m** 的均匀分布的链条成直线状放在光滑的水平桌面上。链条的一端有**a**长被推出桌子边缘，在重力作用下从静止开始下落，试求：1）链条刚离开桌面时的速度。2）若链条与桌面有摩擦并设摩擦系数为μ，情况又如何？

$$dA = \vec{F}\cdot d\vec{r} = \frac{m}{l}xgdx$$

$$F = \frac{m}{l}xg$$

$$A = \int_a^l \frac{m}{l}xgdx = \frac{1}{2}\frac{m}{l}g(l^2 - a^2) = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$



$$f_k = \mu N = \mu\frac{m}{l}(l - y)g$$

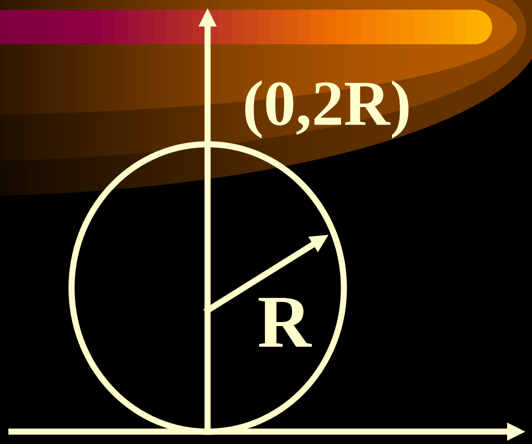
$$dA_f = \vec{f}_k \cdot d\vec{l} = -f_k dy = -\mu\frac{m}{l}(l - y)gdy$$

$$A_f = \int_a^l -\mu\frac{m}{l}(l - y)gdy = -\mu\frac{m}{2l}(l-a)^2 g$$

已知：$\vec{F} = F_0(x\vec{i} + y\vec{j})$ 求 (0,0)→(0,2R)的动能变化

$$dA = \vec{F}\cdot d\vec{r} = F_0(x\vec{i} + y\vec{j})\cdot(dx\vec{i} + dy\vec{j})$$

$$= F_0(x\,dx + y\,dy)$$

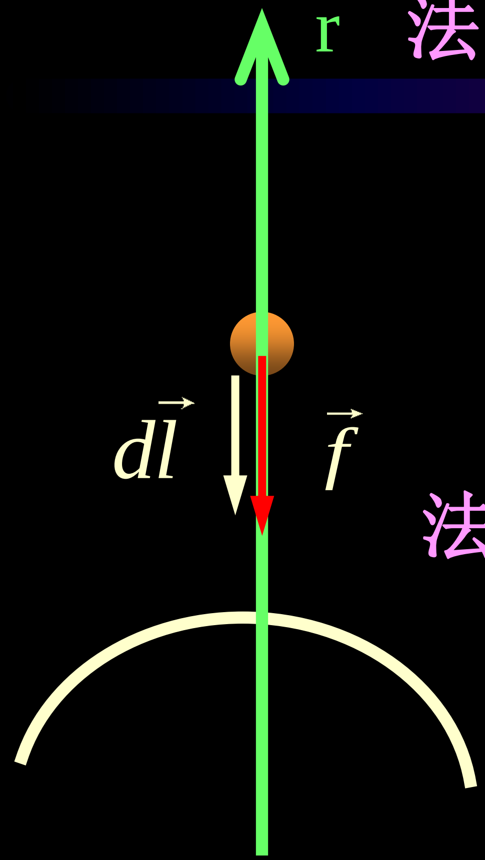


$$\Delta E_k = A = F_0\int_0^0 x\,dx + F_0\int_0^{2R} y\,dy$$

$$= F_0\left(\frac{1}{2}y^2\right)\Bigg|_0^{2R} = 2F_0R^2$$

习题册二、3

$$E_p(R)=0$$



法1 $$E_p(3R)=\int_{3R}^{R}\vec{f}\cdot d\vec{l}=\int_{3R}^{R} f\cos 0\,dl$$

$$=\int_{3R}^{R} G\frac{mM}{r^2}(-dr)=G\frac{2mM}{3R}$$

法2 $$E_p(3R)=\int_{3R}^{R}\vec{f}\cdot d\vec{r}=\int_{3R}^{\infty}\vec{f}\cdot d\vec{r}+\int_{\infty}^{R}\vec{f}\cdot d\vec{r}$$

$$=\int_{3R}^{\infty}\vec{f}\cdot d\vec{r}-\int_{R}^{\infty}\vec{f}\cdot d\vec{r}$$

$$=-G\frac{mM}{3R}-\left(-G\frac{mM}{R}\right)$$

$$E_{p\infty}(r)=-G\frac{mM}{r}$$

常用势能：

$$-G\frac{mM}{r} \qquad E_p(\infty)=0$$

$$mgh \qquad E_p(\text{地球表面})=0$$

$$\frac{1}{2}kx^2 \qquad E_p(0)=0$$

例、已知地球质量为**M**，半径为**R.** 一质量为**m** 的火箭从地面上升到距离地面高度为**2R**处，在此过程中，地球引力对火箭作的功为多少？

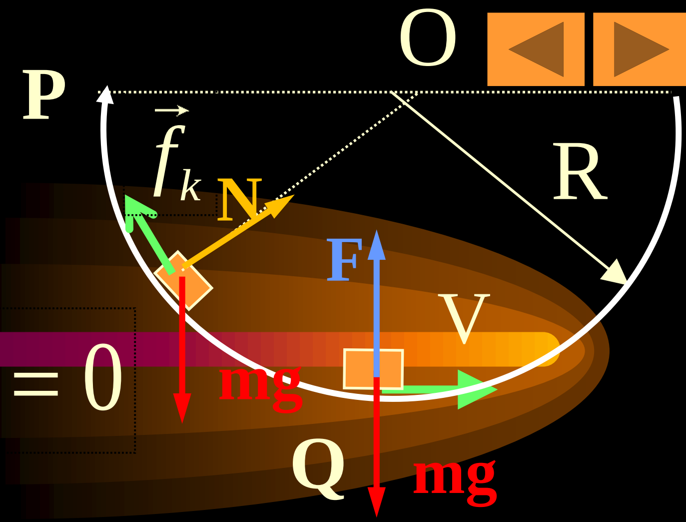
$$A=-\Delta E_p=-\left(\left(-G\frac{Mm}{3R}\right)-\left(-G\frac{Mm}{R}\right)\right)$$

自测练习 P3 6

已知：$m=0.5kg,\vec{r}=(2t+2t^2)\vec{i}+3t\vec{j}$，则在0—2s内，

外力对质点所做的功多少？冲量为多少？外力的方向？

例2、已知m静止从P点下滑，到Q点时，测的它对容器的压力为F，求从P到Q的过程中，摩擦力所做的功？



$$\begin{cases} A_f = \frac{1}{2}mv^2 - mgR \\ F - mg = m\frac{v^2}{R} \end{cases}$$

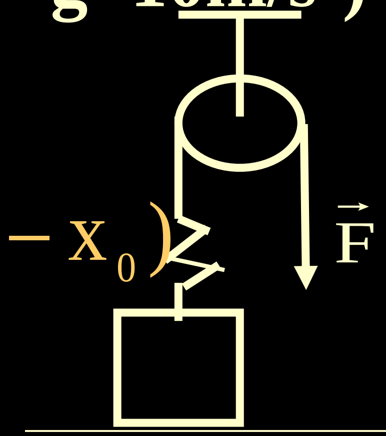
$$A_N = 0$$

例3、在图示系统中，外力 F缓慢地拉地面上的物体。初始时弹簧为自然长度，在把绳子拉下20cm的过程中，F所做的功为多少？(已知：k=200N/m，m=2kg，g=10m/s²)

$$kx_0 = mg \Rightarrow x_0 = 0.1m$$

$$A_F + A_{mg} + A_f = 0$$

$$(x = 0.2 - x_0)$$

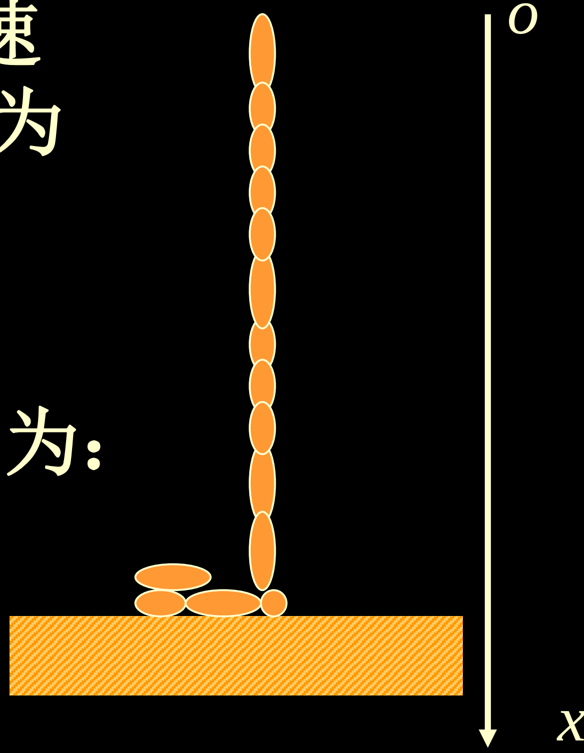


$$A_F = \left|A_{mg} + A_f\right| = mgx + \frac{1}{2}kx_0^2 = 3J$$

例、M的匀质链条，全长L，手持其上端，下端与地面接触，当链条自由下落在地面上，试证明任意时刻作用于桌面的压力等于桌面上绳的重量的三倍。

证明：设 t 时刻 x 的柔绳落至桌面，**dt**内将有质量**ρdx**的柔绳以**dx/dt**的速率碰到桌面而停止，它的动量变化为

$$dP = 0 - \rho dx \cdot v = -\rho dx \frac{dx}{dt}$$



根据动量定理，桌面对柔绳的冲力为：

$$F' = \frac{dP}{dt} = \frac{-\rho dx \cdot \frac{dx}{dt}}{dt} = -\rho v^2$$

柔绳对桌面的冲力$F = -F'$

$$F = \rho v^2 = \frac{M}{L} v^2$$

$$v^2 = 2gx \Rightarrow F = \frac{2Mgx}{L}$$

已落到桌面上的柔绳的重量为 $mg = \frac{M}{L} xg$

$$F_{总} = mg + F = 3\frac{M}{L} xg$$

考题：一颗子弹在枪筒里前进时所受的合力大小为

$$F = 400 - \frac{4\times10^5}{3}t$$

子弹从枪口射出的速率为300m/s。假设子弹离开枪口时合力刚好为零，则

$$F = 400 - \frac{4\times10^5}{3}t = 0 \Rightarrow t = 0.003s$$

（1）子弹走完枪筒全长所用的时间？

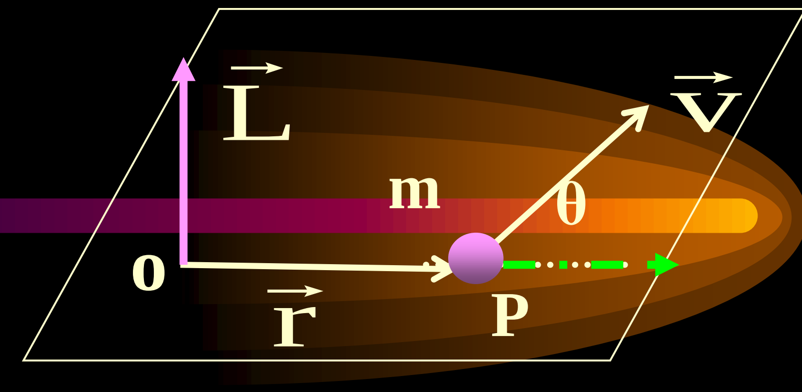
（2）子弹在枪筒中所受力的冲量？

$$I = \int_0^{0.003}\left(400 - \frac{4\times10^5}{3}t\right)dt = 0.6N\cdot s$$

（3）子弹的质量？

$$I = mv - 0 \Rightarrow m = \frac{I}{v} = \frac{0.6}{300} = 0.002kg$$

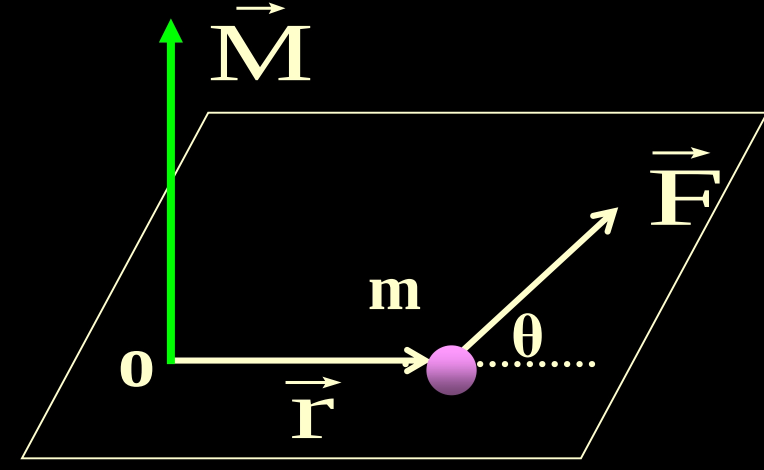
质点的角动量和力矩



角动量：$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$

大小：$L = r\,m\,v\sin\theta$

方向：右手螺旋定则判定



力矩：$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

大小：$M = r\,F\sin\theta$

方向：右手螺旋定则判定

质点的角动量定律：$\vec{M} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$

例1： 已知 $\vec{r} = a\cos\omega t\,\vec{i} + b\sin\omega t\,\vec{j}$，**m**。求对原点的角动量和力矩。

$$\vec{v} = -a\omega\sin\omega t\,\vec{i} + b\omega\cos\omega t\,\vec{j}$$

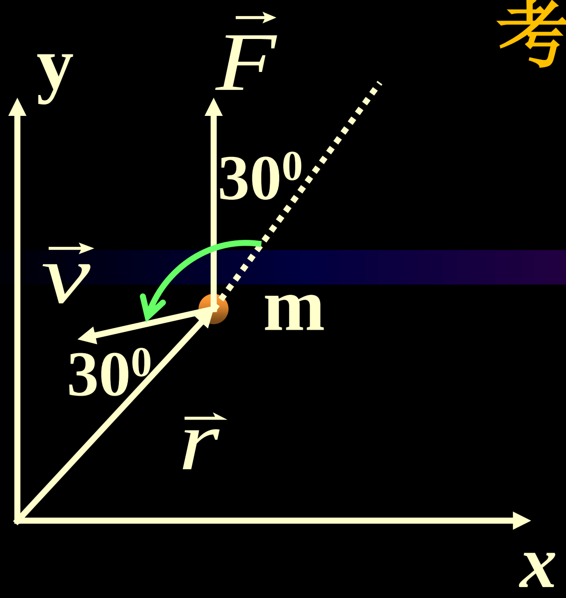
$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} = m\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a\cos\omega t & b\sin\omega t & 0 \\ -a\omega\sin\omega t & b\omega\cos\omega t & 0 \end{vmatrix}$$

$$= abm\omega\cos^2\omega t\,\vec{k} + abm\omega\sin^2\omega t\,\vec{k} = abm\omega\vec{k}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\omega^2\vec{r}$$

$$\vec{M} = \vec{r} \times m\vec{a} = -m\omega^2\vec{r} \times \vec{r} = 0$$

考题：求对原点的角动量和力矩



$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$$

大小： $L = rmv\sin 150^0$

方向： $\vec{k}$ (垂直纸面向外)

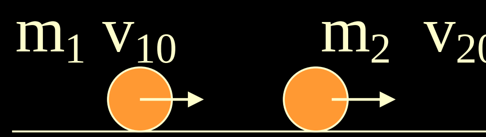
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

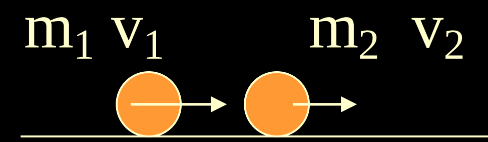
$\vec{M} = rF\sin 30^0\vec{k}$

大小： $M = rF\sin 30^0$

方向： $\vec{k}$

1）完全弹性碰撞





动量守恒、动能守恒

2）完全非弹性碰撞（动能不守恒）

$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = (m_1 + m_2) v$$

3）非弹性碰撞

已知：m_1、m_2对心碰撞，球1原来静止，球2碰后静止，求恢复系数

$$e = \frac{v_2 - v_1}{v_{10} - v_{20}}$$

$$m_1 v_1 = m_2 v_{20}$$

$$e = \frac{-v_1}{-v_{20}} = \frac{m_2}{m_1}$$

4）非对心碰撞