

一、填空题 (题数: 15, 共 64.0 分)

(4.0 分)

0.7358;0.7356;0.7357;0.7353;2/e

(4.0 分)

0.0006

(4.0 分)

0.4444;4/9

(4.0 分)

第一空：



0.3993;0.3994;0.3996;0.3995;0.3997;0.3999; $(1-e^{-1})^2$

我的答案:

5 疫情期间，某学校鼓励教师自带午餐，但学校食堂会为不带午餐的教师提供盒饭，假设该校有 600 名教师，每个教师中午去食堂吃饭的概率为 0.6, 若食堂中午每天准备了 380 份盒饭，试用中心极限定理估计每位教师中午都能吃到饭的概率为 _____ (答案用标准正态分布函数 $\Phi(z)$ 的近似函数计算: $\Phi(z) \approx \frac{z(4.4 - z)}{10} + \frac{1}{2}$)

(4.0 分)

正确答案

第一空:

0.9556;0.9559

我的答案:

6 设随机变量 X_1, X_2 同分布, X_1 的分布为 $P(X_1 = -1) = \frac{1}{4}, P(X_1 = 0) = \frac{1}{2}, P(X_1 = 1) = \frac{1}{4}$, 而且满足 $P(|X_1 + X_2| = 1) = 1$, 则 $P(X_1 = -1|X_2 = 0) =$ _____

(4.0 分)

正确答案

第一空:

0.5;0.50;0.500;0.5000;1/2

我的答案:

7 设随机变量 $X \sim F(1, n), Y \sim t(n)$, 常数 $c > 0$ 满足 $P(Y < c) = 0.85$, 则 $P(X < c^2) =$ _____

(4.0 分)

正确答案

第一空:

0.7;0.70;0.700;0.7000

我的答案:

8

X	-1	0	1
p	θ	$1-2\theta$	θ

 已知总体 \mathbf{X} 服从分布 _____, (1,0,0,-1,0,1,0,0,0) 是来自总体的样本, 则 θ 的矩法估计为 _____

(4.0 分)

正确答案

第一空:

0.1667;1/6



我的答案:

9 设随机变量 (X, Y) 的概率密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} 1, & |y| < x, 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求 $\text{cov}(X, Y) =$ _____
(4.0 分)

正确答案

第一空:

0;0.0;0.00;0.000;0.0000

我的答案:

10 若二维随机变量 (X, Y) 的概率密度函数为 $p(x, y) = \begin{cases} 6x, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求 $P\left\{\max(X, Y) < \frac{1}{2}\right\} =$ _____
(4.0 分)

正确答案

第一空:

0.125;0.1250;1/8

我的答案:

11 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} 2x^3 e^{-x^2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, 则 $D\left(\frac{1}{X}\right) =$ _____
(4.0 分)

正确答案

第一空:

0.2146;0.215;0.2150;0.2148;0.2145;0.2147;
 $1 - \frac{\pi}{4}$

我的答案:

12 设随机变量 X_1, X_2, X_3 相互独立, $X_i \sim B(i, \frac{1}{6}), i = 1, 2, 3$, $Y = \sum_{i=1}^3 X_i$, 求 $P(Y = EY) =$ _____
(4.0 分)

正确答案

第一空:

0.4018;0.4019;3125/7776;
 $\left(\frac{5}{6}\right)^5$

我的答案:



13

设随机变量 (X, Y) 服从单位圆上的均匀分布, 则 $X > \frac{1}{2}$ 或 $Y > \frac{\sqrt{3}}{2}$ 的概率为_____

(4.0 分)

正确答案

第一空:

0.2242;0.2244;0.2243; $\frac{\pi - \sqrt{3}}{2\pi}$

我的答案:

14

已知 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{2}$, $P(A - B) = \frac{1}{3}$, 又已知 B 与 C 互不相容, $P(A|C) = P(A|\bar{C})$, 求 $P(C|A \cup B) =$ _____

(4.0 分)

正确答案

第一空:

0.3;0.30;0.300;0.3000

我的答案:

15

某高校为调查疫情期间学生每天的学习时间是否超过 8 小时, 特意从一、二、三年级中各抽取 400,300 和 200 名同学做问卷调查, 得知三个年级中学习超过 8 小时的人数分别为 300,270,180, 现随机抽查一个年级并从中抽取两份问卷, 问第二次抽到的问卷是学习超过 8 小时的概率为_____; 已知第二次抽到的问卷是学习时间超过 8 小时的, 求抽到的第一份是学习时间小于 8 小时的概率为_____

(8.0 分)

正确答案

第一空:

0.85;0.850;0.8500

第二空:

0.1446;0.1445;0.1447

我的答案:

二、单选题 (题数: 12, 共 36.0 分)

1

下列二元函数中, 可以作为二维连续型随机变量的联合概率密度函数的是 ()

(3.0 分)

A、
$$f_A(x, y) = \begin{cases} \sin x, & 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

B、



$$f_2(x, y) = \begin{cases} \sin x, & -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

C、
$$f_1(x, y) = \begin{cases} \sin x, & -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

D、
$$f_3(x, y) = \begin{cases} \sin x, & 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

正确答案： A

2 若二维随机变量 $(X, Y) \sim N(1, 4, 9, 16, 0.5)$, 则 $X - Y$ 服从分布 ()

(注: 二维联合正态分布的表示法为 $(X, Y) \sim N(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho)$)

(3.0 分)

A、 $N(-8, 28)$

B、 $N(-3, 25)$

C、 $N(10, 20)$

D、 $N(-3, 13)$

正确答案： D

3 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 2xy, & 0 < x < 1, 0 < y < 2x \\ 0, & \text{其他} \end{cases},$$

$Z = X + \frac{1}{2}Y$ 的概率密度函数为 $f_Z(z)$, 下列正确的是 ()

(3.0 分)

A、 $DZ = \frac{17}{225}$

B、
$$f_Z(z) = \begin{cases} \frac{2}{3}z^3, & 0 \leq z < 1 \\ -\frac{2}{3}(z^3 - 6z + 4), & 1 \leq z < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

C、 随机变量 X, Y 相互独立

D、
$$f_{Y|X}(y|x) = \begin{cases} \frac{y}{2x^2}, & 0 < x < 1, 0 < y < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

正确答案： B

4 本人承诺独立完成本次考试的答题, 不以任何形式与他人交流问题的答案. 若有违背自愿承担作弊后果 (注意: 填空题只需填最后的结果, 只能填数字, 除不尽四舍五入保留小数点后第 4 位)

(3.0 分)

A、 不同意

B、 同意

正确答案： B

5 已知总体 $X \sim U(\theta, 0)$, 其中 θ 为未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自该总体的样本, 则 θ 的极大似然估计为 ()

3.0 分

(3.0 分)

- A、 $-\min(X_1, X_2, \dots, X_n)$
B、 $\max(X_1, X_2, \dots, X_n)$
C、 $\min(X_1, X_2, \dots, X_n)$
D、 $-\max(X_1, X_2, \dots, X_n)$

正确答案： C

6 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 2xy, & 0 < x < 1, 0 < y < 2x \\ 0, & \text{其他} \end{cases},$$

则 X 的边缘密度函数为 ()

(3.0 分)

- A、 $f_X(x) = \begin{cases} \int_0^{\frac{y}{2}} 2xydy, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$
B、 $f_X(x) = \begin{cases} \int_0^{2x} 2xydy, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$
C、 $f_X(x) = \begin{cases} \int_0^1 2xydy, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$
D、 $f_X(x) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} 2xydy, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

正确答案： B

7 已知某品牌电脑的使用寿命 (单位: 年) $X \sim E\left(\frac{1}{5}\right)$, 小张购买了一台此品牌的电脑, 问他已经使用了 3 年还可以再用 5 年的概率为 ()

(3.0 分)

- A、 $1 - e^{-1}$
B、 $e^{-\frac{8}{5}}$
C、 e^{-1}
D、 $1 - \frac{1}{5} e^{-1}$

正确答案： C

8 随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)$, $Y = aX + b (a \neq 0)$, 则 Y 的概率密度函数 $p_Y(y) = ()$

(3.0 分)

- A、 $\frac{1}{|a|} f\left(\frac{y-b}{a}\right)$
B、 $\frac{1}{a} f\left(\frac{y-b}{a}\right)$
C、 $a f(ay + b)$
D、 $|a| f(ay + b)$



正确答案： A

9 若连续型随机变量 X 的概率密度函数为 $p(x)$, 分布函数为 $F(x)$, X 与 $-X$ 同分布, 则下列关系正确的是 ()
(3.0 分)

- A、 $X = 0$
B、 $p(x) = p(-x)$
C、 $F(x) = F(-x)$
D、 $P(X = 0) = 1$

正确答案： B

10 总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 已知, 样本容量 $n \geq$ () 时,
才能使总体均值 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间长不大于 L .
(注: $Z_{0.025} = 1.96$)
(3.0 分)

- A、 16
B、 $16\sigma^2/L^2$
C、 $15\sigma^2/L^2$
D、 $15.3664\sigma^2/L^2$

正确答案： D

11 中盐公司生产的某种无碘盐, 规定每袋净重为 400g, 每袋的质量服从标准差为 10g 的正态分布。为检验这批产品的质量是否合格, 随机抽查了 100 袋, 测得这 100 袋无碘盐的样本均值为 399g, 标准差为 6g, 在置信水平 $\alpha = 0.05$ 下, 为了检验这批无碘盐的质量是否有所减少, 下列方法正确的是 ($Z_{0.05} = 1.65$) ()
(3.0 分)

- A、 $H_0: \mu \geq 400, Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n}, \hat{Z} = -1$, 不拒绝 H_0 ;
B、 $H_0: \mu < 400, Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n}, \hat{Z} = -1$, 不拒绝 H_0 ;
C、 $H_0: \mu \geq 400, Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n}, \hat{Z} = -1.66$, 拒绝 H_0 ;
D、 $H_0: \mu < 400, Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n}, \hat{Z} = -1.66$, 拒绝 H_0 ;

正确答案： A

12 下列 6 个命题中正确的个数有 ()

- (1) $E\left(\frac{1}{X}\right) = \frac{1}{EX}$;
(2) 若随机变量 X, Y 的相关系数为 1, 则有 $Y = aX + b$, 其中 $a > 0$;
(3) 单点分布和任意分布既不相关又独立;
(4) 若随机变量 $X \sim N(1, 4), Y \sim N(2, 9)$, 则 $X + Y \sim N(3, 13)$;
(5) 当参数 μ 已知时, $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ 是总体方差 σ^2 的无偏估计量;
(6) 样本标准差 S_{n-1} 是总体标准差的无偏估计.

(3.0 分)

A、 3

B、 1

C、 0

D、 2

正确答案： B

