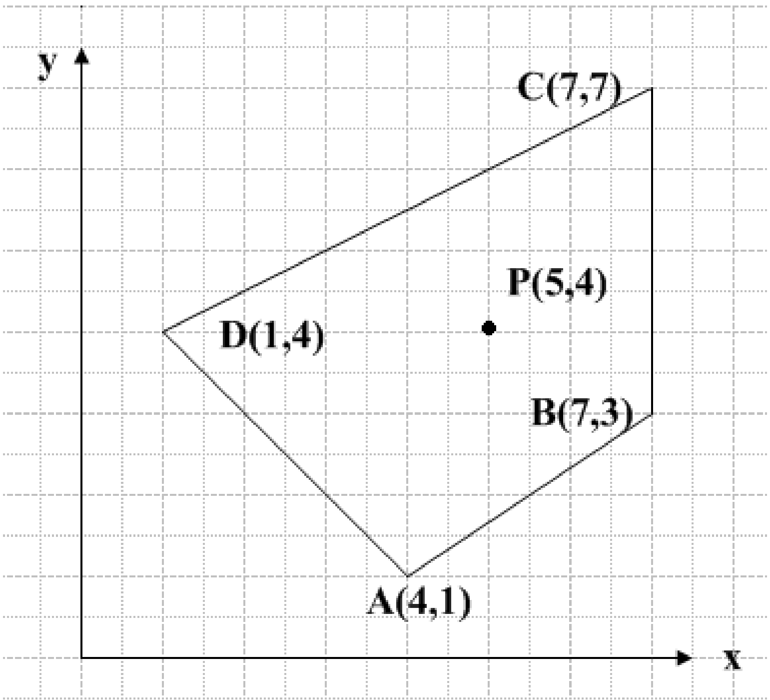
Quiz 2

一、 如图所示四边形 **ABCD**,求绕 **P(5,4)** 点,逆时针旋转 **90°** 的变换矩阵，并求出各个端点坐标，并画出变换后图形。（**5** 分）



二、 已知三角形 **ABC** 各顶点的坐标 **A(2,3)**、**B(6,2)**、**C(3,5)**，相对直线 P_1P_2(线段的坐标分别为：P_1 **(1,2)** 、P_2 **(8,3)**)做对称变换后到达 **A'**、**B'**、**C'**；试计算 **A'**、**B'**、**C'**的坐标值。（要求用齐次坐标进行变换，列出变换矩阵，列出计算式子，不要求计算结果）（**5** 分）

一 答案

$$T_1=\begin{bmatrix}1 & 0 & -5\\ 0 & 1 & -4\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix},$$

$$R=\begin{bmatrix}\cos 90 & -\sin 90 & 0\\ \sin 90 & \cos 90 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix},$$

$$T_2=\begin{bmatrix}1 & 0 & 5\\ 0 & 1 & 4\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

所以变换矩阵为$T=T_2RT_1=\begin{bmatrix}0 & -1 & 9\\ 1 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$

所以得到各个端点坐标为：

$$\begin{bmatrix}0 & -1 & 9\\ 1 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4 & 7 & 7 & 1\\ 1 & 3 & 7 & 4\\ 1 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}8 & 6 & 2 & 5\\ 3 & 6 & 6 & 0\\ 1 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

二 答案

（1） 将 P_1 (1，2)平移至坐标原点：

$$T_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

（2）线段 P_1P_2 与 X 轴夹角为 $\theta = arctg\dfrac{1}{7}$

（3）顺时针方向旋转 θ 角： $T_B = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

（4）关于 x 轴对称： $T_C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

（5）逆时针旋转 θ 角： $T_D = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

（6）将线段平移回原处 $T_E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

（7） 变换矩阵：$T= T_E * T_D * T_C * T_B * T_A$

（8） 求变换后的三角形 ABC 各顶点的坐标 A’、B’、C’

A’: $\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = T * \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ **B’:** $\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = T * \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

C’: $\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = T * \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$