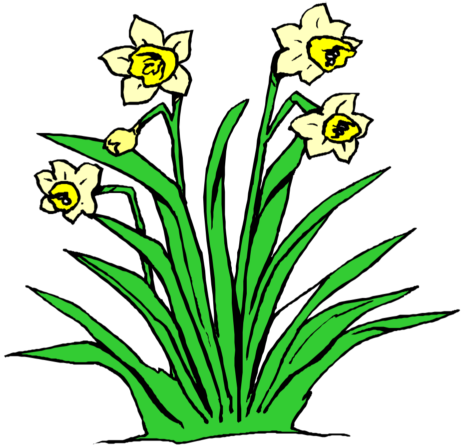
第五章　波动



5.1，5.2 波的几个概念

波动是振动的传播过程.

振动是激发波动的波源.

波动
- 机械波　机械振动在弹性介质中的传播.
- 电磁波　交变电磁场在空间的传播.

两类波的不同之处

❖机械波的传播需有传播振动的介质;

❖电磁波的传播可不需介质.

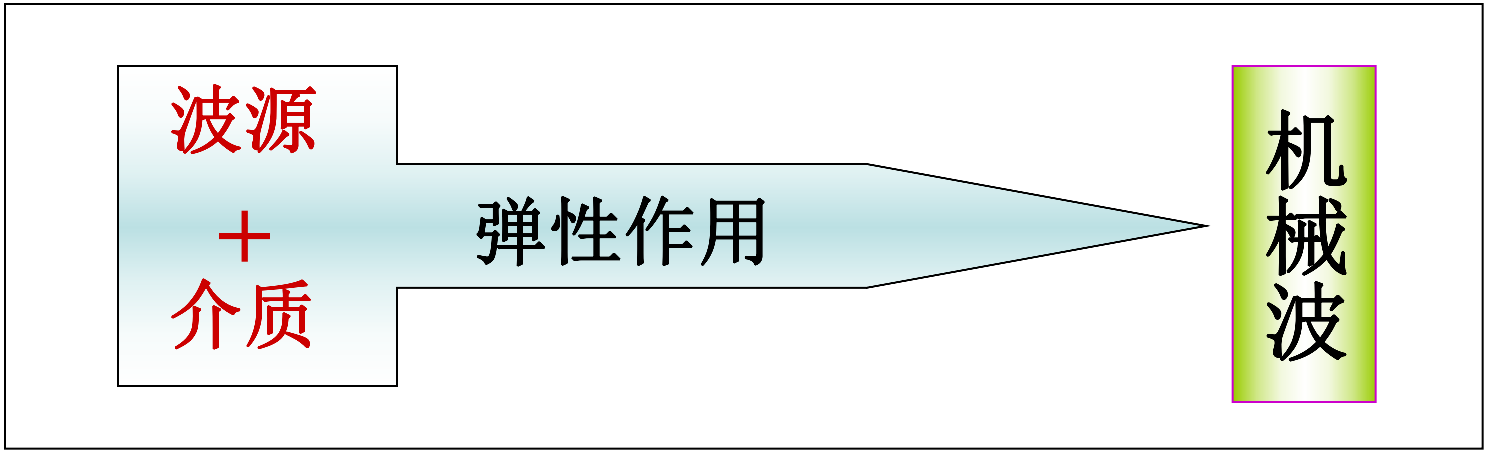
两类波的共同特征

- 能量传播
- 反射
- 折射
- 干涉
- 衍射

一　机械波的形成

机械波：机械振动在弹性介质中的传播.

产生条件：1）波源；2）弹性介质.



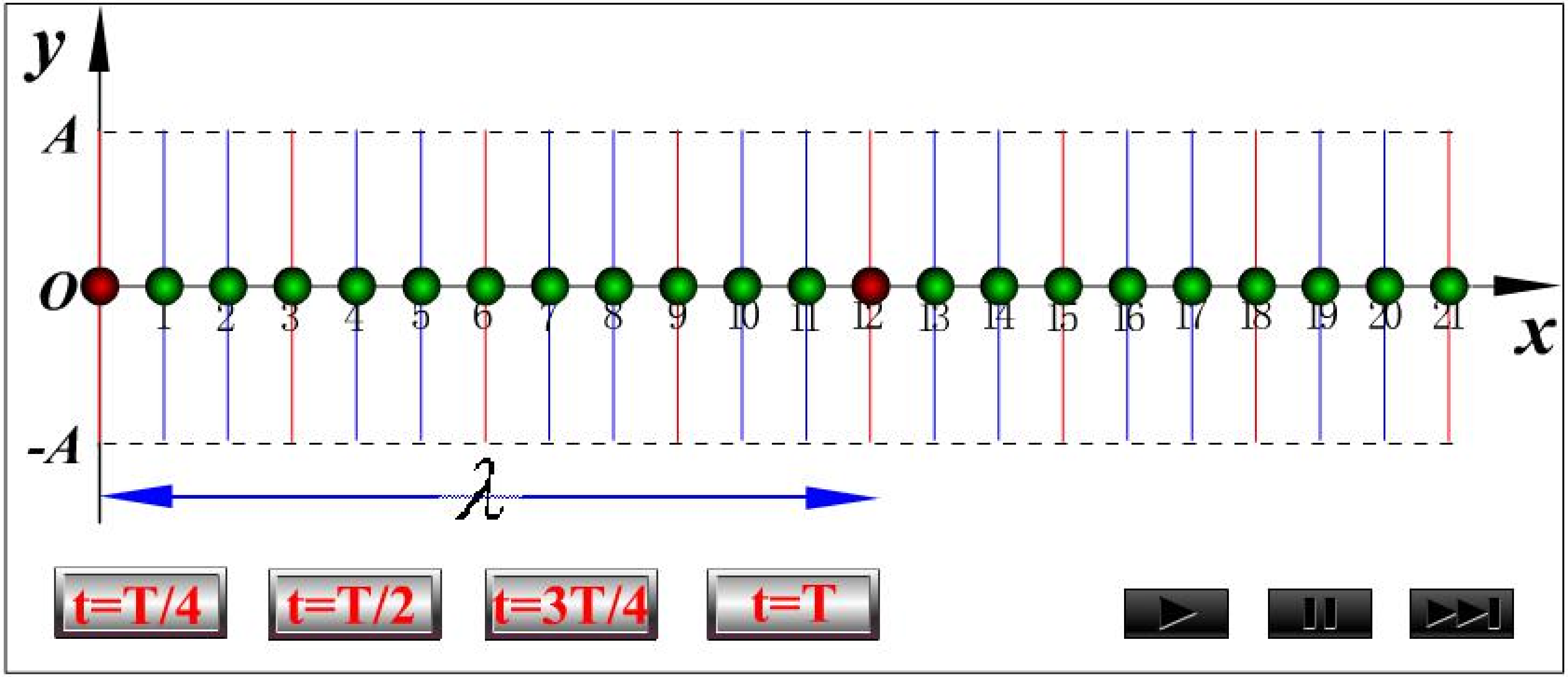
注意

波是运动状态的传播，介质的质点并不随波传播.

二 横波与纵波

横波：质点振动方向与波的传播方向相垂直的波.

（仅在固体中传播 ）

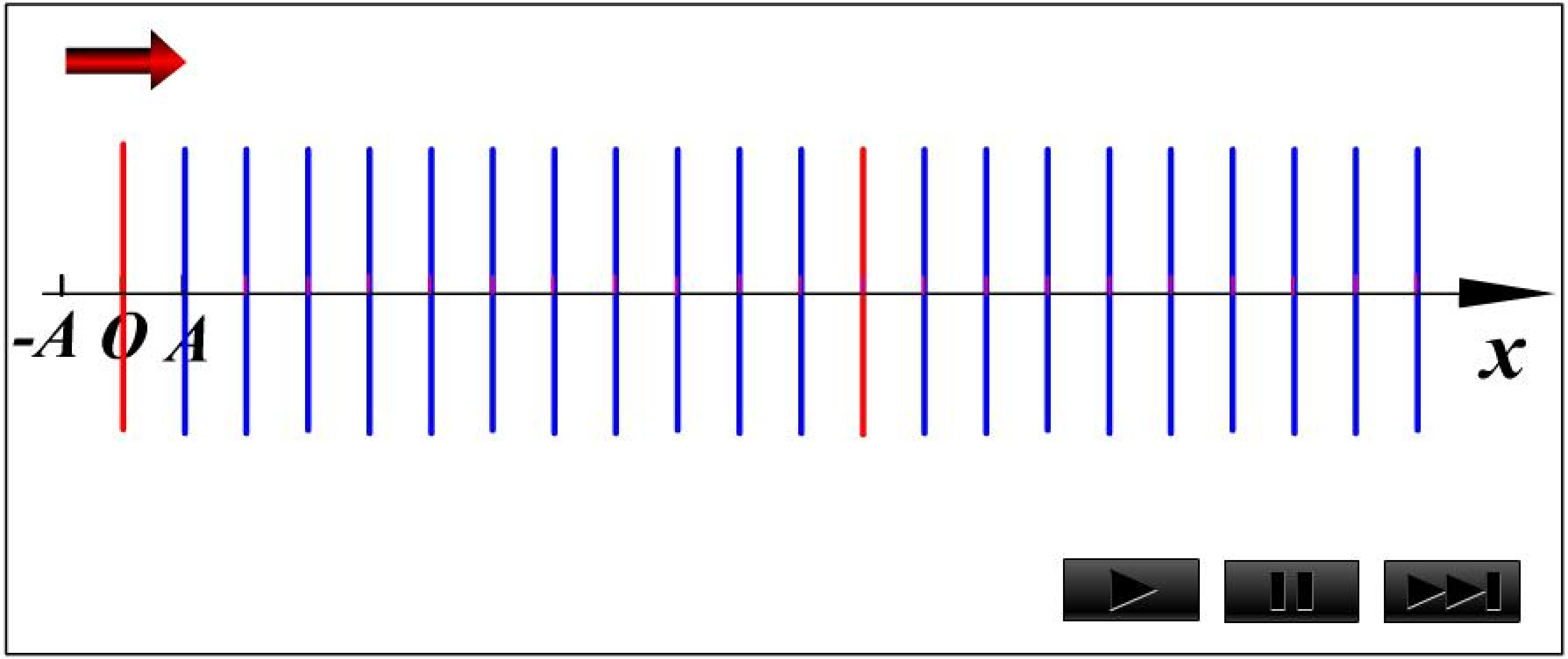


- 特征：具有交替出现的波峰和波谷.

1

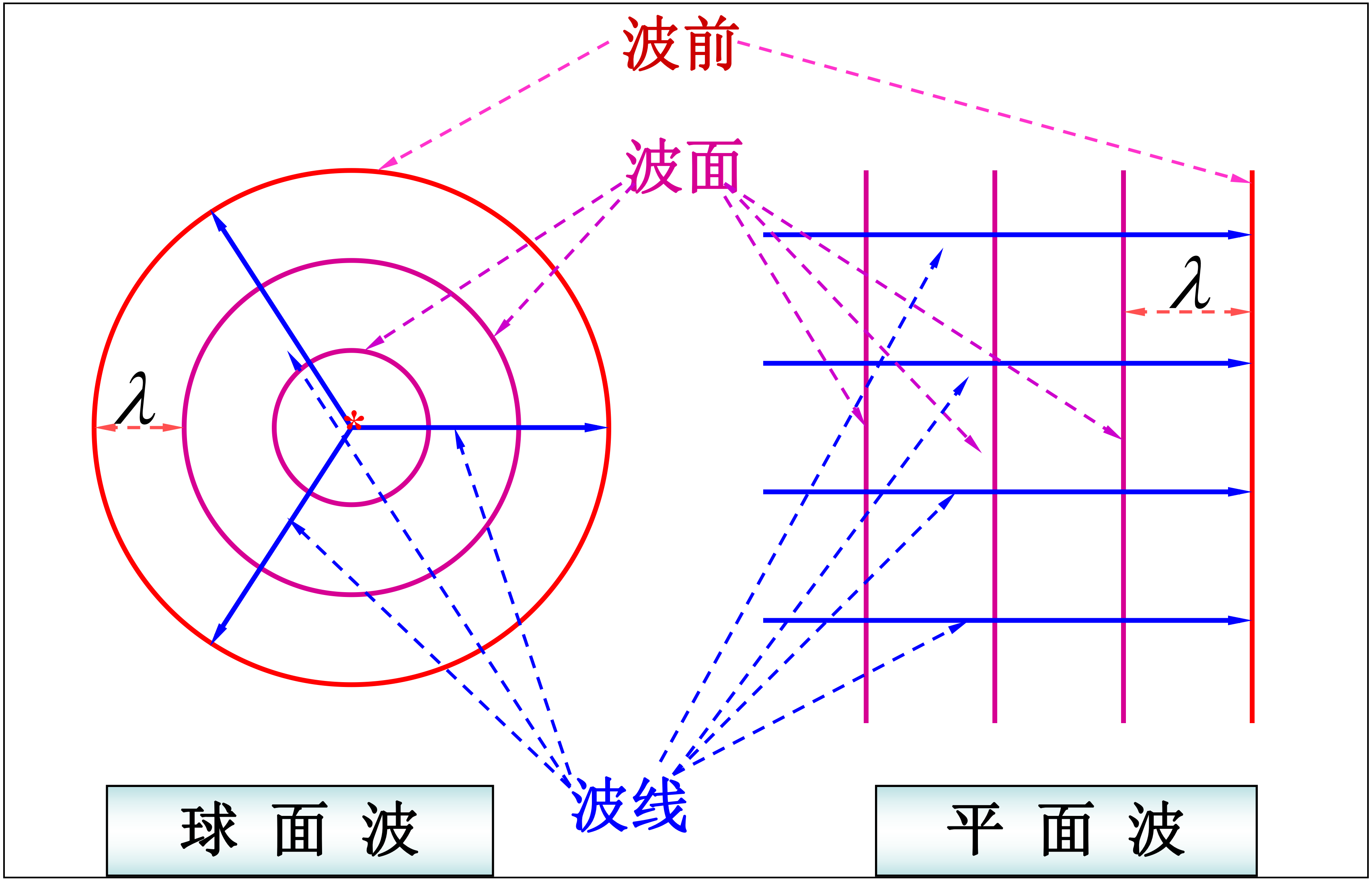
纵波：质点振动方向与波的传播方向互相平行的波.

（可在固体、液体和气体中传播）

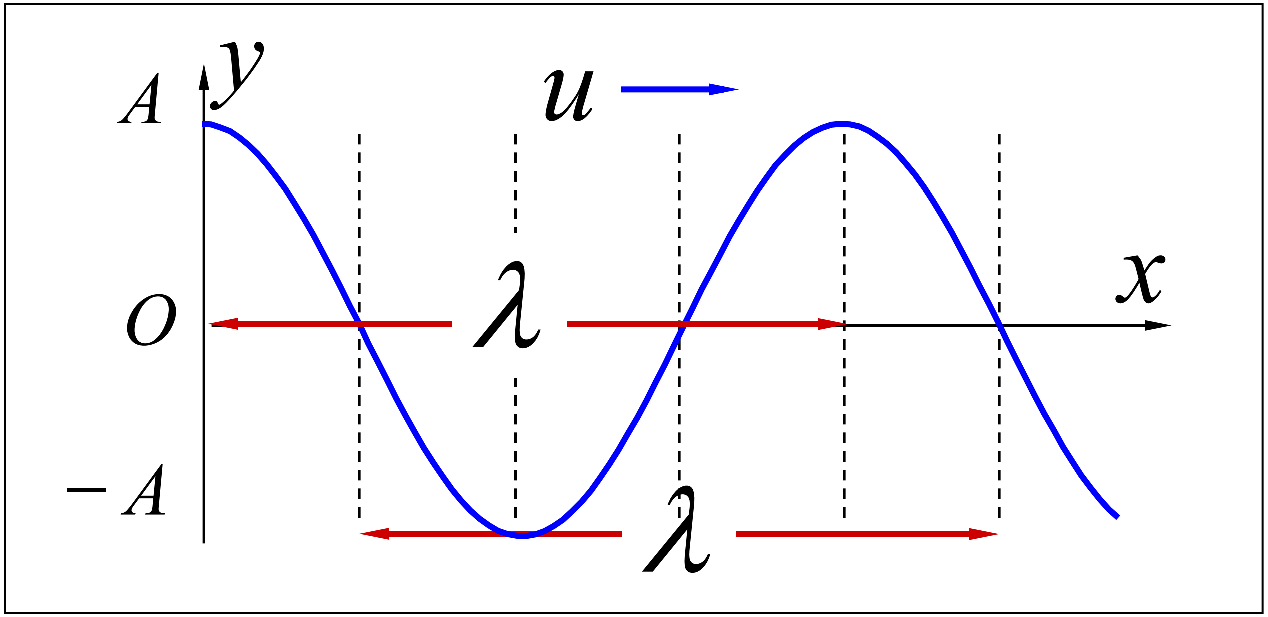


➢ 特征：具有交替出现的密部和疏部. 2

三 波线 波面 波前



四　波长　波的周期和频率　波速



- **波长** λ：沿波的传播方向，两个相邻的、相位差为 2π 的振动质点之间的距离，即一个完整波形的长度.

- **周期** T ：波前进一个波长的距离所需要的时间.

频率 ν：周期的倒数，即单位时间内波动所传播的完整波的数目.

$$\nu = 1/T$$

波速 u ：波动过程中，某一振动状态（即振动相位）单位时间内所传播的距离（相速）.

$$u = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu \qquad \lambda = \frac{u}{\nu} = Tu$$

注意

周期或频率只决定于波源的振动!
波速只决定于媒质的性质！

波速u与介质的性质有关，ρ 为介质的密度.

固体

$$u=\sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

G 切变模量 ← 横波

$$u=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

E 弹性模量

液、气体 $$u=\sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

K 体积模量

纵 波

如声音的传播速度

343 m/s 空气，常温

4000 m/s 左右，混凝土

5.3 平面简谐波

一 平面简谐波的波函数

介质中任一质点（坐标为 x）相对其平衡位置的位移（坐标为 y）随时间的变化关系，即 $y(x,t)$ 称为波函数.

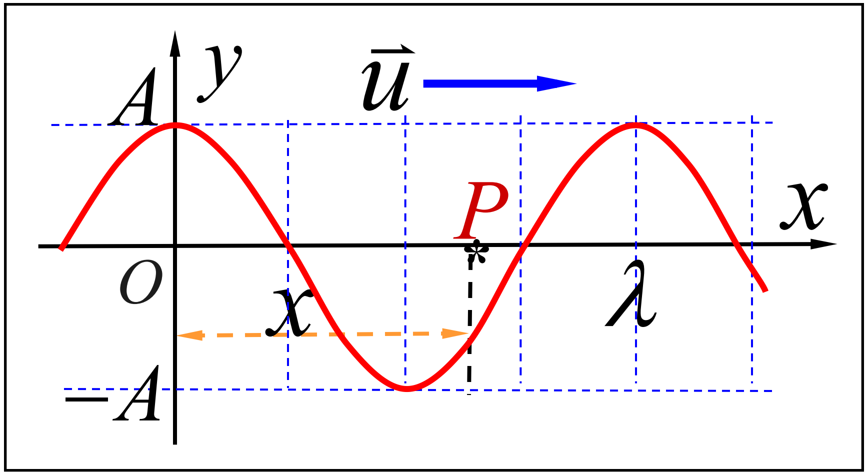
$$y = y(x,t)$$

各质点相对平衡位置的位移

波线上各质点平衡位置

- 简谐波：在均匀的、无吸收的介质中，波源作简谐运动时，在介质中所形成的波.
- 平面简谐波：波面为平面的简谐波.

➢ 波函数



点 O 振动方程

$$y_o = A\cos\omega t$$

$$x = 0,\varphi = 0$$

相位落后法

点 P 比点 O 落后的相位 $\Delta\varphi = \varphi_p - \varphi_O = -\omega\Delta t$

$$\varphi_p = -\omega\Delta t = -\omega\frac{x}{u}$$

点 P 振动方程 $$y_p = A\cos\omega(t - \frac{x}{u})$$

如果原点的初相位不为零： $x=0, \varphi \neq 0$

点 O 振动方程 $y_O = A\cos(\omega t+\varphi)$

波函数

$$y = A\cos[\omega(t \boxed{-} \frac{x}{u}) + \varphi] \quad u \text{ 沿 } x \text{ 轴正向}$$

$$y = A\cos[\omega(t \boxed{+} \frac{x}{u}) + \varphi] \quad u \text{ 沿 } x \text{ 轴负向}$$

- 波动方程的其它形式

$$y(x,t) = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \varphi]$$

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A\sin[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi]$$

$$a = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi]$$

二 波函数的物理意义

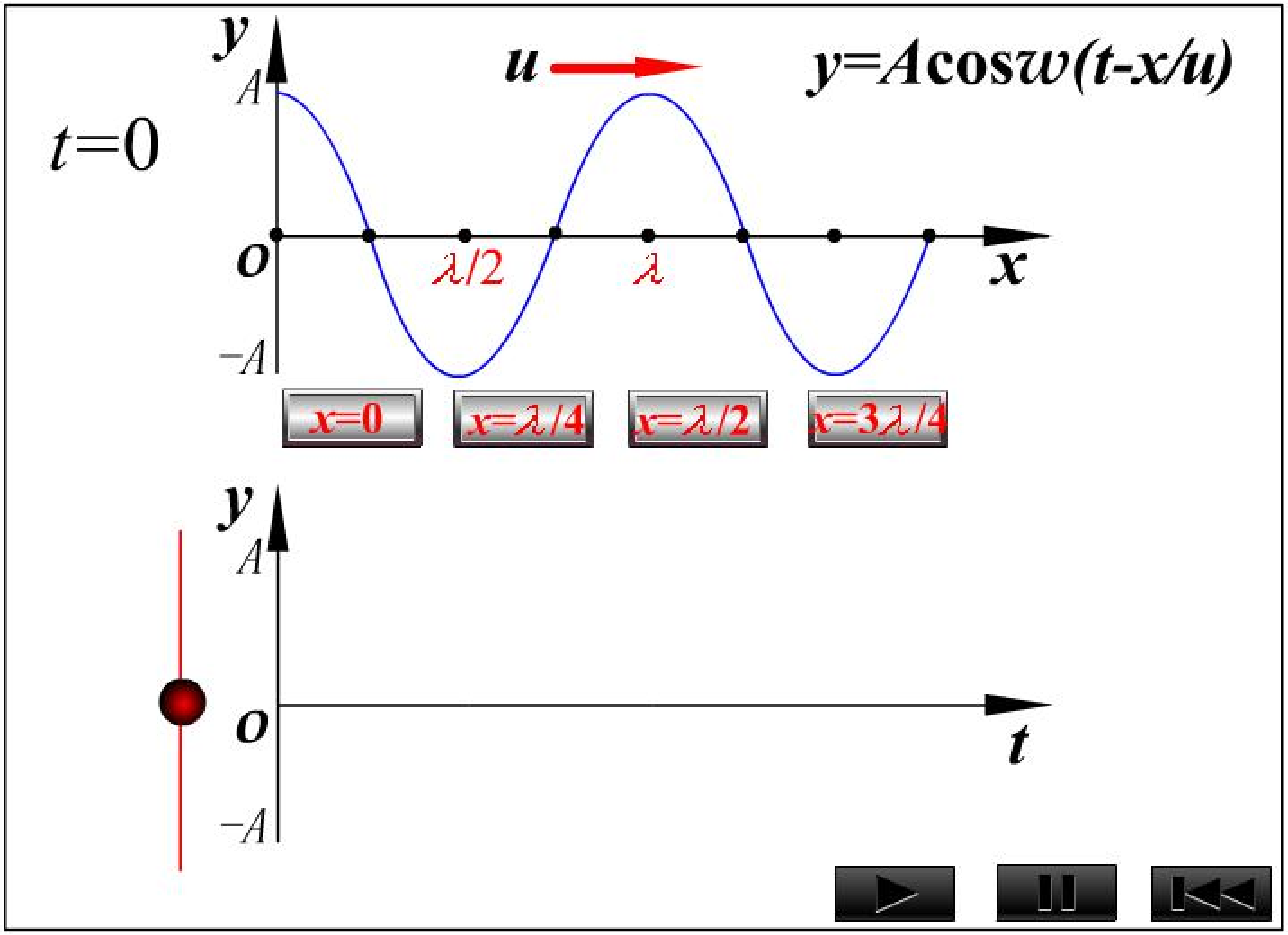
$$y = A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi] = A\cos[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})+\varphi]$$

（1） 当 x 固定时， 波函数表示该点的简谐振动方程，并给出该点与点 O 振动的相位差.

$$\Delta\varphi = -\omega\frac{x}{u} = -2\pi\frac{x}{\lambda}$$

$y(x,t) = y(x,t+T)$（波具有时间的周期性）

波线上各点的简谐运动图



$$y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi] = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \varphi]$$

（2） 当t 一定时，波函数表示该时刻波线上各点相对其平衡位置的位移，即此刻的波形.

$y(x,t) = y(x+\lambda,t)$（波具有空间的周期性）

$$\varphi_1 = \omega(t - \frac{x_1}{u}) + \varphi = 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}) + \varphi$$

$$\varphi_2 = \omega(t - \frac{x_2}{u}) + \varphi = 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}) + \varphi$$

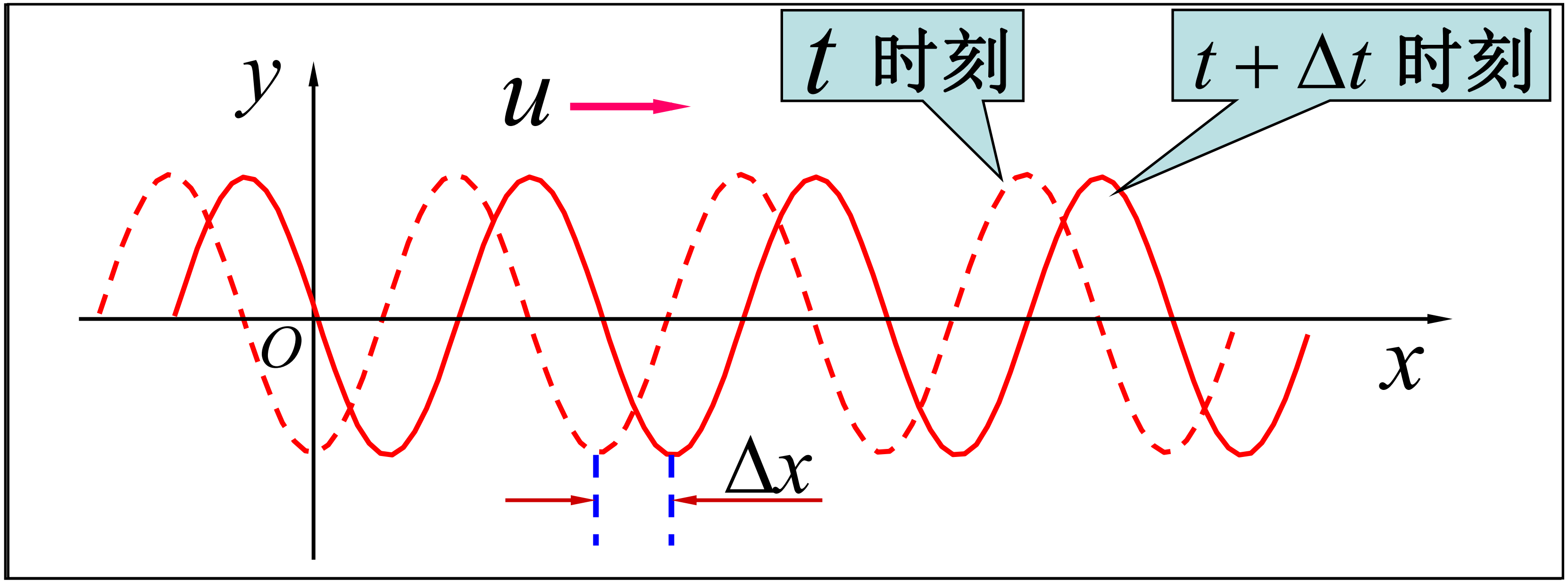
波程差

$$\Delta x_{21} = x_2 - x_1$$

$$\Delta\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi\frac{x_2 - x_1}{\lambda} = 2\pi\frac{\Delta x_{21}}{\lambda}$$

$$\boxed{\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}}$$

（3）若 x, t 均变化，波函数表示波形沿传播方向的运动情况（行波）.



$$y = A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \qquad \Delta x = u\Delta t \qquad \frac{\Delta t}{T} = \frac{\Delta x}{\lambda}$$

$$2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = 2\pi\left(\frac{t+\Delta t}{T} - \frac{x+\Delta x}{\lambda}\right) \qquad \varphi(t, x) = \varphi(t+\Delta t, x+\Delta x)$$

讨 论

1）给出下列波函数所表示的波的传播方向和 $x=0$ 点的初相位.

$$y=-A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$$ （向 x 轴正向传播， $\varphi=\pi$ ）

$$y=-A\cos\omega\left(-t-\frac{x}{u}\right)$$ （向 x 轴负向传播， $\varphi=\pi$ ）

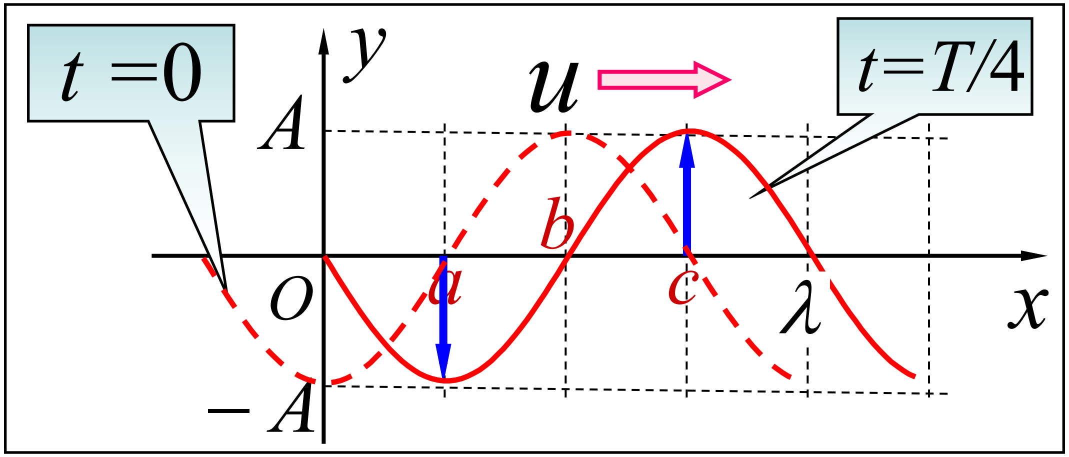
2）平面简谐波的波函数为 $y=A\cos(Bt-Cx)$ 式中 A,B,C 为正常数，求波长、波速、波传播方向上相距为 d 的两点间的相位差.

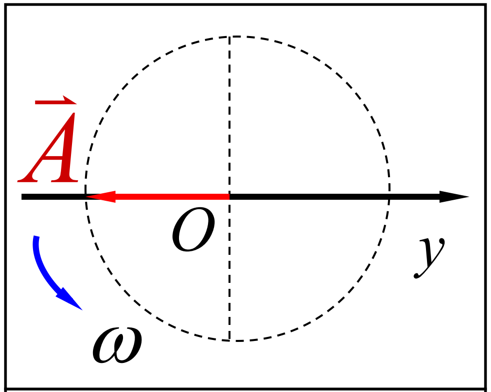
$$y=A\cos(Bt-Cx) \qquad y=A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$$

$$T=\frac{2\pi}{B} \qquad \boxed{\lambda=\frac{2\pi}{C}} \qquad \boxed{u=\frac{\lambda}{T}=\frac{B}{C}} \qquad \boxed{\Delta\varphi=2\pi\frac{d}{\lambda}=dC}$$

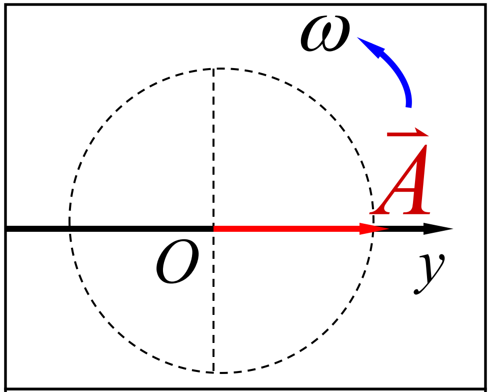
3） 如图简谐波以余弦函数表示，求 O、a、b、c 各点振动初相位.

$\varphi(-\pi \sim \pi]$

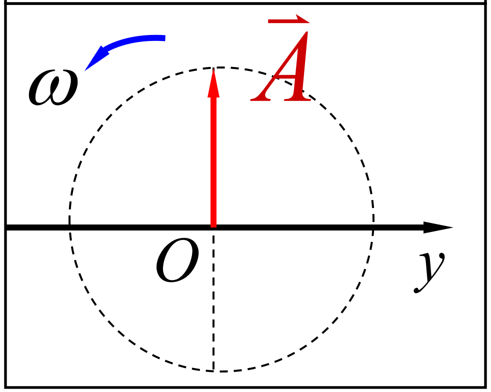




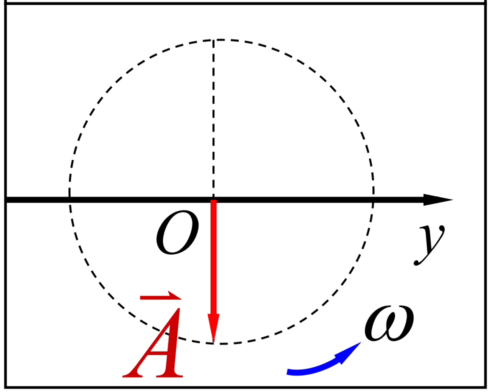
$$\varphi_o = \pi$$



$$\varphi_b = 0$$



$$\varphi_a = \frac{\pi}{2}$$



$$\varphi_c = -\frac{\pi}{2}$$