大学物理下习题册四

1、在螺绕环的导线内通有电流 I_0=20A，螺绕环共有线圈 400 匝，环的平均周长是 40cm，利用冲击电流计测得环内磁感应强度 1.0T，试计算环截面中心处下列各值。

(1) 磁场强度； (2)磁化强度；(3)磁化率和相对磁导率；(4) 磁化面电流；

解：(1) $\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = Hl = NI$

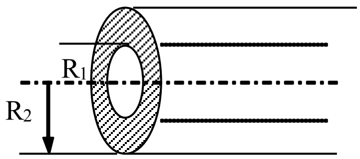
$$H = \frac{NI}{l} = \frac{400\times 20}{0.40} = 2.0\times 10^4\ A/m$$

(2) $M = \frac{B}{\mu_0} - H = \frac{1.0}{4\pi\times 10^{-7}} - 2.0\times 10^4\ A/m = 7.76\times 10^5\ A/m$

(3) $\chi_m = \frac{M}{H} = \frac{7.76\times 10^5}{2.0\times 10^4} = 38.8$

$\mu_r = 1 + \chi_m = 39.8$

(4) $I_s = j_s l = Ml = 7.76\times 10^5 \times 0.4 = 3.10\times 10^5\ A$



2、无限长圆柱形的导体半径 R_1，通以电流 I，(均匀分布在其截面上)，导体外是一层均匀的顺磁质，磁导率为μ，介质的外半径为 R_2，求:

(1) 介质内、外磁场强度 H 和磁感应强度 B 的分布；

(2) 介质内、外表面的磁化电流密度 j_s

解：（1）由安培环路定理及 B 和 H 关系可得

$r < R_1$ $\quad H2\pi r = \frac{I}{\pi R_1^2}\pi r^2,\quad H = \frac{Ir}{2\pi R_1^2}\qquad B = \mu H = \mu_0 H = \frac{\mu_0 Ir}{2\pi R_1^2}$

$R_1 < r < R_2$ $\quad H2\pi r = I\quad H = \frac{I}{2\pi r}\qquad B = \mu H = \frac{\mu I}{2\pi r}$

$r > R_2$ $\quad H2\pi r = I\quad H = \frac{I}{2\pi r}\qquad B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

(2) $j_s|_{R_1} = (\mu_r - 1)H = (\frac{\mu}{\mu_0} - 1)\frac{I}{2\pi R_1}$

$j_s|_{R_2} = (\mu_r - 1)H = (\frac{\mu}{\mu_0} - 1)\frac{I}{2\pi R_2}$

3、一“无限长”直螺线管，单位长度上的匝数为 n，螺线管内充满相对磁导率 μ_r 的均匀磁介质，今在导线内通以电流 I_0，求:

(1) 管内磁感应强度 **B**；

(2) 磁介质表面的磁化面电流密度 i_s 。

解：(1) 螺线管外的 B=0，螺线管内的磁场均匀分布

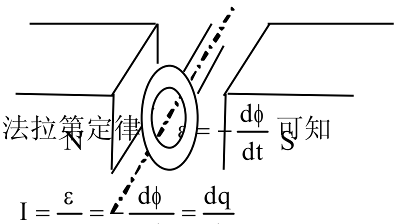
$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = Hl = nI_0 l$$

$$H = nI_0$$

$$B = \mu H = \mu_0\mu_r nI_0$$

（2）$i_s = (\mu_r - 1)H = (\mu_r - 1)nI_0$

4、图为用冲击电流计测量磁极间磁场的装置。小线圈与冲击电流计相接，线圈面积为 A，匝数为 N，电阻为 R，其法向 ***n*** 与该处磁场方向相同，将小线圈迅速取出磁场时，冲击电流计测得感应电量为 q，试求小线圈所在位置的磁感应强度。



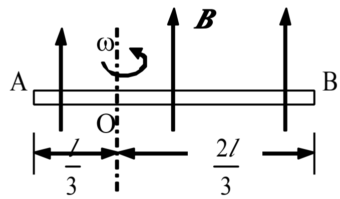
解：由法拉第定律 $\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$ 可知

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{d\phi}{Rdt} = \frac{dq}{dt}$$

$$dq = \frac{\varepsilon}{R}dt = -\frac{1}{R}d\phi$$

$$q = \frac{1}{R}\int_{\phi}^{0} - d\phi = \frac{1}{R}NBA$$

$$\therefore\quad B = \frac{qR}{NA}$$



5、有一段导线 AB，长为ℓ，能绕过其点 O(点 O 距 A 端$\ell/3$)且垂直于 AB 的轴转动。若它在均匀磁场 $\boldsymbol{B}$ ($\boldsymbol{B}$的方向平行于轴竖直向上)中，从上向下看作逆时针转动时，如图所示，求:

(1) 导线 AB 两端的电势差

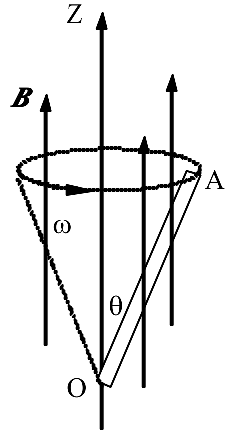
(2) 讨论 A、B 两点电势的高低

解：（1） $\varepsilon_{OB}=\int(\vec{v}\times\vec{B}).d\vec{l}=\int vBdx=\int_0^{\frac{2l}{3}}B\omega xdx=\frac{2}{9}B\omega l^2$　　方向由 O 指向 B

$\varepsilon_{OA}=\int(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=\frac{1}{18}B\omega l^2$　　方向由 O 指向 A

$\therefore\quad \varepsilon_{AB}=\varepsilon_{Ao}+\varepsilon_{oB}=-\varepsilon_{OA}+\varepsilon_{oB}=\frac{1}{6}B\omega l^2$　　方向由 A 指向 B

(2) $U_B>U_A$



6、如图所示，金属棒 OA 长为l，处在均匀磁场 $\mathbf{B}$ 中，绕通过 O 点的竖直轴 OZ 旋转，角速度ω为，磁场方向沿轴 OZ，棒 OA 和轴 OZ 夹角为θ=30°，求：

(1) 棒 OA 中的动生电动势的大小；

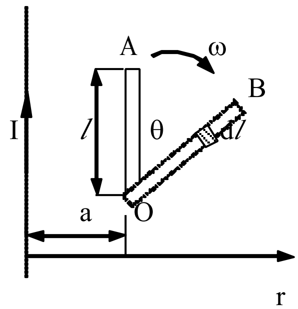
(2) 棒 OA 两端那一端电势高?

解：(1) $\varepsilon_i=\int(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=\int vB\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)dl$

$=\int_0^l\omega B\sin^2\theta\, l\,dl=\frac{1}{2}\omega B\sin^2\theta\, l^2=\frac{1}{8}\omega Bl^2$

(2) $U_A>U_0$

7、长为l的金属杆置于一无限长直电流 I 的磁场中，设金属杆与长直电流共面，并在此平面内绕其一端 O 匀角速度ω旋转，O 端距直导线为 a，如图所示，试求杆转至下述两种位置时的感应电动势：



(1) 转至 OA 位置，即θ=0 时；

(2) 转至 OB 位置，即任意角度时。

解：(1) $d\varepsilon=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=\omega l B dl=\omega\frac{\mu_0 I}{2\pi a}l dl$

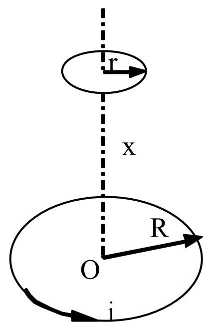
$$\varepsilon=\int_0^l d\varepsilon=\frac{\mu_0 I\omega}{4\pi a}l^2$$ 方向 O→A

(2) $d\varepsilon=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=\omega\frac{\mu_0 I}{2\pi r}l dl=\frac{\mu_0 I\omega}{2\pi r}\frac{(r-a)}{\sin^2\theta}dr$

$$\varepsilon=\int_a^{a+l\sin\theta}\frac{\mu_0 I\omega}{2\pi\sin^2\theta}(1-\frac{a}{r})dr=\frac{\mu_0 I\omega}{2\pi\sin^2\theta}[l\sin\theta-a\ln\frac{a+l\sin\theta}{a}]$$

方向 O→B

8、如图所示，有相同轴线的两个导体回路，小的回路在大的回路上两者相距 x，x 远大于回路的半径 R（x>>R），因此当大回路有电流 i 按图示方向流过时，小回路所围面积之内的磁场几乎是均匀的，现假定 x 以 $v=\frac{dx}{dt}$ 匀速而变化



(1) 试确定穿过小回路的磁通量φ 和 x 之间的关系；

(2) 当 x=NR 时(N 为整数)，求小回路内的感应电动势；

(3) 如果 v>0，试确定小回路内感应电流的方向。

解：（1）通电圆线圈在轴线上的磁感应强度为

$$B=\frac{\mu_0}{2}\frac{iR^2}{(R^2+x^2)^{3/2}}$$

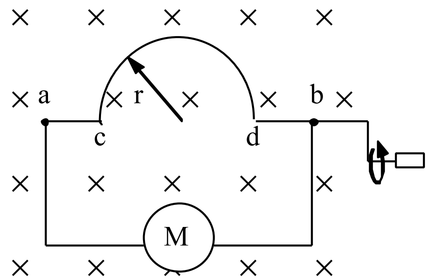
由于 x>>R,磁感应强度 B 可近似为 $B\approx\frac{\mu_0}{2}\frac{iR^2}{x^3}$

又 r>>R，小线圈内的 B 可看作均匀

$$\Phi=BS=\frac{\mu_0}{2}\frac{iR^2}{x^3}\pi r^2=\frac{\mu_0 i\pi r^2R^2}{2x^3}$$

（2）当 x =NR 时 $\varepsilon_1=-\frac{d\phi}{dt}=\frac{3\mu_0 i\pi R^2r^2}{2(NR)^4}v=\frac{3\mu_0 i\pi r^2}{2N^4R^2}v$

（3）当 v>0 时，小回路中的磁通量减少，所以感应电流方向与大回路相同



9、一导线ab弯成如图的形状，(其中 cd 是一半圆，半径 r=0.10m，ac 和 db 两段的长度均为 ℓ=0.1m，在均匀磁场(B=0.50T)中绕轴线 ab 转动，转速 n=60r/s，设电路的总电阻(包括电表 M 的内阻)为 1000Ω，求

(1)任意时刻导线中的感应电动势和感应电流；

(2)感应电动势和感应电流的最大值。

解：（1）当线圈平面与图示平面的夹角为θ=ωt 时，通过线圈的磁通量为

$$\Phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = BS\cos\theta = B\frac{\pi r^2}{2}\cos\omega t$$

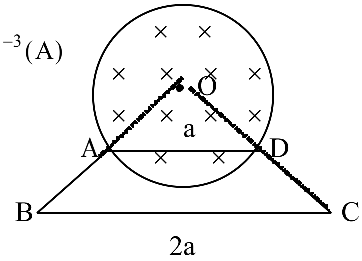
导线中的感应电动势

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{B\pi r^2\omega}{2}\sin\omega t = \frac{B\pi r^2\omega}{2}\sin 2\pi nt$$

$$= \frac{0.5\times3.14\times(0.10)^2\times2\times3.14\times60}{2}\times\sin 120\times3.14t = 2.96\sin 377t$$

$$i = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{2.96}{10^3}\sin 377t = 2.96\times10^{-3}\sin 377t$$

（2） $\varepsilon_{max} = 2.96\ (V)$， $i_{max} = \frac{\varepsilon_{max}}{R} = 2.96\times10^{-3}(A)$



10、半径为 a 的长直螺线管中，有 $\frac{dB}{dt}>0$ 的磁场。一直导线弯成等腰梯形的闭合回路 ABCDA，总电阻为 R，上底为 a，下底为 2a，如图放置，求：

(1) AD 段和 BC 段感应电动势；

(2) 闭合回路中总电动势。

解：（1）作辅助线 AO 及 DO 则回路 OADO 中的电动势

$$\varepsilon_{AD} = \left|-\frac{d\Phi}{dt}\right| = S_1\frac{dB}{dt} = \frac{3}{4}a^2\frac{dB}{dt} \qquad 方向 \quad A\rightarrow D$$

对于回路 OBCO 因磁场局限在圆柱内，在磁场中的面积

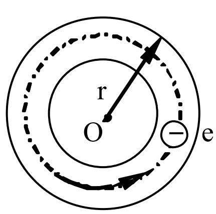
$$S_2 = 扇形面积 = \frac{\pi}{6}a^2$$

$$\varepsilon_{BC} = \left|-\frac{d\Phi}{dt}\right| = S_2\frac{dB}{dt} = \frac{\pi a^2}{6}\frac{dB}{dt} \qquad 方向 \quad B\rightarrow C$$

（2）闭合回路 ABCDA 中的感应电动势为

$$\varepsilon = \varepsilon_{BC} - \varepsilon_{AD} = (\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4})a^2\frac{dB}{dt} \qquad 方向 \quad A\rightarrow B\rightarrow C\rightarrow D\rightarrow A$$

11、一电子在电子感应加速器中加速，从上向下看时，电子沿逆时针方向旋转，如图所示。试问磁场的方向如何？磁场随时间如何变化？如电子沿半径为 r=1.0m 的轨道作圆周运动，每转一周动能增加 700eV，试求轨道内磁感应强度的变化率。



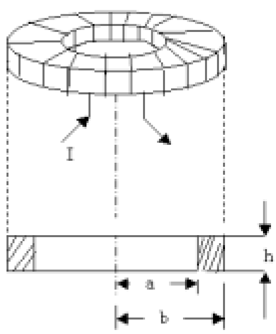
解：磁场方向由纸面穿出，且磁感应强度随时间增加。

感应电动势 $\varepsilon=\oint\vec{E}\cdot d\vec{l}=-\iint\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}=-\frac{dB}{dt}\pi r^2$

电子增加的动能 $\Delta E_k=e\varepsilon=e\frac{dB}{dt}\pi r^2(=e\oint E_k\cdot d\vec{l})$

$$\therefore\quad \frac{dB}{dt}=\frac{\Delta E_k}{e\pi r^2}=\frac{700}{\pi\times(1.0)^2}=223\ (T/s)$$

12、一矩形截面的螺绕环，如图所示，共有 N 匝，试求此螺绕环的自感系数。



解：由安培环路定律 $\oint\vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I$ 求得

$$B\cdot 2\pi r=\mu_0 NI\qquad B=\frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

通过矩形截面的磁通量为

$$\Phi=\int\vec{B}\cdot d\vec{s}=\int_a^b\frac{\mu_0 NIh}{2\pi\ r}dr=\frac{\mu_0 NI}{2\pi}h\ln\frac{b}{a}$$

通过整个螺绕环磁通量为 $N\Phi$

$$\therefore\quad L=\frac{N\Phi}{I}=\frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

13、一圆形线圈 C_1 由 50 匝表面绝缘的细导线绕成，圆面积为 $S=4.0cm^2$，将此线圈放在另一个半径为 R=20cm 的圆形大线圈 C_2 的中心，两者同轴，大线圈由 100 匝表面绝缘的导线绕成。

(1)求这两线圈的互感系数 M;

(2)当大线圈中 C_2 的电流以 50A/s 的变化率减小时，求小线圈 C_1 中的感应电动势ε。

解：（1）由于 r<< R，可近似认为小线圈所在处的 B 为

$$B_2 = N_2 \frac{\mu_0 I_2}{2R}$$

通过 C_1 处的磁通量链数 φ_{12} $\qquad \phi_{12} = N_1 B_2 S_1 = \frac{N_1 N_2 \mu_0 I_2 S_1}{2R}$

两线圈的互感系数 M

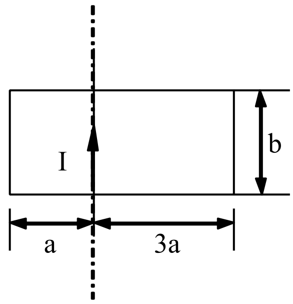
$$M = \frac{\varphi_{12}}{I_2} = \frac{N_1 N_2 \mu_0 S_1}{2R} = \frac{50 \times 100 \times 4 \times 3.14 \times 10^{-7} \times 4.0 \times 10^{-4}}{2 \times 20 \times 10^{-2}} = 6.28 \times 10^{-6}(H)$$

（2） $\varepsilon = -M\frac{dI}{dt} = 6.28 \times 10^{-6} \times 50 = 3.14 \times 10^{-4}(V)$

14、一根无限长直导线与一矩形导线框在同一平面内，彼此绝缘，如图所示，试求

(1) 直导线和线框的互感系数；

(2) 若直导线中通有 I=At 的电流，线框中的感生电动势。



解：(1) 考虑磁通量的正负可知，通过线圈的磁通量为

$$\varphi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_a^{3a} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} b dr = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln 3$$

$$M = \frac{\varphi}{I} = \frac{\mu_0 b}{2\pi} \ln 3$$

(2) $\quad \varepsilon = -M\frac{dI}{dt} = -\frac{\mu_0 b}{2\pi} A \ln 3$

15、半径为 a 的无限长密绕螺线管，单位长度上的匝数为 n，通以交变电流 $i=I_m\sin\omega t$，则围在管环的同轴圆形回路(半径为 r>a)上的感生电动势为多大?

解：螺线管内的磁感应强度为 $B=\mu_0 ni$

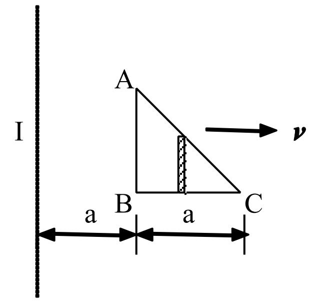
通过圆形回路的磁通量为 $\varphi=\vec{B}\cdot\vec{S}=\mu_0 ni\cdot\pi a^2$

$$\varepsilon=-\frac{d\varphi}{dt}=-\mu_0 n\pi a^2 I_m\omega\cos\omega t$$

16、在一无限长直导线旁放一等腰直角三角形线圈，线圈与直导线在同一平面内，它的一条直角边与导线平行，导线中通以电流 I，求:

(1) 在图示位置它们间的互感系数；

(2) 如果线圈以水平速度 v 向右匀速运动,当线圈达到图示位置时，线圈中的感应电动势。



解：（1）通过ΔABC 中的磁通量

$$\Phi=\int_a^{2a}\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{x}(2a-x)dx=\frac{\mu_0}{2\pi}Ia\ (2\ln 2-1)$$

$$M=\frac{\Phi}{I}=\frac{\mu_0 a}{2\pi}\ (2\ln 2-1)$$

（2）总的电动势可看作 AC、AB 切割磁力线产生感应电动势的代数和

$$\varepsilon_{BA}=\int\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{l}=vBa=v\frac{\mu_0 I}{2\pi a}a=\frac{v\mu_0 I}{2\pi}\qquad \text{方向} B\rightarrow A$$

$$\varepsilon_{AC}=\int\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{l}=-\int v\frac{\mu_0 I}{2\pi x}dl\cos\alpha=-\int_a^{2a}\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\frac{dx}{x}=\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln 2\qquad \text{方向}\ C\rightarrow A$$

总感应电动势

$$\varepsilon=\varepsilon_{BA}+\varepsilon_{AC}=\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}(1-\ln 2)\qquad \text{方向}\ B\rightarrow A\rightarrow C\rightarrow B$$

17、一无限长直粗导线，其截面各处的电流密度相等，总电流 I，试求每单位长度导线所储藏的磁能。

解：由安培环路定律可求出导线内的 B

$$B\,2\pi r = \mu_0 \frac{I}{\pi R^2}\pi r^2 \qquad B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{Ir}{R^2}$$

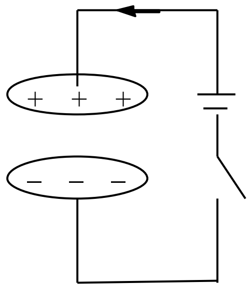
磁能密度 $\omega = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} = \frac{\mu_0 I^2 r^2}{8\pi^2 R^4}$

取体积元 $dV = 2\pi r l dr$

$$W = \int \omega dV = \int_0^R \frac{\mu_0 I^2 r^2}{8\pi^2 R^4} 2\pi r l dr = \frac{\mu_0}{16\pi}\frac{I^2 l}{R^4}R^4 = \frac{\mu_0 I^2 l}{16\pi}$$

单位长度的磁能为 $W_0 = \frac{W}{l} = \frac{\mu_0 I^2}{16\pi}$

18、真空中，半径 R=0.10m 的两块圆板构成一平板电容。如图所示，在电容器充电时，两极板间电场的变化率 $\frac{dE}{dt} = 1.0\times10^{13}\,V/m\cdot s$，求:



(1) 两极板间的位移电流强度；

（2）对电容器充电的电流强度。

解：（1）位移电流密度 $j_d = \frac{dD}{dt} = \varepsilon_0 \frac{dE}{dt}$

极板间位移电流

$$I_d = i_d \cdot \pi R^2 = 8.85\times10^{-12}\times1.0\times10^{13}\times3.14\times(0.1)^2 = 2.78\ A$$

（2）电流的连续性可得 $I=I_d=2.78A$

拓展题：

1、如图所示，一金质圆环以其边缘为支点直立在两磁极间，环的底部受两个固定档的限制，使其不能滑动。现环受一扰动偏离竖直面 0.1 弧度，并开始倒下. 已知 B=0.5T，环半径 r_1=4cm，环截面半径 r_2=1mm，金的电导率σ=4.0×10^7（Ωm）$^{-1}$. 设环重 F=0.075N，并可以认为环倒下的过程中重力矩时时都与磁力矩平衡，求环倒下所需的时间.

S

θ

N

解：在环倒下的过程中，通过环面的磁通量

$$\varphi(\theta)=\pi r_1^2 B\cos\theta$$

引起的感应电动势 $\varepsilon=-\dfrac{d\varphi}{dt}=\pi r_1^2 B\cos\theta\dfrac{d\theta}{dt}$

圆环的电阻为 $R=\dfrac{2\pi r_1}{\sigma\pi r_2^2}=\dfrac{2r_1}{\sigma r_2^2}$

环中的感应电流为 $i=\dfrac{\varepsilon}{R}=\dfrac{\sigma\pi r_1 r_2^2 B\cos\theta}{2}\dfrac{d\theta}{dt}$

磁力矩的大小 $M=\left|\vec{P}_m\times\vec{B}\right| \quad iSB\cos\theta=\dfrac{\sigma\pi^2 r_1^3 r_2^2 B\cos\theta}{2}\dfrac{d\theta}{dt}$

倒下时，重力矩时时等于磁力矩 $Fr_1\sin\theta=\dfrac{\sigma\pi^2 r_1^3 r_2^2 B^2\cos^2\theta}{2}\dfrac{d\theta}{dt}$

$$t=\int_{0.1}^{\pi/2}\frac{\sigma\pi^2 r_1^2 r_2^2 B^2\cos^2\theta}{2F\sin\theta}d\theta=2.11s$$

2、如图，将一块导体薄片放在电磁铁上方与轴线垂直的平面上。

（1）如果磁铁中的电流突然发生变化，在 P_0 点附近并不能立即检测出磁场 B 的全部变化，为什么？

（2）若电磁铁通过高频的交变电流，使 B 作高频的周期性变化，并且导体薄片是由低电阻率的材料制成，则 P_0 点附近的区域几乎全为该导体片所屏蔽，而不受到 B 的变化影响，试说明这是为什么？

（3）这样的导体薄片能否屏蔽稳恒电流的磁场，为什么？

答：（1）当磁铁中的电流突然发生变化时，在导体薄片上有感应电动势和感应电流产生，感应电流的方向是反抗原磁场的变化，因而抵消了一部分磁场，在 P_0 点附近不能立即测出磁铁产生的磁场的全部变化。

（2）由于 $\frac{d\Phi}{dt}$ 大，而导体的电阻小，故电流 $I=\frac{d\Phi}{Rdt}$ 很大，产生的磁场也很大，所以几乎可以抵消原磁场的变化。

（3）导体薄片不能屏蔽稳恒电流的磁场，因为恒定的磁场不能产生感应电动势。