

概率论与数理统计

作业簿 (第三册)

学 院 _____ 专 业 _____ 班 级 _____
 学 号 _____ 姓 名 _____ 任课教师 _____

第 5 次作业

一. 填空题:

1. 设随机变量 ξ 的分布函数为 $F(x)$, 则 $P\{\xi \geq a\} = \underline{\hspace{2cm}}$, $P\{\xi = a\} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 设随机变量 ξ 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ Ax^2, & 0 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

则常数 $A = \underline{\hspace{2cm}}$, $P\{0.5 \leq \xi \leq 0.8\} = \underline{\hspace{2cm}}$

二. 选择题:

1. 下列表述为错误的有 ()

- A. 分布函数一定是有界函数 B. 分布函数一定是单调函数
 C. 分布函数一定是连续函数 D. 不同的随机变量也可能有相同的分布函数

2. 设概率 $P(X > x_1) \geq \beta$, $P(X \leq x_2) \geq \alpha$, 且 $x_1 < x_2$, 则 $P(x_1 < X \leq x_2)$ ()

(A) $\leq \alpha + \beta - 1$;

(B) $\leq 1 - (\alpha + \beta)$;

(C) $\geq \alpha + \beta - 1$;

(D) $\geq 1 - (\alpha + \beta)$ 。

三. 计算题:

1. 设随机变量 ξ 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{4}, & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{3}, & 1 \leq x < 3 \\ \frac{1}{2}, & 3 \leq x < 6 \\ 1, & x \geq 6 \end{cases}$$

试求 $P(\xi < 3)$, $P(\xi \leq 3)$, $P(\xi > 1)$, $P(\xi \geq 1)$

3. 已知随机变量 ξ 只能取 -2, 0, 2, 4 四个值, 概率依次为 $\frac{c}{2}, \frac{c}{3}, \frac{c}{4}, \frac{c}{6}$, 求常数 c ,

并计算 $P(\xi < 1 | \xi > -1)$.

4. 一批产品, 其中有 9 件正品, 3 件次品。现逐一取出使用, 直到取出正品为止, 求在取到正品以前已取出次品数的分布律、分布函数。

5. 设连续随机变量 X 的概率密度函数为

$$p(x) = \begin{cases} ax, & 0 \leq x \leq 1, \\ 2-x, & 1 < x \leq 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求 (1) 常数 a ;

(2) X 的分布函数;

(3) $P(0.5 \leq X \leq 1.5)$.

第 6 次作业

一. 填空题:

1. 若随机变量 $\xi \sim U[1, 6]$, 则方程 $x^2 + \xi x + 1 = 0$ 有实根的概率为 _____

2. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} Ax^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$, 则 $A =$ _____

3. 设离散型随机变量 ξ 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < -10 \\ 0.7 & -10 \leq x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$$

则 ξ 的分布律为 _____

4. 设连续型随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}\sqrt{x}, & x \in (0, 1) \\ 0, & x \notin (0, 1) \end{cases}$$

则分布函数为 _____

二. 选择题:

1. 在下列函数中, 可以作为随机变量的概率密度函数的是 ()

A. $f(x) = \begin{cases} 2x & , 0 < x < 1 \\ 0 & , \text{其他} \end{cases}$ B. $f(x) = \begin{cases} x^2 & , 0 < x < 1 \\ 0 & , \text{其他} \end{cases}$

C. $f(x) = \begin{cases} \cos x & , 0 \leq x \leq \pi \\ 0 & , \text{其他} \end{cases}$ D. $f(x) = \begin{cases} 2e^{-x} & , x > 0 \\ 0 & , x \leq 0 \end{cases}$

2. 下列表述中不正确有 ()

A. $F(x)$ 为离散型随机变量的分布函数的充要条件是 $F(x)$ 为阶梯型函数

B. 连续型随机变量的分布函数一定是连续函数

C. 连续型随机变量取任一单点值的概率为零

D. 密度函数就是分布函数的导数

3. 设随机变量 X 的概率密度为

$$p(x) = \begin{cases} K(4x - 2x^2), & 1 < x < 2, \\ 0, & \text{其它}, \end{cases} \quad \text{则 } K = ()$$

A. $\frac{5}{16}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{4}{5}$

三. 计算题

1. (柯西分布) 设连续随机变量 ξ 的分布函数为

$$F(x) = A + B \arctan x \quad -\infty < x < +\infty$$

求: (1) 系数 A 及 B ;

(2) 随机变量 ξ 落在区间 $(-1, 1)$ 内的概率;

(3) 随机变量 ξ 的概率密度。

2. 学生完成一道作业的时间 X 是一个随机变量, 单位为小时, 它的密度函数为

$$p(x) = \begin{cases} cx^2 + x & 0 \leq x \leq 0.5 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

(1) 确定常数 c ;

(2) 写出 X 的分布函数;

(3) 试求在 20 min 内完成一道作业的概率;

(4) 试求 10 min 以上完成一道作业的概率。

3. 袋内有 5 个黑球 3 个白球,每次抽取一个不放回,直到取得黑球为至。记 Y 为抽取次数,求 Y 的概率分布及至少抽取 3 次的概率。

4. 某种灯具的寿命 ξ 具有概率密度:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{10}{x^2}, & x > 10 \\ 0, & x \leq 10 \end{cases}$$

任取三只这种灯具,问 150 小时内,三只灯具全部完好的概率是多少? 又问 150 小时内,至少有两只损坏的概率又是多少?

5. 已知随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = ae^{-\lambda|x|}$, $\lambda > 0$, $-\infty < x < +\infty$ 。

求系数 a 和分布函数 $F(x)$ 。