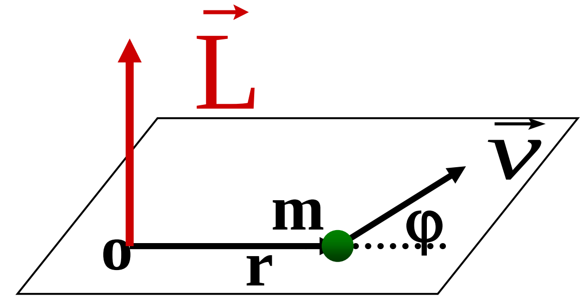
1、质点角动量的定义

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$$



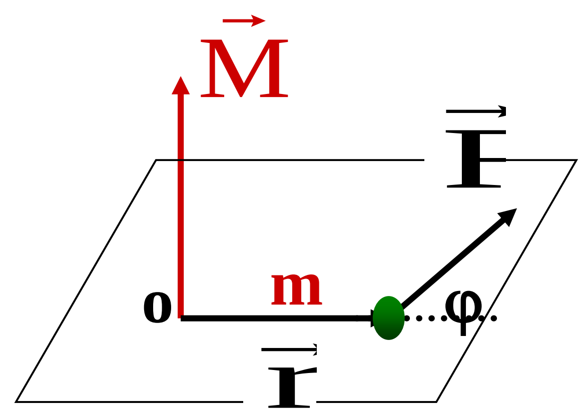
2、角动量定理和角动量守恒定律

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r}\times\vec{p}) = \frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{p} + \vec{r}\times\frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} \qquad \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \qquad \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$$

$$= \overset{0}{\cancel{\vec{v}\times m\vec{v}}} + \underline{\vec{r}\times\vec{F}}$$ （合力矩）

角动量定理 $\vec{M} = \vec{r}\times\vec{F} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$



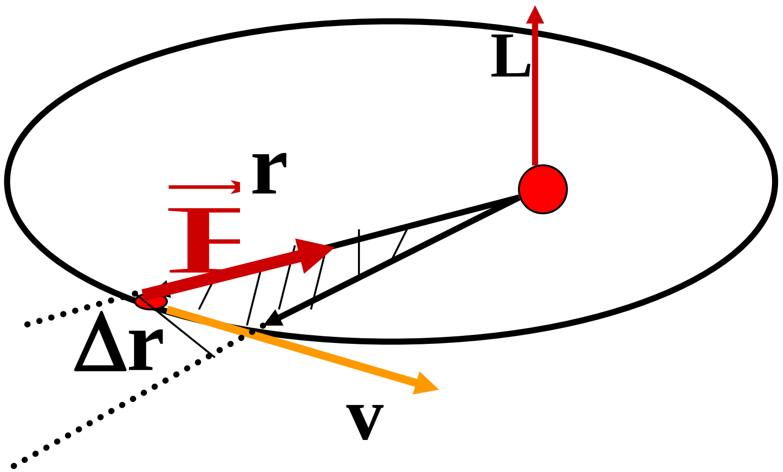
——质点所受的合力矩等于它的角动量对时间的变化率。单位：**mN**

角动量守恒定律

对于某一固定点 $\vec{M}=0 \Rightarrow \dfrac{d\vec{L}}{dt}=0$

$$\Rightarrow \vec{L}=\vec{C}$$

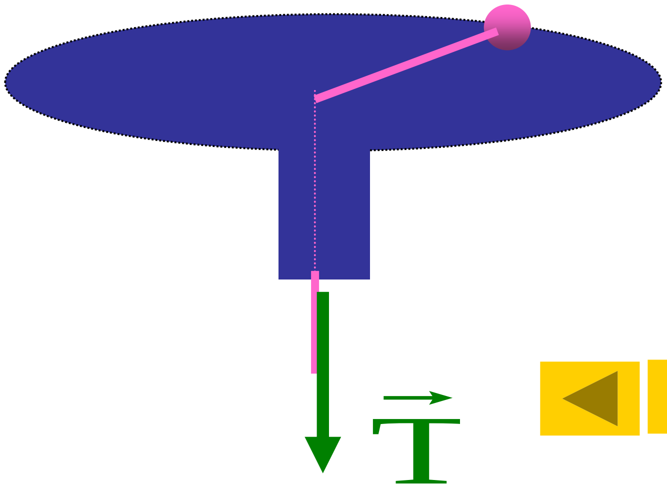
开普勒第二定律—等面积原理



$$\frac{ds}{dt}=\frac{1}{2}\left|\vec{r}\times\vec{v}\right|=C$$

$$\vec{r}\times\vec{F}=0$$

光滑桌面上绳子拉着质点旋转



$$m\omega_0 r_0^2=m\omega r^2$$

$$\omega=\omega_0\frac{r_0^2}{r^2}\rangle\omega_0$$

质点系的角动量定律：

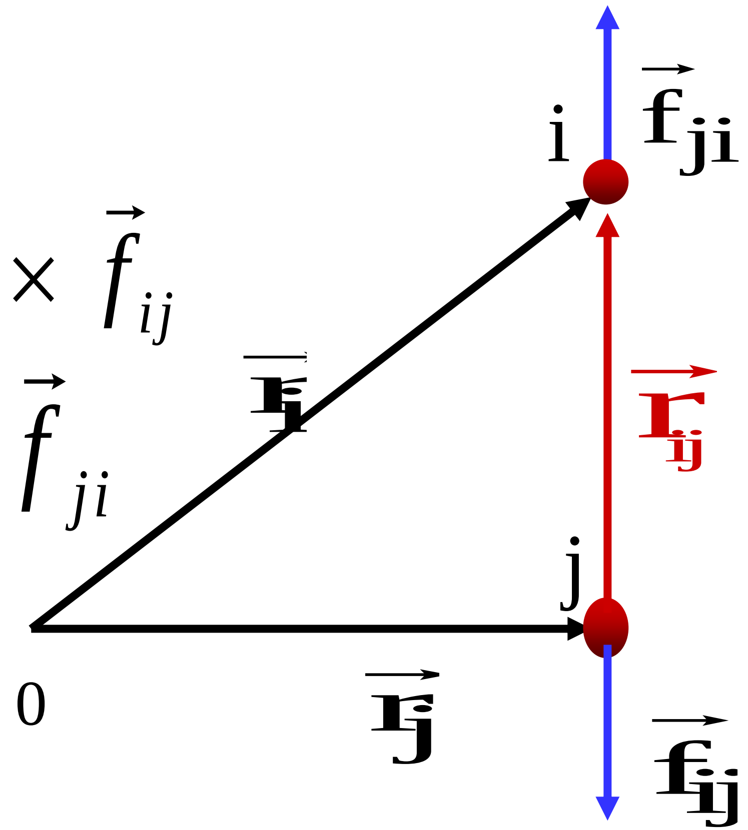
一对内力矩：

$$\vec{M}_{ij}+\vec{M}_{ji}=\vec{r}_i\times\vec{f}_{ji}+\vec{r}_j\times\vec{f}_{ij}$$

$$(\vec{f}_{ji}=-\vec{f}_{ij})\quad=(\vec{r}_i-\vec{r}_j)\times\vec{f}_{ji}$$

$$=\vec{r}_{ij}\times\vec{f}_{ji}$$

$$=0$$



$$\therefore\ \vec{M}_{合外}=\vec{r}\times\vec{F}=\frac{d\vec{L}}{dt}$$

质点系的角动量守恒：

$$如果\ \vec{M}_{合外}=0,则\ \Sigma\vec{L}_i=C$$

例1、质点m作圆锥摆运动，设速率v，半径R，锥角θ，问：1）以O为参考点M_T、M_{mg}、$M_{合}$、L为多少？

2）以A为参考点M_T、M_{mg}、$M_{合}$、L为多少？

3）对O点、A点，质点的角动量是否守恒？

1）O点：$\vec{M}_T = \vec{R} \times \vec{T}$

$$M_T = RT\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) = RT\cos\theta$$ 向内

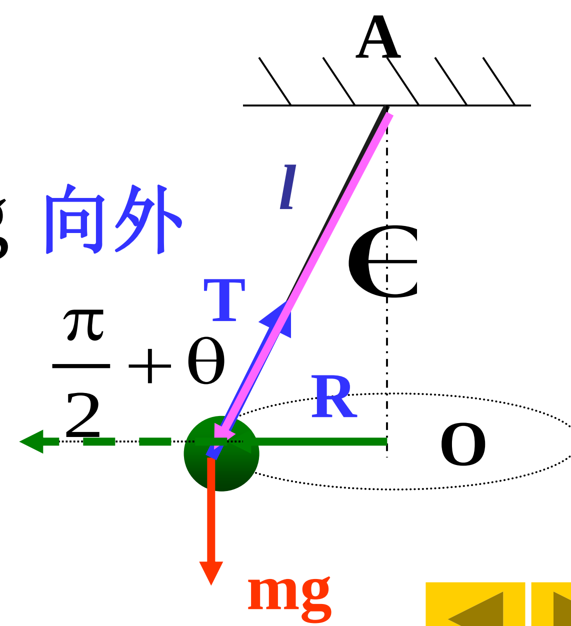
$$\vec{M}_{mg} = \vec{R} \times m\vec{g}$$

$$M_{mg} = Rmg\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = Rmg$$ 向外

又 $T\cos\theta = mg$

$$\Rightarrow M_{mg} = TR\cos\theta \Rightarrow M = 0$$

$\vec{L} = \vec{R} \times m\vec{v} \Rightarrow L = rmv$ 向上



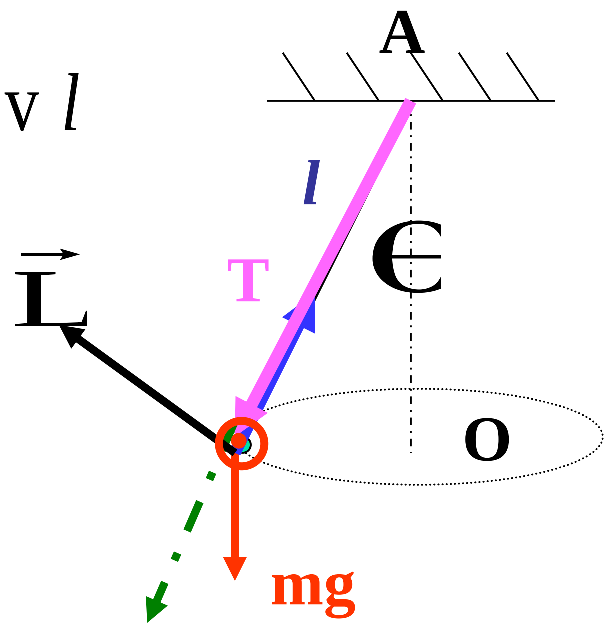
2）A点：$\vec{M}_T = \vec{l} \times \vec{T} = 0$

$$\vec{M}_{mg} = \vec{l} \times m\vec{g}$$

$$M_{mg} = mgl\sin\theta = mgR$$ 向外

$$M_{合} = M_{mg} = mgR$$

$$\vec{L} = \vec{l} \times m\vec{v} \Rightarrow L = mvl$$

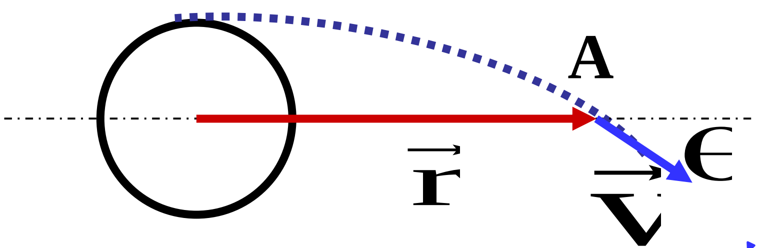


3）对O点角动量守恒

对A点角动量不守恒，大小不变，方向改变

例2、习题册　17、火箭以v_2沿地球表面切向飞出，在飞离地球过程中，火箭发动机停止工作，不计空气阻力，求A点的速度大小和方向

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$$



向心力作用——角动量守恒

$$m v_2 R = m v 4R \sin\theta$$

地球、火箭系统——机械能守恒

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - G\frac{mM}{R} = \frac{1}{2} m v^2 - G\frac{mM}{4R}$$

$$mg = G\frac{mM}{R^2}$$