

驻波 (standing wave)



合成波表达式: $y = y_1 + y_2$

1) 波腹、波节——合成波的振幅 $\Delta x_{\text{波节}} = \frac{\lambda}{2}$

2) 半波损失

反射点: 波疏——波密, 固定端, 波节

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

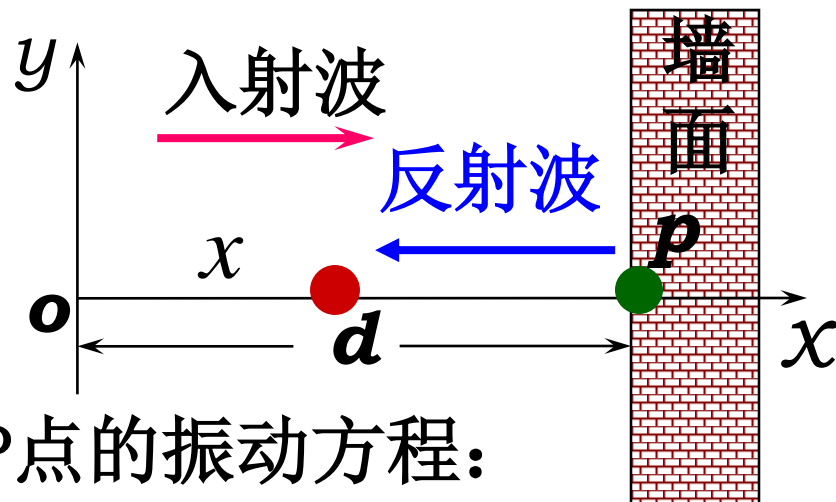
例1 设波源O点的振动方程为 $y = A \cos \omega t$

它向墙面方向传播经反射后形成驻波 (p 点为波节) λ 已知

求：驻波方程，波节及波腹的位置。

解： $y_{\lambda} = A \cos \omega(t - \frac{x}{u})$

$$y_p = A \cos \omega(t - \frac{d}{u})$$



考虑到半波损失后反射波在P点的振动方程：

$$y_{\text{反}p} = A \cos(\omega(t - \frac{d}{u}) + \pi) = A \cos(\omega t - \omega \frac{d}{u} + \pi)$$

反射波的波动方程：

$$y_{\text{反}} = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{d-x}{u} \right) - \omega \frac{d}{u} + \pi \right]$$



驻波方程:

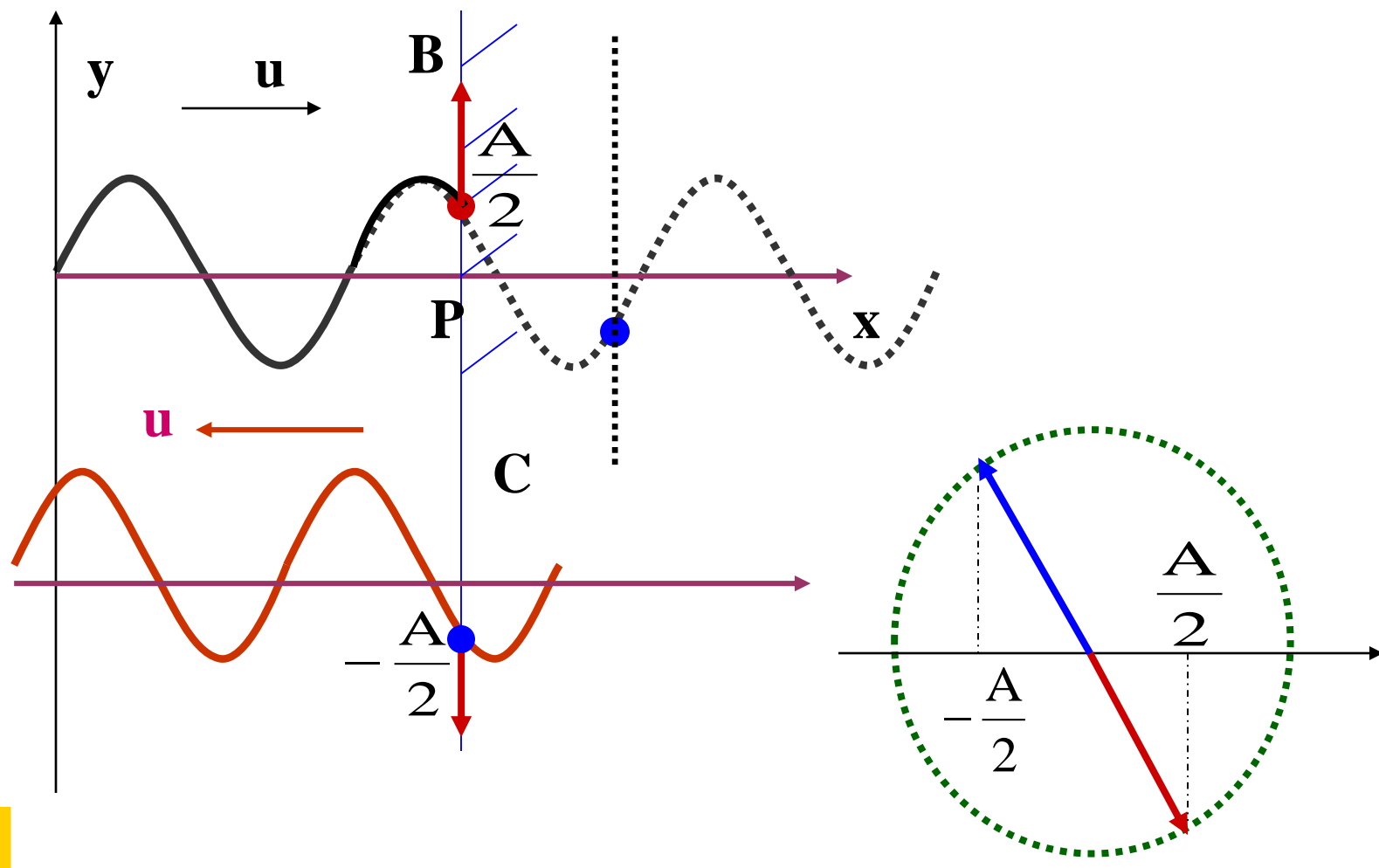


$$\begin{aligned} y &= y_{\lambda} + y_{\pi} \\ &= A \cos \omega(t - \frac{x}{u}) + A \cos \left[\omega(t - \frac{2d - x}{u}) + \pi \right] \\ &= 2A \cos(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda} + \frac{\pi}{2}) \cos \left[\frac{2\pi(d - x)}{\lambda} + \frac{\pi}{2} \right] \end{aligned}$$

波腹: $\frac{2\pi(d - x)}{\lambda} + \frac{\pi}{2} = 2k \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = d - (2k + 1) \frac{\lambda}{4}$

波节: $\frac{2\pi(d - x)}{\lambda} + \frac{\pi}{2} = (2k + 1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = d - k \frac{\lambda}{2}$
($0 < x < d$)

例2、 如图所示为一向右传播的简谐波在 t 时刻的波形图，**BC**为波密介质的反射面。波由**P**点反射，则反射波在 t 时刻的波形图如何？



例3、一驻波方程为 $y = A \cos 2\pi x \cos 100\pi t (SI)$

位于 $x_1 = \frac{1}{8}m$ 处的质元 P_1 与位于 $x_2 = \frac{3}{8}m$ 处的质元 P_2 的振动相位差为多少？这是那两列波的叠加？

$$y_1 = A \cos 2\pi \frac{1}{8} \cos 100\pi t (SI) = \frac{\sqrt{2}}{2} A \cos 100\pi t$$

$$y_2 = A \cos 2\pi \frac{3}{8} \cos 100\pi t (SI) = -\frac{\sqrt{2}}{2} A \cos 100\pi t$$

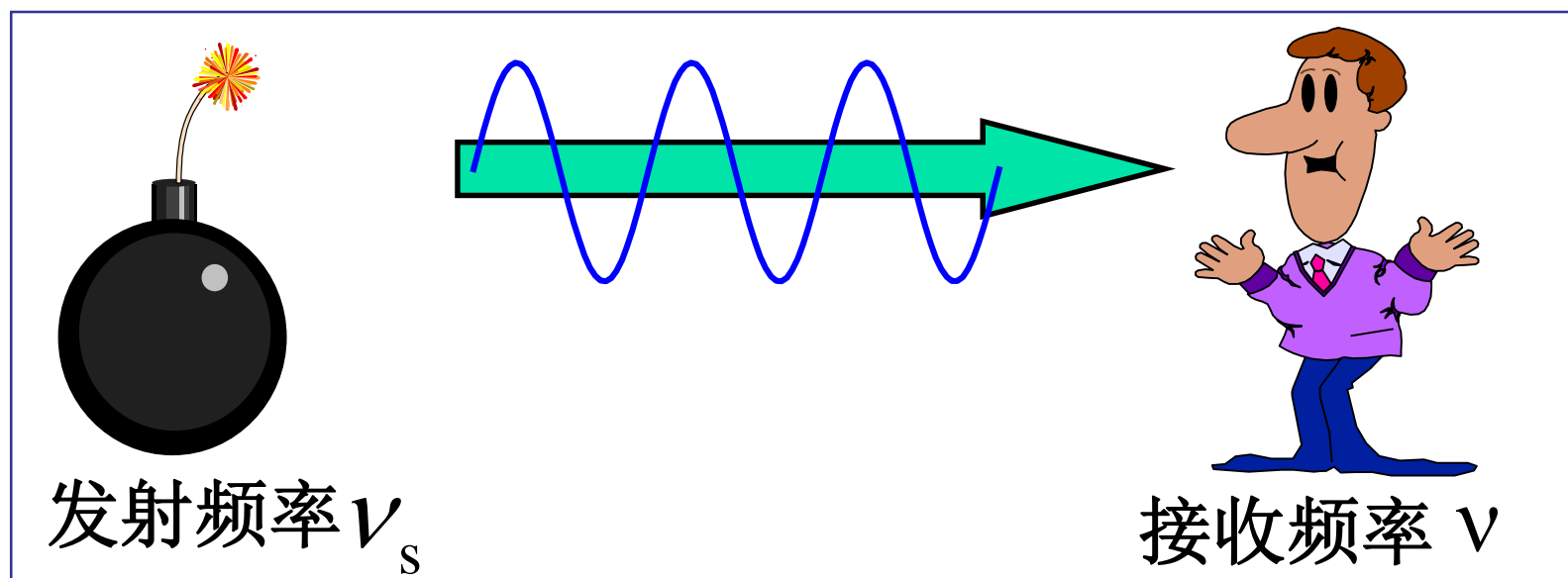
$$\Rightarrow \Delta\phi = \pi \qquad \qquad \qquad = \frac{\sqrt{2}}{2} A \cos(100\pi t + \pi)$$

$$y = \frac{1}{2} A [\cos(2\pi x + 100\pi t) + \cos(2\pi x - 100\pi t)]$$



九、多普勒效应 (Doppler effect)

——观察者接收到的频率有赖于波源和观察者的相对运动。



人耳听到的声音的频率与声源的频率相同吗？

$$\nu_s \stackrel{?}{=} \nu$$





V_B —— 观察者相对于媒质的运动速度。

V_s —— 波源相对于媒质的运动速度。

波源的频率 ν_s

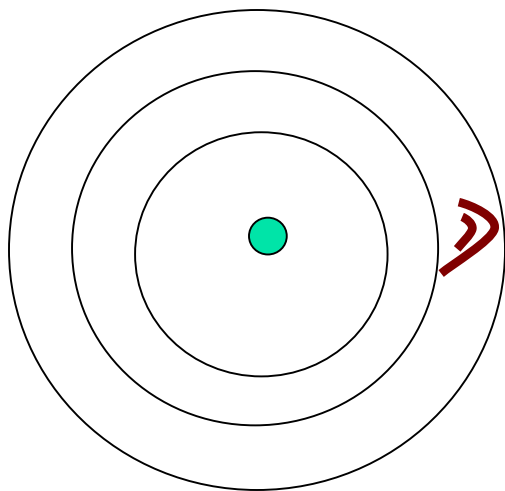
观察者接收到的频率 ν

波速 u

波长 λ

$$\nu_s = \frac{u}{\lambda}$$

1) 波源和观察者都不动的情况



$$\nu = \frac{u}{\lambda} = \nu_s$$

频率不变



2) 波源不动, 观察者以速度 v_B 向着波源运动

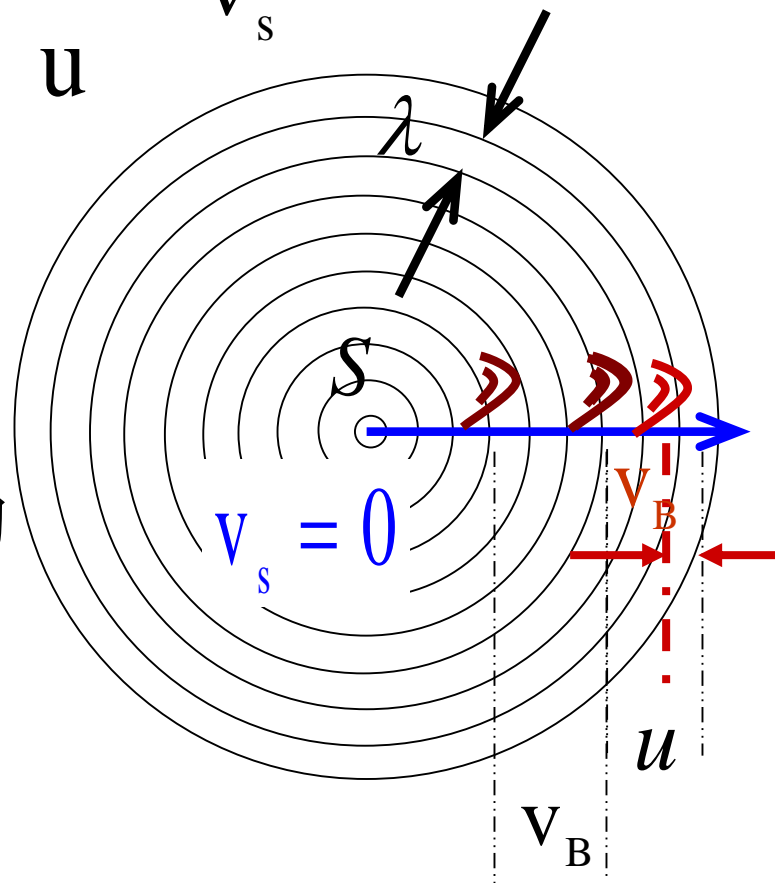
$$v = \frac{u + v_B}{\lambda} = \frac{u + v_B}{u/v_s} = \frac{u + v_B}{u} v_s$$

$$\therefore v = \frac{u + v_B}{u} v_s \quad \text{频率升高}$$

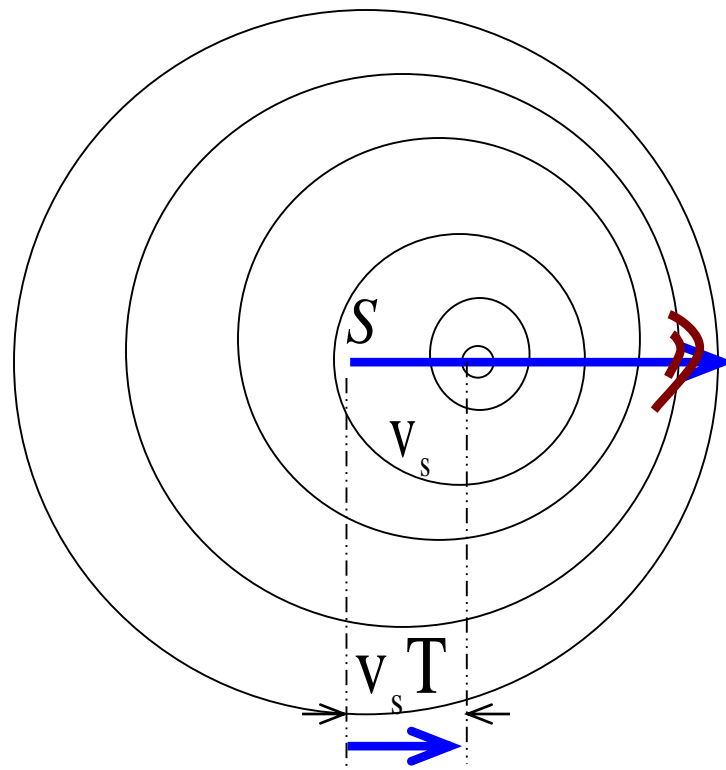
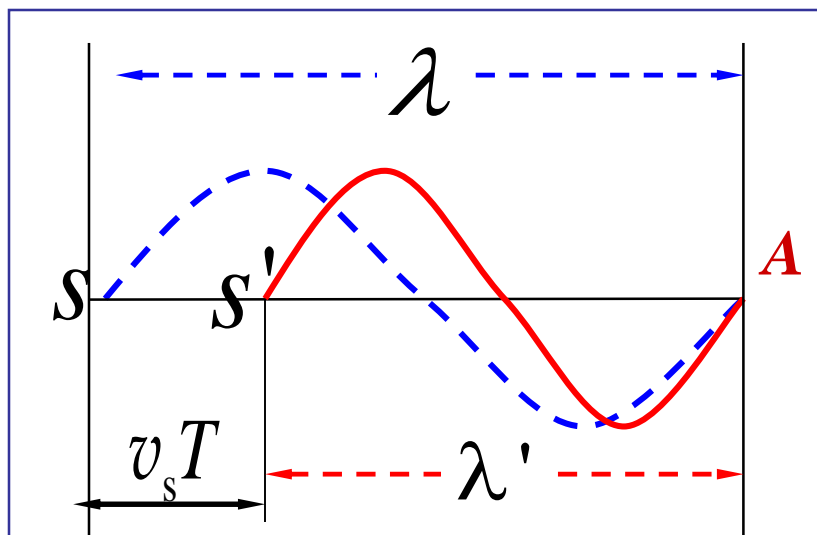
若观察者以速度 v_B 离开波源运动

$$v = \frac{u - v_B}{u} v_s \quad \text{频率降低。}$$

$$u = v_B \Rightarrow v = 0$$



3) 观察者不动，波源以速度 V_s 向着观察者运动



$$\lambda' = \lambda - V_s T = (u - V_s) T$$

波源趋近观察者 $v = \frac{u}{\lambda'} = \frac{u}{(u - V_s) T} = \frac{u}{u - V_s} v_s$

波源远离观察者 $v = \frac{u}{u + V_s} v_s$



(4) 相对于媒质波源和观察者同时运动



当波源和观察者彼此趋近时

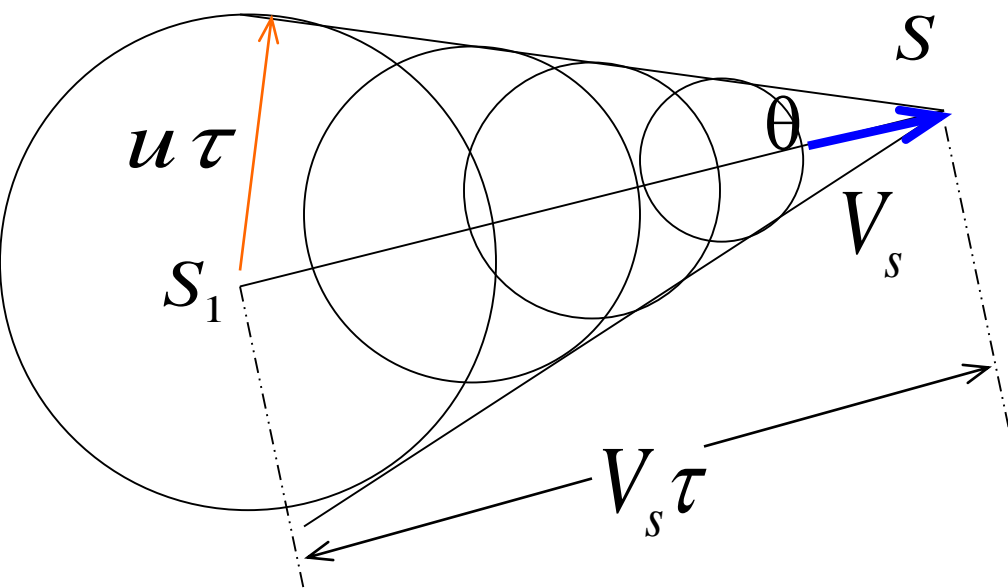
$$\nu = \frac{u + V_B}{u - V_s} \nu_s$$

当波源和观察者彼此离开时

$$\nu = \frac{u - V_B}{u + V_s} \nu_s$$

当 $V_s > u$ 时，多普勒公式失效

马赫锥 (Mach cone)



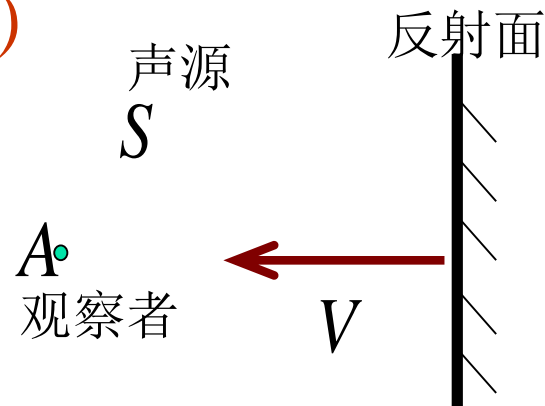
当波源的速度超过波的速度时，波源前方不可能有任何波动产生。圆锥形的波称为**冲击波**，需注意防范

$$\sin \theta = \frac{u}{V_s}$$

例、一装置如图，波源不动，反射面以速度 $V=0.20\text{m/s}$ 向观察者接近，如声速为 340m/s ，测得拍频 $\Delta\nu = 4\text{Hz}$ 求波源的频率？

观察者接收到的频率：

$$\left(\nu = \frac{u + V_B}{u - V_s} \nu_s \right)$$



1) 静止的波源频率 ν_s

2) 经运动的反射面反射后的频率 ν

$$\Delta\nu = \nu - \nu_s$$

反射面接收到波，再发射出波 $\nu_{\text{反射面}} = \frac{u + V}{u} \nu_s$

A 观察者接收到反射面反射频率

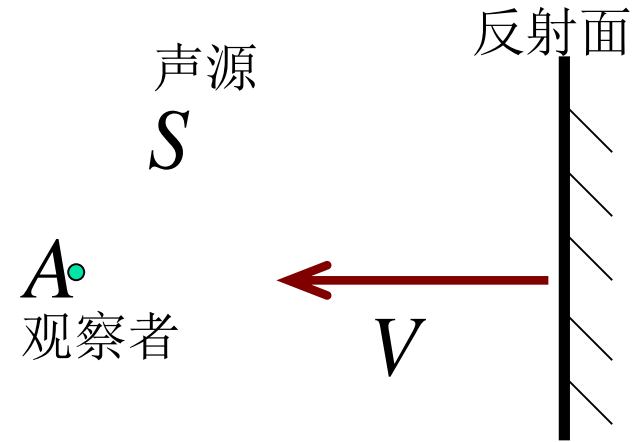
$$\nu = \frac{u}{u - V} \nu_{\text{反射面}} = \frac{u + V}{u - V} \nu_s$$



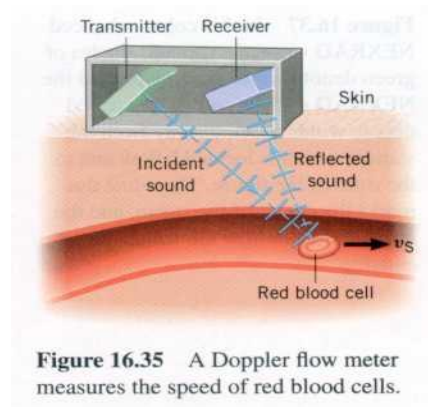
$$\Delta \nu = \nu - \nu_s = \frac{2V}{u - V} \nu_s$$

由此可解出波源的频率

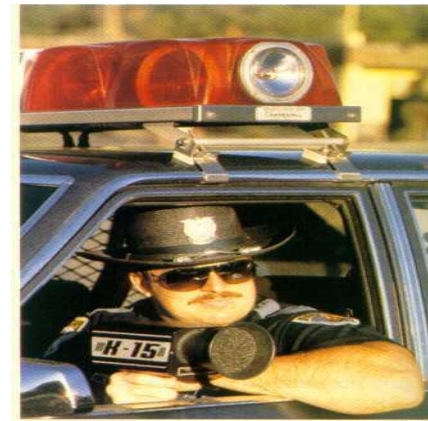
$$\Rightarrow \nu_s = 3398 \text{ Hz}$$



雷达测速原理



超声血流仪



多普勒测速



质点——机械运动

采用的方法：受力分析—牛顿运动定律—**确定论**

热学 — **热运动**：物体中分子或原子无规则的运动。
— **热现象**：由于物体温度的变化而引起物体性质、形态的变化。

例：热胀冷缩、相变、高温退磁。

研究热运动的规律及其对物质宏观性质的影响，以及与物质其他运动形态之间的转化规律。

宏观量：表征大量分子集体行为特征的物理量

例：温度、压强

微观量：表征个别分子行为特征的物理量。

例：一个分子的直径、质量、速度

统计的规律

上页 下页

粒子总数 $N = \sum_i N_i$

设 N_i 为第 i 格中的粒子数

1、概率—— 粒子在第 i 格
中出现的可能性大小 $\propto \frac{N_i}{N}$

$$\omega_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_i}{N} \quad 0 \leq \omega_i \leq 1$$

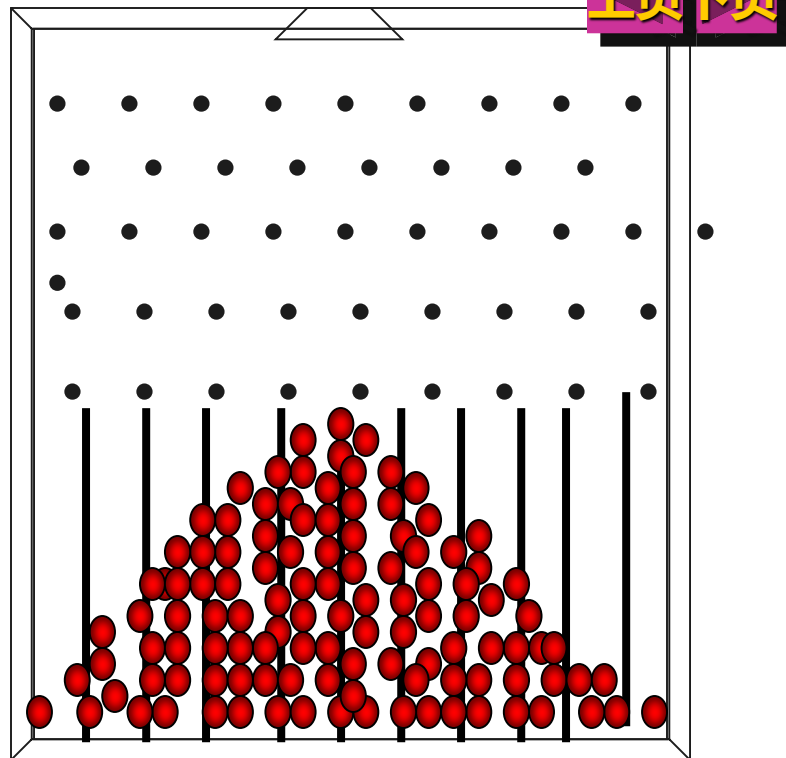
归一化条件 $\sum_i \omega_i = 1$

2、统计平均值

算术平均值: $\overline{M} = \frac{\sum N_i M_i}{\sum N_i}$

M: $M_1 \quad M_2 \quad M_3 \dots$
 $N_1 \quad N_2 \quad N_3 \dots$

$$M = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\sum N_i M_i}{N} = \sum \omega_i M_i$$



气体（大量分子）

实验定律（P、T）

气体分子遵循力学规律

大量分子无法精确描述

统计规律

统计平均值

气体动理论

第六章 气体动理论

系统与外界

1、**热力学系统（简称系统）**——在给定范围内，由大量微观粒子所组成的宏观客体。

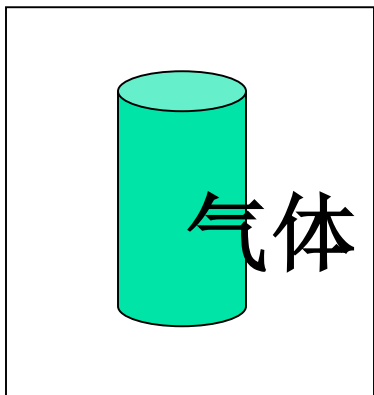
2、**系统的外界（简称外界）**——能够与所研究的热力学系统发生相互作用的其它物体。

3、**热力学系统的种类**

开放系统——系统与外界既有能量传递，又有质量传递

孤立系统——系统与外界即无能量传递，也无质量传递

封闭系统——系统与外界只有能量传递，而无质量传递



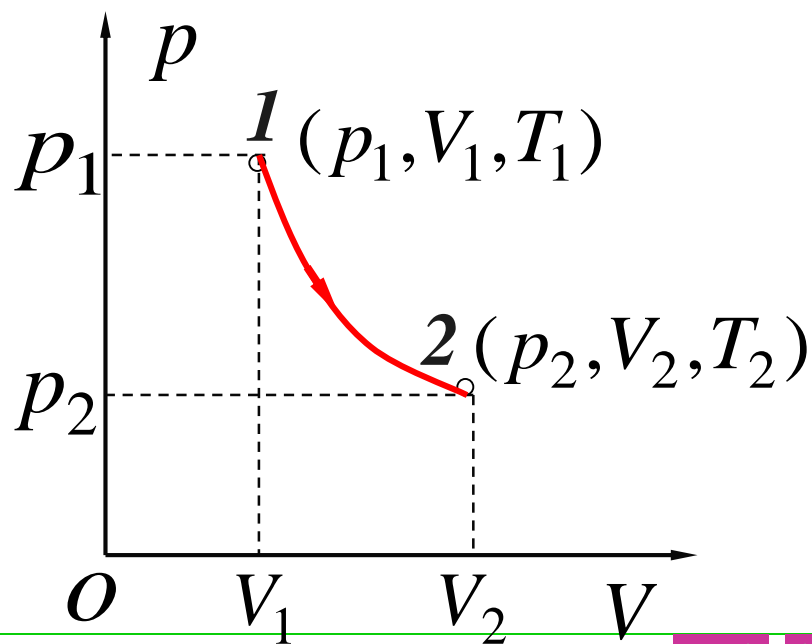
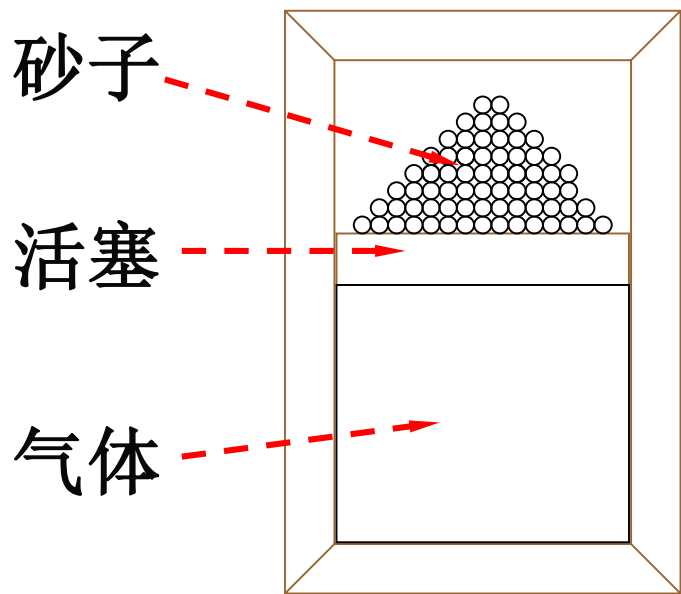
平衡态和准静态过程

一个系统在不受外界影响的条件下，如果它的宏观性质不再随时间变化，就说这个系统处于热力学**平衡态**。

准静态过程： 从一个平衡态到另一平衡态所经过的每一中间状态均为平衡态的过程。

$$f(P, V, T) = 0 \quad \text{——状态方程}$$

与大气压比，**P**不太大 } 遵循气体的三条实验定律
与室温比，**T**不太低 } 玻意耳、盖·吕萨克、查理



一、理想气体状态方程(equation of state)

—理想气体 (ideal gas) 在平衡态时宏观实验规律

$$PV = \nu RT = \frac{m}{M} RT \quad \text{若 } m \text{ 不变} \Rightarrow \frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P_1 V_1}{T_1}$$

P—压强(Pa) (气体在容器壁单位面积上的垂直的作用力)

$$1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

V—体积 (m^3) ; **ν** —气体摩尔数

m—气体质量 (kg) ; **M**—气体摩尔质量 (kg/mol)

T=273+ t⁰C—热力学温标 (K)

R=8.31J/mol.K——普适气体常数

例1、两相同的容器装有氢气，以一细玻璃管相连通。管中用一滴水银作活塞，如图所示。当左边容器的温度为 0°C 、而右边容器的温度为 20°C 时，水银滴刚好在管的中央。试问：当左边容器温度由 0°C 增到 5°C 、而右边容器温度由 20°C 增到 30°C 时，水银滴是否会移动？如何移动？

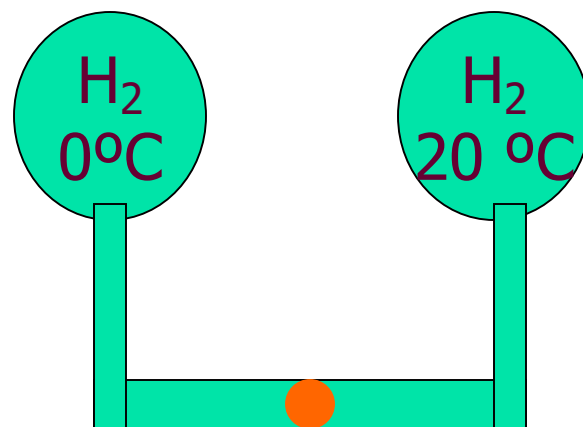
解： $P_1 V_1 = \frac{m_1}{M} R T_1$

$$P_2 V_2 = \frac{m_2}{M} R T_2$$

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{m_1}{m_2} \frac{T_1}{T_2}$$

开始时

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{293}{273}$$



$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{m_1}{m_2} \frac{T_1}{T_2}$$

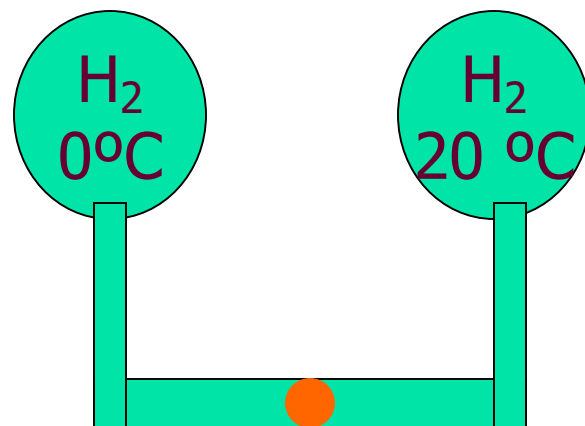
开始时

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{293}{273}$$

温度升高后

$$\frac{V_1'}{V_2'} = \frac{m_1}{m_2} \frac{T_1'}{T_2'} = 0.9847 < 1$$

$$\Rightarrow V_1' < V_2'$$



法二、体积相等 比较压强的大小

二、理想气体的压强公式和温度

1、理想气体的微观模型

- (1) 分子大小不计
- (2) 气体分子间及气体分子与容器壁分子间除了碰撞外，不计相互作用
- (3) 分子的碰撞是弹性碰撞，遵循动量守恒和动能守恒定律
- (4) 不计分子重力

——理想气体是自由地、无规则运动的弹性质点的集合

2、统计假设：

- 1) 分子处在空间的任意位置的概率相同，且均匀分布

$$n \text{ 个} / \text{m}^3 = C$$

- 2) 每个分子向各方向运动的几率相同

2) 每个分子向各方向运动的概率相同

$$\vec{V}_i = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

$$\overline{v_x^2} = \frac{\sum v_{ix}^2}{N} \quad \overline{v_y^2} = \frac{\sum v_{iy}^2}{N} \quad \overline{v_z^2} = \frac{\sum v_{iz}^2}{N}$$

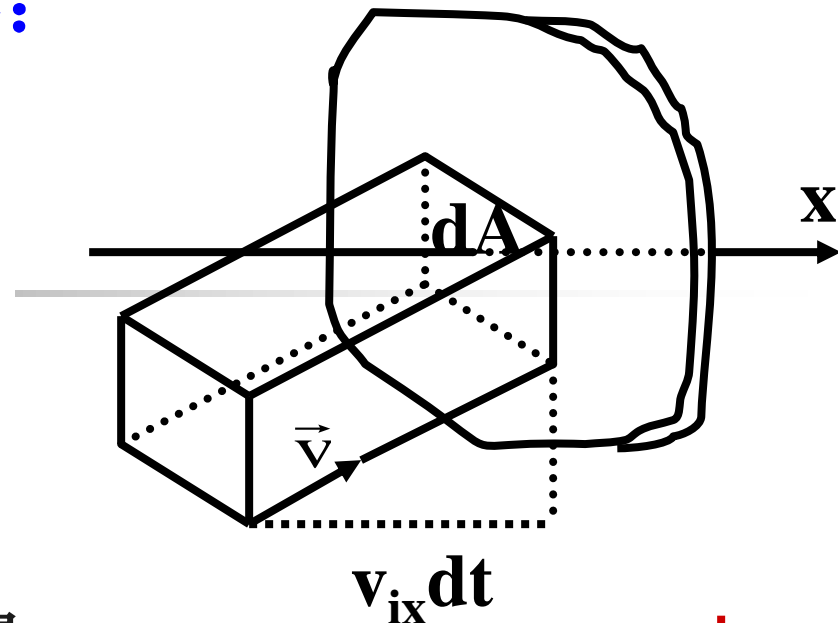
$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$$

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$$

$$\Rightarrow \overline{v_i^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2} \quad (i = x, y, z)$$

3、理想气体压强公式的推导：

平衡态下，器壁各处压强相等，取直角坐标系，在垂直于 x 轴的器壁上任取一小面积 dA ，计算其所受的压强（如右图）



分子在一次碰撞中受到的冲量

$$I_{ix} = -\mu v_{ix} - \mu v_{ix} = -2\mu v_{ix}$$

分子在对 dA 的一次碰撞中施于 dA 的冲量 $2\mu v_{ix}$

dt 时间内，碰到 dA 面的第 i 组分子数 $n_i v_{ix} dA dt$

dt 时间内，碰到 dA 面的第 i 组分子施于 dA 的冲量为

$$n_i v_{ix} dA dt (2\mu v_{ix})$$

dt时间内，与dA相碰撞的所有分子施于dA的冲量为

$$dI = \sum_{i(v_{ix} > 0)} 2\mu n_i v_{ix}^2 \cdot dt \cdot dA$$

注意： $v_{ix} < 0$ 的分子不与dA碰撞。

容器中气体无整体运动，平均来讲 $v_{ix} > 0$ 的分子数等于 $v_{ix} < 0$ 的分子数

$$\Rightarrow dI = \frac{1}{2} [\sum_i 2\mu n_i v_{ix}^2 dt \cdot dA] = \sum_i \mu n_i v_{ix}^2 dt \cdot dA$$

dA面所受到的压强

$$= \bar{F} dt$$

$$P = \frac{\bar{F}}{dA} = \frac{dI}{dt dA} = \sum_i n_i \mu v_{ix}^2 = n \mu \overline{v_x^2}$$

$$\overline{v_x^2} = \frac{\sum_i n_i v_{ix}^2}{\sum_i n_i} = \frac{\sum_i n_i v_{ix}^2}{n} \Rightarrow n \overline{v_x^2} = \sum_i n_i v_{ix}^2$$

根据统计假设:分子向各方向运动的几率相同

$$P = n\mu \overline{v_x^2} = \frac{1}{3} n\mu \overline{v^2} = \frac{2}{3} n \left(\frac{1}{2} \mu \overline{v^2} \right)$$

分子的平均平动动能

$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{1}{2} \mu \overline{v^2}$$

理想气体压强:

$$P = \frac{2}{3} n \overline{\varepsilon_k}$$

宏观可测量量

微观量的统计平均值

- 压强是大量分子对时间、对面积的统计平均结果。

4、温度的微观意义

$$P = \frac{m}{M} \frac{RT}{V}$$

若已知分子总数 N

令粒子数密度

$$n = \frac{N}{V} \text{ 个} / \text{m}^3$$

玻尔兹曼常数

$$k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J / K}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P = \frac{N\mu}{N_A\mu} \frac{RT}{V} = nkT \\ P = \frac{2}{3} n \overline{\varepsilon_k} \end{array} \right. \Rightarrow \overline{\varepsilon_k} = \frac{3}{2} kT$$

温度平均的标志了系统内分子热运动的剧烈程度

例、一定的理想气体 $T=C$ 时，其 P 随体积的减少而增大。
当 $V=C$ 时， P 随温度的升高而增大。从微观的角度看，
这两种过程有何区别？

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\begin{array}{ll} T = C & V \downarrow \rightarrow P \uparrow \\ V = C & T \uparrow \rightarrow P \uparrow \end{array}$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$T=C$: V 减少 $\rightarrow n$ 增大 \rightarrow 单位时间内分子碰撞器壁的次数增多 $\rightarrow P$ 增大。 $P=nkT$

$V=C$: T 升高 \rightarrow 分子热运动加剧

单位时间内分子碰撞器壁的次数增多 $\rightarrow P$ 增大

分子的平均平动动能增大，分子每次碰撞器壁时施于器壁的平均冲量增大 $\rightarrow P$ 增大。