第七章 光的量子性

§1 单色辐射出射度和吸收比、基尔霍夫定律

一、热辐射基本概念

*热辐射现象：任何物体、在任何温度下都会发射各种波长的电磁波 (T↑，发射波长λ↓)

*平衡热辐射 (***equilibrium radiation***)：

物体发射的辐射能 =同一时间内 吸收的辐射能

此时温度恒定 —— 热辐射达到平衡

1）单色辐射出射度：$\dfrac{dW_\lambda}{d\lambda}=M(\lambda,T)$

dW_λ：单位时间，物体表面单位面积上发射的在 $\lambda\sim\lambda+d\lambda$ 波长范围的辐射能

$M(\lambda,T)$：单位时间、单位表面积上所辐射出的，单位波长间隔中的能量。

$\boxed{\begin{array}{l}\text{同一物体：}T\text{不同，}M\sim\lambda\text{不同}\\ \text{不同物体：}T\text{相同，}M\sim\lambda\text{不同}\end{array}}$

2）总辐射本领：$W(T)=\int_0^\infty M_\lambda(T,\lambda)d\lambda$

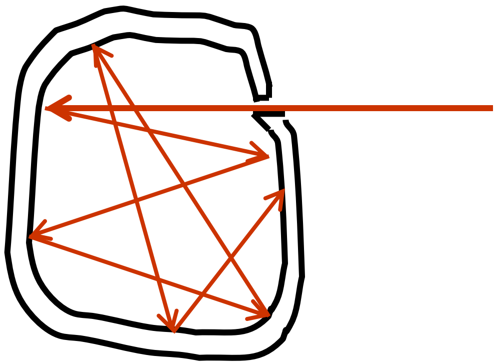
物体单位时间、单位表面积上所辐射出的各种波长电磁波的能量总和。

3）吸收本领：$A(T,\lambda)=\dfrac{\text{吸收能量}}{\text{入射能量}}$

4）绝对黑体（黑体）(black body)

对于任意温度或波长，绝对黑体的吸收本领恒等于1 } $a(T,\lambda)\equiv 1 \rightarrow$ 理想模型

空腔黑体：不透明材料带小孔空腔（黑体模型）



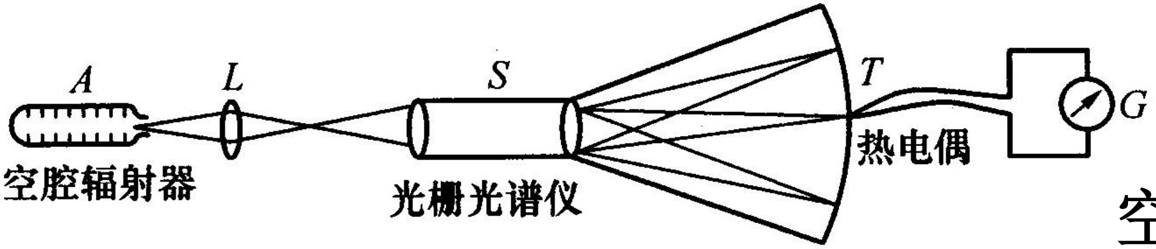
5）基尔霍夫定律：

$$\frac{M_1(\lambda,T)}{A_1(\lambda,T)}=\frac{M_2(\lambda,T)}{A_2(\lambda,T)}=\cdots\cdots=\frac{M_0(\lambda,T)}{A_0(\lambda,T)}=M_0(\lambda,T)=f(\lambda,T)$$

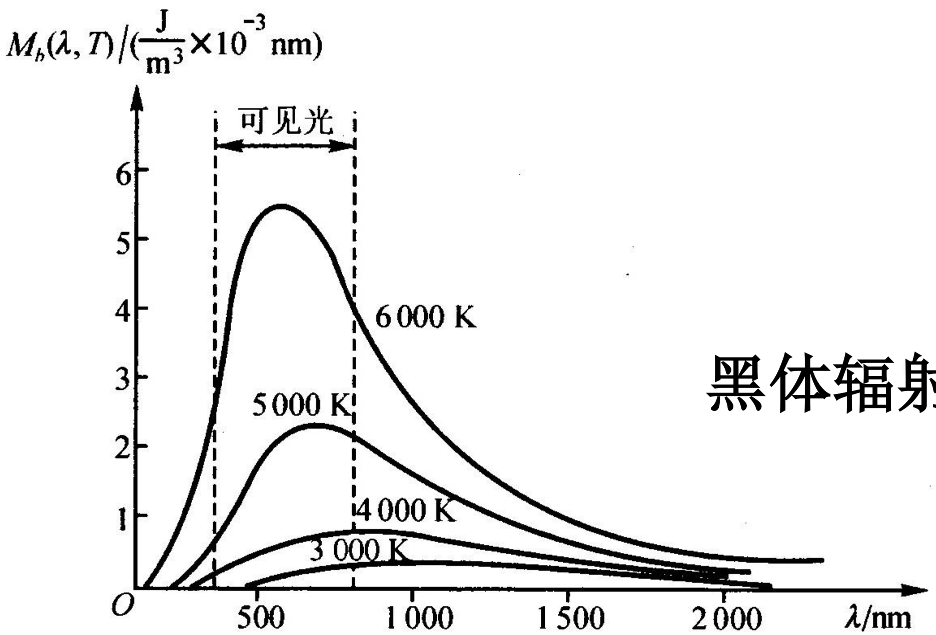
说明：1）好的吸收体，一定也是好的辐射体

2）由黑体辐射本领可以得到一般物体的辐射本领

§2 黑体辐射 (*black body radiation*) 实验规律



空腔辐射器



黑体辐射本领随波长变化曲线

1. 斯特藩定律： $E(T)=\int_0^{\infty} M_0(\lambda,T)d\lambda=\sigma T^4$

$E(T)$～黑体在温度T时的总辐射本领，对应 $e\sim\lambda$ 曲线下的面积

2. 维恩位移定律： $T\lambda_m=b$

例：

太阳辐射光谱：$\lambda_m \sim 510nm \rightarrow T\sim 5700K$

地球表面：$\lambda_m \sim 10\mu m \rightarrow T\sim 300K$

3. 经典理论解释黑体辐射的困难

维恩公式：

$$M_b(\lambda,T)=\frac{C_1}{\lambda^5}e^{-C_2/\lambda T}$$

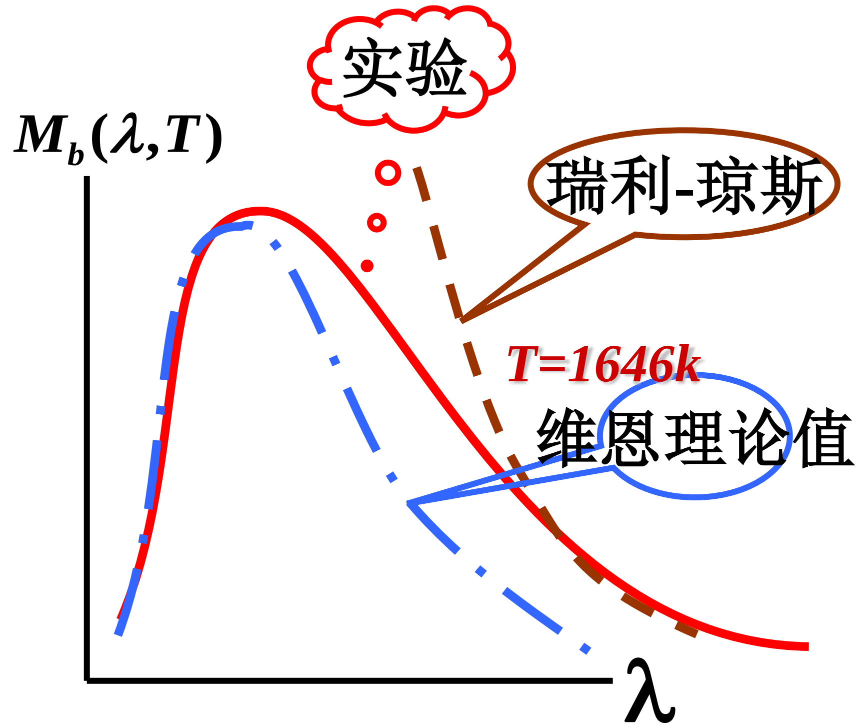
短波区符合较好

瑞利-琼斯公式：

$$M_b(\lambda,T)=\frac{2\pi c}{\lambda^4}kT$$

长波区符合较好

短波区：$M_b(\lambda,T)\to\infty$ “紫外灾难”



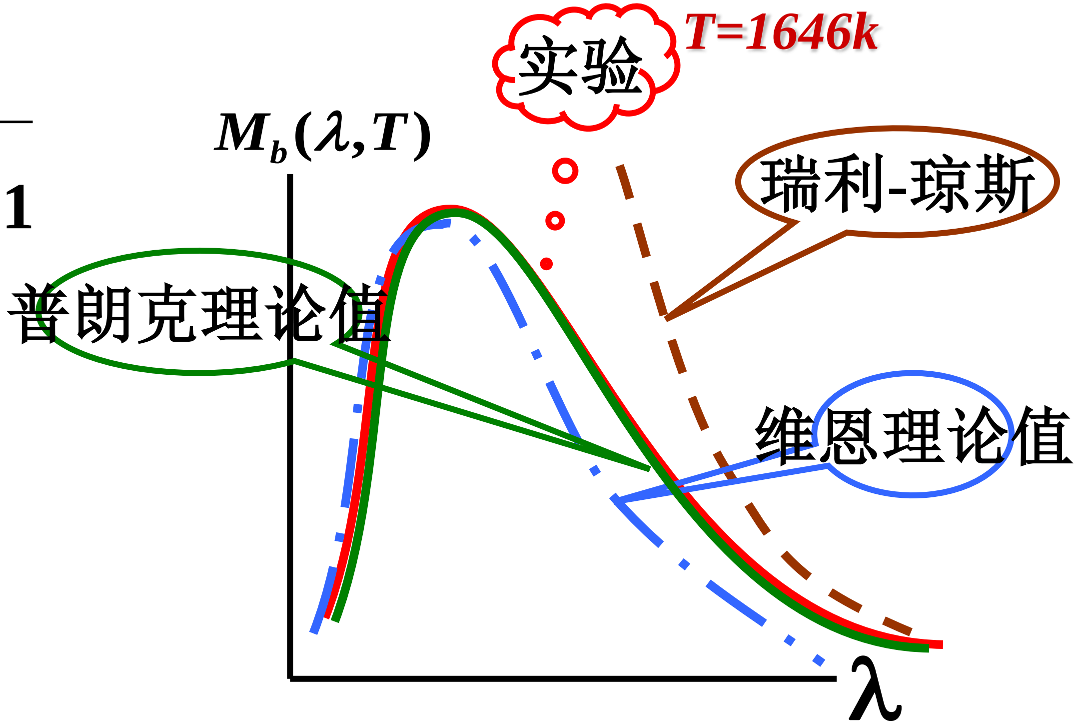
§3 普朗克能量子假设 普朗克黑体辐射公式

一、 普朗克公式

$$M_b(\lambda,T)=2\pi hc^2\lambda^{-5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{k\lambda T}}-1}$$

或

$$M_b(\nu,T)=2\pi hc^{-2}\nu^3\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}$$



c: 光速

k: 玻尔兹曼常数

h:普朗克常数

$$h=6.63\times10^{-34}J\cdot S$$

$$M_b(\lambda,T)d\lambda=M_b(\nu,T)d\nu\xrightarrow{\nu=\frac{c}{\lambda}}M_b(\nu,T)=\frac{\lambda^2}{c}M_b(\lambda,T)$$

当λ很小：$\dfrac{hc}{\lambda kT} >> 1 \rightarrow M_b(\lambda, T) = \dfrac{2\pi hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda kT}}$ 维恩公式

当λ很大：$\dfrac{hc}{\lambda kT} << 1 \rightarrow M_b(\lambda, T) = \dfrac{2\pi c}{\lambda^4} kT$ 瑞利–金公式

二、普朗克量子假设：

黑体由许多带电的线性谐振子组成，可与周围电磁场交换能量

谐振子的能量不能连续变化，只能取一些分裂的值，它们是某一最小能量 $h\nu$ 的整数倍, 即 $h\nu,\ 2h\nu,\ 3h\nu,\ \ldots,\ nh\nu$

n: 量子数

$h\nu$: 能量子/量子 (*quantum of energy / quantum*)

$nh\nu$: 能级

对于一定频率ν 的电磁辐射，物体只能以 $h\nu$ 为单位发射或吸收它。换言之，物体发射或吸收电磁辐射只能以“量子”方式进行，每个量子的能量为$h\nu$ 。——能量量子化

h:普朗克常数

$$h = 6.63\times10^{-34} J\cdot S$$

宏观粒子： $m = 10^{-2} kg, A = 0.01m, \nu = 1s^{-1} \rightarrow E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sim 10^{-4} J$

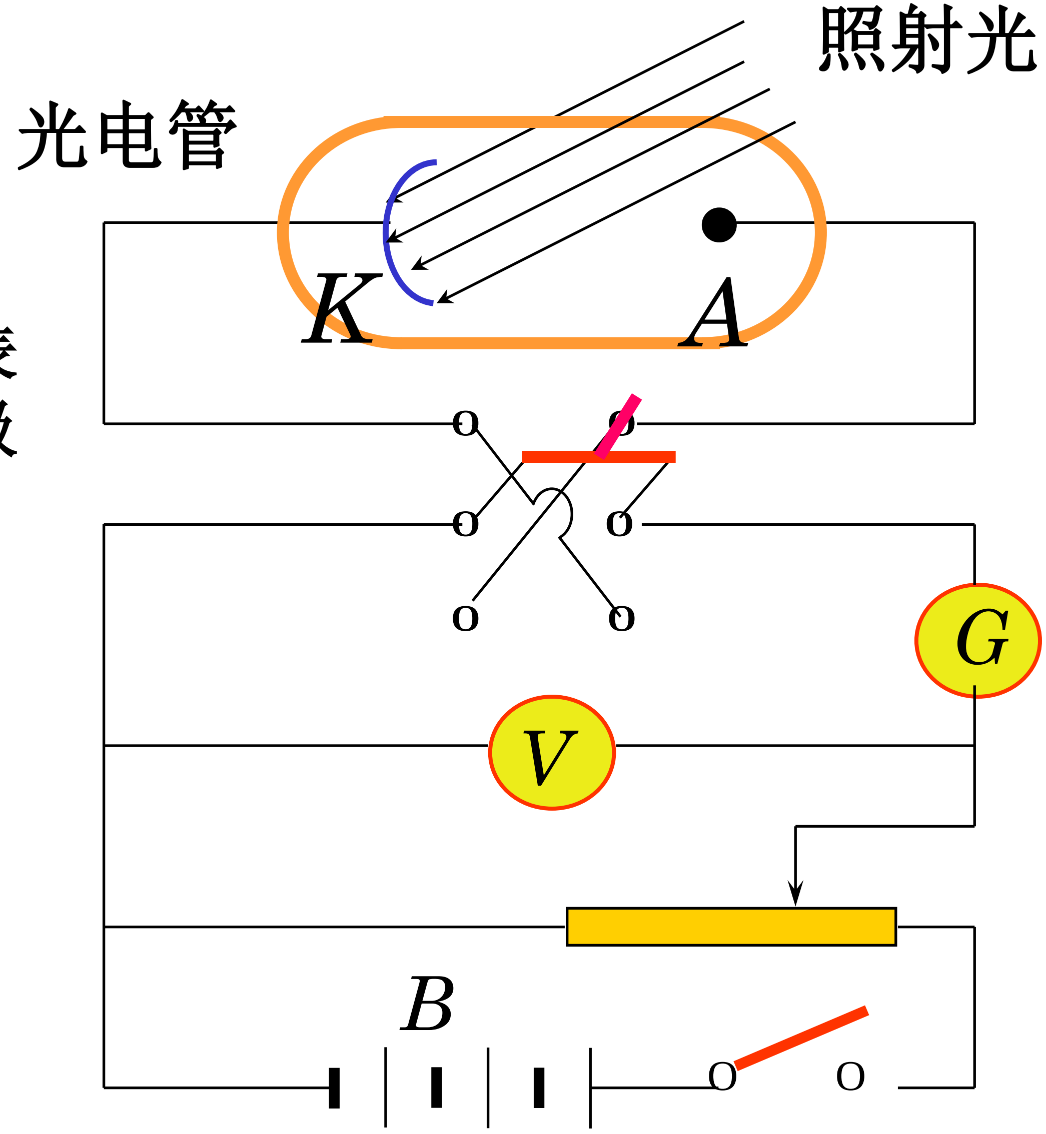
最小能量子（能量间隔：$\Delta E = h\nu = 10^{-34} J << E$

微观粒子： $\nu = 10^{14}, E \sim 10^{-18} - 10^{-19} J$

能量间隔：$\Delta E = \varepsilon_o = h\nu = 6.63 \times 10^{-20} J \rightarrow \Delta E \sim E$

§4 光电效应（*photoelectric effect*） 光子

一、实验现象与规律



光电效应：

一定条件下，光照射金属表面时，金属中的自由电子吸收光能而逸出金属表面。

—— 金属及化合物在电磁辐射下发射电子的现象

入射光频率：ν，光强：I

1. $i \sim V$ 曲线

1）入射光频率ν确定：饱和电流 $i_m \propto$ 光强I，

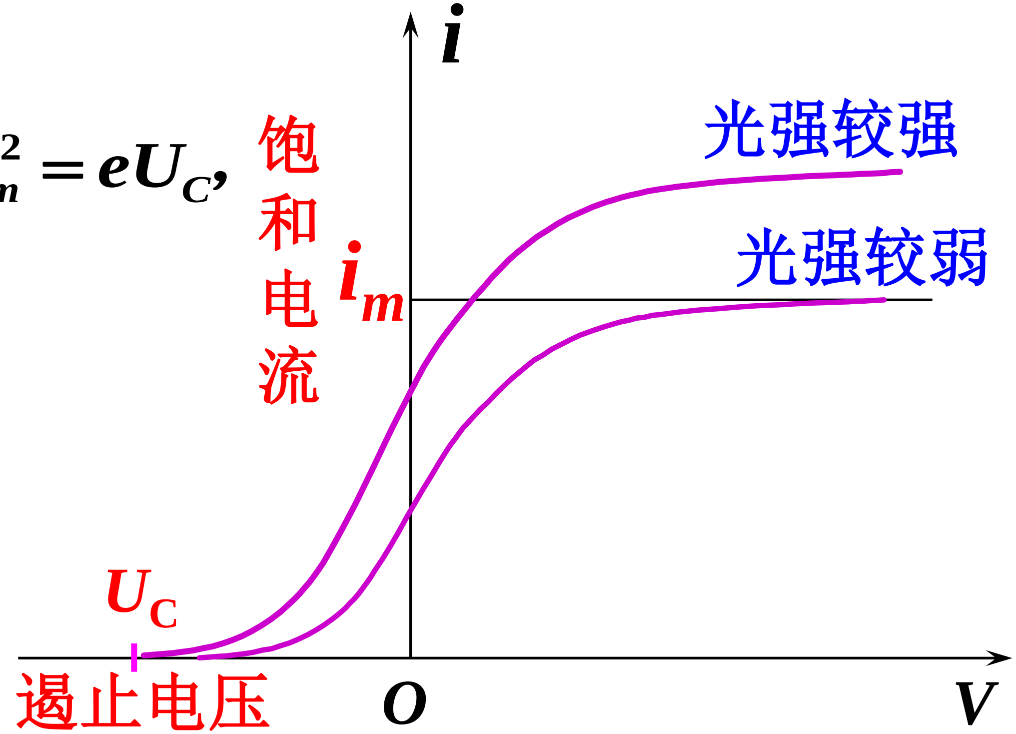
$$I\uparrow, i_m = ne\uparrow$$

2）截止电压U_C：当$U=-U_C, i=0$（无光电流）

（遏止电压）

逸出光电子最大动能：$\frac{1}{2}mV_m^2 = eU_C$，

与入射光强无关



光电效应伏安特性曲线

2. $U_C \sim \nu$曲线

1) $U_C = k\nu - U_0 \propto \nu$

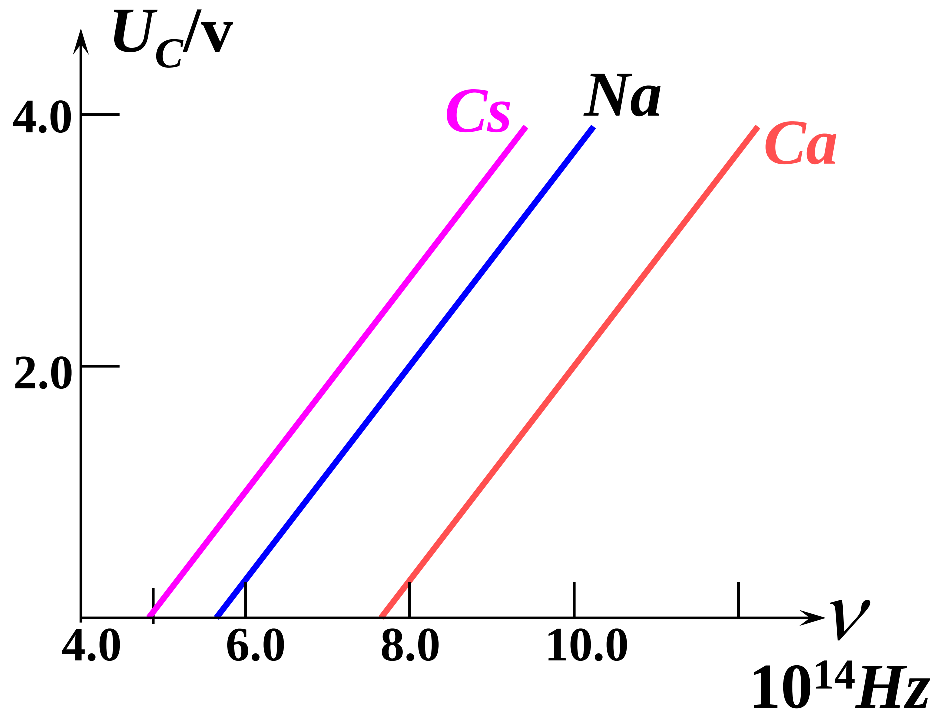
$$\frac{1}{2}mU_m^2 = eU_C = ek\nu - eU_0 \propto \nu$$

2) 存在一截止(红限)频率 ν_0：

$$\nu = \nu_0 = \frac{U_0}{k} \rightarrow \frac{1}{2}mU_m^2 = 0$$

$\nu > \nu_0$: 有光电子逸出

$\nu < \nu_0$: 无光电子逸出



截止电压和光频率的关系

3. 光电效应瞬时性： $\nu > \nu_0$: 有光电效应, $\Delta t < 10^{-9}s$

二、光电效应与经典波动理论的矛盾

三、爱因斯坦光子论

1. 光量子(*light quantum*)概念

a)光在空间传播时也具有粒子性

一束光就是一股以速度C 运动的粒子流（光子流）(*photon*)

b)每个光量子能量：$\varepsilon = h\nu$

光强：$I = Nh\nu$

N——单位时间垂直通过单位面积的光子数

2. 爱因斯坦方程 $h\nu = \frac{1}{2}mU_m^2 + A$

光子$h\nu$ → 金属表面 → 电子$h\nu$ $\begin{cases} \frac{1}{2}mU_m^2\text{：逸出电子最大初动能} \\ A\text{：逸出功 (work gunction)} \end{cases}$

$A = eV_0 \rightarrow V_0 = \frac{A}{e}$：逸出势

对实验现象的解释：

$$I = Nh\nu \rightarrow \nu\text{一定：} N \propto I \rightarrow n \propto N \propto I \rightarrow i_m = ne \propto I$$

$$eU_C = \frac{1}{2}mU_m^2 = h\nu - A \propto \nu$$

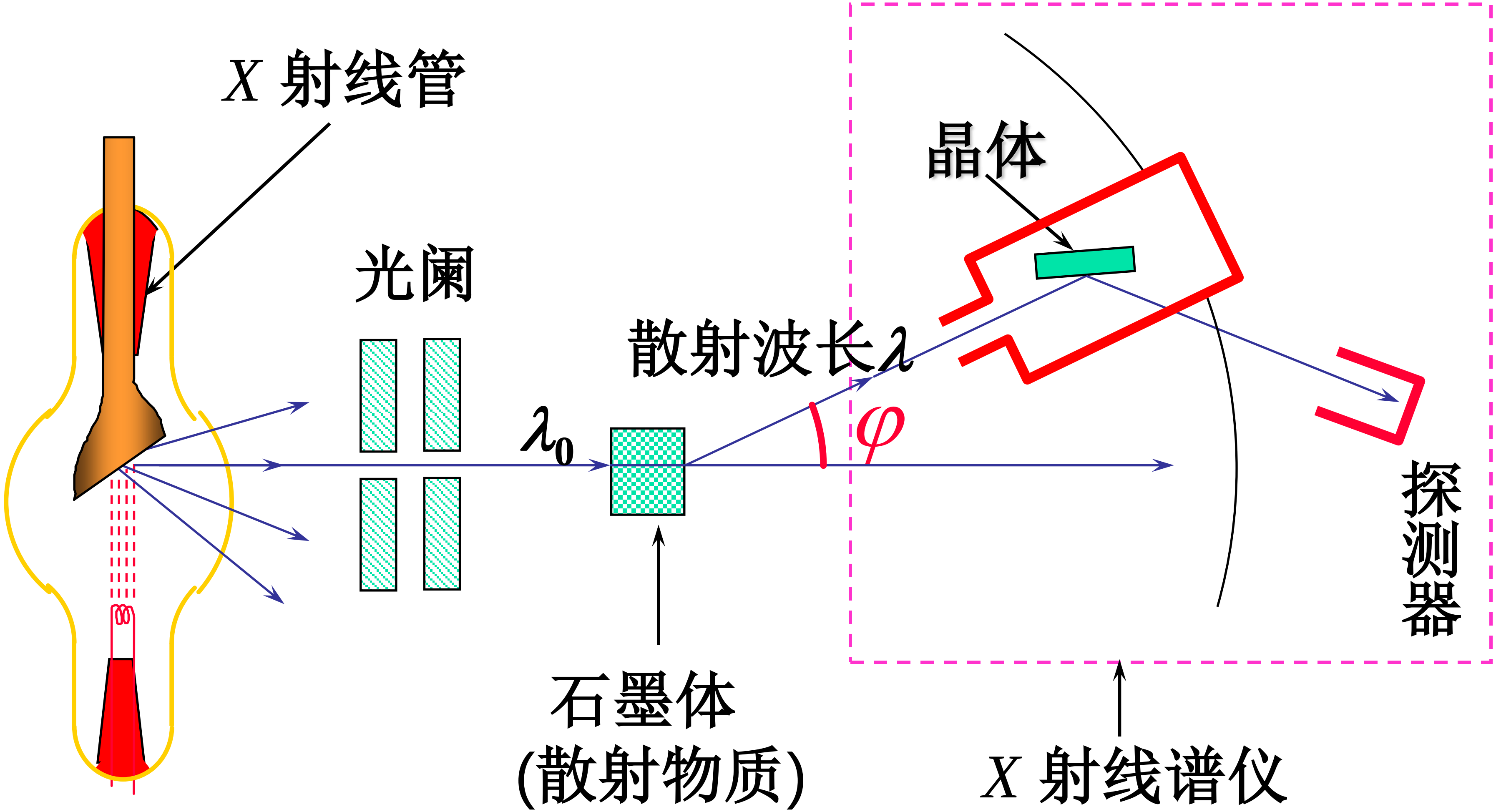
$$\frac{1}{2}mU_m^2 = h\nu - A > 0 \rightarrow \nu \geq \nu_0 = \frac{A}{h}$$ 有光电效应

$$\nu < \nu_0$$ 无光电效应

红限频率：$\nu_0 = \dfrac{A}{h}$

§5 康普顿效应 (Compton effect)

一、实验现象及实验规律



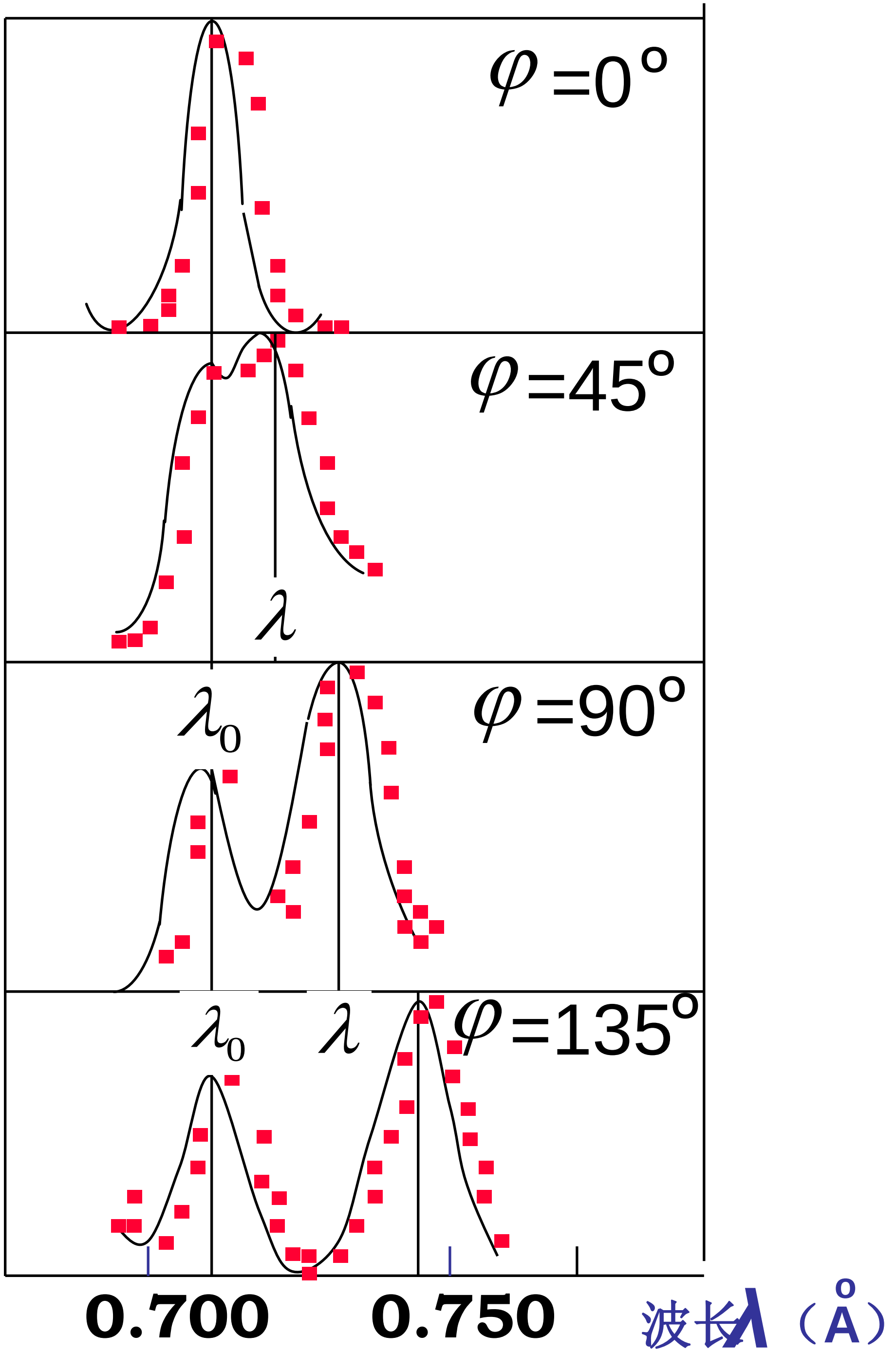
散射中出现 $\lambda > \lambda_0$ 的现象称为康普顿散射

特点：

1.除原波长λ_0外出现了移向长波方向的新的散射波长λ

2.新波长λ 随散射角的增大而增大

3.当散射角增大时 原波长的谱线强度降低，新波长的谱线强度升高



入射x射线（电磁波）λ_0 → 散射物质 → 接收探测散射x射线

(Compton scattering) 康普顿散射 $\lambda > \lambda_0$　　$\lambda = \lambda_0$

1）散射X射线在不同散射角上波长改变不同：

2）同一散射角：α
- 轻原子物质：散射X射线中 λ成分强，λ_0弱
- 重原子物质：散射X射线中 λ成分弱，λ_0强

二、经典理论解释的困难

入射x射线ν_0（电磁波）

↓

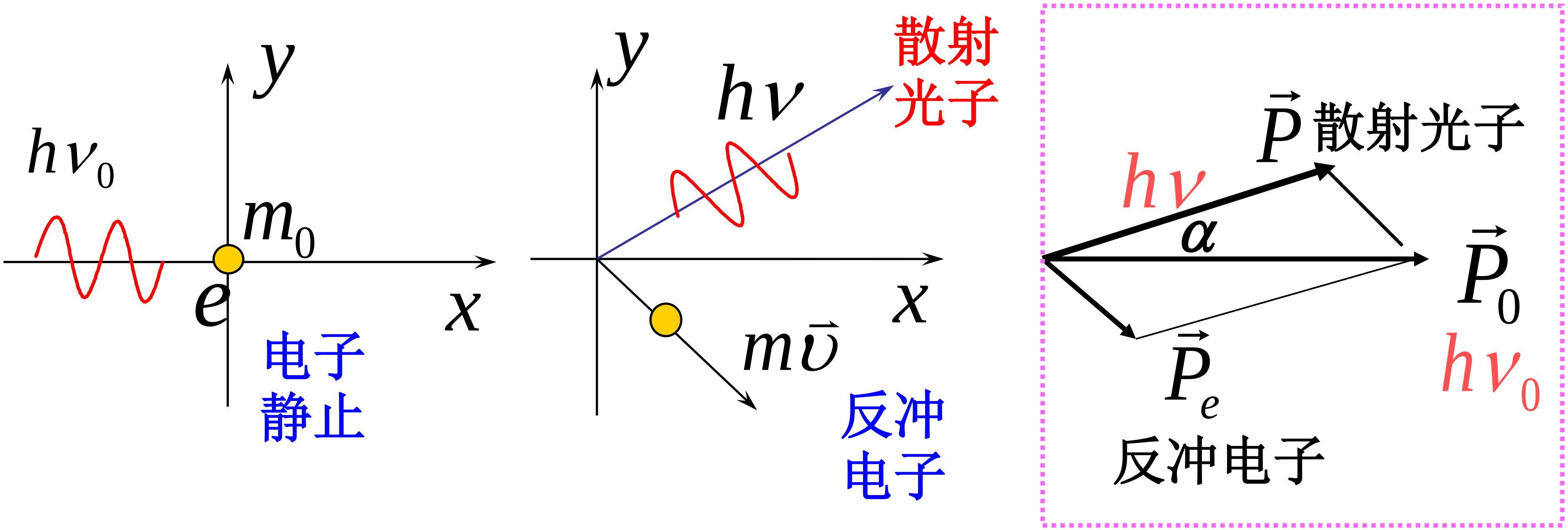
散射物质→带电粒子受迫振动

↑

发射次极电磁波

$$\boxed{\begin{aligned}\nu &= \nu' = \nu_0 \\ \lambda &= \lambda' = \lambda_0\end{aligned}}$$

三、康普顿效应的量子解释



X射线散射过程：

x射线光子 $\begin{cases} \text{与内层电子（原子）相碰：光子改变方向} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad \text{不改变能量}(\lambda_0\text{成分}) \\ \text{与散射物质中自由电子：弹性碰撞} \end{cases}$

散射光子能量 $h\nu <$ 入射光子能量 $h\nu_0$： $\nu < \nu_0 \rightarrow \lambda > \lambda_0$

$$\begin{cases} \text{能量守恒：} h\nu_0 + m_0c^2 = mc^2 + h\nu \\ \text{动量守恒：} \vec{P}_0 = \vec{P} + m\vec{V} \begin{cases} \dfrac{h\nu_0}{c} = \dfrac{h\nu}{c}\cos\alpha + mV\cos\theta & \text{水平方向} \\ 0 = \dfrac{h\nu}{c}\sin\alpha - mV\sin\theta & \text{垂直方向} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c}(1-\cos\alpha) \begin{cases} \alpha\uparrow, \Delta\lambda\uparrow \\ \dfrac{h}{m_0c} = \lambda_c \text{：电子康普顿波长} \end{cases}$$

(Compton wavelength)

*入射光波长 $\lambda_0 \sim \dfrac{h}{m_0c}$，康普顿效应明显

§6 光的波粒二象性

光 $\begin{cases} \text{具有一定频率或波长}\lambda\text{的电磁波} \rightarrow \text{波动性：}\lambda\nu = c \\ \text{具有一定能量和动量}P\text{的光子流} \rightarrow \text{粒子性：} \end{cases}$

$$\left.\begin{array}{l} \text{光子质量：} m = \dfrac{E}{c^2} = \dfrac{h\nu}{c^2},\ m_0 = 0 \\ \text{光子能量：} E = h\nu = mc^2 \\ \text{光子动量：} P = mv = mc = \dfrac{h\nu}{c} = \dfrac{h}{\lambda} \end{array}\right\} \text{光的波粒二象性}$$

$$P = \frac{h}{\lambda} \begin{cases} P\text{：粒子性} \\ \lambda\text{：波动性} \end{cases}$$

光在传播过程中表现的波动性
光与物质相互作用时表现的粒子性

光子具有动量 → 解释康普顿效应

→ 说明光压的作用：光流产生的压强

*德布罗意波——物质波
(*matter wave*)

德布罗意假设：质量m、速度u 的实物粒子也具有波动性

E, P粒子性描述

ν,λ波动性描述

$$\left.\begin{array}{l} E = h\nu \\ P = \dfrac{h}{\lambda} \end{array}\right\} \longrightarrow$$

德布罗意关系式
(*de Broglie relation*)

德布罗意波长：$\lambda = \dfrac{h}{P} = \dfrac{h}{mu}$ ～微观粒子的波粒二象性

* 物质波的实验验证

*1927年，戴维逊、革末：

E、P电子束→镍单晶表面→电子衍射现象

布拉格公式：$d\sin\theta = k\lambda \xrightarrow{k=1} \lambda$

德布罗意公式：$\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2m_e E_k}} = \dfrac{h}{\sqrt{2m_e eV}} \to \lambda$

吻合

原子、质子、中子等微观粒子的波动性

——一切微观粒子都具有波粒二象性

* 海森堡不确定关系

电子单缝衍射实验：

动量$\vec{P}_0$的电子$\longrightarrow$狭缝a：$\Delta x = a$

通过缝前：$P_{0x} = 0$

通过缝后：$0 < P_x < P\sin\theta_1$

$$\Delta P_x = P\sin\theta_1$$

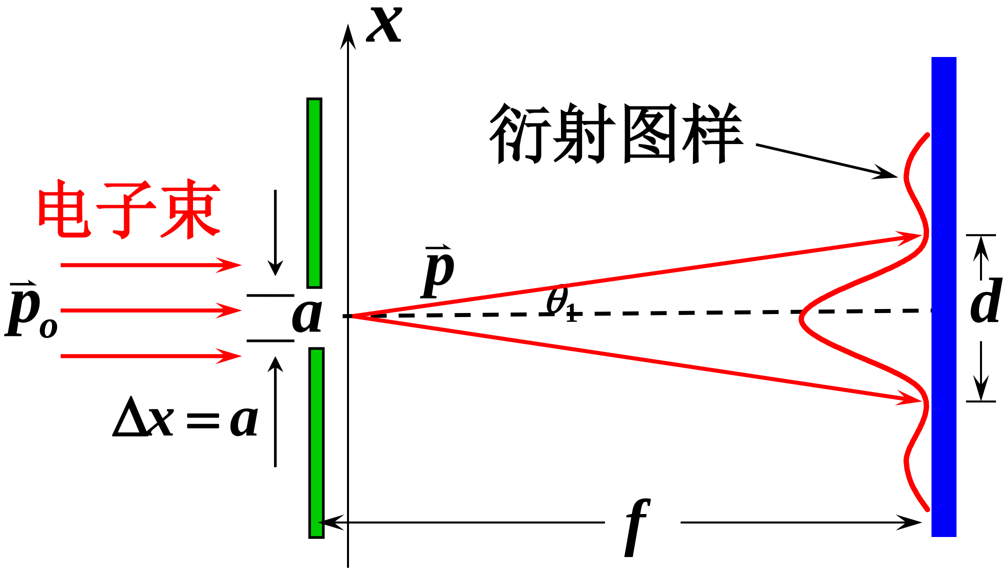
$$\sin\theta_1 = \frac{\lambda}{a} = \frac{\lambda}{\Delta x}$$

$$\lambda = \frac{h}{P}$$

$$\Delta x \cdot \Delta P_x = h$$

$$\downarrow$$

$$\Delta x \cdot \Delta P_x \ge h$$



$$\Delta x \cdot \Delta P_x \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\Delta y \cdot \Delta P_y \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\Delta z \cdot \Delta P_z \geq \frac{h}{4\pi}$$

海森堡测不准关系(*uncertainty relation*)

不确定性原理(*uncertaity principle*)

$$\boxed{\hbar = \frac{h}{2\pi}}$$

*自由粒子：$E = \frac{P^2}{2m} \rightarrow \Delta E = \frac{P}{m}\Delta P$，$\Delta t = \frac{\Delta x}{U}$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta E = \frac{P}{m}\Delta P \\ \Delta t = \frac{\Delta x}{U} \end{array}\right\} \Delta E \cdot \Delta t = \Delta P \cdot \Delta x \geq \frac{h}{4\pi}$$

*不确定关系的根源是微观粒子的波动性，而非实验误差

*永远无法同时确定动量与位置

*不确定性受普朗克常数*h*的支配，决定经典力学适用范围

*波粒二象性的统计解释

机械波：$I \propto A^2$

电磁波：$I \propto E_0^2$

物质波的强度?

粒子流：空间位置服从一定的概率分布

↳ 取决于物质波强度

物质波——几率波、概率波 (*probability wave*)

~ 粒子在 t 时刻不具有确定的位置和动量

物质波波函数 Ψ ——基本方程：薛定谔方程

——描述微观粒子运动状态的物理量(*wave function*)

态函数 (*state function*)

概率：$W \propto \Psi \cdot \Psi^* = |\Psi|^2 \rightarrow dW = |\Psi|^2 dV$

$|\Psi|^2 = \dfrac{dW}{dV} \rightarrow$ $\boxed{\text{$t$时刻，空间某点处单位体积内粒子出现的概率（概率密度）}}$

1） 归一化条件$\rightarrow \iiint |\Psi|^2 dV = 1$

2） 标准化条件$\rightarrow \Psi(x, y, z, t)$单值、有限、连纟

波函数的统计解释：

光的衍射：**衍射亮纹处**
- 波动观点：光波强度最大，$I \propto E_0^2$
- 光子观点：光子数最多
- 统计观点：光子出现几率最大

电子衍射：**衍射加强处**
- 波动性：物质波强度最大

  $I \propto \Psi_0^2 = \Psi \cdot \Psi^* = |\Psi|^2$
- 粒子性：电子出现几率最大

波函数的统计解释：

光的衍射：衍射亮纹处

- 波动观点：光波强度最大，$I \propto E_0^2$
- 光子观点：光子数最多
- 统计观点：光子出现几率最大

电子衍射：衍射加强处

- 波动性：物质波强度最大
  $$I \propto \Psi_0^2 = \Psi \cdot \Psi^* = |\Psi|^2$$
- 粒子性：电子出现几率最大