第五章　波　动

波的分类：

机械波：机械振动在媒质中的传播过程。

电磁波：变化的电场和变化的磁场在空间的传播过程。

波的共同特征：

1 具有一定的波速且伴随能量的传递。

2 具有相同的数学规律和物理特性——干涉、衍射、反射、折射、偏振。

3 具有周期性。

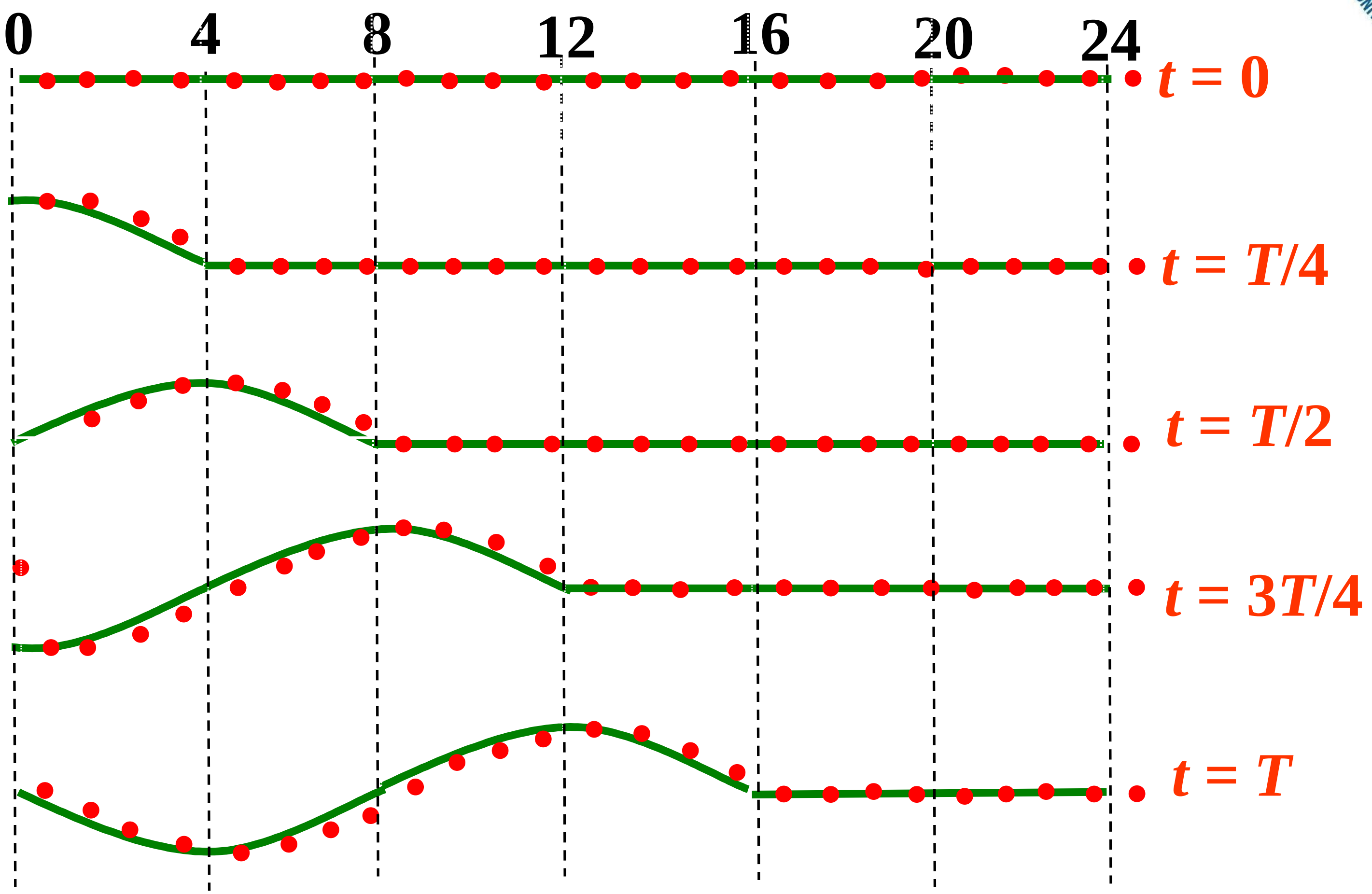
§5-1 机械波的产生与传播

一、产生机械波的条件

1. 波源：作机械振动的物体

2. 弹性媒质：能传播机械振动的媒质

二. 机械波的形成



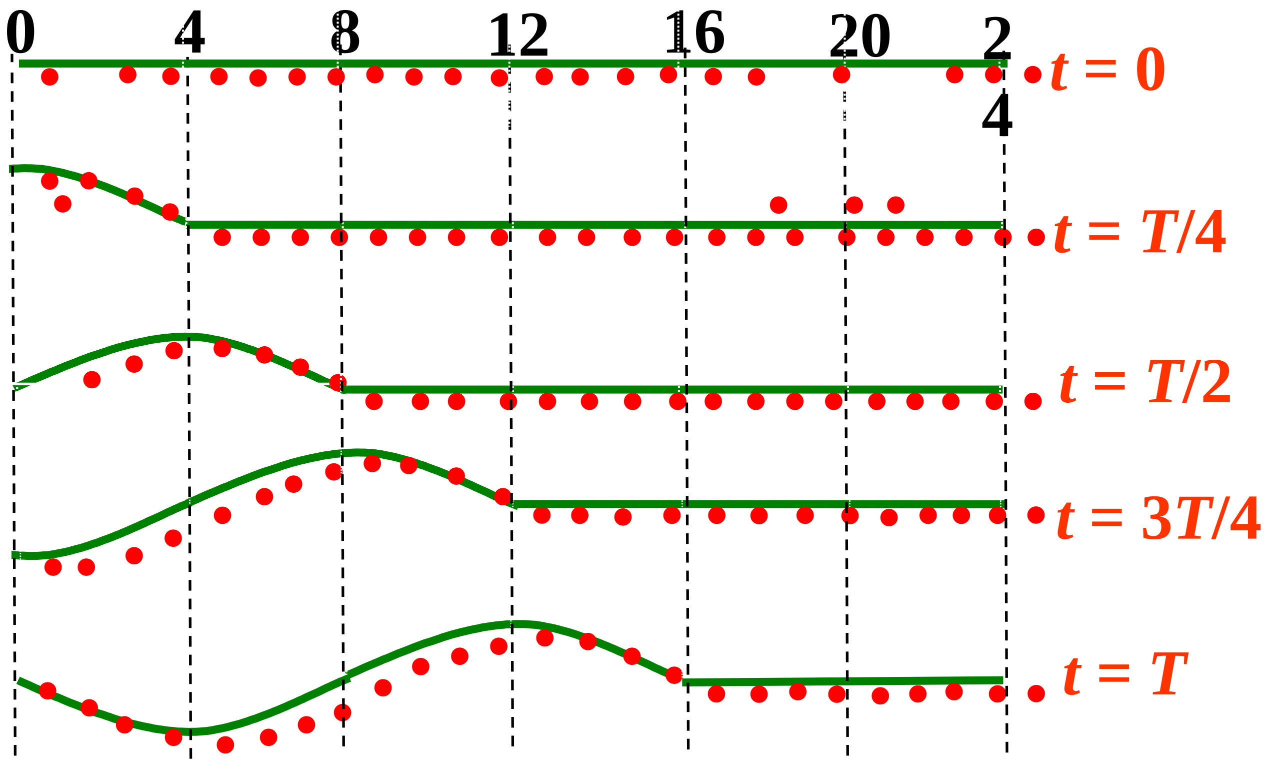
因媒质各部分间的弹性联系，会使振动传播开去，

这就形成了波动 — 机械波

“上游”的质元依次带动“下游”的质元振动。

质元的振动状态将在较晚时刻于“下游”出现。

波动是振动状态的传播，不是媒质的传播。



§5-2　波的基本概念

一、波的几何描述

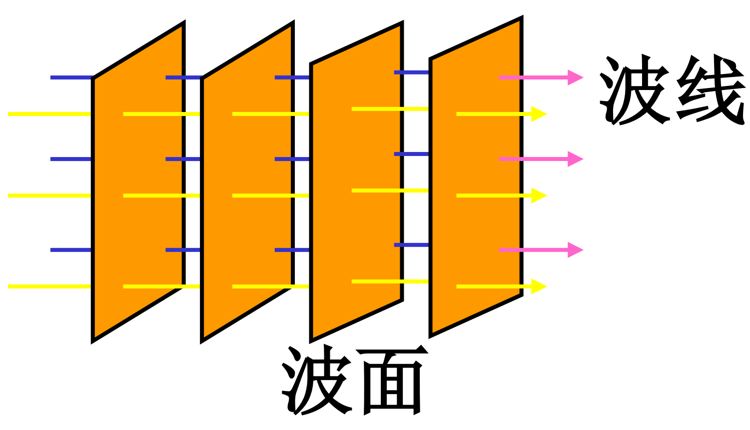
（1）波面：由振动相位相同的点所组成的面

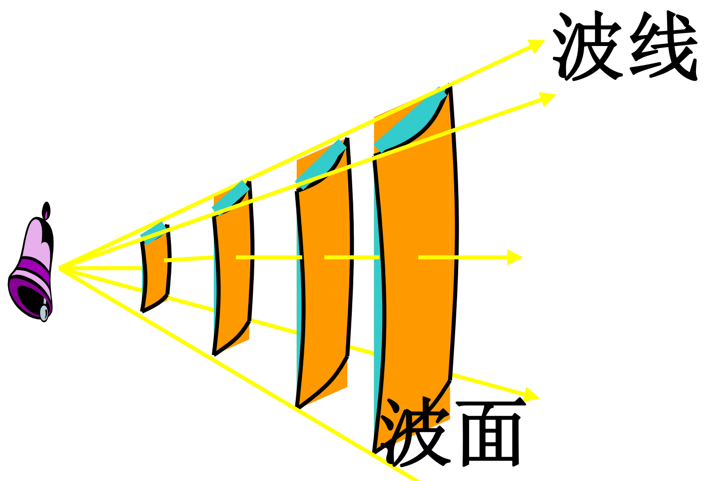
（2）波前：最前面的波面

（3）波线：表示波传播方向的直线

各向同性介质中波线⊥波面

平面波：波面为平面的波　球面波：波面为球面的波





二、机械波的分类

按波线与振动方向关系 { 横波 / 纵波

按持续时间 { 连续波 / 脉冲波

按波面形状 { 平面波 / 球面波 / 柱面波

按波形是否传播 { 行波 / 驻波

按复杂程度 { 简谐波 / 复波

横波：质点的振动方向和波的传播方向垂直

传播媒质：具有剪切弹性或产生张力

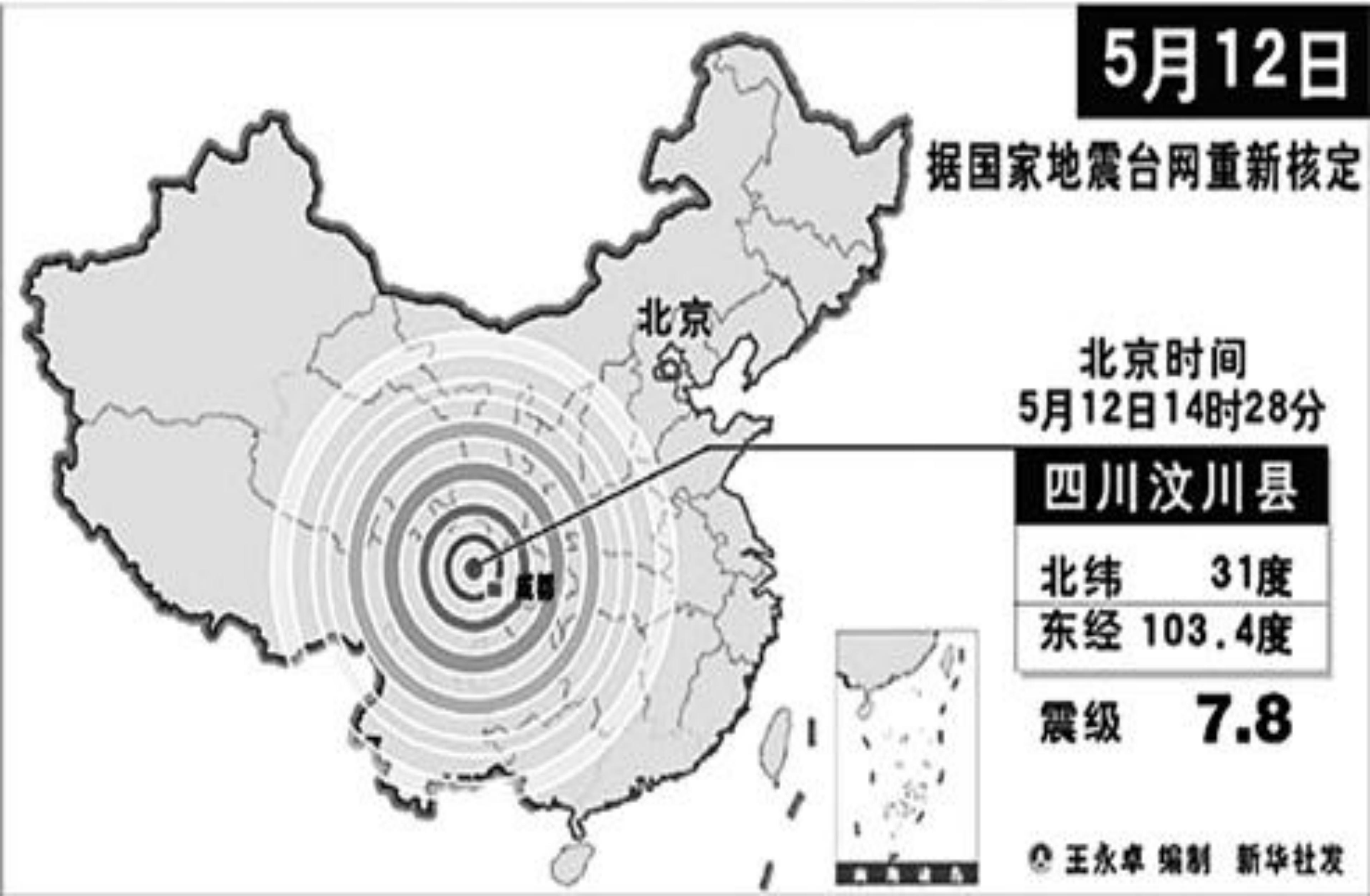
机械横波只能在固体或柔软绳索中传播

纵波：质点的振动方向和波的传播方向平行

传播媒质：具有拉压弹性或容变弹性

机械纵波可在固体、液体或气体中传播

四川汶川县发生7.8级地震



震中距
纵波
纵波
震中
震源深度
横波
横波
震源

地震波主要包含纵波和横波。

来自地下的纵波（P波）引起地面上下颠簸振动。来自地下的横波（S波）能引起地面的水平晃动。横波是地震时造成建筑物破坏的主要原因。

由于纵波在地球内部传播速度大于横波，所以地震时，纵波总是先到达地表。这样，发生地震时，一般人们先感到上下颠簸，过数秒到十几秒后才感到有很强的水平晃动。这一点非常重要，因为纵波给我们一个警告，告诉我们造成建筑物破坏的横波马上要到了，快点作出防备。

三. 波的特征量

1.波速u

①概念：振动状态传播的速度

由媒质的性质决定与波源情况无关。

②弹性媒质中u

$$波速=\sqrt{\frac{模量}{密度}}$$

波速仅仅取决于媒质的弹性和惯性

模量 密度

横波

固体：$u=\sqrt{\dfrac{G}{\rho}}$

柔绳：$u=\sqrt{\dfrac{T}{\lambda}}$

T：绳张力

λ：线密度

纵波

固体：$u=\sqrt{\dfrac{Y}{\rho}}$

液气：$u=\sqrt{\dfrac{B}{\rho}}$

2. 周期T:

一个完整的波通过波线上的某点所需的时间。

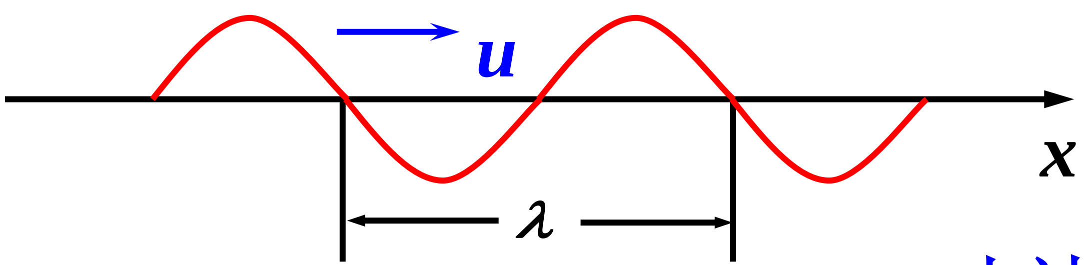
由波源决定（波源、观测者均不动时）

频率: $\boxed{\nu = \dfrac{1}{T}}$　　角频率: $\boxed{\omega = 2\pi\nu}$

T、ν、ω反映了波的"时间周期"

3. 波长λ :

波线上相邻的振动状态相同的两质元间的距离。

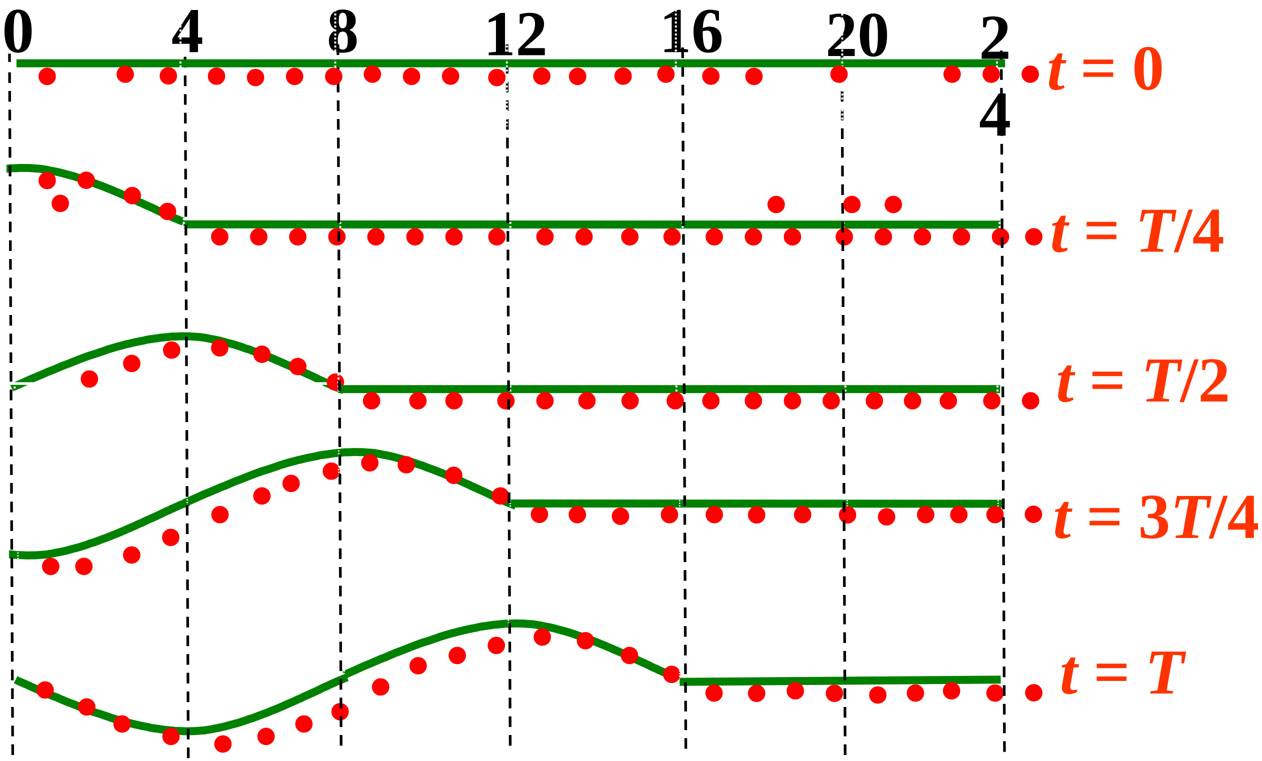


$\boxed{\lambda = uT}$

由波源和媒质共同决定。

波长反映波的“空间周期”。

四、波动的传播特征：



各质元振动的周期（T）与波源相同，各质元的振动状态不同（即相位不同），沿波的传播方向，各质元相位依次落后

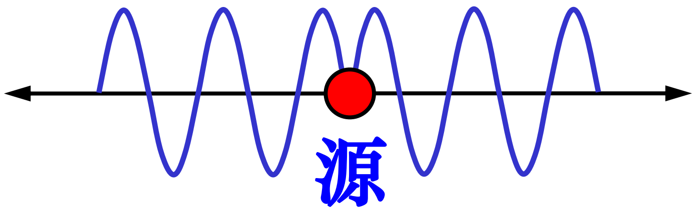
$$\boxed{\frac{\Delta x}{\lambda}=\frac{\Delta \phi}{2\pi}=\frac{\Delta t}{T}}$$

§5-3　平面简谐波

一、平面简谐波概念　所有质点作谐振且波面为平面的波

二、平面简谐波的波动方程：y=f(x,t)

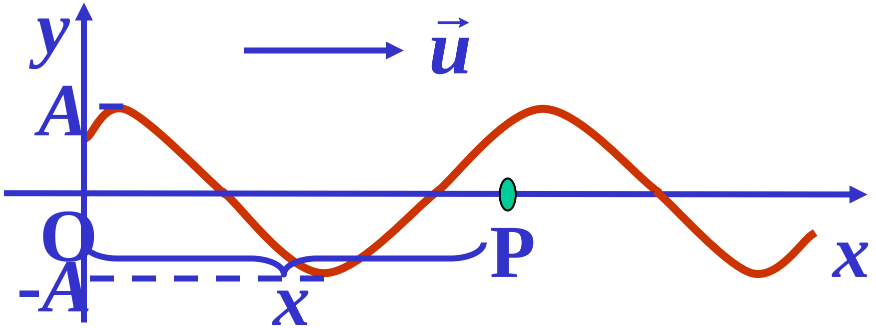
描述媒质中各质点位移**y**随各点平衡位置**x**和时间**t**变化的函数关系



以坐标原点O点为参考点

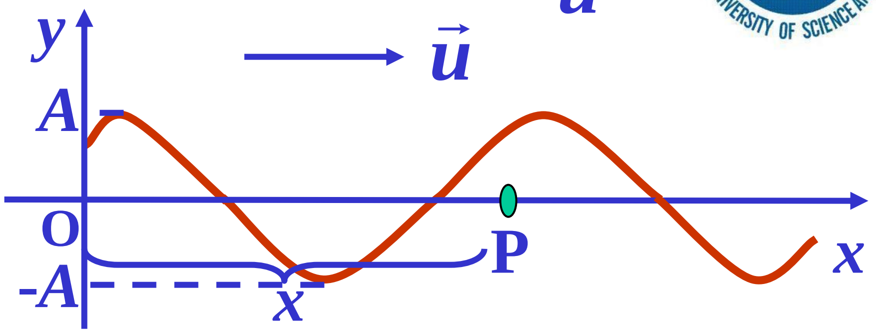
则O点处质点的振动方程为

$$y_0 = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$



O点的任一振动状态传到P点，需要时间 $\Delta t = \dfrac{x}{u}$

$$y_P(x,t) = y_O(0, t - \frac{x}{u})$$

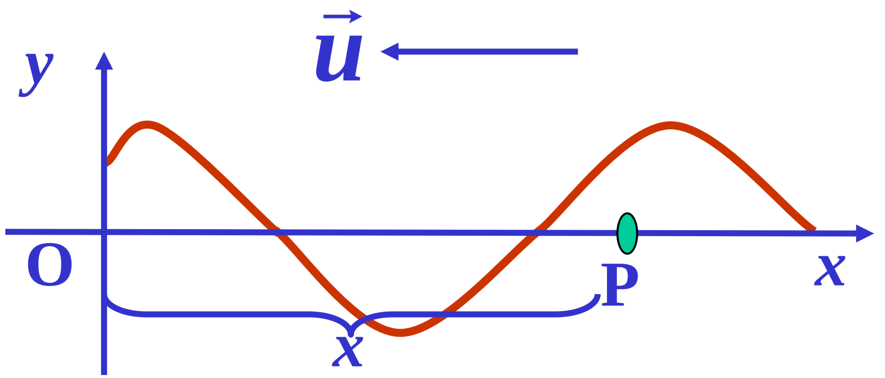


正向波波函数（波动方程）

$$y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

P点比O点超前时间 $\Delta t = \dfrac{x}{u}$

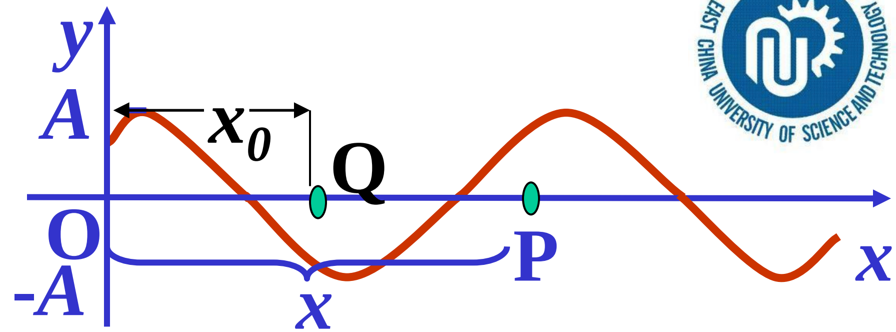
$$y_P(x,t) = y_O(0, t + \frac{x}{u})$$



反向波波函数

$$y = A\cos[\omega(t + \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

以波线上x_0处点为参考点



则Q点处质点的振动方程为

$$y_{x_0} = A\cos(\omega t + \varphi_{x_0})$$

Q点的任一振动状态传到P点，需要时间 $\Delta t = \dfrac{x - x_0}{u}$

则波动方程： $y = A\cos[\omega(t \mp \dfrac{x - x_o}{u}) + \varphi_{x0}]$

其中：$\dfrac{x - x_o}{u}$ — 表示x处质元的振动落后(或超前）x_o处质元振动的时间

$\dfrac{\omega(x - x_o)}{u}$ — 表示x处质元的振动落后(或超前）于x_o处质元振动的相位

波动方程： $y = A\cos[\omega(t \mp \frac{x - x_o}{u}) + \varphi_{x0}]$

$\because \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$

$\lambda = uT$

波动方程其它形式

$$\begin{cases} y = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} \pm \frac{x - x_o}{\lambda}) + \varphi_{x0}] \\ y = A\cos[2\pi(\nu t \pm \frac{x - x_o}{\lambda}) + \varphi_{x0}] \\ y = A\cos\{\frac{2\pi}{\lambda}[ut \pm (x - x_o)] + \varphi_{x0}\} \end{cases}$$

结论：确定波动方程的二个条件

1. 已知$\vec{u}$

2. 波线上一点的振动方程

三、波动方程物理意义（正向传播波为例）

$y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$

1. 在空间某位置 $x = x_1$，有

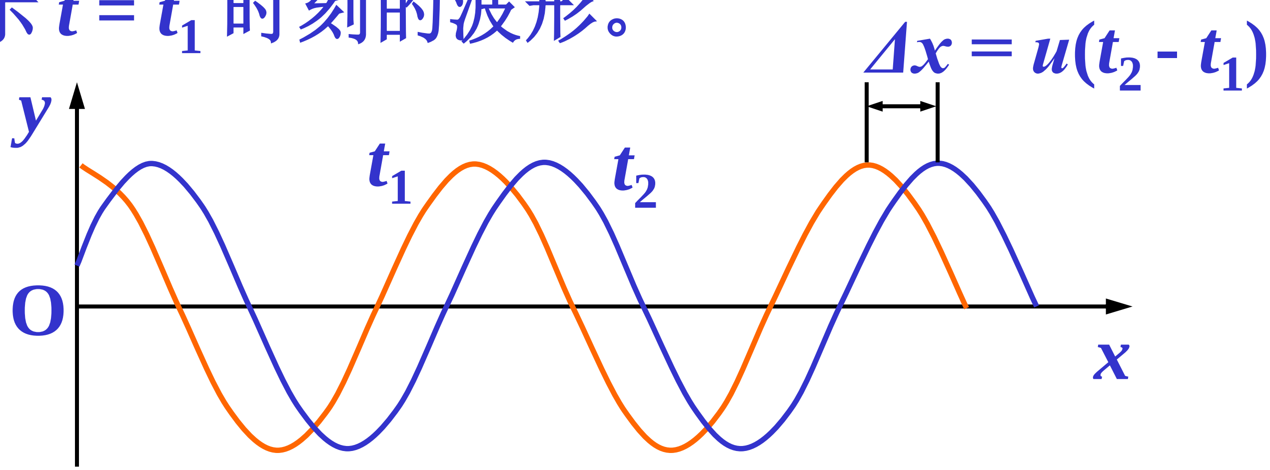
$$y = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x_1}{u}\right) + \varphi_o\right] = A\cos\left[\omega t + \left(\varphi_o - \frac{\omega x_1}{u}\right)\right]$$

它表示 $x = x_1$ 处的振动函数，其中 $\varphi_o - \dfrac{\omega x_1}{u}$ 为初相。

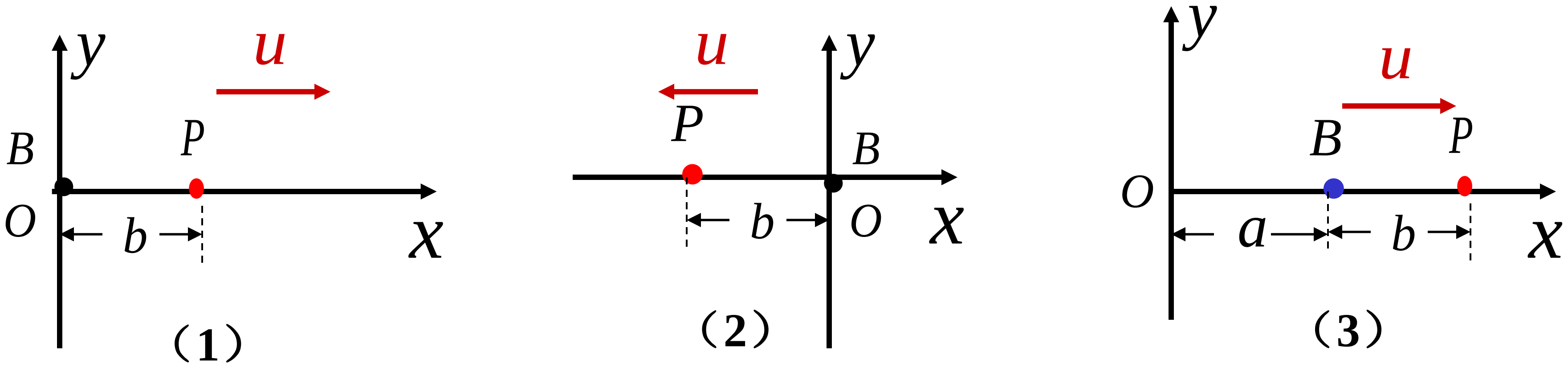
2. 在某时刻 $t = t_1$，有

$$y = A\cos\left[\omega\left(t_1 - \frac{x}{u}\right) + \varphi_o\right]$$

它表示 $t = t_1$ 时刻的波形。



[例]　已知波线上B点的振动规律为$y=A\cos(\omega t+\varphi)$，就下面三种坐标取法，分别列出波动表达式及$P$点的振动方程



解:

$$(1).y=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi]$$

$$(2).y=A\cos[\omega(t+\frac{x}{u})+\varphi]$$

$$(3).y=A\cos[\omega(t-\frac{x-a}{u})+\varphi]$$

$\because$ (1) $x=b$

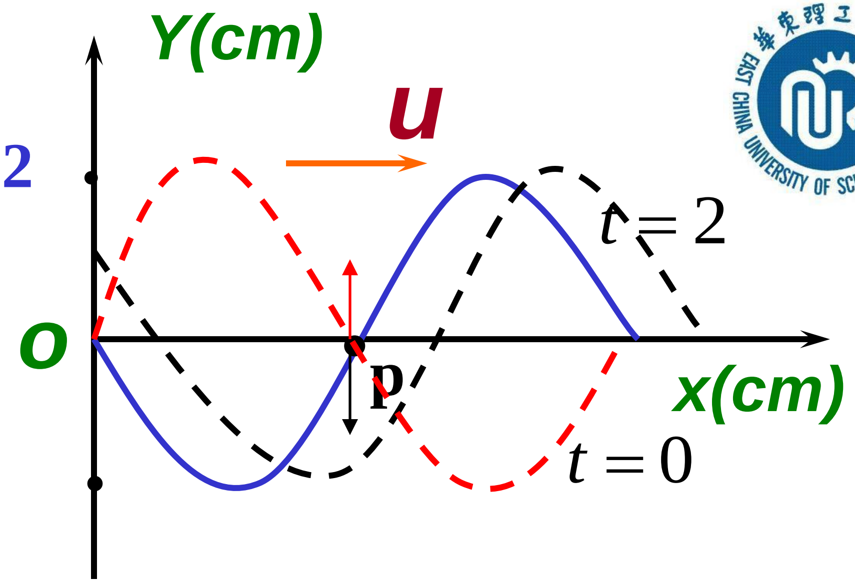
(2) $x=-b$

(3) $x=a+b$

$$\therefore y_P=A\cos[\omega(t-\frac{b}{u})+\varphi]$$

[例]　已知：$T=4S$

求：P点的振动方程



解：$y_P = A\cos(\omega t+\varphi_p)$

方法一：$\left.\begin{aligned}\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{\pi}{2}\\ \omega t+\varphi_p=\frac{\pi}{2}\end{aligned}\right\}\varphi_p=-\frac{\pi}{2}$

$\cancel{\varphi_p=\frac{\pi}{2}}$

方法二：由$t=0$波形图可知：$\varphi_p=-\frac{\pi}{2}$

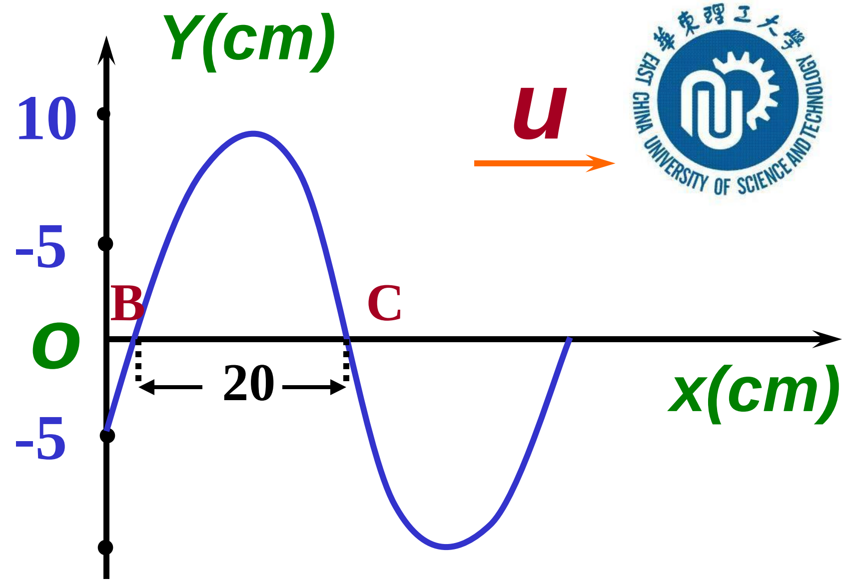
$$\therefore y_P = 0.2\cos\left(\frac{\pi}{2}t-\frac{\pi}{2}\right)(cm)$$

[例]　已知：波动$T=2S$，

$t=0$时刻波形如图示

求：（1）波动方程，

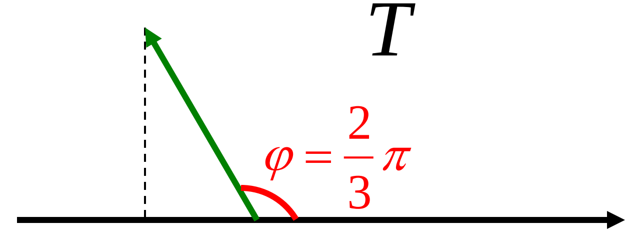
（2）$\overline{OB}$长度。



解：

（1）$T=2$，$\lambda=40$，$u=\dfrac{\lambda}{T}=20$，$A=10$，$\omega=\dfrac{2\pi}{T}=\pi$

且$t=0$时：$y_o=-5$，$v_o<0$



$$\therefore \varphi_O=\frac{2}{3}\pi \qquad y_o=10\cos[\pi t+\frac{2}{3}\pi]（cm）$$

波动方程：$y=10\cos[\pi（t-\dfrac{x}{20}）+\dfrac{2}{3}\pi]$

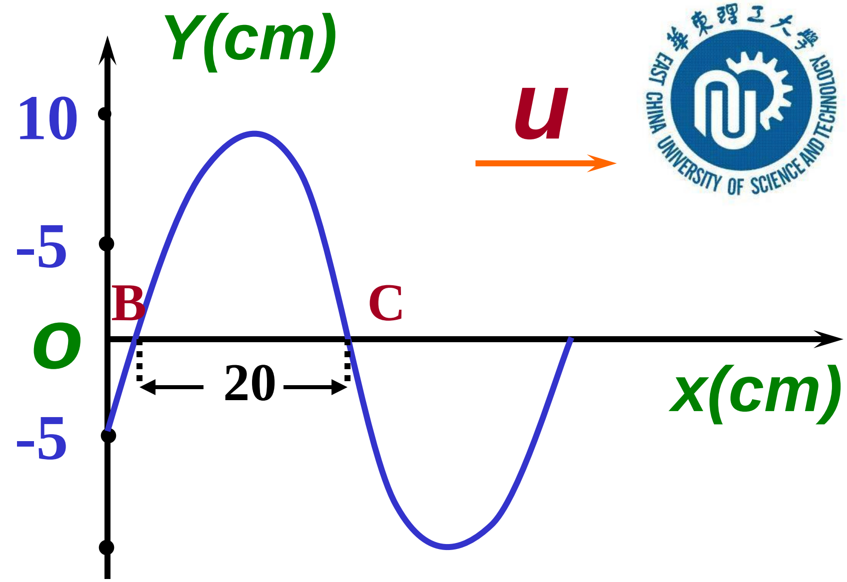
(2) $\overline{OB}$长度

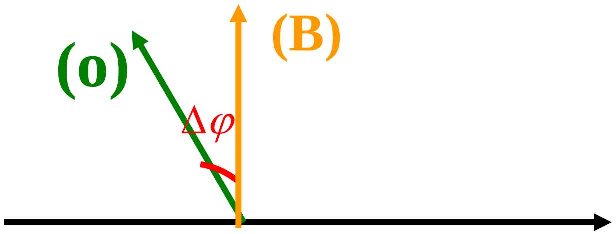
解：$\overline{OB} = (\varphi_O - \varphi_B)\dfrac{\lambda}{2\pi}$

$\because t = 0$时：$y_B = 0$，$v_B < 0$

$\therefore \varphi_B = \dfrac{\pi}{2}$

则：$\overline{OB} = (\dfrac{2}{3}\pi - \dfrac{\pi}{2}) \cdot \dfrac{40}{2\pi} = 3.33(cm)$





$$\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta \phi}{2\pi}$$

*波动的特征：

(1)各质元只是在各自平衡位置附近振动.

(2)同一时刻,沿波线各质元振动状态不同,各质元相位依次落后

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$$

$$*u = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu$$ u由介质的性质决定

$$\left.\begin{aligned} T &= T_{振} \\ \nu &= \nu_{振} \end{aligned}\right\}$$ 由振源决定.

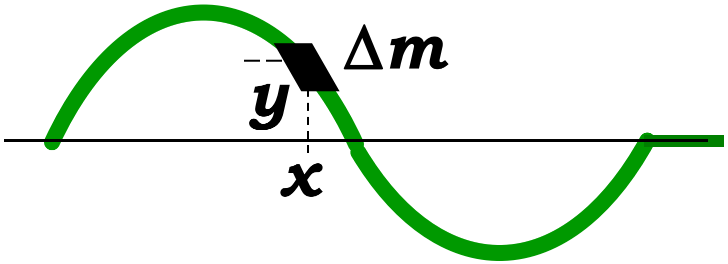
得波动方程： $y = A\cos[\omega(t \mp \frac{x - x_o}{u}) + \varphi_{x0}]$

当x确定： y(t)——x处质元的振动方程

当t确定： y(x)——t时刻的波形

§ 5-4　机械波的能量

$$y = A\cos\omega(t - x/u)$$



一、能量和能量密度

(1)动能　$$\Delta W_k = \frac{1}{2}\Delta m v^2 = \frac{1}{2}(\rho\Delta V)(\frac{\partial y}{\partial t})^2$$

$$= \frac{1}{2}\rho\Delta V A^2\omega^2\sin^2\omega(t - \frac{x}{u})$$

(2)势能　$$\Delta W_p = \frac{1}{2}\rho u^2\Delta V(\frac{\partial y}{\partial x})^2$$

$$= \frac{1}{2}\rho\Delta V A^2\omega^2\sin^2\omega(t - \frac{x}{u}) = \Delta W_k$$

(证明省略，参阅课本*P*178)

(3)总能量 $\Delta W=\Delta W_k+\Delta W_p=\rho\Delta VA^2\omega^2 sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$

(4) $W_{波}$与$E_{振}$之比较

波动（体元）	振动（系统）
（非孤立系统） $W_{波}$随t变化，不守恒 体元在不断接受或放出能量	（孤立系统） $E_{振}$不随t变化，守恒
$W_{k波}$、$W_{p波}$同步变化	$E_{k振}$、$E_{p振}$此消彼长

（5）能量密度：单位体积内的能量

$$\varepsilon=\Delta W/\Delta V=\rho A^2\omega^2\sin^2\omega(t-x/u)$$

（6）平均能量密度：能量密度在一个周期内的平均值

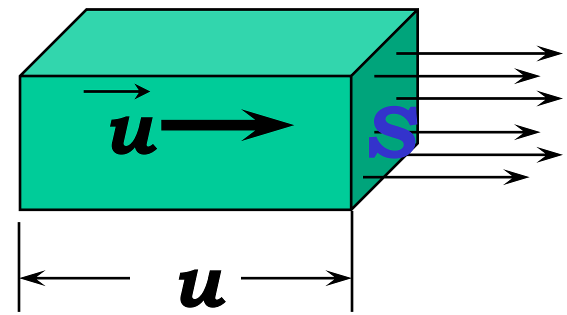
$$\bar{\varepsilon}=\frac{1}{T}\int_0^T\varepsilon dt=\rho A^2\omega^2\{[\int_0^T\sin^2\omega(t-x/u)dt]/T\}=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$$

二、波的强度

1、能流P：单位时间通过某一面积的波能 $P = su\varepsilon$

2、平均能流$\overline{P}$：能流在一个周期内的平均值。

$$\overline{P} = \frac{1}{T}\int_0^T P\,dt = \frac{su}{T}\int_0^T \varepsilon\,dt = \bar{\varepsilon} su$$



—单位:焦耳/秒

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{T}\int_0^T \varepsilon\,dt = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$$

3、波的强度 I（平均能流密度）：

通过垂直于波的传播方向的单位面积的平均能流。

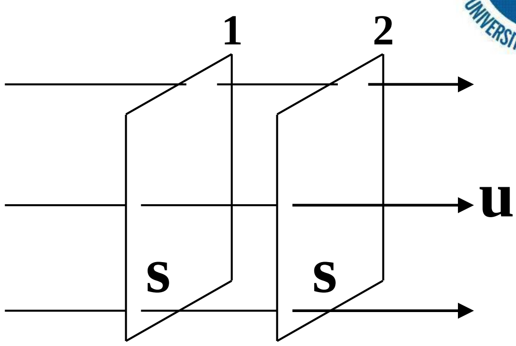
$$I = \frac{\overline{P}}{s} = \bar{\varepsilon} u = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u$$

—单位:焦耳/秒米²

波动在无吸收的、均匀无限大介质中传播，

1、平面波：A保持不变。

2、球面波：A与r成反比。



证明：1、 $\because$ 无吸收, $\therefore \overline{P}_1 = \overline{P}_2$

$$\overline{P}_1 = \bar{\varepsilon} us = \frac{1}{2}\rho A_1^2 \omega^2 us$$

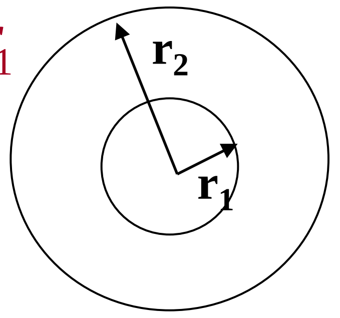
$$\overline{P}_2 = \bar{\varepsilon} us = \frac{1}{2}\rho A_2^2 \omega^2 us$$

$$A_1 = A_2$$

2、 $\because$ 无吸收, $\therefore \overline{P}_1 = \overline{P}_2$

即：$$\frac{1}{2}\rho A_1^2 \omega^2 u\ (4\pi r_1^2) = \frac{1}{2}\rho A_2^2 \omega^2 u\ (4\pi r_2^2)$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_2}{r_1}$$



§ 5-5 惠更斯原理

一、原理

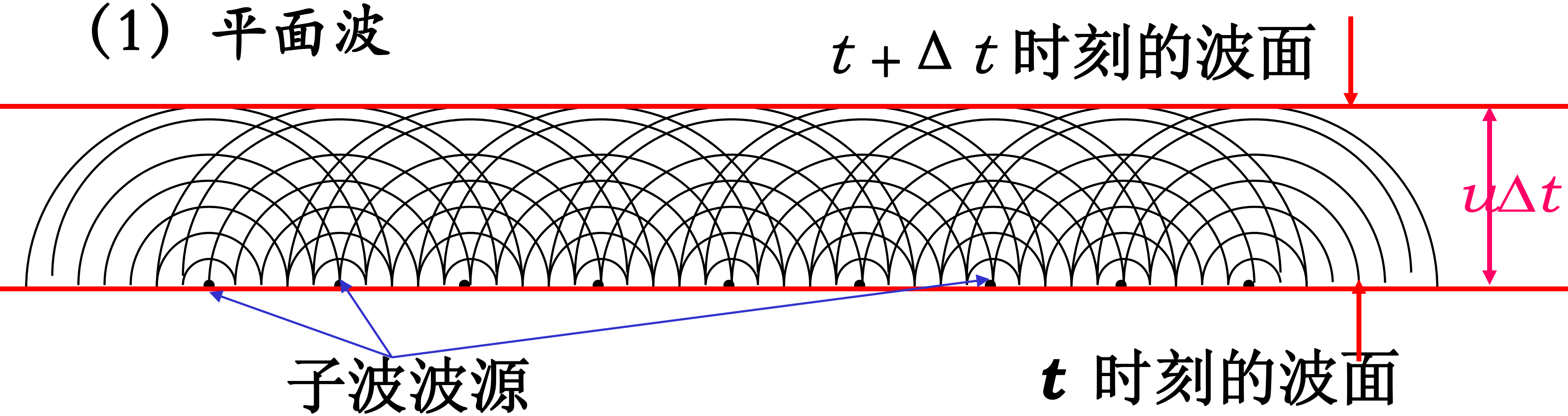
波动所到达的媒质中各点均可作为发射子波的波源，其后任一时刻这些子波的包迹就是新的波阵面。

水波通过小孔

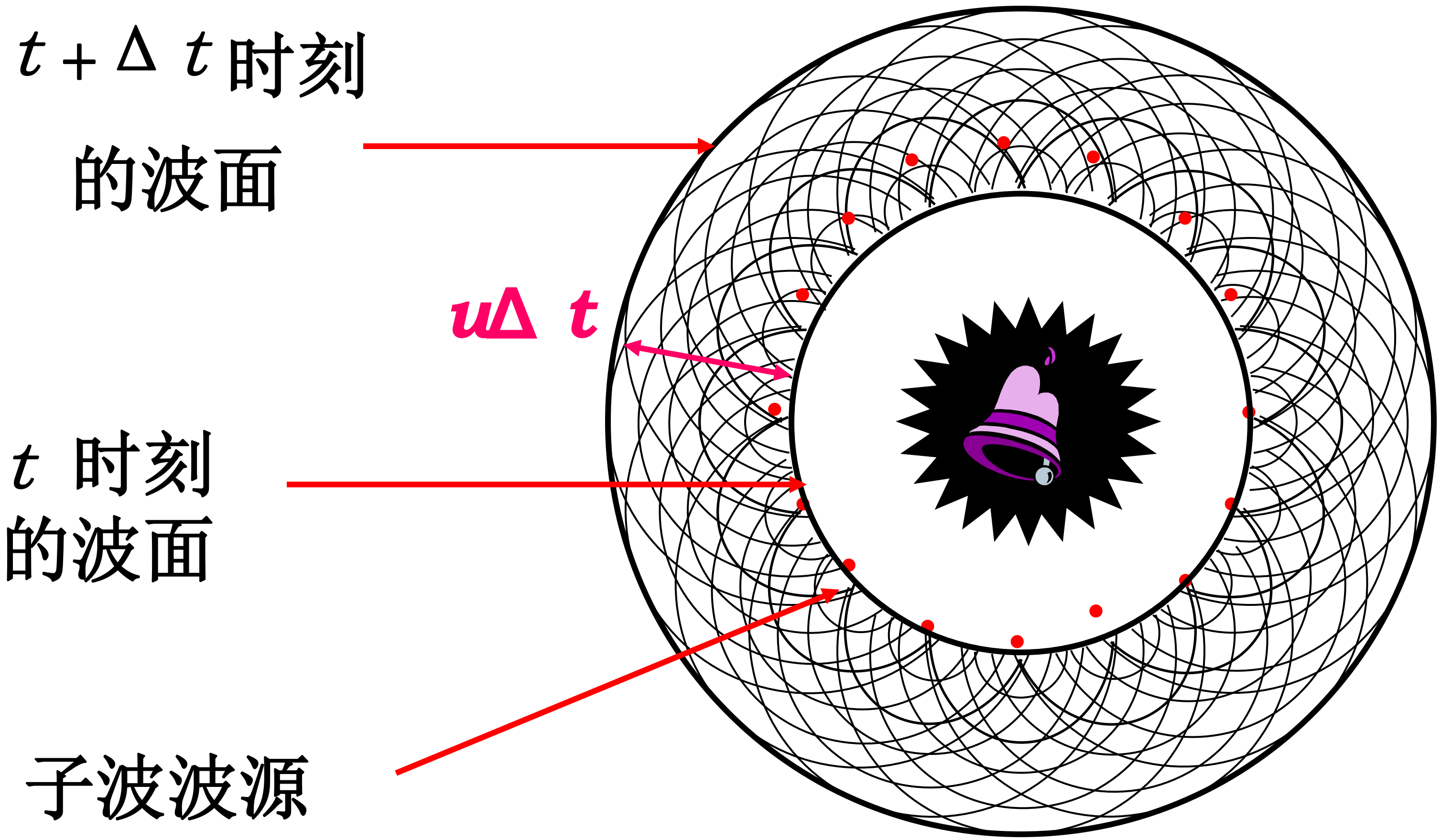
二、应用

1、用惠更斯原理确定下一时刻波的波前

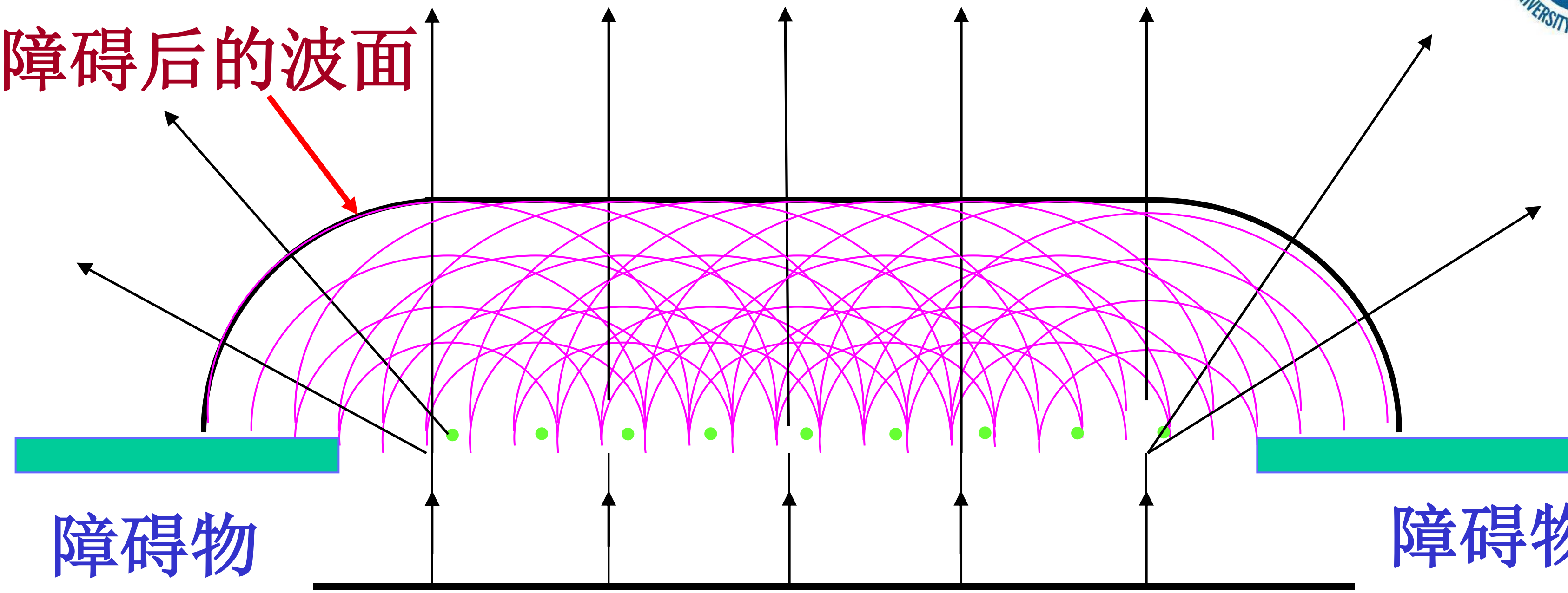
（1）平面波



（2）球面波



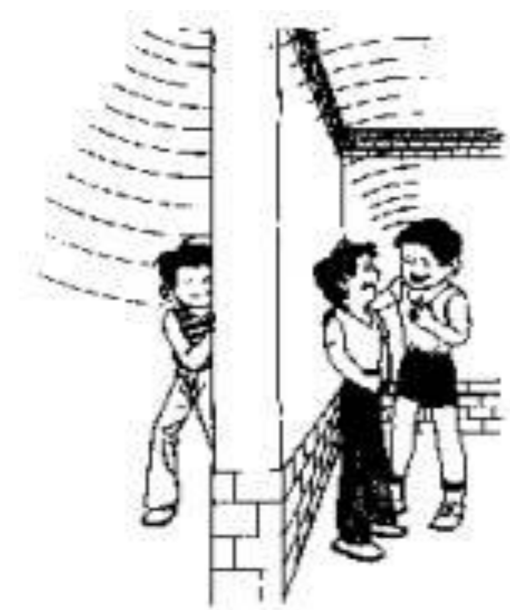
2、用惠更斯原理解释衍射现象



3、用惠更斯原理解释波的散射、反射、折射现象

（自学）

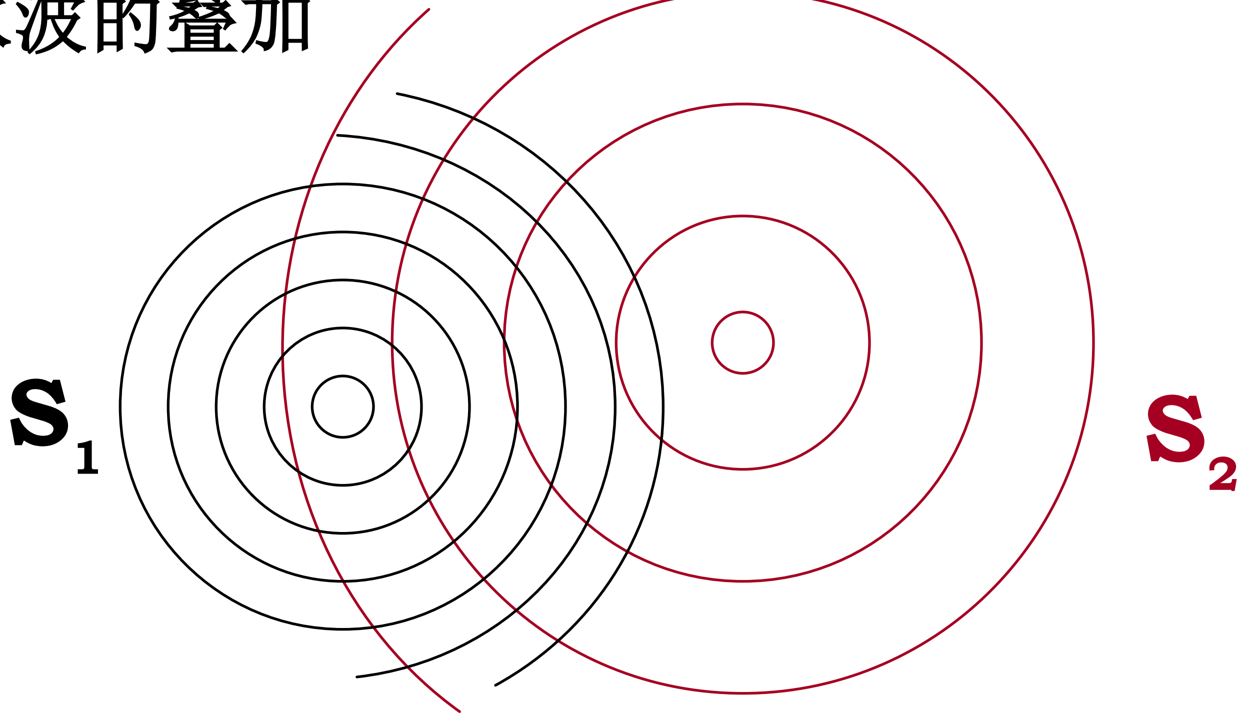
声波的衍射



§ 5-6 波的叠加和干涉

一、波的叠加

两水波的叠加



1.波的独立传播原理:

几列同时在媒质中传播的波，它们的传播特性（波长、频率、波速、波形）不会因其它波的存在而发生变化。

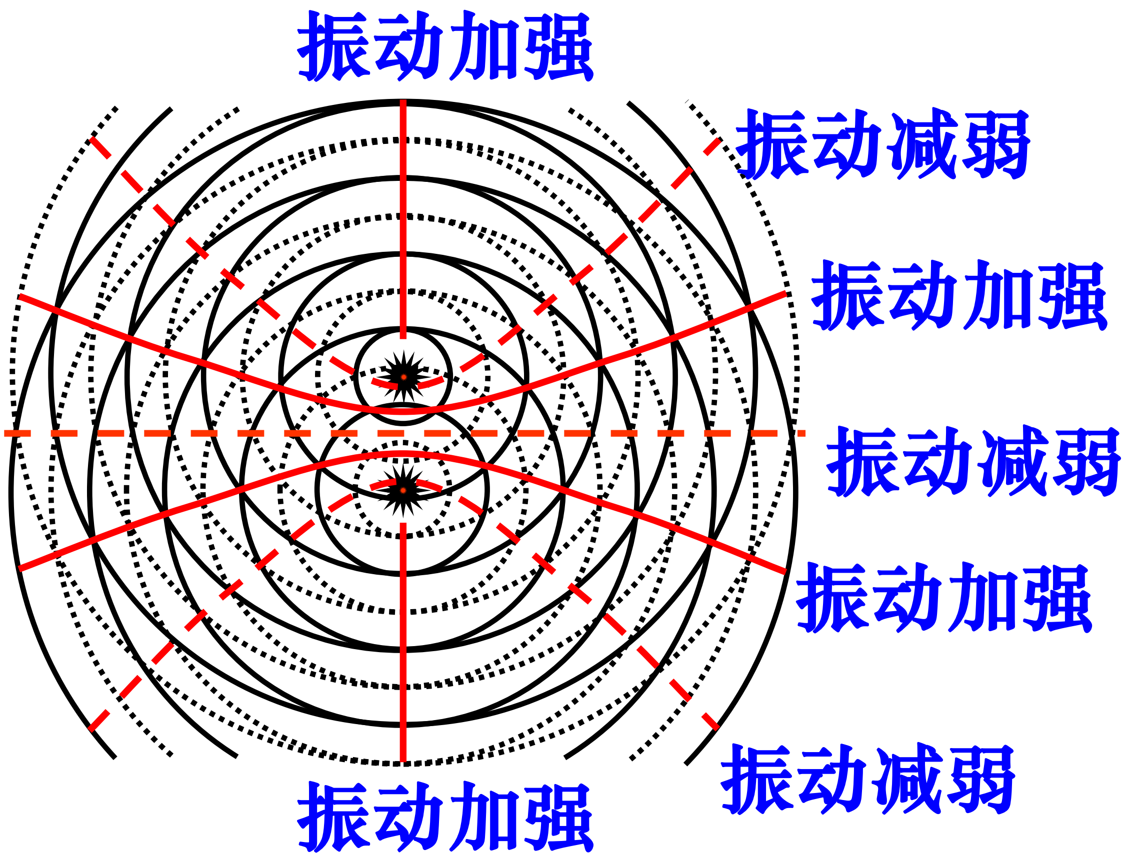
2.波的叠加原理:

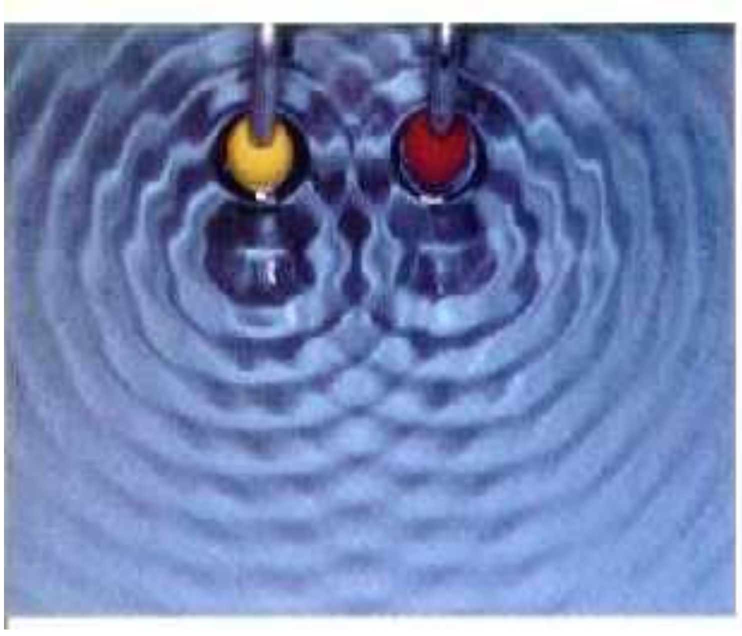
在相遇区域内任一点的振动，为各列波单独存在时在该点所引起的振动位移的矢量和：$\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2$

二、波的干涉

1、干涉的条件

相干波源： 振动方向相同,频率相同,位相差恒定





水波盘中水波的干涉

2、干涉的基本特征：两列波在空间迭加区域，形成某些点振动始终加强、某些点振动始终减弱的稳定分布。

3、干涉加强减弱的条件

相干波源： $y_{s1} = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$

$$y_{s2} = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

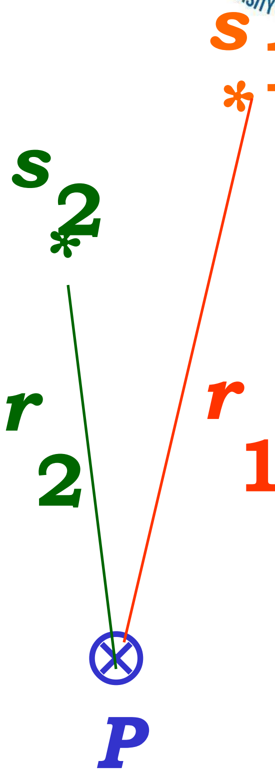
相干波： $y_1 = A_1 \cos[\omega（t - \frac{r}{u}) + \varphi_1]$

$$y_2 = A_2 \cos[\omega(t - \frac{r}{u}) + \varphi_2]$$

$$y_{p1} = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1 - 2\pi r_1/\lambda)$$

***P*点：** $y_{p2} = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2 - 2\pi r_2/\lambda)$

$$y_p = y_{p_1} + y_{p_2} = A\cos（\omega t + \varphi）$$



$$y_{p1} = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1 - 2\pi r_1/\lambda) \qquad y_{p2} = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2 - 2\pi r_2/\lambda)$$

$$y_p = y_{p_1} + y_{p_2} = A\cos(\omega t + \varphi)$$

其中： $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\Phi}$

$$\Delta\Phi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi(r_2 - r_1)/\lambda = \begin{cases} \pm 2k\pi & A = A_1 + A_2 \quad \text{干涉加强} \\ \pm(2k+1)\pi & A = |A_1 - A_2| \quad \text{干涉减弱} \end{cases}$$

若$\varphi_1=\varphi_2$

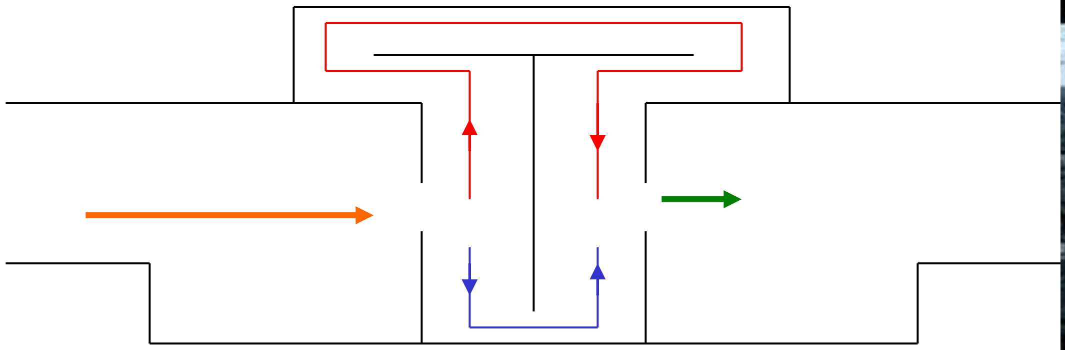
$$\Delta r = r_2 - r_1 = \begin{cases} \pm k\lambda & A = A_1 + A_2 \quad \text{干涉加强} \\ \pm(2k+1)\lambda/2 & A = |A_1 - A_2| \quad \text{干涉减弱} \end{cases}$$

（波程差）

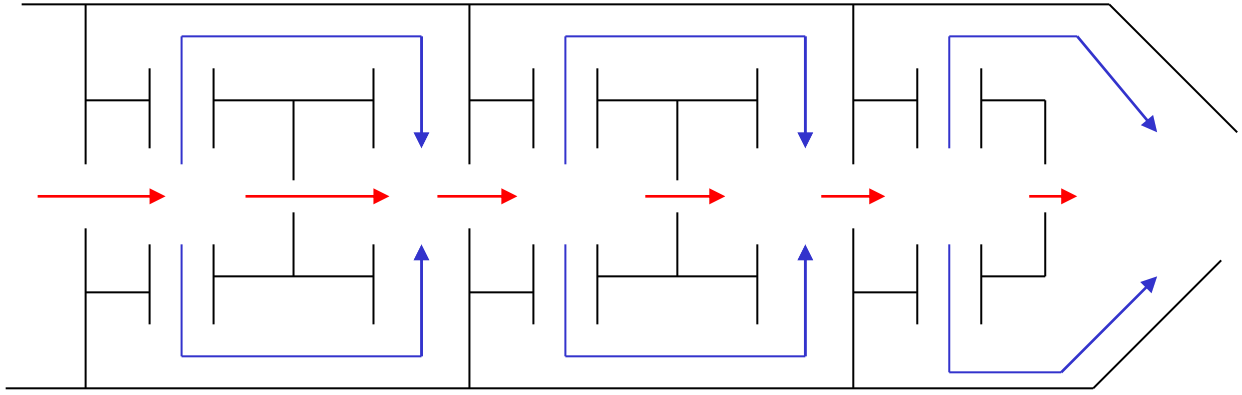
$$其中: \varphi = \tan^{-1}\frac{A_1\sin(\varphi_1 - 2\pi r_1/\lambda) + A_2\sin(\varphi_2 - 2\pi r_2/\lambda)}{A_1\cos(\varphi_1 - 2\pi r_1/\lambda) + A_2\cos(\varphi_2 - 2\pi r_2/\lambda)}$$

利用声波干涉控制噪声

干涉型消声器的结构原理图



摩托车的排气系统中干涉型消声器



§ 5-7 驻 波

一、驻波

1。概念 :一对振幅相同、在同一条直线上沿反向传播的相干波叠加而形成的波。

Zhubo2. swf 00驻波. swf

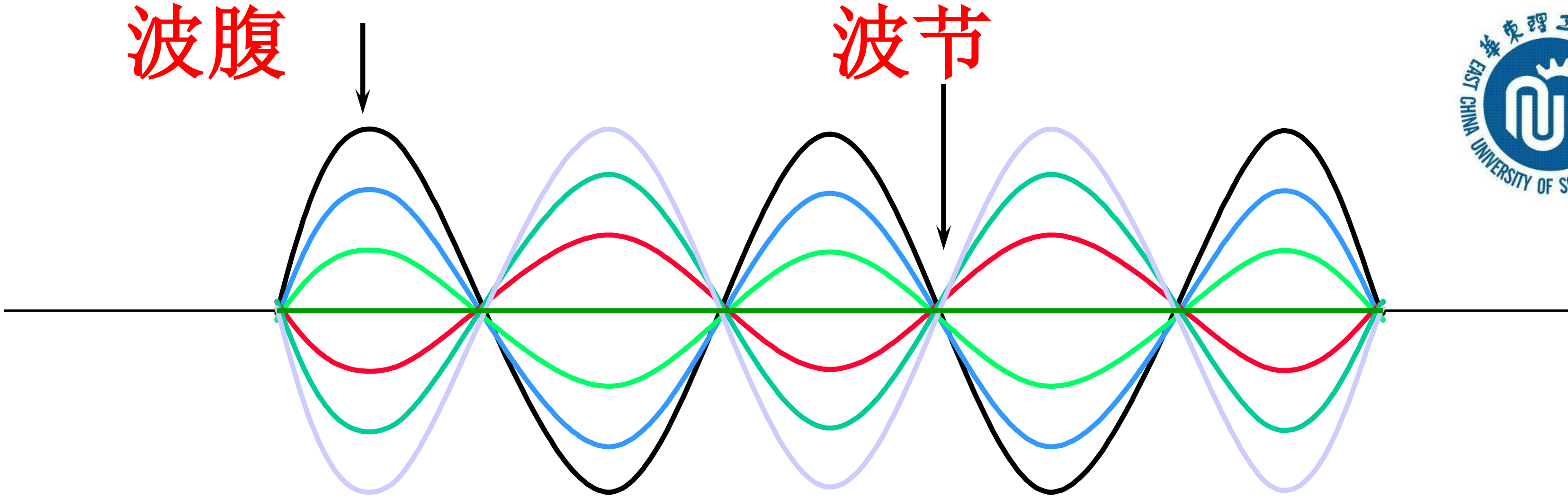
2。驻波方程

两波的波动方程分别为:

$$y_1 = A\cdot cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x)$$

$$y_2 = A\cdot cos(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}x)$$

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cdot cos\,\omega t\cdot cos\frac{2\pi}{\lambda}x$$



$$y = 2A \cdot \cos \omega t \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda} x$$

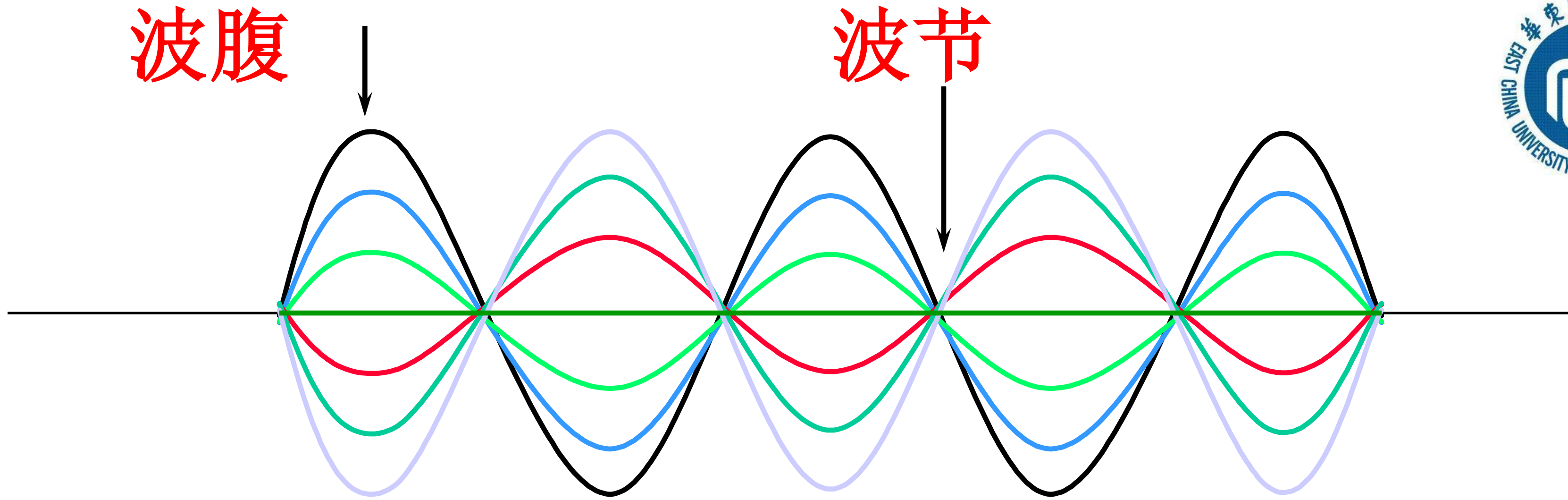
3。驻波特征分析

(1).各点振幅 $A' = \left| 2A\cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \right|$ 随x作周期性变化

波腹（$A' = 2A$）位置： $x = \pm 2k\frac{\lambda}{4} \quad (k = 0,1,2\ldots)$

波节（$A' = 0$）位置： $x = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{4} \quad (k = 0,1,2\ldots)$

相邻波节(或波腹)的距离： $x_{k+1} - x_k = \lambda / 2$



$$y = 2A \cdot \cos\omega t \cdot \cos\frac{2\pi}{\lambda}x$$

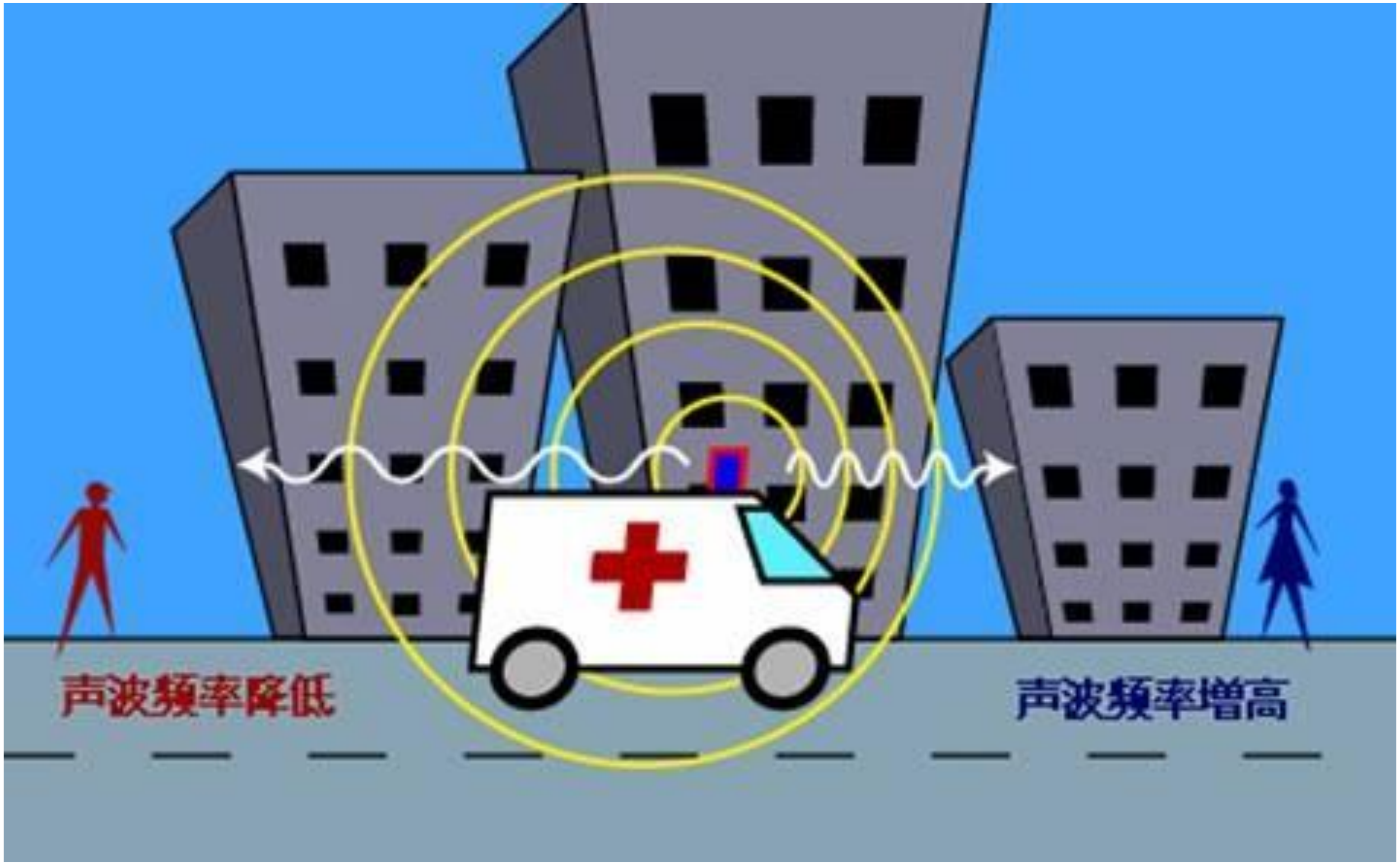
(2).相邻两波节之间的质点振动相位相同,波节两侧质点的振动相位相反。

(3).能量只在两波节间的波腹与波节转移，而无能量的定向传播。

(4).形式象波,本质却是介质的一种特殊振动状态。

多普勒效应 (Doppler effect)

人耳听到的声音的频率与声源的频率相同吗？



约定：

V_B——观察者相对于媒质的运动速度。

V_s ——波源相对于媒质的运动速度。

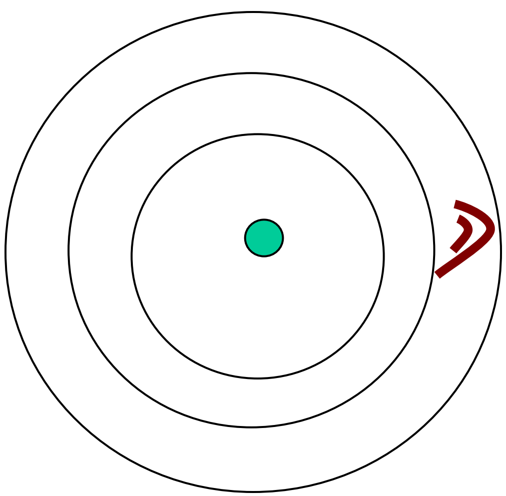
波源的频率 ν_s　　观察者接收到的频率 ν

波速 u

波长 λ

$$\nu_s = \frac{u}{\lambda}$$

1） 波源和观察者都不动的情况

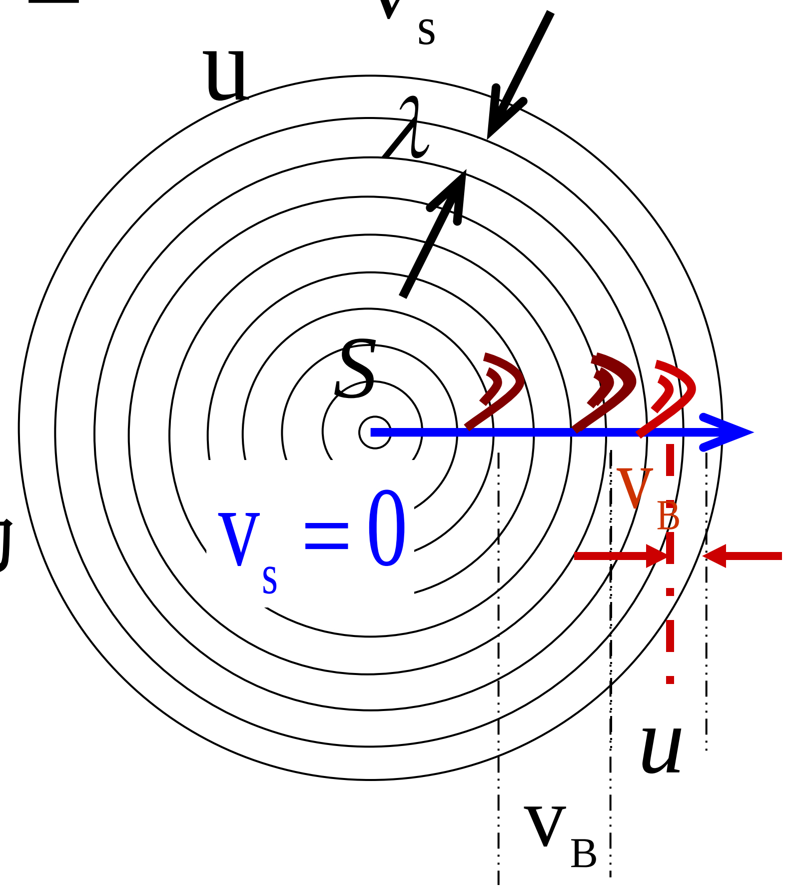


$$\nu = \frac{u}{\lambda} = \nu_s$$

频率不变

2）波源不动，观察者以速度 v_B 向着波源运动

$$\nu=\frac{u+v_B}{\lambda}=\frac{u+v_B}{u/\nu_s}=\frac{u+v_B}{u}\nu_s$$



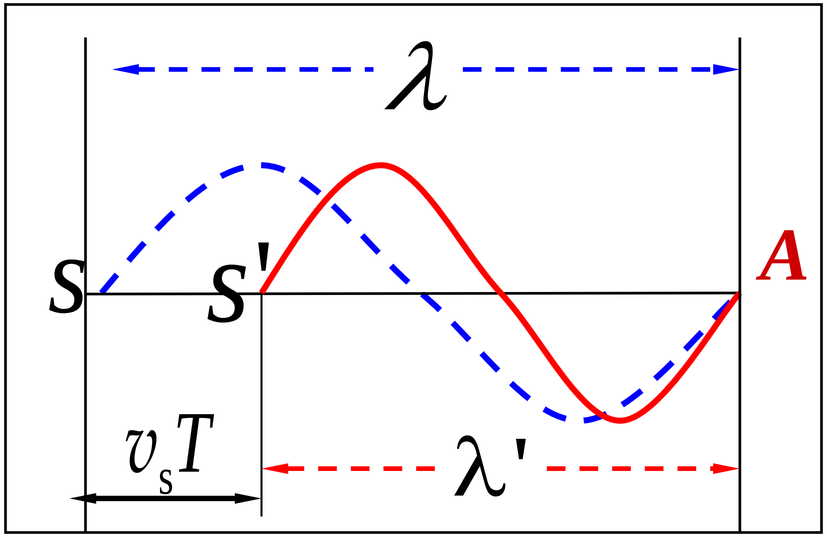
$$\therefore \nu=\frac{u+v_B}{u}\nu_s$$ 频率升高

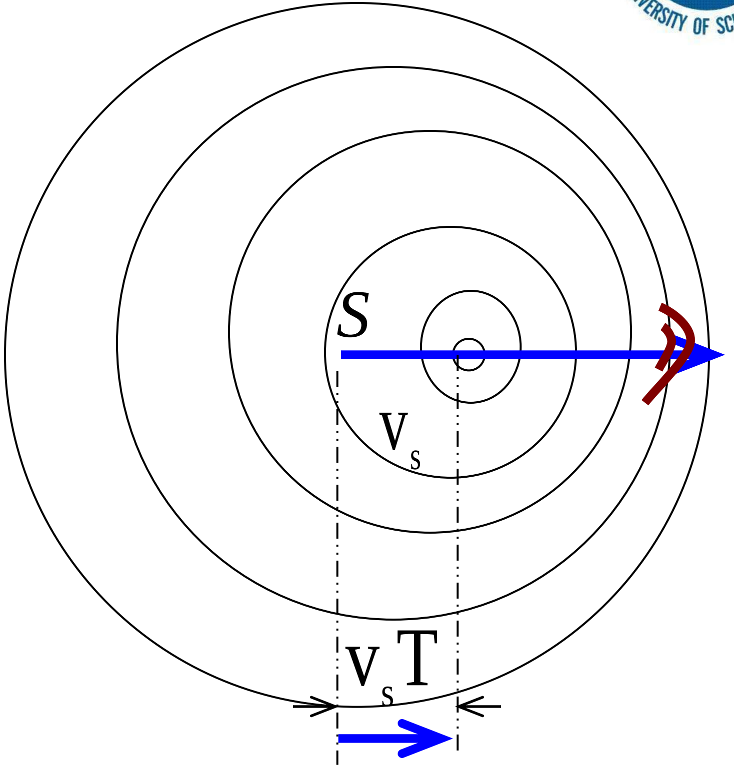
若观察者以速度 v_B 离开波源运动

$$\nu=\frac{u-v_B}{u}\nu_s$$ 频率降低。

$$u=v_B \Rightarrow \nu=0$$

3）观察者不动，波源以速度 v_s 向着观察者运动





$$\lambda' = \lambda - v_s T = (u - v_s)T$$

波源趋近观察者 $\nu = \dfrac{u}{\lambda'} = \dfrac{u}{(u - v_s)T} = \dfrac{u}{u - v_s}\nu_s$

波源远离观察者 $\nu = \dfrac{u}{u + v_s}\nu_s$

（4） 相对于媒质波源和观察者同时运动

当波源和观察者彼此趋近时

$$\nu = \frac{u + V_B}{\lambda} = \frac{u + V_B}{u - V_s}\nu_s$$

当波源和观察者彼此离开时

$$\nu = \frac{u - V_B}{u + V_s}\nu_s$$

当 $v_s > u$时，多普勒公式失效