质点系的动量定理

$$\boxed{\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\mathrm{d}t = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i - \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_{i0}}$$

质点系动量守恒定律

若质点系所受的合外力为零 $\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = 0$

则系统的总动量守恒，即 $\vec{p} = \sum_i \vec{p}_i$ 保持不变 .

质心

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \qquad \vec{r}_c = \int r dm / m$$

质心运动定律

$$\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}_c$$

2.3 碰撞

一. 碰撞（collision）

碰撞　　两物体互相接触时间极短而互作用力较大的相互作用，动量守恒.　　$\because \vec{F}^{\text{ex}} \ll \vec{F}^{\text{in}} \quad \therefore \sum_i \vec{p}_i = \vec{C}$

弹性碰撞(perfect elastic collision)　　两物体碰撞之后分开，动能守恒。

$$E_{\text{k}} = E_{\text{k1}} + E_{\text{k2}} = C$$

完全非弹性碰撞(perfect inelastic collision)两物体碰撞后,以同一速度运动，动能不守恒。

非弹性碰撞(inelastic collision)

两物体碰撞后分开，动能不守恒。

例 1　设有两个质量分别为 m_1 和 m_2 ，速度分别为 $\vec{v}_{10}$ 和 $\vec{v}_{20}$ 的弹性小球作对心碰撞，两球的速度方向相同．若碰撞是完全弹性的，求碰撞后的速度 $\vec{v}_1$ 和 $\vec{v}_2$ ．

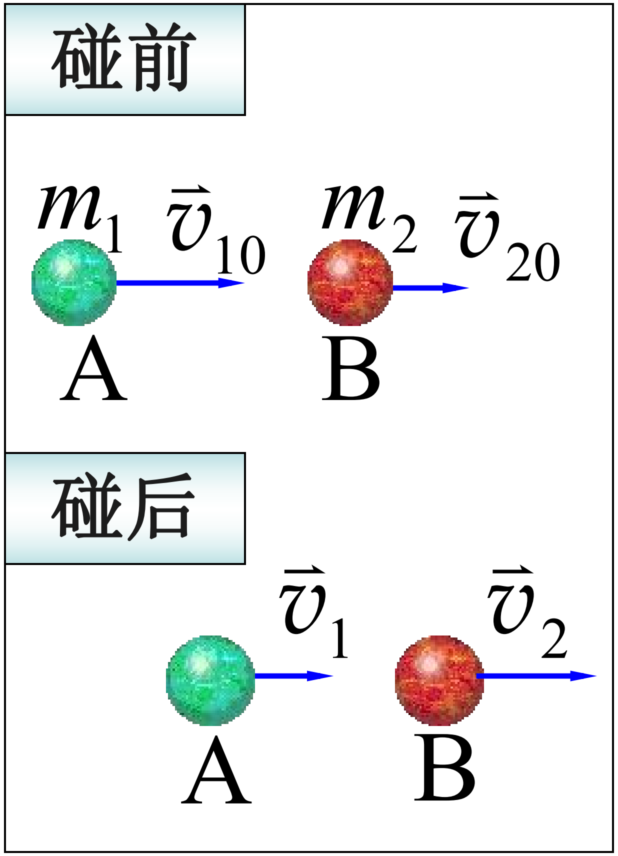
解　取速度方向为正向，

由动量守恒定律得

$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

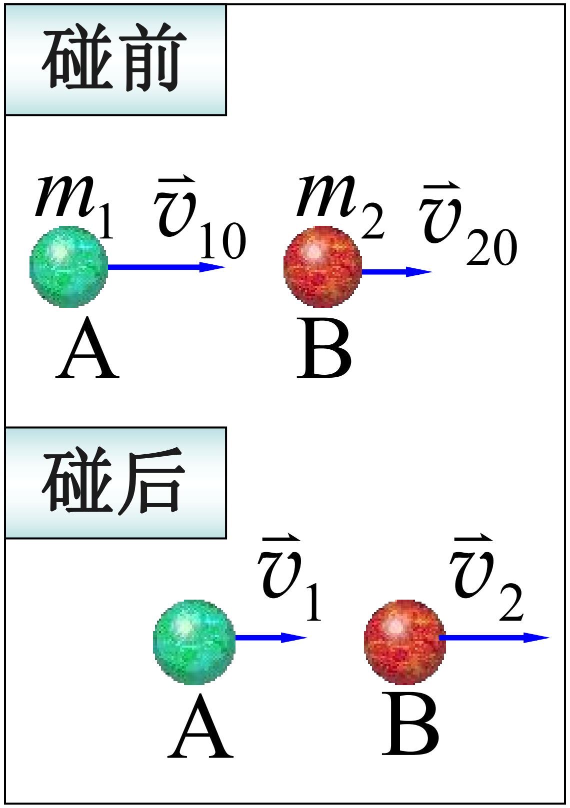
由动能守恒定理得

$$\frac{1}{2} m_1 v_{10}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{20}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$



$$v_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_{10} + 2m_2 v_{20}}{m_1 + m_2}$$

$$v_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_{20} + 2m_1 v_{10}}{m_1 + m_2}$$



讨 论

（**1**）若 $m_1 = m_2$ 则 $v_1 = v_{20}$，$v_2 = v_{10}$

（**2**）若 $m_2 >> m_1$ 且 $v_{20} = 0$ 则 $v_1 \approx -v_{10}$，$v_2 \approx 0$

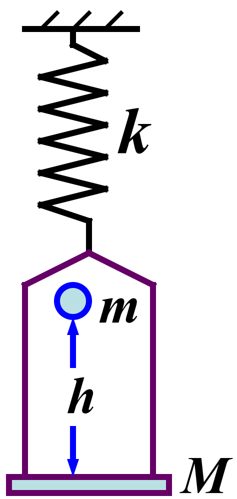
（**3**）若 $m_2 << m_1$ 且 $v_{20} = 0$ 则 $v_1 \approx v_{10}$，$v_2 \approx 2v_{10}$

力学综合题解题思路

1. 分清物理过程及各过程特点和联系。

2. 对不同的过程，分别选择研究对象(受力分析、运动情况），运用相应的规律处理和求解。

例2 用弹簧悬挂框子M, 高h处有一物体m(m<M)由静止下落, 与M作完全弹性碰撞，求碰后弹簧的最大伸长。



1. m自由落体　取m　$\upsilon_0 = \sqrt{2gh}$

2. M、m 碰撞　取$(M+m)$

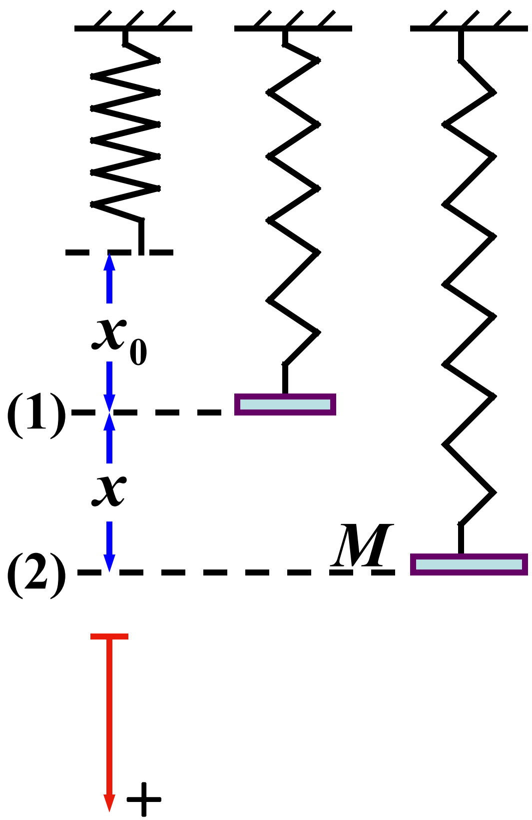
$$m\upsilon_0 = MV + m\upsilon$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}m\upsilon^2$$

解得　$\upsilon = \dfrac{m-M}{M+m}\upsilon_0 < 0$ ，　$V = \dfrac{2m\upsilon_0}{M+m} > 0$

3. 碰后M向下减速　　取(M、弹簧、地球)为系统

E守恒，$E_1 = E_2$ ， 取(1)处$E_G = 0$



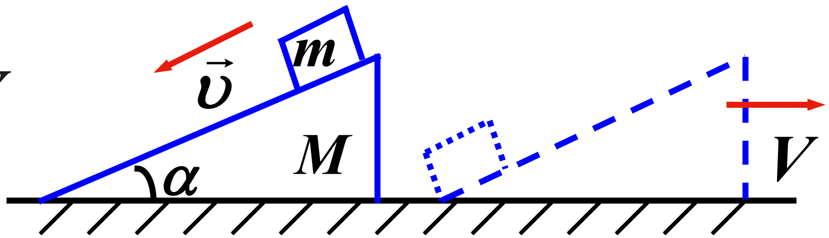
$$\frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}k(x_0 + x)^2 - Mgx$$

$$Mg = kx_0$$

$$x = \frac{2m}{M+m}\sqrt{\frac{2Mgh}{k}}$$

例3 质量M, 倾角 , 高h的斜面放在光滑水平面上, 另有一质量m的滑块沿斜面无摩擦地滑下,当m从斜面顶部滑到底部时, 斜面V=?

设滑块相对斜面υ, 斜面对地V



$$mgh=\frac{1}{2}m(\upsilon\cos\alpha+V)^2+\frac{1}{2}m\upsilon^2\sin^2\alpha+\frac{1}{2}MV^2$$

$$m(\upsilon\cos\alpha+V)+MV=0$$

解得 V

当m从顶部滑到底部时，斜面前进的距离？

$$m(\upsilon\cos\alpha + V) + MV = 0 \quad \Rightarrow V = -\frac{m\upsilon\cos\alpha}{M+m}$$

$$\int_0^t V dt = -\int_0^t \frac{m\cos\alpha}{M+m}\upsilon dt$$

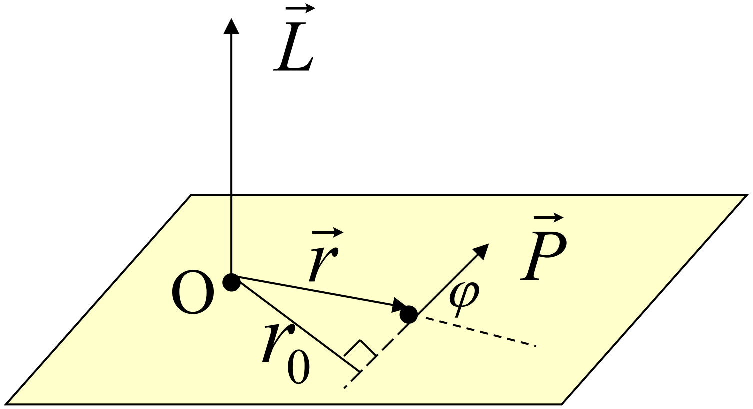
$$\int_0^x dx = -\int_0^s \frac{m\cos\alpha}{M+m} ds$$

$$x = -\frac{m\cos\alpha}{M+m}s = -\frac{m\cos\alpha}{M+m}\frac{h}{\sin\alpha} = -\frac{mh}{M+m}ctg\alpha$$

2.4 角动量守恒

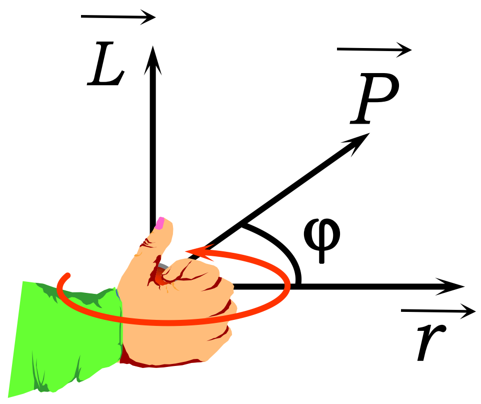
一. 质点的角动量（动量矩）

定义：质点对固定点的矢径与动量之矢积



$$\vec{L} \overset{def}{=} \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$$

大小: $rp\sin\varphi$　方向:(右手)叉乘确定



※质点作圆周运动：

对圆心的角动量：$L=mvR$

二. 质点的角动量定理

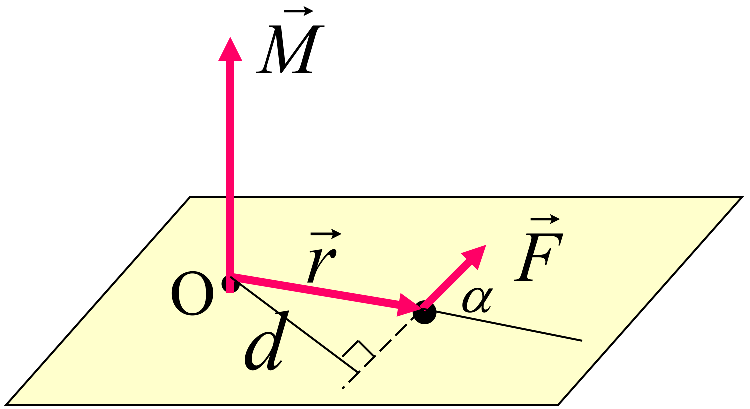
（1）定理的微分式

$$\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}=\vec{r}\times m\vec{v}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\frac{d(\vec{r}\times\vec{p})}{dt}=\vec{r}\times\frac{d\vec{p}}{dt}+\frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{p}=\vec{r}\times\vec{F}+\vec{v}\times(m\vec{v})$$

$=\vec{r}\times\vec{F}=\vec{M}$ --力矩 ——角动量改变的原因!!!

$$\vec{r}\times\vec{F}\begin{cases}\text{大小}: rF\sin\alpha=Fd=M\\ \text{方向}:\text{由(右手)叉乘确定}\end{cases}$$



质点所受合外力矩等于其角动量对时间的变化率