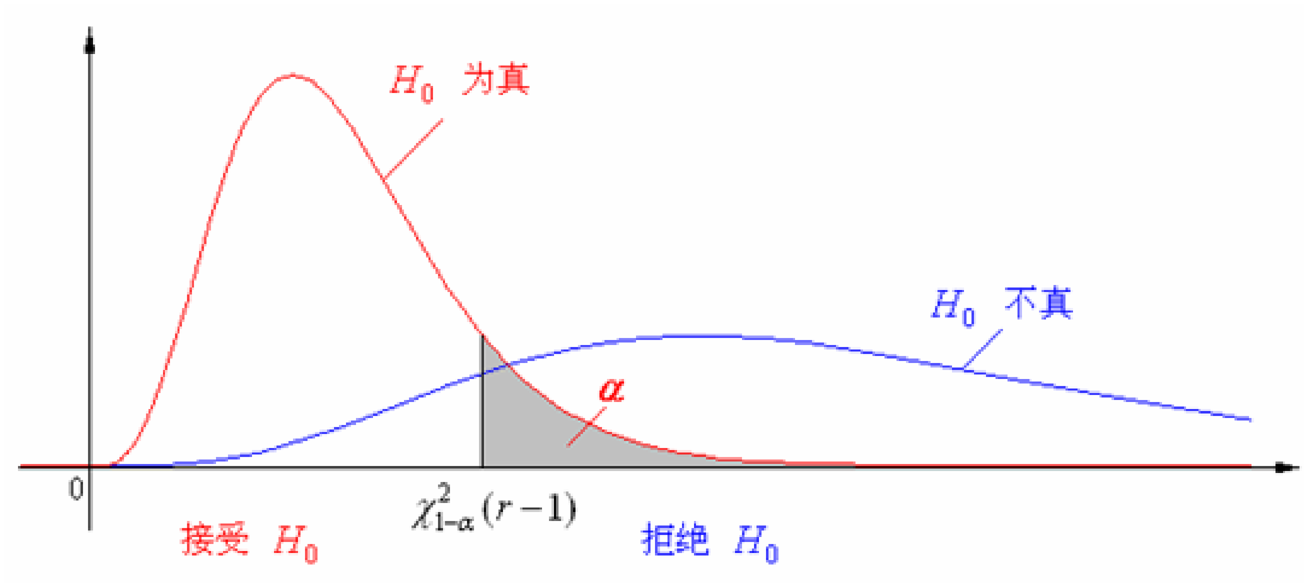
4.2 正态总体参数的假设检验(续)



单正态总体方差未知时，均值的检验

问题　设总体 $\xi \sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 $\sigma > 0$ 未知，$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ 是 ξ 的样本，要检验 H_0：$\mu = \mu_0$ 。

分析推导

卡尔皮尔逊（*Karl Pearson*）对于这样的问题，给出一种检验方法：

由于修正样本方差 S^{*2} 是总体方差 σ^2 的的无偏估计，所以他想用修正样本标准差 S^* 代替总体标准差 $\sigma = \sigma_0$，用统计量 $T = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S^*}\sqrt{n}$ 代替 $U = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma_0}\sqrt{n}$ 作为检验统计量。

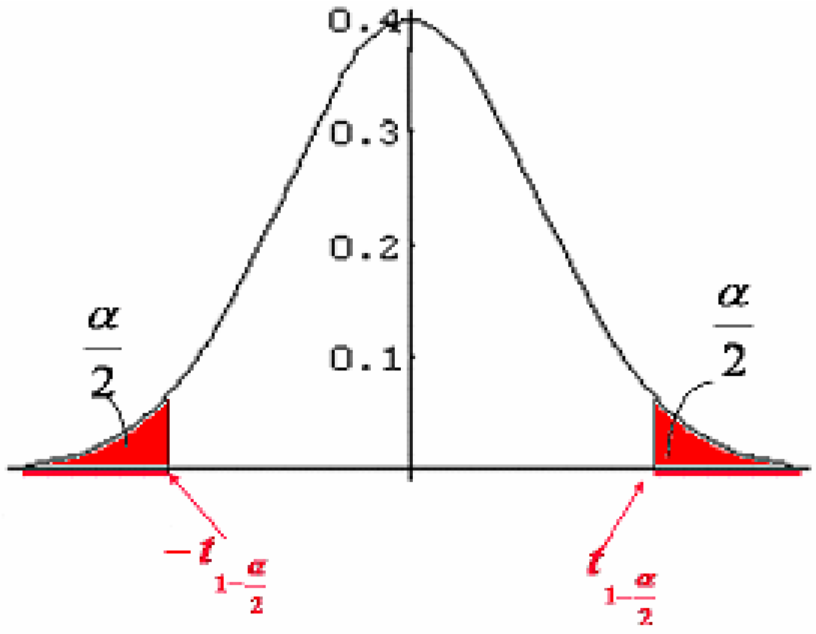
戈塞特发现，卡尔皮尔逊的 $N(0,1)$ 分布检验，只适合大样本的情形，当样本容量 n 比较小的时候，$N(0,1)$ 分布检验有很大的误差。经过研究，他发现了 $\dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S^*}\sqrt{n} \sim t(n-1)$，算出了 t 分布的分位数表，效果很好。

问题 设总体 $\xi \sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 $\sigma>0$ 未知，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 是 ξ 的样本，要检验 H_0： $\mu=\mu_0$ 。

提出假设 H_0: $\mu=\mu_0$, H_1: $\mu\neq\mu_0$

选统计量 $\mathrm{T}=\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{S^*}\sqrt{n}\sim t(n-1)$

接受域 W_0 : $|T|\le t_{1-\alpha/2}(n-1)$



若 $\hat{T}\in W_0$ 则接受 H_0;

$\hat{T}\notin W_0$ 则拒绝 H_0

例 1　某车间用包装机装葡萄糖，每袋糖的净重$\xi \sim N(\mu,\sigma^2)$，包装机工作正常时，应该有$\mu = 0.5$。现抽查 9 袋，测得净重为

0.497，0.506，0.516，0.524，0.481，0.511，0.510，0.515，0.512。

问包装机工作是否正常？（显著水平$\alpha = 0.05$）

解　问题相当于要检验H_0 ：$\mu = 0.5$。

样本容量$n = 9$，样本均值$\overline{X} = 0.508$，修正样本标准差$S^* = 0.01251$，

$$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S^*}\sqrt{n} = \frac{0.508 - 0.5}{0.01251}\sqrt{9} = 1.9185$$

对$\alpha = 0.05$，查t 分布的分位数表，可得$t_{1-\alpha/2}(n-1) = t_{0.975}(8) = 2.3060$，　　由于$\left|T\right| = \left|1.9185\right| = 1.9185 < 2.3060$，因此接受$H_0$：$\mu = 0.5$，可以认为包装机工作正常。

单正态总体均值未知，方差的检验

问题 设总体 $\xi \sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 未知，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 是 ξ 的样本，要检验 H_0：

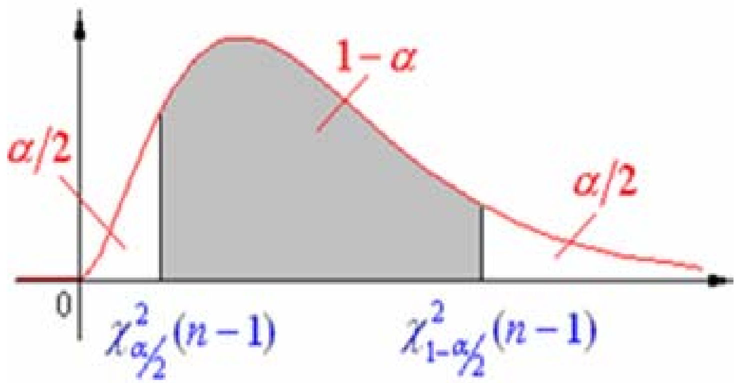
$\sigma^2=\sigma_0^2$ （或 $\sigma=\sigma_0$） 。

提出假设 H_0：$\sigma^2=\sigma_0^2$，H_1：$\sigma^2\neq\sigma_0^2$

选取统计量 $\chi^2=\dfrac{(n-1)S^{*2}}{\sigma_0^2} \sim \chi^2(n-1)$

确定接受域W_0：

$$\chi^2_{\alpha/2}(n-1)\le\chi^2\le\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)$$



若$\hat{\chi}^2\in W_0$则接受H_0，否则拒绝H_0

例 2 某厂生产的维尼纶的纤度 $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$，已知在正常情况下有 $\sigma = 0.048$。现从中抽查 5 根，测得纤度为 1.32, 1.55, 1.36, 1.40, 1.44，问：ξ 的标准差 σ 是否发生了显著的变化？（显著水平 $\alpha = 0.05$）

解 问题相当于要检验 H_0 ： $\sigma = 0.048$

样本容量 $n = 5$ ，修正样本方差 $S^{*2} = 0.00778$ ，

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^{*2}}{\sigma_0^2} = \frac{(5-1)\times 0.00778}{0.048^2} = 13.51$$

对 $\alpha = 0.05$，查 χ^2 分布表，可得 $\chi^2_{\alpha/2}(n-1) = \chi^2_{0.025}(4) = 0.484$ 及 $\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1) = \chi^2_{0.975}(4) = 11.143$,由于 $\chi^2 = 13.51 > 11.143$，所以拒绝 H_0： $\sigma = 0.048$，结论是：纤度的标准差发生了显著的变化。

思 考 题

单正态总体均值已知时，如何对总体的方差进行假设检验?

提示：考虑检验统计量

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu_0)^2}{\sigma_0^2} = \frac{n(\bar{X} - \mu_0)^2 + nS^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2(n)$$

证明: $$\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu_0)^2=\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X}+\overline{X}-\mu_0)^2=\sum_{i=1}^{n}[(X_i-\overline{X})+(\overline{X}-\mu_0)]^2$$

$$=\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2+\sum_{i=1}^{n}(\overline{X}-\mu_0)^2+2\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})(\overline{X}-\mu_0)$$

$$=\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2+n(\overline{X}-\mu_0)^2+2(\overline{X}-\mu_0)\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})$$

$$=nS^2+n(\overline{X}-\mu_0)^2+0=nS^2+n(\overline{X}-\mu_0)^2$$

所以有 $$\chi^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu_0)^2}{\sigma_0^2}=\frac{nS^2+n(\overline{X}-\mu_0)^2}{\sigma_0^2}$$

双正态总体方差未知但相等，均值的检验

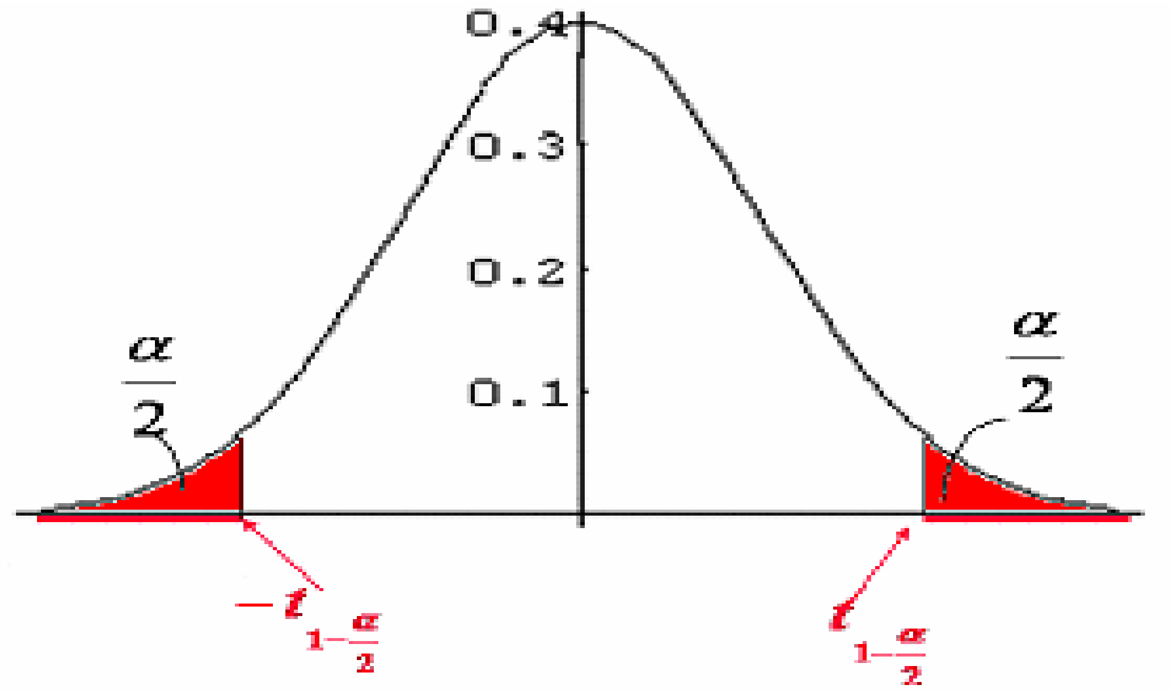
问题　设总体 $\xi \sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$\eta \sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，其中 σ_1，σ_2 都未知，但已知 $\sigma_1=\sigma_2$，（$X_1,X_2,\cdots,X_m$），（$Y_1,Y_2,\cdots,Y_n$）分别是 ξ，η 的样本，两个样本相互独立，要检验 H_0：$\mu_1=\mu_2$。

提出假设 $\boldsymbol{H_0: \mu_1=\mu_2,\ H_1: \mu_1\neq\mu_2}$

选统计量 $$T=\frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{S_w\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}}=\frac{\bar{X}-\bar{Y}}{S_w\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}}\sim t(m+n-2)$$

其中，$$S_w=\sqrt{\frac{(m-1)S_x^{*2}+(n-1)S_y^{*2}}{m+n-2}}$$

确定接受域W_0 ：$|T| \le t_{1-\alpha/2}(m+n-2)$



若$\hat{T} \in W_0$则接受H_0；$\hat{T} \notin W_0$则拒绝H_0

例 3 设某种针织品在 80°C 和 70°C 时的强度为$\xi \sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$和$\eta \sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，假设已知有$\sigma_1=\sigma_2$。在 80°C 时，抽取 5 个样品，测得样本均值 $\overline{X}=19.6$ ，修正样本标准差 $S_x^*=0.42$ ；在 70°C 时，抽取 6 个样品，测得样本均值 $\overline{Y}=20.3$ ，修正样本标准差 $S_y^*=0.30$ 。问这种针织品在 80°C 和 70°C 时的平均强度是否相同?（显著水平$\alpha=0.05$）

解 问题相当于要求检验H_0： $\mu_1=\mu_2$

$$m=5,\overline{X}=19.6，S_x^*=0.42，n=6，\overline{Y}=20.3，S_y^*=0.30$$

$$\begin{aligned}S_w&=\sqrt{\frac{(m-1)S_x^{*2}+(n-1)S_y^{*2}}{m+n-2}}\\&=\sqrt{\frac{(5-1)\times 0.42^2+(6-1)\times 0.30^2}{5+6-2}}=0.35833\end{aligned}$$

$$T=\frac{\overline{X}-\overline{Y}}{S_w\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}}=\frac{19.6-20.3}{0.35833\times\sqrt{\frac{1}{5}+\frac{1}{6}}}=-3.226$$

对$\alpha=0.05$，查t分布的分位数表，可得由于$t_{1-\alpha/2}(m+n-2)=t_{0.975}(9)=2.2622$，由于$|T|=|-3.226|=3.226>2.2622$，因此拒绝$H_0$：$\mu_1=\mu_2$。这种针织品在$80°C$和$70°C$时的平均强度不能认为是相同的。

思 考 题

1) 双正态总体方差未知但相等，如何对总体的均值之差等于常数进行假设检验?

2) 双正态总体方差都已知时，如何对总体的均值进行假设检验?

提示1)：H_0 ： $\mu_1 - \mu_2 = c$ (给定常数)； H_1 ： $\mu_1 - \mu_2 \neq c$

检验统计量 $T = \dfrac{(\overline{X} - \overline{Y}) - c}{S_w\sqrt{\dfrac{1}{m} + \dfrac{1}{n}}} \sim t(m+n-2)$

提示2）考虑 $\overline{X} - \overline{Y}$ 的标准化作为检验统计量

$$U = \frac{(\overline{X} - \overline{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{m} + \dfrac{\sigma_2^2}{n}}} = \frac{\overline{X} - \overline{Y}}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{m} + \dfrac{\sigma_2^2}{n}}} \sim N(0,1)$$

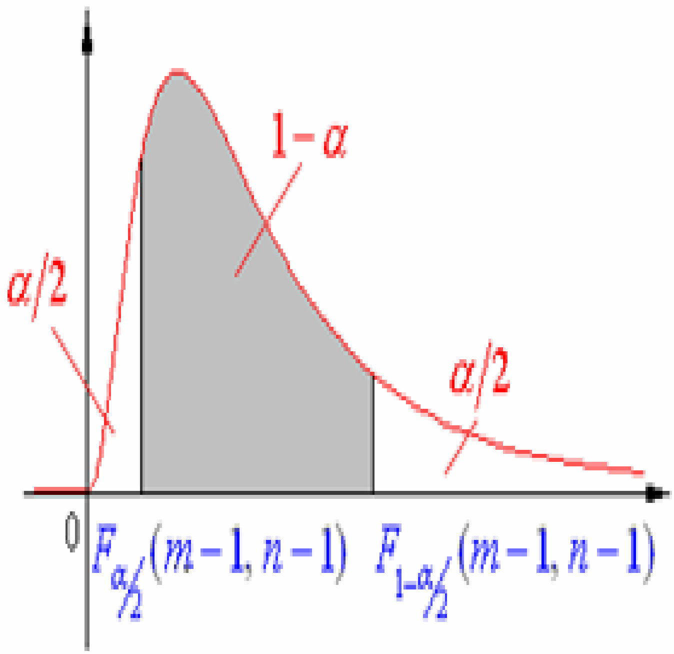
双正态总体均值未知，方差的检验

问题 设总体 $\xi \sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$\eta \sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，其中 μ_1，μ_2 都未知，（$X_1,X_2,\cdots,X_m$），（$Y_1,Y_2,\cdots,Y_n$）分别是 ξ，η 的样本，两个样本相互独立，要检验 H_0：$\sigma_1^2=\sigma_2^2$（或 $\sigma_1=\sigma_2$）。

提出假设 H_0：$\sigma_1^2=\sigma_2^2$，H_1：$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

选取统计量

$$F=\frac{S_x^{*2}/\sigma_1^2}{S_y^{*2}/\sigma_2^2}=\frac{S_x^{*2}}{S_y^{*2}} \sim F(m-1,n-1)$$



确定接受域 W_0：

$$F_{\alpha/2}(m-1,n-1) \leq F \leq F_{1-\alpha/2}(m-1,n-1)$$

例 4 设某种针织品在 80°C 和 70°C 时的强度为 $\xi \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $\eta \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$。在 80°C 时，抽取 5 个样品，测得修正样本标准差 $S_x^* = 0.42$；在 70°C 时，抽取 6 个样品，测得修正样本标准差 $S_y^* = 0.30$。要求检验 H_0：$\sigma_1 = \sigma_2$。（显著水平 $\alpha = 0.05$）

解 $$F = \frac{S_x^{*2}}{S_y^{*2}} = \frac{0.42^2}{0.30^2} = 1.96$$

对 $\alpha = 0.05$，查 F 分布的分位数表，可得 $F_{1-\alpha/2}(m-1, n-1) = F_{0.975}(4, 5) = 7.39$，

$$F_{\alpha/2}(m-1, n-1) = \frac{1}{F_{1-\alpha/2}(n-1, m-1)} = \frac{1}{F_{0.975}(5, 4)} = \frac{1}{9.36} = 0.1068。$$

因为 $0.1068 < F = 1.96 < 7.39$，所以接受 $H_0: \sigma_1 = \sigma_2$，可以认为在 80°C 和 70°C 时针织品强度的方差相等。

单侧检验

前面我们介绍的检验拒绝域分布在两侧, 这样的检验称为双侧检验, 但有时双侧检验并不合理, 看下面的引例

设某厂生产的灯泡寿命 $\xi \sim N(\mu,\sigma^2)$，现从中抽取 20 只测试寿命，测得样本均值

$\overline{X}=1960$（小时），修正样本标准差 $S^*=200$（小时），问：能否认为灯泡的平均寿命已达到2000 小时？

在这个问题中，如果将原假设定为H_0 ：$\mu=2000$,备选假设定为H_1：$\mu\neq 2000$，也就是说，只有当μ 等于2000 才接受，当μ 大于2000 或小于2000 都要拒绝，这样做，显然是不符合实际的，灯泡寿命越长越好，为什么大于2000 反而要拒绝呢？

正确的做法应该是，将原假设定为H_0 ：$\mu\geq 2000$，备选假设定为H_1 ：$\mu<2000$。只有当μ小于2000时才拒绝，当μ大于2000 或等于2000 时都应该接受。

单侧检验

----------即拒绝域在单侧的检验

究竟是单侧还是双侧是由实际问题决定的.

若待检验的参数”过大和过小”都不符合要求就是双侧检验.

若待检验的参数只在”过大”(或过小)不符合要求就是单侧检验

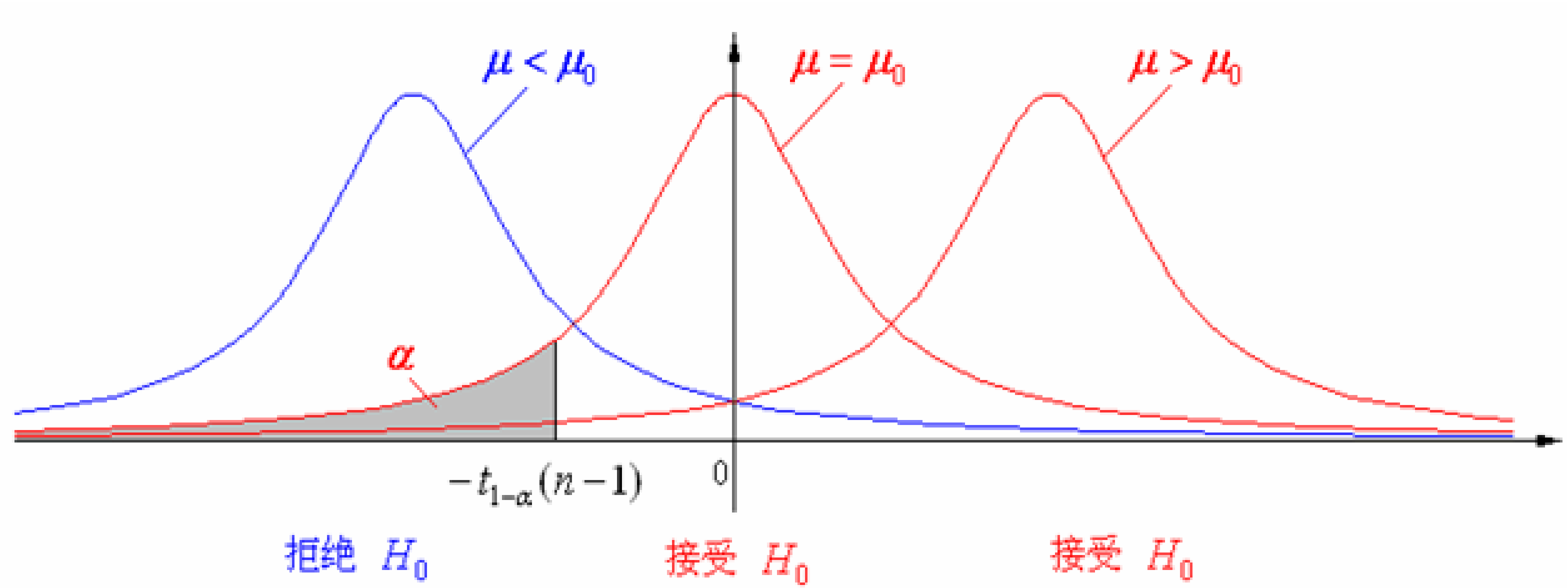
问题 设总体 $\xi \sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 $\sigma>0$ 未知，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 是 ξ 的样本，要检验 H_0： $\mu \ge \mu_0$ （备选假设 H_1： $\mu < \mu_0$ ）。

分析推导 因为 $\xi \sim N(\mu,\sigma^2)$ 这时有 $\dfrac{\bar{X}-\mu}{S^*}\sqrt{n} \sim t(n-1)$

取一个统计量 $T=\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S^*}\sqrt{n}=\dfrac{\bar{X}-\mu}{S^*}\sqrt{n}+\dfrac{\mu-\mu_0}{S^*}\sqrt{n}$

若 H_0: $\mu \ge \mu_0$ 为真，则 $\dfrac{\mu-\mu_0}{S^*}\sqrt{n} \ge 0$

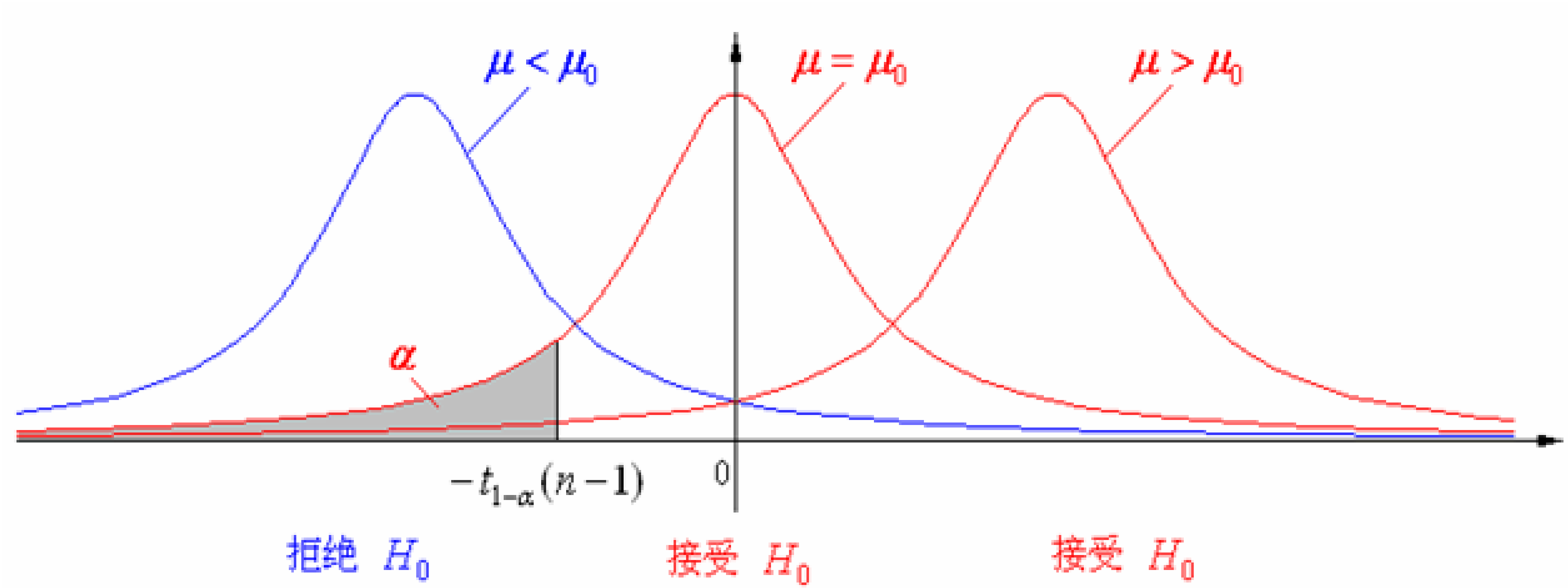
此时,统计量T取值会偏大,其密度函数相对于t(n-1)的密度函数可能有一个向右的偏移(如图)



因此,当统计量T的值偏大时应接受原假设的.而反之,若统计量T的值偏小应拒绝原假设.即拒绝域应该只在左侧.即:

当$T<-t_{1-\alpha}(n-1)$时拒绝H_0，否则接受H_0。

备选假设与拒绝域的不等号方向一致



当$T < -t_{1-\alpha}(n-1)$时拒绝H_0，否则接受H_0。

注意如图所示：当$\mu = \mu_0$时，如果拒绝H_0，犯错误的概率等于α；当$\mu > \mu_0$时，如果拒绝H_0，犯错误的概率显然小于α。所以在这样的检验中，显著水平α可以看作是犯第一类错误的概率的上界。

例 5　设灯泡寿命 $\xi \sim N(\mu,\sigma^2)$，抽取容量为 $n=20$ 的样本，测得 $\overline{X}=1960$（小时），$S^*=200$（小时），问：能否认为灯泡的平均寿命已达到2000小时？（显著水平 $\alpha=0.05$ ）

解　问题相当于要检验H_0 ：$\mu \geq 2000$ （备选假设H_1 ： $\mu < 2000$ ）。

已知$n=20, \overline{X}=1960, S^*=200$，求得

$$T=\frac{\overline{X}-\mu_0}{S^*}\sqrt{n}=\frac{1960-2000}{200}\sqrt{20}=-0.8944$$

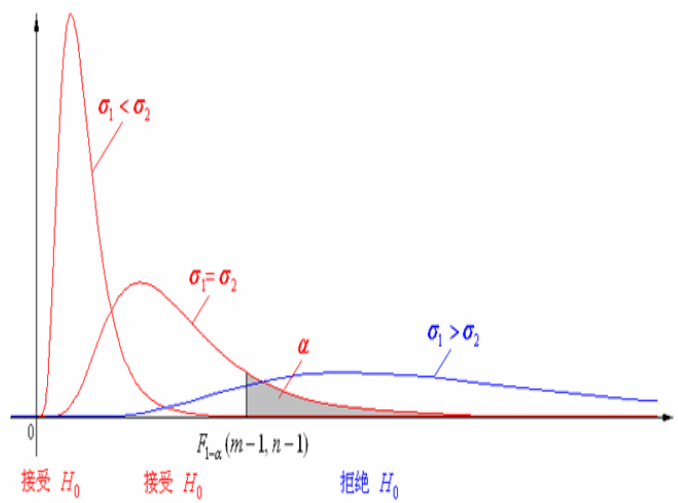
对$\alpha=0.05$，查t分布表，可得分位数$t_{1-\alpha}(n-1)=t_{0.95}(19)=1.7291$,由于$T=-0.8944>-1.7291=-t_{1-\alpha}(n-1)$，因此接受$H_0$：$\mu \geq 2000$，可以认为灯泡的平均寿命已达到2000小时 。

备选假设与拒绝域的不等号方向一致

问题 设总体 $\xi \sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$\eta \sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，其中 μ_1，μ_2 都未知，（$X_1,X_2,\cdots,X_m$），（$Y_1,Y_2,\cdots,Y_n$）分别是 ξ，η 的样本，两个样本相互独立，要检验 H_0：$\sigma_1^2 \le \sigma_2^2$（备选假设 H_1：$\sigma_1^2 > \sigma_2^2$）。

分析推导 因为$\xi \sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$\eta \sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，

$$\frac{S_x^{*2}/\sigma_1^2}{S_y^{*2}/\sigma_2^2} \sim F(m-1,n-1)$$



取一个统计量 $F=\dfrac{S_x^{*2}}{S_y^{*2}} = \dfrac{S_x^{*2}/\sigma_1^2}{S_y^{*2}/\sigma_2^2}\cdot\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$

若H_0:$\sigma_1^2 \le \sigma_2^2$为真，则$\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \le 1$

此时统计量F的值会偏小,故当F值偏小时应接受原假设的.

而反之,统计量F的值会偏大.即拒绝域应该只在右侧.

例 6 对铁矿石中的含铁量，用旧方法测量 6 次，得到修正样本标准差 $S_x^* = 5.68$ ，用新方法测量 7 次，得到修正样本标准差 $S_y^* = 3.02$ ，设用旧方法和新方法测得的含铁量分别为 $\xi \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $\eta \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$，问：新方法测得数据的方差是否显著地小于旧方法？（显著水平 $\alpha = 0.05$ ）

解 如果我们将原假设定为H_0 ： $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$，备选假设定为H_1 ： $\sigma_1^2 \le \sigma_2^2$，由于原假设中没有等号，难以给出合适的检验方法。

所以，我们把上面的原假设H_0与备选假设H_1颠倒一下，
将问题改为要检验H_0 ： $\sigma_1^2 \le \sigma_2^2$ （备选假设H_1 ： $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ ）。

$$F = \frac{S_x^{*2}}{S_y^{*2}} = \frac{5.68^2}{3.02^2} = 3.54$$

对显著水平$\alpha = 0.05$，自由度$(m-1, n-1) = (5, 6)$，查F分布表，可得分位数$F_{1-\alpha}(m-1, n-1) = F_{0.95}(5, 6) = 4.39$，因为$F = 3.54 < 4.39 = F_{1-\alpha}(m-1, n-1)$，所以接受假设$H_0$：$\sigma_1^2 \le \sigma_2^2$，拒绝假设$H_1$：$\sigma_1^2 > \sigma_2^2$，结论是：不能认为新方法测得数据的方差显著地小于旧方法。

单侧检验与双侧检验的相同和不同之处

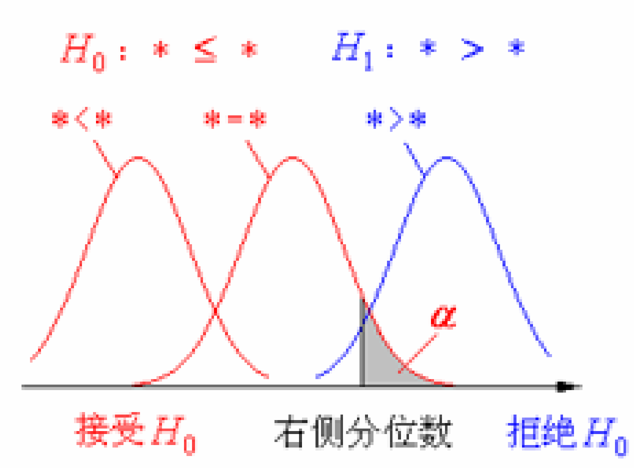
(1)单侧检验与对应的双侧检验，检验时所用的统计量完全相同，统计量服从的分布和自由度也完全相同

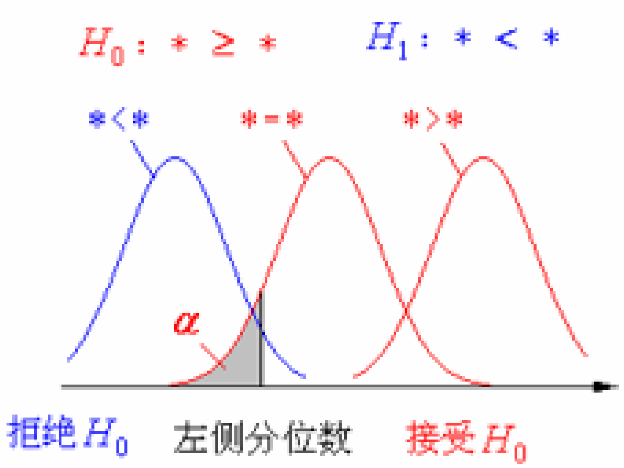
（2）双侧检验中查分布表求分位数时，$p=1-\alpha/2$ 或$p=\alpha/2$ ；单侧检验中查分布表求分位数时，$p=1-\alpha$ 或$p=\alpha$，而且只要查出单侧的一个分位数就可以了 。

（3）设在单侧检验中，要检验H_0 :$*\le*$ （备选假设H_1 :$*>*$ ），这时，如果检验时所用的统计量$>$右侧分位数，就拒绝H_0 ，否则就接受H_0

（4）设在单侧检验中，要检验H_0 :$*\ge*$ （备选假设H_1 :$*<*$ ），这时，如果 检验时所用的统计量$<$左侧分位数，就拒绝H_0 ，否则就接受H_0

备选假设与拒绝域的不等号方向一致





正态总体参数的假设检验总结

	检验H_0	条件	检验时所用的统计量	分布
单个总体	$\mu=\mu_0$	已知$\sigma=\sigma_0$	$U=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma_0}\sqrt{n}$	$N(0,1)$
		σ 未知	$T=\frac{\overline{X}-\mu_0}{S^*}\sqrt{n}$	$t(n-1)$
	$\sigma^2=\sigma_0^2$	已知$\mu=\mu_0$	$\chi^2=\frac{nS^2+n(\overline{X}-\mu_0)^2}{\sigma_0^2}$	$\chi^2(n)$
		μ未知	$\chi^2=\frac{(n-1)S^{*2}}{\sigma_0^2}$	$\chi^2(n-1)$
两个总体	$\mu_1=\mu_2$	σ_1，σ_2已知	$U=\frac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m}+\frac{\sigma_2^2}{n}}}$	$N(0,1)$
		σ_1，σ_2未知 但有$\sigma_1=\sigma_2$	$T=\frac{\overline{X}-\overline{Y}}{S_w\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}}$	$t(m+n-2)$
	$\sigma_1^2=\sigma_2^2$	μ_1，μ_2已知	$F=\frac{S_x^2+(\overline{X}-\mu_1)^2}{S_y^2+(\overline{Y}-\mu_2)^2}$	$F(m,n)$
		μ_1，μ_2未知	$F=\frac{S_x^{*2}}{S_y^{*2}}$	$F(m-1,n-1)$

思 考 题

1） 本节假设检验的大前提是总体服从正态分布，那么，对于非正态的总体如何进行假设检验？

---提示:大样本时可利用中心极限定理

2） 假设检验与区间估计理论推导很相似,二者有何关系

---提示:一一对应的等价关系

3） 双正态总体均值的检验，要求方差相等的前提条件。如果不满足这个条件如何检验？

问题 设总体 $\xi \sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$\eta \sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，其中 σ_1，σ_2 都未知，但已知 $\sigma_1 \neq \sigma_2$，（$X_1, X_2, \cdots, X_m$），（$Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$）分别是 ξ，η 的样本，两个样本相互独立，要检验 H_0：$\mu_1 = \mu_2$ 。

解法大致可以分为两类：

第一类：近似解法，不能用概率统计理论作严格的推导证明，但是检验效果比较简单。

第二类：精确解法，可以用概率统计理论作严格的推导证明，但是检验计算非常复杂。

在精确解法中，斯切非在1934年给出的“斯切非检验法”，可以证明，它在某种意义上来说，是一个最有的检验法

对于上述问题, 当两个总体的样本容量相同时还是比较容易解决的:

分析推导 因为$\xi \sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$\eta \sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，所以

$$X_i \sim N(\mu_1,\sigma_1^2),\ Y_i \sim N(\mu_2,\sigma_2^2), i=1,2,\ldots,n,\text{而且相互独立}$$

这时有 $$X_i - Y_i \sim N(\mu_1-\mu_2,\sigma_1^2+\sigma_2^2),\ i=1,2,\ldots,n,\text{而且相互独立}$$

令$Z_i = X_i - Y_i, i=1,2,\ldots,n,(Z_1,Z_2,\ldots,Z_n)$可以看作总体$\zeta \sim N(\mu_1-\mu_2,\sigma_1^2+\sigma_2^2)$的样本。

从$(Z_1,Z_2,\ldots,Z_n)$出发，求出它的样本均值$\bar{Z}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - Y_i)=\bar{X}-\bar{Y}$和修正样本方差

$$S_Z^* = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(Z_i-\bar{Z})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-Y_i-\bar{X}+\bar{Y})^2}$$

$$\frac{\bar{Z}-(\mu_1-\mu_2)}{S_Z^*}\sqrt{n} \sim t(n-1)$$

取一个统计量$T=\frac{\bar{Z}}{S_Z^*}\sqrt{n}$

将统计量T的值与分位数作比较，当$|T|> t_{1-\alpha/2}(n-1)$时拒绝H_0

思 考 题

设灯管寿命服从正态分布，某地规定，寿命达到2000h,标准差不超过100h的灯管才可以颁发优质品牌证书；抽查某品牌灯管50只，测得样本均值为2200h, 样本标准差为102h,在显著性水平0.05下能否认为该品牌灯管达到优质标准？