参加上海交通大学MOOC课程教学改革的试验：

1、准备一个电子邮箱地址；

2、进入**http://www.cnmooc.org/home/register.mooc**

注册“好大学在线”账号；

3、进入邮箱，按提示填入正确的学号、学校和姓名，系统将自动核对完成认证。

详细操作说明：

http://www.cnmooc.org/home/news/detail/93.mooc.

4、根据观看视频及练习情况酌情奖励平时成绩

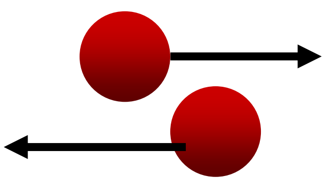
三、碰撞（collision)

—— 两物体在运动中相互靠近，或发生接触时，在极短的时间内发生强烈相互作用的过程.

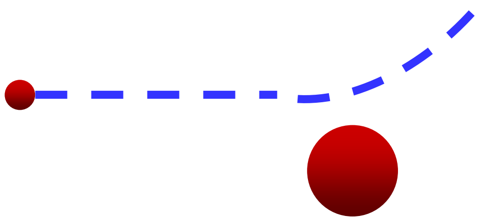
$$\vec{F}_{外} << \vec{F}_{内力} \Rightarrow \sum_{i} \vec{p}_{i} = \vec{C}$$

1）对心碰撞

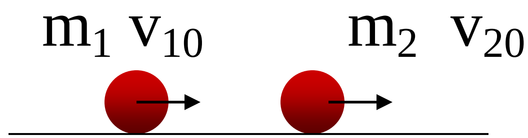
2）非对心碰撞

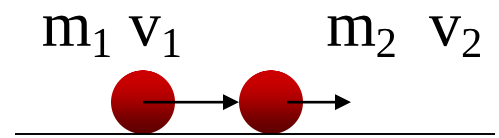


3）散射



a）完全弹性碰撞





——两物体碰撞之后，它们的动能之和不变

$$\begin{cases} m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ \dfrac{1}{2} m_1 v_{10}^2 + \dfrac{1}{2} m_2 v_{20}^2 = \dfrac{1}{2} m_1 v_1^2 + \dfrac{1}{2} m_2 v_2^2 \end{cases}$$

书 p78 2-25(c)

$$v_1 = \frac{(m_1 - m_2) v_{10} + 2 m_2 v_{20}}{m_1 + m_2}$$

$$v_2 = \frac{(m_2 - m_1) v_{20} + 2 m_1 v_{10}}{m_1 + m_2}$$

i)$m_1 = m_2$ 交换速度

$$v_1 = v_{20},\ v_2 = v_{10}$$

ii)$m_2 >> m_1$ $v_{20}=0$ 小碰大

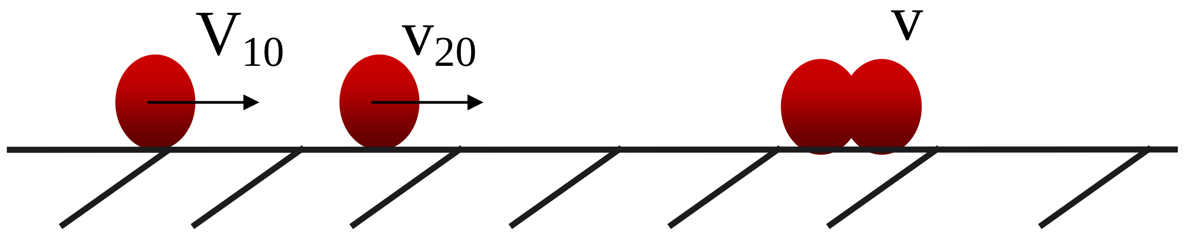
$$v_1 = -v_{10},\ v_2 = 0$$

iii)$m_1 >> m_2$ $v_{20}=0$ 大碰小

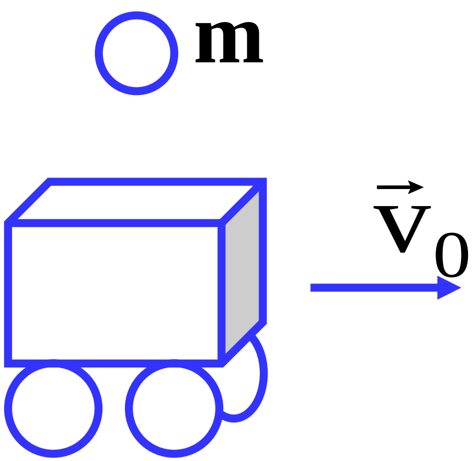
$$v_1 = v_{10},\ v_2 = 2 v_{10}$$

b)完全非弹性碰撞

—— 两物体碰撞后,以同一速度运动.



$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = (m_1 + m_2) v$$



$$M v_0 = (m + M) v$$

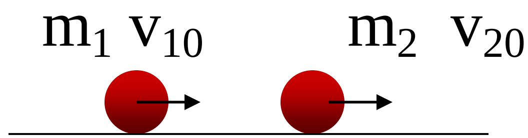
$$v = \frac{M v_0}{m + M} < v_0$$

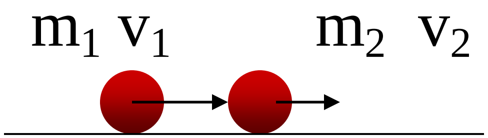
书P96 2-11

c)非弹性碰撞

——由于非保守力的作用，两物体碰撞后，使机械能部分转换为热能、声能，化学能等其他形式的能量.

考察完全弹性碰撞





$$\begin{cases} m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ \dfrac{1}{2} m_1 v_{10}^2 + \dfrac{1}{2} m_2 v_{20}^2 = \dfrac{1}{2} m_1 v_1^2 + \dfrac{1}{2} m_2 v_2^2 \end{cases}$$

$$m_1 v_{10} - m_1 v_1 = m_2 v_2 - m_2 v_{20}$$

$$m_1 (v_{10} - v_1)(v_{10} + v_1) = m_2 (v_2 - v_{20})(v_2 + v_{20})$$

$$\Rightarrow v_{10} - v_{20} = v_2 - v_1$$

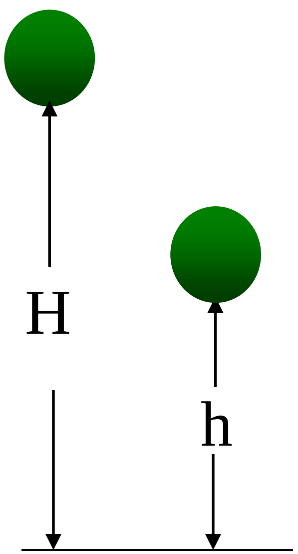
趋近速度　　分离速度

恢复系数 $e=\dfrac{v_2-v_1}{v_{10}-v_{20}}$

一般非弹性碰撞： $0 < e < 1$

完全非弹性碰撞： $e = 0 \ (v_2 - v_1 = 0)$

完全弹性碰撞： $e = 1 \ (v_2 - v_1 = v_{10} - v_{20})$

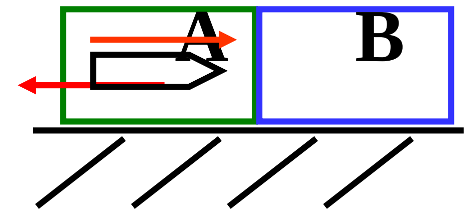


$$e=\frac{-(-v_1)}{v_{10}}=\sqrt{\frac{h}{H}}$$

$$\begin{cases} mgH = \dfrac{1}{2}mv_{10}^2 \\ mgh = \dfrac{1}{2}mv_1^2 \end{cases}$$

恢复系数	玻璃	铅	铁与铅	钢与软木
e	0.93	0.20	0.12	0.55

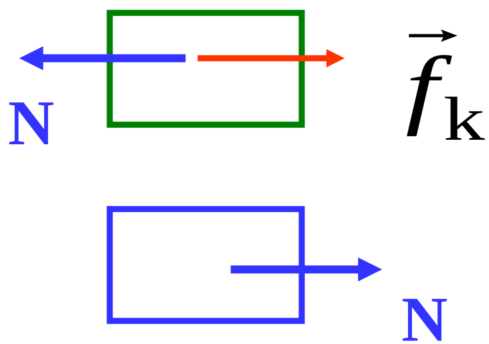
例1、书 P95 2-12



分析：子弹未击穿A时，A、B一起运动

穿过A后，A匀速运动，B在摩擦力作用下加速运动。

$$\begin{cases} (f_k - N)\Delta t = m_A v_A - 0 \\ N\Delta t = m_B v_B - 0 \\ v_B = v_A \end{cases}$$

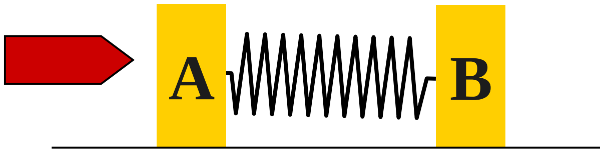


子弹穿入B: 子弹与B组成的系统动量守恒

$$m_B v_B + mv = (m_B + m)v'$$

子弹穿过A: $- f_k \Delta t = mv - mv_0$

例2、书P96　2-17



解：（1）子弹、A系统动量守恒

$$m_0 v_0 = (m_0 + m_A) v_1$$

（2）子弹与木块A一起压缩弹簧，当A、B具有共同速度v_2时，压缩量最大。此过程子弹、弹簧、A和B系统动量守恒和机械能守恒

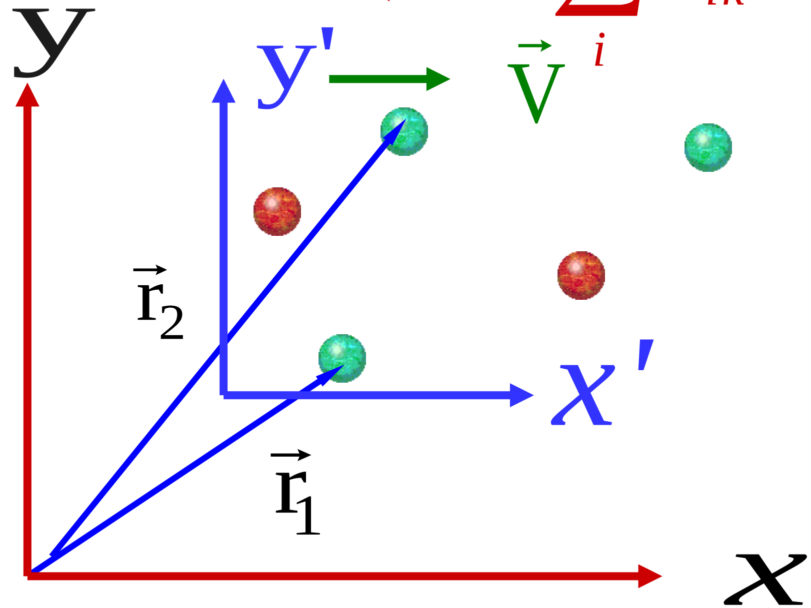
$$(m_0 + m_A) v_1 = (m_0 + m_A + m_B) v_2$$

$$\frac{1}{2}(m_0 + m_A) v_1^2 = \frac{1}{2}(m_0 + m_A + m_B) v_2^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

四、质心运动定律

$$(\vec{P}'=\sum_i \vec{P}_{ik'}=0)$$

1、质心



$$\vec{v}_{ik}=\vec{v}'_{ik'}+\vec{V}_{k'k}$$

$$\vec{P}_k=\sum_i m_i\vec{v}_{ik}$$

$$=\cancel{\sum_i m_i\vec{v}'_{ik'}}^{=0}+\sum_i m_i\vec{V}=\underline{m\vec{V}}\ (m=\sum m_i)$$

（平动）

$$\vec{V}=\vec{V}_c=\frac{\sum_i m_i v_{ik}}{\sum_i m_i}=\frac{d\vec{r}_{ck}}{dt}$$

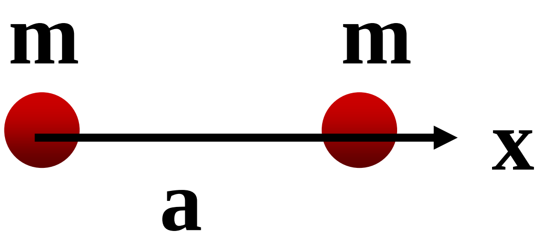
$$\vec{V}_c = \frac{d\vec{r}_{ck}}{dt} = \frac{\sum_i m_i \frac{d\vec{r}_{ik}}{dt}}{\sum_i m_i} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\sum_i m_i \vec{r}_{ik}}{m}\right)$$

$$\Rightarrow \vec{r}_c = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_{ik}}{m}$$ ——质心

$$\vec{P} = \sum_i m_i v_i = m\vec{v}_c$$

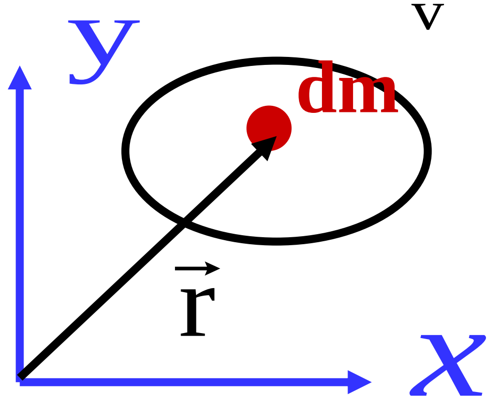
质心可看作整个质点组的代表点，系统的全部质量、动量都集中在它上面。

$$\Rightarrow \vec{r}_c = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{m} \begin{cases} \text{几何中心(匀质)} \\ \text{重心} \end{cases}$$

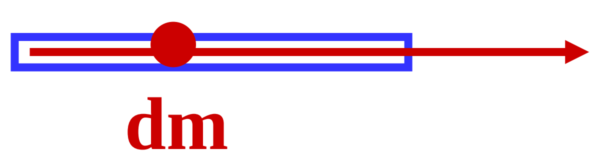


$$x_c = \frac{m \cdot 0 + ma}{2m} = \frac{a}{2}$$

$$\vec{r}_c = \frac{\int_V \vec{r}\,dm}{\int_V dm}$$



$$r_c = \frac{\int_l x\,dm}{\int_l dm} = \frac{\int_0^l x\frac{m}{l}\,dx}{m} = \frac{l}{2}$$



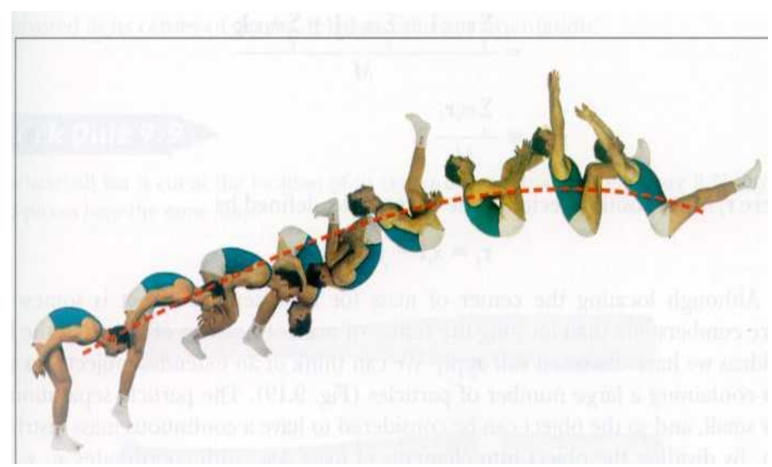
2、质心运动定理

$$\vec{P} = m\vec{v}_c \Rightarrow \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = m\frac{d\vec{v}_c}{dt} = m\vec{a}_c$$

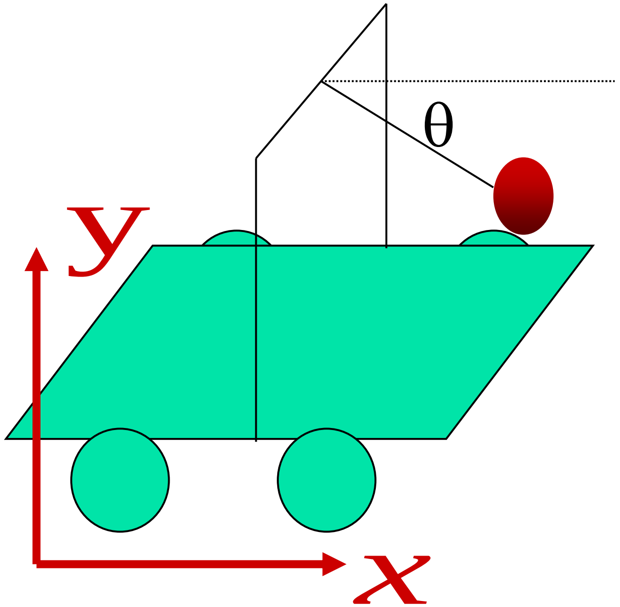
合外力直接主导质点系的平动，而质心可代表质点系的平动

只要外力确定，不管作用点怎样，质心的加速度就确定，质心的运动轨迹就确定，即质点系的平动就确定。

若外力为零，质心速度不变，也就意味着动量守恒.



解2 根据质心运动定理，有结论



$$F_x = 0 \Rightarrow a_{cx} = 0 \Rightarrow \upsilon_{cx} = C$$

系统初始时静止 $\Rightarrow \upsilon_{cx} = \upsilon_{cx0} = 0$

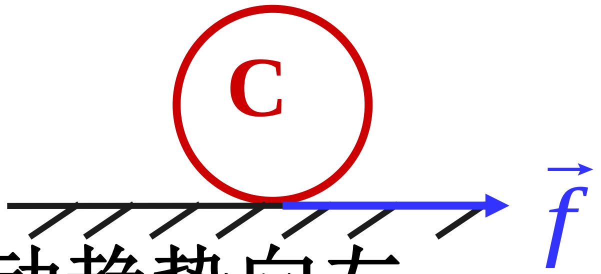
$$\upsilon_{cx} = \frac{dx_c}{dt} = 0 \Rightarrow x_c = C$$

任意时刻质心坐标： $x_c = \dfrac{mx_m + Mx_M}{M+m}$

$$\because \quad \Delta x_c = 0$$

$$\begin{cases} m\Delta x_{球地} + M\Delta x_{车地} = 0 \\ \Delta x_{球地} = \Delta x_{球车} + \Delta x_{车地} \end{cases}$$

书 p98 2-27



匀质⇒质心在圆心

纸向右拉⇒球的相对运动趋势向左

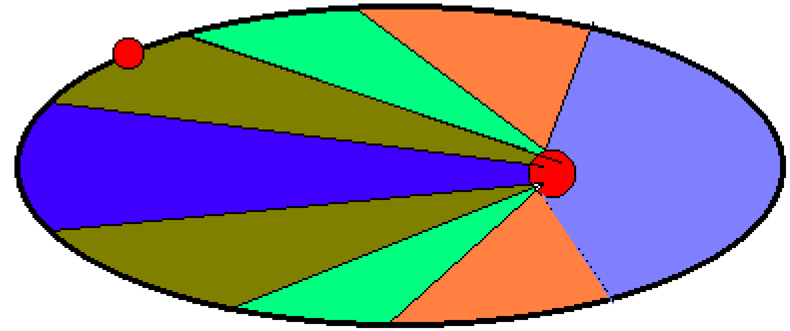
⇒球受到的摩擦力向右

$$f = Ma_c$$

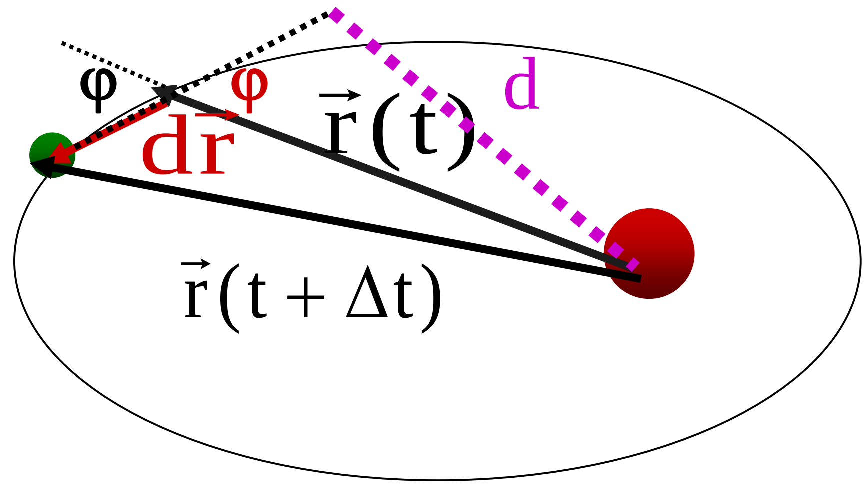
$$\Rightarrow a_c = \frac{f}{M} = 0.2(m/s)$$

$$s_c = \frac{1}{2} a_c t^2 = 0.4(m)$$

五、角动量及角动量守恒



开普勒第二定律： 行星对太阳的矢径在相等的时间内扫过相等的面积。这个结论也叫**等面积原理**。

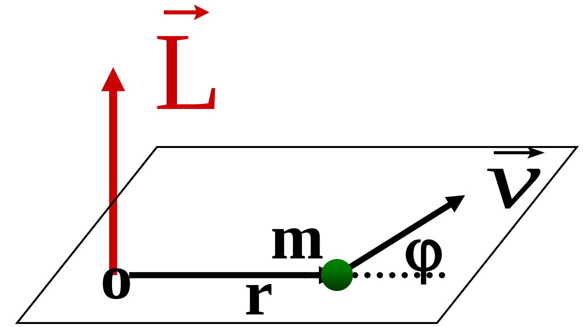


$$s=\frac{1}{2}\left|d\vec{r}\right|\times d=\frac{1}{2}\left|d\vec{r}\right|\times\left|\vec{r}\right|\sin\varphi$$

$$\frac{ds}{dt}=\frac{1}{2}\left|\vec{r}\right|\times\left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right|\times\sin\varphi=\frac{1}{2}\left|\vec{r}\times\vec{v}\right|$$

m

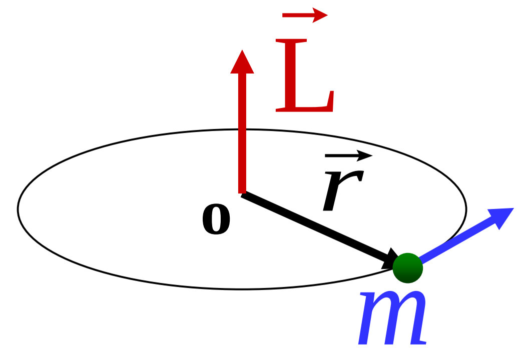
1、质点的角动量的定义



m： $\vec{r}$ $\vec{v}$ $\Rightarrow \vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$

大小：$L = r\,m\,v \sin\varphi$

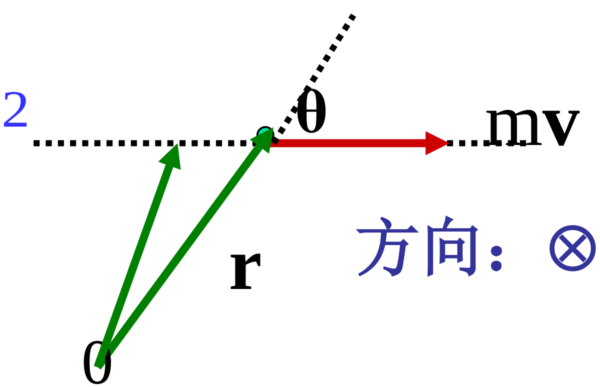
方向：右手螺旋定则判定



注意：

1）同一质点，相对于不同的点，它的角动量有不同的值

2）作圆周运动的质点 $L = m\omega r^2$



3）质点作直线运动仍有角动量

$L = mrv\sin\theta$

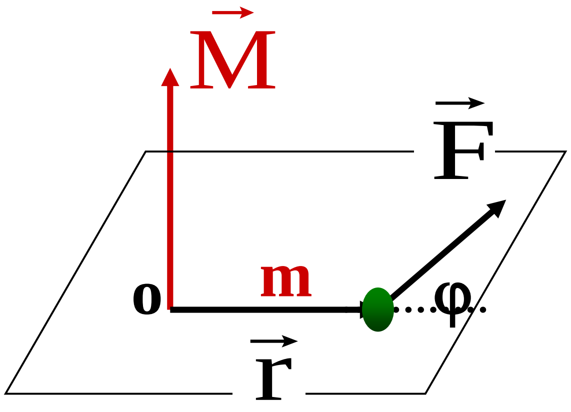
2、角动量定理和角动量守恒定律

$$\boxed{\begin{aligned}&\vec{p}=m\vec{v}\\ &\frac{d\vec{p}}{dt}=\vec{F}\\ &\frac{d\vec{r}}{dt}=\vec{v}\end{aligned}}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\frac{d}{dt}(\vec{r}\times\vec{p})=\frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{p}+\vec{r}\times\frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$=\overset{0}{\cancel{\vec{v}\times m\vec{v}}}+\underline{\vec{r}\times\vec{F}}\qquad \text{（合力矩）}$$

角动量定理 $\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}=\dfrac{d\vec{L}}{dt}$



——质点所受的合力矩等于它的角动量对时间的变化率。单位：**mN**

角动量守恒定律

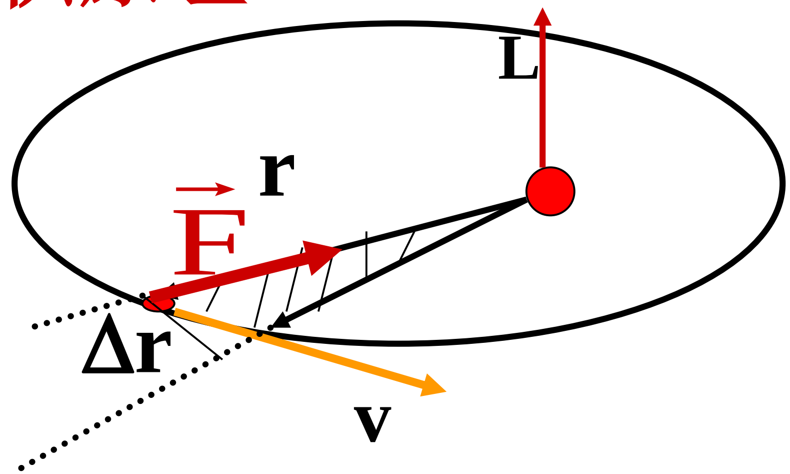
对于某一固定点

$$\vec{M}=0\Rightarrow\frac{d\vec{L}}{dt}=0\Rightarrow\vec{L}=\vec{C}$$

开普勒第二定律——等面积原理

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{2}\left|\vec{r} \times \vec{v}\right| = C$$

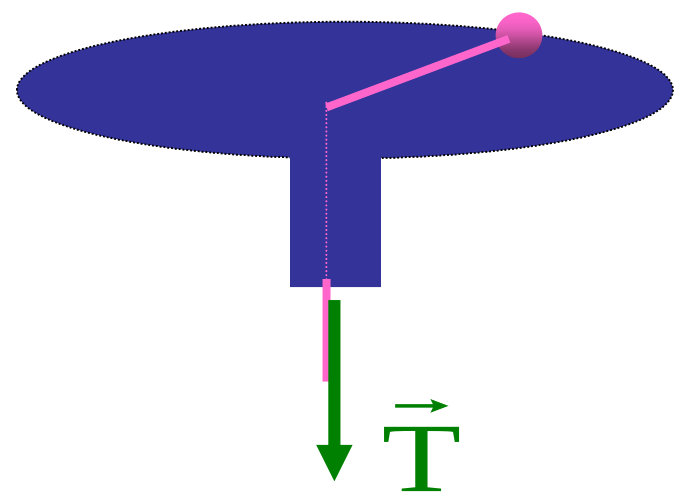
$$\vec{r} \times \vec{F} = 0$$



光滑桌面旋转　绳子拉力F

$$m\omega_0 r_0^2 = m\omega r^2$$

$$\omega = \omega_0 \frac{r_0^2}{r^2} > \omega_0$$



质点系的角动量定律：

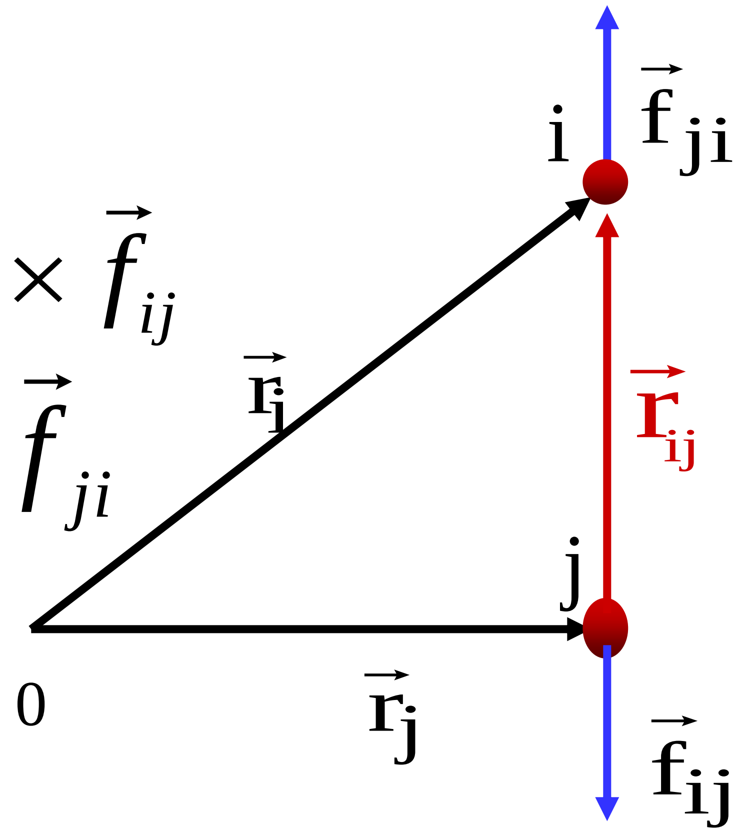
一对内力矩：

$$\vec{M}_{ij}+\vec{M}_{ji}=\vec{r}_i\times\vec{f}_{ji}+\vec{r}_j\times\vec{f}_{ij}$$

$$(\vec{f}_{ji}=-\vec{f}_{ij})\quad =(\vec{r}_i-\vec{r}_j)\times\vec{f}_{ji}$$

$$=\vec{r}_{ij}\times\vec{f}_{ji}$$

$$=0$$



$$\therefore \vec{M}_{合外}=\vec{r}\times\vec{F}=\frac{d\vec{L}}{dt}$$

质点系的角动量守恒：

如果 $\vec{M}_{合外}=0$，则 $\Sigma\vec{L}_i=C$

例1、质点m作圆锥摆运动，设速率v，半径R，锥角θ，问：1）以O为参考点M_T、M_{mg}、$M_合$、L为多少？

2）以A为参考点M_T、M_{mg}、$M_合$、L为多少？

3）对O点、A点，质点的角动量是否守恒？

1）O点：$\vec{M}_T = \vec{R} \times \vec{T}$

$$M_T = RT\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) = RT\cos\theta \quad \text{向内}$$

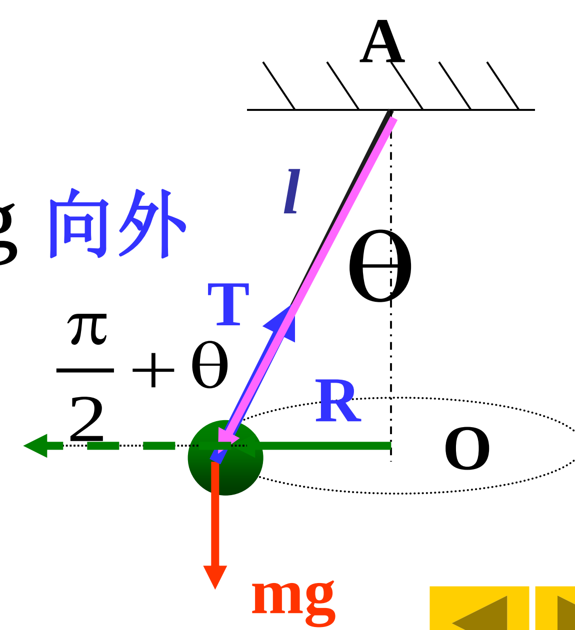
$$\vec{M}_{mg} = \vec{R} \times m\vec{g}$$

$$M_{mg} = Rmg\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = Rmg \quad \text{向外}$$

又 $T\cos\theta = mg$

$$\Rightarrow M_{mg} = TR\cos\theta \Rightarrow M = 0$$

$$\vec{L} = \vec{R} \times m\vec{v} \Rightarrow L = r\,mv \quad \text{向上}$$



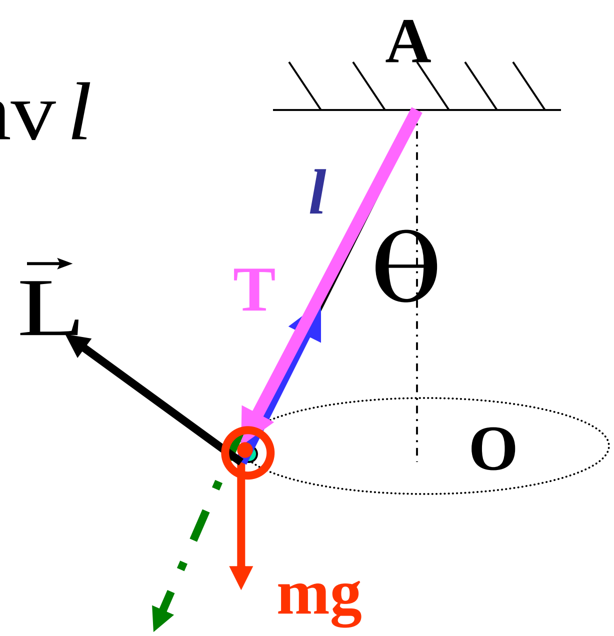
2）A点：$\vec{M}_T = \vec{l} \times \vec{T} = 0$

$$\vec{M}_{mg} = \vec{l} \times m\vec{g}$$

$$M_{mg} = mgl\sin\theta = mgR$$ 向外

$$M_{合} = M_{mg} = mgR$$

$$\vec{L} = \vec{l} \times m\vec{v} \Rightarrow L = mvl$$

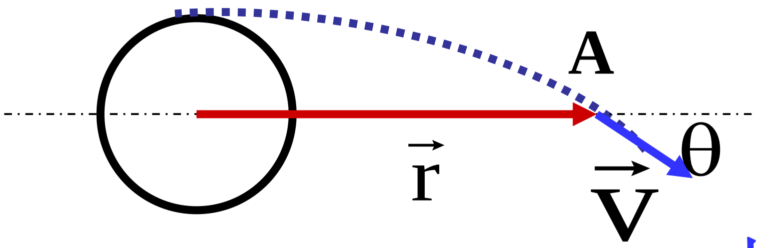


3）对O点角动量守恒

对A点角动量不守恒，大小不变，方向改变

例2、习题册 17、火箭以v_2沿地球表面切向飞出，在飞离地球过程中，火箭发动机停止工作，不计空气阻力，求A点的速度大小和方向

$$\vec{L}=\vec{r}\times m\vec{v}$$



向心力作用——角动量守恒

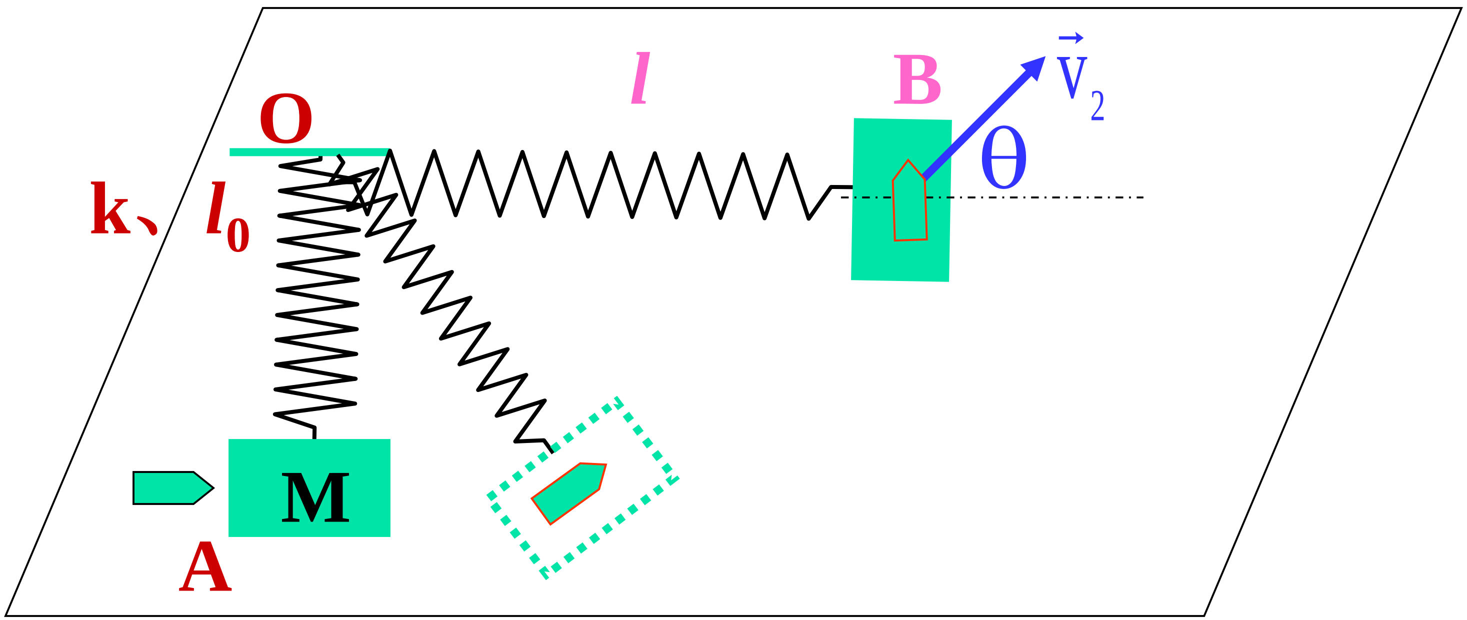
$$mv_2R=mv4R\sin\theta$$

地球、火箭系统——机械能守恒

$$\frac{1}{2}mv_2^2-G\frac{mM}{R}=\frac{1}{2}mv^2-G\frac{mM}{4R}$$

$$mg=G\frac{mM}{R^2}$$

例3、光滑桌面　子弹m、v_0射入M， 求 M从A到B时的速度。 $\overline{OA}\perp\overline{OB}$



$$mv_0=(m+M)v_1$$

$$(m+M)v_1 l_0=(m+M)v_2 l\sin\theta$$

$$\frac{1}{2}(m+M)v_1^2=\frac{1}{2}(m+M)v_2^2+\frac{1}{2}k(l-l_0)^2$$