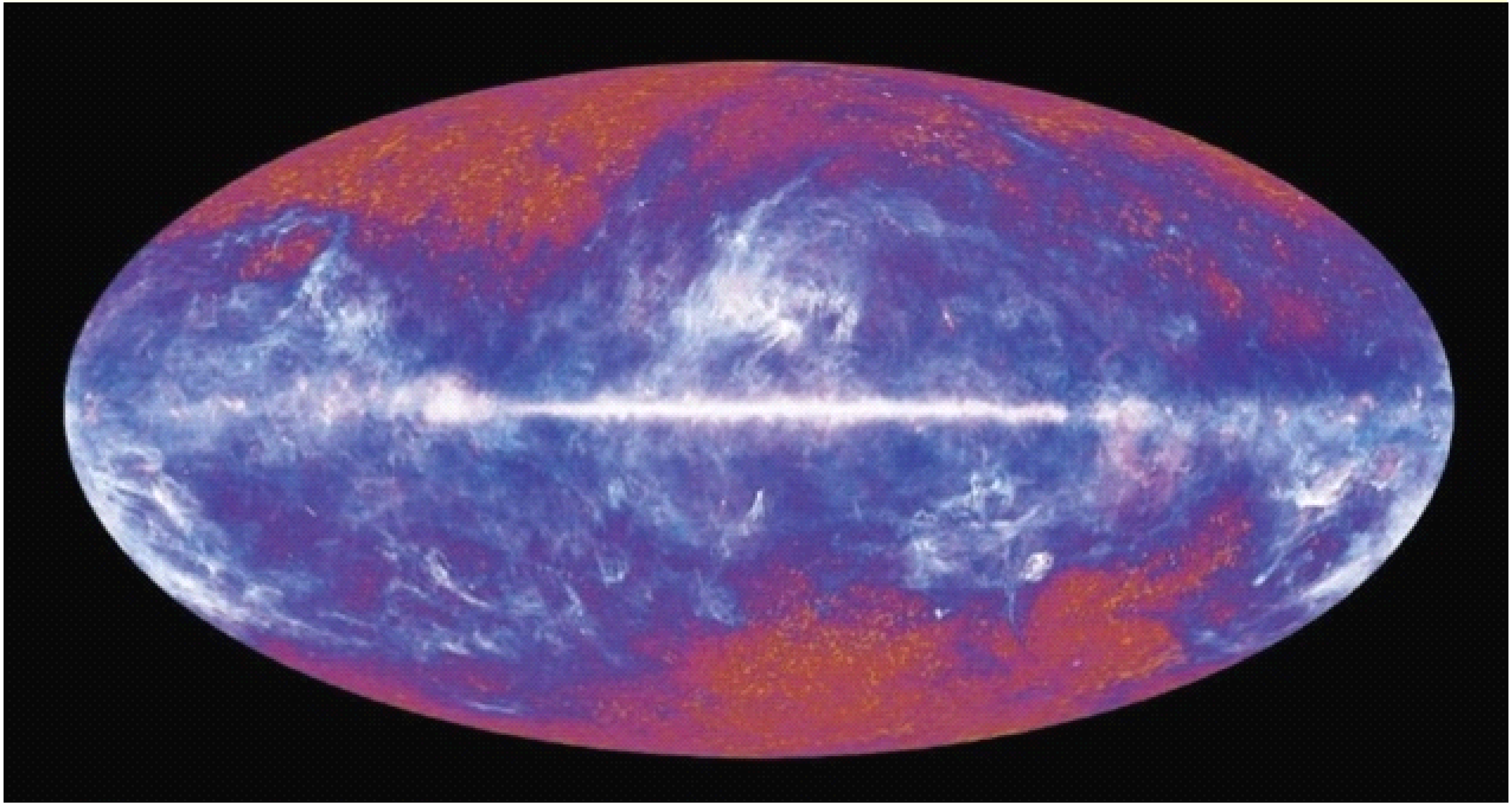
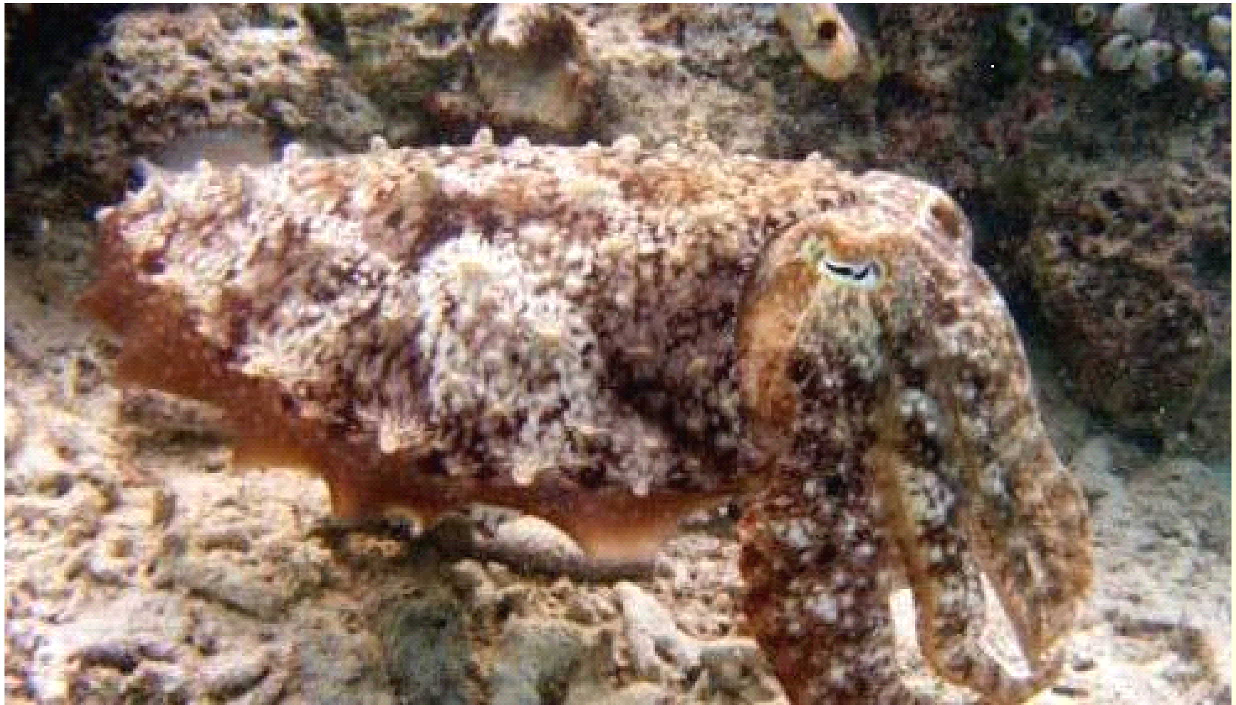
漫长漫长的未来，时空归于死寂。唯智能计算机用残存的能量思考人类留下的最后一个问题：如何逆转熵。终于得出答案。它编好程序，说：要有光。于是就有了光。

——阿西莫夫《最后的问题》



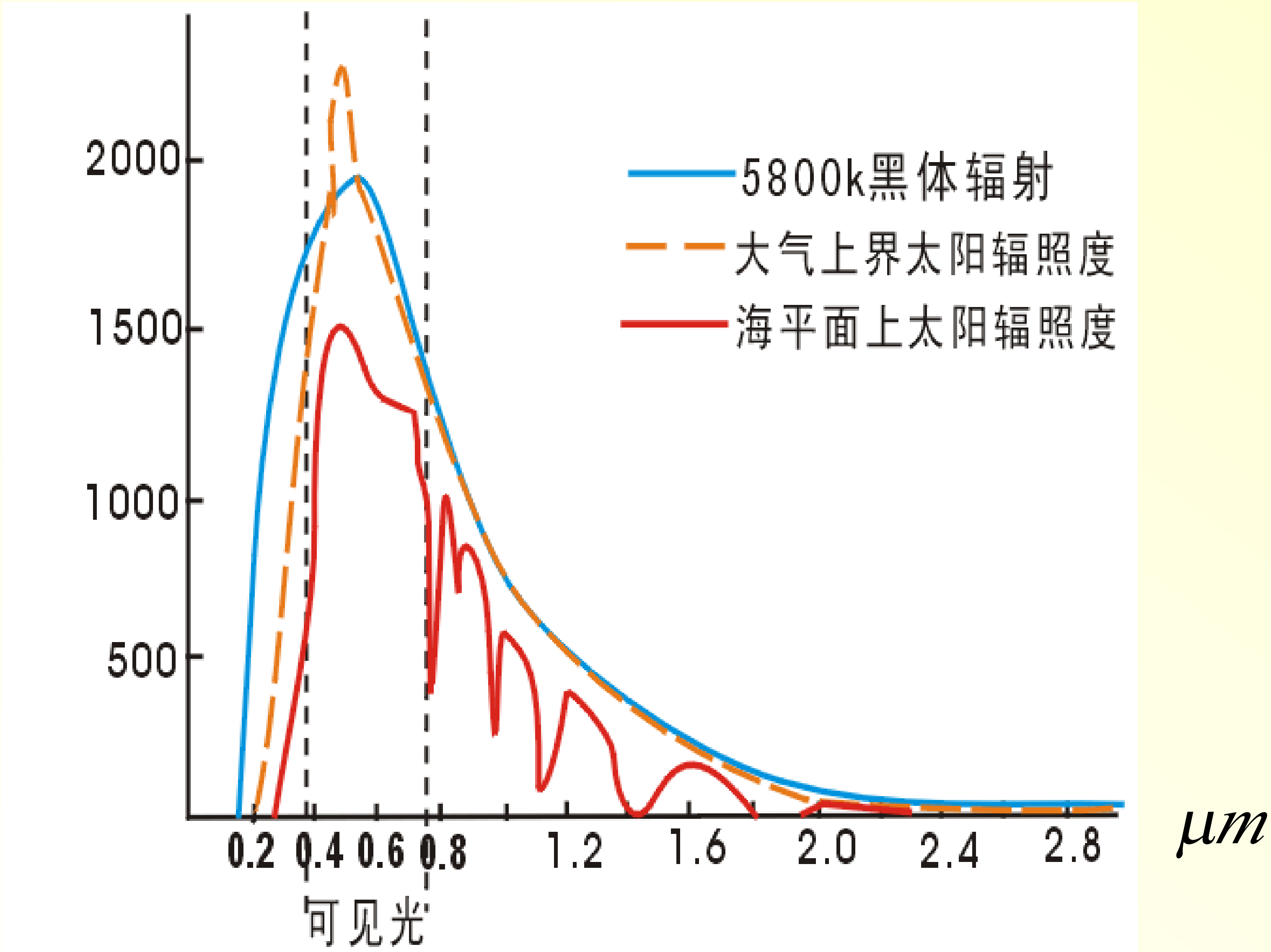

第13章 光的干涉



乌贼和章鱼的伪装原理

——光的干涉

可见光的透射谱


2000
1500
1000
500
5800k黑体辐射
大气上界太阳辐照度
海平面上太阳辐照度
0.2
0.4
0.6
0.8
1.2
1.6
2.0
2.4
2.8
μm
可见光

引　　言

※光是人类生存的基础

几何光学 ⟶ 波动光学 ⟶ 量子光学

十七世纪初：光的折射和反射定律

十七世纪末：　牛顿——微粒说

惠更斯——波动说

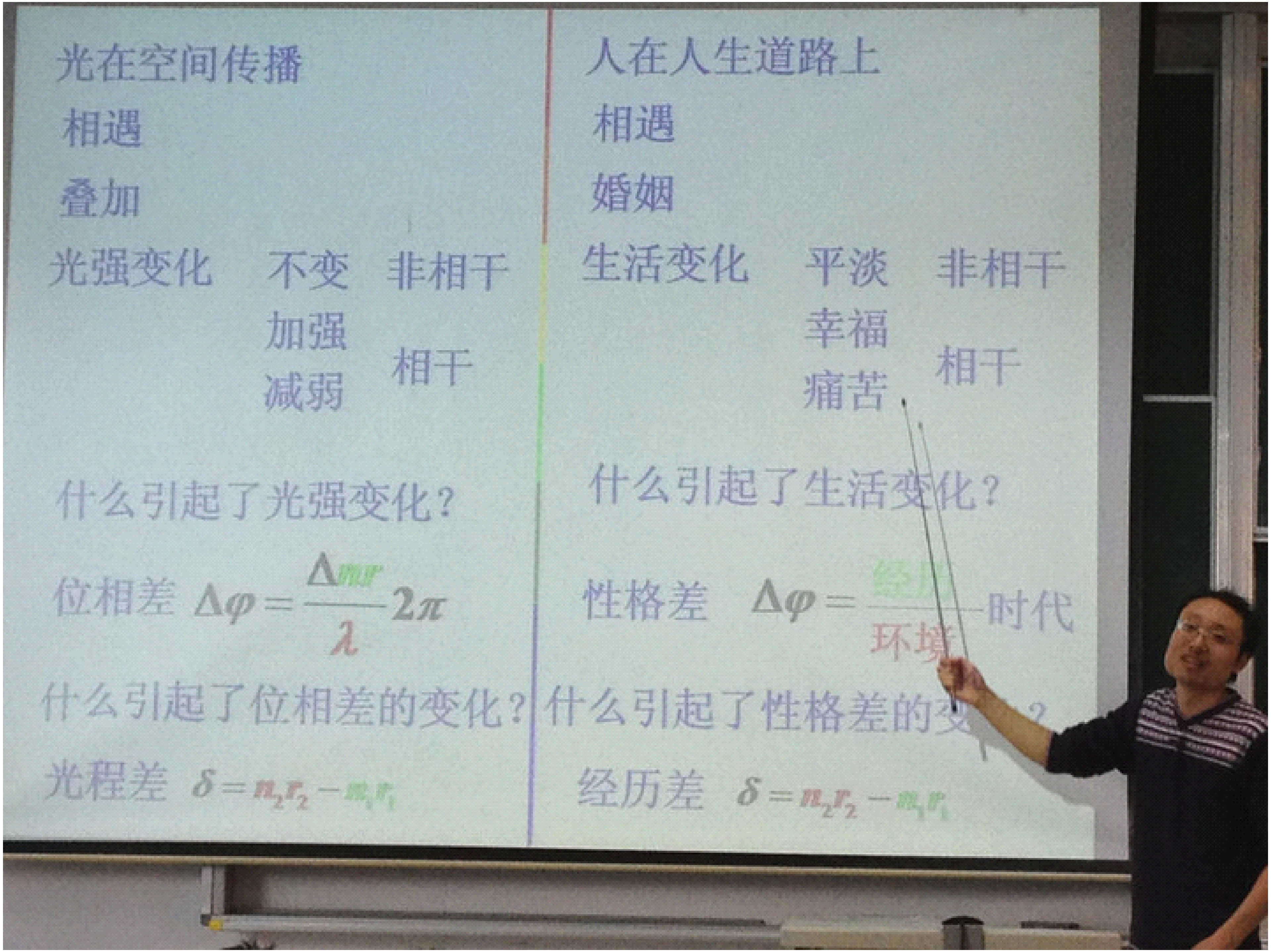
十九世纪初：光的 干涉、衍射、偏振

十九世纪末： 光波——电磁波

1905年：光电效应 ⟶ 光子假说

二十世纪三十年代：光具有“波粒二象性”

光
- 传播过程中——波动性
  - 干涉
  - 衍射
  - 偏振
- 与物质相互作用时——粒子性
  - 热辐射
  - 光电效应
  - 康普顿效应


光在空间传播
相遇
叠加
光强变化
不变
非相干
加强
减弱
相干
什么引起了光强变化？
位相差 $\Delta\varphi=\frac{\Delta nr}{\lambda}2\pi$
什么引起了位相差的变化？
光程差 $\delta=n_2r_2-n_1r_1$
人在人生道路上
相遇
婚姻
生活变化
平淡
非相干
幸福
痛苦
相干
什么引起了生活变化？
性格差 $\Delta\varphi=\frac{经历}{环境}$时代
经历差 $\delta=n_2r_2-n_1r_1$

§ 13.1 光的相干性

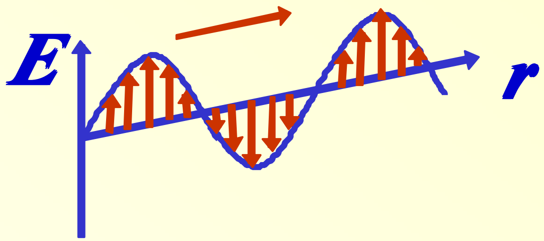
一、光的性质

1.光是一种波（电磁波）

$$\lambda \cdot \nu = c$$

波长　频率　真空中的光速

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3.00 \times 10^8 \, m/s$$



2.光是横波

光矢量：光波是矢量 E 和 H 在空间的传播。其中参与物质相互作用的是E 矢量，称为光矢量。

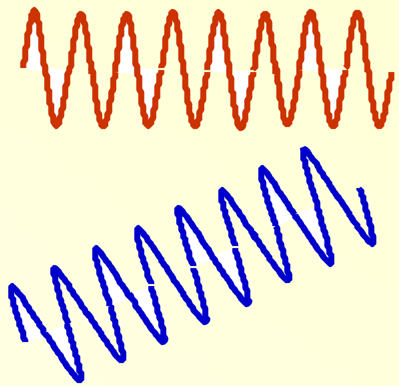
光矢量的表述
(单色光):

$$E = E_0 \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot r + \varphi_0)$$

光矢量　光矢量振幅　时间位相　路程位相　初位相

光强　$I \propto \overline{E_0^2}$

两列波在空间相遇

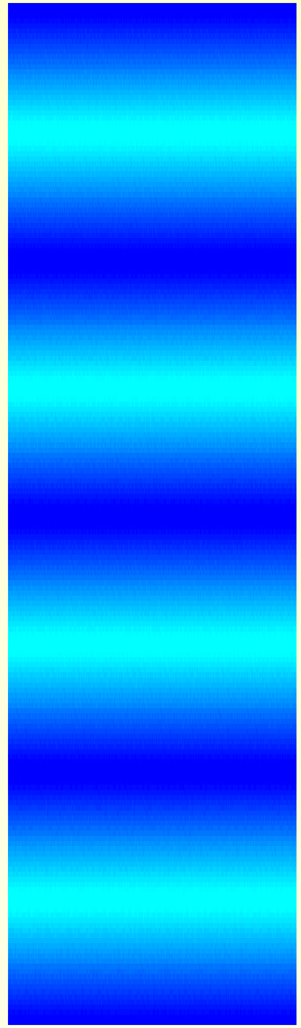


满足相干条件：

振动方向相同

频率相同

位相差恒定

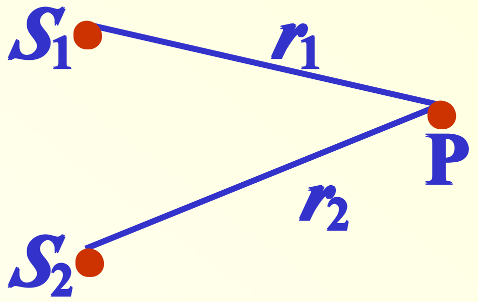


在相遇区域内，有些点振动加强，有些点振动始终减弱，形成强弱交替的稳定分布，这就是干涉。

对于光波，干涉现象表现为干涉区域内，振动加强的点为亮点，振动减弱的点为暗点，形成明暗相间的干涉条纹。

三、光的不相干叠加与相干叠加

两列频率相同、振动方向相同的单色光，光源距叠加点的距离分别为 r_1 和 r_2，则叠加点的光矢量：



$$E_1 = E_{10}\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\cdot r_1 + \varphi_{10})$$

$$E_2 = E_{20}\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\cdot r_2 + \varphi_{20})$$

叠加后 $$E = E_1 + E_2 = E_0\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\cdot r + \varphi_0)$$

$$E_0^2 = E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20}\cos(\Delta\varphi) \qquad \Delta\varphi = \varphi_{20} - \varphi_{10} - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

观测时间 $T(\sim 0.1\mathrm{s}) >> \tau(\sim 10^{-8}\mathrm{s})$ 波列时间

$$I \propto \overline{E_0^2} = \frac{1}{T}\int_0^T E_0^2 dt \quad = E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20}\frac{1}{T}\int_0^T \cos(\Delta\varphi)dt$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,\frac{1}{T}\int_0^T \cos(\Delta\varphi)dt$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,\frac{1}{T}\int_0^T \cos(\Delta\varphi)dt \quad \Delta\varphi = \varphi_{20} - \varphi_{10} - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

1. 光的不相干叠加：

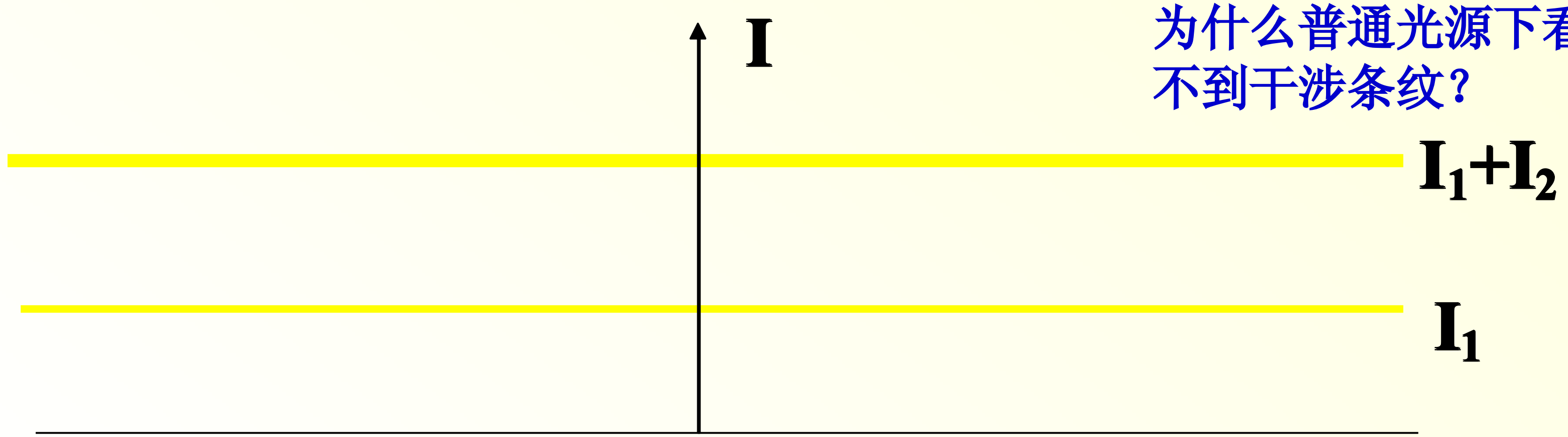
在 T 时间范围内，φ_{10}、φ_{20} 随时间变化

$\varphi_{20} - \varphi_{10}$ 均匀分布在 [0,2 π] 区间内， $\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$ 为常数

$\Delta\varphi$ 均匀分布在[0,2 π]区间内 ⇒ $\frac{1}{T}\int_0^T \cos(\Delta\varphi)\cdot dt = 0$

$I = I_1 + I_2$ ——能量均匀分布

为什么普通光源下看不到干涉条纹？



2.光的相干叠加：

如果两束光是相干光，则它们的频率相同、振动方向相同，而且在叠加点两束光的位相差恒定。

$$\frac{1}{T}\int_0^T \cos(\Delta\varphi)dt = \cos(\Delta\varphi)$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\varphi)$$

当$\Delta\varphi = \pm 2k\pi$（$k = 0,1,2,\cdots$）时

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$ ——干涉相长

当$\Delta\varphi = \pm(2k-1)\pi$（$k = 1,2,\cdots$）时

$$I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$ ——干涉相消

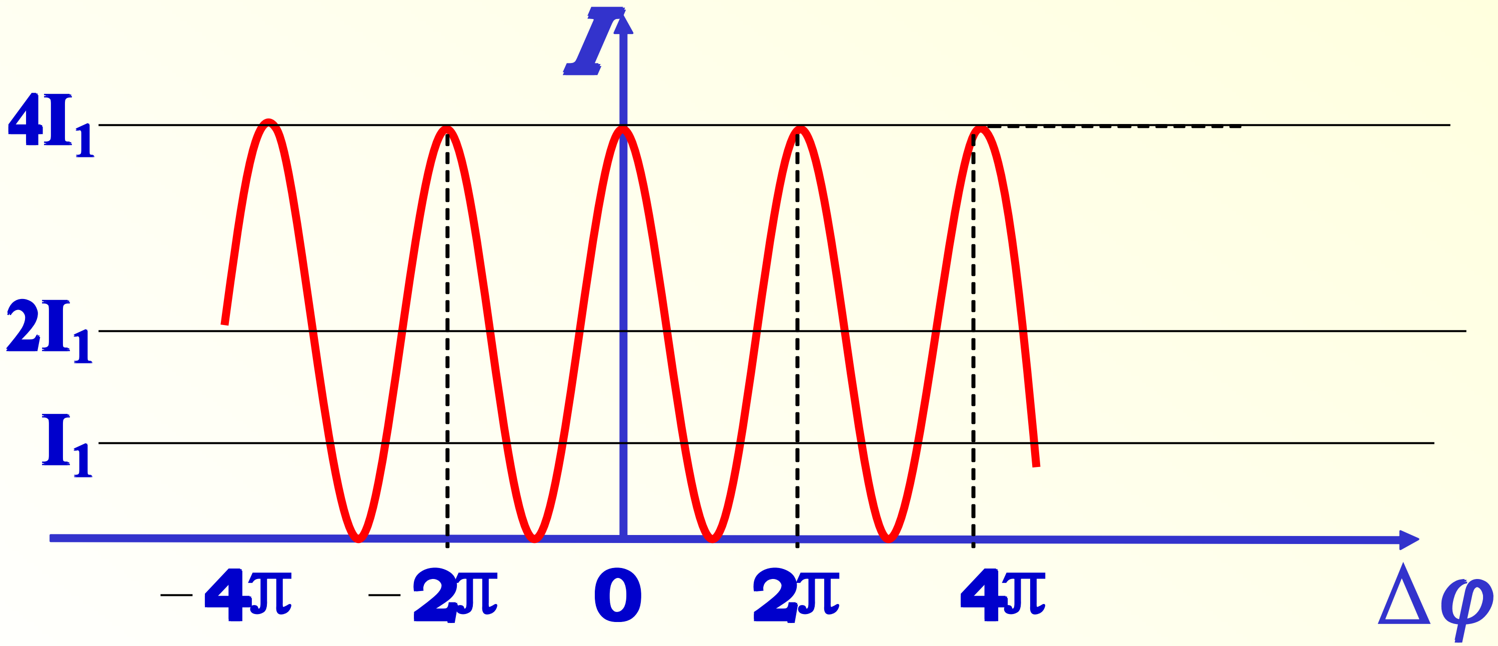
$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

若：$I_1 = I_2$　　则：$I = 2I_1[1+\cos(\varphi_2-\varphi_1)] = 4I_1\cos^2\frac{\Delta\varphi}{2}$

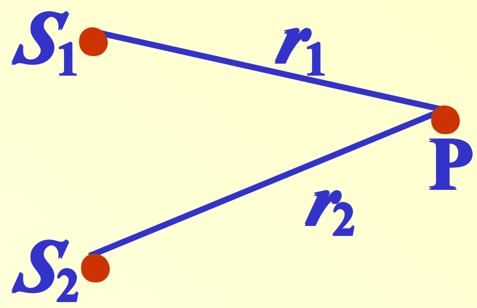
当$\Delta\varphi = \pm 2k\pi$，（$k = 0,1,2,\ldots$）——$I = 4I_1$（干涉相长）

当$\Delta\varphi = \pm(2k-1)\pi$，（$k = 1,2,\ldots$）——$I = 0$（干涉相消）

任意位置，光强介于明暗之间：*$I = 0 \sim 4I_1$



合光强 $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\varphi)$



$$\Delta\varphi = (\varphi_{20} - \varphi_{10}) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

光源初相差　　光程差产生的相位差

相干光：频率,振动方向,位相差完全一样

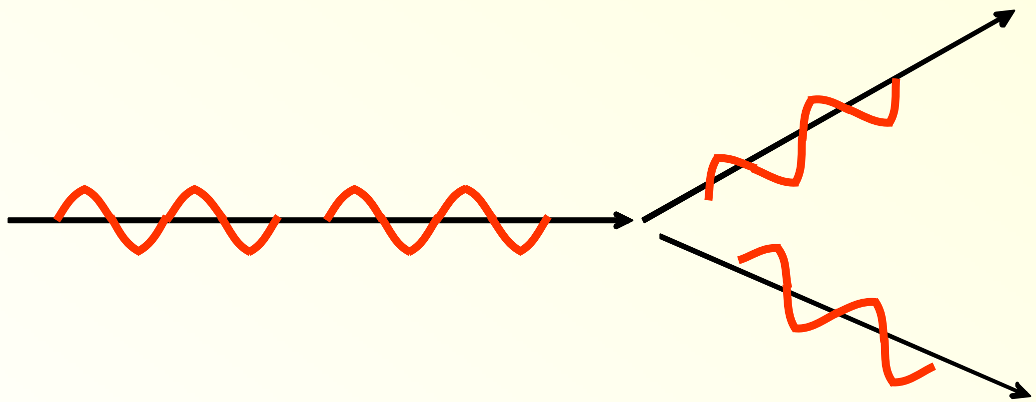
对于相干光　$\varphi_{10} = \varphi_{20}$　相位差　$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$

$$\delta = r_2 - r_1 \begin{cases} = \pm k\lambda \quad (k = 0,1,2,\cdots) & \text{加强 明纹} \\ = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (k = 0,1,2,\cdots) & \text{减弱 暗纹} \end{cases}$$

四、普通光源获得相干光的途径

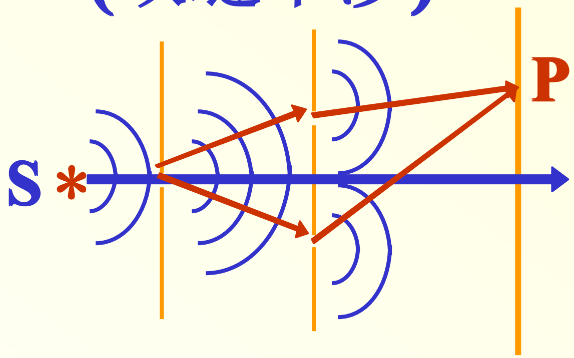
1. 获得相干光源的原理

光源上同一点发出的光波列 → 分成两束 $\left\{\begin{array}{l}\text{频率相同}\\\text{振动方向相同}\\\text{位相差恒定}\end{array}\right.$

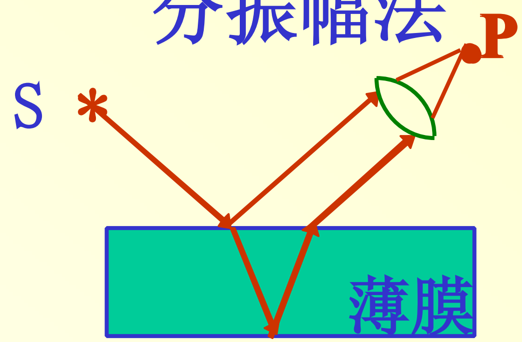


2. 获得相干光源的方法 $\begin{cases}\text{分波阵面法}\\\text{分振幅法}\end{cases}$

分波阵面法
(双缝干涉)



分振幅法



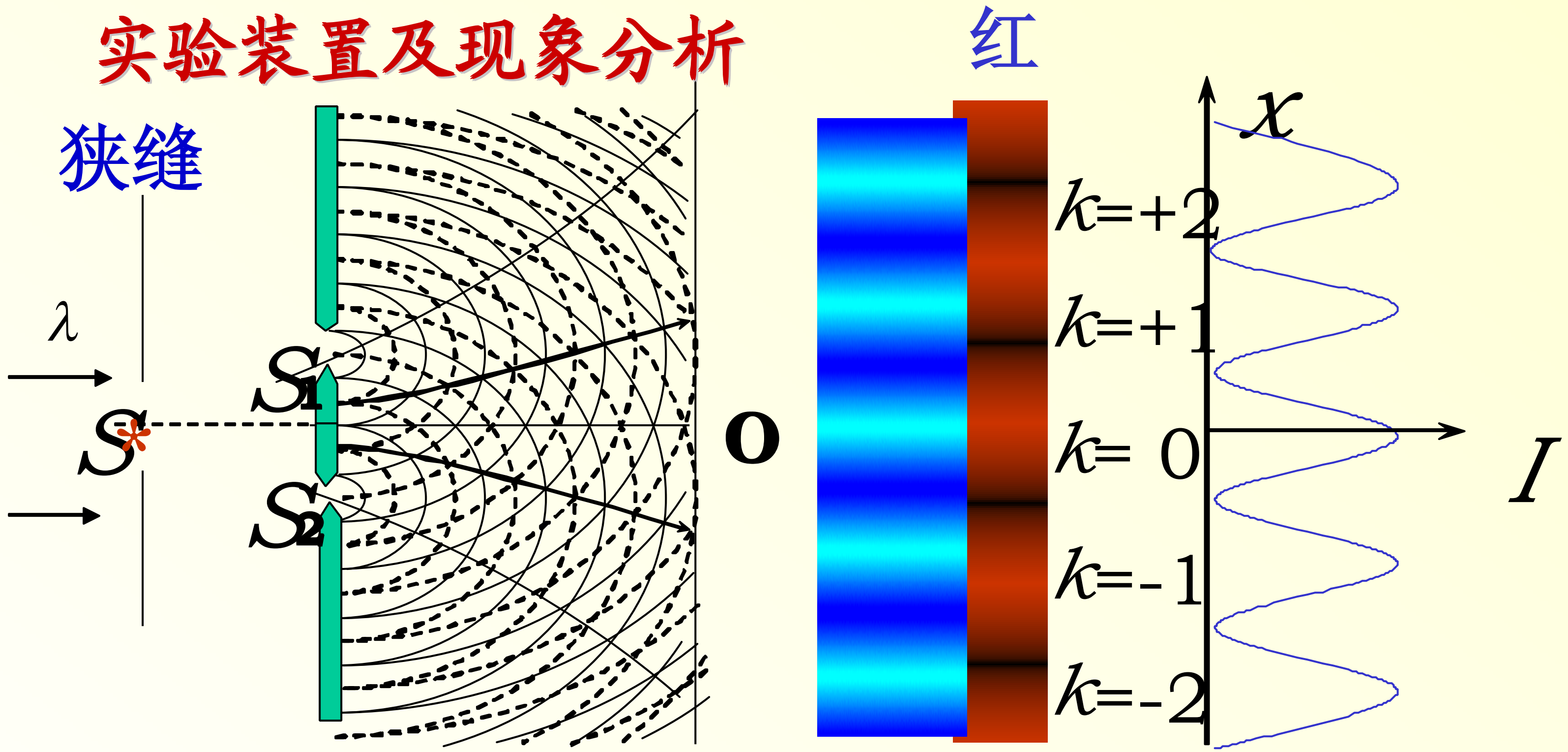
从波阵面上分离出的初位相相同的相干光源，使之产生干涉

利用入射光在薄膜界面的依次反射，将入光的振幅分解为若干部分（能量分解）经过不同的路径相遇相干

注：微观上，光子只能自己和自己干涉，不同的光子是不相干的；宏观的干涉现象却是大量光子各自干涉结果的统计平均效应。

§ 13.2 杨氏双缝干涉

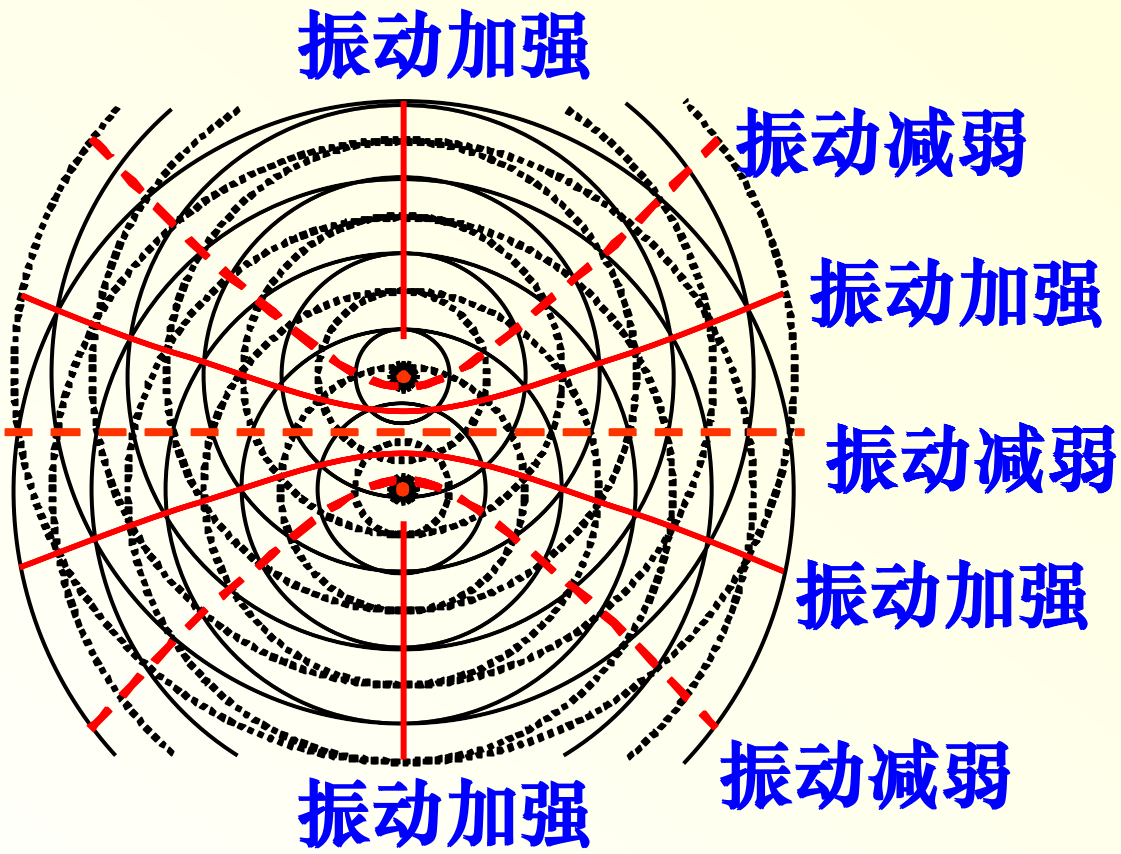
实验装置及现象分析

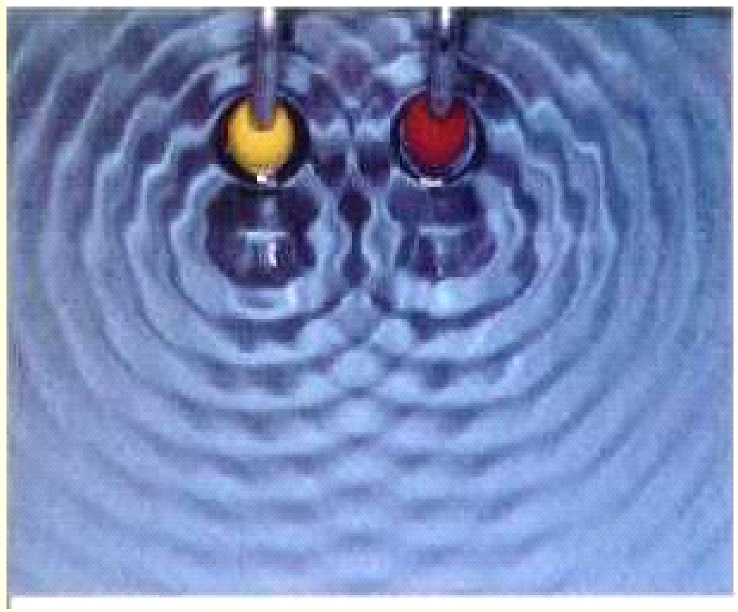


实验结果

1. 单色光: 对中央SO对称分布，中心明纹，两侧明暗相间，等宽度、等间距、平行于细缝的直线形干涉条纹。

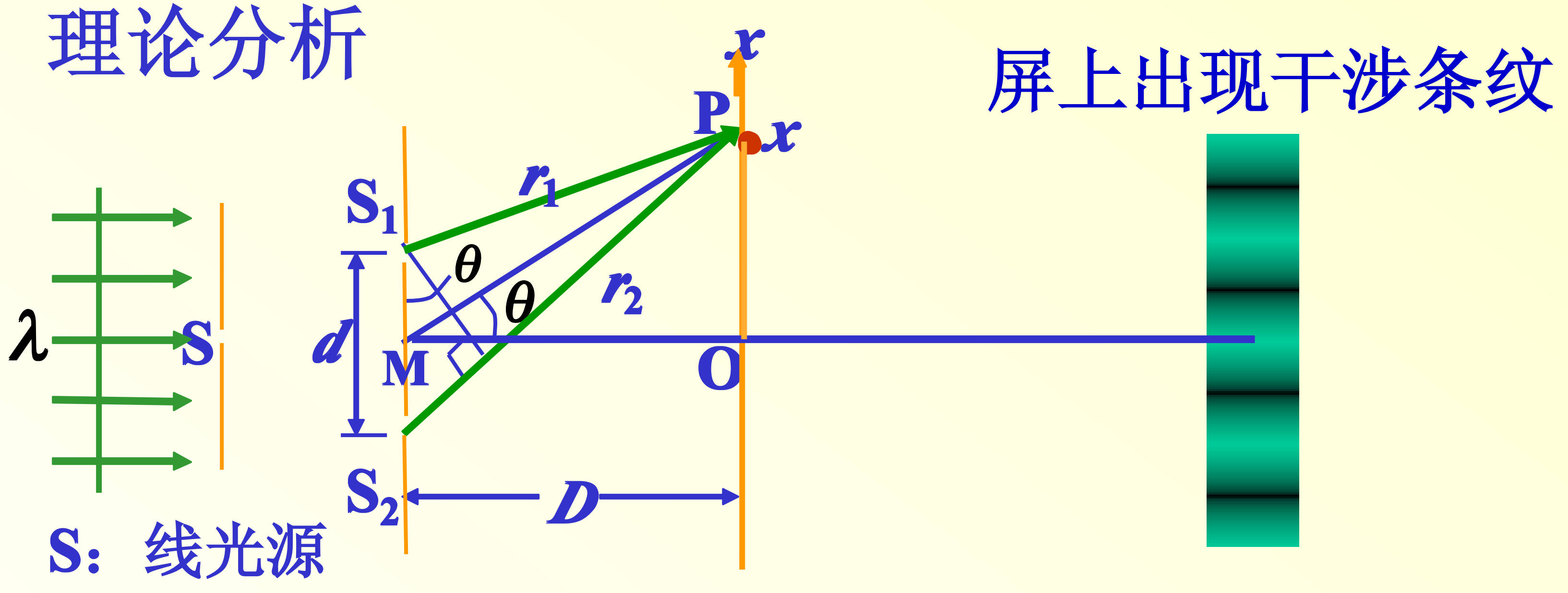
2. 不同颜色单色光：条纹宽度不同，间距不同。





水波盘中水波的干涉

理论分析



d 相干光源S_1和S_2的间距 $d >> \lambda$

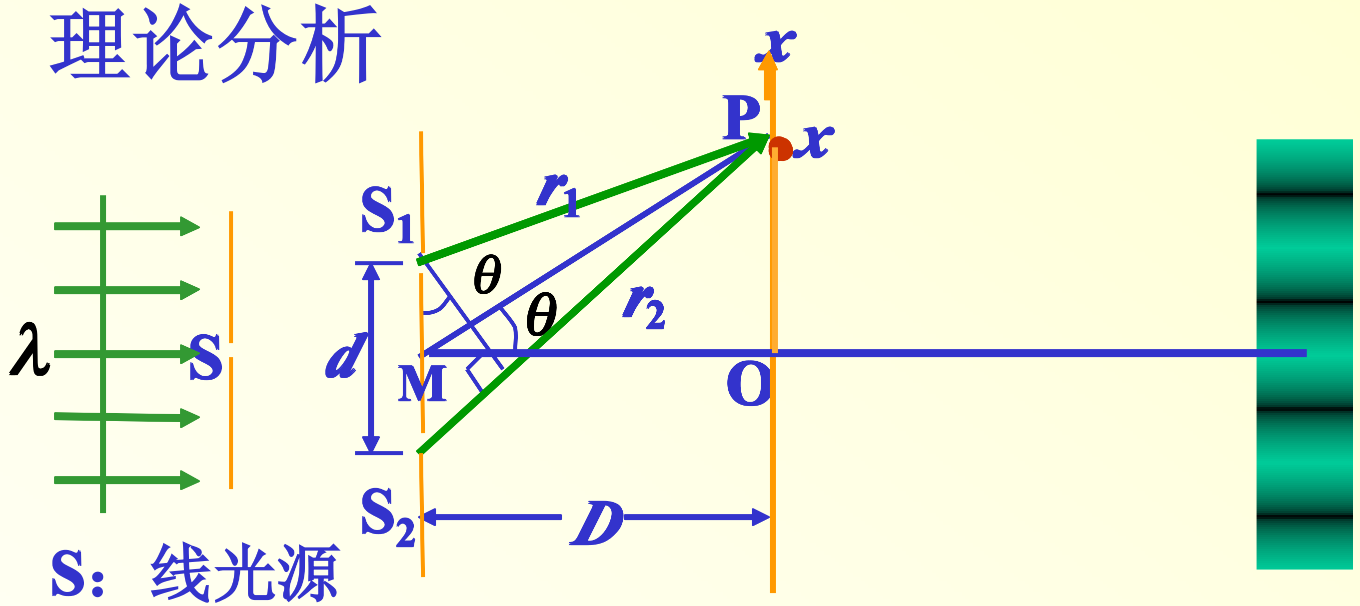
D 相干光源到屏的垂直距离 $D >> d$

P 屏上任意一点

x P到屏幕上对称中心O的距离（条纹位置）

θ 如图

理论分析



S：线光源

显然 $\varphi_{10} = \varphi_{20}$ $\overline{S_1S} = \overline{S_2S}$

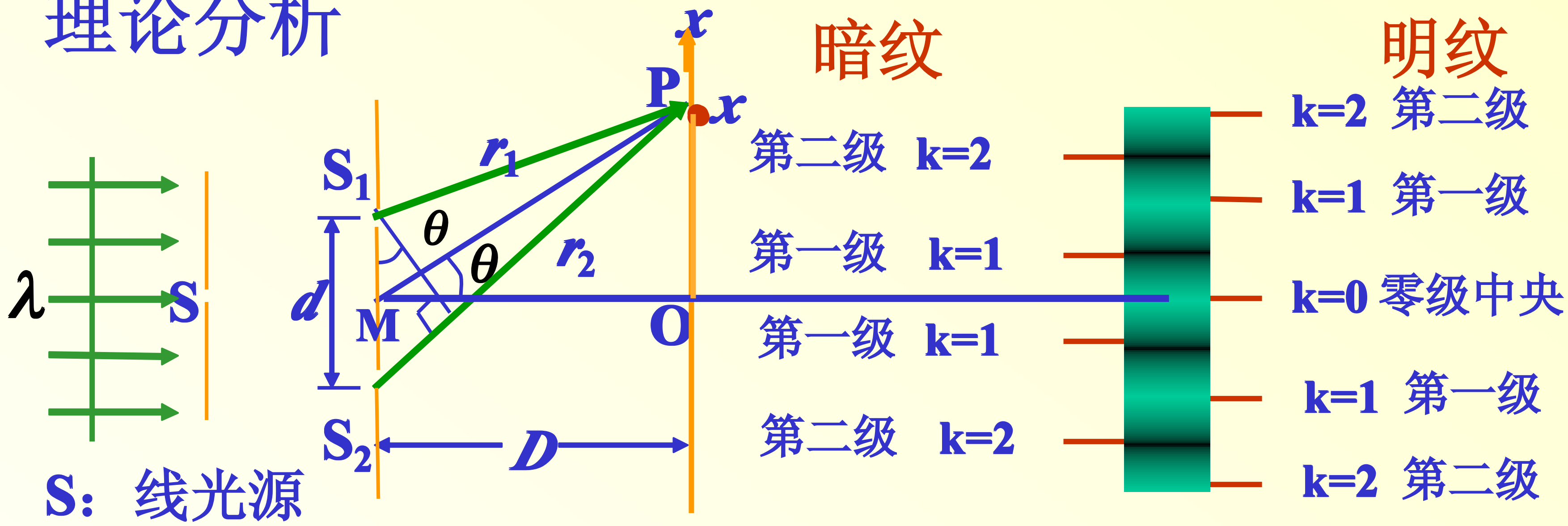
相位差 $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda}\delta$ $\delta = r_2 - r_1$

θ 很小

$$\delta \approx d\sin\theta \approx d\,tg\theta = d\frac{x}{D}\begin{cases} = \pm k\lambda \quad (k = 0,1,2,\cdots) & \text{明纹} \\ = \pm(2k-1)\dfrac{\lambda}{2} \quad (k = 1,2,3\cdots) & \text{暗纹} \end{cases}$$

k 干涉级

理论分析



$$\delta = r_2 - r_1 = d\frac{x}{D} = \begin{cases} = \pm k\lambda \quad (k = 0,1,2,\cdots) & \text{明纹} \\ = \pm(2k-1)\dfrac{\lambda}{2} \quad (k = 1,2,3\cdots) & \text{暗纹} \end{cases}$$

k 干涉级

注意 δ 的取值

$\delta = 0$ —— k=0 零级中央

$\delta = \pm\lambda/2$ —— k=1 一级暗纹

$\delta = \lambda$ —— k=1 一级明纹

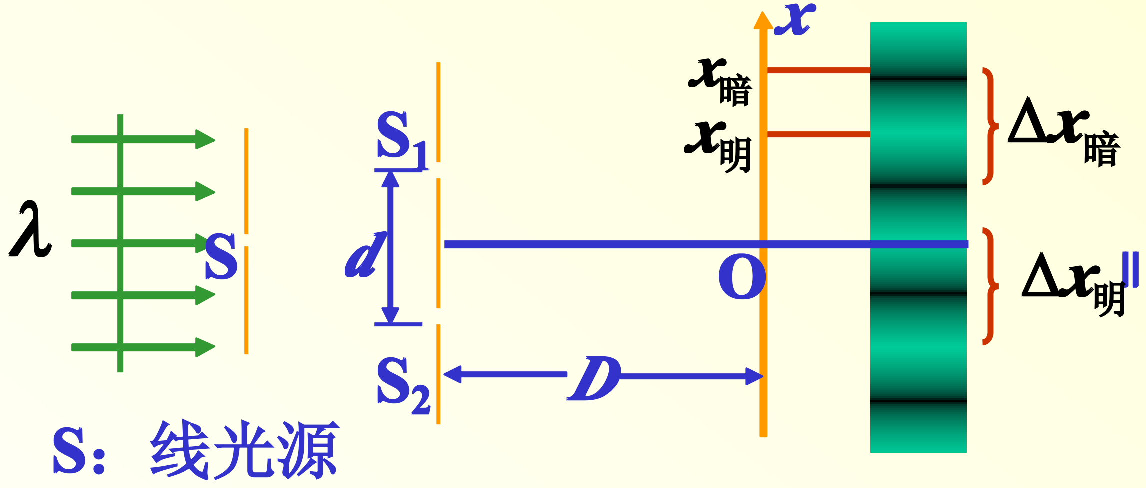
$\delta = \pm 3\lambda/2$ —— k=1 二级暗纹

$\delta = 2\lambda$ —— k=2 二级明纹

$$\delta = d\frac{x}{D} = \begin{cases} \pm k\lambda & (k = 0,1,2,3\ldots) \\ \pm(2k-1)\dfrac{\lambda}{2} & (k = 1,2,3\ldots) \end{cases}$$

明纹(中心)

暗纹(中心)



等宽度、等间距、平行于细缝的明暗相间直线

2. 相邻条纹间距

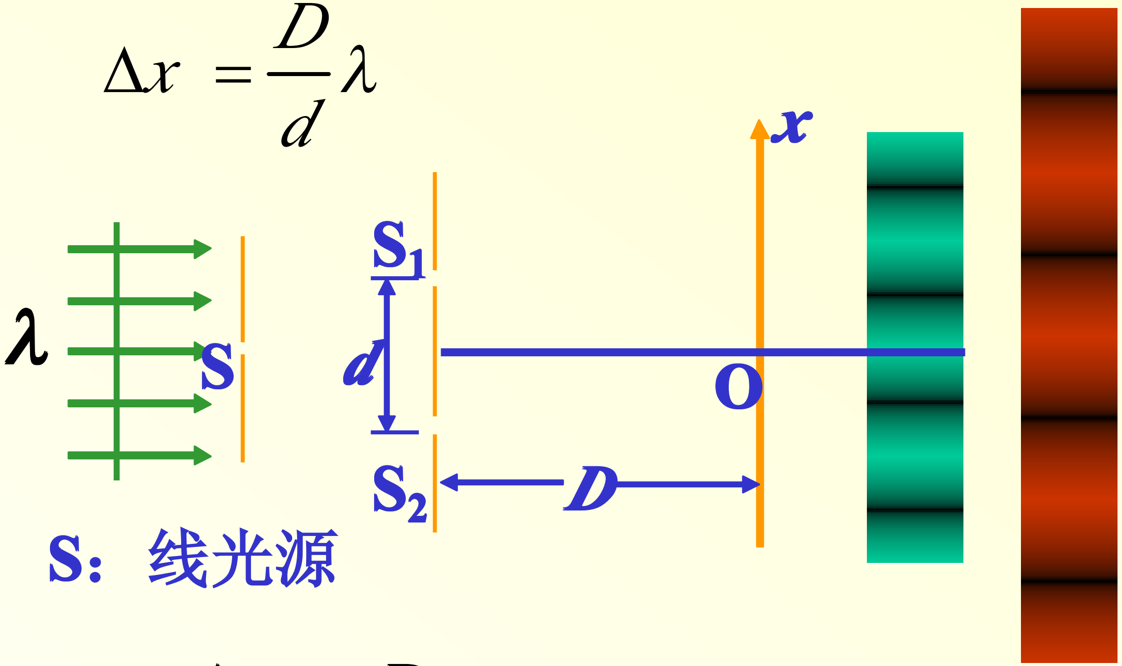
$$\Delta x = \frac{D}{d}\lambda$$

1. 明暗条纹的位置

明纹 $x = \pm k\dfrac{D}{d}\lambda \quad (k = 0,1,2,\ldots)$

暗纹 $x = \pm(2k-1)\dfrac{D}{d}\cdot\dfrac{\lambda}{2} \quad (k = 1,2,\ldots)$

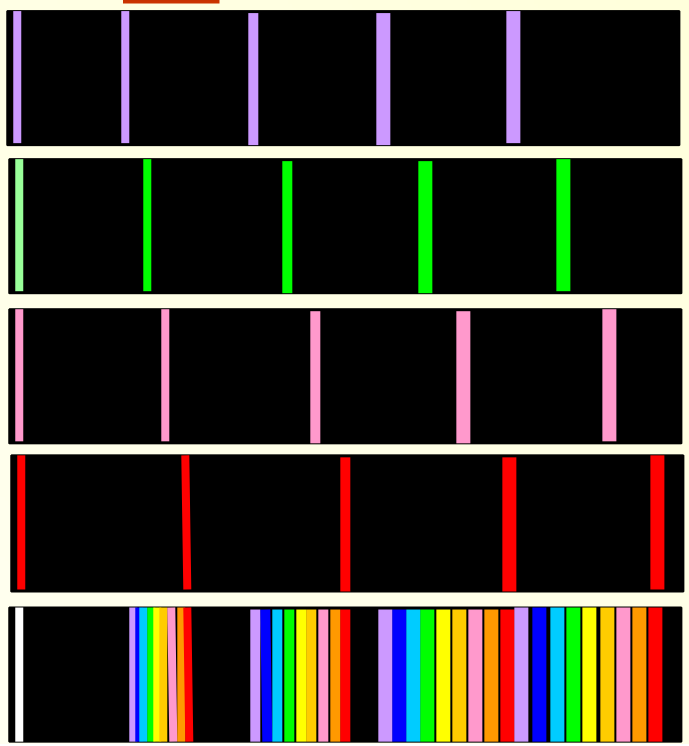
3. $$\Delta x = \frac{D}{d}\lambda$$



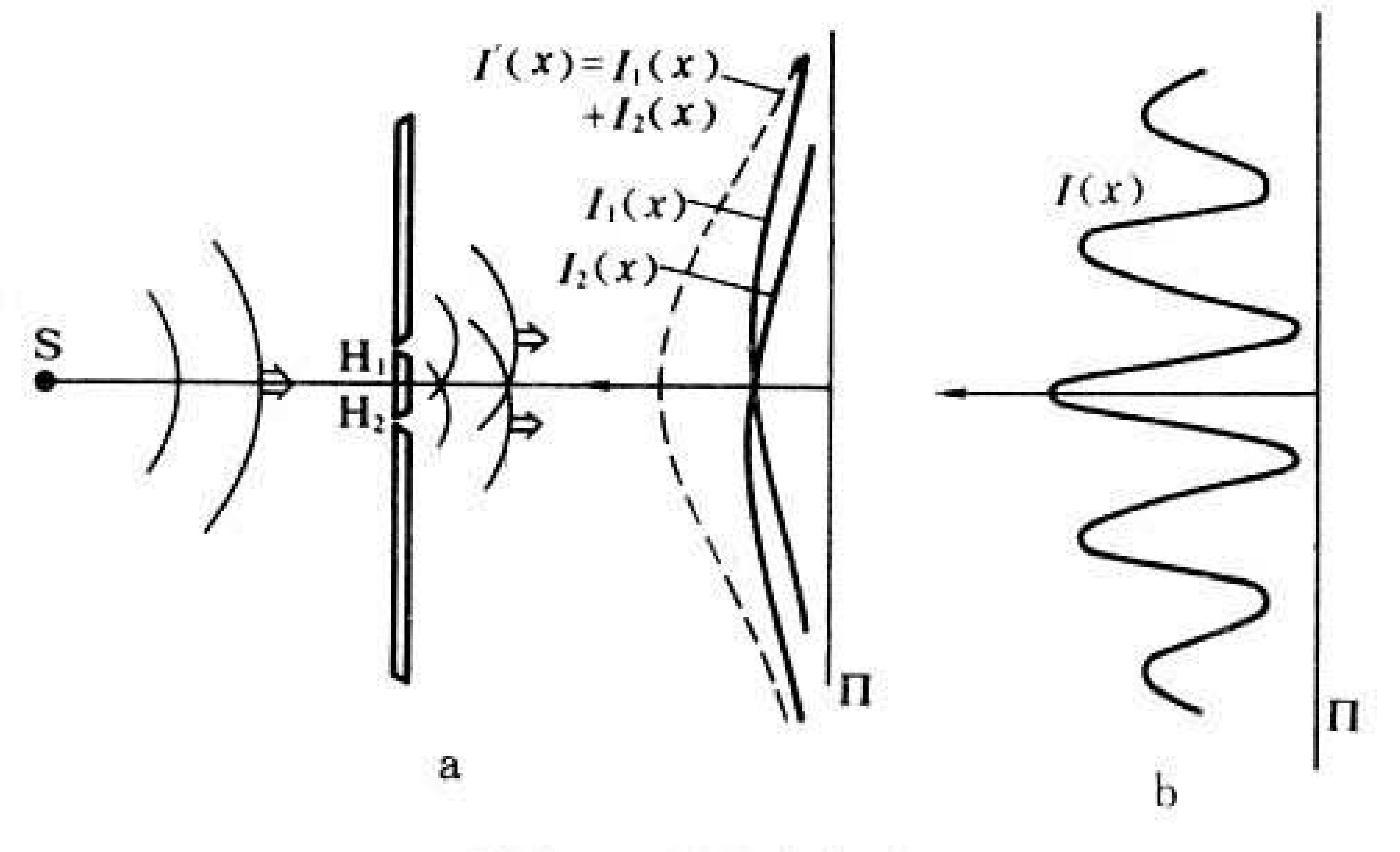
S：线光源

$$\lambda\text{一定},\begin{cases}\Delta x \propto D\\ \Delta x \propto 1/d\end{cases}$$

D，d一定，$\Delta x \propto \lambda$



光的干涉，不等于光强的简单叠加

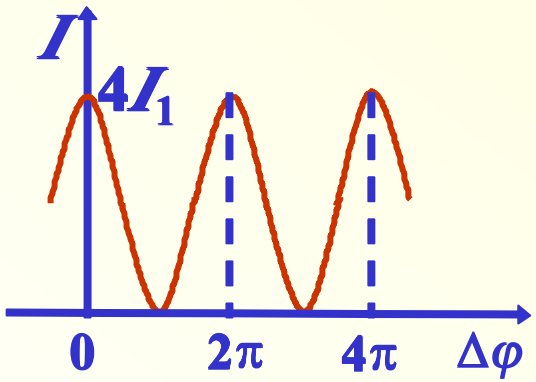


4. 条纹强度分布

(S₁、S₂宽度相等) $E_{10}=E_{20}$ $I_1=I_2$

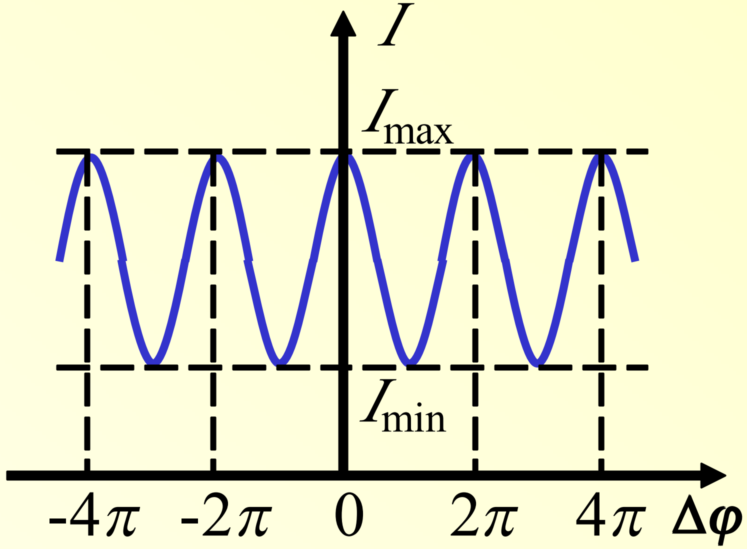
$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi$$

$$= 4I_1\cos^2\frac{\Delta\varphi}{2}\begin{cases}\text{明纹} & I=4I_1\\ \text{暗纹} & I=0\end{cases}$$



*任意位置，光强介于明暗之间：$I=0\sim 4I_1$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\varphi)$$



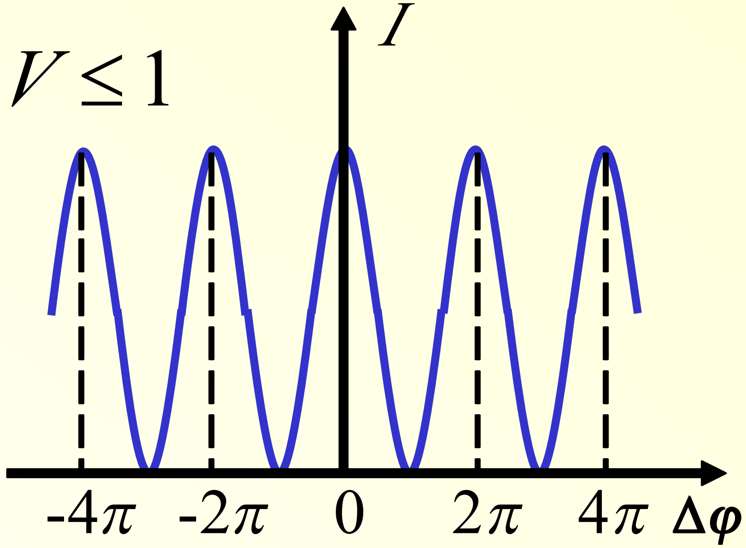
干涉条纹的可见度

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \qquad 0 \le V \le 1$$

当 $I_1 = I_2 = I_0$ 时， $V = 1$

$I_1 << I_2$ 时， $V = 0$

➢补充相干条件：两束光的强度不能相差太大。



$$I = 4I_0\cos^2\frac{\Delta\varphi}{2}$$

[例13-1] 双缝干涉实验中，钠光灯作光源，$\lambda = 589.3nm$

双缝与屏的距离D=500mm，问：

（1）双缝间距分别为 $d_1 = 1.2mm$和 $d_2 = 10mm$，求相邻干涉条纹的间距？

（2）若肉眼仅能分辨两条纹的间距为0.065mm，则双缝间距d最大是多少？

[解] 相邻两条纹间距为 $\Delta x = \dfrac{D\lambda}{d}$

$$当d_1 = 1.2mm时，\Delta x_1 = \frac{500 \times 589.3 \times 10^{-6}}{1.2} = 0.25mm$$

$$当d_1 = 10mm时，\Delta x_2 = \frac{500 \times 589.3 \times 10^{-6}}{10} = 0.030mm$$

$$当\Delta x = 0.065mm时， \quad d = \frac{D\lambda}{\Delta x} = \frac{500 \times 589.3 \times 10^{-6}}{0.065} = 4.5mm$$

计算结果表明，双缝间距d必须小于4.5mm才能看到干涉条纹。当d=10mm时，实际上看不到干涉条纹。

[例13-2] 杨氏双缝实验中， 光源波长 $\lambda=640nm$， 双缝间距d=0.4mm，屏与双缝的距离D=50cm，若屏上P点离中央明纹中心的距离x=0.1mm，试求：

（1）两光束在P点的位相差

（2）P点的光强和中央明纹中心O点的光强之比。

[解] (1)两光束到达P点的波程差：

$$r_2 - r_1 = d\frac{x}{D} = 0.4 \times \frac{0.1}{500} = 8.0 \times 10^{-4}\,mm$$

位相差：$\Delta\varphi_P = \dfrac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \dfrac{2\pi}{640 \times 10^{-6}} \times 0.8 \times 10^{-4} = \dfrac{\pi}{4}$

（2）根据光强公式得：

$$\frac{I_P}{I_o} = \frac{4I_1 \cos^2 \frac{\Delta\varphi_P}{2}}{4I_1 \cos^2 \frac{\Delta\varphi_o}{2}} = \cos^2 \frac{\pi}{8} = 0.8536$$

[例13-3] 杨氏双缝的间距为**0.2mm**，距离屏幕为**1m**。

（**1**）若第一到第四明纹距离为**7.5mm**，求入射光波长。

（**2**）若入射光的波长为**600nm**，求相邻两明纹的间距。

解： $x = \pm k \dfrac{D}{d}\lambda \qquad (k = 0, 1, 2, \cdots)$

$$\Delta x_{1,4} = x_4 - x_1 = (4-1)\frac{D}{d}\lambda$$

$$\lambda = \frac{d}{D}\cdot\frac{\Delta x_{1,4}}{3} = \frac{0.2\times10^{-3}}{1}\frac{7.5\times10^{-3}}{3} = 5\times10^{-7}\ \mathrm{m}$$

$$\Delta x = \frac{D}{d}\lambda = \frac{1\times 6\times10^{-7}}{0.2\times10^{-3}} = 3\times10^{-3}\,\mathrm{m} = 3\mathrm{mm}$$

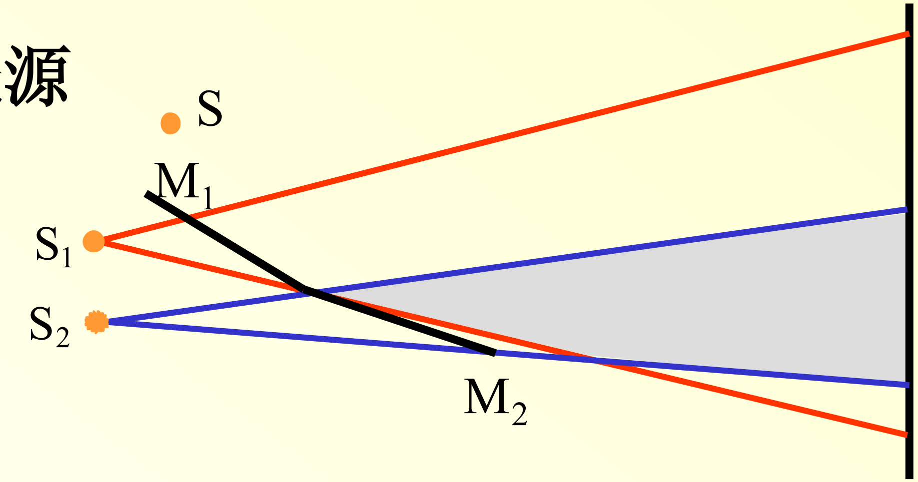
其它双缝型干涉装置

1. 菲涅耳双面镜

S：实光源，$\mathbf{S_1}$、$\mathbf{S_2}$：虚光源

$\mathbf{M_1}$、$\mathbf{M_2}$：平面反射镜

两虚光源为相干光源，
阴影部分出现干涉

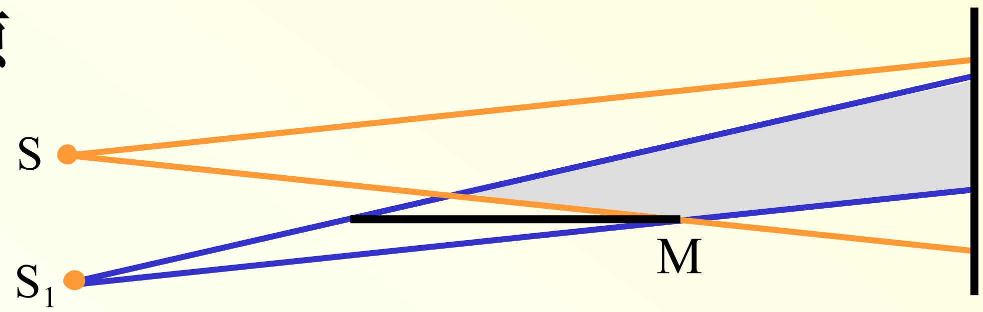


2. 洛埃镜

S：实光源，$\mathbf{S_1}$：虚光源

M：平面反射镜

阴影部分出现干涉



总结：光的干涉

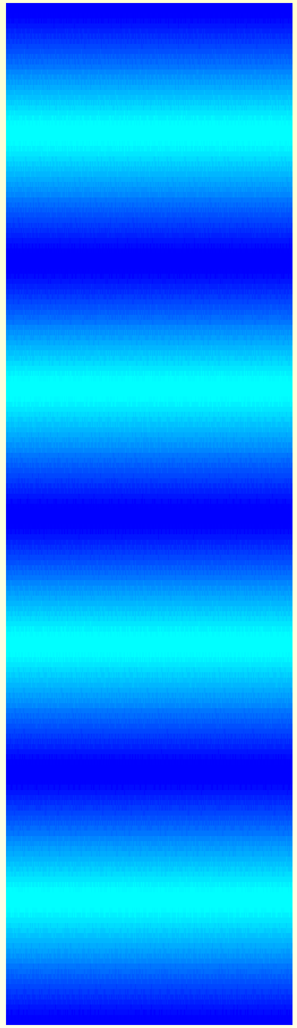
条件——相干光源

- 频率相同
- 振动方向相同
- 稳定的位相差
- 光强相差不大

本质——两列相干波的迭加

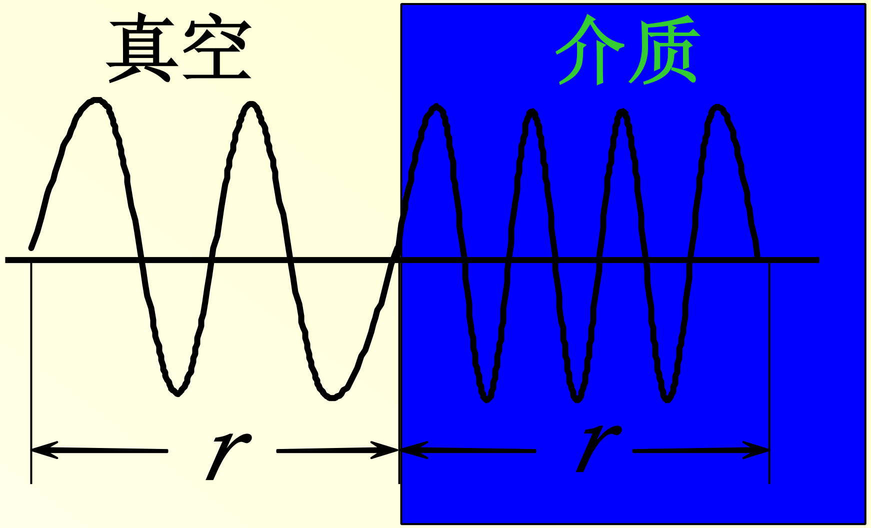
特点——波的能量在空间周期性分布（加强或减弱）

光干涉的特征——光波交迭处的屏上呈现明暗相间的条纹



光程与光程差

由波动理论知,不同介质中:



$\left.\begin{array}{l} \nu\text{不变} \\ u\text{改变} \end{array}\right\}$ $\lambda_n = \dfrac{u}{\nu}$ 改变

真空中 $\lambda = \dfrac{c}{\upsilon}$

介质中 $\lambda_n = \dfrac{u}{\upsilon}$

折射率 $n = \dfrac{c}{u}$

$\lambda_n = \dfrac{\lambda}{n} = \dfrac{c}{n \cdot \upsilon}$

介质中 $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda} nr$

表明:在介质中光线经过r所发生的相位改变,
等于真空中经过nr所发生的相位改变。

定义 光程： $L = nr$

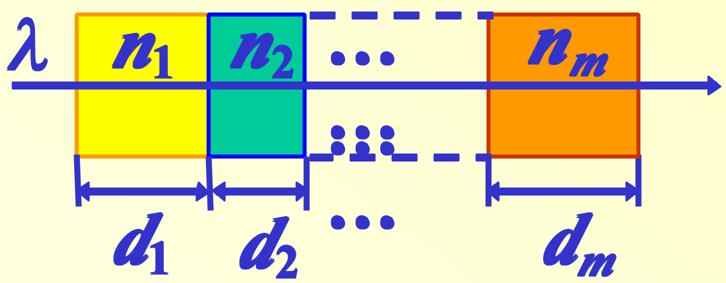
光程 =折射率×几何路程= nr

光程是光在介质中传播路程等效于真空路程

真空中 $n = 1$, $L = r$ 光程即几何路程

光程 $L=\sum(n_i d_i)$

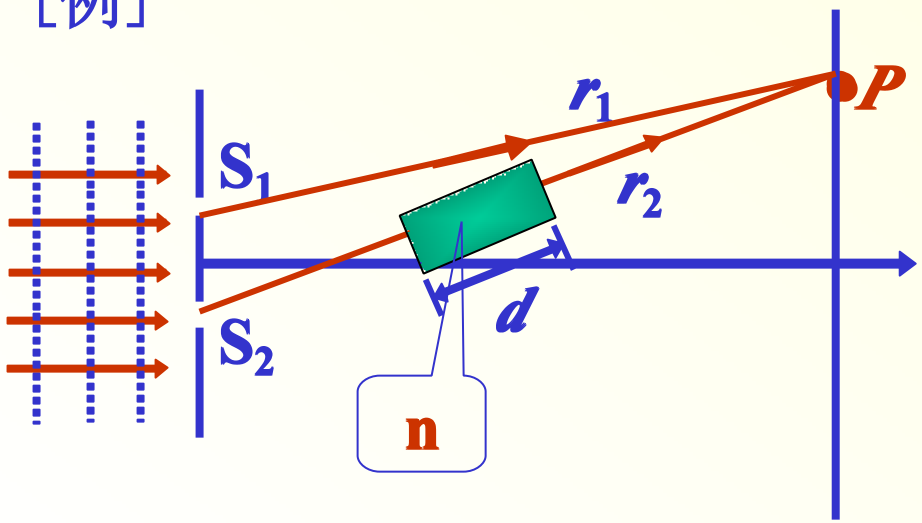
$$=n_1d_1+n_1d_1+\ldots+n_md_m$$



光程差 $\delta=L_2-L_1$ 光线2的光程----光线1的光程

相位差和光程差的关系： $\Delta\varphi=\dfrac{2\pi}{\lambda}\delta$

[例]

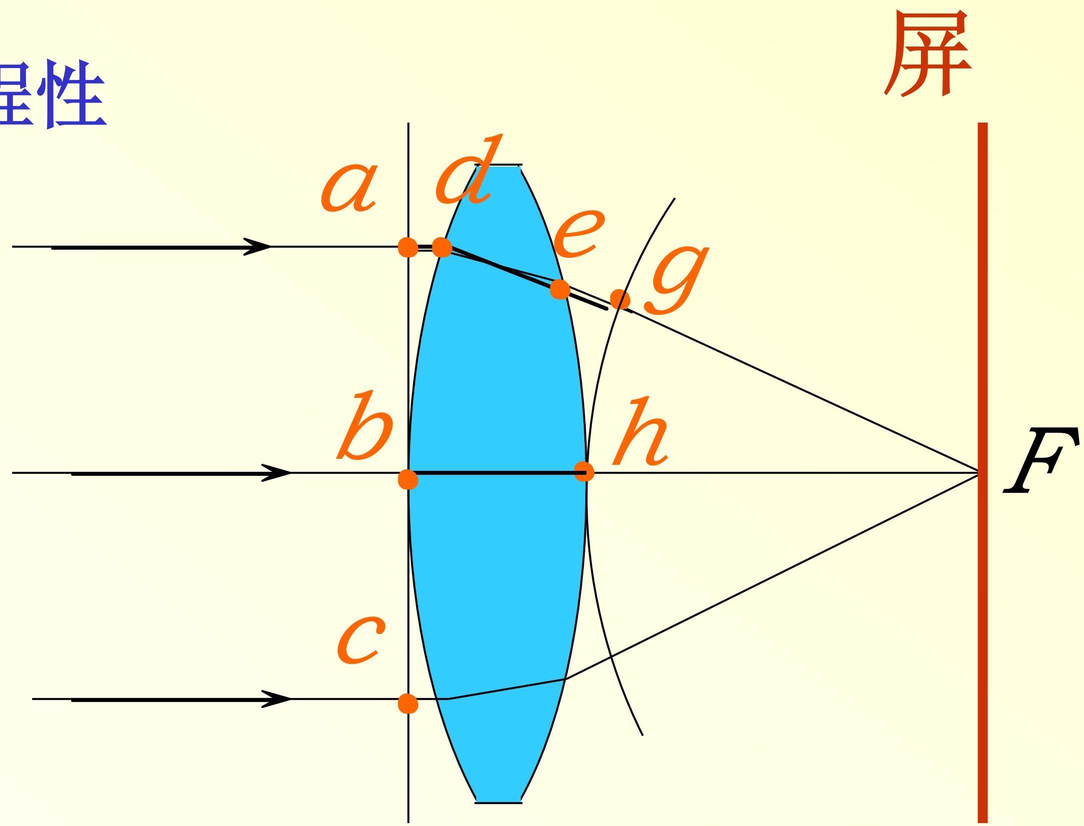


P: $\Delta\varphi=\dfrac{2\pi}{\lambda}\{L_2-L_1\}$

$$=\frac{2\pi}{\lambda}\{[(r_2-d)+nd]-r_1\}$$

$$=\frac{2\pi}{\lambda}[(r_2-r_1)+(n-1)d]$$

透镜的等光程性



abc 三点在同一波面上，相位相等。

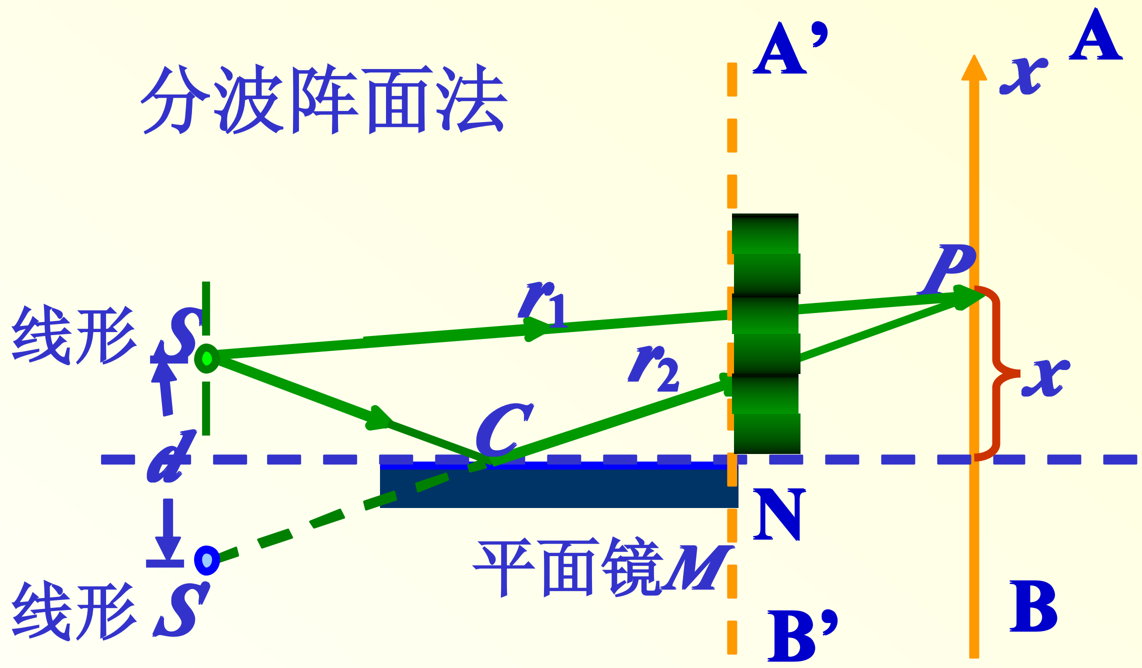
到达 F 点形成亮点，说明 abc 三条光线到达 F 点无相位差。

$adeg$ 与 bh 几何路程不等，但光程是相等的。

所以透镜的引入不会引起附加的光程差。

洛埃镜干涉实验

分波阵面法



光疏介质：折射率n较小（空气）
光密介质：折射率n较大（玻璃）

将屏AB移至A'B'处，N点是明还是暗条纹？

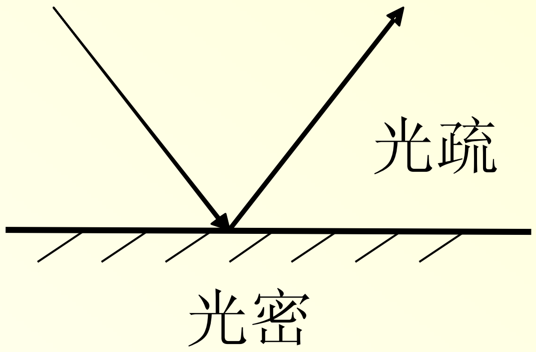
虽然$\delta = r_2 - r_1 = 0$　　但实验结果N点是暗条纹

N点：$\Delta\varphi = \pi$　$(\delta = \frac{\lambda}{2})$

光从光疏到光密媒质的界面上反射时，有π的位相突变——半波损失

由半波损失引起的附加光程差

半波损失



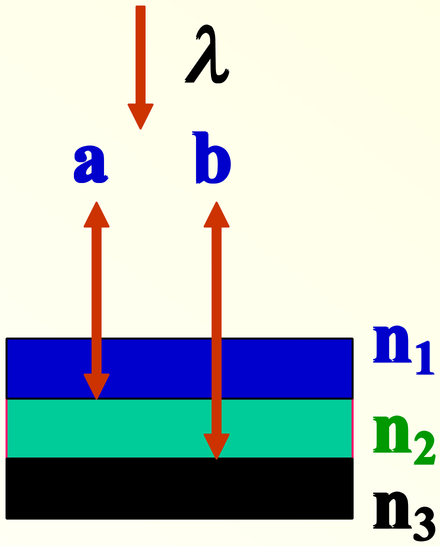
反射光波有π 位相的突变

当光从折射率较小的介质射向折射率较大的介质，在其分界面上反射时，发射光的位相突变 π ，半波损失

只有反射光才能有半波损失，折射无半波损失

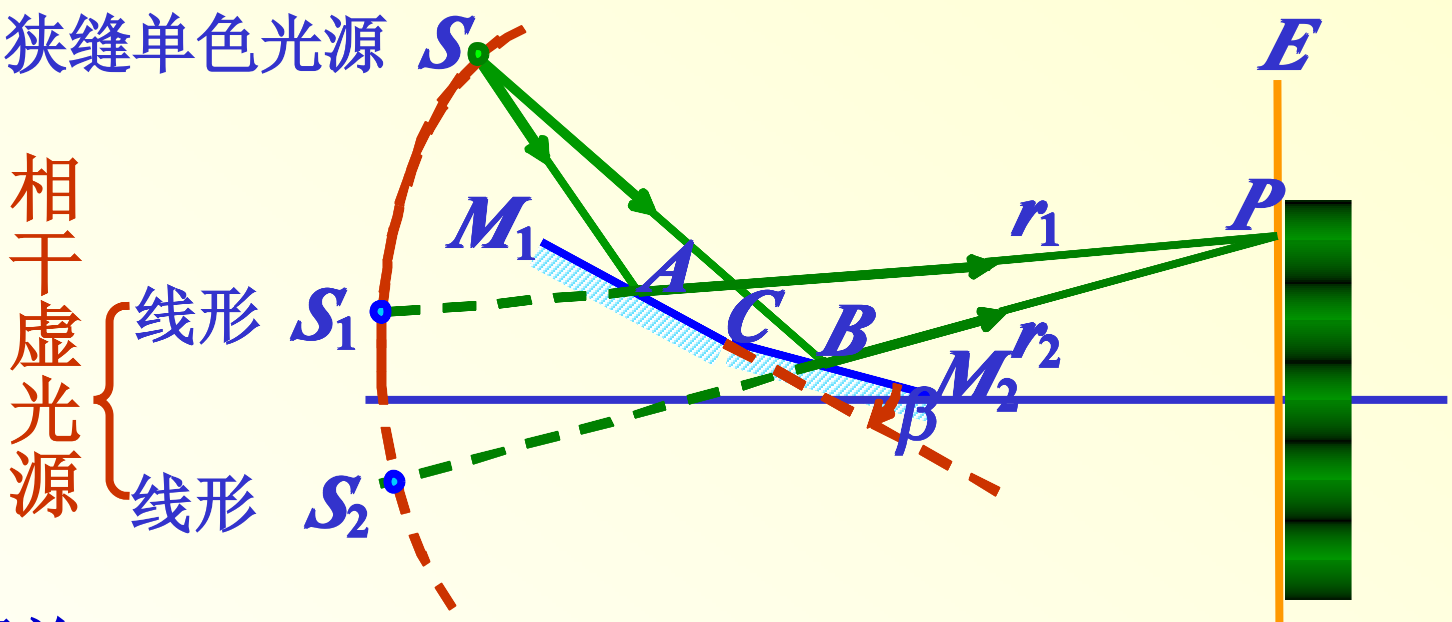
凡是有半波损失的，都加上$\lambda/2$的光程。

a, b两光线相干时有没有附加光程差 $\lambda/2$



$n_1 < n_2 > n_3$	a有	b无	b-a有
$n_1 > n_2 < n_3$	a无	b有	b-a有
$n_1 < n_2 < n_3$	a有	b有	b-a无
$n_1 > n_2 > n_3$	a无	b无	b-a无

菲涅耳双面镜实验



P点波程差

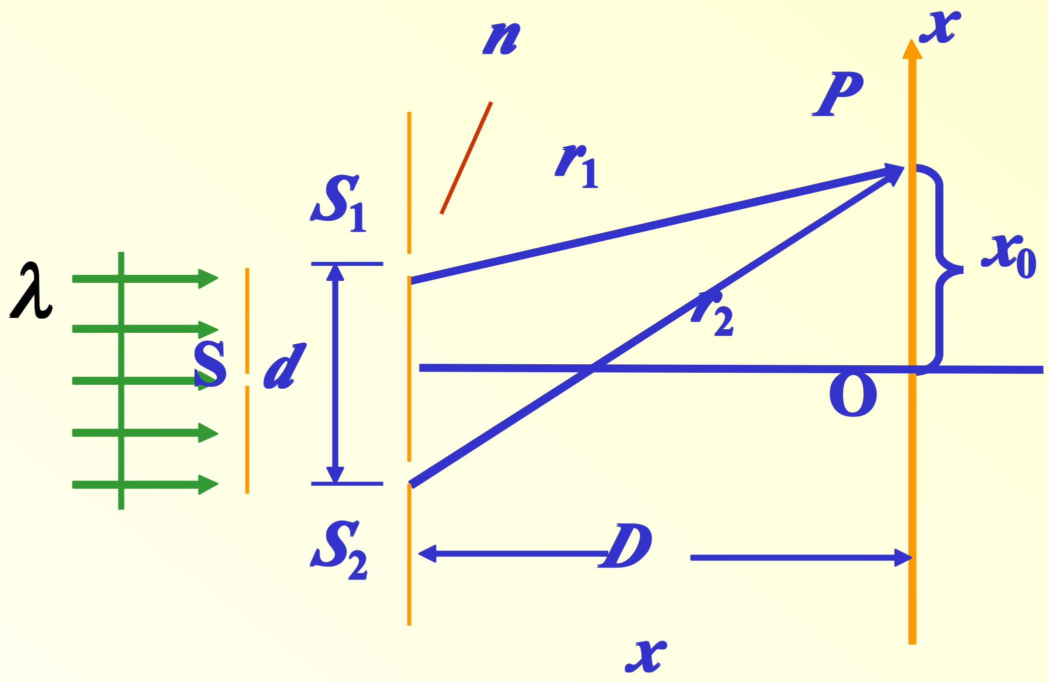
$$\delta = (SA + \frac{\lambda}{2} + AP) - (SB + \frac{\lambda}{2} + BP)$$

$$= (r_1 + \frac{\lambda}{2}) - (r_2 + \frac{\lambda}{2})$$

$$\delta = r_1 - r_2 = \begin{cases} \pm k\lambda & (k = 0, 1, 2 \ldots) \text{ 明纹 (中心)} \\ \pm(2k-1)\lambda/2 & (k = 1, 2, 3 \ldots) \text{ 暗纹 (中心)} \end{cases}$$

在杨氏双缝实验中，当作如下调整时，屏幕上的干涉条纹将作如何变化？

1.使两缝间距加大



干涉条纹以中央明条纹为中心对称分布，各级明纹位置

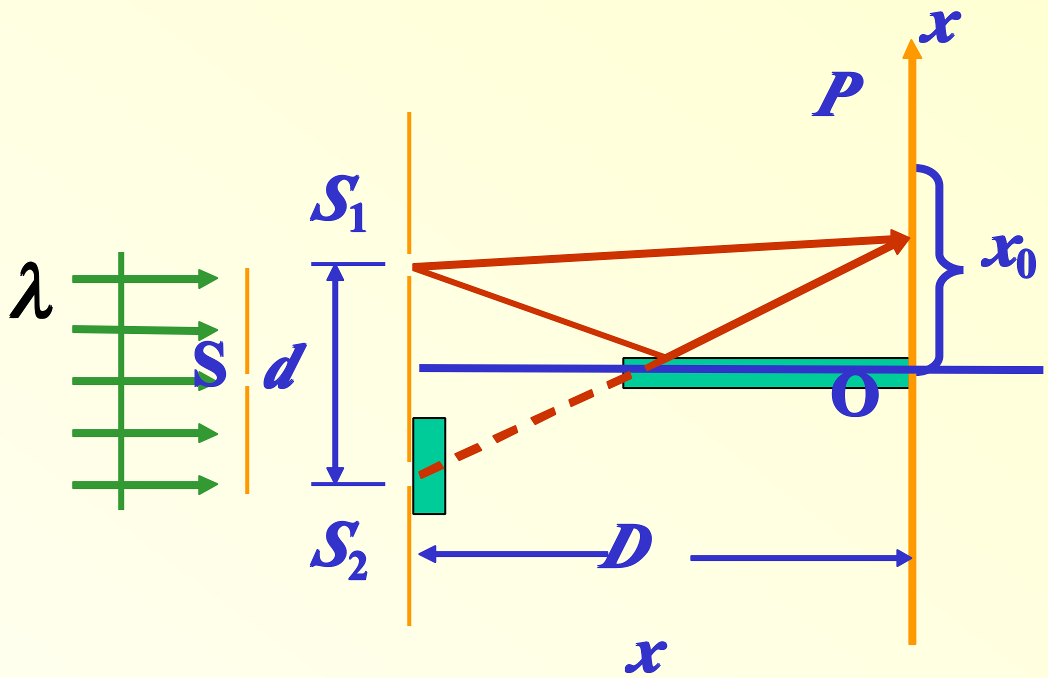
$$x = k\frac{D}{d}\lambda$$

各级明纹宽度

$$\Delta x = \frac{D}{d}\lambda$$

条纹位置下移，条纹变密

2.把双缝中的一条缝盖住，在两缝的垂直平分线上放置一块平面反射镜



洛埃境实验

直接入射到屏上的光线和经过平面镜反射后的光线干涉

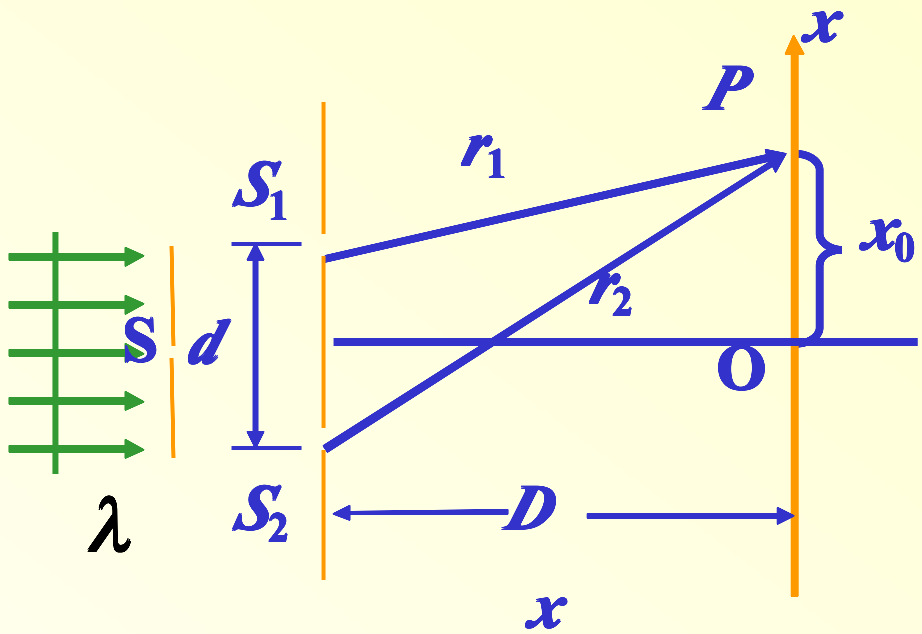
光程差 $\delta = d\dfrac{x}{D} + \dfrac{\lambda}{2}$

条纹形状不变，明暗位置相反，并干涉区域减少。

3.把双缝实验放在水中

$$\delta = n(r_2 - r_1) = nd\frac{x}{D}$$

$$= \begin{cases} \pm k\lambda & 明 \quad k = 0,1,2,\cdots \\ \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & 暗 \quad k = 1,2,\cdots \end{cases}$$



$$x = k\frac{D}{d}\frac{\lambda}{n} \qquad \Delta x = \frac{D}{d}\frac{\lambda}{n}$$

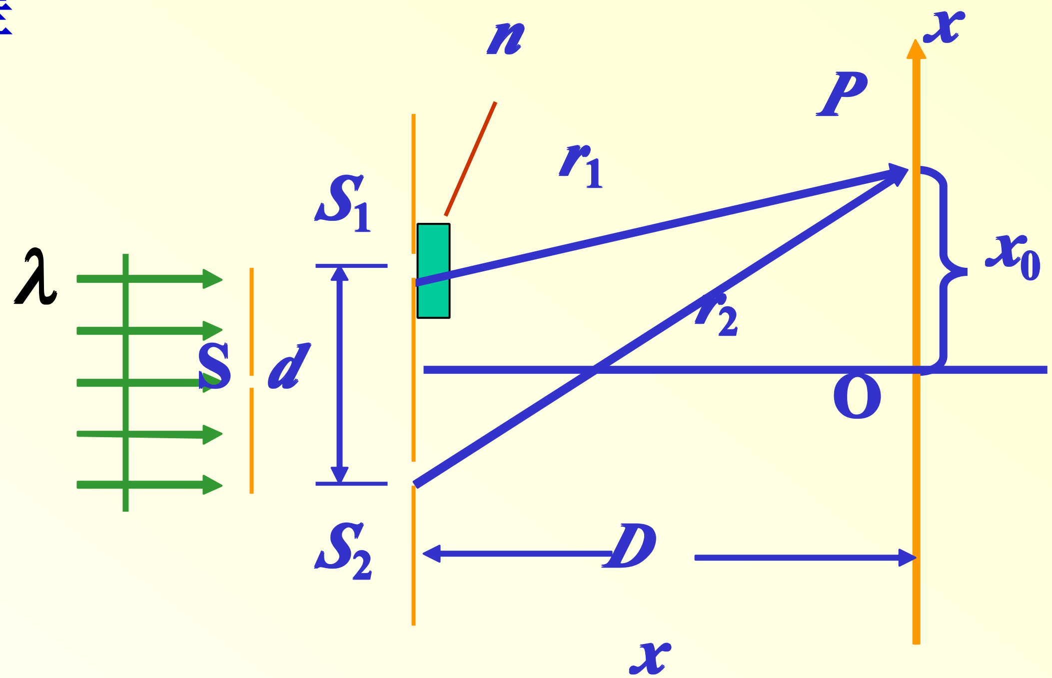
4.在S_1光路上放上厚度为l，这是率为n的透明云母片

中央明纹所在处的光程差

$$\delta = r_2 - (r_1 - l + nl) = 0$$

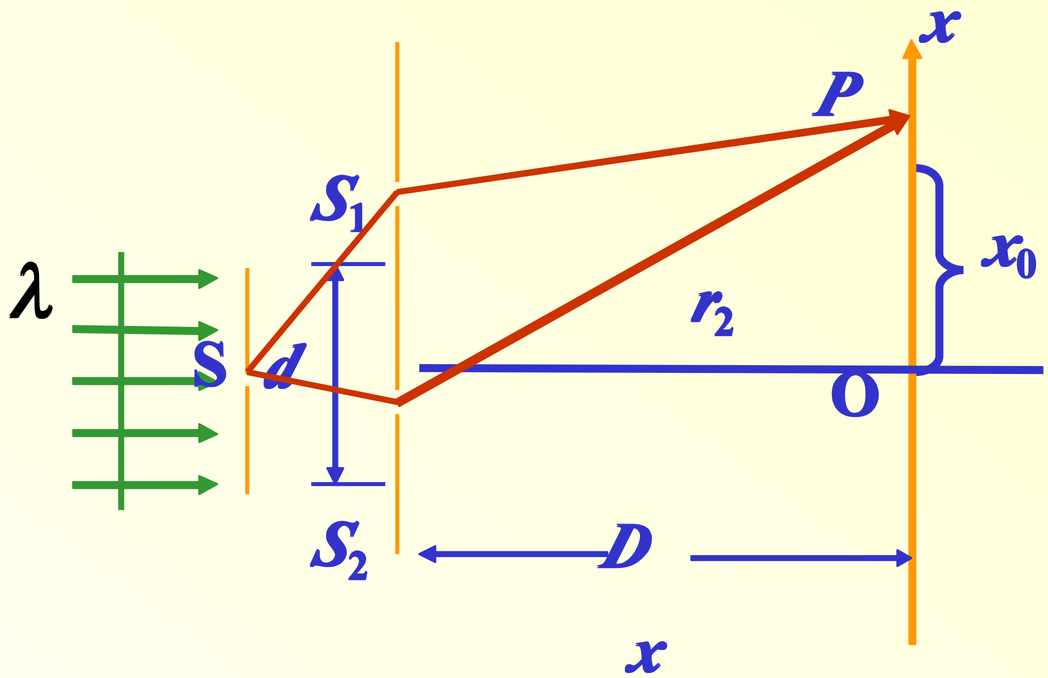
$$r_2 - r_1 = (n-1)l$$

中央明纹上移



5.把双缝S_1和S_2整体往上移动一段距离

中央明纹位置上移



相干条件：振动方向相同　频率相同　相位差恒定

不相干叠加：$I = I_1 + I_2$ ——能量均匀分布

相干叠加：$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

若：$I_1 = I_2$　则 $I = 4I_1 \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}$

$\Delta\varphi = \pm 2k\pi \quad (k = 0,1,2,\cdots)$　$I = 4I_1$　加强　明纹

$\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi \quad (k = 0,1,2,\cdots)$　$I = 0$　减弱　暗纹

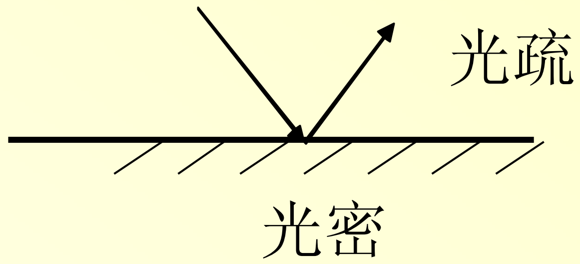
*任意位置，光强介于明暗之间：$I = 0 \sim 4I_1$

$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$

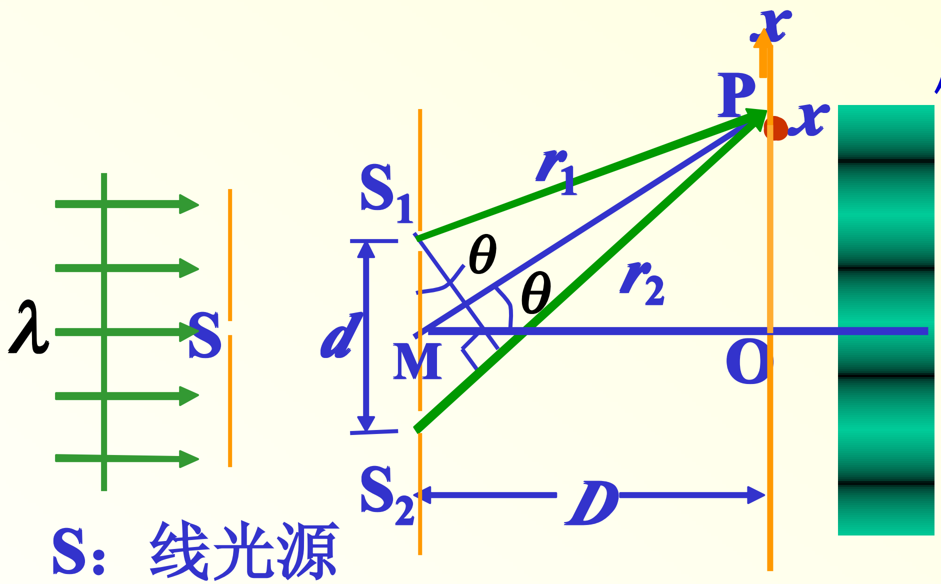
光程 =折射率×几何路程 nr

介质中 $\Delta\varphi = \frac{nr}{\lambda} 2\pi$

由半波损失引起的附加光程差



半波损失 $\lambda/2$ 反射光波有π位相的突变



屏上出现干涉条纹

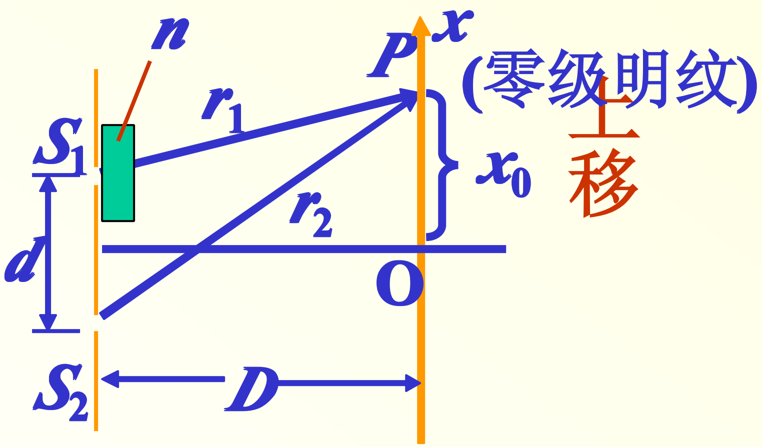
$$x = k\frac{D}{d}\lambda$$ 各级明纹位置

$$\Delta x = \frac{D}{d}\lambda$$ 条纹宽度

$$\delta = r_2 - r_1 = d\sin\theta = d\frac{x}{D} = \begin{cases} = \pm k\lambda \quad (k = 0,1,2,\cdots) & \text{明纹} \\ = \pm(2k-1)\dfrac{\lambda}{2} \quad (k = 1,2,3\cdots) & \text{暗纹} \end{cases}$$

k 干涉级

例:用很簿的云母片(n=1.58)覆盖在双缝试验中的一条缝上,这是屏上的零级明条纹移到原来的第七级明条纹的位置上,如果入射光波长为550nm,试问此云母片厚度为多少毫米?



解法一: 以P点为观测点

$\because$ 云母片插入后,P点为中央明条纹.

$$\therefore r_2 - [r_1 - x + nx] = 0 \qquad (1)$$

又$\because$ 云母片未插入时,

P点为第七级明条纹.

$$\therefore r_2 - r_1 = 7\lambda \qquad (2)$$

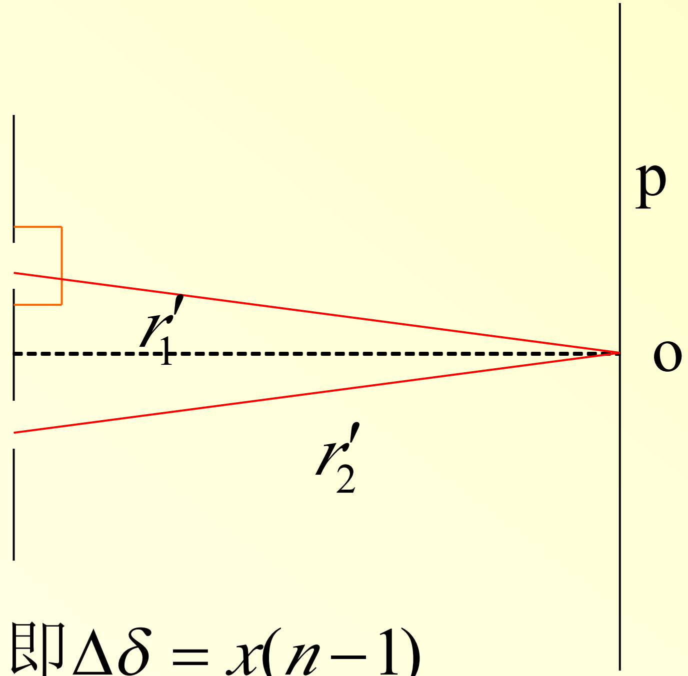
$$\left.\begin{array}{l}(1)\\(2)\end{array}\right\} x = \frac{7\lambda}{n-1} = 6.6\times10^{-3}\,mm$$

区域防守,认准P点

解法二：以O点为观测点

未放云母前，中央明条纹在O点

$$\delta = r_2' - r_1' = 0$$



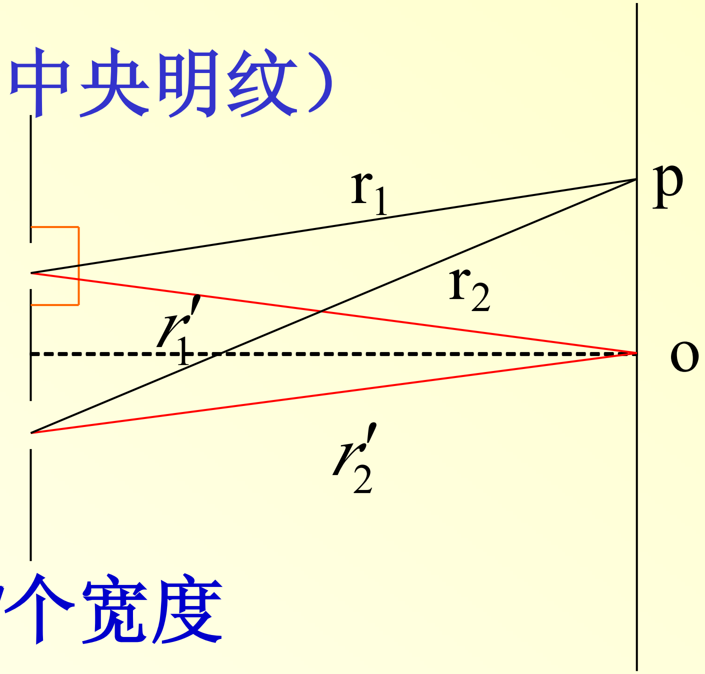
云母片插入后 $\begin{cases} r_2' \text{不变} \\ r_1' \to \left[r_1' + x(n-1) \right], \end{cases}$ 即$\Delta\delta = x(n-1)$

O点为第7级明纹 $\Delta\delta = 7\lambda$

$$x = \frac{7\lambda}{n-1} = 6.6 \times 10^{-3} mm$$

区域防守，认准O点

解法三： 跟踪某一特定的条纹（中央明纹）



未放云母前，中央明条纹在o点

$$\delta = r_2' - r_1' = 0$$

放云母片后，中央明条纹移动了7个宽度

$$x(n-1) = 7\lambda$$

$$x = \frac{7\lambda}{n-1} = 6.6\times10^{-3}\,mm$$

盯人防守，盯住条纹

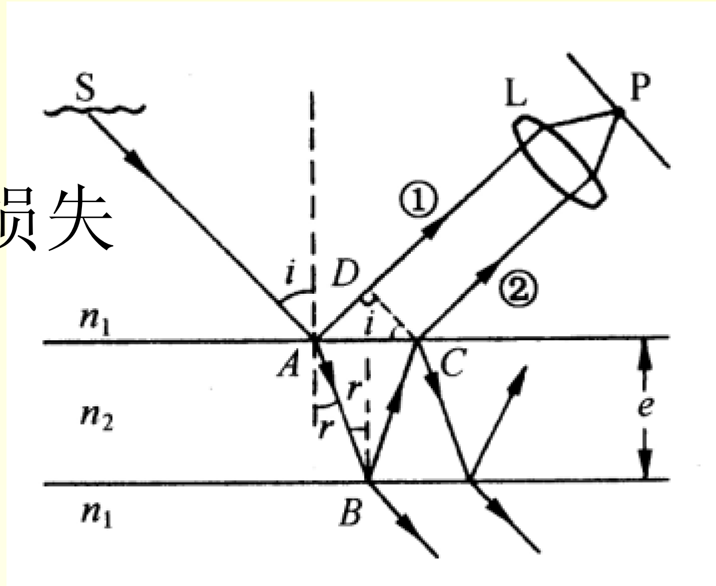
§ 13.4 分振幅法产生的干涉—薄 膜 干 涉

一、等倾干涉——平行薄膜干涉

光程差的计算：

（1）将几何路程折算为光程

(2)光从光疏→光密→光疏时存在半波损失



1. 反射光1、2的光程差

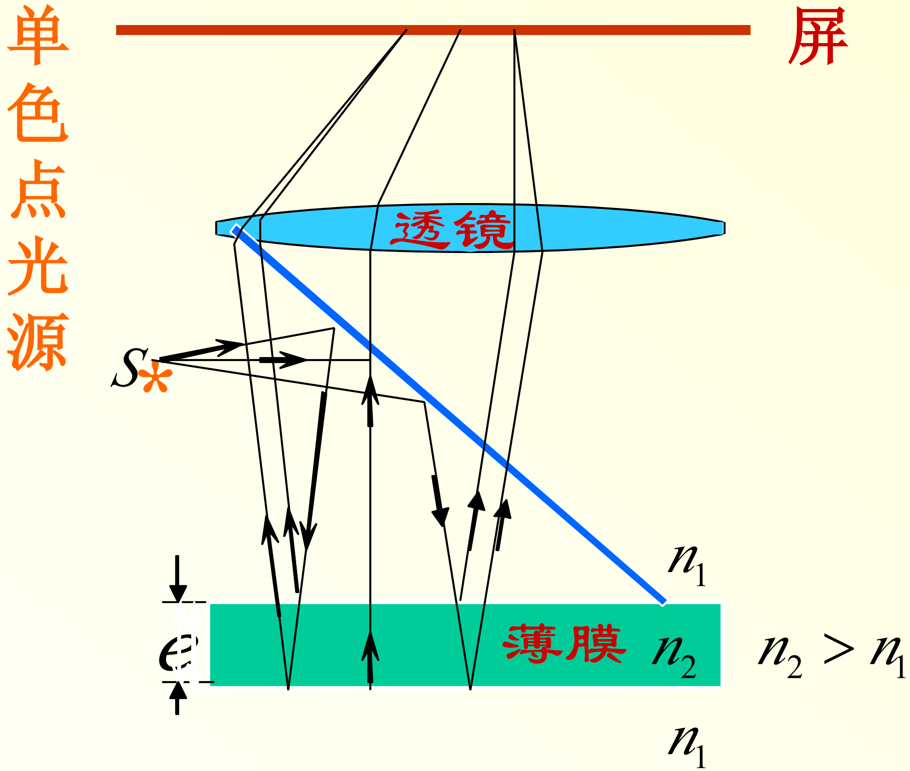
$$\delta = n_2(AB+BC) - n_1 AD + \frac{\lambda}{2}$$

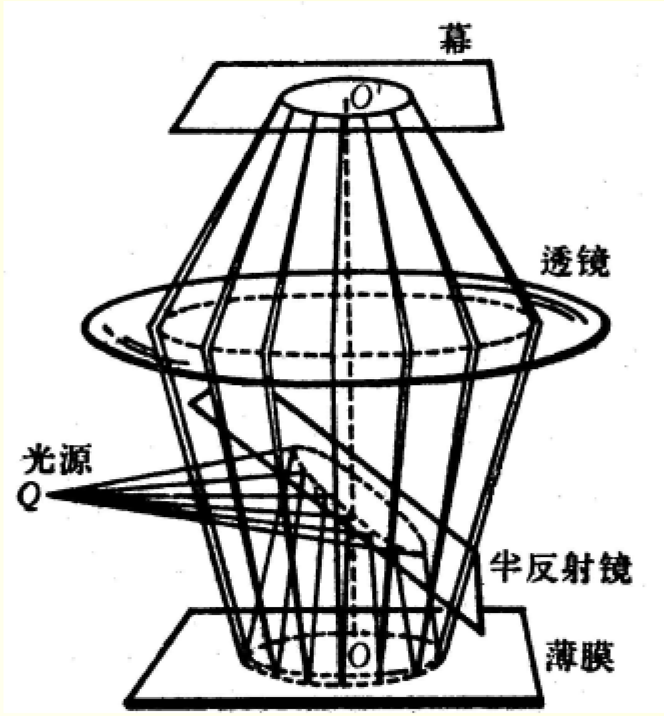
$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

$$= 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} \begin{cases} = k\lambda, & k=1,2,3\ldots \text{ 明} \\ = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}, & k=0,1,2\ldots \text{暗} \end{cases}$$

n_1, n_2, λ, e 确定后 $\delta = \delta(i)$ ——等倾干涉

*实验装置和现象：





同一 i 对应同一级条纹——圆环

不同 i 对应的干涉条纹——

一组同心圆

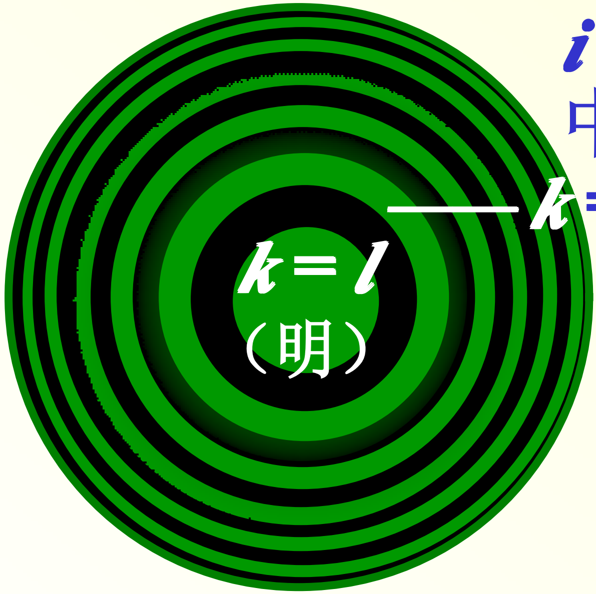
反射光 $\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + (\frac{\lambda}{2})$

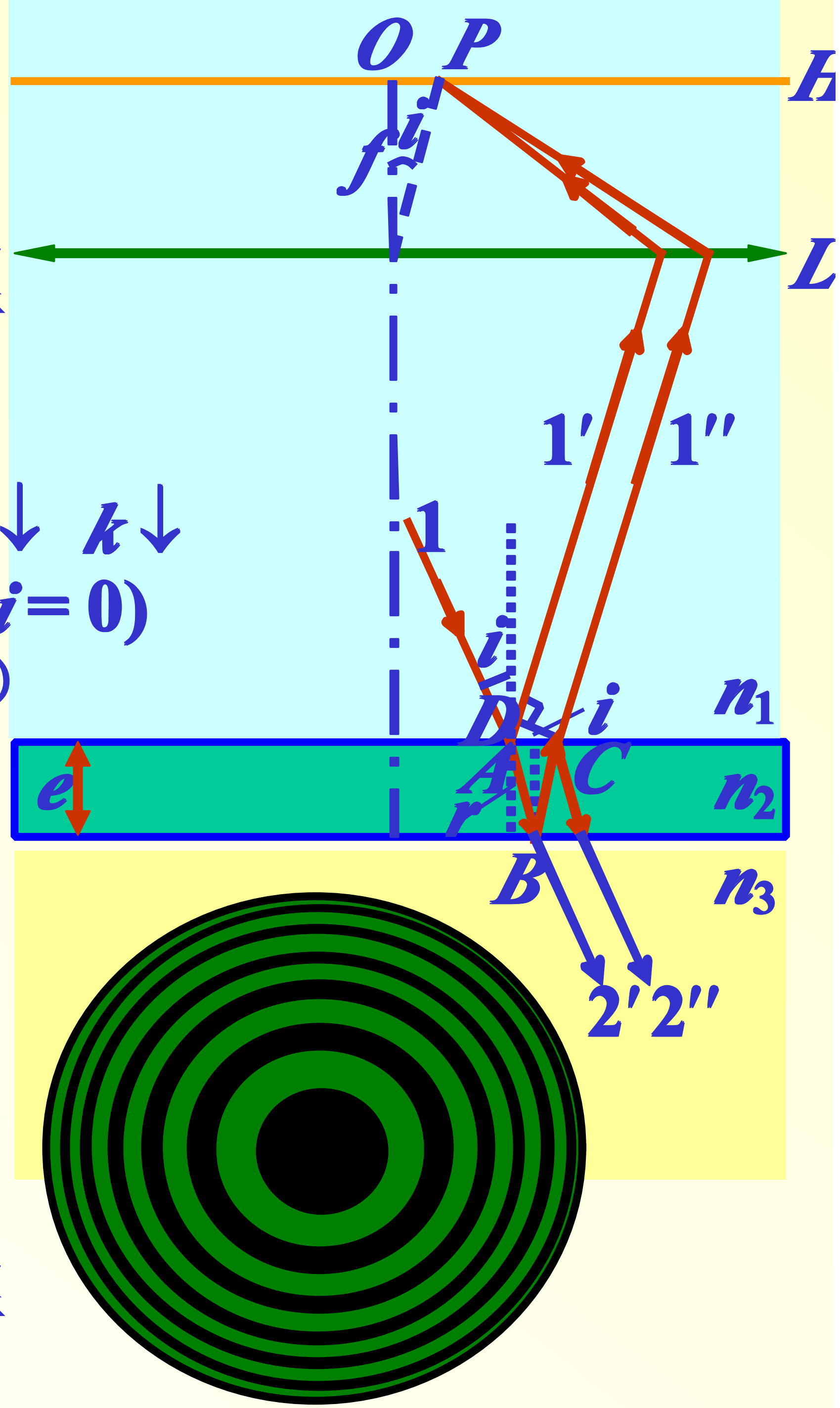
$$\delta = \begin{cases} k\lambda & (k = 1, 2, 3\ \ldots) \text{亮} \\ (2k+1)\lambda/2 & (k = 0, 1, 2\ \ldots) \text{暗} \end{cases}$$

k —— 干涉级

$i\uparrow$ $\sin i\uparrow$ $\delta\downarrow$ $k\downarrow$

中心级次高 $(i = 0)$





透射光 $\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_3^2 \sin^2 i}$

$$\delta = \begin{cases} k\lambda & (k = 0, 1, 2\ \ldots) \text{亮} \\ (2k+1)\lambda/2 & (k = 0, 1, 2\ \ldots) \text{暗} \end{cases}$$

*条纹特点:

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} \begin{cases} = k\lambda, & k=1,2,3\ldots \text{ 明} \\ = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}, & k=0,1,2\ldots \text{暗} \end{cases}$$

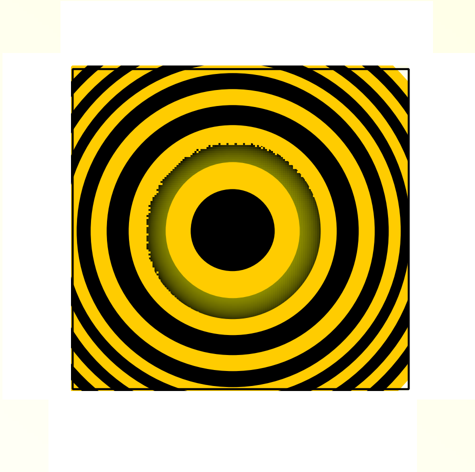
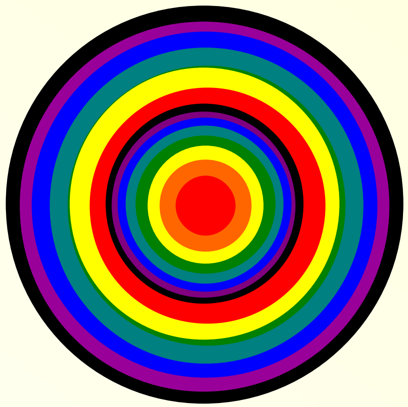
1）e一定:

$$\begin{cases} i\uparrow,\delta\downarrow,k\downarrow \text{ 外圈级数低} \\ i\downarrow,\delta\uparrow,k\uparrow \text{ 内圈级数高} \end{cases}$$

中心处：$i=0$，级数最高

2）条纹间距内疏外密，非线性变化(k和i非线性）

(3) 白光入射，彩色条纹形成。

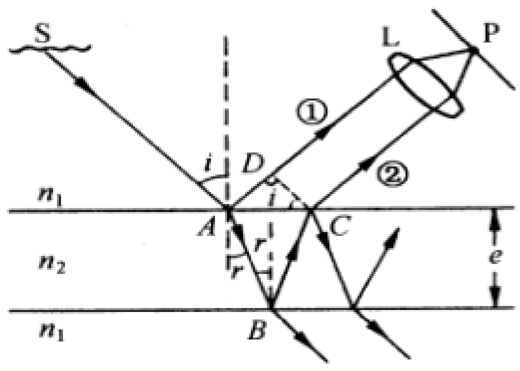




[例13-8] 白光下，观察一层折射率n=1.30的薄油膜，若观察方向与油膜表面法线成30°角时，可看到油膜成兰色（波长为480nm），试求油膜的最小厚度？如果从油膜法线方向观察，反射光成什么颜色？

[解] 根据明纹条件：$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$

$$e = \frac{(2k-1)\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = (2k-1)\times 1.0\times 10^{-7}\ m$$

$$\therefore e_{\min} = 1.0\times 10^{-7}\ m$$



若从法线方向观察：$i = 0 \rightarrow 2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$

$k = 1, \lambda_1 = 520nm$（绿光）

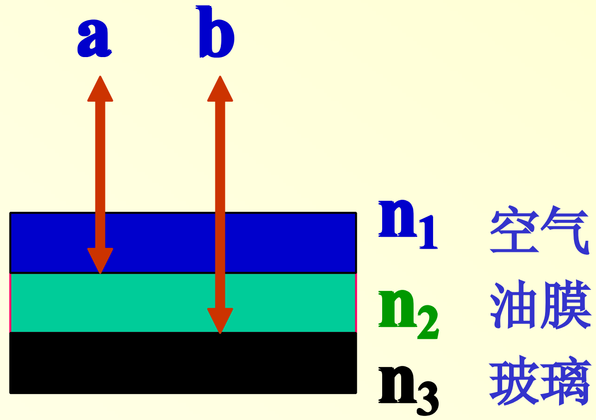
$k = 2, \lambda_2 = 173nm$（紫外光）

在法线方向观察为绿光

例:可调平面单色光垂直照射在厚度均匀的油膜上,油膜覆盖在玻璃上,观察到500nm与700nm二波长的光在反射中消失.已知玻璃的n=1.5.

若（1）$n_{油}=1.30$　　　（2）$n_{油}=1.60$

求：二种情况下油膜的最小厚度。



解（1）$\because n_1 < n_2 < n_3$

$$\left.\begin{aligned} \delta_{反}&=2en_2=(2k_1+1)\frac{\lambda_1}{2} \\ \delta_{反}&=2en_2=(2k_2+1)\frac{\lambda_2}{2} \end{aligned}\right\} \quad 5k_1=7k_2+1 \quad \left\{\begin{aligned} &K_1=3 \\ &K_2=2 \end{aligned}\right.$$

得：$e=6.73\times10^{-4}\,mm$

解（2）$\because n_1 < n_2 > n_3$

$$\left.\begin{aligned} \delta_{反} &= 2en_2 + \frac{\lambda_1}{2} = (2k_1+1)\frac{\lambda_1}{2} \\ \delta_{反} &= 2en_2 + \frac{\lambda_2}{2} = (2k_2+1)\frac{\lambda_2}{2} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} K_1 &= 7 \\ K_2 &= 5 \end{aligned}$$

得：$e = 1.09 \times 10^{-3}\, mm$

※增透膜和增反膜

增透膜——对某一波长，使其反射光干涉减弱

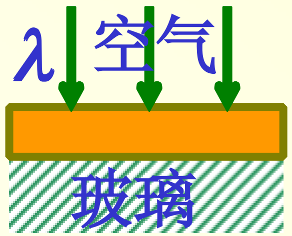
增反膜——对某一波长，使其反射光干涉加强

例1：在照相机镜头上涂一层 $n_2=1.38$ 氟化镁膜，要求人眼最敏感的波长 $\lambda = 5500\text{Å}$ 的黄绿光反射最小，问最小厚度是多少？

形成暗纹

解：$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i} = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$　　$(k = 0, 1, 2 \ldots)$

$\boxed{\text{无 } \lambda/2}$　　$n_3 > n_2 > n_1$



氟化镁

$n_1 = 1$
$n_2 = 1.38$
$n_3 = 1.52$

一般使用　$i = 0$

$$\delta = 2n_2 e = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \qquad e = \frac{(2k+1)\lambda}{4n_2}$$

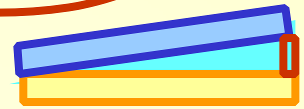
$$k = 0 \quad e_{\min} = \lambda/4n_2 = \frac{5500\times 10^{-10}}{4\times 1.38} = 9.96\times 10^{-8}\ \text{(m)}$$

二、等厚干涉 —— 上下表面不平行的薄膜干涉

n_1 介质 下表面

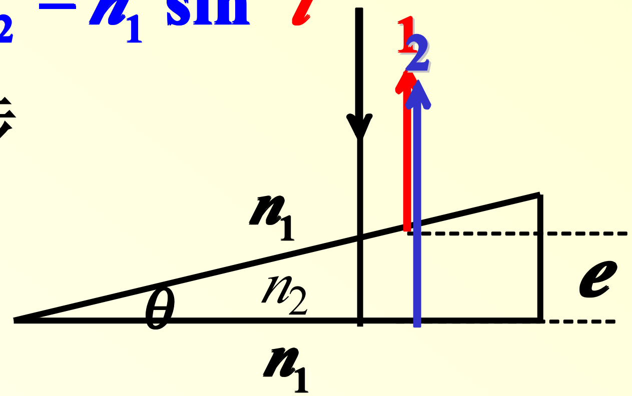
n_3 介质 上表面

n_2 介质

1. 劈尖干涉： 折射率 n_2，微小夹角 θ　　棱边 

*平行光⊥入射：$i=0$　　$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i}$

讨论上、下表面反射光1、2的干涉



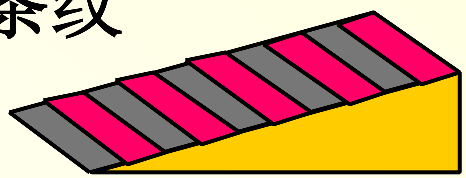
1、2光程差：

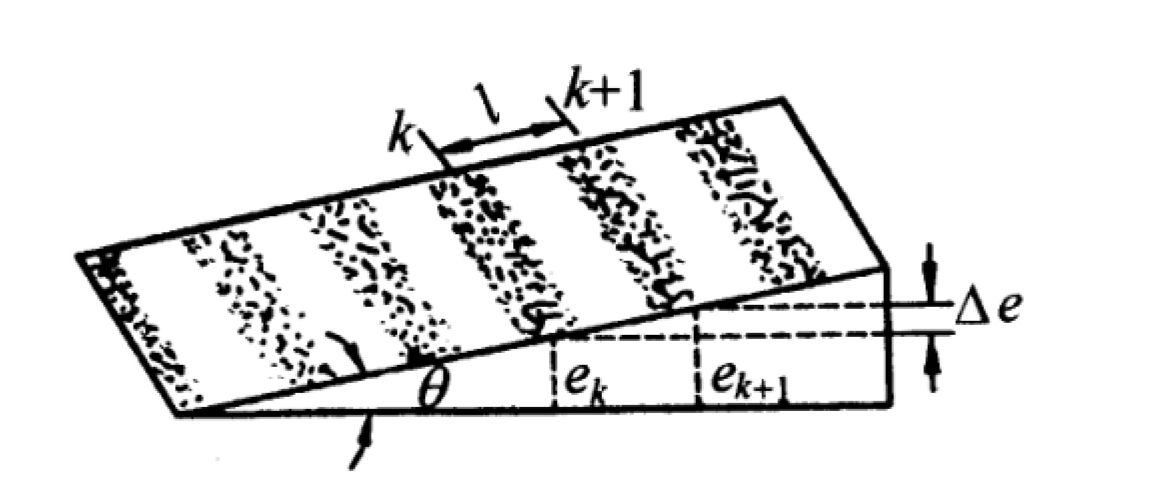
$$\delta = 2n_2 e_k + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & \text{明（加强）} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗（相消）} \end{cases}$$

$e\uparrow$　$\delta\uparrow$　$k\uparrow$

远离棱边 (e 愈大) 级次高

$$e_k = \begin{cases} \dfrac{2k+1}{4n_2}\lambda & \text{明} \\ \dfrac{k\lambda}{2n_2} & \text{暗} \end{cases}$$ 同一厚度对应同一级条纹





$$e_k=\begin{cases}\dfrac{2k+1}{4n}\lambda & 明\\[2ex] \dfrac{k\lambda}{2n} & 暗\end{cases}$$

讨论： 相邻明或暗条纹对应的厚度差：

$$\Delta e=e_{k+1}-e_k=\frac{\lambda}{2n}$$

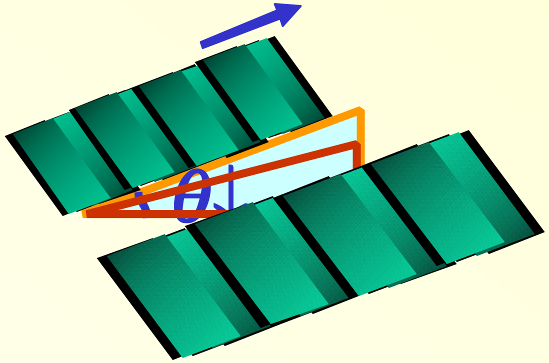
相邻明或暗条纹的间距l：

$$l\sin\theta=\Delta e\rightarrow l=\frac{\lambda}{2n\ \sin\theta}\approx\frac{\lambda}{2n\theta}$$

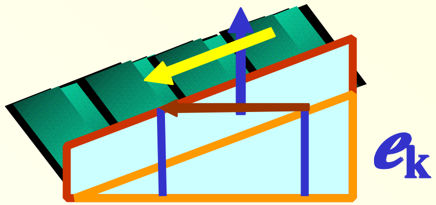
$$l \approx \frac{\lambda}{2n_2\theta} \qquad e_k = \begin{cases} \dfrac{2k+1}{4n}\lambda & 明 \\ \dfrac{k\lambda}{2n} & 暗 \end{cases}$$

条纹动态分析

- θ↓，条纹扩展



- *e*均匀↑，
  棱边条纹淹没



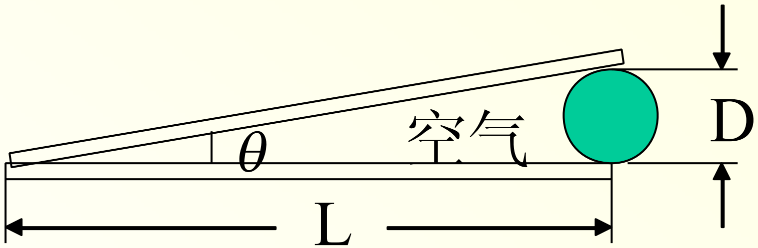
$$\Delta e = \frac{\lambda}{2n_2}$$

厚度每改变 $\lambda/2n_2$
即有一条纹移过

利用劈尖干涉测量折射率，微小长度、角度及变化，

$$l = \frac{\lambda}{2n\sin\theta} \approx \frac{\lambda}{2n\theta}$$

测量金属丝的直径



已知：$\lambda = 589.3nm$

$L = 28.880mm$

30条明条纹的距离为$4.295mm$

求：$D = ?$

解：$D = Ltg\theta = L\cdot\theta$

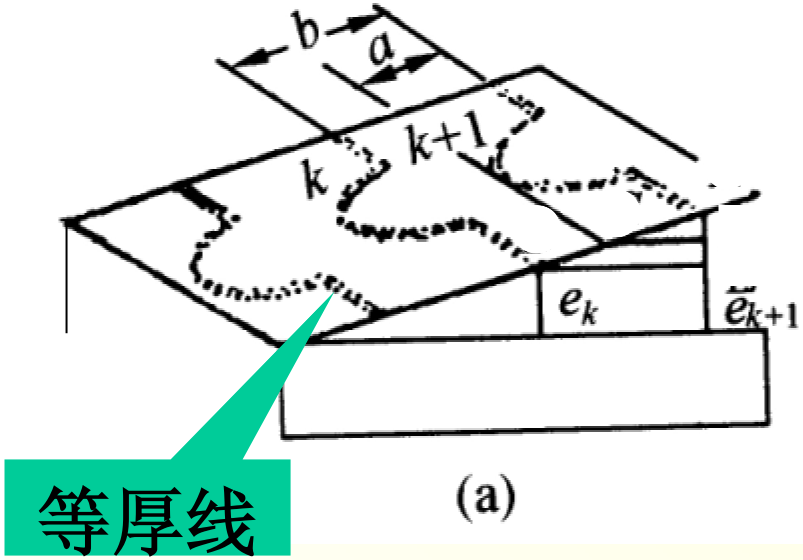
$$l = \frac{\lambda}{2\cdot\theta}$$

$$l = \frac{4.295}{29}$$

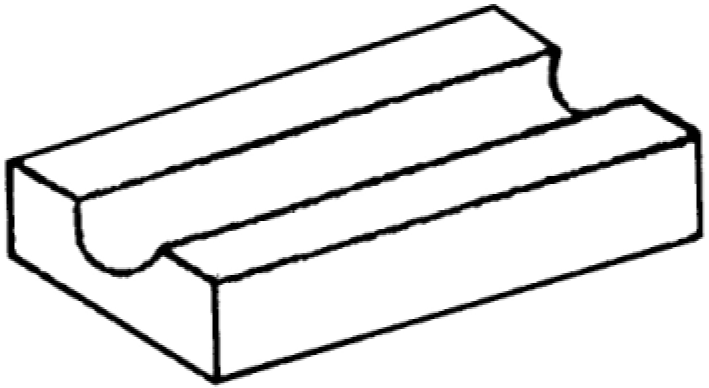
$$D = \frac{L}{l}\cdot\frac{\lambda}{2} = 0.05746mm$$

30 条有29 个间距

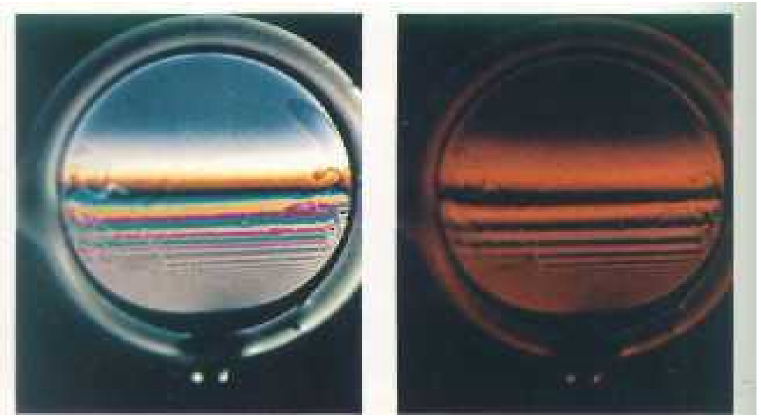
检测表面平整度等



(a)



(b)



白光入射　　　　单色光入射

肥皂膜的等厚干涉条纹

白光经肥皂膜的干涉（KG001）

一个竖直肥皂薄膜，由于重力的作用，其厚度从顶部到底部逐渐增加。

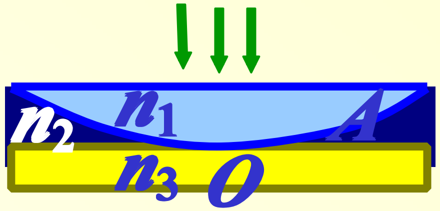
明亮的白光照在薄膜上，但由于薄膜的顶部太薄以至于是暗的。

在中部，（稍微厚一点）我们看到了干涉条纹带，它们的颜色取决于在特定厚度处产生完全相长干涉的光反射的波长。

对于薄膜底部，由于条纹渐密，因而颜色开始叠加并逐渐褪去。

2. 牛顿环：

1）装置



平凸透镜（半径很大）

——劈尖顶角连续变化

平板玻璃

2）条纹特点

空气层上下表面发射光之间的光程差：

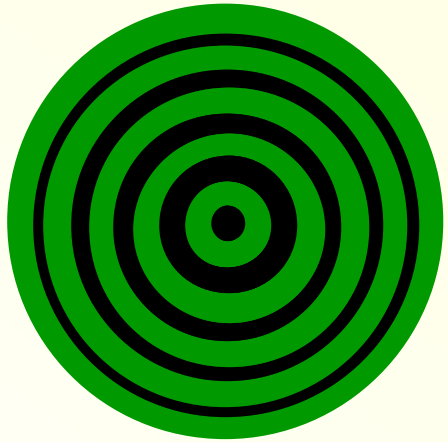
$$\delta = 2e + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & k=1,2,\ldots \quad 明 \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k=0,1,2,\ldots \quad 暗 \end{cases}$$

*等厚点的轨迹是一组同心圆 $\begin{cases} \text{条纹级次内低外高} \\ \text{条纹内疏外密} \end{cases}$

理想接触点 O：

$e=0$，

$$\delta = \frac{\lambda}{2} \longrightarrow 暗点$$



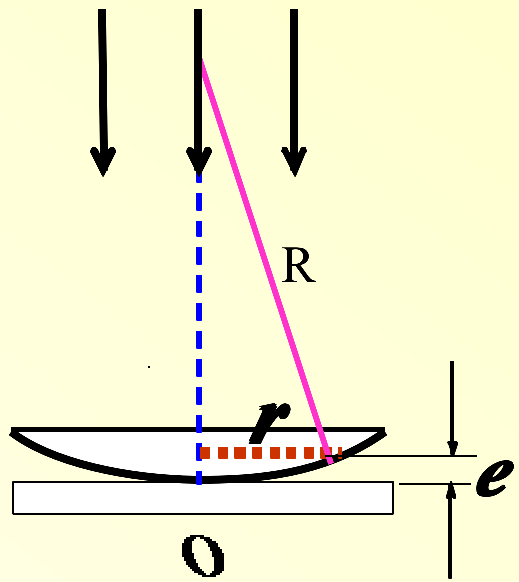
—— 牛顿环

如果没有半波损失呢？

*牛顿环半径：

$$r^2 = R^2 - (R-e)^2 = 2Re - e^2 \approx 2Re$$

$$\delta = 2e + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & k=1,2,\dots \quad 明 \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k=0,1,2,\dots \quad 暗 \end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} k级明纹：r_k^2 = \dfrac{(2k-1)}{2}R\lambda \\ k级暗纹：r_k^2 = kR\lambda \end{cases}$$

$$\boxed{r_{k+m}^2 - r_k^2 = mR\lambda}$$ $\longrightarrow$ 实验测量 R或λ

例：牛顿环试验中，在平凸透镜和平板玻璃间放入折射率为n的介质后，原第三级明环变为第四级暗环，

求：介质的折射率n值。

$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & \text{明} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗} \end{cases}$$

解：空气层：$\delta = 2e + \frac{\lambda}{2} = 3\lambda$

介质层：$\delta' = 2ne + \frac{\lambda}{2} = (2\times 4+1)\frac{\lambda}{2}$

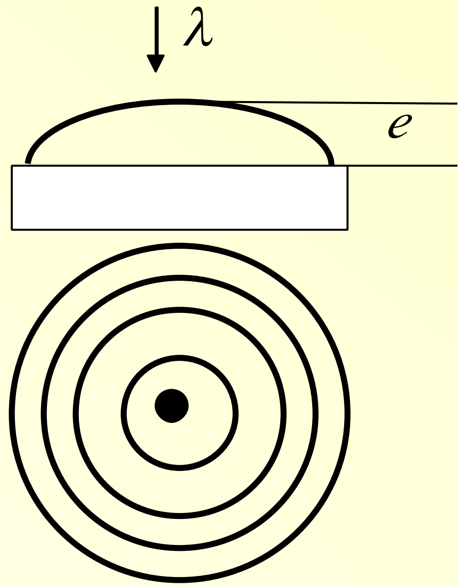
$\longrightarrow$ n=1.6

[例13-7] 一块平板玻璃上有一滴油滴，在 $\lambda=576nm$ 的单色光垂直照射下，从反射光中看到如图干涉条纹，已知 油$n_2=1.60$，玻璃$n_3=1.50$，试求：

（1）油膜与玻璃交界处是明纹还是暗纹？

（2）油膜的最大厚度？

（3）若油膜逐渐摊开，条纹如何变化？



[解]（1）$\because n_1<n_2>n_3$

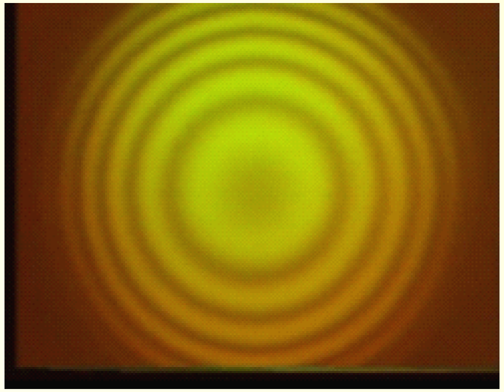
$\therefore$ 交界处$(e=0)$为暗纹

（2）外圆环：0级暗纹，中心点：第4级暗纹（k=4）

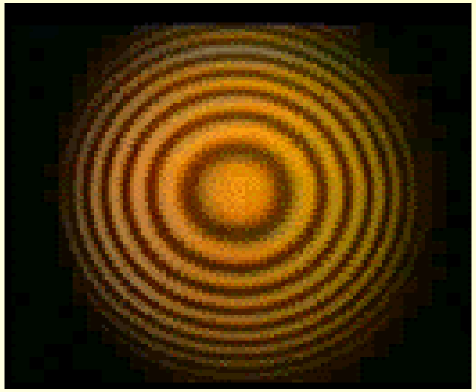
$$2n_2e+\frac{\lambda}{2}=(2k+1)\frac{\lambda}{2}\ \rightarrow e=\frac{k\lambda}{2n_2}=\frac{4\times576\times10^{-9}}{2\times1.6}=7.2\times10^{-7}m$$

（3）油膜向外摊开，最外暗环向外扩大，中心点明暗变化；最大厚度减小，条纹级数减少。

等倾干涉条纹和牛顿环(等厚)条纹比较：



等倾 $\delta = f(i)$



牛顿环 $\delta = f(e)$

(1) $\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$

往中心 $i\downarrow, \delta\uparrow, k\uparrow$

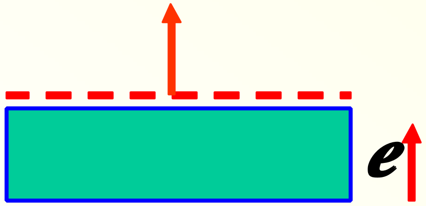
级数内高外低

$\delta = 2e + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad (i = 0)$

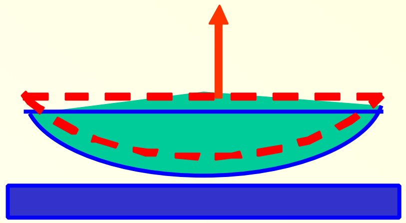
往中心 $e\downarrow, \delta\downarrow, k\downarrow$

级数内低外高

(2)



条纹向外扩展，
中心冒出

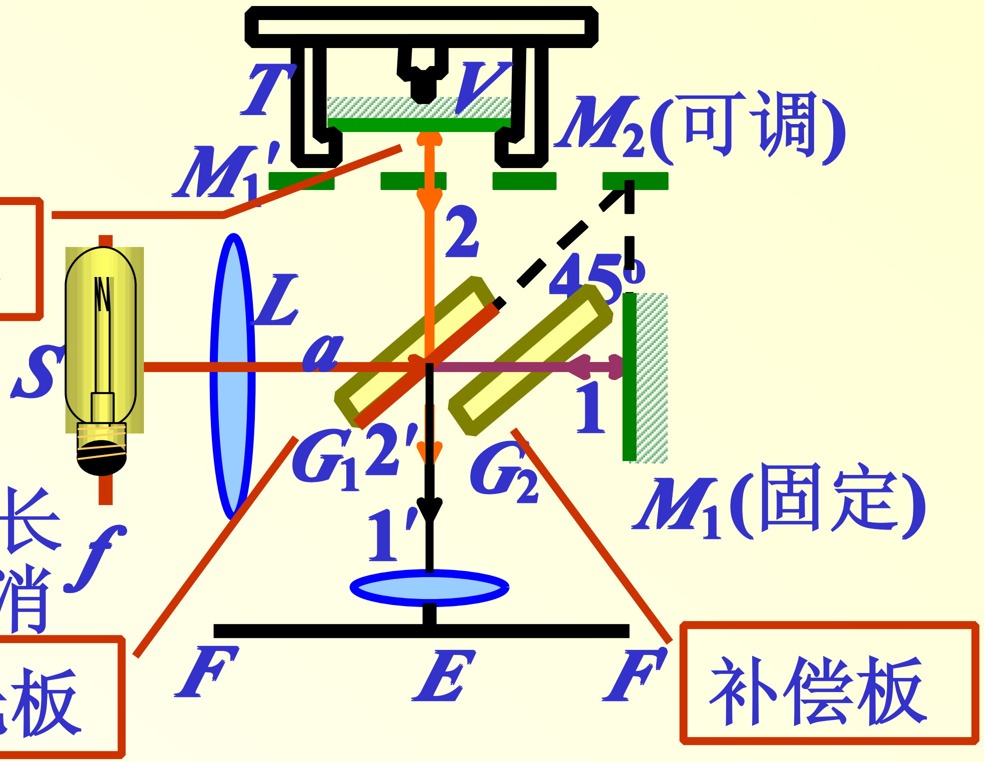


条纹向内收缩，
中心陷入

§ 3.8 迈克尔逊干涉仪　干涉现象的应用

(1881年)

- 实验装置示意图



- 工作原理

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} \qquad n_2 = n_1 = 1$$

$$\therefore \ \delta = 2e\cos i = \begin{cases} k\lambda \\ (2k+1)\lambda/2 \end{cases}$$

$(k = 0, 1, 2 \ldots)$

中心吐出的明条纹数目

$$\Delta d = \Delta N \cdot \frac{\lambda}{2}$$