波动是振动状态的传播，不是媒质的传播。

1.波速u　振动状态传播的速度

由媒质的性质决定与波源情况无关。

2. 时间周期T、ν、ω

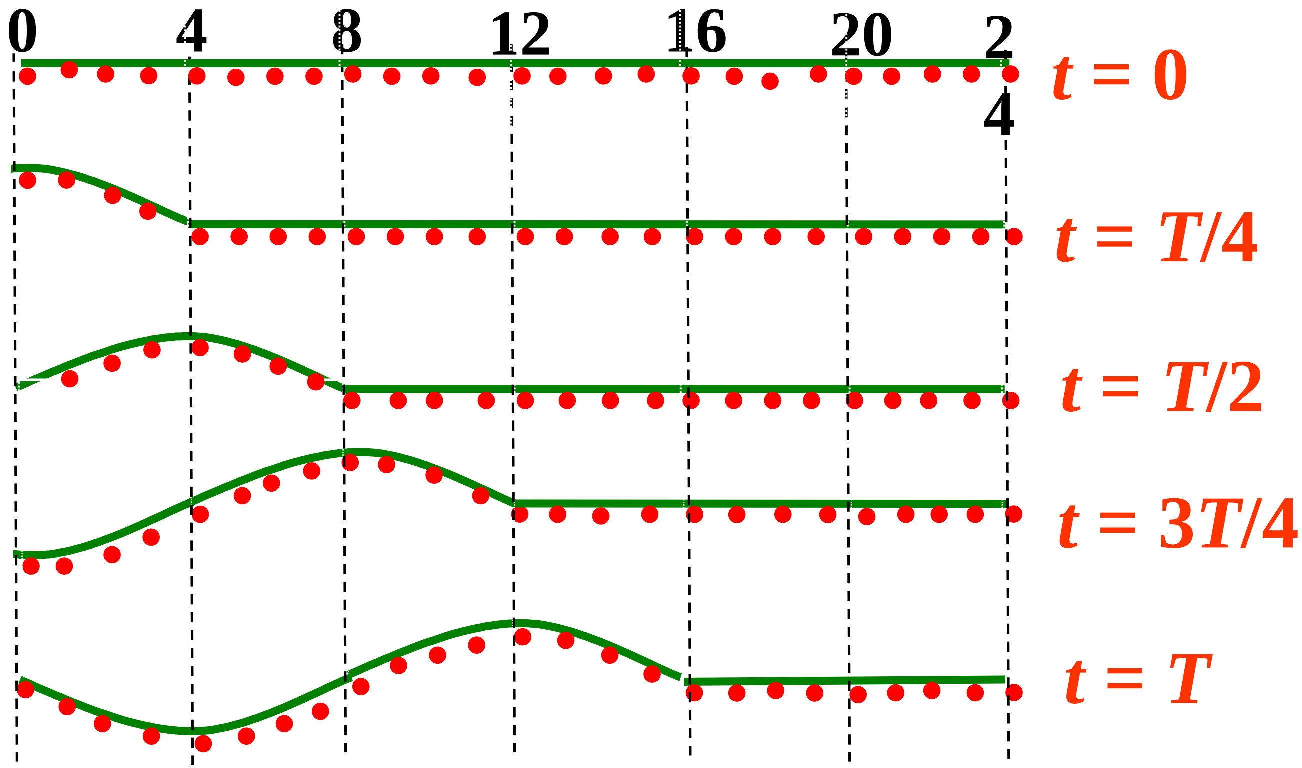
由波源决定（波源、观测者均不动时）

3. 空间周期：波长λ

$$\boxed{\lambda = uT}$$

由波源和媒质共同决定。

四、波动的传播特征：



各质元振动的周期（T）与波源相同，各质元的振动状态不同（即相位不同），沿波的传播方向，各质元相位依次落后

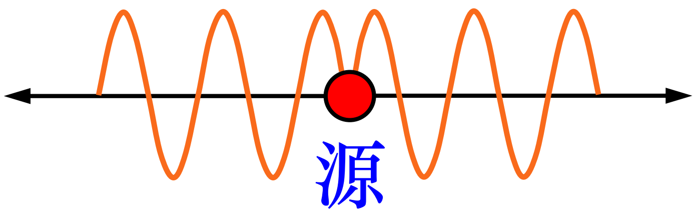
$$\frac{\Delta x}{\lambda}=\frac{\Delta \phi}{2\pi}=\frac{\Delta t}{T}$$

§5-3平面简谐波

一、平面简谐波概念 所有质点作谐振且波面为平面的波

二、平面简谐波的波动方程: $y=f(x,t)$

描述媒质中各质点位移y随各点平衡位置x和时间t变化的函数关系

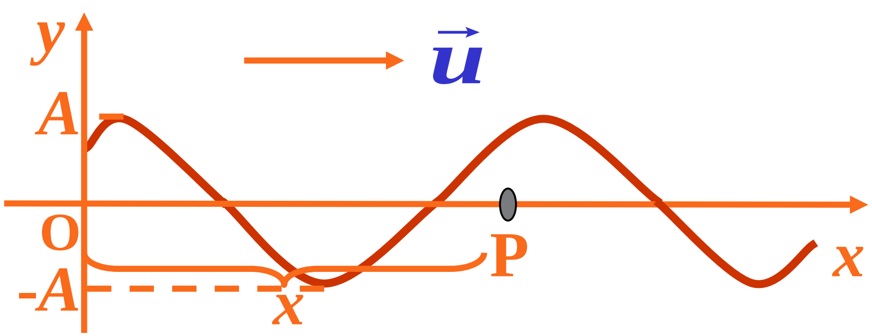


平面简谐波，在无吸收的、均匀无限大介质中传播。

以坐标原点O点为参考点

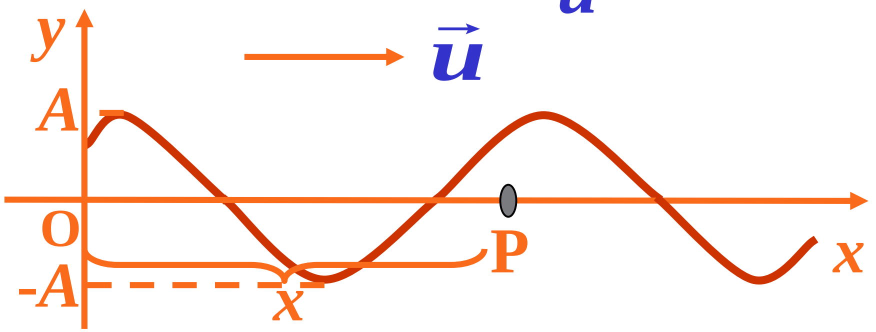
则O点处质点的振动方程为

$$y_0 = A\cos(\omega t+\varphi_0)$$



O点的任一振动状态传到P点，需要时间 $\Delta t=\dfrac{x}{u}$

$$y_P(x,t)=y_O(0,t-\frac{x}{u})$$

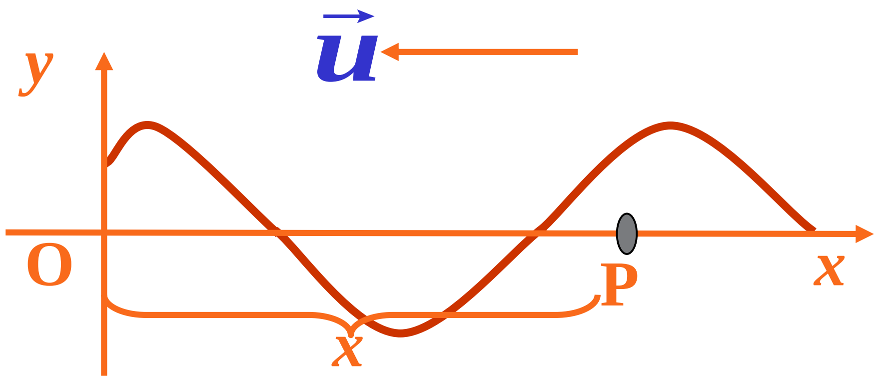


正向波波函数（波动方程）

$$y=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$$

P点比O点超前时间 $\Delta t=\dfrac{x}{u}$

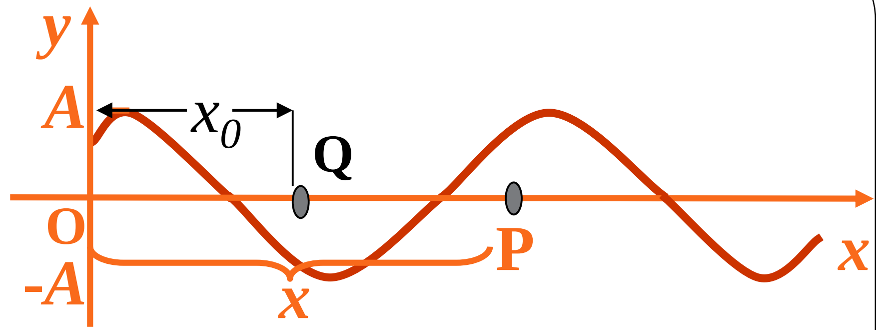
$$y_P(x,t)=y_O(0,t+\frac{x}{u})$$



反向波波函数

$$y=A\cos[\omega(t+\frac{x}{u})+\varphi_0]$$

以波线上x_0处点为参考点



则Q点处质点的振动方程为

$$y_{x_0} = A\cos(\omega t + \varphi_{x_0})$$

Q点的任一振动状态传到P点，需要时间 $\Delta t = \dfrac{x - x_0}{u}$

则波动方程： $y = A\cos[\omega(t \mp \dfrac{x - x_o}{u}) + \varphi_{x0}]$

其中：$\dfrac{x - x_o}{u}$ — 表示x处质元的振动落后(或超前）x_o处质元振动的时间

$\dfrac{\omega(x - x_o)}{u}$ — 表示x处质元的振动落后(或超前）于x_o处质元振动的相位

波动方程： $y = A\cos[\omega(t \mp \frac{x - x_o}{u}) + \varphi_{x0}]$

$\because \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$

$\lambda = uT$

波动方程其它形式

$$\begin{cases} y = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} \pm \frac{x - x_o}{\lambda}) + \varphi_{x0}] \\ y = A\cos[2\pi(\nu t \pm \frac{x - x_o}{\lambda}) + \varphi_{x0}] \\ y = A\cos\{\frac{2\pi}{\lambda}[ut \pm (x - x_o)] + \varphi_{x0}\} \end{cases}$$

结论：确定波动方程的二个条件

1. 已知$\vec{u}$

2. 波线上一点的振动方程

三、波动方程物理意义(正向传播波为例) $y = A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$

1. 在空间某位置 $x = x_1$，有

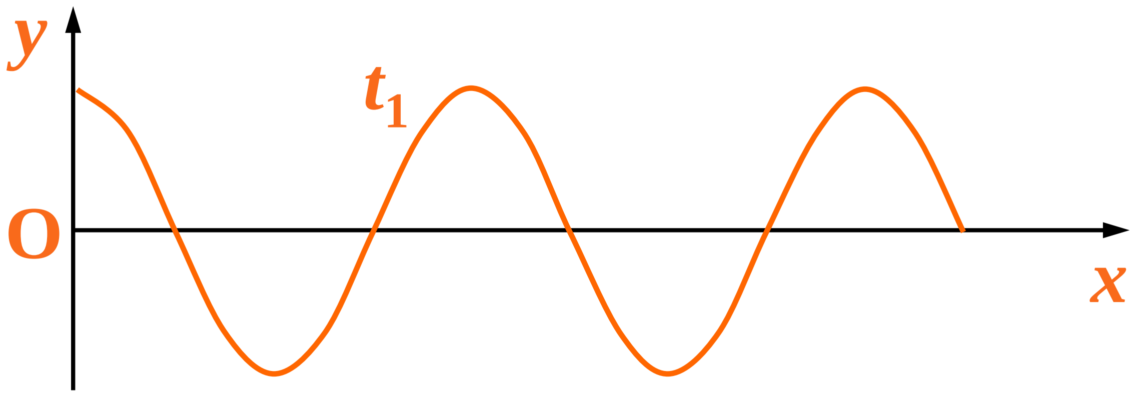
$$y = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x_1}{u}\right)+\varphi_o\right] = A\cos\left[\omega t+\left(\varphi_o-\frac{\omega x_1}{u}\right)\right]$$

它表示 $x = x_1$ 处的振动函数，其中 $\varphi_o-\dfrac{\omega x_1}{u}$ 为初相。

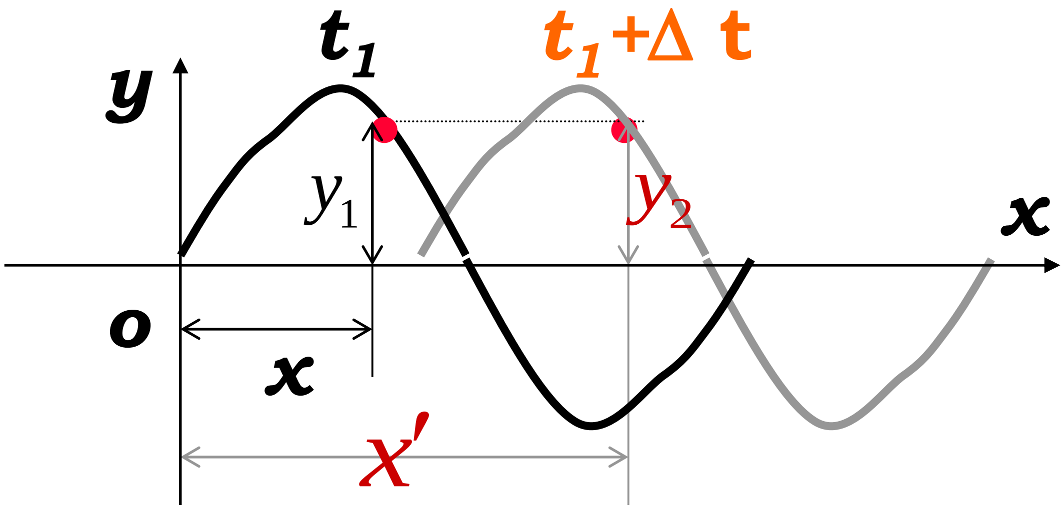
2. 在某时刻 $t = t_1$，有

$$y = A\cos\left[\omega\left(t_1-\frac{x}{u}\right)+\varphi_o\right]$$

它表示 $t = t_1$ 时刻的波形。



3. t 与 x 都发生变化(一般情形)



行波

$$y_1 = y_2$$

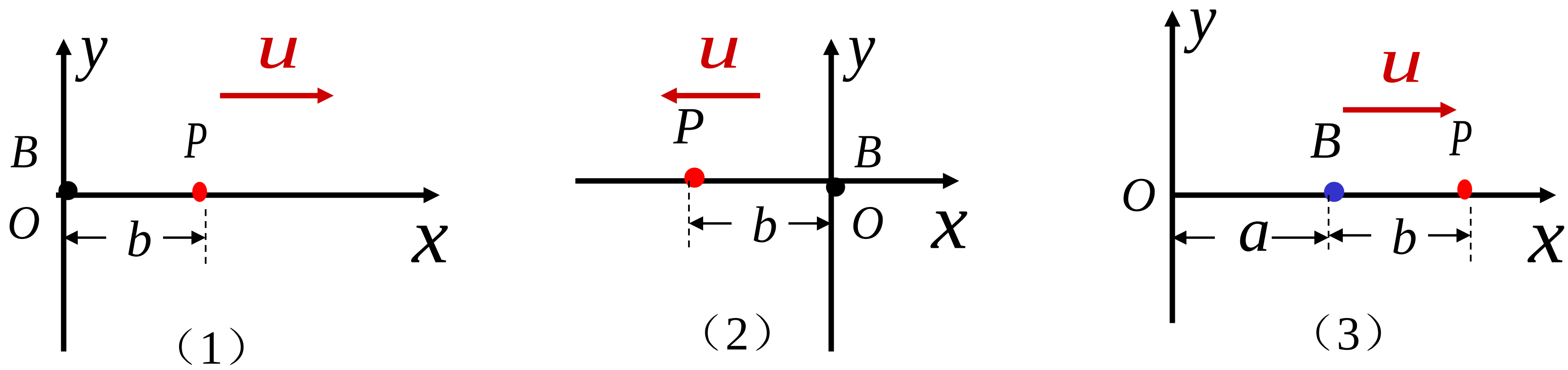
$$y_1|_{t=t_1}=A\cos[\omega\,(t_1 - x/u)+\varphi\,]$$

$$y_2\Big|_{t=t_1+\Delta t} = A\cos\left\{\omega\left[(t_1+\Delta t)-\frac{x'}{u}\right]+\varphi\right\}$$

$$x' = x + u\Delta t$$

表明经过 Δt，x处质元的振动状态向前传播到 x'处

[例]　已知波线上B点的振动规律为$y = A\cos(\omega t + \varphi)$，就下面三种坐标取法，分别列出波动表达式及$P$点的振动方程



解：

$$(1).y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi]$$

$$(2).y = A\cos[\omega(t + \frac{x}{u}) + \varphi]$$

$$(3).y = A\cos[\omega(t - \frac{x-a}{u}) + \varphi]$$

$\because$ (1)$x = b$

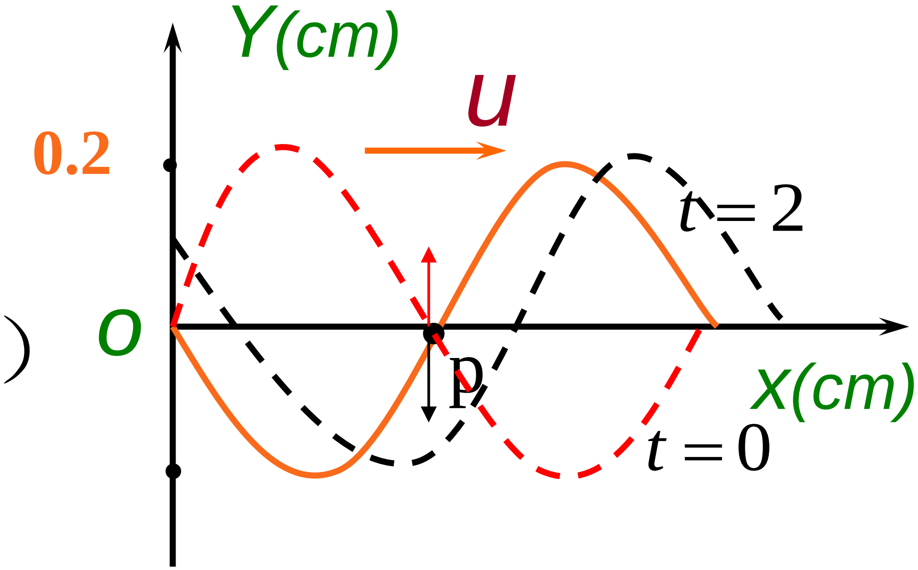
（2）$x = -b$

（3）$x = a + b$

$y = A\cos[\omega(t \mp \frac{x - x_0}{u}) + \varphi_{x0}]$ $\therefore y_P = A\cos[\omega(t - \frac{b}{u}) + \varphi]$

[例]　已知：$T = 4S$

求：P点的振动方程



解：$y_P = A\cos(\omega t + \varphi_p)$

方法一：
$$\left.\begin{aligned} &\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \\ &\omega \times 2 + \varphi_p = \frac{\pi}{2} \end{aligned}\right\} \varphi_p = -\frac{\pi}{2}$$

$\varphi_p = \frac{\pi}{2}$ ×

方法二：由$t=0$波形图可知：$\varphi_p = -\frac{\pi}{2}$

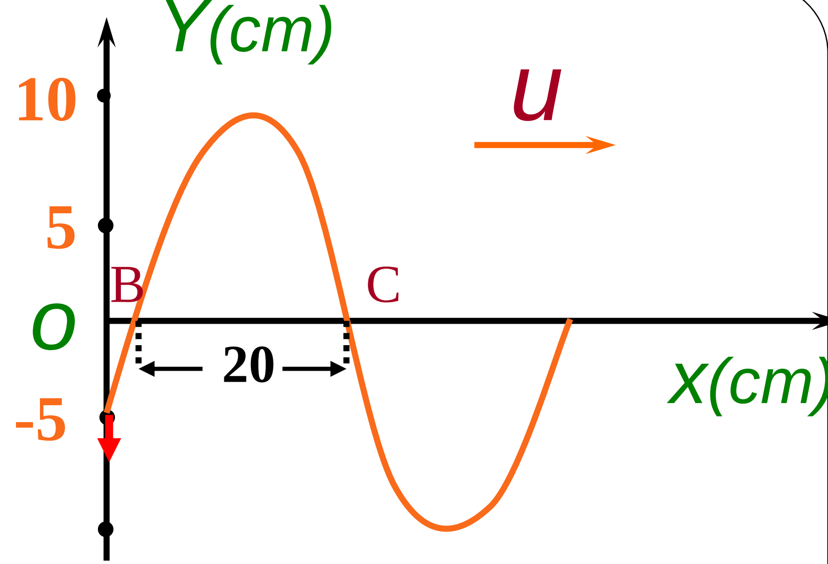
$$\therefore\ y_P = 0.2\cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right)(cm)$$

[例]　已知：波动$T=2S$，

$t=0$时刻波形如图示

求：　(1) 波动方程，

(2) $\overline{OB}$长度。

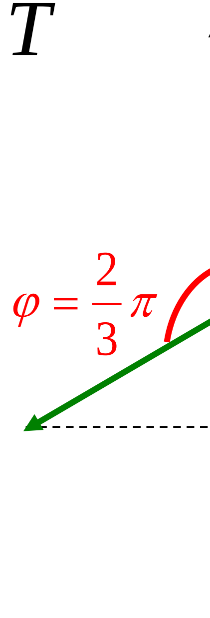


解：

(1) $T=2$，$\lambda=40$，$u=\dfrac{\lambda}{T}=20$，$A=10$，$\omega=\dfrac{2\pi}{T}=\pi$

且$t=0$时：$y_o=-5$，$v_o<0$

$\therefore \varphi_O=\dfrac{2}{3}\pi$　　$y_o=10\cos[\pi t+\dfrac{2}{3}\pi](cm)$



波动方程：$y=10\cos[\pi(t-\dfrac{x}{20})+\dfrac{2}{3}\pi]$

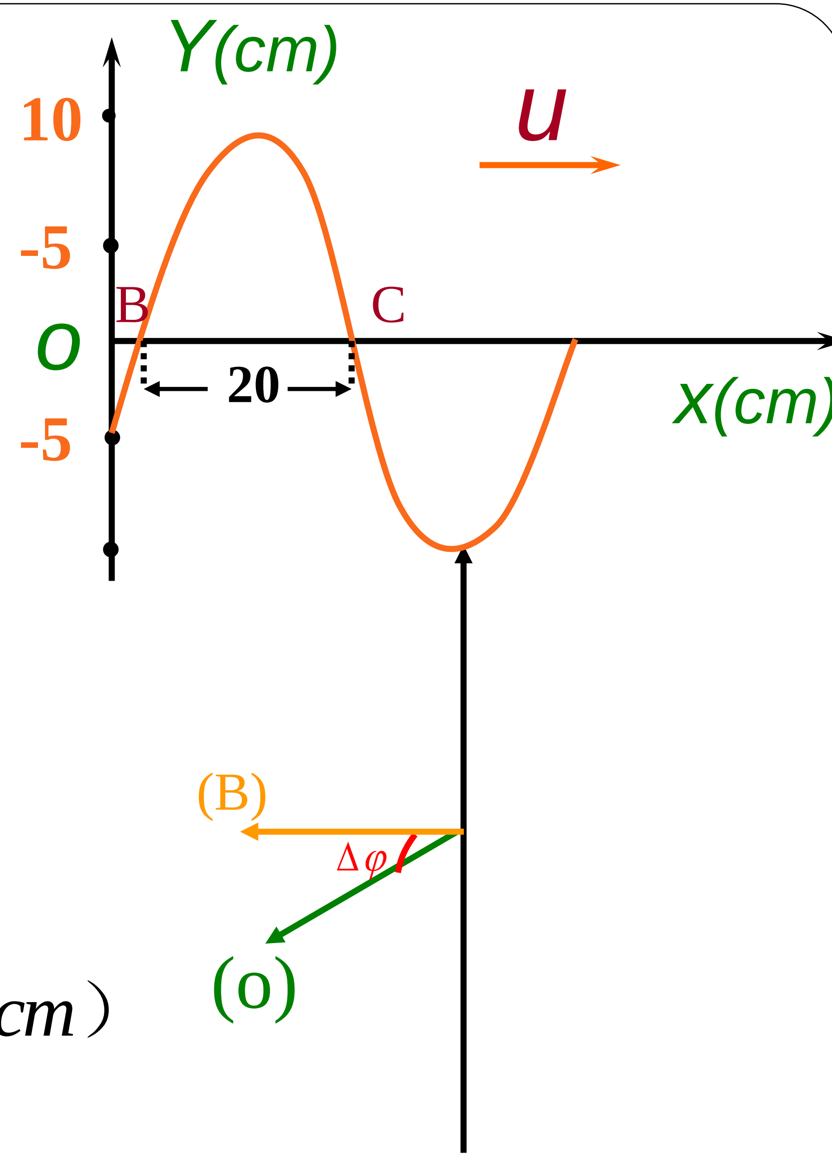
(2) $\overline{OB}$长度

解：$\overline{OB} = (\varphi_O - \varphi_B)\dfrac{\lambda}{2\pi}$

$\because t = 0$时：$y_B = 0$，$v_B < 0$

$\therefore \varphi_B = \dfrac{\pi}{2}$

则：$\overline{OB} = (\dfrac{2}{3}\pi - \dfrac{\pi}{2}) \cdot \dfrac{40}{2\pi} = 3.33(cm)$



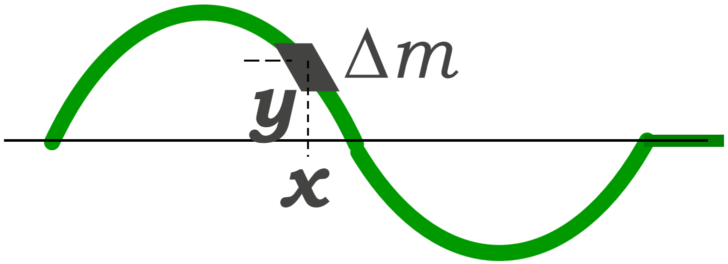
讨论：1. 求C点振动方程

2. 若此y~x为t=1s时波形，波动方程？

$$\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta \varphi}{2\pi}$$

§ 5-4 机械波的能量

$$y = A\cos\omega(t - x/u)$$



波动过程又是能量的传播过程

一、能量和能量密度

(1)动能 $$\Delta W_k = \frac{1}{2}\Delta m v^2 = \frac{1}{2}(\rho\Delta V)(\frac{\partial y}{\partial t})^2$$

$$= \frac{1}{2}\rho\Delta V A^2\omega^2\sin^2\omega(t - \frac{x}{u})$$

(2)势能 $$\Delta W_p = \frac{1}{2}\rho u^2\Delta V(\frac{\partial y}{\partial x})^2$$

$$= \frac{1}{2}\rho\Delta V A^2\omega^2\sin^2\omega(t - \frac{x}{u}) = \Delta W_k$$

(证明省略，参阅课本)

(3)总能量 $\Delta W=\Delta W_k+\Delta W_p=\rho\Delta VA^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$

(4) $\mathbf{W}_{波}$与$\mathbf{E}_{振}$之比较

波动（体元）	振动（系统）
（非孤立系统） $W_{波}$随t变化，不守恒 体元在不断接受或放出能量	（孤立系统） $E_{振}$不随t变化，守恒
$W_{k波}$、$W_{p波}$同步变化	$E_{k振}$、$E_{p振}$此消彼长

（5）能量密度：单位体积内的能量

$$\varepsilon=\Delta W/\Delta V=\rho A^2\omega^2\sin^2\omega(t-x/u)$$

（6）平均能量密度：能量密度在一个周期内的平均值

$$\bar{\varepsilon}=\frac{1}{T}\int_0^T\varepsilon dt=\rho A^2\omega^2\{[\int_0^T\sin^2\omega(t-x/u)dt]/T\}=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$$