1. 试简述一力学量为守衡量的条件及守衡量有哪些性质.

2. 某一角动量算符满足

$$\vec{J}\times\vec{J}=i\hbar\vec{J}$$

如果定义： $J_+ = J_x + iJ_y$, $J_- = J_x - iJ_y$

试证明：(1) $[J_Z, J_\pm]=\pm\hbar J_\pm$ ； (2) $[J^2, J_\pm]=0$

3. 已知一厄密算符在正交归一基矢 $\{|u_1\rangle, |u_2\rangle, |u_3\rangle\}$ 张成的三维空间 中取如下矩阵形式

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

求其本征值和本征矢.

4. 实际氦原子的基态当然是非简并的。但是，考虑一假想的氦原子，其中两个带负电的，自旋为 1 的全同粒子代替了原来的两个电子。对这种假想的氦原子，问其基态的简并度是多少？给出你的理由（忽略与自旋有关的作用）。

5. 试写出一被束缚在半径为 a 的圆周上运动的粒子的能量本征方程，并求解之。

6. 对于坐标 x 构成算符 $e^{\hat{x}}$

(1) 证明它是厄密算符;

(2) 求出它在坐标、动量表象中的表示。

7. 有一在 $\frac{1}{2}m\omega^2x^2$ 势作用下的一维谐振子，它在某一瞬时的波函数为

$$\psi(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\psi_5(x)-\frac{1}{2}\psi_6(x)$$

式中 $\psi_n(x)$ 为其归一化的本征函数，相应的本征值为

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$$

(1) 求这一时刻的能量平均值;
(2) 求这一时刻的位置平均值;
(3) 过了一秒钟后，能量平均值和位置平均值是否发生变化？为什么？

8. 有一三电子系统，电子有三种可能的轨道态φ_A，φ_B，φ_C和两种自旋态χ_+，χ_-。则系统的反对称波函数的数目是多少？并举出两个具体例子。

9. 已知体系的哈密顿算符在某表象中的矩阵表示为

$$H = \begin{pmatrix} 2\varepsilon & 0 & \varepsilon \\ 0 & 2\varepsilon & 0 \\ \varepsilon & 0 & 2\varepsilon \end{pmatrix}$$

(1) 求体系能量本征值及归一化本征矢;
(2) 求将H对角化的幺正变换矩阵。

10. 在s_z表象中，求在s_z的相应于本征值为$+\frac{\hbar}{2}$的本征态中，s_x的可能值及相应的几率。如果在s_x表象中求解上述问题，会得到什么结果？

11. 试证明守恒量的平均测量值不随时间变化。

12. 在轨道角动量算符L^2和L_z的共同本征态$Y_{lm}(\vartheta,\varphi)$下，计算下列期望值:

(1) $\overline{L}_x$和$\overline{L}_y$； (2) $\overline{L_x^2}$和$\overline{L_y^2}$； (3) $\overline{\Delta L_x^2}$和$\overline{\Delta L_y^2}$。

13. 自旋$s=0$的三个全同粒子处在某有心力场中，忽略粒子之间的相互作用。三个粒子所处单粒子定态的量子数n_r和l均相同，且$l=1$。求体系的可能的状态数，并且用简练的形式（如 Dirac 符号）表示之。

14. 设哈密顿量在能量(H_0)表象中的矩阵为

$$\begin{pmatrix} E_1 & b \\ b & E_2 + a \end{pmatrix}$$

其中a、b为小量。

(1) 用微扰法求能级至二级修正值;

(2) 求准确的能级值，与(1)的结果进行比较确定微扰法的准确度及适用条件。

15. 考虑一个具有三维态空间的物理体系。在态空间选定一组正交归一基，在这组基下，哈密顿量可用矩阵

$$H = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

表示。

(1) 当测量系统的能量时，可能的结果是什么？

(2) 一个粒子处于$|\psi\rangle$，用这组基表示为$\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} i \\ -i \\ i \end{pmatrix}$，求$\langle H \rangle$、$\langle H^2 \rangle$和$\Delta H$。

16. 考虑两个粒子体系，每个粒子都有自己的角动量$\vec{L}_1$和$\vec{L}_2$。证明$\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2$是一个角动量算符，即满足对易关系

$$\vec{L} \times \vec{L} = i\hbar \vec{L}$$