

2018-3-28 第 7-8 次作业

一、课本：思考题 2-1 到 2-7；

2-1 不对，因为滑动摩擦力可以做正功。

2-2 不对，是作用力与反作用力总是大小相等，方向相反，而不是做的功。以摩擦力为例，发生相对滑动的上下放置的物体，两者之间摩擦力做功不一样。

2-3 反弹回去的物体给地面的冲量大。根据动量定理的公式可以看出来。

2-4 根据动量定理，作用时间越短，力越大，石头很容易碎掉。因为是大石头，作用面积很大，因此石头下方的人，毫无损伤。

2-5 对匀速圆周运动的质点，对圆周上一点，角动量不守恒。对通过圆心与圆面垂直的轴上任意一点，角动量守恒。可由角动量的定义式推出。

2-6 (1) 动能定理 (2) 功能原理 (3) 机械能守恒定律

2-7 不正确。根据动量定理，物体运动一周，冲量为零。

习题：2-1 到 2-11（如果有题目和作业本上的一样，做到作业本上）

2-1

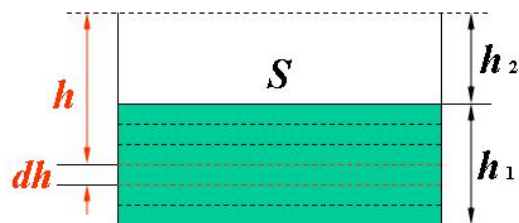
$$dW = \rho(Sdh)gh$$

$$W = \int_{h_2}^{h_1+h_2} \rho Sgh dh$$

$$= \frac{1}{2} \rho Sg (h_1^2 + 2h_1h_2)$$

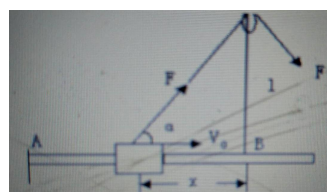
$$= \frac{1}{2} \times 10^3 \times 50 \times 9.8 \times (1.5^2 + 2 \times 1.5 \times 5)$$

$$= 4.23 \times 10^6 J$$



$$\eta Pt = W \Rightarrow t = \frac{W}{\eta P} = \frac{4.23 \times 10^6}{80\% \times 35 \times 10^3} = 151 s$$

2-2



$$(1) A = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int F \cos \alpha dx = \int_0^{3l} F \frac{x}{\sqrt{x^2 + l^2}} dx = Fl$$

$$(2) A = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = Fl$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{2Fl}{m} + v_0^2}$$

2-3

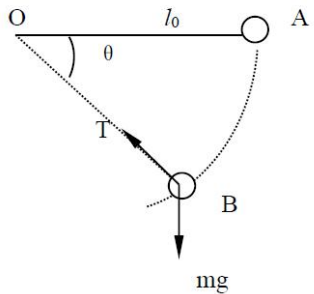
解: $mg l_0 \sin \theta = \frac{1}{2} m v_B^2$

$$v = \sqrt{2g l_0 \sin \theta}$$

$$a_n = \frac{v^2}{l_0} = \frac{(\sqrt{2g l_0 \sin \theta})^2}{l_0} = 2g \sin \theta$$

$$mg \cos \theta = m a_t \quad a_t = g \cos \theta$$

$$T - mg \sin \theta = m \frac{v^2}{l_0}$$

$$T = mg \sin \theta + 2mg \sin \theta = 3mg \sin \theta$$


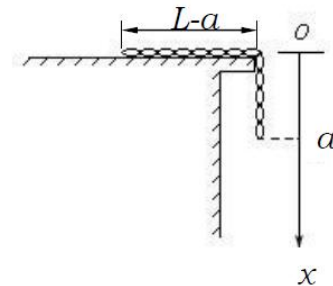
2-4

一根均匀链条的质量为 m ，总长为 l ，一部分放在光滑的桌面上，另一部分从桌面边缘下垂，下垂的长度为 a ，开始时链条静止，求链条刚好全部离开桌面时的速率。

解：根据机械能守恒，设桌面为重力势能的零点

$$-\frac{m}{l} a g \frac{a}{2} = -mg \frac{l}{2} + \frac{1}{2} m v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{g}{l} (l^2 - a^2)}$$



2-5 一弹簧，原长为 l_0 ，劲度系数为 k 上端固定，下端挂一质量为 m 的物体，先用手托住，使弹簧不伸长。

(1) 如将物体托住慢慢放下，达静止（平衡位置）时，弹簧的最大伸长和弹性力是多少？

(2) 如将物体突然放手，物体到达最低位置时，弹簧的伸长和弹性力各是多少？物体经过平衡位置时的速度是多少？

解: (1) $F - mg = 0$

设弹簧最大伸长为 x_m

$$F = k x_m = mg \Rightarrow x_m = \frac{mg}{k} \Rightarrow F = mg$$

(2) 若将物体突然释放到最大位置，选最低点为参考点。由机械能守恒，得：

$$mg x_m = \frac{1}{2} k x_m^2 \Rightarrow F = k x_m = 2mg \Rightarrow x_m = \frac{2mg}{k}$$

物体在平衡位置时， $F = mg = k x_0$

选平衡位置为参考点，由机械能守恒，得：

$$mg x_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} k x_0^2$$

$$mgx_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}kx_0^2$$

将 $x_0 = \frac{mg}{k}$ 代入, 得:

$$mg \frac{mg}{k} = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}k \left(\frac{mg}{k}\right)^2$$

$$v_0^2 = \frac{m}{k}g^2 \quad \longrightarrow \quad v_0 = g\sqrt{\frac{m}{k}}$$

2-6

弹簧的弹性系数为 k , 一端固定, 另一端与质量为 m 的物体相连, 物体与桌面的摩擦系数为 μ , 若以不变的力 F 拉物体由平衡位置 O 自静止开始运动, 求:

- (1) 物体到达最远处离平衡位置的距离。
- (2) 物体在什么位置速度最大? 最大速度为多少?

解: (1) 物体、弹簧为系统, 根据功能原理。

$$\text{不变的力 } F \text{ 拉物体得: } (F - \mu mg)x_{\max} = \frac{1}{2}kx^2$$

$$x_{\max} = \frac{2(F - \mu mg)}{k}$$

- (2) 速度最大处为水平合力瞬时为 0 处 (即力的平衡位置)

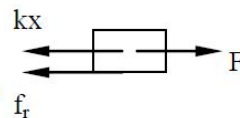
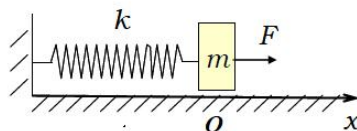
此时弹簧伸长为 x_0 :

$$F - \mu mg - kx_0 = 0$$

$$x_0 = \frac{F - \mu mg}{k}$$

$$\text{由功能原理得: } (F - \mu mg)x_0 = \frac{1}{2}kx_0^2 + \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$\therefore v = \frac{F - \mu mg}{\sqrt{km}}$$



2-7 一质量 $m = 0.14\text{kg}$ 的垒球沿水平方向以 $v_1 = 50\text{m/s}$ 的速率投来, 经棒打击后, 沿仰角 $= 45^\circ$ 的方向向回飞出, 速率变为 $v_2 = 80\text{m/s}$. 求棒给球的冲量的大小与方向。若球与棒接触的时间为 $t = 0.02\text{s}$, 求棒对球的平均冲力大小。它是垒球本身重量的几倍?

解: 如图, 设垒球飞来方向为 x 轴方向。棒对球的冲量大小为

$$I = |m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1|$$

$$= m\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos\alpha}$$

$$= 16.9\text{N}\cdot\text{s}$$

方向: 与 x 轴夹角 $\theta = 180^\circ - \arctan \frac{mv_2 \sin \alpha}{mv_1 + mv_2 \cos \alpha}$

$$= 152^\circ 2'$$

棒对球的平均冲力

$$\bar{F} = \frac{I}{\Delta t} = \frac{16.9}{0.02} = 845 \text{ N}$$

此力为垒球本身重量的

$$\frac{\bar{F}}{mg} = \frac{845}{0.14 \times 9.8} = 616 \text{ 倍}$$

2-8 自动步枪连发时每分钟可射出 120 发子弹，每颗子弹质量为 7.9g，出口速率为 735m/s，求射击时所需的平均力。

解：枪射出每发子弹所需时间： $\Delta t = 60/120 = 0.5\text{s}$ ，对子弹应用动量定理：

$$\bar{F}\Delta t = \Delta p, \bar{F} = \Delta p / \Delta t = mv / \Delta t = 7.9 \times 10^{-3} \times 735 / 0.5 = 11.6 \text{ N}$$

2-9 矿砂由料槽均匀落在水平运动的传送带上，落沙流量为 $q=50\text{kg/s}$ 。传送带匀速运动 $v=1.5\text{m/s}$ 。求电动机拖动皮带的功率，这一功率是否等于单位时间内落沙获得的动能？为什么？

$$f dt = dm(v - 0)$$

$$f = \frac{dm}{dt} v = qv$$

$$P = Fv = qv^2$$

$$\frac{dE_K}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dm \cdot v^2}{dt} = \frac{1}{2} P$$

$$dt \text{ 内, 沙平均移动 } s = \frac{v dt}{2}$$

$$\text{单位时间内, 摩擦力做功为: } A = -\frac{fs}{dt} = -\frac{qv^2}{2}$$

2-10

雨天，大量雨滴以速率 v 落在表面积为 S 的屋顶上，已知雨滴下落方向与屋顶平面的法线成 α 角，雨滴在单位体积内的雨滴数为 n ，每一雨滴的质量为 m 。设雨滴落到屋顶后速率变为零，求雨滴对屋顶产生的平均正压力。

解：设 M 为 Δt 时间内落到屋顶的总质量

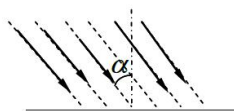
根据动量定理屋顶对其的冲量为动量的变化：

$$\begin{aligned} \vec{f}_n \Delta t &= 0 - Mv \cos \alpha = -(nv \Delta t \cos \alpha S)mv \cos \alpha \\ &= -nv^2 m \cos^2 \alpha S \Delta t \end{aligned}$$

$$\therefore \vec{f}_n = -nmv^2 \cos^2 \alpha S$$

屋顶受到的压力大小与 \vec{f}_n 相同，方向相反

$$\therefore \text{平均压力 } P = \frac{\vec{f}_n}{S} = nmv^2 \cos^2 \alpha$$



2-11 一辆装煤车以 $v=3\text{m/s}$ 的速率从煤斗下面通过,每秒钟落入车厢的煤为 $\Delta m=50\text{kg}$.如果使车厢的速率保持不变,应用多大的牵引力拉车厢?

解: $t, m; dt, dm$

m, dm 研究对象,

质点系水平方向总动量

t 时刻 mv

$t+dt$ 时刻 $(m+dm)v$

$$dp = dm \cdot v = F \cdot dt$$

$$F = \frac{dm}{dt} \cdot v = \Delta m \cdot v = 1.5 \times 10^2 \text{N}$$

