热学
习题课

气体动理论

- 理想气体平衡态
  - 状态方程：$PV = \frac{m}{M}RT \rightarrow P = nkT$
  - 统计平均值
    - $P = \frac{2}{3}n\overline{\varepsilon_k}$
    - $T = \frac{2\overline{\varepsilon_k}}{3k} \rightarrow \overline{\varepsilon_k} = \frac{3}{2}kT$
  - 统计规律
    - 能量均分定理
      - $\varepsilon = \frac{1}{2}kT$
      - $E_{内} = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT$
    - 麦速率分布律 $\boldsymbol{f(v) = \frac{dN}{Ndv}} \rightarrow \bar{v}, \sqrt{\overline{v^2}}, v_p$
  - 碰撞问题：$\bar{Z} = \sqrt{2}\pi d^2\bar{\upsilon}n \propto \frac{P}{kT}\sqrt{\frac{T}{M}}$　$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$

两条统计规律:

1. 能均分定理

分子每自由度平均动能 $\frac{1}{2}kT \longrightarrow$ 分子平均动能 $\bar{\varepsilon}=\frac{i}{2}kT$

$\longrightarrow$ 理想气体内能 $E=N\frac{i}{2}kT=\frac{m}{M}N_0\frac{i}{2}kT=\frac{m}{M}\frac{i}{2}RT$

2. 麦克斯韦速率分布

分布律 $\frac{dN}{N}=f(v)dv$ 分子速率在（$v \longrightarrow v+dv$）内的几率

分布函数 $f(v)=\frac{dN}{Ndv}$ 分子速率处在v 附近单位速率区间内的几率

最可几速率

$$v_p=\sqrt{\frac{2RT}{M}}$$

意义：分子速率处在V_p附近的单位速率区间内的几率最大。

下列各式的物理意义分别为：

$$f(v)=\frac{\mathrm{d}N}{N\,\mathrm{d}v}$$

(1) $f(v)\mathrm{d}v$　速率在 v 附近 $\mathrm{d}v$ 间隔内的分子数占总分子数的比率。

或：分子速率介于$v\sim v+\mathrm{d}v$ 的概率

(2) $Nf(v)\mathrm{d}v$　分布在速率 v 附近 $\mathrm{d}v$ 间隔内的分子数。

或：分子速率介于 $v\sim v+\mathrm{d}v$ 内的分子数

(3) $\int_{v_1}^{v_2} f(v)\mathrm{d}v$　分布在速率区间 $v_1\rightarrow v_2$ 内的分子数占总分子数的比率

或：分子速率介于 $v_1\rightarrow v_2$ 内的概率

(4) $\int_{v_1}^{v_2} vf(v)\mathrm{d}v \Big/ \int_{v_1}^{v_2} f(v)\mathrm{d}v$　分布在速率$v_1\rightarrow v_2$区间的分子的平均速率

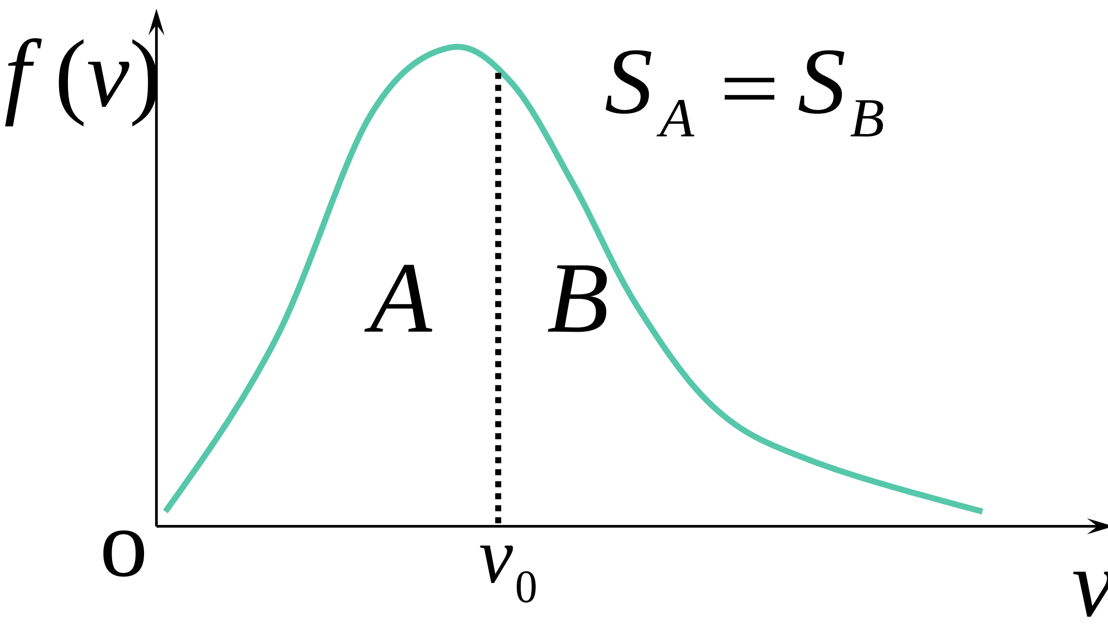
(5) $\int_0^{\infty} vf(v)\mathrm{d}v$　所有分子的平均速率

$$=\frac{\int_{v_1}^{v_2} Nvf(v)\mathrm{d}v}{\int_{v_1}^{v_2} Nf(v)\mathrm{d}v}=\frac{\int_{v_1}^{v_2} v\,\mathrm{d}N}{\int_{v_1}^{v_2}\mathrm{d}N}$$

问题1：某系统由两种理想气体A和B组成。其分子数分别是N_A和N_B，若在某一温度下，A和B气体各自的速率分布函数分别是$f_A(v)$和$f_B(v)$,则在同一温度下，由A和B组成的系统速率分布函数为…

$$f(v)=\frac{N_A f_A(v)+N_B f_B(v)}{N_A+N_B}$$

问题2：



气体分子速率大于v_0的分子数和小于v_0的分子数相等

热力学基础

热力学第一定律： $Q=\Delta E+A$

过程量

$$Q=\frac{m}{M}C(T_2-T_1)\begin{cases}Q_P=\dfrac{m}{M}C_P(T_2-T_1)\\ Q_V=\dfrac{m}{M}C_V(T_2-T_1)\end{cases}$$

$$C_P=C_V+R \qquad C_V=\frac{i}{2}R$$

$$\frac{C_P}{C_V}=\gamma$$

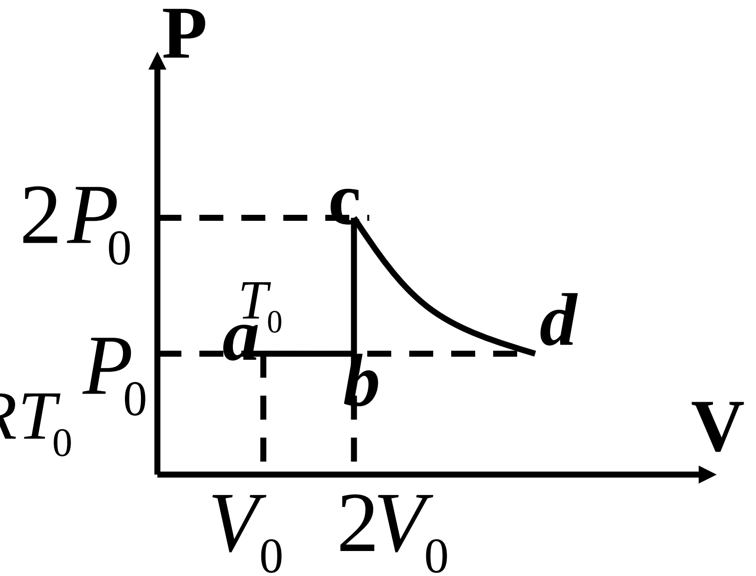
$$\Delta E=\frac{m}{M}\frac{i}{2}R(T_2-T_1)=\frac{m}{M}C_V(T_2-T_1)$$ 状态量

$$\begin{cases}PV=\dfrac{m}{M}RT\\ PV^n=C\end{cases}$$

$$A=\int_{V_1}^{V_2}PdV$$ 过程量 $$\begin{cases}A_V=0\\ A_P=P(V_2-V_1)\\ A_T=\dfrac{m}{M}RT\ln\dfrac{V_2}{V_1}\\ A_{绝热}=\dfrac{P_1V_1-P_2V_2}{\gamma-1}\end{cases}$$

循环: $$\begin{cases}\eta=\dfrac{A_{净}}{Q_{吸}}=\dfrac{Q_{吸}-|Q_{放}|}{Q_{吸}}=1-\dfrac{|Q_{放}|}{Q_{吸}}\xrightarrow{卡诺循环}\eta_C=1-\dfrac{T_2}{T_1}\\ w=\dfrac{Q_{吸}}{A}=\dfrac{Q_{吸}}{|Q_{放}|-Q_{吸}}\xrightarrow{卡诺循环}\omega_C=\dfrac{T_2}{T_1-T_2}\end{cases}$$

(考) 一汽缸内盛有1mol 温度为27 ^{0}C, 压强为1atm 的氮气(视为刚性双原子分子的理想气体). 先使它等压膨胀到原来体积的两倍,在等体升压使其压强变为 2atm, 最后使它等温膨胀到压强为1atm. 画出此过程的P-V图,并求氮气在全部过程中对外作的功,吸的热及其内能的变化.(R=8.31 J.mol^{-1}.K^{-1})



解: $a \to b$

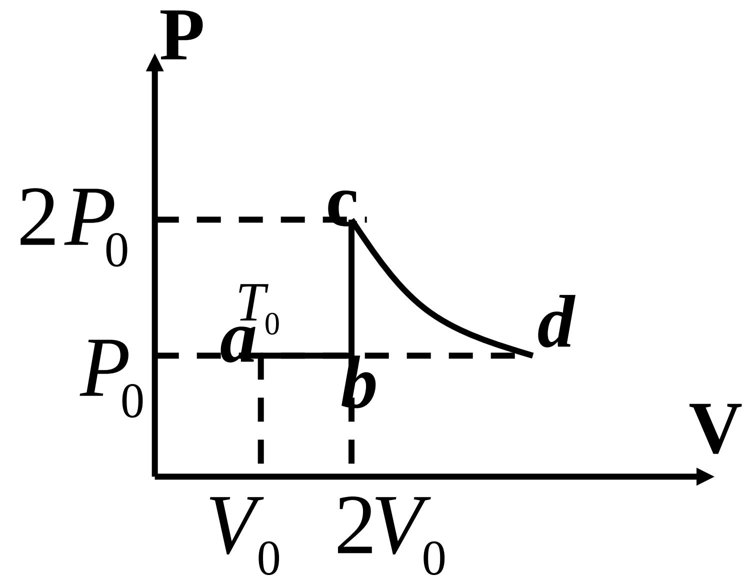
$$A_{ab} = P_0(2V_0 - V_0) = P_0V_0 = RT_0$$

$$\Delta E_{ab} = \frac{5}{2}R(T_b - T_0) = \frac{5}{2}P_0(2V_0 - V_0) = \frac{5}{2}RT_0$$

$$Q_{ab} = \frac{7}{2}RT_0$$

$b \to c$ $\quad A_{bc} = 0 \quad Q_{bc} = \Delta E_{bc} = \frac{5}{2}R(T_c - T_b) = 5P_0V_0 = 5RT_0$

$c \to d \qquad \Delta E_{cd} = 0$



$$Q_{cd} = A_{cd} = RT_c \ln \frac{P_c}{P_d} = 4P_0V_0 \ln 2$$

$$= 4RT_0 \ln 2$$

$$A_{总} = A_{ab} + A_{cd} = RT_0 + 4RT_0 \ln 2$$

$$= \ldots = 9.41 \times 10^3 J$$

$$\Delta E_{总} = \Delta E_{ab} + \Delta E_{bc} = \frac{5}{2}RT_0 + 5RT_0 = \ldots = 1.87 \times 10^4 J$$

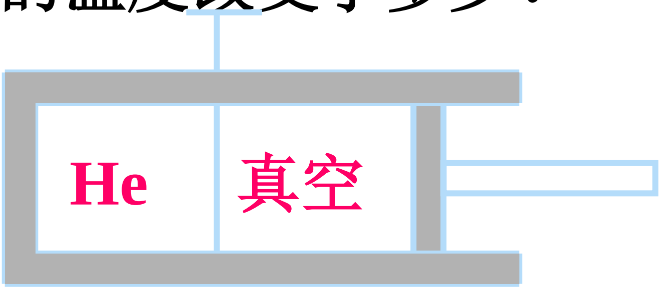
$$Q_{总} = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{cd} = \ldots = 2.81 \times 10^4 J$$

或: $Q_{总} = A_{总} + \Delta E_{总} = \ldots = 2.81 \times 10^4 J$

如图：器壁与活塞均绝热的容器中间被一隔板等分为两部分，其中左边有一摩尔处于标准状态的氦气（可视为理想气体），另一边为真空，现先把隔板拉开，待气体平衡后，再缓慢向左推活塞，把气体压缩到原来的体积。标准状态下温度为273K

（1）把隔板拉开，气体在整个容器达到平衡时，温度改变吗？压强改变吗？

（2）求气体被压缩到原来的体积时，氦气的温度改变了多少？



解（1） 温度：不变 压强：变 $p_1 = \dfrac{p_0}{2}$

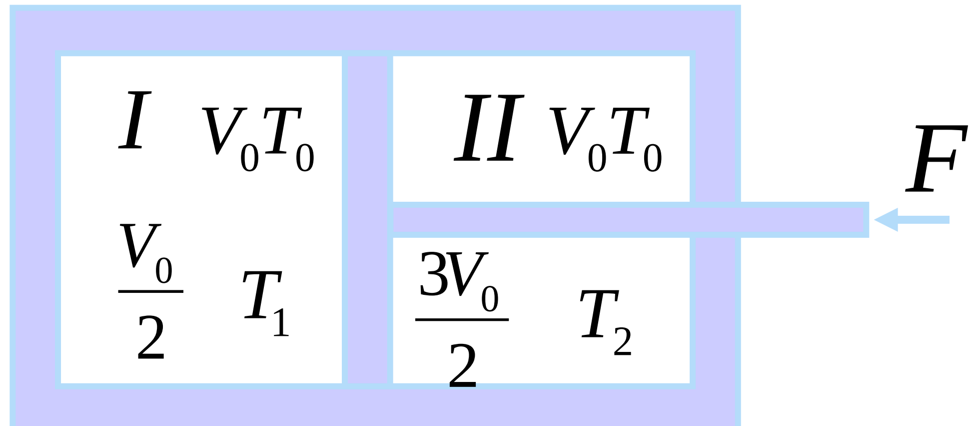
（2） $P_2 V_0^{\gamma} = P_1 V_1^{\gamma} = \dfrac{P_1}{2}(2V_0)^{\gamma}$

$$\rightarrow P_2 = 2^{\gamma-1} P_0$$

$$\frac{P_2 V_0}{T_2} = \frac{P_0 V_0}{T_0} \quad \rightarrow T_2 = 4^{1/3} T_0$$

$$\rightarrow \Delta T = T_2 - T_0 = \ldots = 160K$$

例：一个可以自由活动的绝热活塞（不漏气）把体积为$2V_0$的绝热容器分成相等的两部分 *I* 和 *II*。*I*、*II*中各盛有摩尔数为ν的刚性分子理想气体（分子的自由度为i），温度均为T_0，今用一外力作用于活塞杆上，缓慢地将*I*中的气体的体积压缩为原体积的一半，忽略摩擦以及和杆的体积，求：



（1）*I* 中内能的变化。

（2）外力作的功。

解（1）

$$\Delta E_1 = \nu \frac{i}{2} R(T_1 - T_0)$$

$$T_1 \left(\frac{V_0}{2}\right)^{\gamma-1} = T_0 V_0^{\gamma-1}$$

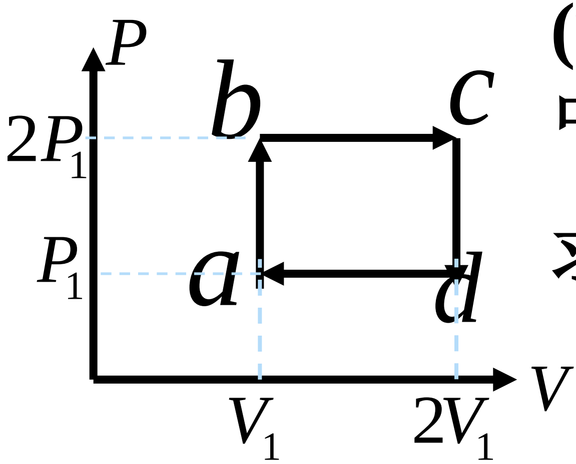
$$\gamma = \frac{i+2}{i}$$

$$\rightarrow \Delta E_1 = \frac{1}{2} \nu i R T_0 (2^{2/i} - 1)$$

（2）

$$\ldots \rightarrow \Delta E_2 = \frac{1}{2} \nu i R T_0 \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{2/i} - 1\right]$$

$$\rightarrow -A = \Delta E_1 + \Delta E_2 = \ldots$$



(考) 已知: 1mol 单原子理想气体 经图中循环, 初态(P_1V_1) 为已知.

求:循环效率

解:

$$\eta = \frac{A_{净}}{Q_{吸}}$$

$$A = (2P_1 - P_1)(2V_1 - V_1) = P_1V_1$$

$a \rightarrow b \rightarrow c$ 吸热

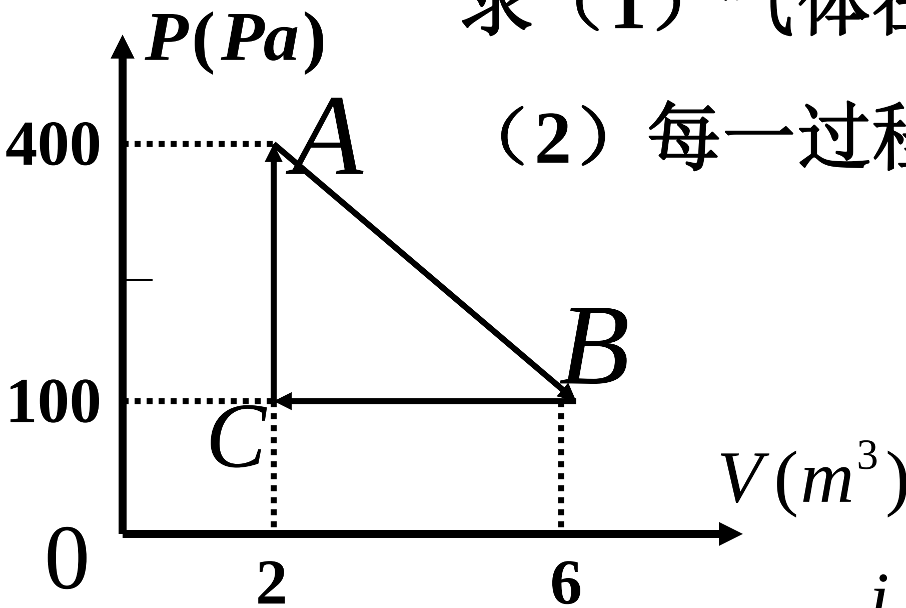
$$Q_{吸} = \frac{3}{2}R(T_3 - T_1) + A_{23} = \frac{3}{2}R(\frac{2P_1 2V_1}{R} - \frac{P_1V_1}{R}) + 2P_1V_1 = \frac{13}{2}P_1V_1$$

$$\eta = \frac{A_{净}}{Q_{吸}} = \frac{P_1V_1}{\frac{13}{2}P_1V_1} = 15.4\%$$

(考)： 已知：T_a**=300*K*，比热容比** $\gamma=1.4$

求（1）气体在状态B、C的温度；

（2）每一过程中气体所吸收的净热量。



解:（1）$\dfrac{P_A V_A}{T_A}=\dfrac{P_B V_B}{T_B}=\dfrac{P_C V_C}{T_C}$

$\rightarrow \boldsymbol{T_B=225K}$

$\rightarrow \boldsymbol{T_C=75K}$

（2）$\gamma=1.4=\dfrac{C_P}{C_V}=\dfrac{C_V+R}{C_V}=\dfrac{\frac{i}{2}R+R}{\frac{i}{2}R}\rightarrow i=5$

$$Q_{AB}=\frac{1}{2}(P_A+P_B)(V_B-V_A)+\frac{m}{M}\frac{5}{2}R(T_B-T_A)\quad\rightarrow Q_{AB}=500J$$

$$Q_{BC}=\frac{m}{M}C_P(T_C-T_B)=-1400J$$

$$Q_{CA}=\frac{m}{M}C_V(T_A-T_C)=1500J$$

第六章小题

自测P26：5；P27：6；P28：3
P32：5, 6；P34：3