第十章 真空中稳恒电流的磁场

§10.2 电流的磁场

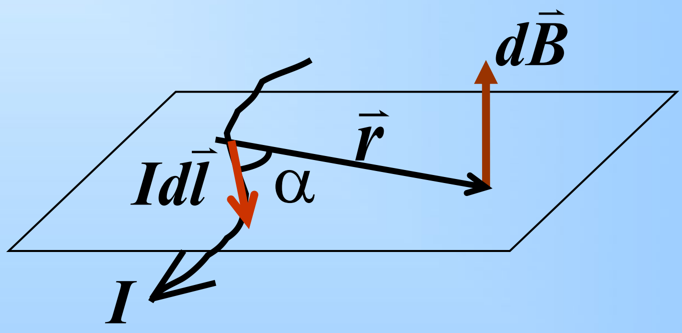
一、磁场 磁感应强度 $\vec{B}$

*实验结论： $\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}\rightarrow$ 洛仑兹力

*定义：$\begin{cases} \text{大小：} B=\dfrac{F}{qv\sin\theta}=\dfrac{F_m}{qv}\rightarrow 1T=10^4 Gs \\ \text{方向：} N\text{极指向（}+q: \vec{F}_m\times\vec{v}\text{方向）} \end{cases}$

二、毕奥-萨伐尔-拉普拉斯定律

1、毕-萨-拉定律



矢量式： $d\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{Id\vec{l}\times\vec{r}_0}{r^2}$

$\mu_0=4\pi\times10^{-7}(H/m$、亨利/米$)$真空磁导率

2. 磁场的叠加原理

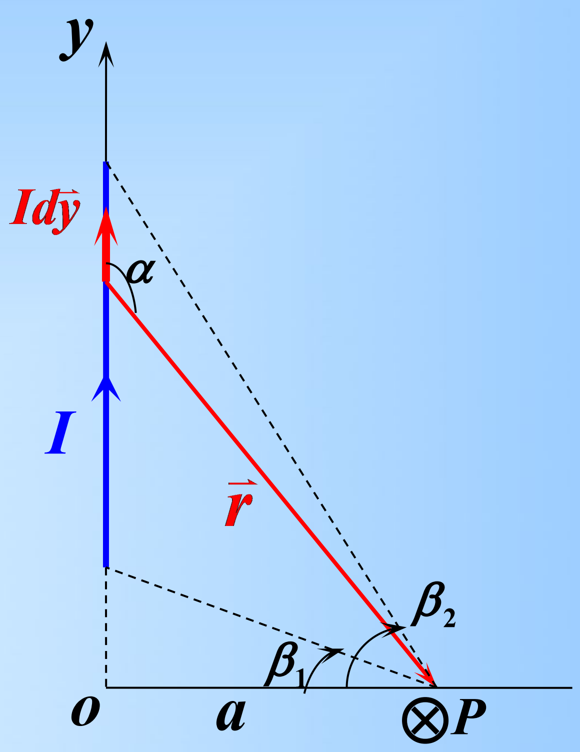
$$\begin{cases} \vec{B} = \int d\vec{B} \rightarrow \text{矢量积分（沿载流导线）} \\ \vec{B} = \sum \vec{B}_i \rightarrow \text{矢量和} \end{cases}$$

三、毕-萨-拉定律的应用

1. 求载流导线产生的磁场：

例1：求通电直导线（L、I）的磁场分布（求P点场强）

解：取电流元Idy



$$\begin{cases} dB_P = \dfrac{\mu_o}{4\pi} \cdot \dfrac{Idy \sin\alpha}{r^2} \\ \text{方向：} \otimes \end{cases}$$

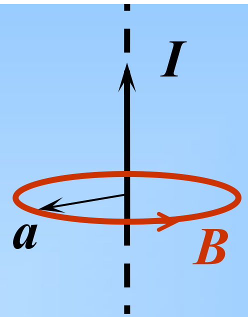
$$\left.\begin{aligned} &\sin\alpha = \cos\beta \\ &y = rtg\beta \\ &dy = a\sec^2\beta d\beta \\ &r^2 = a^2 + y^2 = a^2\sec^2\beta \end{aligned}\right\} dB_P = \frac{\mu_o}{4\pi a} I\cos\beta d\beta$$

每个电流元在 P点产生 $d\vec{B}_P$方向相同

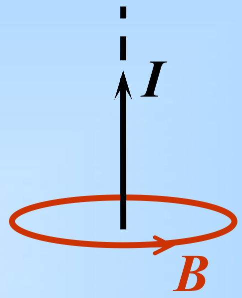
$$\therefore B_P = \int_L d\vec{B}_P = \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{\mu_o I}{4\pi a}\cos\beta d\beta = \frac{\mu_o I}{4\pi a}(\sin\beta_2 - \sin\beta_1)$$

讨 论:

*无限长载流导线 ($a<<L$)：$\beta_1=-\dfrac{\pi}{2}$，$\beta_2=\dfrac{\pi}{2}\rightarrow B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi a}$

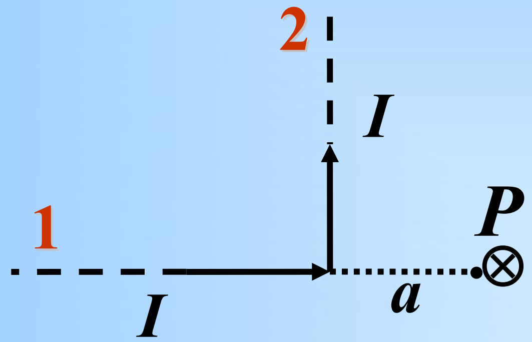


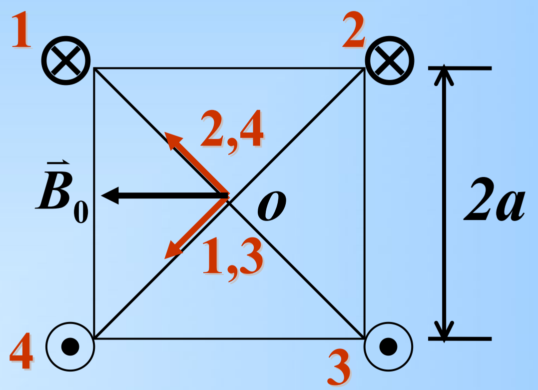
*半无限长载流导线：$\beta_1=0$，$\beta_2=\dfrac{\pi}{2}\rightarrow B=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi a}$



**P*点在导线延长线上：$Id\vec{l}\times\vec{r}_0=0\rightarrow\vec{B}=0$

*讨论： 1） $\vec{B}_P = ?$ 2） $\vec{B}_0 = ?$





$$B_1 = 0$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}$$

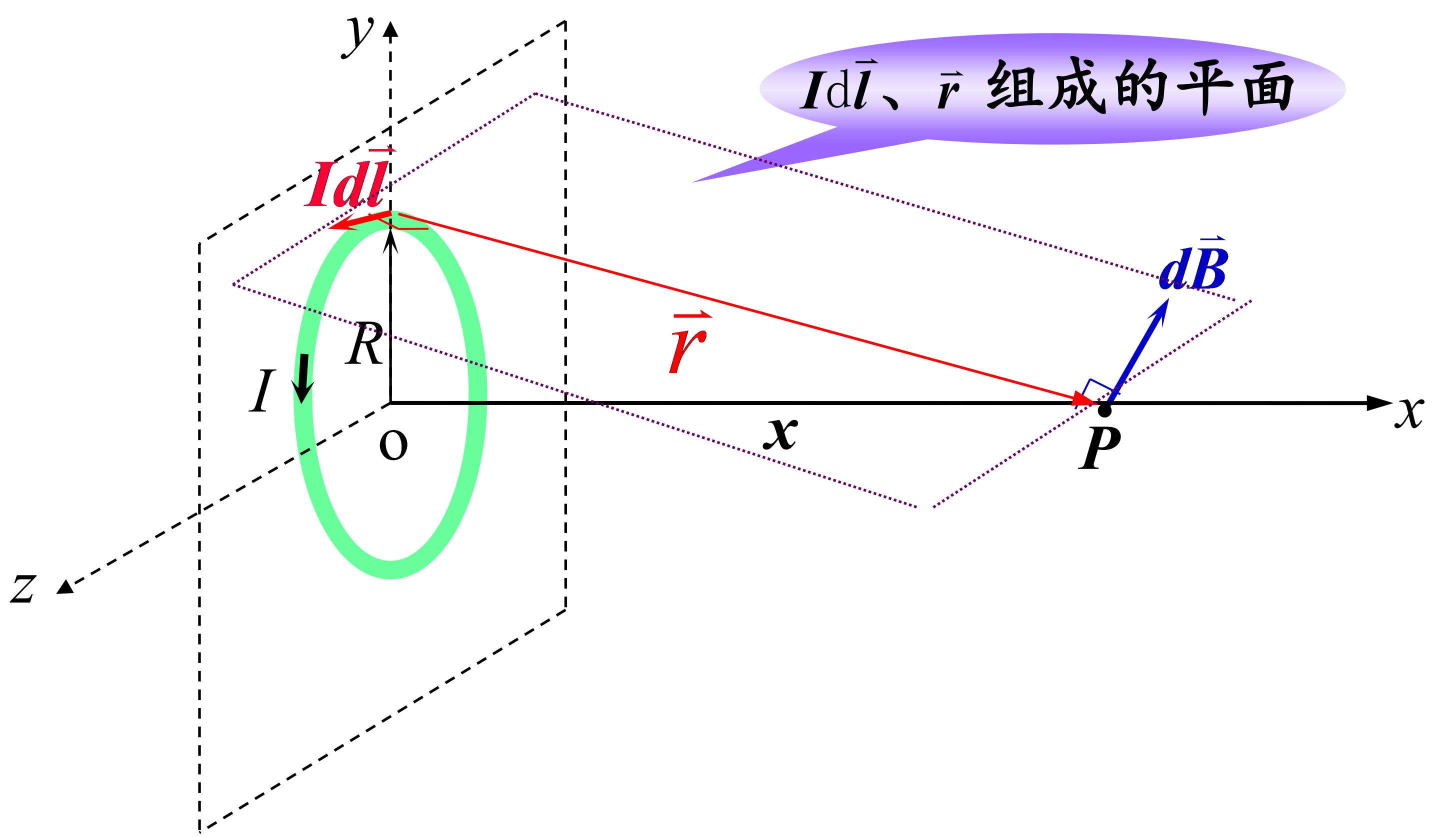
$$\rightarrow B_P = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}$$

$$B_1 + B_3 = 2\cdot\frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{2}a} = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi a}$$

$$B_2 + B_4 = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi a}$$

$$\therefore B_0 = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi a}\cdot\sqrt{2} = \frac{\mu_0 I}{\pi a}$$

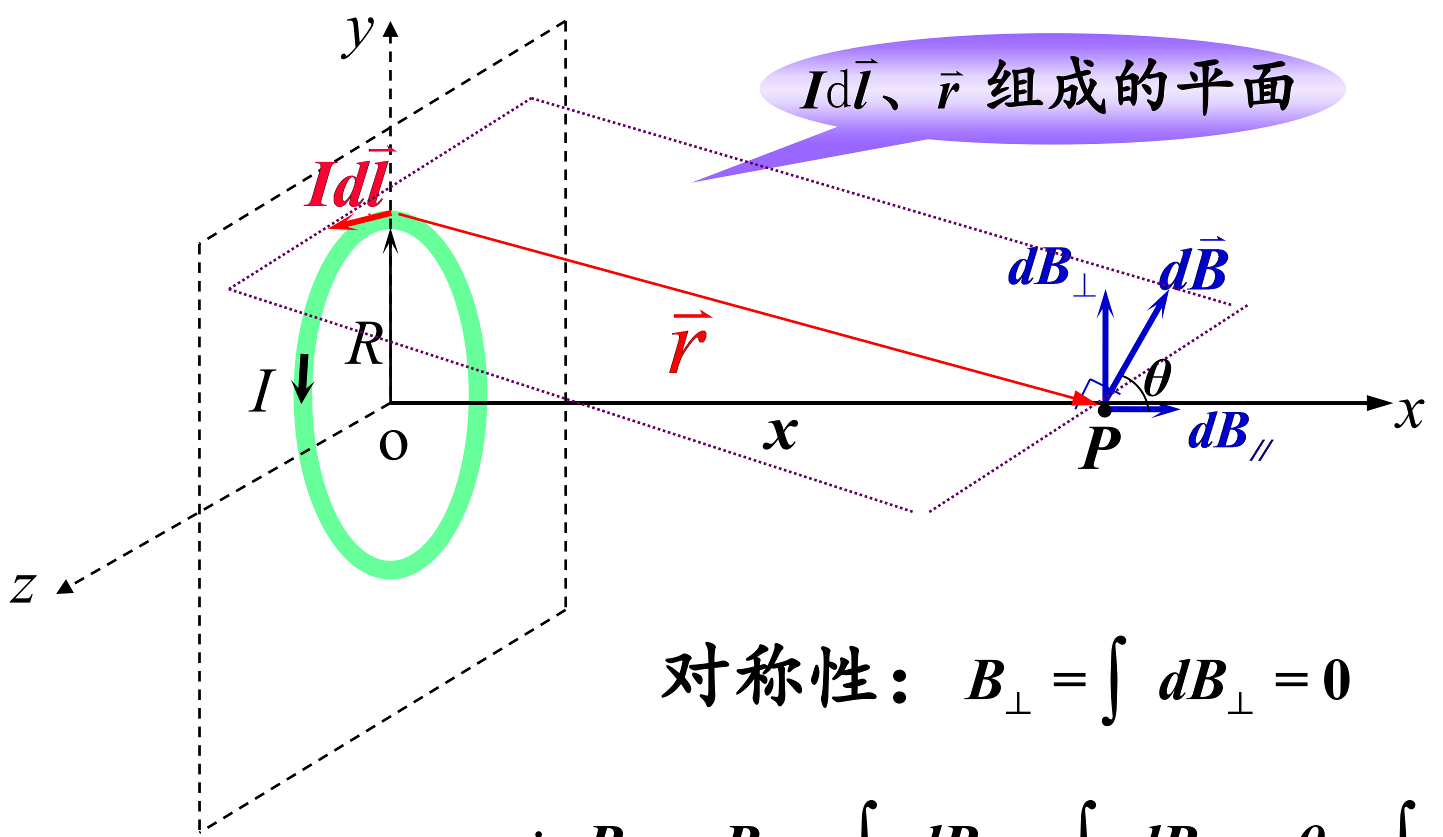
例2：求载流圆线圈（R、I）轴线上的场强分布



解：取电流元 $Id\vec{l}$ $\rightarrow P$点处：$d\vec{B}=\dfrac{\mu_0 Id\vec{l}\times\vec{r}_o}{4\pi r^2}$

大小：$dB=\dfrac{\mu_0 Idl}{4\pi r^2}$　　　方向：$\perp Id\vec{l}$、$\vec{r}$组成平面

例2：求载流圆线圈（R、I）轴线上的场强分布



对称性：$B_\perp = \int dB_\perp = 0$

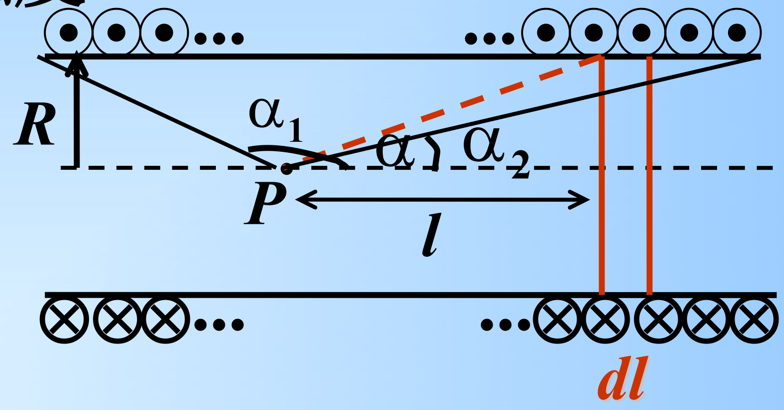
$$\therefore B_P = B_x = \int dB_{//} = \int dB\cos\theta = \int \frac{\mu_o Idl}{4\pi r^2}\frac{R}{r}$$

$$= \frac{\mu_o IR}{4\pi r^3}\int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_o IR^2}{2\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}$$

例3：载流长直螺线管 (*solenoid*)，密绕，半径 R，

单位长度 n 匝，每匝电流 I (P104~105)

求：管内轴线上一点 P 的磁场强度



解：取 dl 宽度，距 P点为 l

匝数ndl ⟶电流元 $dI=Indl$

$$dB=\frac{\mu_0 R^2 dI}{2\left(l^2+R^2\right)^{3/2}}$$

$$l=R\,ctg\alpha,\ dl=-RCsc^2\alpha d\alpha$$

$$l^2+R^2=R^2Csc^2\alpha$$

$$dB=-\frac{\mu_0 In}{2}\sin\alpha d\alpha$$

$$B=\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}dB=\frac{\mu_0 In}{2}\left(\cos\alpha_2-\cos\alpha_1\right)$$

1）无限长螺线管 ($R<<L$)：$\alpha_1=\pi,\alpha_2=0\rightarrow B_{内}=\mu_0 In$

2）螺线管端点：$\alpha_1=\pi,\alpha_2=\frac{\pi}{2}\rightarrow B=\frac{\mu_0 In}{2}$

2. 求运动电荷、运动带电体产生的磁场：$q, \vec{v} \rightarrow \vec{B} = ?$

*思路：导线中的电流 ⟶ 大量带电粒子的定向运动

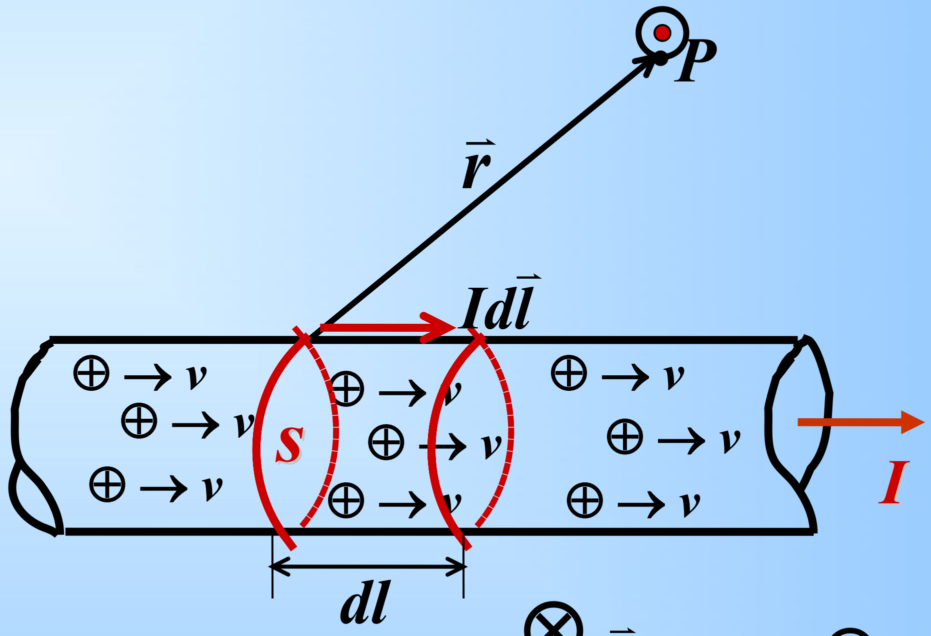
$d << r$

$$每个带电粒子(+q)产生的磁场 = \frac{电流元产生磁场}{电流元中的粒子数}$$

$$Id\vec{l} \rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2}$$

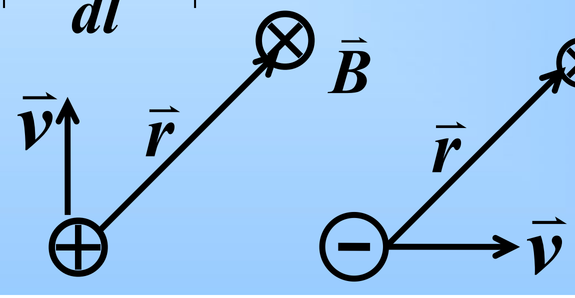
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qnvsd\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qnsdl\,\vec{v} \times \vec{r}_0}{r^2}$$



电流元中粒子数：$dN = ndV = nsdl$

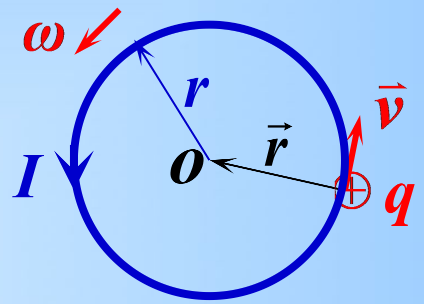
$$\boxed{\therefore \vec{B} = \frac{d\vec{B}}{dN} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v} \times \vec{r}_0}{r^2}}$$



例4：点电荷q以ω绕o 作半径为r 的匀速圆周运动

求：1）o点 $B=$? 2）电荷圆周运动的磁矩？

解：1）方法一



$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}_0}{r^2}\rightarrow B_o=\frac{\mu_o q\omega r}{4\pi r^2}=\frac{\mu_o q\omega}{4\pi r}$$

方向：⊙

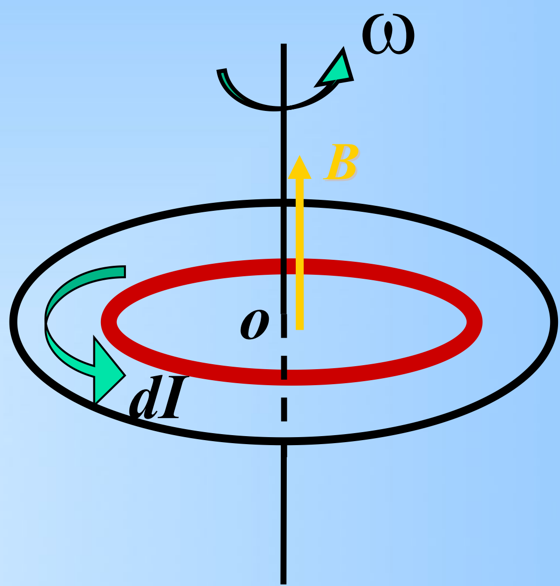
方法二

q作圆周运动$\longrightarrow$圆电流：$I=nq=\dfrac{\omega}{2\pi}q$

圆心处：$B_o=\dfrac{\mu_o I}{2r}=\dfrac{\mu_o q\omega}{4\pi r}$ 方向：⊙

2）磁矩：$P_m=IS=\dfrac{\omega}{2\pi}q\pi r^2=\dfrac{q\omega r^2}{2}$ 方向：⊙

例5：均匀带电圆盘(σ, R)，绕中心轴以 ω匀速转动，求圆心处磁场强度。（习题7）



解：*以运动电荷磁场公式解：

$$dq = \sigma ds \rightarrow dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{dq \cdot v}{r^2} \rightarrow B = \int dB$$

*取圆环 ⟶ 圆形电流 *dI*

$$\left.\begin{aligned} dq &= \sigma ds = \frac{q}{\pi R^2} 2\pi r dr \\ dI &= n dq = \frac{\omega}{2\pi} dq \end{aligned}\right\} \rightarrow dB_0 = \frac{\mu_0 dI}{2r} \rightarrow B_0 = \int_0^R dB_0 = \frac{\mu_0 \omega q}{2\pi R}$$

圆盘磁矩？ $dP_m = S dI = \pi r^2 dI \rightarrow P_m = \int dP_m = \int_0^R \pi r^2 dI$

§10.3 磁场的高斯定理

——磁场基本性质之一

一、 磁感应线

规定：
- 磁力线上每一点的切线方向为该点的磁场方向
- 通过垂直磁场的单位面积上的磁力线数等于该处磁场的大小

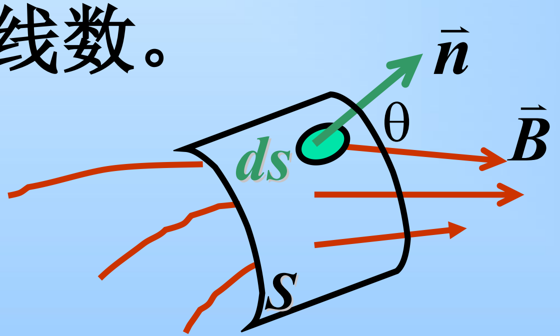
特征：
- 每根磁力线都是环绕电流的闭合曲线
- 磁力线指向与电流方向服从右手定则

二、 磁通量

——穿过某一面积 的磁力线数。

$$d\Phi_m = B\cos\theta dS = \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

$$\Phi_m = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$



三、 磁场中的高斯定理

磁感应线是闭合曲线 $\longrightarrow$ 对闭合曲面：

穿入B线数 = 穿出B线数

高斯定理：$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ —— 磁场是无源场（涡旋场）

$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \Longleftrightarrow$ 磁力线闭合 $\Longleftrightarrow$ N、S 极不可分

§ 10.4 安培环路定律

——磁场基本性质之二

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{内}$$ —— 磁场是非保守力场

磁场沿任意闭合路径L的线积分（环流）等于这个闭合路径所包围的电流强度的代数和乘以 μ_0

*注意：

I $\begin{cases} I \text{ 指闭合稳恒电流或无限长电流} \\ I\text{有正负} \begin{cases} I \text{ 方向与回路 } L \text{ 指向成右手螺旋：(+)} \\ \text{反之：(-)} \end{cases} \end{cases}$

$\vec{B}$ $\begin{cases} \text{环路上的 } \vec{B} \text{ 是空间所有电流在该处产生磁场的矢量和} \\ \oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} \text{ 只与回路内所包围的电流有关} \end{cases}$

*利用安培环路定律求磁场分布：

——适用于具有特殊对称性的磁场

1）对称性分析：$\vec{B}$ 线为同心圆环或平行线

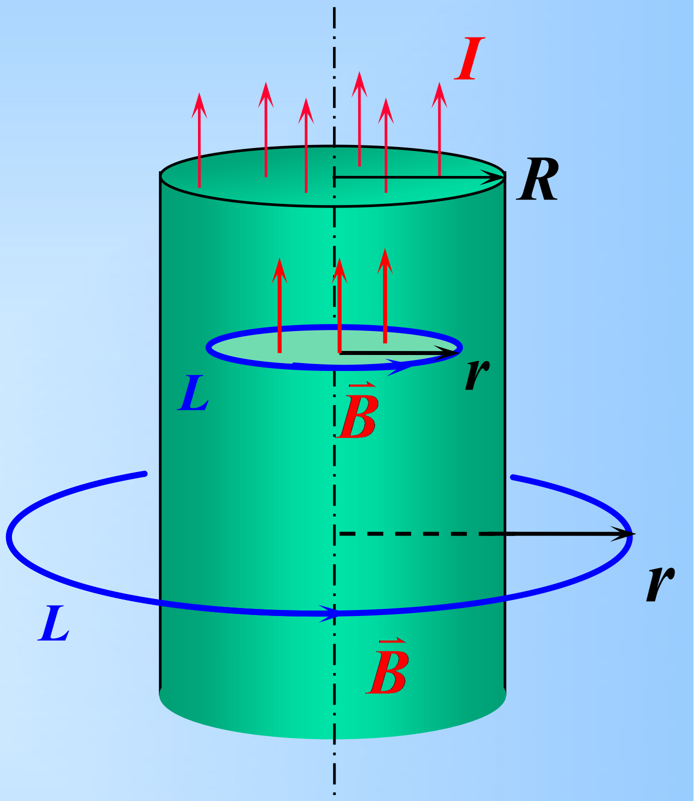
2）选取合适的闭合回路（过考察点）

$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_L B\cos\theta dl$
- 环路某些部分 B、θ是恒量 $\rightarrow B\cos\theta\int_{L_i} dl$
- 环路某些部分 $\theta = \dfrac{\pi}{2} \rightarrow \int_{L_j} B\cos\theta dl = 0$

回路是规则、可积的

$$\oint_L \vec{B}\cdot dl = \mu_0 \sum I \rightarrow B$$

例1：求无限长圆柱形载流导体的磁场分布，圆半径 R，总电流 I，分布均匀。



解：磁感应线是以圆柱轴线为中心的同心圆环（在 ⊥ I的平面内）

过考察点r作闭合回路L同磁感应线 $\vec{B}$

则 $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_L B\cos 0^o\, dl = B\oint_L dl$

$= B\cdot 2\pi r = \mu_0 \sum I$

$r > R$： $\mu_o \sum I = \mu_o I \rightarrow B_{外} = \dfrac{\mu_o I}{2\pi r}$

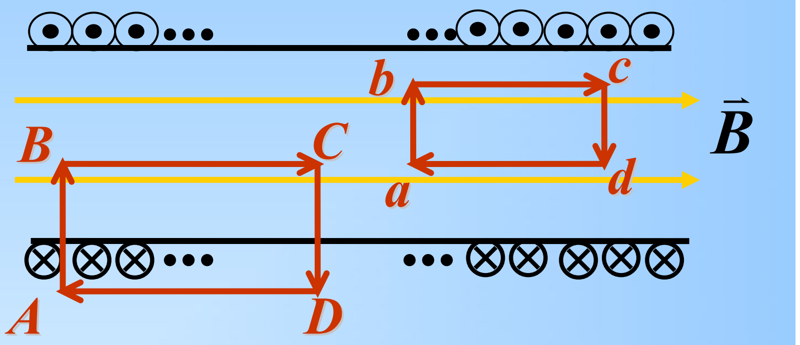
$r < R$： $\mu_o \sum I = \mu_o \pi r^2 i = \mu_o \pi r^2 \dfrac{I}{\pi R^2} \rightarrow B_{内} = \dfrac{\mu_o I r}{2\pi R^2}$

电流密度

例2：求长直螺线管内的磁场分布 (P110)

1) 对称性分析：

2) 取平行于轴的矩形闭合回路：ABCD



$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{AB} Bdl + \int_{BC} Bdl + \int_{CD} Bdl + \int_{DA} Bdl$$

$$\underset{AB}{\Downarrow}\ 0 \leftarrow \vec{B}\perp d\vec{l} \qquad \underset{CD}{\Downarrow}\ 0 \leftarrow \vec{B}\perp d\vec{l} \qquad \underset{DA}{\Downarrow}\ 0 \leftarrow \vec{B} = 0$$

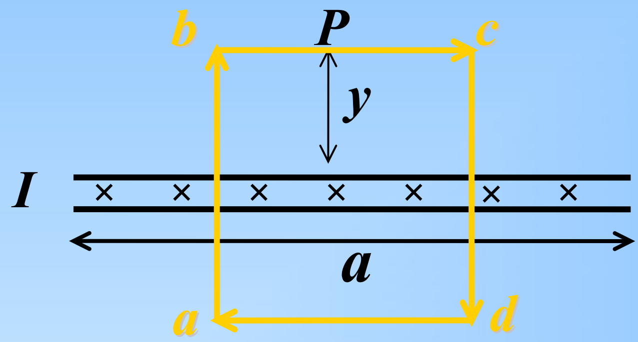
$$= B\cdot\overline{BC} = \mu_0 \sum I = \mu_0 n\cdot\overline{BC}\cdot I$$

$$\therefore B = \mu_0 nI = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 i$$

*取回路*abcd*：

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{bc} \vec{B}_1\cdot d\vec{l} + \int_{da} \vec{B}_2\cdot d\vec{l} = B_1\cdot\overline{bc} - B_2\cdot\overline{da} = 0 \rightarrow B_1 = B_2$$

例3：无限大通电平板 I 周围B的分布



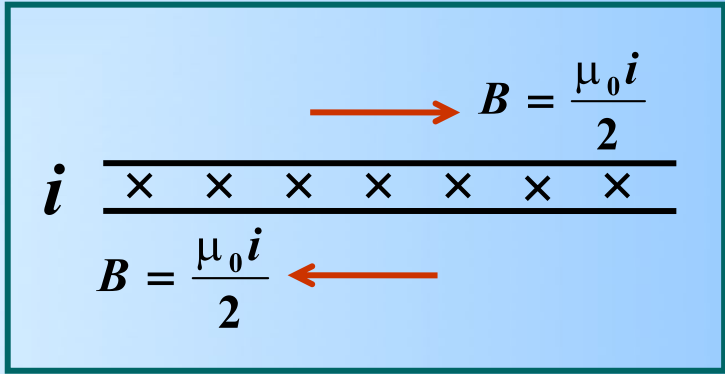
$y << a$

B线平行于电流平面

同一层面上B相等

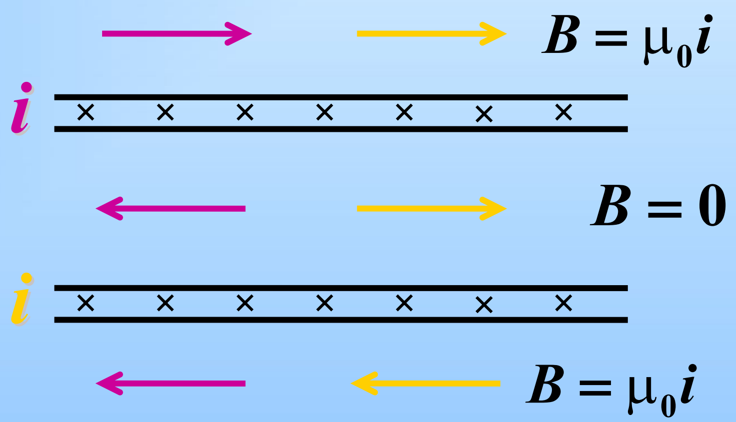
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = B\cdot\overline{bc} + B\cdot\overline{da} = 2Bl$$

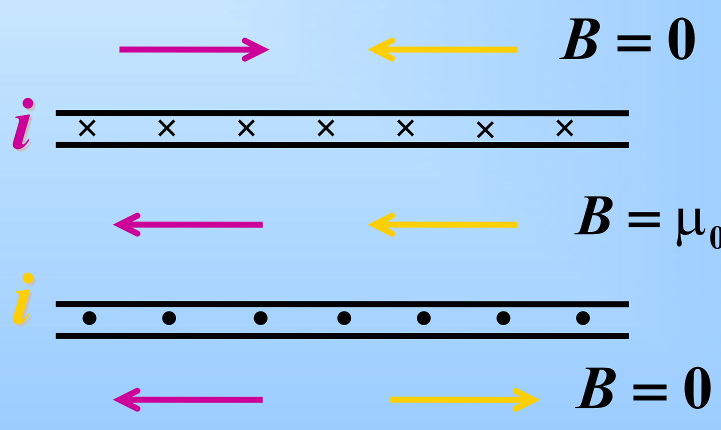
$$= \mu_0 \sum I = \mu_0 \frac{I}{a}\cdot l \quad \rightarrow B_P = \frac{\mu_0 I}{2a}$$



电流面密度：$i = \frac{I}{a} \rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2}$

垂直于电流流动方向上单位长度（面积）内的电流





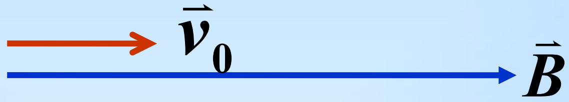
§10.5 磁场对运动电荷的作用：

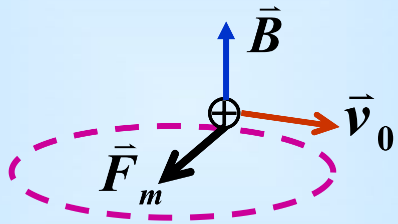
一、洛仑兹力

$q,\vec{v}$进入$\vec{B} \rightarrow \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \rightarrow \vec{F} \perp \vec{v} \rightarrow$ 洛仑兹力不做功

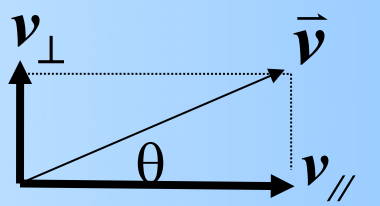
$$F = vB\sin\theta \qquad \begin{cases} \text{不改变}\vec{v}\text{的大小} \\ \text{只改变}\vec{v}\text{的方向} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta = 0, \pi \rightarrow \vec{v} \,/\!/\, \vec{B} \rightarrow \vec{F} = 0 \\ \theta = \dfrac{\pi}{2} \rightarrow \vec{v} \perp \vec{B} \rightarrow F_m = qvB \\ \theta\text{任意角：} v_\perp = v_0 \sin\theta \rightarrow \text{匀速圆周运动} \\ \qquad\qquad v_{/\!/} = v_0 \cos\theta \rightarrow \text{匀速直线运动} \end{cases}$$



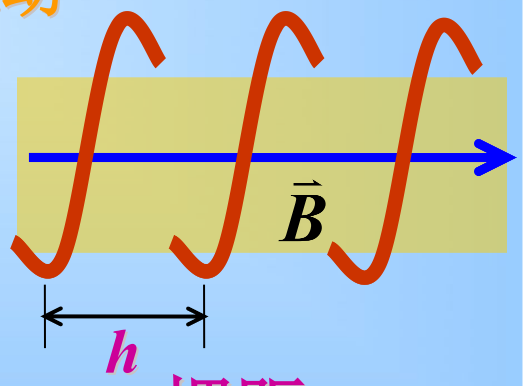


螺旋运动



$$qv_\perp B = \frac{mv_\perp^2}{R} \qquad \begin{cases} R = \dfrac{mv_\perp}{qB} = \dfrac{mv_0\sin\theta}{qB} \\ T = \dfrac{2\pi R}{v_\perp} = \dfrac{2\pi m}{qB} \end{cases}$$

$$h = v_{/\!/} T = v_0 \cos\theta \cdot \frac{2\pi m}{qB}$$



螺距

例1：电子在均匀磁场B中作半径为R的圆周运动。

求：电子运动形成的等效圆电流 I 及磁矩 P_m

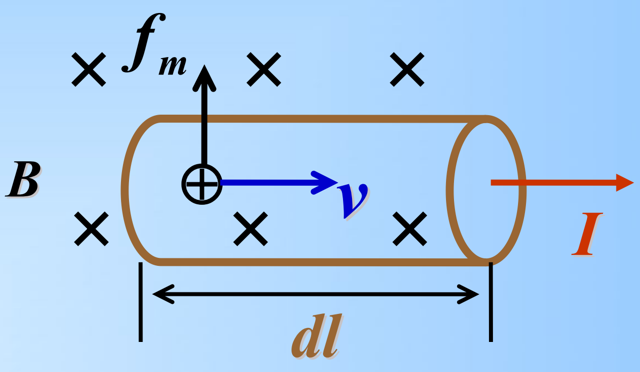
解：$qvB = m\dfrac{v^2}{R} \rightarrow$ 电子圆周运动速率：$v = \dfrac{eBR}{m} \rightarrow \omega = \dfrac{v}{R} = \dfrac{eB}{m}$

$$I = \frac{\omega}{2\pi}e = \frac{e^2 B}{2\pi m} \qquad P_m = IS = I\pi R^2 = \frac{e^2 BR^2}{2m}$$

§ 10.6 磁场对电流的作用：安培力 (P122~128)

一、安培定律：

电流元 $I d\vec{l}$ 中：



$$\begin{cases} \text{一个带电粒子} q\text{：} \vec{f}_m = q\vec{v} \times \vec{B} \\ \text{粒子数：} dN = nSdl \end{cases}$$

$$\therefore d\vec{F} = dN \cdot \vec{f}_m = nSdlq\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) = qnSv\left(d\vec{l} \times \vec{B}\right) = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

——安培力

二、磁场对载流导线的作用：

叠加原理：$\vec{F} = \int d\vec{F} = \int Id\vec{l} \times \vec{B}$

矢量分解

矢量积分

对载流导线积分

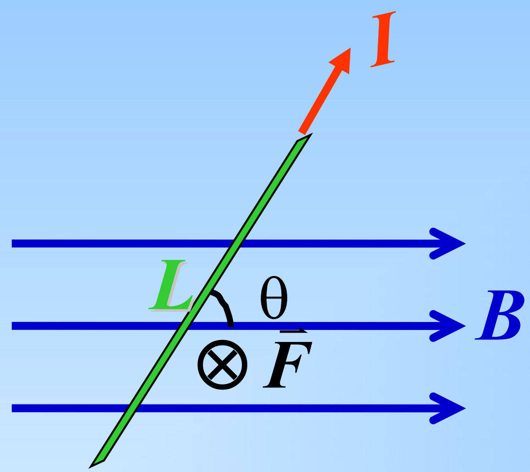
被作用的载流导线

1. 一段载流导线在均匀磁场中：

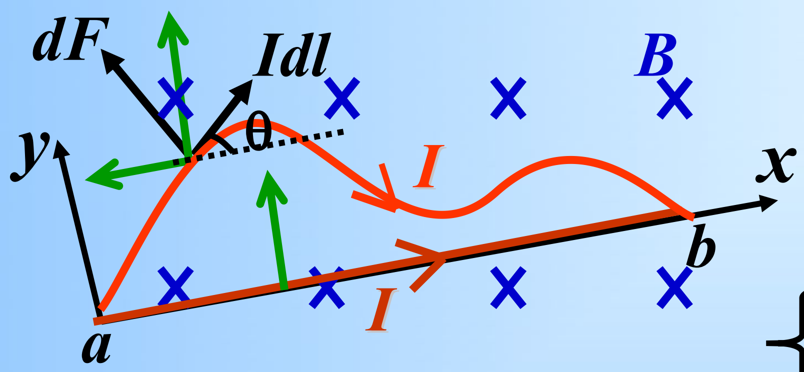
a). 直线电流 L：

$$\vec{F} = \int_L I d\vec{l} \times \vec{B} = \left(\int_L I d\vec{l}\right) \times \vec{B} = I\vec{L} \times \vec{B}$$

$$F = ILB \sin\theta$$



b). 平面曲线电流 $\overset{\frown}{ab}$：



$$I d\vec{l} \rightarrow d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$dF = IdlB$$

$$\begin{cases} dF_x = -dF \sin\theta = -IBdl \sin\theta = -IBdy \\ dF_y = dF \cos\theta = IBdx \end{cases}$$

$$\overset{\frown}{ab} \rightarrow \begin{cases} F_x = \int_a^b dF_x = -IB\int_a^b dy = 0 \\ F_y = \int_a^b dF_y = IB\int_a^b dx = IB\overline{ab} \end{cases}$$

*结论1：任何平面曲线电流在均匀磁场中受力，等于对应直线电流的受力

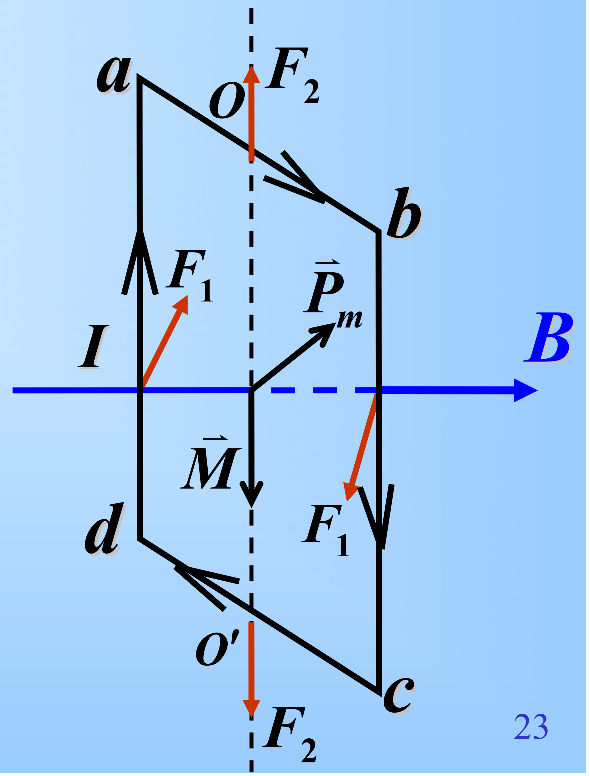
2. 平面载流线圈在均匀磁场中：

$$\sum \vec{F} = 0$$

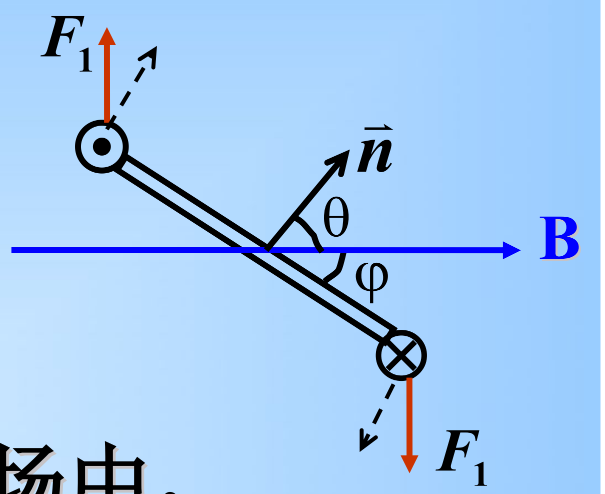
$$M = 2F_1 \frac{l_1}{2} \cos\varphi = (BIl_2) l_1 \cos\varphi = BIS \sin\theta$$

$$\left.\begin{aligned} P_m &= IS \\ \vec{P}_m &= IS\vec{n} \end{aligned}\right\} \vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$$

方向：$O \to O'$



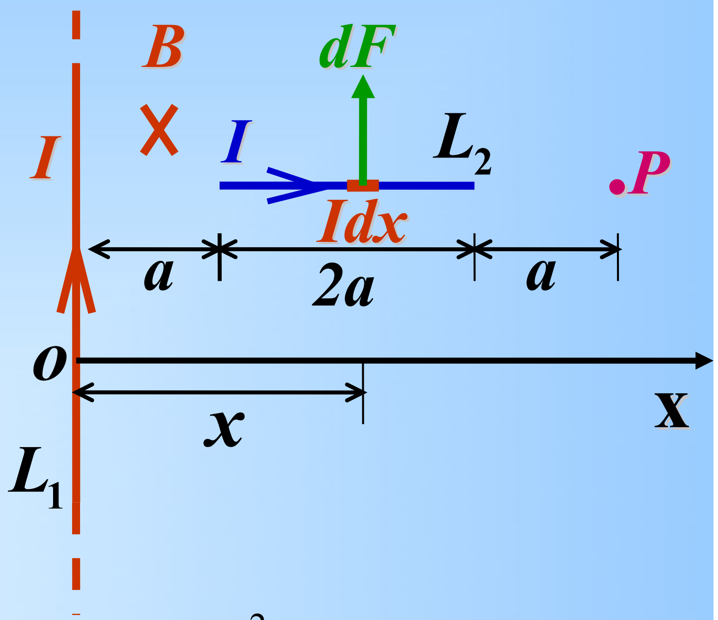
$$M = P_m B \sin\theta \begin{cases} \theta = 0: \quad M = 0 \rightarrow \text{稳定平衡} \\ \theta = \pi: \quad M = 0 \rightarrow \text{不稳定平衡} \\ \theta = \dfrac{\pi}{2}: \quad M_{max} = P_m B \end{cases}$$



*结论2：任意闭合载流线圈在均匀磁场中，所受合力$\sum \vec{F} = 0$，在磁力矩 $\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$ 作用下转动，$\vec{P}_m$趋向与外磁场方向一致。

3. 非均匀磁场中：

例1：求作用在L_2上的磁力和对于P点的磁力矩



解： $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$

$$dF = IdxB = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} Idx \rightarrow F = \int_a^{3a} dF = ?$$

$$d\vec{M} = \vec{r} \times d\vec{F} \rightarrow dM = (4a - x)dF = (4a - x)\frac{\mu_0 I^2}{2\pi} dx$$

$$M = \int_a^{3a} dM = \frac{\mu_0 I^2 a}{2\pi}(4\,ln\,3 - 2)$$

例2：弧形线圈 I_2，另一载流长直导线 I_1在圆弧中心。

求：线圈受到的磁力矩。

解： $\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$ ？（均匀磁场中）

圆弧段：$d\vec{f} = I_2 d\vec{l} \times \vec{B} = 0$

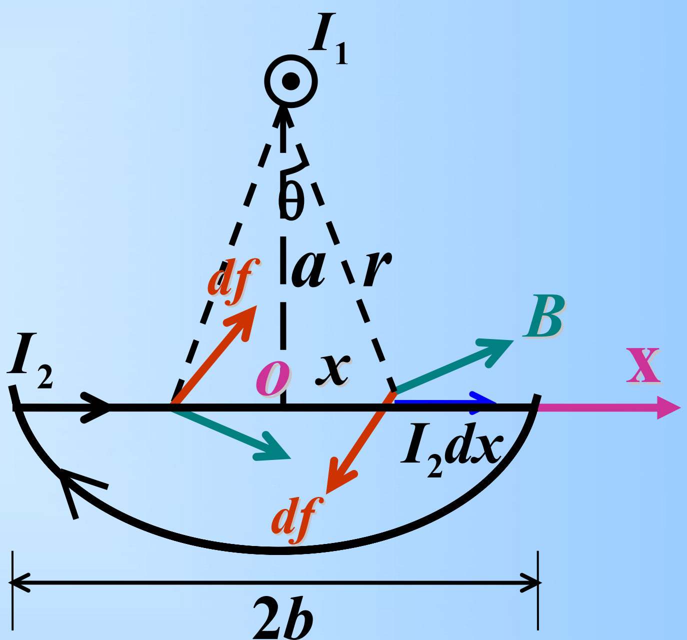
直线段：$df = I_2 dxB \sin\theta = I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \frac{x}{r} dx$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \frac{x dx}{x^2 + a^2}$$

$$f = \int df = 0$$

$$dM = x df = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \frac{x^2 dx}{x^2 + a^2}$$

$$\therefore M = \int_{-b}^{b} dM = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{\pi}\left(b - a\,tg^{-1}\frac{b}{a}\right)$$



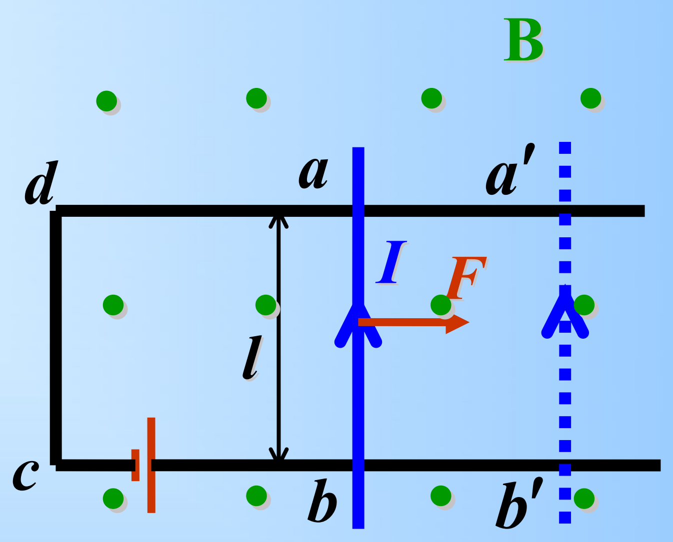
*结论3：载流导线在任意磁场中

$$\begin{cases} \text{受磁力：} d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B} \rightarrow \vec{F} = \int d\vec{F} \\ \text{磁力矩：} d\vec{M} = \vec{r} \times d\vec{F} \rightarrow \vec{M} = \int d\vec{M} \end{cases}$$

§ 10.7 磁力的功

功：力对空间位移的积累

一、载流导线在均匀磁场中移动



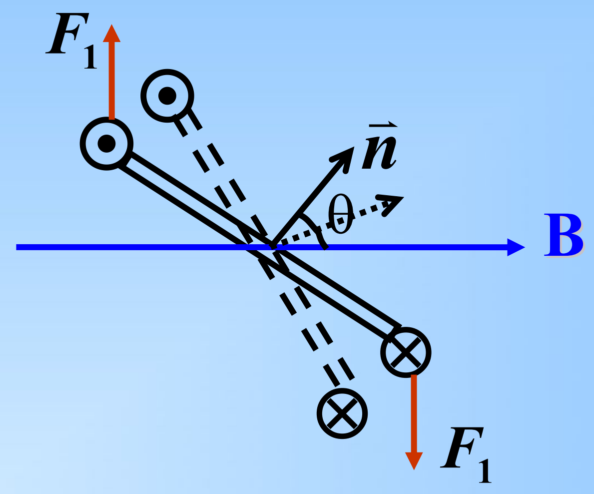
$\overline{ab}$受力：$F = IlB$

$$a \rightarrow a'\text{：} A = F\overline{aa'} = IlB\overline{aa'}$$

$$= IBl\left(\overline{a'd} - \overline{ad}\right) = IB\left(S_2 - S_1\right)$$

$$= I\left(\Phi_{m2} - \Phi_{m1}\right) = I\Delta\Phi_m$$

二、载流线圈在均匀磁场中转动



磁力矩：$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$

$$M = ISB\sin\theta$$

转动$d\theta$：$dA = -Md\theta = -ISB\sin\theta d\theta$

$$= I\cdot d\left(SB\cos\theta\right) = Id\Phi_m$$

$$A = \int dA = \int Id\Phi_m = I\left(\Phi_2 - \Phi_1\right) = I\Delta\Phi_m$$

*结论：

磁力做功等于电流乘以通过回路的磁通量的增量。

$$A = I\left(\Phi_{m2} - \Phi_{m1}\right) = I\Delta\Phi_m \begin{cases} A > 0: & \vec{n}\text{与}\vec{B}\text{的夹角}\theta\text{减小}, \rightarrow \Phi_m \uparrow \\ A < 0: & \vec{n}\text{与}\vec{B}\text{的夹角}\theta\text{增大}, \rightarrow \Phi_m \downarrow \end{cases}$$

磁力方向总是指向使Φ_m增大的方向

第十章　小 结

*稳恒磁场的基本性质：

高斯定理：$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$ ——无源场、涡旋场

安培环路定律：$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I_{内}$ ——非保守力场

*电流/运动电荷 ⟶ 磁场：

1）毕-萨-拉定律求磁场分布：

电流：$Idl \to d\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\cdot\dfrac{Id\vec{l}\times\vec{r}_0}{r^2}$ ，I、$L \to \vec{B}=\int_L d\vec{B}$

运动电荷：$dq,\vec{v} \to d\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\cdot\dfrac{dq\vec{v}\times\vec{r}_0}{r^2} \to \vec{B}=\int d\vec{B}$

（运动带电体）

圆周运动：$dI=ndq=\dfrac{\omega}{2\pi}dq$

圆心处：$dB_0=\dfrac{\mu_0 dI}{2r} \to B_0=\int dB_0$

磁矩：$dP_m=SdI \to P_m=\int dP_m$

几种常用结论：

载流直导线：$B=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi a}(\sin\beta_2-\sin\beta_1)$ $\begin{cases}\text{无限长：} B=\mu_0 I/2\pi a \\ \text{半无限长：} B=\mu_0 I/4\pi a\end{cases}$

无限大载流平板：$B=\dfrac{\mu_0 i}{2}$

载流圆线圈：$B=\dfrac{\mu_0 IR^2}{2\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}$ 圆心处：$B_0=\mu_0 I/2R \xrightarrow{\text{圆弧：}} B_0=\dfrac{\mu_0 I}{2R}\cdot\dfrac{\theta}{2\pi}$

长直螺线管：$B=\mu_0 In$

2）利用安培环路定律求电流产生的磁场 $\vec{B}$

$\vec{B}$：平行线或圆环线

过考察点选取合适的闭合回路

注意 I 的正负

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\oint_L B\cos\theta dl$$

$$=B\oint_L dl=\mu_0\sum I$$

$$\downarrow$$

$$B$$

*磁场 ⟶ 运动电荷/电流：

对运动电荷：$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B} \rightarrow$ 洛仑兹力

对电流：$\vec{F} = \int_L I d\vec{l}\times\vec{B} \rightarrow$ 安培力

均匀磁场中
- 直线电流：$\vec{F} = I\vec{L}\times\vec{B} \rightarrow F = ILB\sin\theta$
- 平面曲线电流：同对应直线电流
- 闭合线圈：$\sum \vec{F} = 0$

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$$

非均匀磁场中
- $d\vec{F} = I d\vec{l}\times\vec{B} \rightarrow \vec{F} = \int_L d\vec{F}$
- $d\vec{M} = \vec{r}\times d\vec{F} \rightarrow M = \int_L dM$

*磁力的功：

$$A = I\left(\Phi_{m2} - \Phi_{m1}\right) = I\Delta\Phi_m$$