一、判断题（每小题 2 分，共 20 分，正确打“√”，错误打“×”）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	√	×	√	√	×	√	×	×	×	√

二、单项选择题（每小题 3 分，共 18 分）

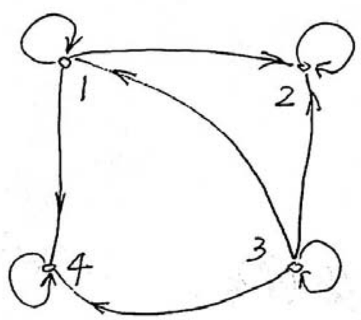
题号	1	2	3	4	5	6
答案	A	C	B	B	C	D

三、（每小题 3 分，共 12 分）

1、解：$\preceq=\{<3,1>,<1,2>,<1,4>,<3,2>,<3,4>,<1,1>,<2,2>,<3,3>,<4,4>\}$

2、

解：由题1，可画出以下偏序关系图：



3、解：极大元：2、4；最小元：无；下确界：1.

4、解：都不是.

四、命题逻辑题（每小题 6 分，共 12 分）

1、证明：（1）$P\wedge Q$　　（已知）

（2）P　　（1）

（3）Q　　（1）

（4）$P\to Q$　　（2）、（3）

2、解：依题意，有

原式

$\Leftrightarrow(\neg(\neg P\vee Q)\vee\neg(\neg R\vee P))\vee((\neg R\vee\neg Q)\wedge P)$

$\Leftrightarrow((P\wedge\neg Q)\vee(R\wedge\neg P))\vee((\neg R\vee\neg Q)\wedge P)$

$\Leftrightarrow((P\wedge\neg Q)\vee(R\wedge\neg P))\vee((\neg R\wedge P)\vee(\neg Q\wedge P))$

$\Leftrightarrow(P\wedge\neg Q)\vee(R\wedge\neg P)\vee(\neg R\wedge P)$

$\Leftrightarrow(\neg P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge R)\vee(P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(P\wedge Q\wedge\neg R)$

$\Leftrightarrow m_{001}\vee m_{011}\vee m_{100}\vee m_{101}\vee m_{110}\Leftrightarrow\Sigma_{1,3,4,5,6}$. 主析取范式

利用主析取范式和主合取范式的关系，进而可得

原式

$(\neg P\vee\neg Q\vee\neg R)\wedge(P\vee\neg Q\vee R)\wedge(P\vee Q\vee R)$

$\Leftrightarrow M_{111}\wedge M_{010}\wedge M_{000}\Leftrightarrow\Pi_{0,2,7}$. 主合取范式.

五、（10 分）

1、

解：依题意，① $3|(x-x)$，故 $<x,x>\in R$. 自反性成立.

② 若 $<x,y>\in R$，即 $3|(x-y)$，进而 $3|(y-x)$，即 $<y,x>\in R$. 对称性成立.

③ 若 $<x,y>\in R$，$<y,z>\in R$，即 $x-y=3k\wedge y-z=3t$，于是 $x-z=(x-y)+(y-z)=3(k+t)$，即 $3|(x-z)$，故 $<x,z>\in R$. 传递性成立.

综合上述，R 为等价关系.

2、

解：$[1]_R=\{1,4,7,\cdots,100\}$

$[2]_R=\{2,5,8,\cdots,98\}$

$[3]_R=\{3,6,9,\cdots,99\}$

3、

解：依题意，取法种数为：

$C_{34}^3+C_{33}^3+C_{33}^3+C_{34}^1\cdot C_{33}^1\cdot C_{33}^1=53922.$

六、（每小题 4 分，共 12 分）

1、解：按定义检验即可，略.

2、证明：对任意的$a\in R$，由于$a\otimes 3=a\cdot 3-2\cdot a-2\cdot 3+6=a$

以及$3\otimes a=3\cdot a-2\cdot 3-2\cdot a+6=a$

即知$<R,\otimes>$的零元$\theta=2$；

对任意的$a\in R$，由于$a\otimes 2=a\cdot 2-2\cdot a-2\cdot 2+6=2$， 以及

$2\otimes a=2\cdot a-2\cdot 2-2\cdot a+6=2$

即知$<R,\otimes>$的幺元$e=3$.

3、解：对任意的$a\in R$，且$a\neq 2$，由

$a\otimes b=a\cdot b-2\cdot a-2\cdot b+6=3=e$

即可解得a的逆元$b=\dfrac{2a-3}{a-2}$.

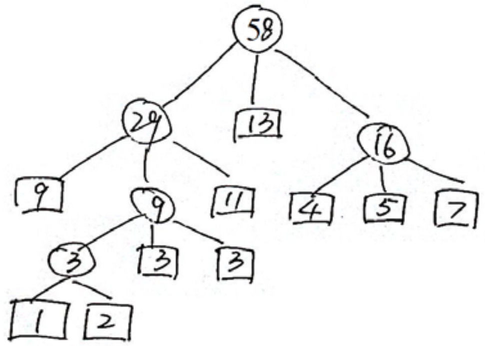
七、**作图题**（第 1 小题 6 分，第 2 小题 4 分；共 10 分）

1、

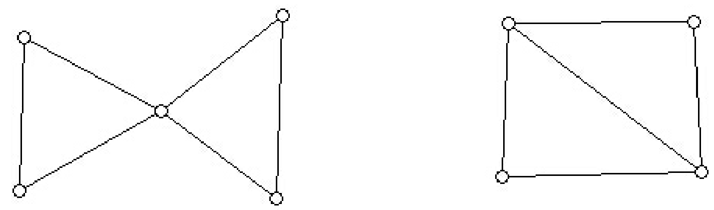
解：① 排序得 1, 2, 3, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13;

② 计算：$\frac{10-1}{3-1}=\frac{9}{2}=4\cdots\cdots1$，余数为 $S=1$;

③ 画图：除了第一次挑选权值最小的s+1个数作为兄弟以外，以后的每次都是挑选剩余权值中最小的三个数作为兄弟；作图如下：



2、解：画图如下：



（1）　　　　（2）

八、（6 分）

证：反证法. 设G中不存在次数至多为4的面，即G中任一个面的次数都大于等于5. 于是，

一方面，由 $2e=\sum_{u\in V(G)} d(u)\geq 3v$，得 $v\leq\frac{2}{3}e$ ……①

代入欧拉公式 $2=v-e+r$ 中，结合 $r<12$，可得

$2\leq\frac{2}{3}e-e+r<-\frac{e}{3}+12$

解之得 $e<30$.

另一方面，由 $2e=\sum_{f\in F(G)} d(f)\geq 5r$，得 $r\leq\frac{2}{5}e$，结合①式，

代入 $2=v-e+r$ 中，得

$2\leq\frac{2}{3}e-e+\frac{2}{5}e$

解之得 $e\geq 30$. 矛盾.

故命题得证.