

第六章 气体动理论

1. 水银气压计中混进了一个气泡，因此它的读数比实际气体小些，当精确的气压计的水银柱为 0.768m 时，它的水银柱只有 0.748m 高，此时管中水银面到管顶距离为 0.08m，试问此气压计的水银柱为 0.734m 高时，实际的气压是多少？（把空气当作理想气体，并设温度不变）。

解：设第一次测得的空气泡的压强和体积

$$P_1 = \Delta h d_{\text{汞}} = (0.768 - 0.748) d_{\text{汞}} = 0.02 d_{\text{汞}} \quad V_1 = 0.08s \quad (s \text{ 为截面积})$$

第二次测得空气泡的压强和体积

$$V_2 = (0.748 - 0.734 + 0.08)s = 0.094s$$

$$P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_2} = \frac{0.02 d_{\text{汞}} \times 0.08s}{0.094s} = 0.017 d_{\text{汞}}$$

$$\text{实际压强} \quad P'_2 = 0.734 d_{\text{汞}} + 0.017 d_{\text{汞}} = 0.751 \times 1.33 \times 10^5 = 0.999 \times 10^5 \text{ (Pa)}$$

2、可用下面方法测定气体的摩尔质量。先在容积为 V 的容器内装入被测量的气体，测出其压强为 P_1 ，温度为 T ，并称出容器连同气体的质量为 m_1 。然后放掉一部分气体，这时压强降到 P_2 ，再称出容器连同气体的质量为 m_2 ，假定温度保持不变，试求该气体的摩尔质量。

解：设容器的质量为 m

$$\text{开始时} \quad \frac{m_1 - m}{M} R = \frac{P_1 V}{T} \quad (1)$$

$$\text{放气后} \quad \frac{m_2 - m}{M} R = \frac{P_2 V}{T} \quad (2)$$

$$\text{解得} \quad M = \frac{RT}{V} \cdot \frac{m_1 - m_2}{P_1 - P_2}$$

3、某容器内分子数密度为 10^{26} m^{-3} ，每个分子的质量为 $3 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ，设其中 $1/6$ 分子数以速率 $v=200 \text{ ms}^{-1}$ 垂直地向容器的一壁运动，而其余 $5/6$ 分子或者离开此壁，或者平行此壁方向运动，且分子与容器壁的碰撞为完全弹性。问：

- (1) 每个分子作用于器壁 的冲量为多少？
- (2) 每秒碰在器壁单位面积上的分子数 n_0 为多少？
- (3) 作用在器壁上的压强为多少？

解：(1) $I = \Delta P = 2\mu v = 2 \times 3 \times 10^{-27} \times 200 = 1.2 \times 10^{-24} \text{ (kg m/s)}$

$$(2) n_0 = \frac{1}{6} v n = 200 \times 10^{26} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \times 10^{28} \text{ 个/m}^2 \cdot \text{s}$$

$$(3) P = n_0 \cdot \Delta P = \frac{1}{3} \times 10^{28} \times 1.2 \times 10^{-24} = 4 \times 10^3 \text{ Pa}$$

4、有一容积为 10 cm^3 的电子管，当温度为 300 K 的时候，用真空泵把管内空气抽成压强为 $5 \times 10^{-6} \text{ mmHg}$ 的高真空，问此时管内有多少个空气分子？此空气分子的平均平动动能的总和是多少？平均转动动能的总和是多少？平动动能的总和是多少？

($1 \text{ mmHg} = 133.3 \text{ Pa}$ 空气分子可认为是刚性双原子分子)

解：由理想气体状态方程 $PV = \nu RT$ 知空气的摩尔数 $\nu = \frac{PV}{RT}$

$$1) N = \nu N_A = \frac{PV}{RT} N_A = \frac{PV}{kT} = \frac{5 \times 10^{-6} \times 133.32 \times 10 \times 10^{-6}}{1.38 \times 10^{-23} \times 300} = 1.61 \times 10^{12} \text{ 个}$$

$$2) \bar{\epsilon}_{k\text{平总}} = N \frac{3}{2} kT = 1.61 \times 10^{12} \times \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300 = 1.00 \times 10^{-8} \text{ J}$$

$$3) \bar{\epsilon}_{k\text{转总}} = NkT = 1.61 \times 10^{12} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300 = 6.67 \times 10^{-9} \text{ J}$$

$$4) \bar{\epsilon}_{k\text{总}} = \bar{\epsilon}_{k\text{平总}} + \bar{\epsilon}_{k\text{转总}} = 1.67 \times 10^{-8} \text{ J}$$

5、一能量为 10^{12} eV 的宇宙射线粒子，射入一氖管中，氖管中含有氖气 0.1 mol 。如果宇宙射线粒子的能量全部被氖气分子所吸收而变为热运动能量，问氖气温度升高多少度？

解：等容吸热 $\Delta E = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \Delta T$

$$\text{所以 } \Delta T = \frac{2\Delta E}{\frac{m}{M} Ri} = \frac{2 \times 10^{12} \times 1.6 \times 10^{-19}}{0.1 \times 8.31 \times 3} = 1.28 \times 10^{-7} \text{ K}$$

6、质量为 50.0g、温度为 18°C 的氮气装在容积为 10.0 升的密闭绝热容器内，容器以 $v=200\text{m/s}$ 的速率作匀速直线运动，若容器突然停止运动，其定向运动的动能全部转化为分子热运动的动能，那么，平衡后氮气的温度和压强将各增大多少？

解：气体直线运动的动能转化为气体的内能 $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \Delta T$

$$\therefore \Delta T = \frac{mv^2}{iR} = \frac{28 \times 10^{-3} \times 200^2}{5 \times 8.31} = 27.0\text{K}$$

$$\Delta P = \frac{m}{M} \frac{R}{V} \Delta T = \frac{50 \times 10^{-3} \times 8.31 \times 27}{28 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-3}} = 4 \times 10^4 \text{Pa}$$

7、将 1kg 氦气和 m 氢气混合，平衡后混合气体的内能是 $2.45 \times 10^6 \text{J}$ 。氦分子平均动能是 $6 \times 10^{-21} \text{J}$ 。求氢气质量 m 。

解：由题意可知 $\frac{3}{2}kT = 6 \times 10^{-21} \text{J}$

$$\frac{m_{\text{He}}}{M_{\text{He}}} N_A \frac{3}{2} kT + \frac{m_{\text{H}_2}}{M_{\text{H}_2}} N_A \cdot \frac{5}{2} kT = 2.45 \times 10^6$$

其中 $M_{\text{He}} = 4 \times 10^{-3} \text{kg}$ $M_{\text{H}_2} = 2 \times 10^{-3} \text{kg}$ $N_A = 6.02 \times 10^{23}$ 个

$$\therefore m_{\text{H}_2} = \frac{\frac{2.45 \times 10^6 \times 4 \times 10^{-3}}{6.02 \times 4 \times 10^{-21} \times 10^{23}} - 1.5}{5} = 0.51 \text{kg}$$

8、今有 N 个粒子，其速率分布函数为

$$f(v) = \frac{dN}{Ndv} = C \quad (v_0 > v > 0, C \text{ 为常数})$$

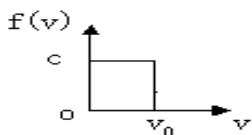
$$f(v) = 0 \quad (v > v_0)$$

(1) 画出该速度分布曲线；

(2) 由 v_0 求常数 C ；

(3) 求粒子的平均速率。

解：(1)



(2) 由归一化条件 $\int_0^\infty f(v)dv = 1$ 得 $\int_0^{v_0} Cdv + \int_{v_0}^\infty 0 \cdot dv = 1 \Rightarrow v_0 = \frac{1}{C}$

$$\therefore C = \frac{1}{v_0}$$

$$(3) \bar{v} = \int_0^{v_0} vf(v)dv = \int_0^{v_0} Cvdv = \frac{v_0}{2}$$

9、设容器体积为 V_0 内盛有质量为 m_1 和 m_2 的两不同的单原子气体，此混合气体处于平衡状态时内能相等均为 E ，求这两种分子平均速率 \bar{v}_1 和 \bar{v}_2 的比值以及混合气体的压力。

$$\text{解：} \because E = \frac{m}{M} \frac{3}{2} RT \Rightarrow \bar{v} = 1.60 \sqrt{\frac{RT}{M}} = 1.6 \sqrt{\frac{2E}{3m}}$$

$$\frac{\bar{v}_1}{\bar{v}_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$$

$$\text{又} \quad PV = \frac{m}{M} RT = \frac{2}{3} E$$

$$\therefore P = P_1 + P_2 = 2 \times \frac{2E}{3V} = \frac{4E}{3V}$$

10、求上升到什么高度处，大气压强减到地面的 75%。设空气的温度为 0°C ，空气的摩尔质量为 0.0289kg/mol 。

解：根据玻耳兹曼分布的气压公式

$$P = P_0 e^{-\frac{mgz}{kT}} = P_0 e^{-\frac{M_{\text{mol}}gz}{RT}}$$

$$\begin{aligned} z &= -\frac{RT}{M_{\text{mol}}g} \ln \frac{P}{P_0} \\ &= -\frac{8.31 \times 273}{0.0289 \times 9.8} \ln 0.75 \\ &= 2300 \text{ (m)} \end{aligned}$$

11、设容器内盛有质量为 m ，摩尔质量为 M 的多原子气体，分子直径为 d ，气体的内能为 E ，压力为 p ，求

- (1) 分子平均碰撞频率；
- (2) 分子最概然速率；
- (3) 分子的平均平动动能。

解：(1) $\because \bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \quad P = nkT \quad E = \frac{m}{M} \frac{6}{2} RT$

$$\therefore \bar{z} = \sqrt{2}\pi d^2 \bar{v} n = \frac{4d^2 N_0 P}{M} \sqrt{\frac{3\pi m}{E}}$$

$$(2) \quad v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2E}{3m}}$$

$$(3) \quad \bar{\epsilon}_k = \frac{3}{2} kT = \frac{ME}{2N_A m} \quad (\text{其中 } N_A \text{ 为阿伏伽德罗常数})$$

12、一真空管的真空度为 $1.33 \times 10^{-3} \text{Pa}$ ，试求在 27°C 时单位体积的分子数及分子平均自由程。设分子的有效直径 $d = 3.0 \times 10^{-10} \text{m}$ 。

解： $n = \frac{P}{kT} = \frac{1.33 \times 10^{-3}}{1.38 \times 10^{-23} \times 300} = 3.22 \times 10^{17} \text{ 个/m}^3$

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = 7.84 \text{m}$$