华东理工大学

概率论与数理统计

作业簿（第九册）

学　院 ____________专　业 ____________班　级 ____________
学　号 ____________姓　名 ____________任课教师____________

第 17 次作业

一．选择题

1. 棣莫弗-拉普拉斯中心极限定理的叙述是：若 μ_n 是 n 次独立重复试验中事件 A 发生的次数，p 是事件 A 在每次试验中发生的概率，$0<p<1$，则对任何 x，有（　　）成立。

A、$\lim\limits_{n\to\infty}P\{\left|\frac{\mu_n}{n}-p\right|<\varepsilon\}=0$；　　B、$\lim\limits_{n\to\infty}P\{\left|\frac{\mu_n}{n}-p\right|<\varepsilon\}=1$；

C、$\lim\limits_{n\to\infty}P\{\frac{\mu_n-np}{\sqrt{np(1-p)}}<x\}=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$；　　D、$\lim\limits_{n\to\infty}P\{\mu_n<x\}=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$

2. 生产线上组装每件产品的时间服从指数分布，统计资料表明该生产线每件产品的平均组装时间为 10 分钟，各件产品组装时间相互独立，若要以概率 95%保证在 16 小时内最多可组装（　　）件成品

A、81，　B、82，　C、83，　D、84。

3. 设 $\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n,\cdots$ 是两两不相关的随机变量序列，方差存在且有共同的上界，即 $D\xi_n\le C$ $(n=1,2,\cdots$ ，则 $\{\xi_n\}$ 服从切比雪夫大数定律，即对任何 $\varepsilon>0$，有（　　）成立。

A、$\lim\limits_{n\to\infty}P\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\xi_i-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}E\xi_i\right|<\varepsilon\}=0$；　　B、$\lim\limits_{n\to\infty}P\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\xi_i-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}E\xi_i\right|<\varepsilon\}=1$；

C、$\lim\limits_{n\to\infty}P\{\frac{\sum_{i=1}^{n}\xi_i-\sum_{i=1}^{n}E\xi_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}D\xi_i}}<x\}=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$；　　D、$\lim\limits_{n\to\infty}P\{\sum_{i=1}^{n}\xi_i<x\}=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$.

4. 设 $\{\xi_n\}$ 为独立同分布的随机变量序列，其概率分布为：

$$P(\xi_n=\frac{2^k}{k^2})=\frac{1}{2^k}，\quad k=1,2,\cdots$$

则利用（　　）可知 $\{\xi_n\}$ 服从大数定律。

A、马尔可夫大数定律，　　　B、切比雪夫大数定律，
C、伯努利大数定律，　　　　D、辛钦大数定律。

二．填空题

1．一批产品的不合格率为 0.02，现从中任取 40 只进行检查，若发现两只或两只以上不合格品就拒收这批产品，分别用以下方法求拒收的概率：
（1）用二项作精确计算拒收的概率为_______；
（2）若利用泊松分布作近似计算，得到拒收的概率为________；
（3）若利用中心极限定理作近似计算，得到拒收的概率为___________.

2．已知一本 300 页的书中每页印刷错误的个数服从普阿松分布 $P(0.2)$，若直接利用普阿松分布的可加性来计算，则这本书印刷错误总数不多于 70 个的概率为________；若利用中心极限定理作近似计算，则这本书印刷错误总数不多于 70 个的概率为___________.

3. 检验员逐个检查产品，以 $\frac{1}{2}$ 概率用 10 秒钟查一个产品，以 $\frac{1}{2}$ 概率用 20 秒钟（重复两次）检查一个产品，为了利用中心极限定理近似计算在 8 小时内检验员所查产品多于 1900 个的概率，可以将检验员检查一个产品的时间（秒）看作一个随机变量 ξ_i，于是有 ξ_i 的概率分布为_________，_________，故 ξ_i 的数学期望为和方差为__________。利用林德贝格-列维中心极限定理可知在 8 小时内检验员所查产品多于 1900 个的概率为______________.

三．计算题

1．　作加法时，对每个加数四舍五入取整，各个加数的取整误差可以认为是相互独立的，都服从 $(-0.5, 0.5)$ 上的均匀分布。现在有 1200 个数相加，问取整误差总和的绝对值超过 12 的概率是多少？

2．　设有 30 个相互独立的电子器件 $D_1, D_2, \cdots$，它们的使用情况如下：D_1 损坏，D_2 立即使用；D_2 损坏，D_3 立即使用，…。设器件 D_i $(i=1,2,\cdots$ 的寿命服从参数为 $\lambda = 0.1$（1/小时）的指数分布，令 T 为 30 个器件使用的总计时间。问 T 超过 350 小时的概率是多少？

3．　某种福利彩票的奖金额 ξ 由摇奖决定，其分布列为

ξ（万元）	5	10	20	30	40	50	100
P	0.2	0.2	0.2	0.1	0.1	0.1	0.1

若一年中要开出 300 个奖，问需要准备多少奖金总额，才有 95%的把握，保证能够发放奖金？

4. 一复杂系统，由多个相互独立作用的部件组成，在运行期间，每个部件损坏的概率都是0.1，为了使整个系统可靠地工作，必须至少有 88%的部件起作用。

（1）已知系统中共有 900 个部件，求整个系统的可靠性（即整个系统能可靠地工作的概率）。

（2)为了使整个系统的可靠性达到0.99，整个系统至少需要由多少个部件组成？

5. 分别用切比雪夫不等式和德莫哇佛-拉普拉斯极限定理确定：当掷一枚硬币时，需要掷多少次，才能保证出现正面的概率在0.4～0.6之间的概率不少于 90%。

6. 设$\{\xi_n\}$为独立同分布随机变量序列，其概率分布律为

$$P(\xi_n=\pm\log k)=\frac{1}{2}\quad(n=1,2,\cdots\ ,$$

k为大于零的常数，试证$\{\xi_n\}$服从大数定律。

第 18 次作业

一．填空题：

1．设 121， 128， 130， 109， 115， 122， 110， 120 为总体X的一组样本观察值，则

样本均值$\overline{X}$=____；　　样本方差S_{n-1}^2=_____；

样本标准差S_{n-1}=____；　　样本二阶原点矩$\overline{X^2}$=_________。

2．设总体$X\sim N(0,1)$，X_1，$X_2,\cdots$，X_n为样本，则

(1)$X_1^2+X_2^2+X_3^2\sim$____________；

(2)$\dfrac{X_1-X_2}{\sqrt{X_3^2+X_4^2}}\sim$___________；　　(3)$\dfrac{(\frac{n}{3}-1)\sum\limits_{i=1}^{3}X_i^2}{\sum\limits_{i=4}^{n}X_i^2}\sim$____________。

二． 选择题：

1．设$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$为总体X的一个样本，若样本观测值分别为

(-2，-1，0，0，1，2)，则下述选项错误的是（　　）。

A. 样本均值为 0 ；　　　　B. 样本中位数为 0；

C　样本方差为 2；　　　　D. 样本极差为 2。

2． 已知总体$X\sim N(\mu，\sigma^2)$，其中μ已知而σ^2未知，$X_1，X_2,\cdots，X_n$是总体X的一个样本。则下列的(　　) 不是统计量，其中$\overline{X}$为样本均值

A. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X-\overline{X})$；　　　　B. $X_1+2\mu$；

C. $\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$；　　　　D. $\max\{X_1，X_2,\cdots，X_n\}$。

3．设随机变量$X\sim N(1,\ 2^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_{100}$是X的样本，$\overline{X}$为样本均值，已知

$Y=a\overline{X}+b\sim N(0,\ 1)$，则有(　　)。

A. $a=-5,b=5$；　B. $a=5,b=5$；　C. $a=\frac{1}{5},b=-\frac{1}{5}$；　D. $a=-\frac{1}{5},b=\frac{1}{5}$.

4．设总体$X\sim N(0,1)$，$X_1，X_2,\cdots，X_6$为样本，又设

$Y=(X_1+X_3+X_5)^2+(X_2+X_4+X_6)^2$，且$\boldsymbol{CY\sim\chi^2(2)}$分布，则 C=(　　)。

A.1；　　B.$\frac{1}{2}$；　　C. $\frac{1}{3}$；　　D.$\frac{1}{6}$。

三．计算题：

1. 设从总体ξ中取得一个容量为 5 的样本，样本观测值为

-2.8，　-1，　1.5，　2.1，　3.4

试求此样本的经验分布函数$F_5(x)$，并做出其图形。

2. 设$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$，（$Y_1,Y_2,\cdots,Y_n$）是两个样本，它们之间有下列关系：

$$Y_i=\frac{X_i-a}{b}\qquad(i=1,2,\cdots,n)$$

其中$a,b\neq 0$是常数，求

（1）它们的样本均值$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$与$\overline{Y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}Y_i$之间的关系；

（2）它们的样本方差$S_x^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$与$S_y^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\overline{Y})^2$之间的关系。

3. 设总体$\xi \sim N(\mu,10^2)$，问抽取的样本容量n多大时，才能使概率$P(\ \mu-5<\overline{X}<\mu+5)$=0.954 ？

4．设总体$\boldsymbol{X\sim N(12,2^2)}$，$\boldsymbol{X_1}$，$\boldsymbol{X_2,\cdots}$，   是样本，求：

（1）$\boldsymbol{P(|X-12|<1)}$；

（2）$\boldsymbol{P(|\overline{X}-12|<1)}$；

（3）$\boldsymbol{P\{\min_{1\le i\le 5}X_i>10\}}$；

（4）$\boldsymbol{P\{\max_{1\le i\le 5}X_i>15\}}$。

5．设总体$\xi \sim N(50,6^2)$，总体$\eta \sim N(46,4^2)$，且$\boldsymbol{\xi}$，$\boldsymbol{\eta}$相互独立，从总体ξ中抽取容量为 10 的样本，从总体η中抽取容量为 8 的样本，且$\overline{X}$，$\overline{Y}$分别为ξ，η的样本均值，S_x^2，S_y^2分别为ξ，η的样本方差。求下列概率：

(1) $\boldsymbol{P(50<\overline{X}<51.8974，13.3<s_x^2<67.676)}$；

(2) $\boldsymbol{P(\frac{\overline{Y}-46}{S_y}>0.8360)}$ ；

(3) $\boldsymbol{P(\frac{S_x^2}{S_y^2}<8.28)}$，