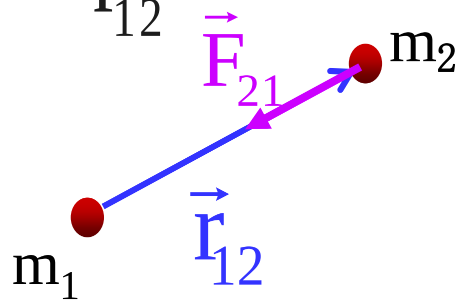
2 力学中常见的力

- 场力
  - 重力 $m\vec{g}$ $g = 9.8m/s$
  - 万有引力 $\vec{F}_{21} = -G\dfrac{m_1 m_2}{r_{12}^2}\vec{r}_{12}^{\,0}$



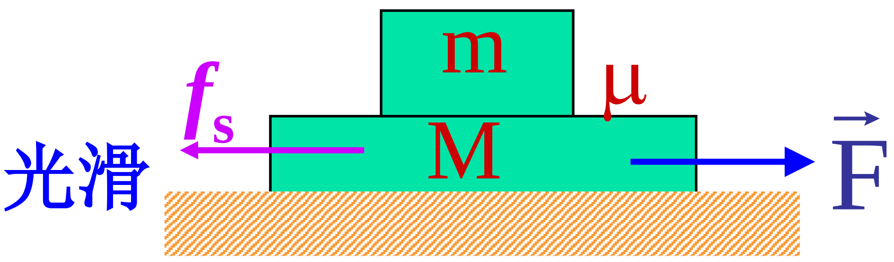
地球表面

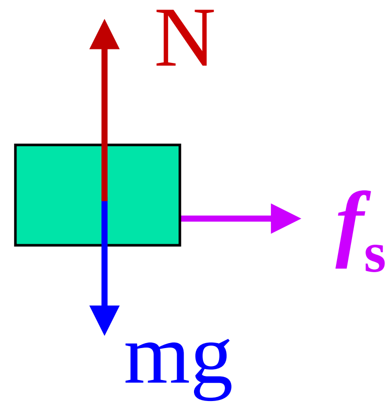
$$G\frac{M_{地球}m}{R^2_{地球半径}} = mg$$

- 接触力
  - 弹性力
    - 弹簧力 $f = -kx$
    - 正压力　张力
  - 摩擦力
    - 滑动摩擦力 $f_k = \mu_k N$
    - 静摩擦力 $0 \le f_s \le \mu_s N$

1) 若m相对于M无相对运动, 对力F有何要求?

2) 若能将M从中抽出, 对力F有何要求?





$$a_m = a_M \Rightarrow \frac{m}{M+m}F = f_s \le \mu N = \mu mg$$

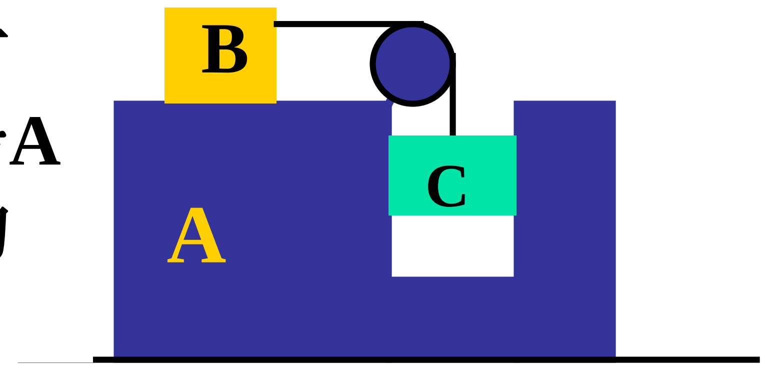
$$f_s = m a_m \qquad \Rightarrow F \le \mu g(M+m)$$

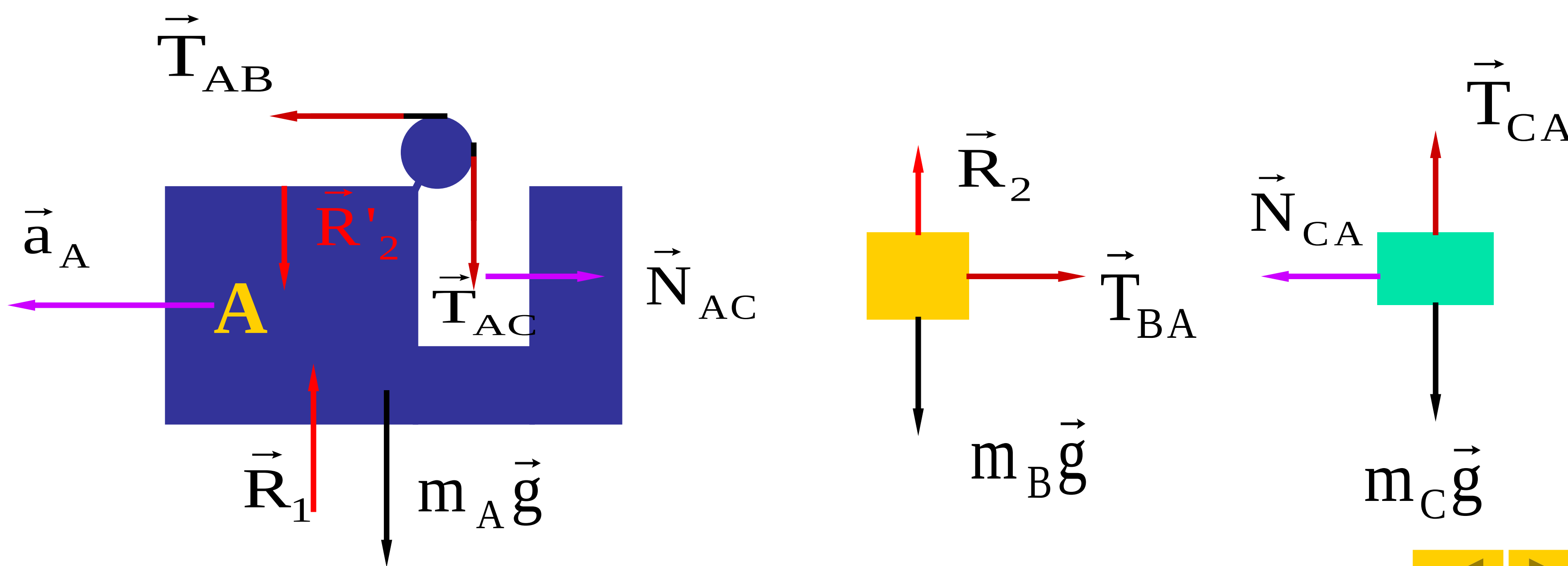
$$F - f_s = M a_M$$

$$a_M > a_m \Rightarrow \frac{m}{M+m}F > f_s = f_{max} = \mu mg \Rightarrow F$$

3、牛顿运动定律的解题方法（隔离体法）

例、如图所示的装置中，所有的接触面均是光滑的，当C 沿A的光滑槽下滑时，试画出各物体的受力图。





牛顿运动定律的解题步骤：

1）确定研究对象进行受力分析；

（隔离物体，画受力图）

2）建立坐标系；

3）列方程（一般用分量式）；

“正负”如何处理？

4）利用其它的约束条件列补充方程；

（找出物理量之间的联系）

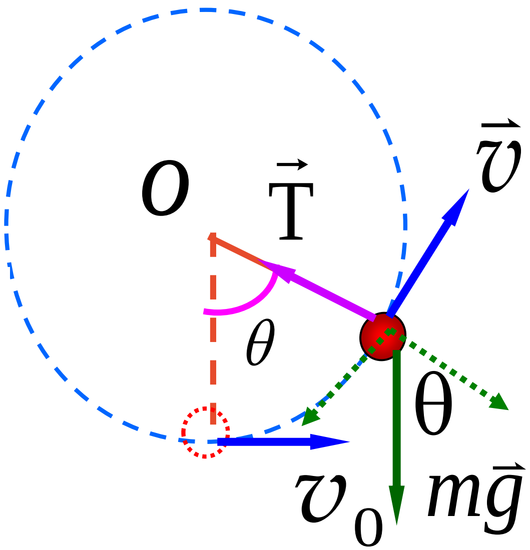
5）先用文字符号求解，后带入数据计算结果.

选物体　看运动　查受力　列方程

例1、如图长 l 的轻绳，一端系质量m的小球, 另一端固定0，t=0 时小球位于最低位置，并具有水平速度 $\vec{v}_0$ ，求小球在任意位置的速率及绳的张力.

解：

$$\begin{cases} -mg\sin\theta = ma_t = m\dfrac{dv}{dt} \\ T - mg\cos\theta = ma_n = m\dfrac{v^2}{l} \end{cases}$$



$$\left.\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= \frac{dv}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega = \frac{v}{l} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{v}{l}\frac{dv}{d\theta}$$

$$-mg\sin\theta = m\frac{v}{l}\frac{dv}{d\theta}$$

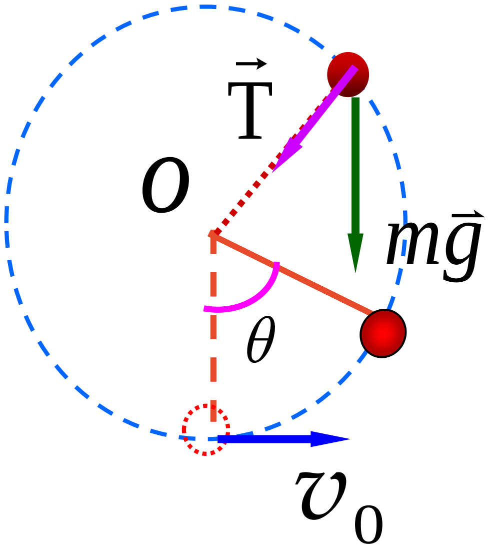
$$v\,dv = -gl\sin\theta\,d\theta$$

$$\int_{v_0}^{v} v\,dv = \int_{0}^{\theta} -gl\sin\theta\,d\theta$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2lg(\cos\theta - 1)}$$

$$T = m\frac{v^2}{l} + mg\cos\theta$$

$$= m(\frac{v_0^2}{l} - 2g + 3g\boxed{\cos\theta)}$$



$$\theta = 0$$

$$T = m(\frac{v_0^2}{l} + g)$$

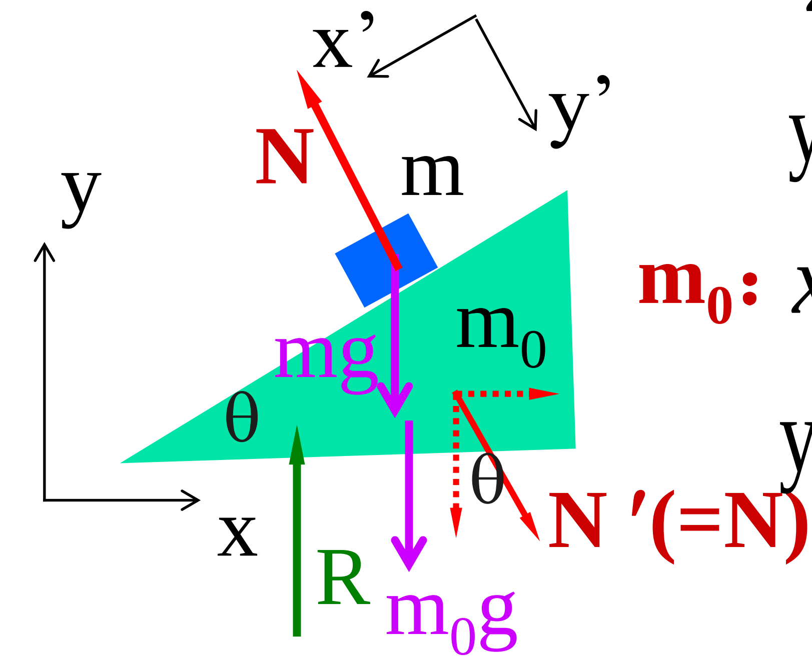
$$\theta = \pi$$

$$T = m(\frac{v_0^2}{l} - 5g)$$

$$T \geq 0$$

$$v_0^2 \geq 5gl$$

例2（书P47 1-24） 解：设以地面为参照系



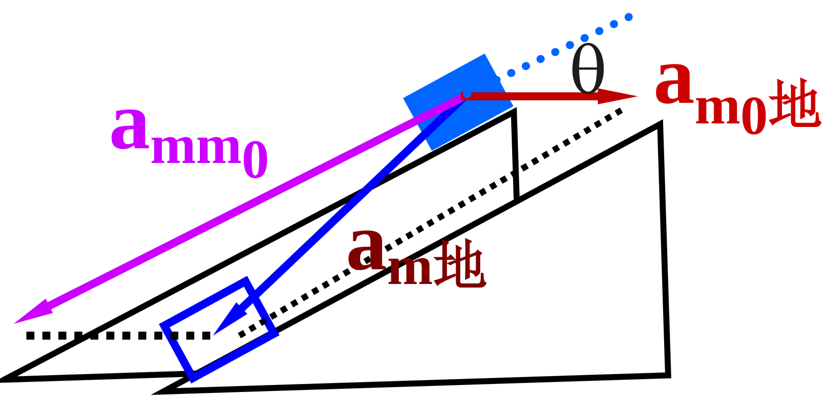
m: x' $$mg\sin\theta = ma_{mx'}$$

y' $$mg\cos\theta - N = ma_{my'}$$

m_0: x $$N\sin\theta = m_0 a_{m_0}$$

y $$R - m_0 g - N\cos\theta = 0$$

$$\vec{a}_{m地} = \vec{a}_{mm_0} + \vec{a}_{m_0地}$$



$$a_{mx'} = a_{mm_0} - a_{m_0}\cos\theta$$

$$a_{my'} = a_{m_0}\sin\theta$$

$$a_{mm_0}=\frac{\left(1+\dfrac{m}{m_0}\right)\sin\theta}{1+\dfrac{m}{m_0}\sin^2\theta}g$$

结果的讨论：（量纲和极限情况）

（1）a_{mm_0}与g的量纲相同

（2）若$m_0 >> m$（ m_0 不动），$m/m_0 \to 0$，

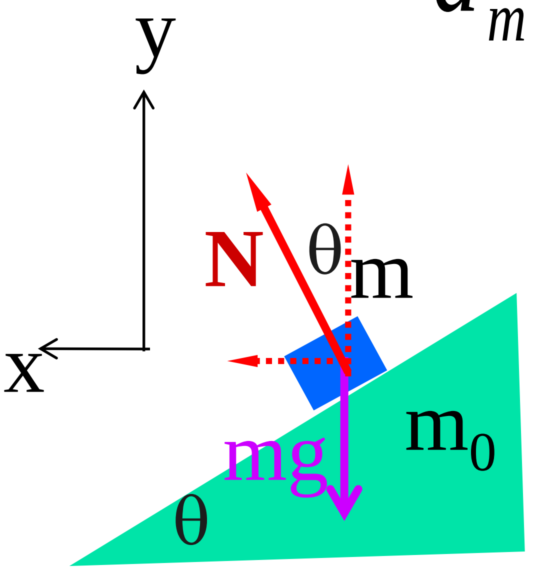
$a_{mm0}=g\sin\theta$

（3） $\theta=0$， $a_{mm0}=0$

$\theta=90^o$， $a_{mm0}=g$ 与实际情况相符

(2) m相对m_0静止

$$\vec{a}_{mm_0} = 0 \Rightarrow \vec{a}_{m地} = \vec{a}_{m_0地}$$



m:

x $\quad N\sin\theta = m a_{mx}$

y $\quad N\cos\theta - mg = 0$

$$\Rightarrow a_{mx} = g\tan\theta$$

七、非惯性系　惯性力

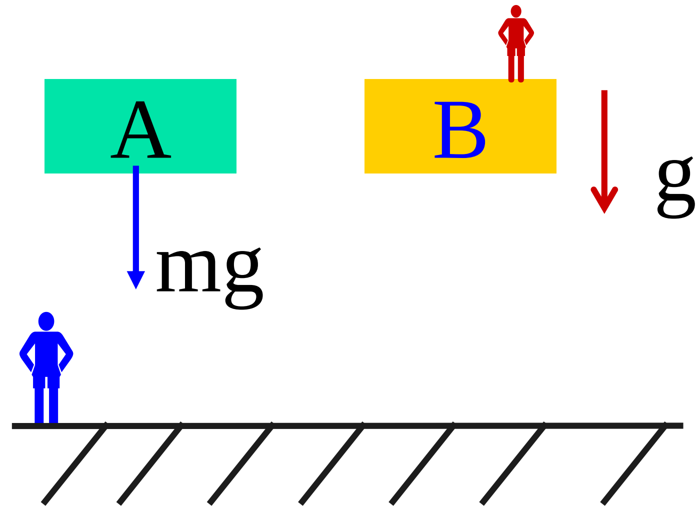
$$\vec{a}_{A\text{地}} = \vec{a}_{AB} + \vec{a}_{B\text{地}}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}_{A\text{地}}$$

真实的力

$$= m\vec{a}_{AB} + m\vec{a}_{B\text{地}}$$

$$\vec{F} \boxed{- m\vec{a}_{B\text{地}}} = m\vec{a}_{AB}$$



1、惯性力——大小等于运动质点的质量与非惯性系加速度的乘积；方向与非惯性系加速度的方向相反。

$$\vec{F}_{\text{惯}} = -m\vec{a}_{B\text{地}}$$

2、惯性力是虚拟力，无反作用力。

3、在非惯性参照系中，除真实的力外，只要添加惯性力，牛顿运动定律仍成立。

p46　1−24

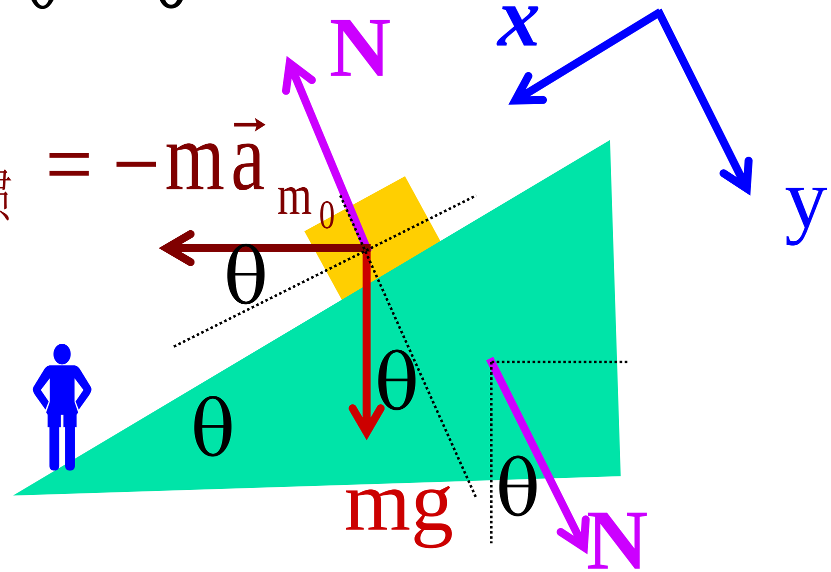
解：设以m_0为参照系

$$x \qquad mg\sin\theta + ma_{m_0}\cos\theta = ma_{mm_0}$$

$$y \qquad mg\cos\theta - N - ma_{m_0}\sin\theta = 0$$

$$N\sin\theta = m_0 a_{m_0}$$

$$\vec{F}_{惯} = -m\vec{a}_{m_0}$$

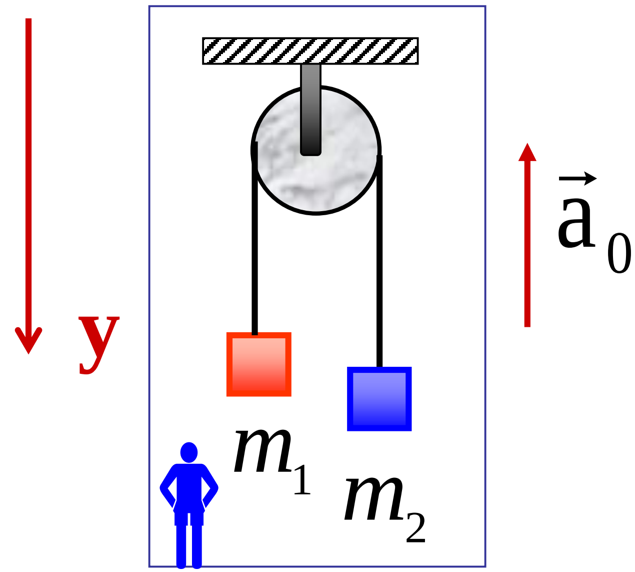


书 P46 1-17

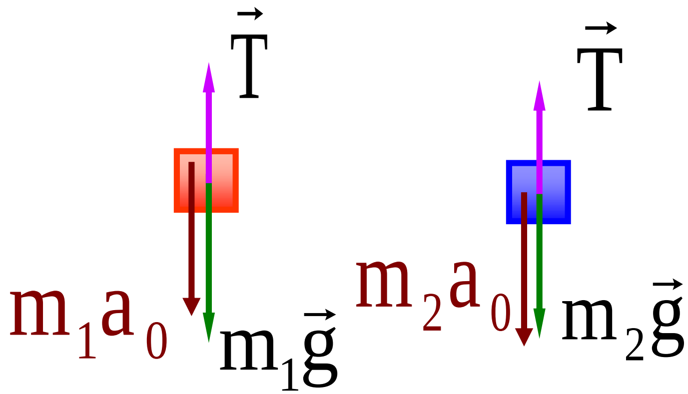
书 P46 1-17

解 以升降机为参考系

$$\begin{cases} m_1 g + m_1 a_0 - T = m_1(-a) \\ m_2 g + m_2 a_0 - T = m_2 a \end{cases}$$



a是m_1、m_2在升降机中的加速度



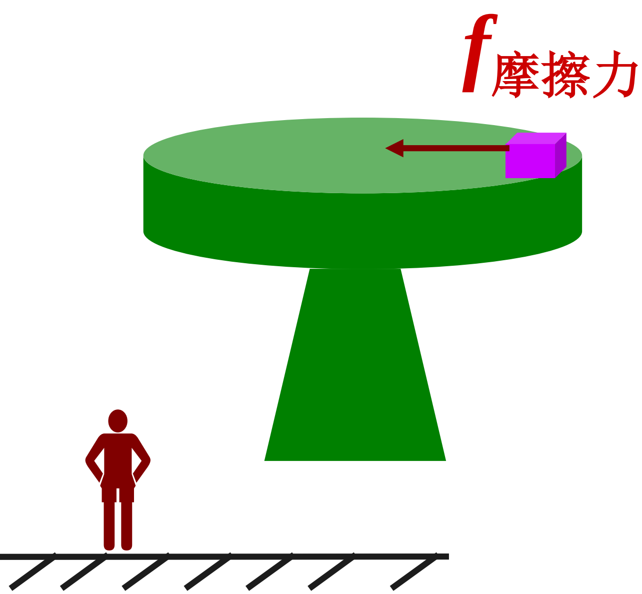
$$\vec{a}_{1地} = \vec{a}_{1A} + \vec{a}_{A地} \Rightarrow a_{1地} = -a - a_{A地}$$

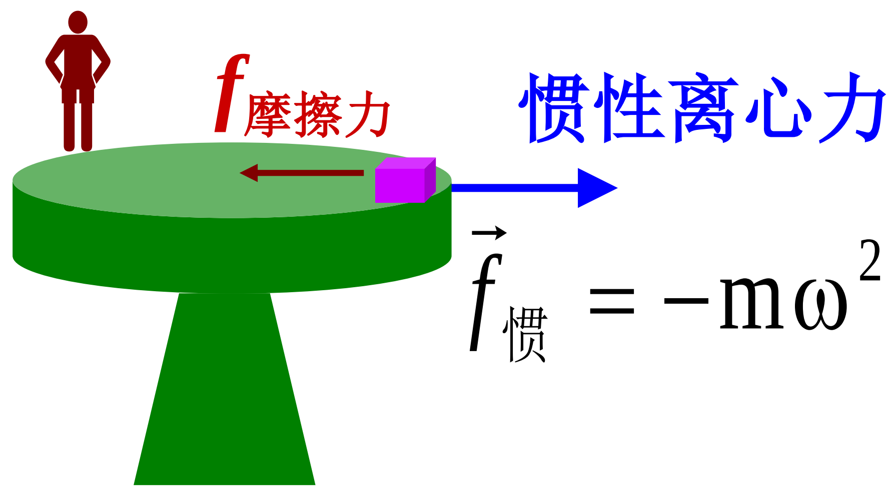
$$\vec{a}_{2地} = \vec{a}_{2A} + \vec{a}_{A地} \Rightarrow a_{2地} = a - a_{A地}$$

物体随着转台一起转动:

地面为参照系 $\vec{f} = m\vec{a}_n = m\omega^2 R\hat{n}$

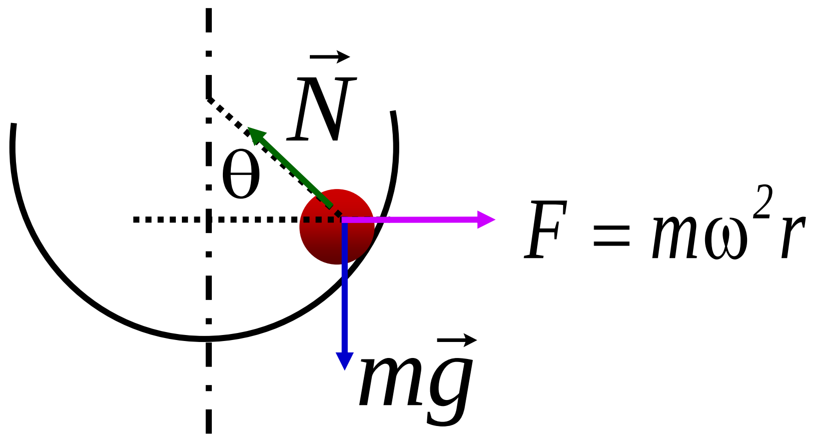
转台为参照系 $\vec{f} + \vec{f}_{惯} = 0$





$$\vec{f}_{惯} = -m\omega^2 R\hat{n}$$

书p46 1-21 质量为m的小球沿半球形碗的光滑的内面，正以角速度ω 在一水平面内作匀速圆周运动，碗的半径为R，求该小球作匀速圆周运动的水平面离碗底高度。



$$\left.\begin{aligned} N\sin\theta &= m\omega^2(R\sin\theta) \\ N\cos\theta &= mg \end{aligned}\right\} \Rightarrow \cos\theta = \frac{g}{\omega^2 R}$$

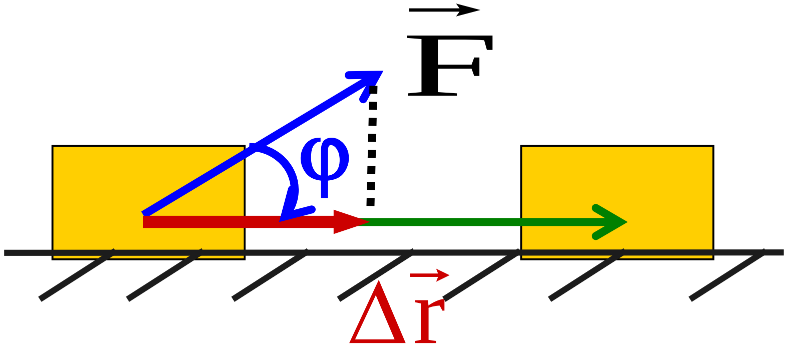
$$H = R - R\cos\theta = R\left(1 - \frac{g}{\omega^2 R}\right)$$

第二章　守恒定律

一、力对空间的积累效应

1、功(work)　　单位：J 焦耳

——力在质点位移方向的分量与位移大小的乘积。



恒力的功

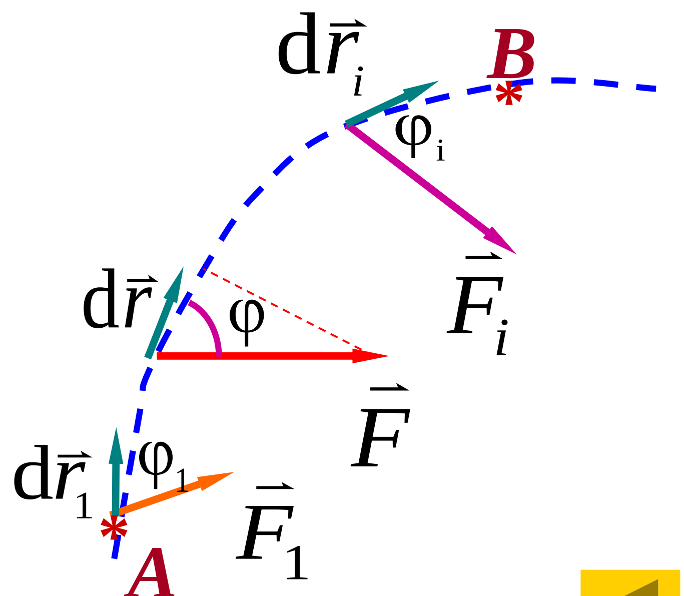
$$A = |\vec{F}||\Delta\vec{r}|\cos\varphi$$

$$= \vec{F}\cdot\Delta\vec{r}$$

变力的功

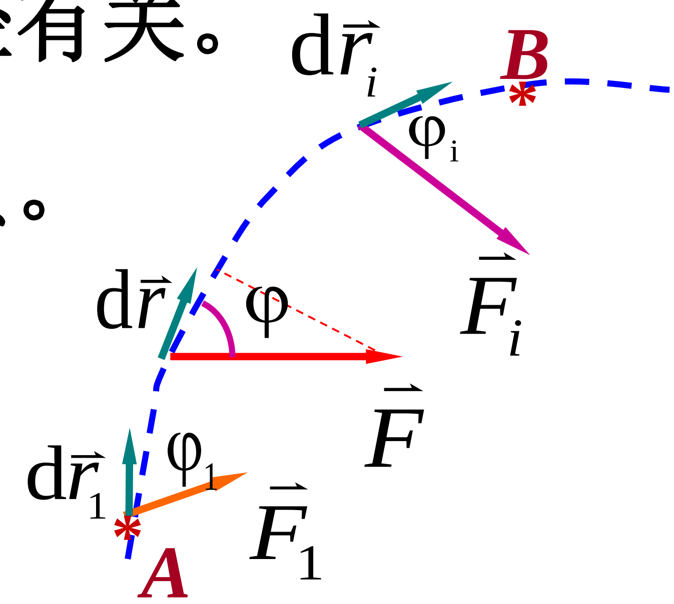
$$dA = \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

$$A = \int dA = \int_a^b \vec{F}\cdot d\vec{r}$$



注意： 1、功是过程量，与路径有关。

2、功是标量，但有正负。



$$0 < \varphi < 90^{0}, \quad dA > 0$$

$$90^{0}° < \varphi < 180^{0}, \quad dA < 0$$

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$\varphi = 90^{0} \qquad \vec{F} \perp d\vec{r} \Rightarrow dA = 0$$

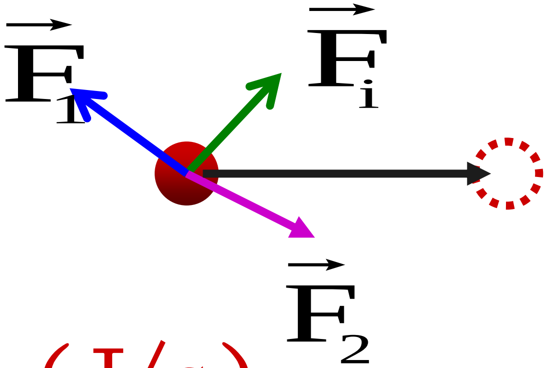
它的正负反映了力在物体运动中所扮演的角色。

负功也常被说成质点在运动中克服力 $\vec{F}$ 做了功

合力的功 $A = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_a^b \sum_i \vec{F}_i \cdot d\vec{r}$

$$= \sum_i \int_a^b \vec{F}_i \cdot d\vec{r}$$

$$= \sum_i A_i$$

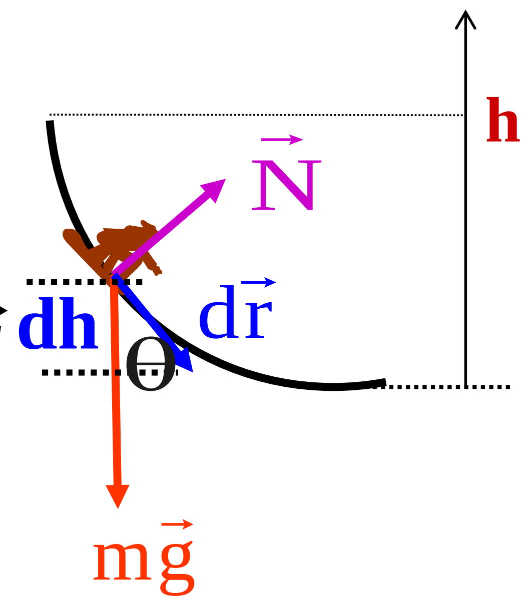


功率（power） 单位：W 瓦特（J/s）

——力在单位时间内所作的功

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

例1、滑雪运动员的质量为m，沿滑雪道下滑了高度h，忽略他所受的摩擦力，求在这一过程中他所受得合外力做的功。



解： $\vec{F} = \vec{N} + m\vec{g}$

$$A_{ab} = \int \vec{F}\cdot d\vec{r} = \cancelto{0}{\int_a^b \vec{N}\cdot d\vec{r}} + \int_a^b m\vec{g}\cdot d\vec{r}$$

$$= \int_a^b mg|d\vec{r}|\cos\theta$$

$$= \int_h^0 mg(-dh) = mgh$$

重力的功与下滑高度有关，与滑过路程无关

例2、质点m，在xoy平面上运动，其位置矢量为：

$$\vec{r} = a\cos\omega t\,\vec{i} + b\sin\omega t\,\vec{j}$$

（a、b、ω为正值常数，a > b）, 求质点从A (a，0)点运动到B(0, b) 点的过程中力所做的功。

解：$\vec{F} = m\vec{a} = m(a_x\vec{i} + a_y\vec{j})$

$$= -ma\omega^2\cos\omega t\,\vec{i} - mb\omega^2\sin\omega t\,\vec{j}$$

$$= -m\omega^2\vec{r} \quad (= F_x\vec{i} + F_y\vec{j})$$

$$A = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} \quad (d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j})$$

$$A = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = -m\omega^2 \int_A^B (a\cos\omega t dx + b\sin\omega t dy)$$

$$= -m\omega^2 \int_A^B (x dx + y dy)$$

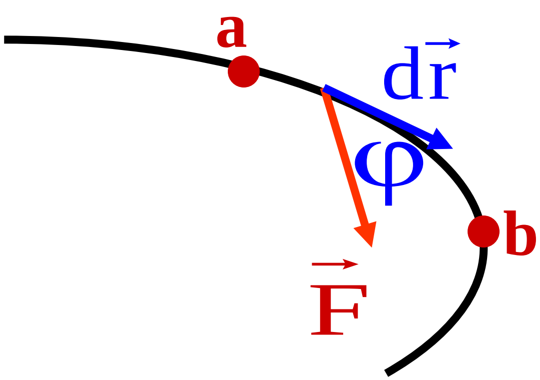
$$A_x = -\int_a^0 m\omega^2 x dx = \frac{1}{2} m a^2 \omega^2$$

$$A_y = -\int_0^b m\omega^2 y dy = -\frac{1}{2} m b^2 \omega^2$$

$$A = A_x + A_y = \frac{1}{2} m a^2 \omega^2 - \frac{1}{2} m b^2 \omega^2$$

2、动能定理

——合外力对质点所作的功等于质点动能的增量。



$$A_{ab}=\int_a^b \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_a^b \left|\vec{F}\right|\cos\varphi\left|d\vec{r}\right|$$

$$=\int_a^b F_r\left|d\vec{r}\right| = \int_a^b m a_t\left|d\vec{r}\right|$$

$$a_t=\frac{dv}{dt}$$

$$\left|d\vec{r}\right| = vdt$$

$$A_{ab}=m\int_{v_a}^{v_b}\frac{dv}{dt}vdt = m\int_a^b vdv$$

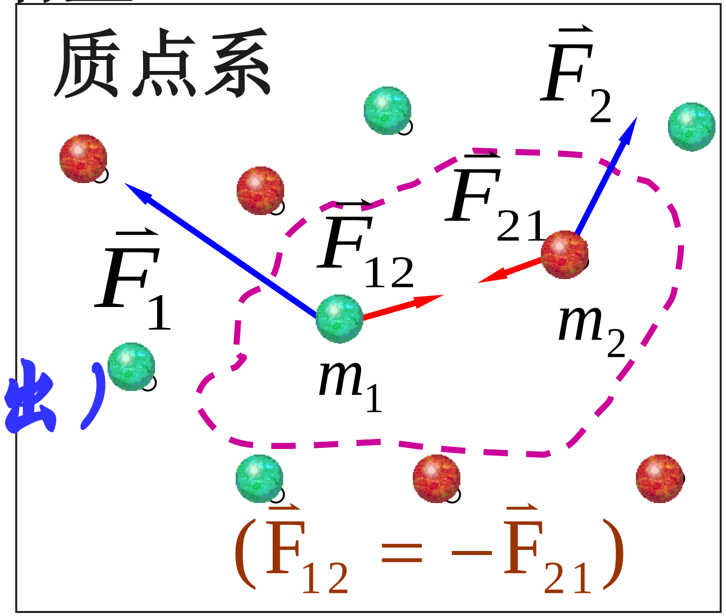
$$=\frac{1}{2}mv_b^2-\frac{1}{2}mv_a^2$$

动能

3、质点系的动能定理

——所有外力对质点系做的功和内力对质点系做的功之和等于质点系总动能的增量。

$$A_{外}+A_{内}=\sum E_{kib}-\sum E_{kia}$$



(1) 适用惯性系（牛顿定律导出）

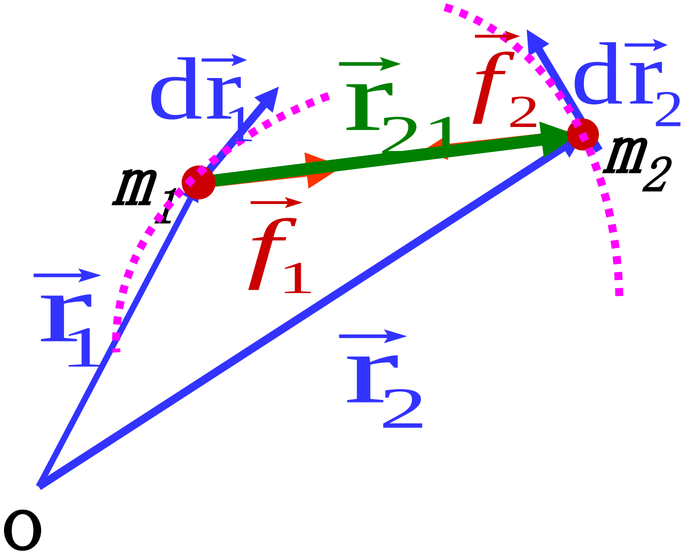
(2) 符合相对性原理

—在不同的惯性系中具有相同的形式

(3) 内力能改变系统的总动能（爆炸物的飞溅）

一对内力的功

$$dA = \vec{f}_1 \cdot d\vec{r}_1 + \vec{f}_2 \cdot d\vec{r}_2$$



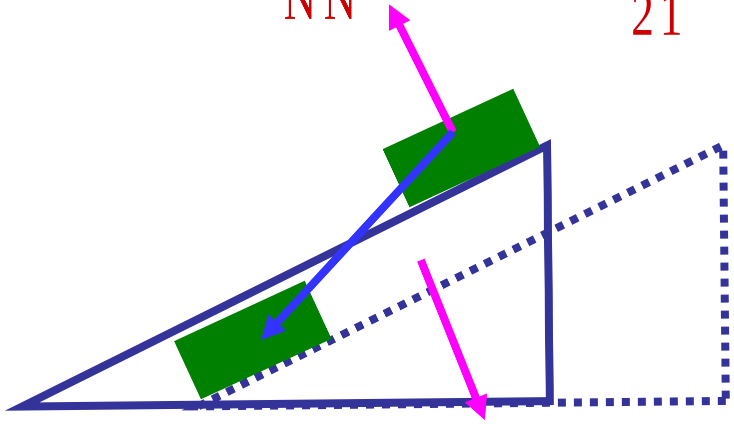
$$\because \quad \vec{f}_1 = -\vec{f}_2$$

$$\therefore \quad dA = \vec{f}_2 \cdot (d\vec{r}_2 - d\vec{r}_1) = \vec{f}_2 \cdot d(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

$$\because \quad \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r}_{21}$$

$$dA_{NN'} = \vec{N} \cdot d\vec{r}_{21} = 0$$

$$\therefore \quad dA = \vec{f}_2 \cdot d\vec{r}_{21}$$



摩擦力的功?