*分子在每个自由度上均分能量为 $\frac{1}{2}kT$

*理想气体的内能：$E=\frac{m}{M}\frac{i}{2}RT$

*速率分布函数：$f(v)=\frac{dN}{Ndv}$

*麦克斯韦分子速率分布律 $f(v)=4\pi\left(\frac{\mu}{2\pi kT}\right)^{3/2}e^{-\frac{\mu v^2}{2kT}}v^2$

相关图形和物理意义！！

*麦克斯韦分子速率分布律的应用

$v_p=\sqrt{\frac{2RT}{M}}=\sqrt{\frac{2kT}{\mu}}$ $\bar{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi\mu}}$ $\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}=\sqrt{\frac{3kT}{\mu}}$

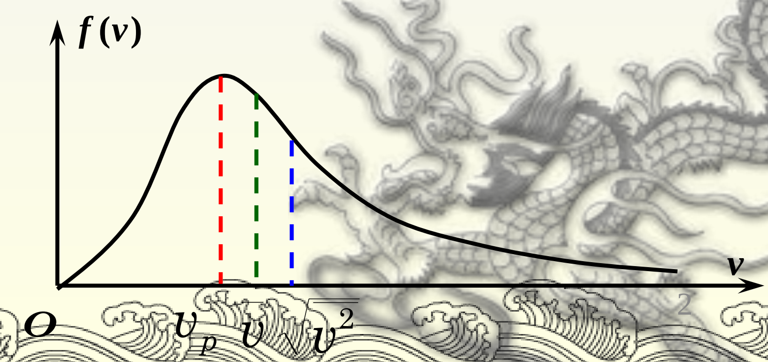
[例6-10] 写出速率在$\bar{v}$和v_p之间的分子的平均速率表达式

解:

$$\bar{v} \cancel{=} \frac{\int_{\bar{v}}^{v_p} v\,dN}{N} = \frac{\int_{\bar{v}}^{v_p} vf(v)N\,dv}{N} = \int_{\bar{v}}^{v_p} vf(v)\,dv$$

$$\bar{v} = \frac{\int_{v_p}^{\bar{v}} v\,dN}{N'} = \frac{\int_{v_p}^{\bar{v}} v\,dN}{\int_{v_p}^{\bar{v}} dN} = \frac{\int_{v_p}^{\bar{v}} vf(v)N\,dv}{\int_{v_p}^{\bar{v}} Nf(v)\,dv} = \frac{\int_{v_p}^{\bar{v}} vf(v)\,dv}{\int_{v_p}^{\bar{v}} f(v)\,dv}$$

平均值的计算注意上下区间的一致性



* 玻尔兹曼分布率

（任何物质分子在保守力场中分布的统计规律）

单位体积的分子数 $n = n_0 e^{-E_P/kT}$

n_0——在E_P=0时，单位体积的分子数

* 重力场中粒子按高度的分布

重力场中高度h处粒子的重力势能：$E_p = \mu g h$

则：h处单位体积的分子数 $n = n_0 e^{-\mu g h/kT} = n_0 e^{-Mgh/RT}$

讨论：1. 分子热运动—分子呈均匀分布，
重力作用—分子沉积在下面。

重力场中气体分子的密度随高度h按指数衰减。

2. 等温大气压强公式（高度计原理）

假设：大气为理想气体，不同高度处温度相等

$$\left.\begin{aligned} &P = nkT \\ &P_0 = n_0 kT \\ &n = n_0 e^{-\frac{\mu g}{kT}h} \end{aligned}\right\} \boldsymbol{h = \frac{kT}{\mu g}\ln\frac{P_0}{P}}$$

P_0为$h=0$处的压强

每升高10米，大气压强降低133Pa。近似符合实际，可粗略估计高度变化。

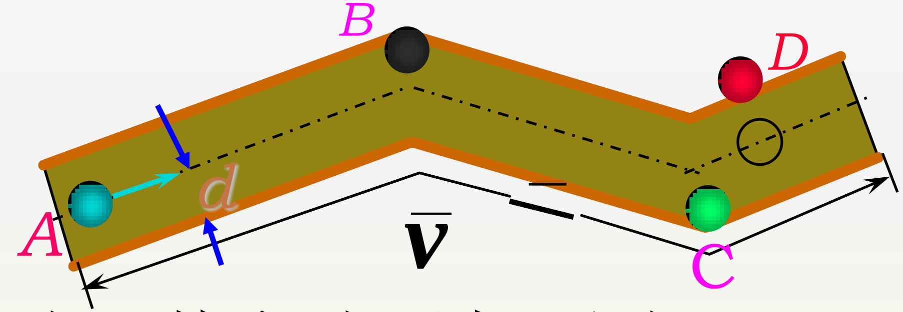
6.7 分子碰撞及自由程

自由程 λ ⟶ 分子连续两次碰撞之间所自由走过的路程。

平均自由程 $\bar{\lambda}$ ⟶ 自由路程的平均值。

平均碰撞次数 $\bar{z}$ ⟶ 一秒钟内一个分子与其它分子碰撞的平均次数。

一、平均碰撞次数：



设分子的有效直径为 d

设A分子以平均速率 $\bar{v}$ 运动，其它分子都不动

以A分子运动路径(折线)为轴线，作一半径为d，总长度为 $\bar{v}$ 的圆管。凡分子中心位于管内的分子（如 B、C 分子）都将在一秒内与 A 分子进行碰撞。

一秒钟内分子将与分子中心位于管内的所有分子进行碰撞

则平均碰撞次数为：$\bar{z} = n\bar{v}\pi d^2$

考虑其他分子都运动，则：$\bar{z} = \sqrt{2}n\bar{v}\pi d^2$

二、平均自由程

$$\left.\begin{aligned} &\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} \\ &\bar{z} = \sqrt{2}n\bar{v}\pi d^2 \\ &\because P = nkT \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &\bar{Z} = \sqrt{2}\pi d^2 \frac{P}{kT}\bar{v}, \\ &\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P} \end{aligned}$$

讨论: $\bar{Z}=\sqrt{2}\pi d^2 n\bar{v}=\sqrt{2}\pi d^2\frac{P}{kT}\bar{v},$ $\bar{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi\mu}}$

$$\bar{\lambda}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$$

1. 当T一定，$P\uparrow$，则：$\bar{Z}\uparrow$ $\bar{\lambda}\downarrow$

2. 当n一定，$T\uparrow$，则：$\bar{Z}\uparrow$ $\bar{\lambda}$ 不变

3. 当P一定，$T\uparrow$，则：$\bar{Z}\downarrow$ $\bar{\lambda}\uparrow$

$$\because \bar{Z}\propto\frac{P}{kT}\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \qquad \therefore \bar{Z}\propto\frac{1}{\sqrt{T}}$$

一定质量的某种理想气体，先经过等容过程使其热力学温度增高为原来的4倍，再经过等温过程使其体积膨胀为原来的2倍，则经此过程后：

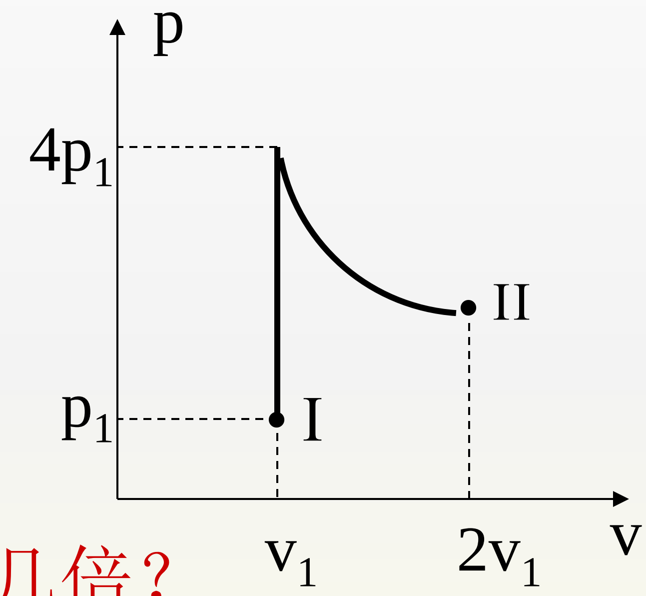
（1）分子的平均碰撞的频率变为原来的几倍？

解：$\bar{Z}=\sqrt{2}\pi n d^2\bar{V}$

$$\bar{V}=\sqrt{\frac{8RT}{M\pi}}$$

$T_2=4T_1$ ， $n_2=\frac{1}{2}n_1$

$$\frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1}=1$$



（2）分子的平均自由程变为原来的几倍？

解：$\bar{\lambda}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$

$n_2=\frac{1}{2}n_1$

$$\frac{\bar{\lambda}_2}{\bar{\lambda}_1}=2$$

气体分子热运动图景的量级概念

* 标准状态下的氮气

$$\left(T_0 = 273K,\quad V_0 = 22.4 升/mol,\quad P_0 = 1.013\times10^5 帕\right)$$

1.分子质量：$\mu = \dfrac{M}{N_0} = \dfrac{28\times10^{-3}}{6.022\times10^{23}} = 4.65\times10^{-26}kg$ 小

2.分子密度：$n = \dfrac{P_0}{kT_0} = 2.69\times10^{25}m^{-3}$ 多

3.分子的平均速率：$\bar{V} = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi M}} = 455m\cdot s^{-1}$ 快

4.分子间平均碰撞次数：$\bar{z} = \sqrt{2}n\bar{v}\pi d^2 = 5.85\times10^9 s^{-1}$ 乱

（其中：$d = 3.28\times10^{-10}m$）