

# 华东理工大学 2012 - 2013 学年第二学期

## 《微分几何》课程期中考试试卷 2013. 4. 24

开课学院：理学院， 专业：数、信计， 考试形式：闭卷， 所需时间 120 分钟

考生姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 任课教师：杨勤民

题序	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							
评卷人							

一、(共26分)已知曲线  $\vec{r}(t) = (6t, 3t^2, t^3)$ , 求

- (1)它的基本向量  $\vec{\alpha}(t), \vec{\beta}(t)$  和  $\vec{\gamma}(t)$ ; (9 分)
- (2)它的密切平面, 从切平面和法平面; (9分)
- (3)它的曲率  $k(t)$ ; (4分)
- (4)它的挠率  $\tau(t)$ . (4分)

二、(共24分)已知曲面的第一基本形式为  $ds^2 = \cos^2 u du^2 + \sin^2 v dv^2$ , 它上面的三条曲面曲线  $u+v=0, u-v=0$  和  $v=1$  围成一个曲边三角形, 求

- (1)该曲边三角形所围曲面域的面积; (6分)
- (2)该曲边三角形的三个内角; (9分)
- (3)该曲边三角形的三条曲边的长度. (9分)

三、(共24分)已知曲面  $\vec{r}(u, v) = (\sqrt{u^2+1} \cos v, \sqrt{u^2+1} \sin v, \ln(u + \sqrt{u^2+1}))$ ,

- (1)求它的第一类基本量  $E, F, G$  和第一基本形式 I; (8 分)
- (2)求它的第二类基本量  $L, M, N$  和第二基本形式 II; (8 分)
- (3)求它的主曲率  $k_1, k_2$ , 平均曲率  $H$  和高斯曲率  $K$ . (8 分)

四、(共10分) 正则曲面  $\vec{r}(u, v)$  经过参数变换  $\theta=\theta(u, v), \varphi=\varphi(u, v)$  变为曲面  $\vec{r}^*(\theta, \varphi)$ , 且  $\frac{\partial(\theta, \varphi)}{\partial(u, v)} \neq 0$ , 证明  $I(du, dv) = I^*(d\theta, d\varphi)$ .

五、(共10分)证明每一条曲线在它的主法线曲面上是渐近曲线.

六、(共6分)求证在两个曲面的交线(C)上点P的曲率 $k$ 满足方程  $k^2 \sin^2 \theta = k_1^2 + k_2^2 - 2k_1 k_2 \cos \theta$  (其中 $k_1, k_2$ 分别是两个曲面在点P的法曲率,  $\theta$ 是这两个曲面在点P的法向量的夹角).