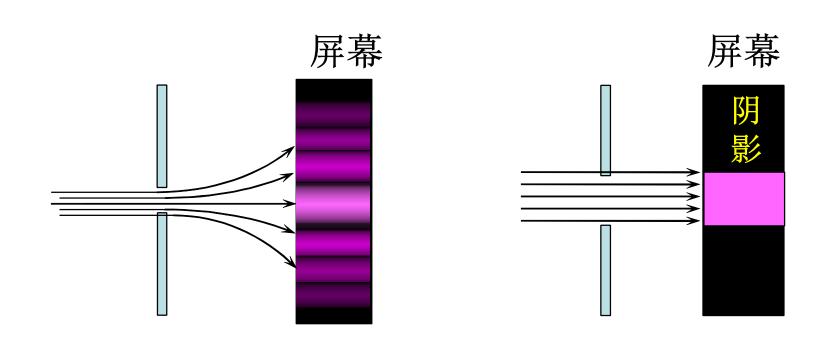
第14章 光的衍射(Diffraction of light)

- § 14.1 光的衍射和惠更斯-菲涅耳原理
- § 14.2 单缝的夫琅禾费衍射
- § 14.3 圆孔夫琅禾费衍射 光学仪器的分辨本领
- § 14.4 光栅衍射 光栅光谱
- § 14.5 X 射线的衍射

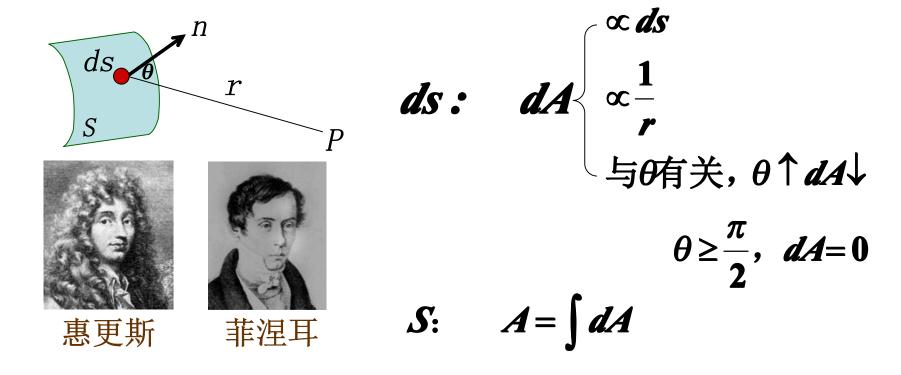
§ 14.1 光的衍射 惠更斯-菲涅耳原理

- 一. 光的衍射
- ●光线绕过障碍物或小孔,偏离直线传播的现象.
- ●光强呈现不均匀分布.
- ●产生衍射的条件:障碍物线度与波长可比拟,d~λ



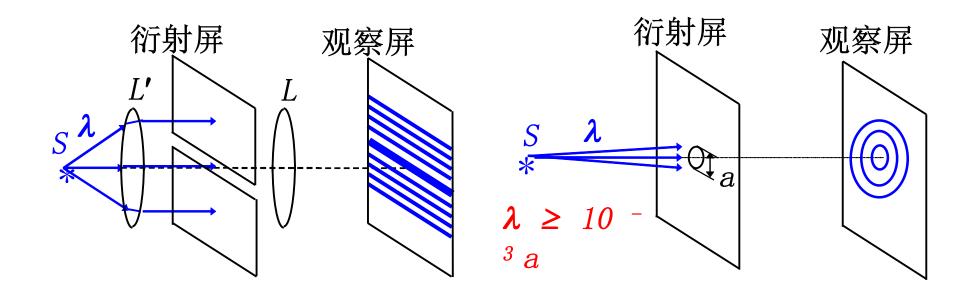
二、惠更斯——菲涅耳原理

●波阵面上的每一点都可看作是一个子波源,它们向空间发出球面子波,这些子波是相干的,空间某点的振动,就是这些子波在该点相干叠加的结果。屏上观察到的衍射条纹就是相干叠加产生的光强分布。



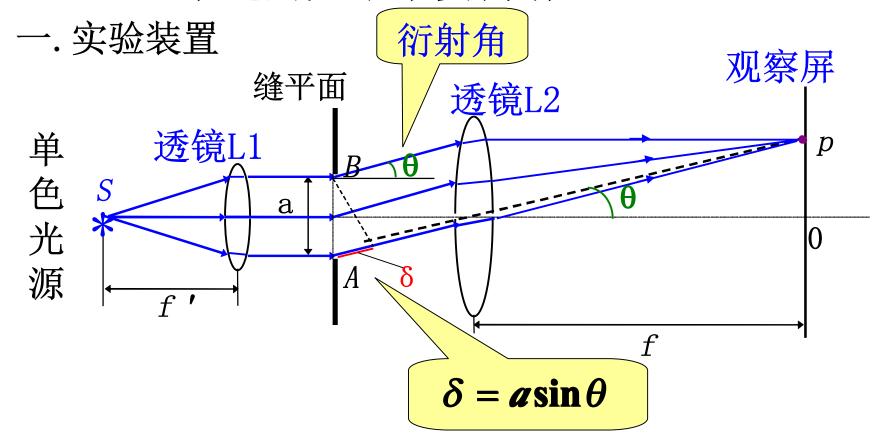
三、衍射的分类:

- 1. 菲涅耳衍射——近场衍射
- 2. 夫琅禾费衍射——远场衍射



衍射系统由光源、衍射屏、接收屏组成。

§14.2 单缝的夫琅禾费衍射



● 衍射角**9**:

衍射光线和缝面法线的角

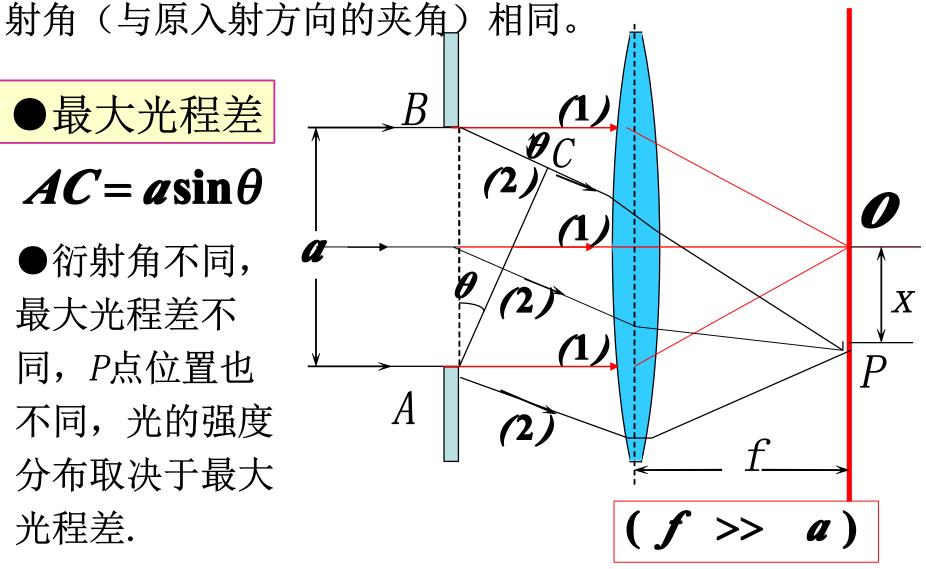
二、菲涅耳半波带法

●将衍射光束分成一组一组的平行光,每组平行光的衍

●最大光程差

 $AC = a\sin\theta$

●衍射角不同, 最大光程差不 同,P点位置也 不同,光的强度 分布取决于最大 光程差.

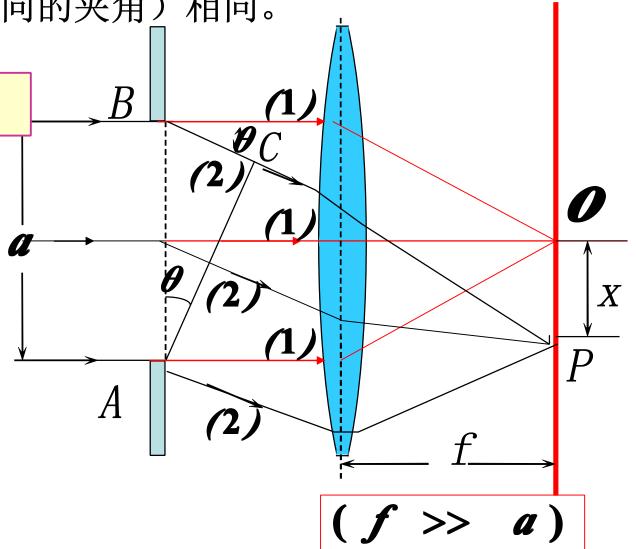


二、菲涅耳半波带法



 $BC = a sin\theta$

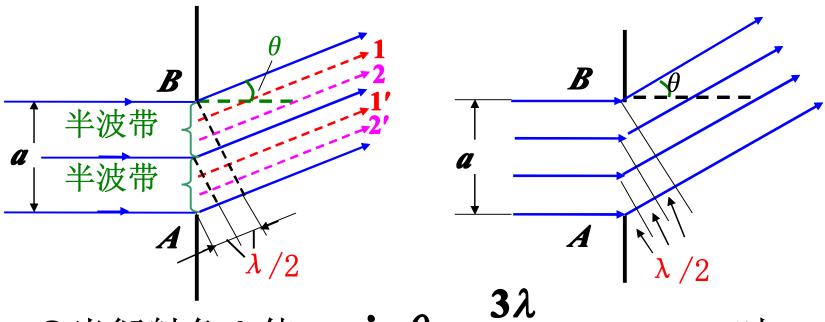
●相邻波面到观察点距离均相差 入/2的环形带波面称为半波带。



二. 半波带法

0点处: $\theta = 0$, $\delta = 0$ — 中央明纹(中心)

- 当 衍 $\alpha \sin \Re = \lambda$ 角 使 时,可将缝分成两个"半波带"
- →两个"半波带"上发的光在P 处干涉相消形成暗纹。

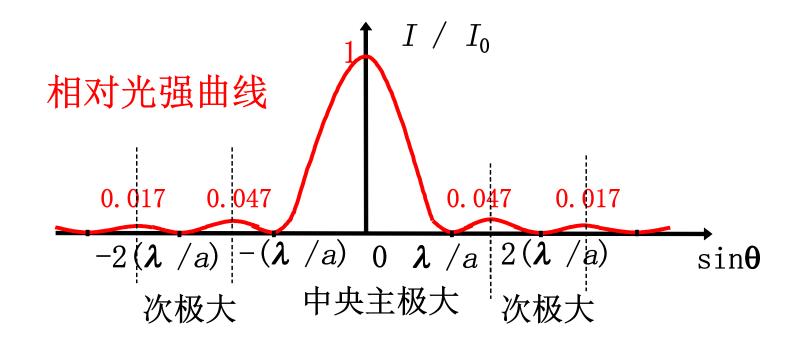


●当衍射角 θ 使 $a\sin\theta = \frac{3\pi}{2}$ 时,可将缝分成三个"半波带"

- ●两个"半波带"上发的光在P处干涉相消,余一个"半波带"上发的光在P处形成明纹。

●结论:

$$a\sin\theta = \pm k\lambda, \quad k = 1,2,3\cdots$$
 —— 暗纹
$$a\sin\theta = \pm (2k'+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k' = 1,2,3\cdots$$
 — 明纹 (中心)
$$a\sin\theta = 0$$
 —— 中央明纹 (中心)



- ●中央主极大的光强.>>次极大的光强
- ●次极大的光强随级别增大而减小
- ●衍射角范围-900-----+900
- ●对于任意衍射角,单缝不能分成整数个半波带,在 屏幕上光强介于最明与最暗之间。

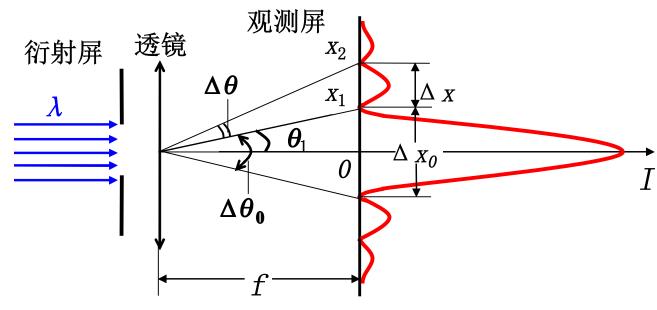
三. 条纹分布及其特征:

●单缝衍射产生的明暗条纹位置:

四.条纹宽度

1. 中央明纹的宽度为两个一级暗纹中心的间距:

$$\sin\theta \approx \theta$$
角宽度 $\Delta\theta_0 = 2\theta_1 \approx 2\frac{\lambda}{a}$
线宽度 $\Delta x_0 = 2 \int \theta_1 = 2 \int \frac{\lambda}{a} \propto \frac{\lambda}{a}$

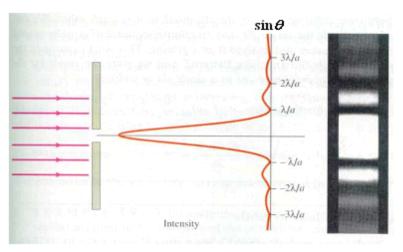


2. 次极大条纹宽度

$$\Delta x \approx \frac{f\lambda}{a} = \frac{1}{2} \Delta x_0$$

3. 波长对条纹宽度的影响

 Δx ∞ λ 波长越长,条纹宽度越宽



单缝衍射图样

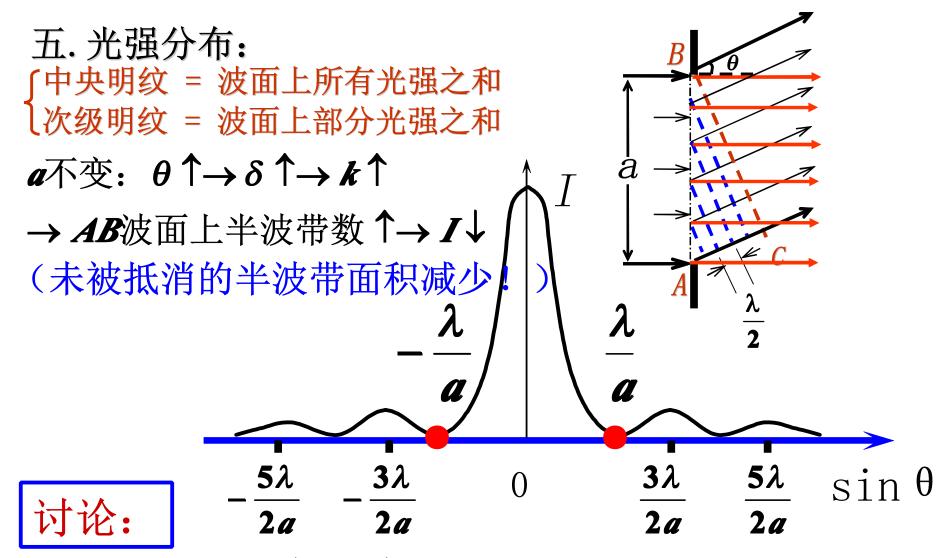
4. 缝宽变化对条纹的影响

$$\Delta x = \frac{1}{2} \Delta x_0 = f \frac{\lambda}{a}$$
 缝宽越小,条纹宽度越宽.

 $\frac{u}{2} \rightarrow 0$ 时, 屏幕是一片亮 $\overline{\sin \theta}$

$$\Delta x \rightarrow 0$$

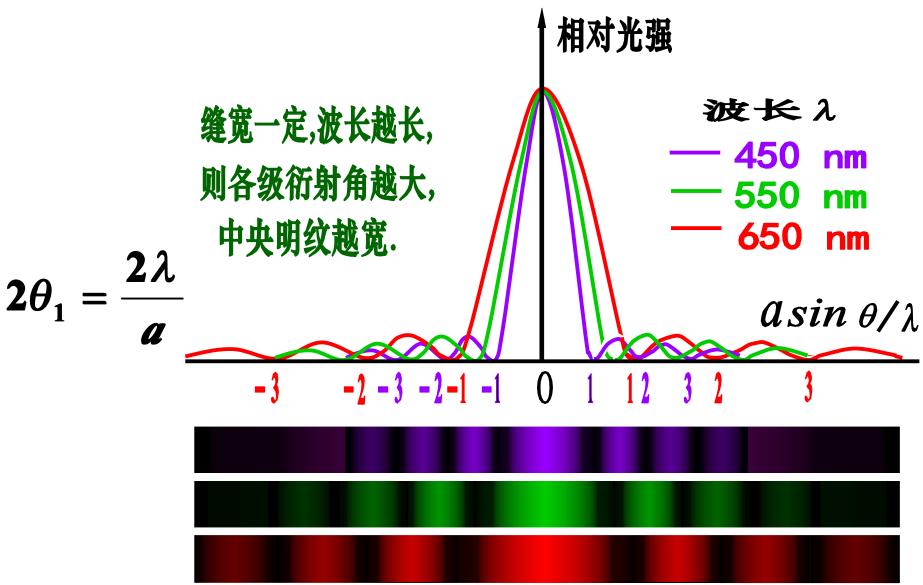
只显出单一的明条纹 ——单缝的几何光学像



1). 当a确定, $\lambda \uparrow \to \theta \uparrow ($ 衍射显著) $\lambda \downarrow \to \theta \downarrow ($ 衍射不显著)

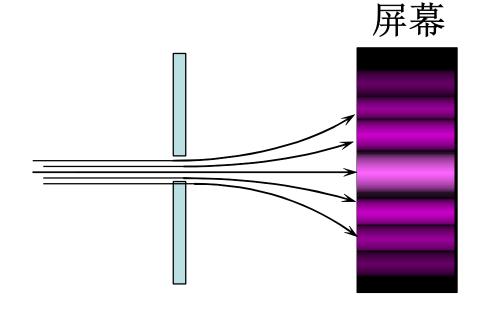
白光照射--中央明纹为白色,二侧为彩色条纹(紫→红)

● 如果用白光照射,中央为白色明条纹,其两侧各级都为彩色 条纹,紫光在内。



2/当 λ 确定,a↑→ θ ↓(衍射不显著) 若 $a>>> \lambda \to \theta \to 0$ (即光直线传播)

几何光学是波动光学在 4>> 为时的极限情况。

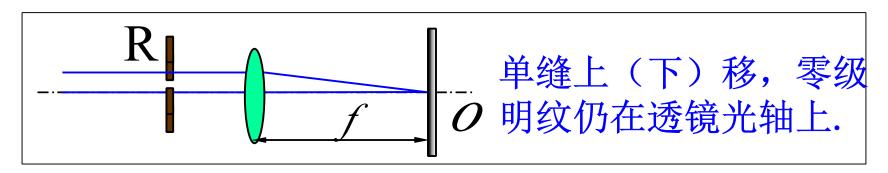


$$\delta = a \sin \theta$$

$$\begin{cases}
= 0 \rightarrow \text{中央明纹}, k = 0. \\
= \pm k\lambda \rightarrow \text{暗纹}, k = 1, 2, \\
= \pm (2k+1)\frac{\lambda}{2} \rightarrow \text{明纹}, k = 1, 2,
\end{cases}$$

3) 单缝衍射的动态变化

●单缝上下移动,根据透镜成像原理衍射图不变.



4) 干涉和衍射的联系与区别:

- ●从本质上讲干涉和衍射都是波的相干叠加,没有区别
- ●通常:干涉指的是有限多的子波的相干叠加. 衍射指的是无限多的子波的相干叠加.
- ●二者常常同时存在。

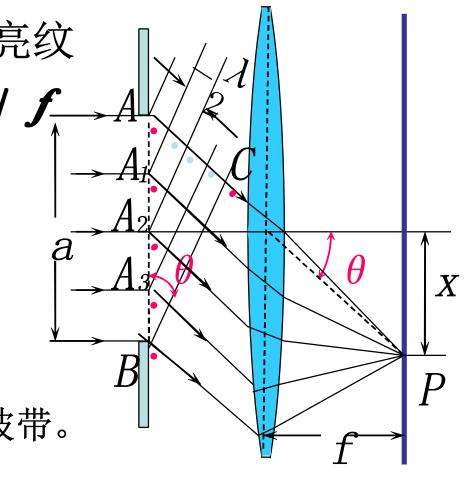
例如,<u>不是极细缝</u>情况下的双缝干涉,就应该既考虑 双缝的干涉,又考虑每个缝的衍射。 例1、一束波长为 λ =5000 $^{\lambda}$ 的平行光垂直照射在一个单缝上。a=0.5mm,f=1m ,如果在屏幕上离中央亮纹中心为x=3.5mm 处的P点为一亮纹,试求 (a)该P处亮纹的级数;(b)从P 处看,狭缝处的波阵面可分割成几个半波带?

 $\Re a$) $a\sin\theta = (2k+1)\lambda/2$ 亮纹 $\sin\theta \approx tg\theta \approx \theta = x/f$ A $k = \frac{ax}{\lambda f} - \frac{1}{2} = 3$

 $a\sin\theta=(2k+1)\frac{\lambda}{2}=7\cdot\frac{\lambda}{2}$

(b) 当 k=3时,

狭缝处波阵面可分成7个半波带。



例2: 在单缝夫朗和费衍射实验中, 屏上第3级暗纹对应的 单缝处波面可划分为 6 个半波带?若将缝宽缩小一 第一级明 半,原来第3级暗纹处将是 纹。

暗纹公式:
$$a\sin\theta = \pm k\lambda$$

$$(k=1,2,\cdots)$$

$$k=3$$
 $a\sin\theta=6\frac{\lambda}{2}$

$$b\sin\theta = \frac{\alpha}{2}\sin\theta = \frac{1}{2}6\frac{\lambda}{2} = 3\frac{\lambda}{2}$$

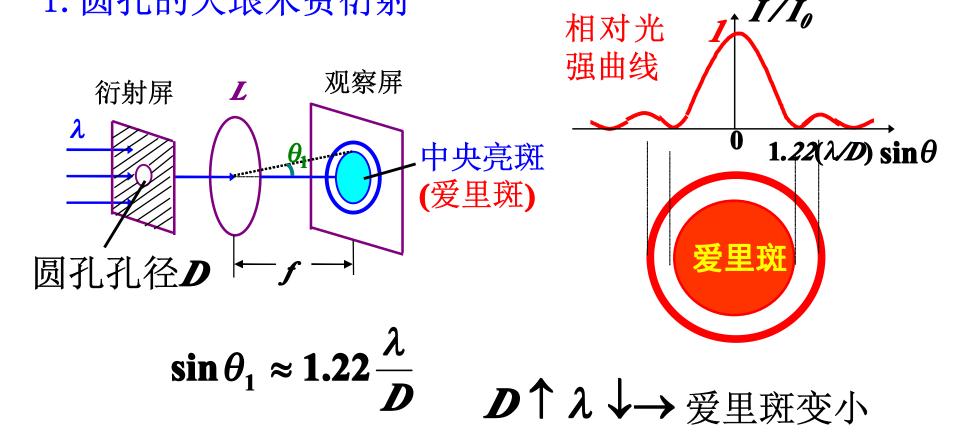
亮纹公式:

$$a\sin\theta=\pm(2k+1)\lambda/2$$

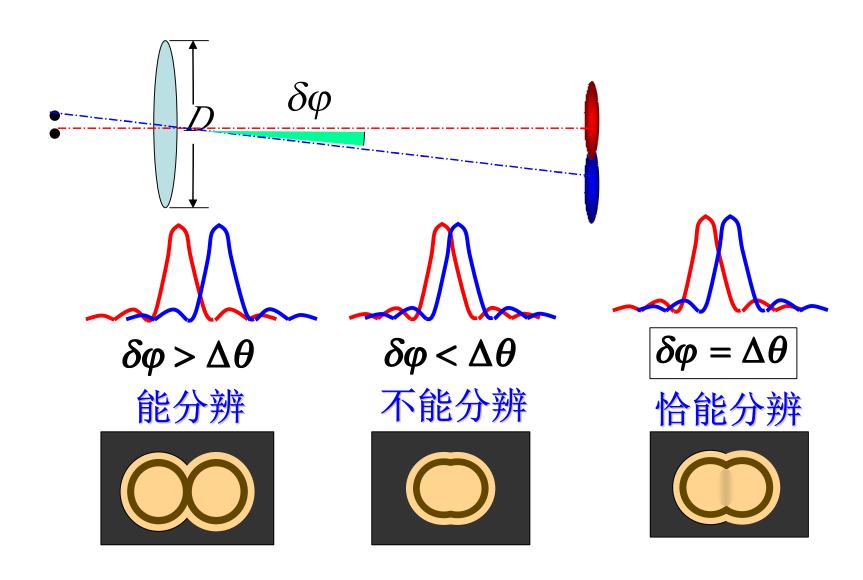
$$(k=1,2,\cdots)$$

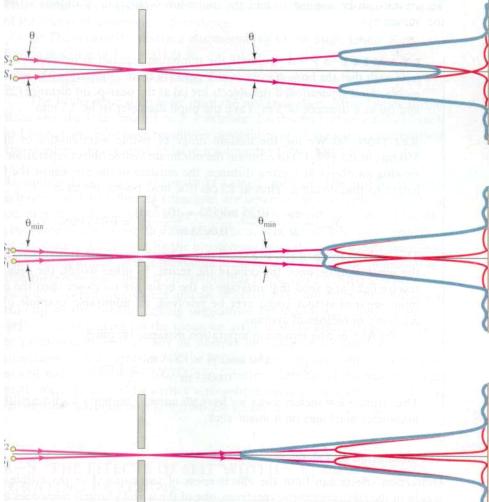
§ 14.3 光学仪器的分辨本领

- 一. 透镜的分辨本领
- 1. 圆孔的夫琅禾费衍射



2. 光学仪器的分辨本领







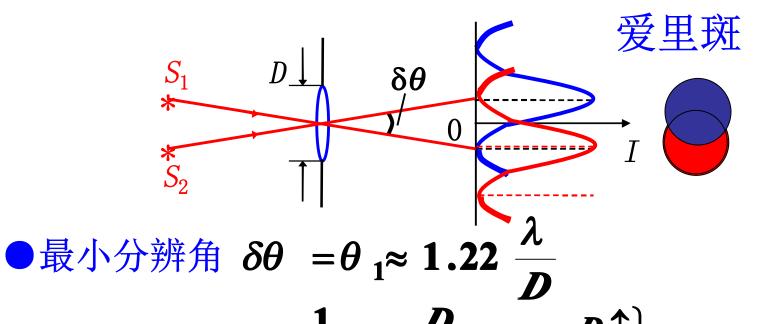
能分辨





不能分辨

○瑞利准则:对光学仪器,如果一个点光源衍射图样的中央最亮处刚好与另一个点光源衍射图样的第一个最暗处相重合,则这两个点光源恰好为该仪器所分辨.

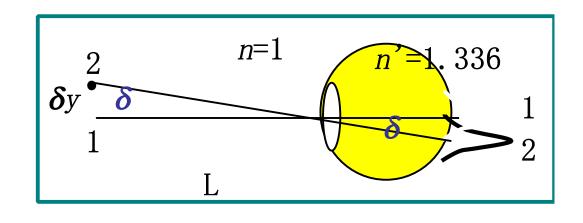


- ○分辨本领 $R = \frac{1}{\delta\theta} = \frac{D}{1.22\lambda}$ $\lambda \downarrow$ $\lambda \downarrow$
- ●望远镜: λ 不可选择,可 $\uparrow D \rightarrow \uparrow R$
- ●显微镜: D不会很大,可 $\downarrow \lambda \rightarrow \uparrow R$

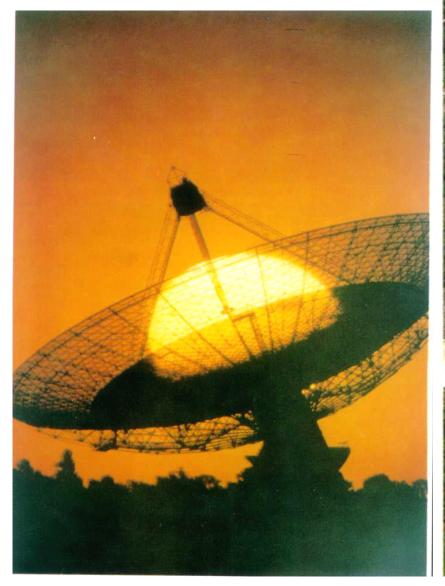
- 3. 人眼的分辩本领
- ●人眼的分辨长度为0.1mm(10⁻⁴m),角度约1/。
- ●光学显微镜的分辨长度不超过2×10⁻⁷m。
- ●电子显微镜的分辨长度可达0.144nm,与原子的大小相当,可以看到单个原子。

● 人眼

设人眼瞳孔直径为D, 玻璃体折射率为n, 可把人眼看成一枚凸 透镜,焦距只有20毫



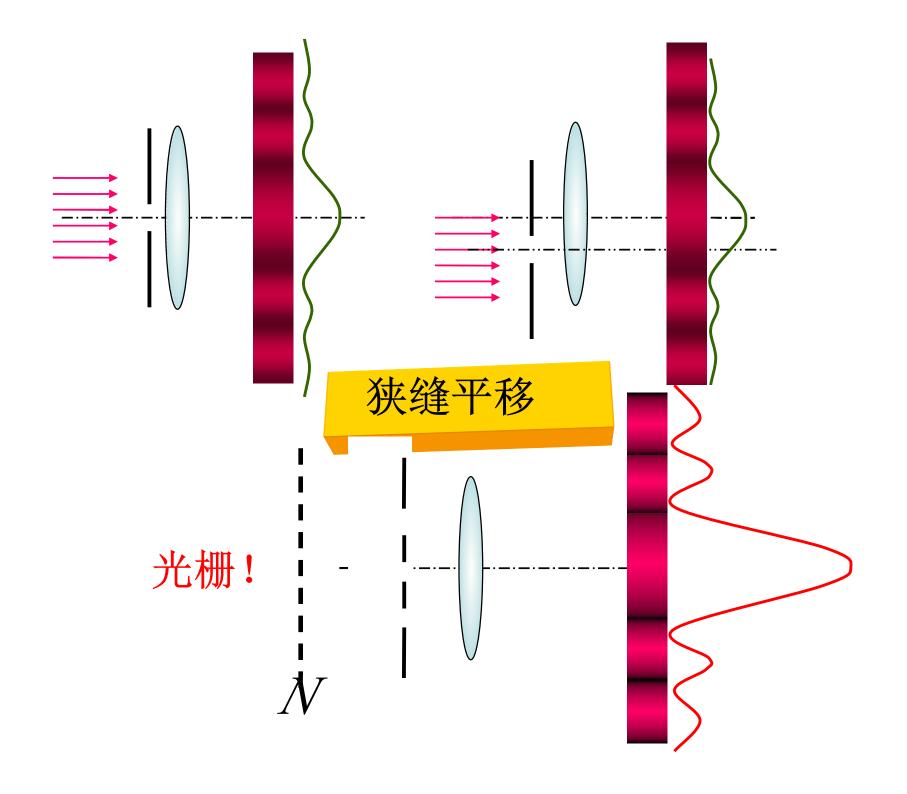
米,其成像实为夫琅和费衍射的图样. $\delta = 1.22 \frac{\Lambda}{1}$



射电望远镜

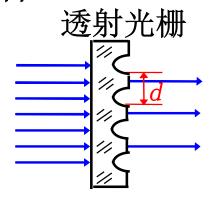


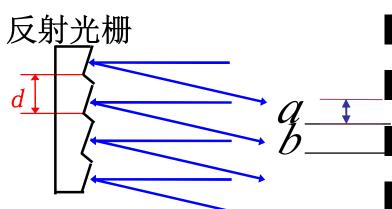
波多黎各射电望远镜



§ 14.4 光栅衍射

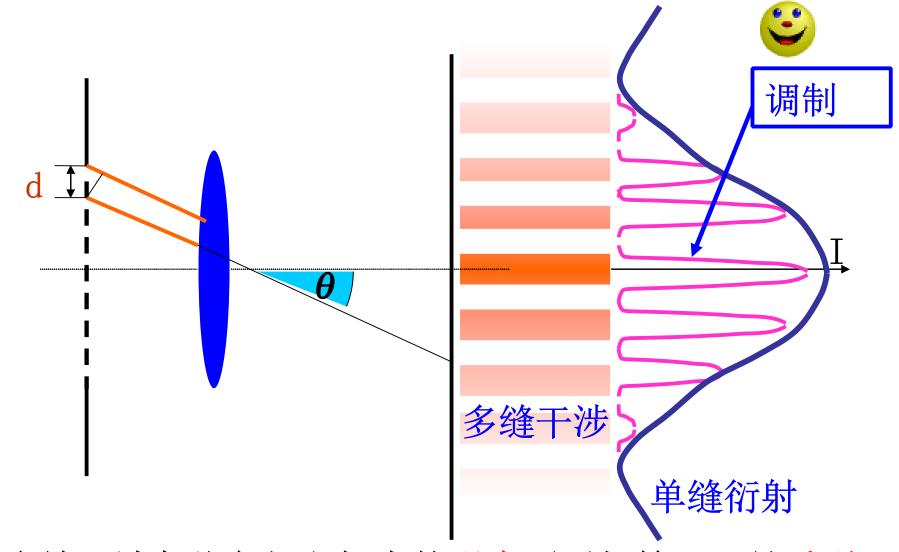
- 一. 光栅
- 1. 光栅一大量等宽等间距的平行狭缝(或反射面)构成的光学元件。
- 2. 种类:





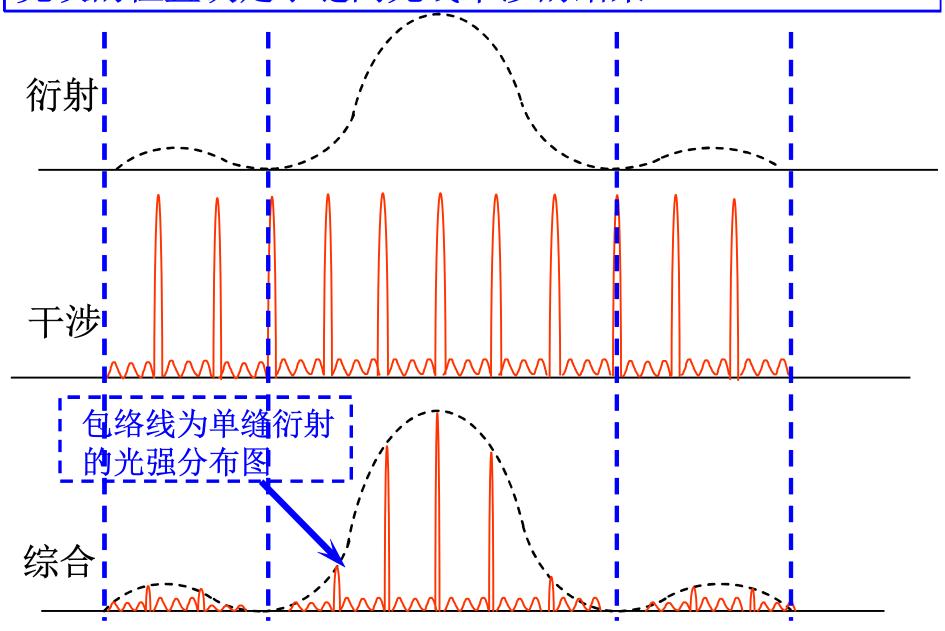
- 3. 光栅常数
 - a:透光(或反光)部分的宽度
 - b: 不透光(或不反光)部分的宽度
 - *d = a+b* —— 光栅常数
 - ●从广义上理解,任何具有空间周期性的衍射 屏都可叫作光栅。

二. 光栅衍射——多缝干涉受到单缝衍射的调制



多缝干涉条纹各级主极大的强度不再相等,而是受到了衍射的调制。主极大的位置没有变化。

光栅衍射是单缝衍射和缝间光线干涉两种效应的叠加,亮纹的位置决定于缝间光线干涉的结果。



1. 多缝干涉效应:

研究入射光 \perp 入射时相邻两缝对应光束间的光程差 $\delta = (a + b) \sin \theta$

位相差
$$\Delta \Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$$

$$=\frac{2\pi}{\lambda}(a+b)\sin\theta$$

N東光: 合振幅: A= OM

●明纹条件:



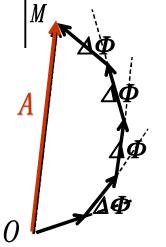
$$A_0$$

$$A=NA_0$$

 $(a + b) \sin \theta$

$$k=0, 1, 2, \dots$$

$$A = NA_0$$
$$I \propto N^2 A^2$$



●明纹位置:

$$(a+b)\sin\varphi$$

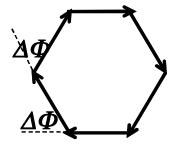
$$= (a+b)\frac{x_k}{f} = \pm k\lambda$$

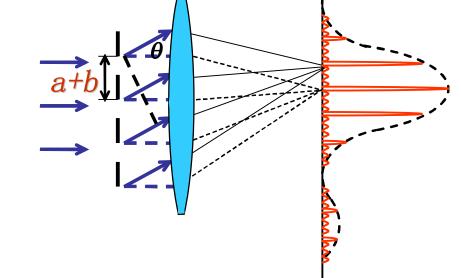
$$\to x_k = \pm \frac{kf\lambda}{(a+b)}$$

明纹间距:
$$\Delta x = \frac{f\lambda}{a+b}$$









屏

NAPO #2000

$$\Delta \Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} (a+b) \sin \theta = \pm \frac{m}{N} \lambda$$

$$(m \neq Nk)$$

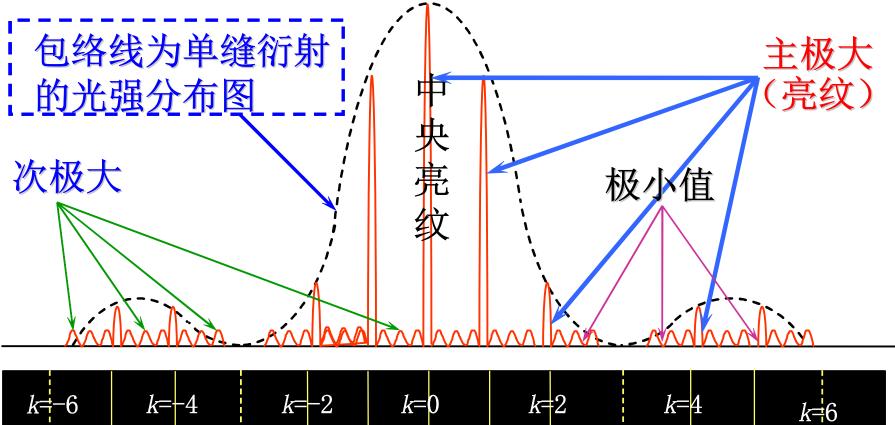
$$m = 1, 2, 3, \dots (N-1), (N+1), (N+2), \dots; (2N-1), (2N+1), \dots$$
 $(N-1)$ 个极小 N $(N-1)$ 个极小 $2N$ -3

●相邻主极大(明纹)间: N-1条暗纹,

N-2条次级大(次明纹)

●缝数N 越多,暗区越宽,亮纹越窄越亮。

●缝数 N = 5 时 光栅衍射的光强分布图



k=5 k=3 k=1 k=1 k=3 k=5

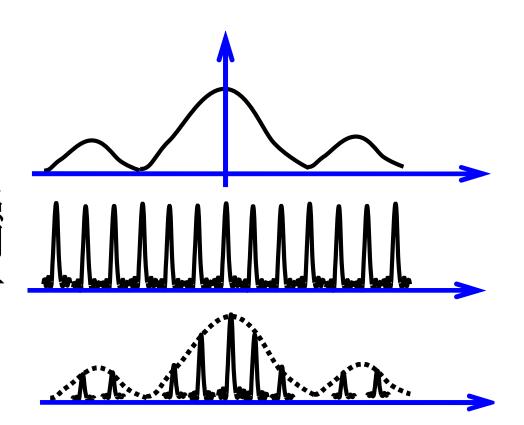
相邻主极大(明纹)间: N-1条暗纹,

N-2条次级大(次明纹)

2. 单缝衍射效应:

●光强分布:

各狭缝衍射光相干叠加 形成的主极大(明纹)光强 要单缝衍射光强分布的调 制——各明纹包络线就是单 缝衍射光强分布曲线



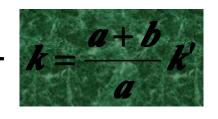
●缺极现象:

当多缝干涉的主极大正好符合单缝衍射极小时

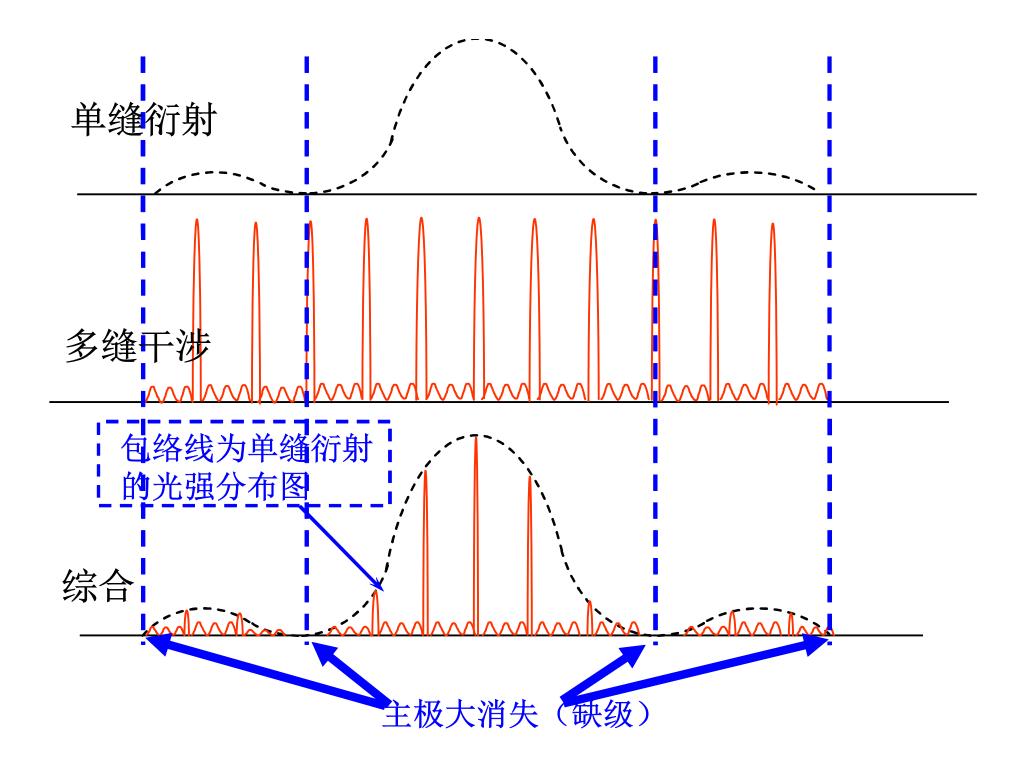
——主极大消失(缺级—光栅的明纹实际为暗纹!)

光栅方程: $(a+b)\sin\theta = \pm k\lambda$

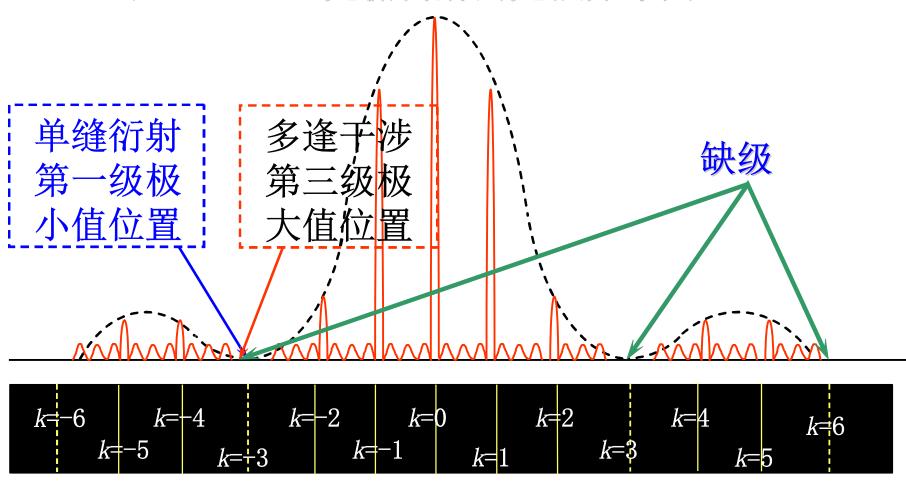
单缝衍射极小: $a \sin \theta = \pm k' \lambda$



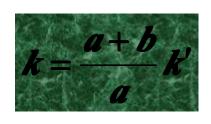
缺级!



缝数 N = 5 时光栅衍射的光强分布图

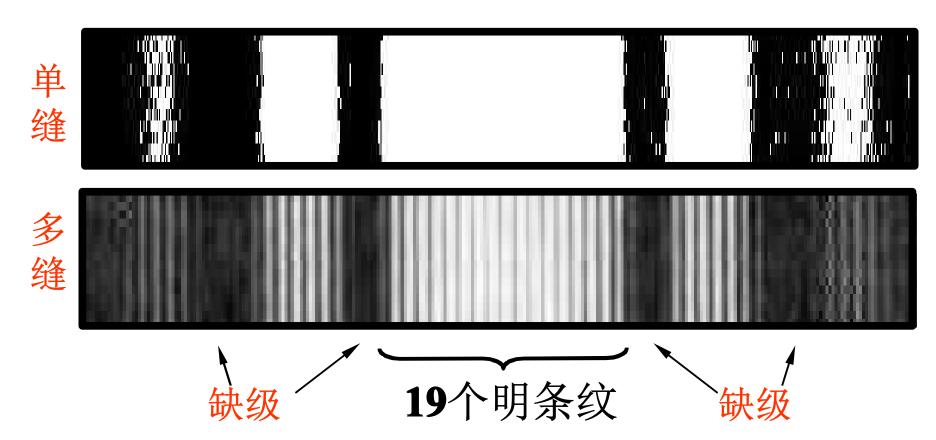


缺级: 3,6,9,.....
$$\rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{3}{1}$$



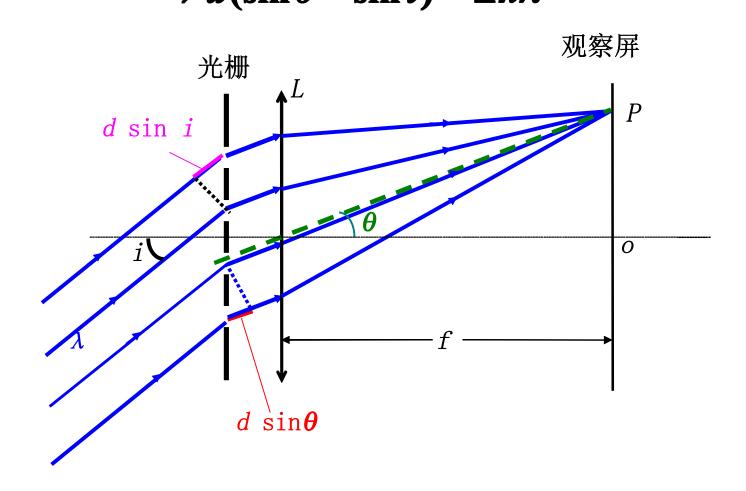
缺级!

单缝衍射和多缝衍射的对比(d=10 a)



三. 斜入射的光栅方程

光线斜入射: $\delta = d(\sin\theta - \sin i)$ $\Rightarrow d(\sin\theta - \sin i) = \pm k\lambda$



例3. 已知 $(a+b)=3a,\lambda=0.3a$ 光线垂直入射到光栅。问:屏上最多能看见私明条纹?

$$\begin{aligned}
\text{解:}(a+b)\sin 90^0 &= k\lambda = k\left(\frac{3}{10}\right)a \Rightarrow k = 10 \\
\Rightarrow N_{\text{max}} &= 2k+1 = 21 \text{条}
\end{aligned}$$

分析:: $sin 90^{\circ}$ 处不出现条纹 ::k = 10应舍去 因此 $N_{max} = 19$ 条

又::光栅条纹中存在缺级

即
$$(a+b)\sin\theta = k\lambda$$
 (亮纹)
$$\frac{k}{k'} = \frac{(a+b)}{a} = 3$$
 (暗纹)

缺级: k = 3k', $k = \pm 3, \pm 6, \pm 9$

$$\therefore N_{max} = 2 \times 9 + 1 - 6 = 13$$

例4:用波长589.3nm的钠黄光垂直照射在每毫米500条刻痕的光栅上,在光栅后放一f=20cm的凸透镜。求:

- (1) 第1和第3级光谱线之间的距离;
- (2) 最多能看到几条光谱线;
- (3) 若光线以30°斜入射时,最多能看到几条谱线?

[解] (1)
$$\Delta x = x_3 - x_1$$

$$x = k \frac{f\lambda}{a+b}$$

$$\Delta x = 0.12(m)$$
光栅常数 $(a+b) = \frac{L}{N} = \frac{1 \times 10^{-3}}{500}$
(2) 最大级次k 对应 $\theta = \frac{\pi}{2}$,则 $k = \frac{a+b}{2} = 3.4$

最多看到中央明纹两侧第3级谱线,共7条光谱线。

•斜入射:
$$\delta = (a+b)(\sin\theta' + \sin\theta)$$

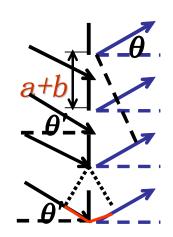
(3) 斜入射时, θ 对应的明纹条件:

在中央明条纹上方可观察到的最高级项:

$$k = \frac{(a+b)(\sin 30^{0} + \sin 90^{0})}{\lambda} = 5.07$$
 $\mathbb{R}^{k_1=5}$

在中央明条纹下方可观察到的最高级项:

:. 共可观察到7条明条纹(5,4,3,2,1,0,-1)



例5. 双缝缝距d=0.40mm,两缝宽度都是a=0.08mm,用波长 $\lambda=480$ nm的平行光垂直照射双缝,在双缝后放一焦距f=2.0m的透镜,求:(1)在透镜 焦平面处的屏上,双缝干涉条纹的间距 Δx ; (2)在单缝衍射中央亮纹范围内的双缝干涉亮纹数目

解: (1) 对双缝干涉第k级明纹有 $d\sin\theta = k\lambda$

第k级明纹在屏上的位置

$$x_k = f tg\theta \approx f sin\theta = f \frac{k\lambda}{d}$$

(2) 单缝衍射中央亮纹的宽度为第1级暗纹间距离

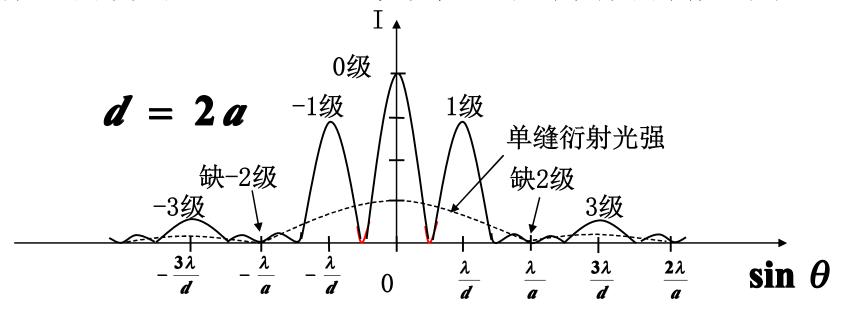
$$\begin{cases} a\sin\theta = \lambda \\ d\sin\theta = k\lambda \end{cases} \therefore \frac{d}{a} = k = 5$$

即在单缝衍射中央明纹范围内,只有 $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$ 级明纹出现

→所以双缝干涉明纹的数目 N=9

●双缝干涉条纹既考虑干涉又考虑衍射

●双缝干涉条纹各级主极大的强度不再相等,而受衍射的调制.在d =2a双缝干涉光强受衍射调制如下图

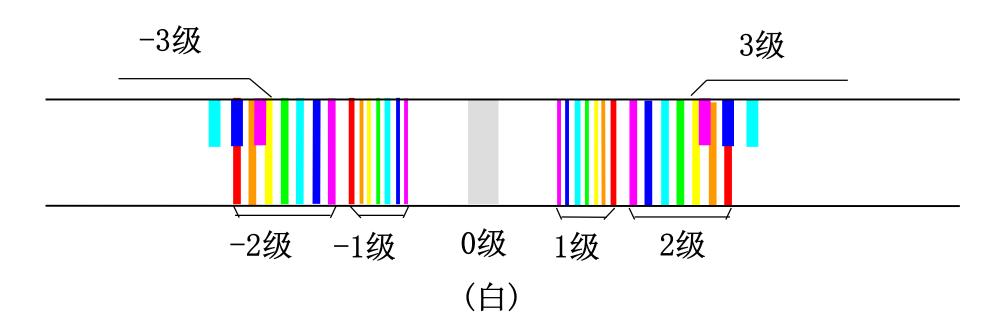


●特点:双缝干涉仍为明暗相间的条纹,而单缝衍射调制其光强,且出现缺级现象.

●结论:双缝衍射是单缝衍射和双缝干涉的总效果.

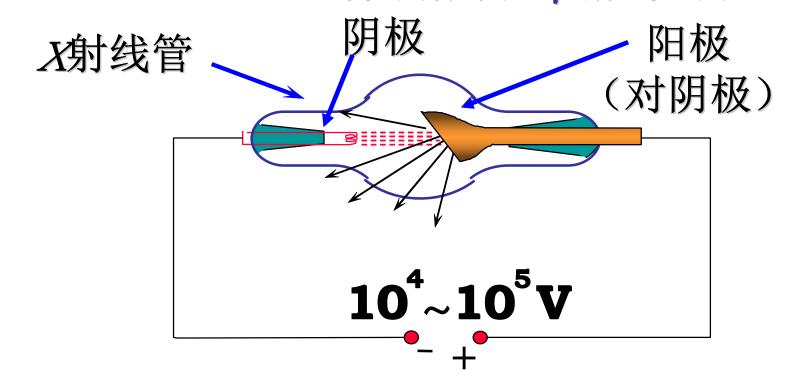
四. 光栅光谱

1. 白光的光栅光谱



§ 14.5 X 射线的衍射

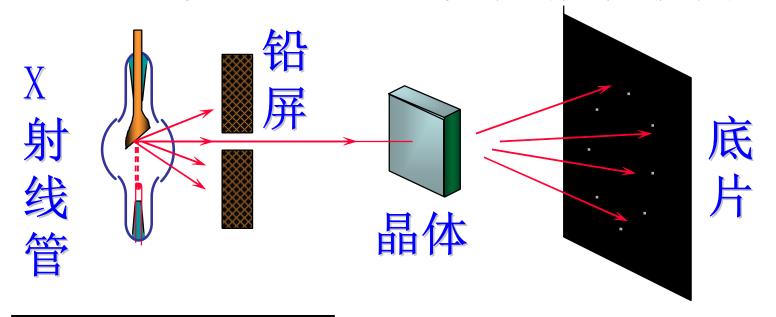
- -.X 射线的产生
- ●1895年. 伦琴. *X* 射线. *X* 射线是波长很短的电磁波。用高速电子流轰击原子中的内层电子而产生的电磁辐射成为X射线。
- ●X 射线λ 0.01 100埃,介于紫外和 y 射线之间.

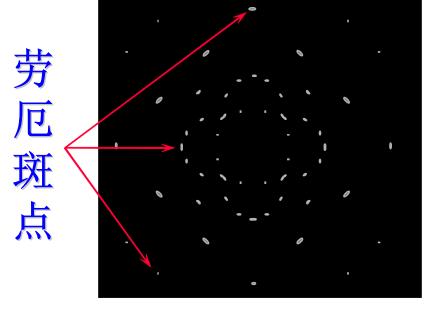




Frau Roentgen's hand (1895). Roentgen mailed eight copies of his paper along with this picture, among others, on January 1, 1896.

●劳厄 (Laue) 实验 (1912) 证实了X射线的波动性.

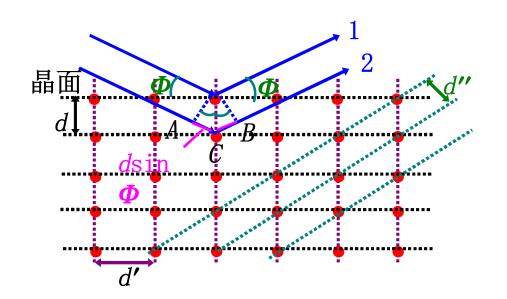




晶体可看作三 维立体光栅

根据劳厄斑点的分布可算出晶面间距掌握晶体点阵结构

二. X 射线在晶体上的衍射

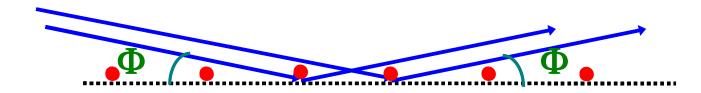


Φ: 掠射角

d: 晶面间距

(晶格常数)

- 1. 衍射中心 每个原子都是散射子波的子波源
- 2. 点间散射光的干涉



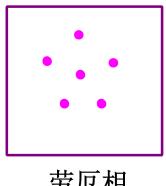
3.面间散射光的干涉 $\delta = \overline{AC} + \overline{CB} = 2d \cdot \sin \Phi$

散射光干涉加强条件:

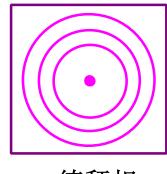
$$2d \cdot \sin \Phi = k\lambda \quad (k = 1, 2, \cdots)$$

一乌利夫一布喇格公式

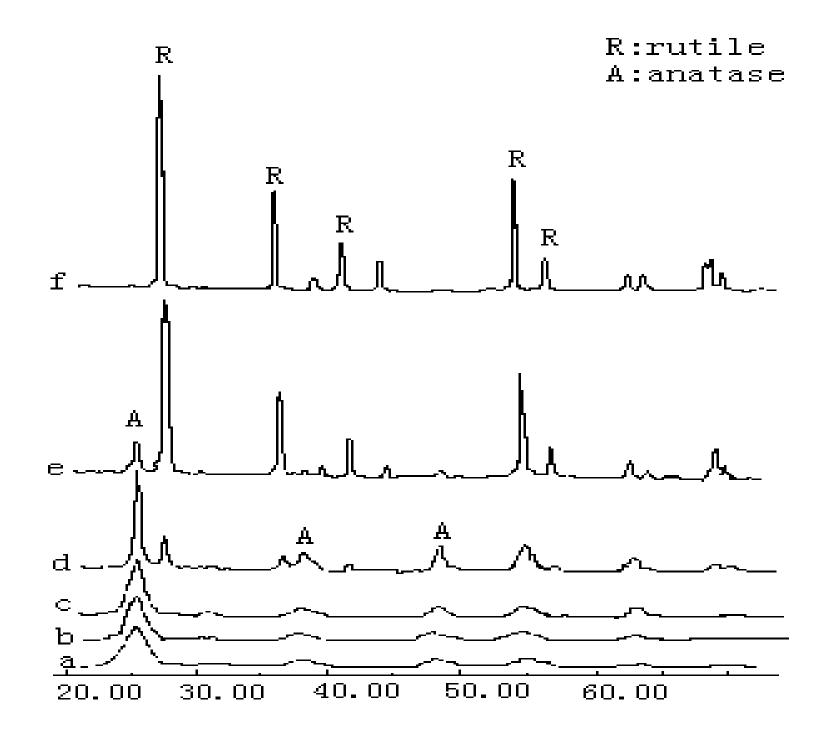
- 三. 应用
 - 已知 Φ 、 λ 可测d-X射线晶体结构分析。
 - 已知Φ、d可测λ X射线光谱分析。
- 四. 实际观察X射线衍射的作法
 - 1. 劳厄法:
 - 2. 粉末法:



劳厄相



德拜相



X射线●直接相关诺贝尔奖列表

●1903年第三届

居里夫妇因发现放射性元素镭而共同获得诺贝尔物理学奖。

●1914年第十四

德国科学家劳厄因发现晶体的X射线衍射获诺贝尔物理学奖。

●1924年第二十四届

瑞典科学家西格班因研究 X射线光谱学获诺贝尔物理学奖。

●1927年第二十七届

美国科学家康普顿因发现散射 X射线的波长变化、英国科学家威尔逊因发明可以看见带电粒子轨迹的云雾室而共同获得诺贝尔物理学奖。

●1946年第四十六届

美国科学家马勒因发现 X射线辐照引起变异获诺贝尔生理学或 医学奖。

●1962年第六十二届

英国科学家肯德鲁、佩鲁茨因研究蛋白质的分子结构获诺贝尔化学奖。

英国科学家克里克、威尔金斯、美国科学家沃森因发现脱氧核糖核酸的分子结构而共同获得诺贝尔生理学或医学奖。

●1964年第六十四届

英国科学家霍奇金因用X射线方法研究青霉素和维生素B12等的分子结构获诺贝尔化学奖。

●1979年第七十九届

美国科学家科马克、英国科学家豪斯费尔德因发明CT扫描而共同获得诺贝尔生理学或医学奖。

●1982年第八十二届

英国科学家克卢格因以晶体电子显微镜和X射线衍射技术研究核酸蛋白复合体获诺贝尔化学奖。

选择题

1、波长为 λ 的单色光垂直入射在缝宽 $a = 4\lambda$ 的单缝上,对应于衍射角 $\phi = 30^{\circ}$,单缝处的波阵 面可划分的半波带的数目为

A 2个: B 4个:

C 6个:

D 8个。

 $\begin{bmatrix} B \end{bmatrix}$

2、用 $\lambda = 500$ nm 的单色光垂直射在 2500 条/cm 刻痕的平面衍射光栅上,则第四级谱线的衍射角应为

 $(A) 30^{\circ}$

(B) 60°

 $(C) 45^{\circ}$

 $(D) 90^{\circ}$

 $\begin{bmatrix} A \end{bmatrix}$