$\omega_0 \longrightarrow d\omega \longrightarrow 0$

$X(n\omega_0)\,T = \frac{2\pi}{\omega_0}X(n\omega_0) = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)e^{-jn\omega t}dt$

$T\longrightarrow\infty$. $\omega_0\longrightarrow 0$ $\Delta\omega_0 \longrightarrow d\omega$ 离散频率 $n\omega_0$ 变为连续 ω

$X(n\omega_0)\longrightarrow 0$, $\frac{2\pi}{\omega_0}X(n\omega_0)\longrightarrow$ 有限

$X(\omega) = \lim_{\omega_0\to 0}\underbrace{\frac{2\pi}{\omega_0}X(n\omega_0)} = \lim_{T\to\infty} X(n\omega_0)\,T$

单位频带内的频谱值. —— 频谱密度.

$X(\omega)$ 是 $x(t)$ 的频谱密度函数, 简称频谱函数.

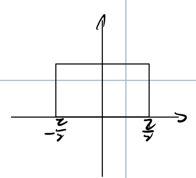
正变换 $X(\omega) = \lim_{T\to\infty}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)e^{-jn\omega t}dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-jn\omega t}dt$

逆变换. $x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega)e^{jn\omega t}d\omega$.

条件. $\int_{-\infty}^{+\infty}|x(t)|dt$ 收敛

时限信号(有限时间内不为0)频谱.

矩形脉冲 $x(t)=\begin{cases} A, & |t|\leqslant\frac{\tau}{2} \\ 0, & 其他. \end{cases}$



$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\,e^{-jn\omega t}dt = \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} A\,e^{-jn\omega t}dt = \frac{A}{-jn\omega}\left(e^{-jn\omega\frac{\tau}{2}} - e^{jn\omega\frac{\tau}{2}}\right)$$

$$= \frac{A\cdot\frac{\tau}{2}\left[-2\sin\left(n\omega\frac{\tau}{2}\right)\right]}{\left[-\omega n\frac{\tau}{2}\right]}$$

$$X(\omega) = A\tau\cdot\frac{\sin\left(n\omega\frac{\tau}{2}\right)}{n\omega\frac{\tau}{2}} = A\tau\cdot Sa\left(n\omega\frac{\tau}{2}\right)$$

$$|X| = A\tau\cdot\left|Sa\left(n\omega\frac{\tau}{2}\right)\right|$$

$$\phi(\omega) = \begin{cases} 0 & \left[\frac{4n\pi}{\tau}\leqslant|\omega|<\frac{2(2n+1)\pi}{\tau}\right] \\ \pi & \left[\frac{2(2n+1)\pi}{\tau}\leqslant|\omega|<\frac{4(n+1)\pi}{\tau}\right] \end{cases}$$

非周期信号分解成谐波信号的叠加.

与周期信号分解不同, 谐波信号的频率是连续的.

频谱也是连续的.

谐波信号是最基本的信号.