大学物理下习题册六

1、以波长λ =500nm 的平行光，垂直照射到宽度 a=0.25mm 的单缝上，在缝后放置一个焦距 f=25cm 的凸透镜，则透镜焦平面处的屏幕上出现衍射条纹，试求：

（1）中央明条纹的宽度；

（2）中央明条纹两侧第三级暗条纹之间的距离。

解：(1)中央明条纹的宽度为左右第一条暗条纹之间的宽度

$$\Delta x_0 = 2\frac{f}{a}\lambda = \frac{2\times 250\times 500\times 10^{-6}}{0.25} = 1\text{mm}$$

（2）根据衍射暗纹条件，且考虑两侧宽度

$$\Delta x_3 = 2x_3 = 2\times 3\frac{f}{a}\lambda = \frac{2\times 3\times 250\times 500\times 10^{-6}}{0.25} = 3\text{mm}$$

2、一波长λ =600nm 的单色光垂直射到缝宽 a=0.4mm 的单缝上，缝后有一焦距为 f=1m 会聚透镜，求：

（1）单缝上、下端光线到屏上的相位差恰为 4π的 P 点距离中点 O 的距离；

（2）屏上中央明纹的半角宽度。

解：（1） $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\times a\sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda}\times a\frac{x}{f} = 4\pi$

$$x = \frac{2f\lambda}{a} = \frac{2\times 1\times 600\times 10^{-9}}{0.4\times 10^{-3}} = 3\times 10^{-3}\,\text{m}$$

（2）由 $a\sin\theta = \pm k\lambda \quad (k=1)$ 得

$$\theta \approx \sin\theta = \frac{\lambda}{a} = 1.5\times 10^{-3}\,\text{ra}$$

3、在白色平行光垂直射向单缝而产生的衍射条纹中，某波长光的第三级明纹和红色光（630nm）的第二级明纹相重合。求该光波的波长。

解：根据衍射明纹条件 $a\sin\theta = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$

则 $(2k_2+1)\dfrac{\lambda_{红}}{2} = (2k_3+1)\dfrac{\lambda}{2}$

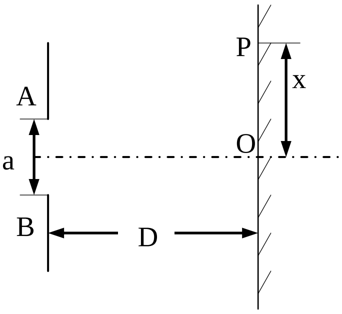
$$\therefore \quad \lambda = \frac{(2k_2+1)\lambda_{红}}{2k_3+1} = \frac{(2\times 2+1)\times 630}{2\times 3+1} = 450\text{nm}$$

4、在宽度 a=0.6mm 的狭缝后 D=40cm 处有一与狭缝平行的屏，如图所示。如以平行单色光自左垂直照射狭缝，在屏上形成衍射条纹，若在离 O 点为 x=1.4mm 的 P 点看到的是明条纹，试求：

（1）该入射光的波长；

（2）P 点条纹的级数；

（3）从 P 点来看，该光波在狭缝处的波阵面可作几个半波带？



4、 解：由明条纹 $a\sin\varphi = a\dfrac{x}{D} = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$ 得

$$\lambda = \frac{2ax}{D(2k+1)} = \frac{2\times 0.6\times 1.4}{40\times 10}\frac{1}{2k+1} = 4.2\times 10^{-3}\frac{1}{2k+1}(\text{mm})$$

k=1 $\lambda_1 = 1400\text{nm}$

k=2 $\lambda_2 = 840\text{nm}$

k=3 $\lambda_3 = 600\text{nm}$

k=4 $\lambda_4 = 466.7\text{nm}$

k=5 $\lambda_5 = 381.8\text{nm}$

在可见光 400nm ~ 760nm 范围取 k=3 或 k=4

当 k=3， $\lambda_3 = 600\text{nm}$，对应半波带为 2k+1=7 个

当 k=4， $\lambda_4 = 466.7\text{nm}$，对应半波带为 2k+1=9 个

5、已知人眼的瞳孔直径为 3mm，可见光波长λ =550nm。一迎面开来的汽车，其两车灯相距为 1m，试求车离人多远时，这两个车灯刚能被人眼分辨？

解：根据瑞利判据 $\delta_\theta = 1.22\dfrac{\lambda}{D}$ 可得

$1.22\dfrac{\lambda}{D} \approx \dfrac{l}{S}$ （S 为人车的距离）

$$S = \frac{l}{1.22\dfrac{\lambda}{D}} = \frac{lD}{1.22\lambda} = \frac{1\times 3\times 10^{-3}}{1.22\times 550\times 10^{-9}} = 4.47\times 10^{3}\,\text{m}$$

6、两束波长分别为 450nm 和 750nm 的单色光，垂直照射在光栅上，它们的谱线落在焦距为 1.50m 的透镜的焦平面上，它们第一级谱线之间的距离为 6×10^{-2}m，试求此光栅的光栅常数。

解：设两光波长为λ_1、λ_2，由光栅方程 $d\sin\theta = d\dfrac{x}{f} = k\lambda$

得 $$x_2 - x_1 = (\lambda_2 - \lambda_1)\frac{f}{d}$$

$$d = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{x_2 - x_1} f = \frac{(750-450)\times10^{-9}\times1.5}{6\times10^{-2}} = 7.5\times10^{-6}\,\text{m}$$

7、用 1mm 内有 500 条刻痕的平面透射光栅观察钠光谱（λ =589nm），问：

（1）光线垂直入射时，最多能看到第几级光谱；

（2）光线以入射角 30^0 入射时，最多能看到第几级光谱。

解：（1） $d = \dfrac{1}{500} = 2\times10^{-3}\,\text{mm}$

由 $d\sin\theta = k\lambda$ 及最多能看到的谱线时 $\sin\theta$ ~1 可得

$$k_{max} \leq \frac{d}{\lambda} = \frac{2\times10^{-3}}{589\times10^{-6}} = 3.4$$

所以最多能看到第 3 级谱线。

（2） $d(\sin\theta \pm \sin 30^0) = k\lambda$

$$k_{1max} \leq \frac{d\left(1+\sin 30^0\right)}{\lambda} = \frac{2\times10^{-3}(1+\frac{1}{2})}{589\times10^{-6}} = 5.1$$

$$k_{2max} \leq \frac{d\left(1-\sin 30^0\right)}{\lambda} = \frac{2\times10^{-3}(1-\frac{1}{2})}{589\times10^{-6}} = 1.7$$

所以一侧为第 5 级，另一侧为第 1 级。

8、波长λ =600nm 的单色光垂直入射到光栅上，已知第二级主极大出现在θ =30^0处，第三级缺级。求：

（1）光栅常数 a+b；

（2）光栅每个缝的宽度 a；

（3）光屏上可以看到的明条纹数 N。

解：（1）（a+b）$\sin\theta$ =2λ

$$d = a + b = \frac{2\lambda}{\sin\theta} = \frac{2\times600}{\sin 30^0} = 2400\text{nm}$$

（2）由第三级缺级可知 $\dfrac{a+b}{a} = 3$

$\therefore a = 800\text{nm}$

（3）最多能看到的谱线级数 $\sin\theta$ ~1

$$k < \frac{d}{\lambda} = \frac{2400}{600} = 4$$

∴ k=0, ±1, ±2　　共 5 条谱线

9、一双缝，缝间距 d=0.1mm，缝宽 a=0.02mm，用波长λ =480nm 的平行单色光垂直入射双缝，双缝后放一焦距为 50cm 的透镜，试求：
（1）透镜焦平面上，干涉条纹的间距；
（2）单缝衍射中央亮纹的宽度；
（3）单缝衍射的中央包线内有多少条干涉的主极大？

解：（1）由双缝干涉明条纹条件 $d\sin\theta = d\frac{x}{f} = k\lambda$ 得

$$x = k\frac{f}{d}\lambda$$

相邻两明条纹间距离

$$\Delta x = (k+1)\frac{f}{d}\lambda - k\frac{f}{d}\lambda = \frac{f}{d}\lambda = \frac{500\times480\times10^{-6}}{0.1} = 2.4\text{mm}$$

（2）单缝衍射中央明纹的宽度为左右第一级暗纹之间距离

由单缝衍射暗纹条件 $a\sin\theta = a\frac{x}{f} = k'\lambda$ 得

中央明条纹的宽度

$$\Delta x_0 = 2x_1 = 2\frac{f}{a}\lambda = \frac{2\times500\times480\times10^{-6}}{0.02} = 24\text{mm}$$

（3）由缺级条件 $k = \frac{a+b}{a}k'$ 得

第 5 级第一次缺级（N=2×4+1），所以在单缝衍射的中央包线内有 9 条干涉主极大。

10、一台光谱设备一般备有多种光栅。设有同样大小的 A、B、C 三块光栅，刻纹密度：A:1200 条/mm； B:600 条/mm； C:90 条/mm；如果要测定 700-1000nm 波段的红外线波长，应如何选择光栅？（看到第一级完整的光谱即可）

解: 三块光栅的光栅常数：

$$(a+b)_A = \frac{1\times10^{-3}}{1200} = 8.3\times10^{-7}(m) \quad (a+b)_B = \frac{1\times10^{-3}}{600} = 1.7\times10^{-6}(m) \quad (a+b)_C = \frac{1\times10^{-3}}{90} = 1.1\times10^{-5}(m)$$

由光栅方程分别计算一级衍射条纹对应的衍射角，以及光谱的分开程度

$$\theta = \sin^{-1}\frac{\lambda}{a+b} \qquad \Delta\theta = \sin^{-1}\frac{\lambda_{\max}}{a+b} - \sin^{-1}\frac{\lambda_{\min}}{a+b}$$

对光栅A： $\theta_{\max} = \ldots = 90^0$ $\theta_{\min} = \ldots = 57^0$

对光栅B： $\theta_{\max} = \ldots = 36^0$ $\theta_{\min} = \ldots = 24^0$

对光栅C： $\theta_{\max} = \ldots = 5.2^0$ $\theta_{\min} = \ldots = 3.7^0$ 光栅B最佳

11、使自然光通过两个偏振化方向成 60^0 的偏振片，透射光强度为 I_1，今在两个偏振片之间再插入另一偏振片，它的偏振化方向与前、后两个偏振片均成 30^0 角，问此时透射光强度为 I_1 的几倍？

解：设入射自然光强度为 I_0, 通过 A、B 两偏振片的光强

$$I_1 = \frac{I_0}{2} COS^2 60^0 = \frac{I_0}{2}(\frac{1}{2})^2 = \frac{I_0}{8}$$

$$I_0 = 8I_1$$

今在 A、B 之间插入偏振片 C，设通过 A、C、B 的光强为

$$I_A = \frac{I_0}{2} = \frac{8I_1}{2} = 4I_1$$

$$I_C = I_A COS^2 30^0 = 4I_1(\frac{3}{2})^2 = 3I_1$$

$$I_B = I_C COS^2 30^0 = 3I_1(\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4} I_1 = 2.25I_1$$

12、一束自然光，入射到由 4 片偏振片构成的偏振片组上。每一片偏振片的偏振化方向相对于前面一片的偏振化方向沿顺时针方向转过 30^0 角。问通过偏振片组后的光强是入射光强的百分之几？

解：设入射光强为 I_0，通过偏振片的光强为 I_1、I_2、I_3、I_4

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0$$

$$I_2 = I_1 COS^2 30^0$$

$$I_3 = I_2 COS^2 30^0$$

$$I_4 = I_3 COS^2 30^0 = \frac{1}{2} I_0 COS^6 30^0$$

所以 $$\frac{I_4}{I_0} = \frac{1}{2} COS^6 30^0 = 21.1\%$$

13、自然光射到叠放在一起的两偏振片上（1）如透射光的最大强度为最大透射光强度的 $\frac{1}{3}$，则两偏振片的偏振方向的夹角为多少？（2）如果透射光的强度为入射光强度的 $\frac{1}{3}$，则两偏振片的偏振化方向的夹角又为多少？

解：设入射光为 I_0，通过偏振片的光强为 I_1、I_2

（1）透射光最大 即 $I_2 = I_1$

据题意任一角度时可得：$\frac{I_2}{I_1} = COS^2\alpha = \frac{1}{3}$

$$\alpha = 54.74^0$$

（2）$I_1 = \frac{1}{2} I_0$

$$I_2 = I_1 COS^2\alpha = \frac{1}{2} I_0 COS^2\alpha$$

$$\frac{I_2}{I_0} = \frac{1}{2} COS^2\alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha = 35.26^0$$

14、通过偏振片观察一束自然光和线偏振光混合光线，当偏振片转到某一位置时看到光强最大，如再转过 60^0 时，看到的光强减为最大值的一半，求这束光中自然光和线偏振光的强度比。

解: 设入射光中自然光为 I_0 ，线偏振光为 I_1

则 $$I_{max}=\frac{1}{2}I_0+I_1$$

$$I_{60^0}=\frac{1}{2}I_0+I_1COS^2 60^0=\frac{1}{2}I_{max}$$

由上两式可得 $I_0=I_1$

所以 $$\frac{I_0}{I_1}=1:1$$

15、利用布儒斯定律，可以测定不透明介质的折射率。今测得某一电介质的起偏角为 57^0，试求这一电介质的折射率。

解: 根据布儒斯特定律 $tgi_b=\frac{n_2}{n_1}$

其中空气折射率 n_1，电介质折射率 n_2

$$n_2=n_1tgi_b=tg57^0=1.54$$

16、一束太阳光，以某一入射角入射到平面玻璃上，这时反射光为完全偏振光，透射光的折射角为 32^0，试求：

（1）太阳光的入射角是多少？

（2）玻璃的折射率是多少？

解: （1）反射光为全偏振光时 $i_b+\gamma=\frac{\pi}{2}$

$$\therefore i_b=\frac{\pi}{2}-\gamma=90^0-32^0=58^0$$

（2） 由布儒斯特定律

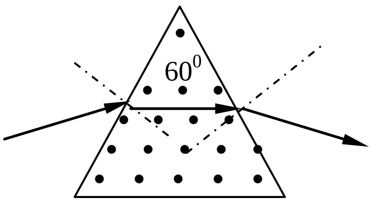
$$tgi_b=\frac{n_2}{n_1}=n_2$$

$$n_2=tg58^0=1.6$$

17、用方解石割成一个 60^0 的正三角形棱镜，光轴垂直于棱镜的正三角形截面。设非偏振光的入射角为 i，而 e 光在棱镜内折射光线与棱镜底面平行，（如图所示），试求：

（1）入射角 i；（$n_e=1.49$，$n_o=1.66$）

（2）o 光的折射角，画出 o 光的光路图。

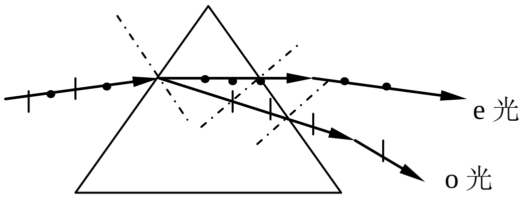


解：对 e 光 由折射定律 $\sin i = n_e \sin\gamma_e = 1.49\sin 30^\circ$ 得

$i = 48^0 10'$

对 O 光线 $\sin i = n_0 \sin\gamma_0 = 1.66\sin 48^0 10'$

$\gamma_0 = 26^0 40'$

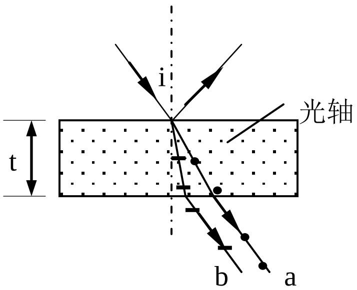


光 路 图

18、如图所示，一束自然光入射到方解石晶体上，其光轴垂直于纸面，已知方解石对 O 光的折射率 $n_0=1.658$，对 e 光的折射率 $n_e=1.486$。

（1）在图中标出哪一束是 O 光？哪一束是 e 光？并画出光矢量的振动方向。

（2）若方解石晶体的厚度 t=1.0cm，自然光入射角 $i = 45^0$，求 a、b 两束光的折射角。



解：（1）由 $\sin i = n_0 \sin\gamma_0 = n_e \sin\gamma_e$ 可得

a 为 e 光　　b 为 o 光

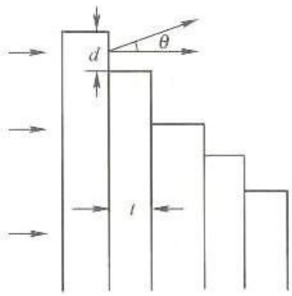
（2）$\sin i = n_0 \sin\gamma_0$

$$\gamma_0 = \arc\frac{\sin 45^0}{1.658} = 25.25^0$$

$$\gamma_e = \arc\frac{\sin 45^0}{1.486} = 28.41^0$$

拓展题：

1、一透射式阶梯光栅由 20 块等厚平行玻璃板叠成，如图所示，板厚 t =1cm，玻璃折射率 n=1.5，每个阶梯高度 d=0.1cm。现以波长 $\lambda = 500nm$ 的平行单色光垂直照射，试计算入射光方向上干涉主极大的级数。



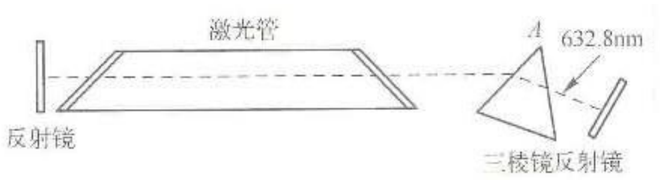
解：因光栅单级阶梯高度 $d >> \lambda$，所以衍射角 θ 很小，相邻两阶梯的光程差为

$$\Delta = d\sin\theta + (n - \cos\theta)t \approx d\theta + (n-1)t$$

干涉主极大满足 $d\theta + (n-1)t = k\lambda$

在入射光方向上，$\theta = 0$，$\therefore k_o = \dfrac{(n-1)t}{\lambda} = 10^4$

2、如图所示是激光技术中用以选择输出波长的方法之一，它是利用布儒斯特角使一定波长的光能以最低损耗通过三棱镜而在腔内产生振荡，其余波长的光则因损耗大而被抑制，从而达到选择输出波长的目的。现欲使波长为 632.8nm 的单色线偏振光通过三棱镜而没有反射损失，则棱镜顶角 A 应为多大？棱镜应如何放置？设棱镜材料的折射率 n=1.457。



解：在入射面内振动的线偏振光，在三棱镜表面的入射角等于布儒斯特角 θ_B 时，光全部透射，无反射损失，$\theta_B = \arctan(\dfrac{1.457}{1}) = 55^o 32'$

故应使从激光管出来的光束与棱镜表面面法线夹角为 $55^o 32'$

$1 \times \sin 55^o 32' = 1.457 \times \sin\theta_2$，　$\theta_2 = 34^o 27'$

$2 \times (\dfrac{\pi}{2} - \theta_2) + \angle A = \pi$，　　$\therefore \angle A = 2\theta_2 = 68^o 55'$