华东理工大学 2017 – 2018 学年第一学期

《高等数学（上）11 学分》课程期中考试试卷　2017.11

开课学院：理学院， 专业：大面积，考试形式：闭卷，所需时间 120 分钟

考生姓名：__________ 学号：__________ 班级：__________ 任课教师：__________

题序	一	二	三	四	五	六	总分
本题分	52	16	8	8	8	8	
得 分							
阅卷人							

注 意：试 卷 共 二 大 页 六 大 题

一．填空题（本大题共 13 小题，每小题 4 分，共 52 分）：

1、极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n+3}-\sqrt{n}\right)\sqrt{n-1}=$ __________ .

2、极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(2\sqrt{n}+\sqrt{n+3}\right)\ln\left(1+\sqrt{n}-\sqrt{n+4}\right)=$ __________ .

3、极限 $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{1}{1+2x}\right)^{\frac{1}{x}}=$ __________ .

4、设 n 是正整数，$f(x)=(1-\sqrt{\cos x})\ln(1+x^2)$，$g(x)=x\sin(x^n)$，$h(x)=\mathrm{e}^{-x^2}-1$． 当 $x\to0$ 时 $f(x)$ 是比 $g(x)$ 高阶的无穷小， $g(x)$ 是比 $h(x)$ 高阶的无穷小，则 $n=$ _____ .

5、设 $y=\mathrm{e}^{\arctan\sqrt{x}}$，则 $\mathrm{d}y\big|_{x=1}=$ __________ .

6、设函数 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处具有连续的一阶导数， $f'(0)=1$，则

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x^5}\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}f(\ln^3(1+x^2))=$ __________ .

7、设 $\tan(x+y)=\mathrm{e}^{xy}-1$，则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\Big|_{(x,y)=(0,0)}=$ __________ .

8、设 $y=f(x)$ 具有连续的一阶导数，已知 $f(2)=1$，$f'(2)=2$，则 $\left[f^{-1}(x)\right]'\Big|_{x=1}=$ _____ .

9、设 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处可导，则 $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{xf(x_0)-x_0f(x)}{x-x_0}=$ __________ .

10、设 $y=(1+x)^x$，则 $y'=$ __________________________ .

11、设有参数方程 $\begin{cases} x=\cos t \\ y=2\sin t \end{cases}$ 确定的函数 $y=y(x)$，则 $\left.\dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}\right|_{t=\frac{\pi}{6}}=$ _____________ .

12、函数 $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ 的 n 阶导数 $y^{(n)}=$ __________________________________ .

13、设 $f(x)=3x^3+x^2|x|$，则使得 $f^{(n)}(0)$ 存在的最高阶数 $n=$ _____ .

二．选择题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）：

1、设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内单调有界，$\{x_n\}$ 为数列，则 （　　）

（A）若 $\{x_n\}$ 收敛，则 $\{f(x_n)\}$ 收敛　　（B）若 $\{x_n\}$ 单调，则 $\{f(x_n)\}$ 收敛

（C）若 $\{f(x_n)\}$ 收敛，则 $\{x_n\}$ 收敛　　（D）若 $\{f(x_n)\}$ 单调，则 $\{x_n\}$ 收敛

2、设函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在点 x_0 的某个邻域内有定义，且 $f(x)-f(x_0)=(x-x_0)g(x)$，

则“函数 $g(x)$ 在点 x_0 处连续”是“ $f(x)$ 在点 x_0 处可导”的 （　　）

（A）充分非必要条件　　（B）必要非充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既非充分也非必要条件

3、下列关于函数 $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2-3x+2}$ 的间断点的类型的说法正确的是 （　　）

（A） $x=1$ 和 $x=2$ 都是第一类　　（B） $x=1$ 是第一类， $x=2$ 是第二类

（C） $x=1$ 和 $x=2$ 都是第二类　　（D） $x=1$ 是第二类， $x=2$ 是第一类

4、下面三个结论中：

(1)若 $u=\varphi(x)$ 在点 x_0 处不可导，而 $y=f(u)$ 在 $u_0=\varphi(x_0)$ 处可导，则复合函数 $y=f(\varphi(x))$ 在点 x_0 处一定不可导；

(2) 若 $u=\varphi(x)$ 在点 x_0 处可导，而 $y=f(u)$ 在 $u_0=\varphi(x_0)$ 处不可导，则复合函数 $y=f(\varphi(x))$ 在点 x_0 处一定不可导；

(3) 若 $u=\varphi(x)$ 在点 x_0 处不可导，而 $y=f(u)$ 在 $u_0=\varphi(x_0)$ 处也不可导，则复合函数 $y=f(\varphi(x))$ 在点 x_0 处一定不可导，

正确结论的个数为 （　　）

（A）0　　　　（B）1　　　　（C）2　　　　（D）3

三、（本题 8 分）.

设$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{\sqrt{a^2+x^2}(b-\cos^2 x)}=\dfrac{1}{2}\ (a>0)$，试确定常数$a$和$b$的值.

四、（本题 8 分）.

设曲线$y=f(x)$与$y-x=\mathrm{e}^{x(1-y)}$在点$(0,1)$有公共切线，求$\lim\limits_{n\to\infty}n\left[f\left(\frac{-2}{n+2}\right)-1\right]$.

五、（本题 8 分）

设 $x_1 = 1$，且 $x_n = \dfrac{2+3x_{n-1}}{1+x_{n-1}}$ $(n = 2, 3, \cdots)$，证明数列 $\{x_n\}$ 收敛，并求 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$.

六、（本题 8 分）

设 $f(x)$ 在 $[0, 3]$ 上连续，在 $(0, 3)$ 内可导，$f(0)+f(1)+f(2)=3$，$f(3)=1$. 证明：

至少存在一点 $\xi \in (0, 3)$ 使得 $f'(\xi) = 0$.