第十章 稳　恒　磁　场

Hans Christian Oersted
(1770–1851).

运动电荷

静电荷 → 静电场

运动电荷 → 电场、磁场

稳恒电流 → 稳恒磁场

学习方法：类比法

10.1 电流　电源电动势

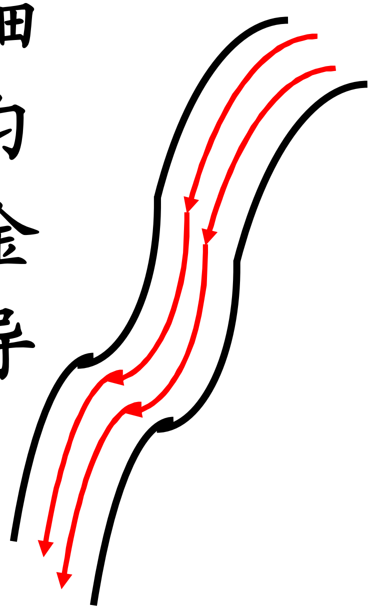
10.1.1 电流和电流密度

　# 稳恒:指物理量不随时间改变

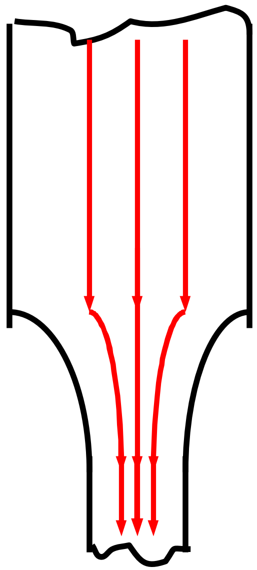
1.形成电流的条件：载流子，在导体两端要存在有电势差。

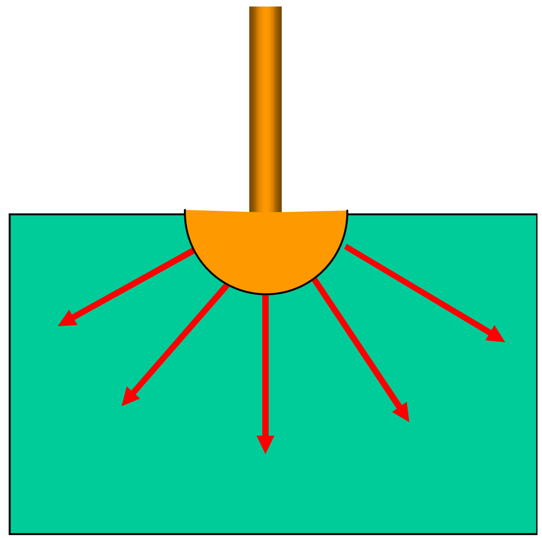
电流分布

粗细均匀的金属导体



粗细不均匀的金属导线





半球形接地电极附近的电流

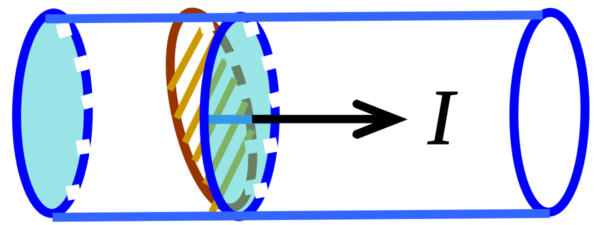
2．电流强度

$$I=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{dQ}{dt}$$

规定正电荷流动的方向为正方向。

单位：库仑/秒=安培（A）

常用：毫安（mA）、微安（mA）

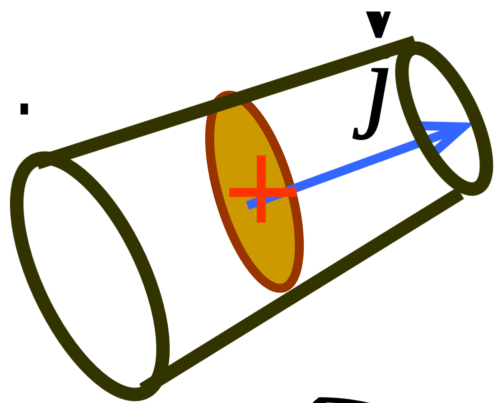


3.电流密度矢量 $\vec{j}$

R 方向：空间某点处正电荷的运动方向.

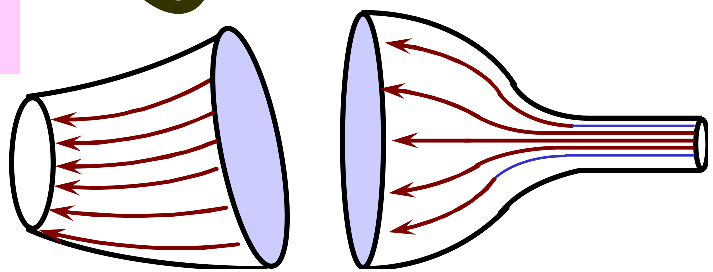
$$|\vec{j}|=\frac{dI}{dS_\perp}=\frac{dq}{dt\cdot dS_\perp}$$

$$\vec{j}=\frac{dI}{dS_\perp}\vec{n}_0$$



单位 A/m^2

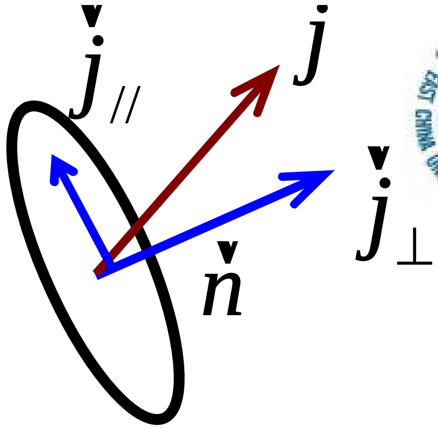
电流线



4. I 与 $\vec{j}$ 的关系：

$$dI = |\vec{j}_{\perp}| \cdot dS = j_n dS = \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

$$\therefore I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$



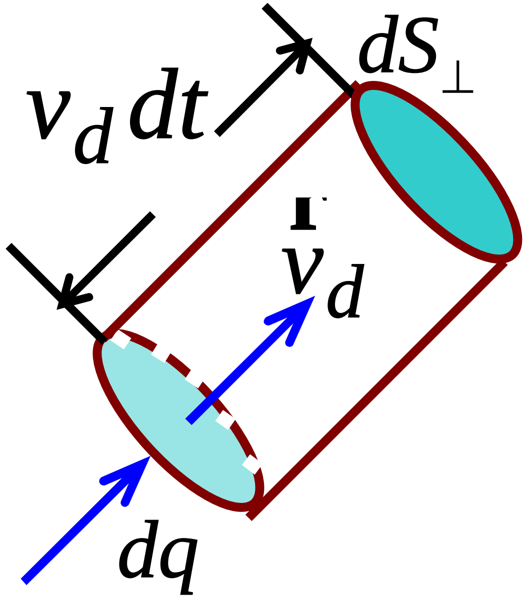
5. $\vec{j}$ 与微观量的关系：

载流子数密度n，载流子平均定向运动速率 v_d（漂移速率）

在dt时间内通过ds面积的电荷为

$$dq = en \cdot dS_{\perp} v_d \cdot dt$$

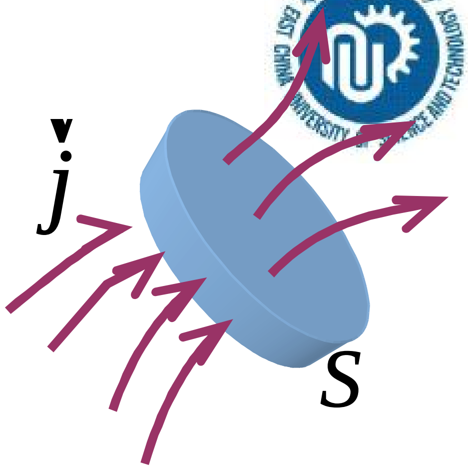
$$\therefore |\vec{j}| = env_d$$



10.1.2电流连续性方程

设想在导体内取闭合曲面 S，

通过此闭合面的电流为 $I=\int_s \vec{j}\cdot d\vec{s}$



若 $I=\int \vec{j}\cdot d\vec{S}>0$

表示有电荷向闭合面外移动，闭合面内电荷减少；

若 $I=\int_s \vec{j}\cdot d\vec{s}<0$

表示有电荷向闭合面内移动，闭合面内电荷增加。

$$\oint_s \vec{j}\cdot d\vec{s}=-\frac{dq}{dt}$$

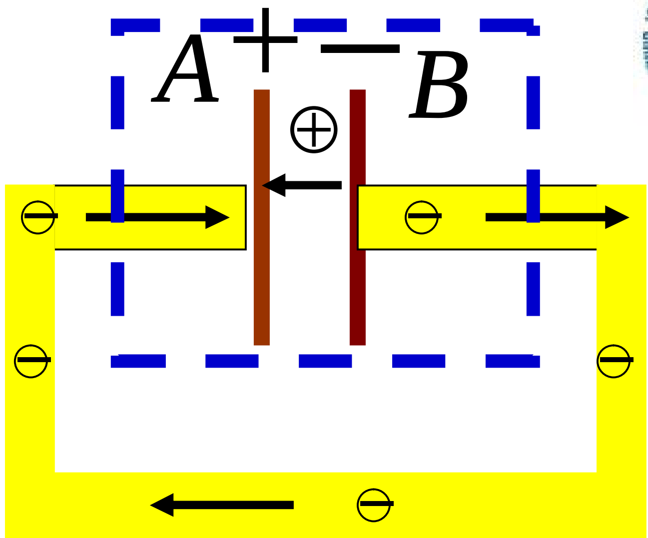
电流密度矢量的通量等于该面内电荷减少的速率.

电流连续性方程

· 电流稳恒条件 $\oint_s \vec{j}\cdot d\vec{s}=0$

10.1.3 电源　电动势

1.电源、非静电力



* 提供非静电力的装置就是电源，如化学电池、硅（硒）太阳能电池，发电机等。实际上电源是把能量转换为电能的装置。

静电力欲使正电荷从高电位到低电位。

非静电力欲使正电荷从低电位到高电位。

2.电动势 $e = \dfrac{W}{q}$

定义：单位正电荷绕闭合回路运动一周，非静电力所做的功.

$$\varepsilon = \frac{W}{q} = \frac{\oint_l \vec{F}_k \cdot d\vec{l}}{q}$$

非静电性电场的场强

$$\vec{E}_K = \frac{\vec{F}_K}{q}$$

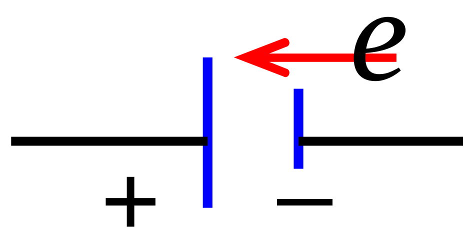
$$\varepsilon = \oint \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

$$= \cancelto{0}{\int_{外} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}} + \int_{内} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

$$\varepsilon = \int_{内} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

电源电动势大小等于将单位正电荷从负极经电源内部移至正极时非静电力所作的功.

电动势是标量，方向



10.2　电流的磁场

10.2.1. 基本磁现象

司南勺

中国在磁学方面的贡献:

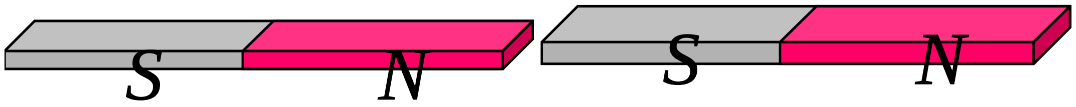
- 最早发现磁现象：磁石吸引铁屑
- 春秋战国《吕氏春秋》记载：磁石召铁
- 东汉王充《论衡》描述：
  司南勺¾最早的指南器具
- 十一世纪沈括发明指南针，发现地磁偏角，
  比欧洲的哥伦布早四百年
- 十二世纪已有关于指南针用于航海的记载

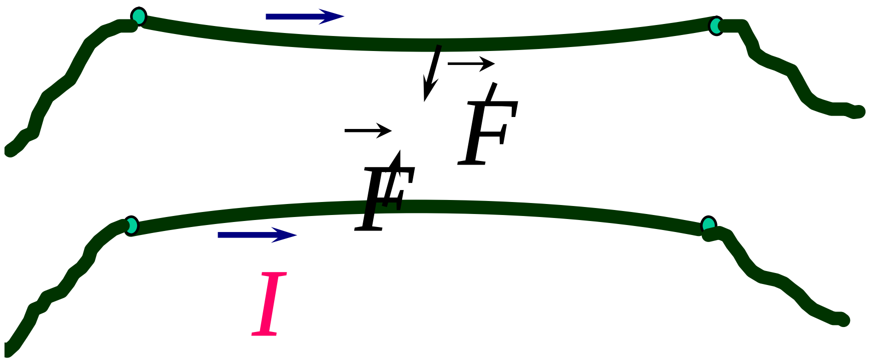
10.2.2 磁起源于电流

一、基本磁现象及磁性本源假说

1.磁现象

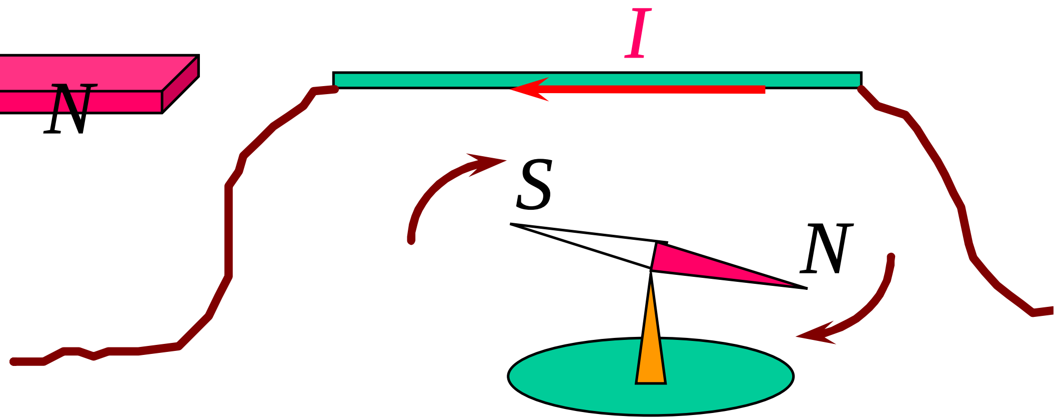
a.磁铁间的相互作用



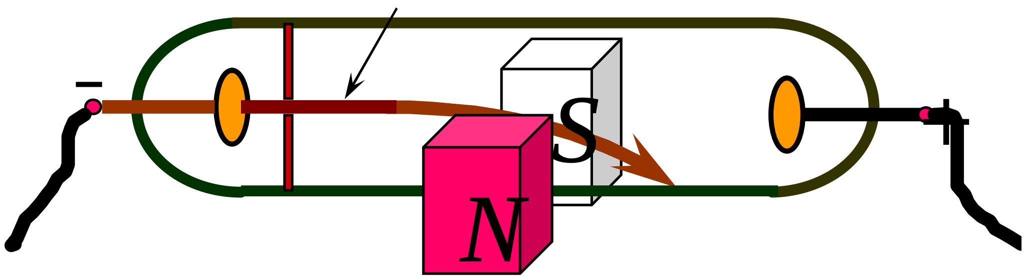


c.平行载流导线间的相互作用

b.电流对磁铁的作用



d.载流子在外磁场中的运动



磁现象与电现象有没有联系？

静止的电荷 → 静电场

运动的电荷 → ？

1819年 奥斯特 磁针上的电碰撞实验

电流的磁效应

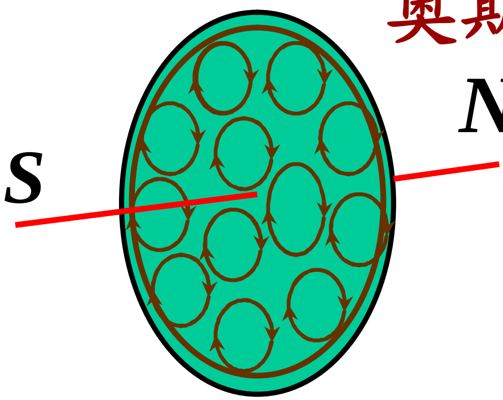

Hans Christian Oersted (1770–1851).

奥斯特

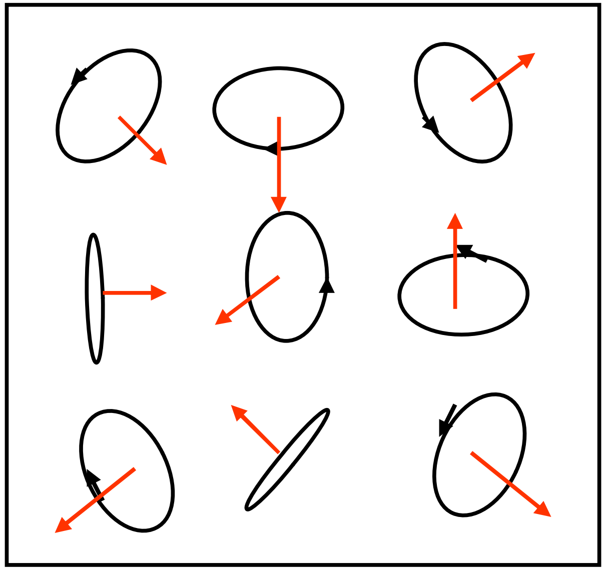
2.安培提出分子电流假设：

a.磁现象的电本质——运动的电荷产生磁场

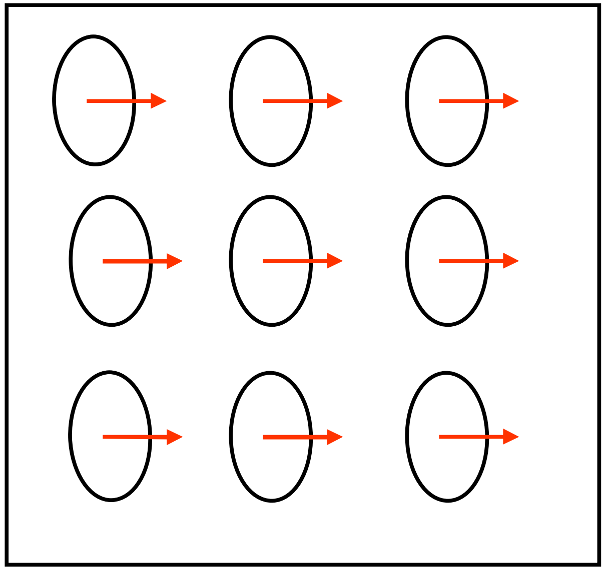
b.磁极不能单独存在



1822年．安培分子电流假说



无 外 磁 场

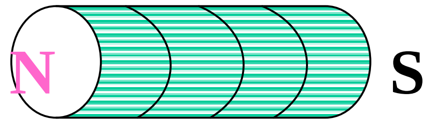


外 磁 场 中

分子电流的有序排列是产生磁性的本质

有无磁单极子?

有单独存在的正、负电荷
无单独存在的N极和S极 } 不符合“对称性”。



1931年，狄拉克（英）：

理论上论证了在微观世界中存在磁单极子。

1974年，特霍夫脱（荷兰）、鲍尔亚科夫（前苏联）：

独立地提出的非爱、阿贝尔规范场理论，认为磁单极子必然存在，并预言其质量为$2\times10^{-11}kg$

1973年阿波罗飞船运回的月岩检测、1974年高能加速器

但是，直到目前为止尚未在实验中确认磁单极子的存在。

10.2.3 磁场 磁感应强度

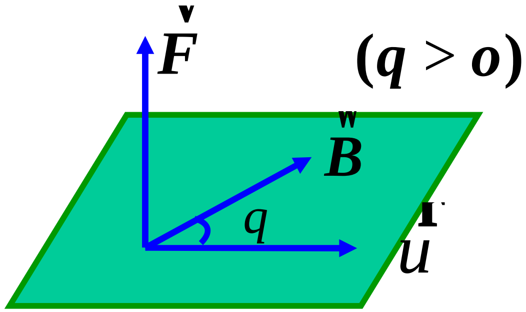
1. 放入磁场中的运动电荷和载流导体受到磁力

2. 载流导体在磁场中运动, 磁力对其作功

引入磁感应强度 ($\vec{B}$)

将点电荷 q 以不同的 $\vec{u}$ 通过场点 p

① $F \propto q, u$, ② 与 $\vec{u}$ 方向有关



θ 为 $\vec{u}$ 与 $\vec{B}$ 之间夹角

方向:小磁针N极方向

$\vec{F}$、$\vec{u}$ 与 $\vec{B}$ 三个矢量的关系

$$\vec{F} = q\vec{u} \times \vec{B}$$

大小: $F = quB\sin\theta$

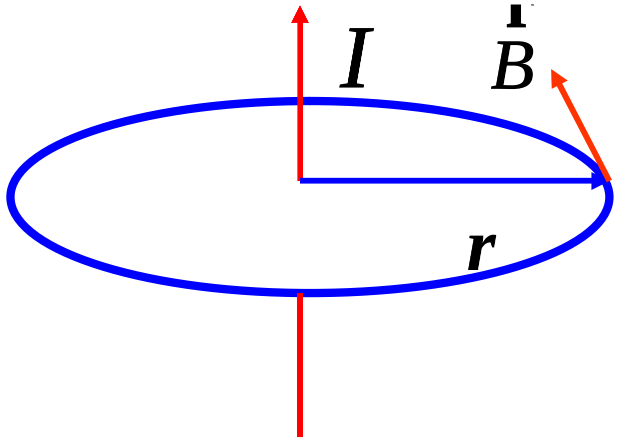
单位: $1\mathrm{T} = 1\mathrm{N} \cdot \mathrm{A}^{-1} \cdot m^{-1}$

$1\mathrm{T} = 10^4\ \mathrm{Gs}$

10.2.4 毕奥---沙伐尔定律

一、毕—萨—拉定律实验基础

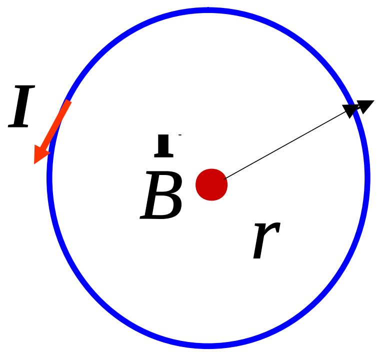
(1)毕奥:无限长直载流导线周围的磁场



$$\vec{B}\begin{cases} B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ \text{方向:}I\text{与}B\text{构成右手螺旋} \end{cases}$$

其中: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A}$ …… 真空中的磁导率

(2)萨伐尔:载流园导线中心的磁场

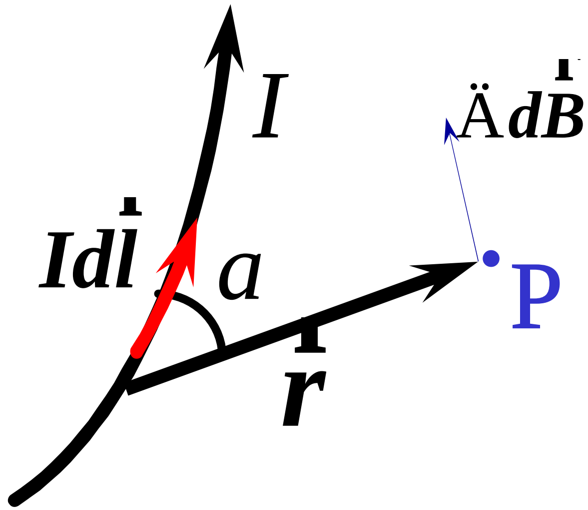


$$\vec{B}\begin{cases} B = \dfrac{\mu_0 I}{2r} \\ \text{方向:}I\text{与}B\text{构成右手螺旋} \end{cases}$$

二、毕奥---沙伐尔定律

电流元 $\longrightarrow$ $Id\vec{l}$

电流元 $Id\vec{l}$ 在空间P点产生的磁感应强度为



$$\boxed{dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ TmA^{-1}$$

方向判断

$$\vec{r}_0 = \vec{r}/r$$

$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2}}$$

对一段载流导线 $\vec{B} = \int d\vec{B}$

10.2.5 毕奥---沙伐尔定律的应用

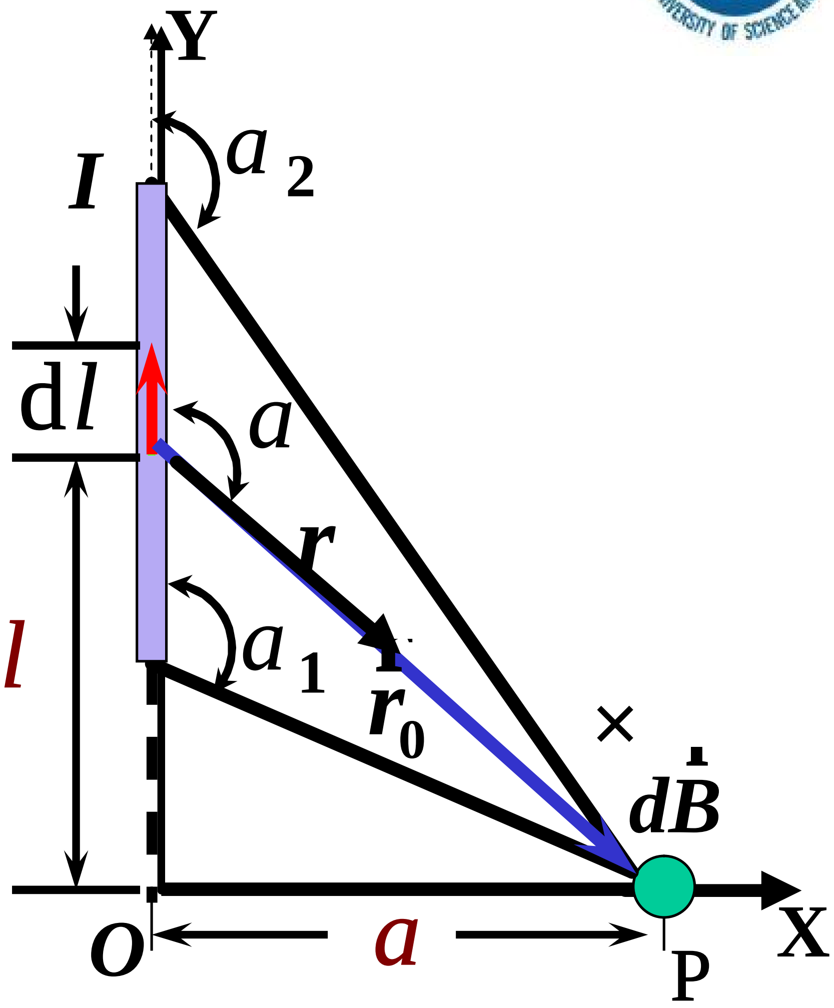
[例1] 长直电流的磁场

已知：真空中 I、α_1、α_2、a

- 建立坐标系OXY
- 任取电流元 $Id\vec{l}$

大小 $dB = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{Idl\sin\alpha}{r^2}$

方向 $Id\vec{l} \times \vec{r}_0$ ⊗



- 写出分量式

$$B = \int dB = \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}$$

统一积分变量 $B=\int dB=\int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}$

$$l = a\,ctg(\pi-\alpha) = -a\,ctg\alpha$$

$$dl = a\csc^2\alpha\, d\alpha$$

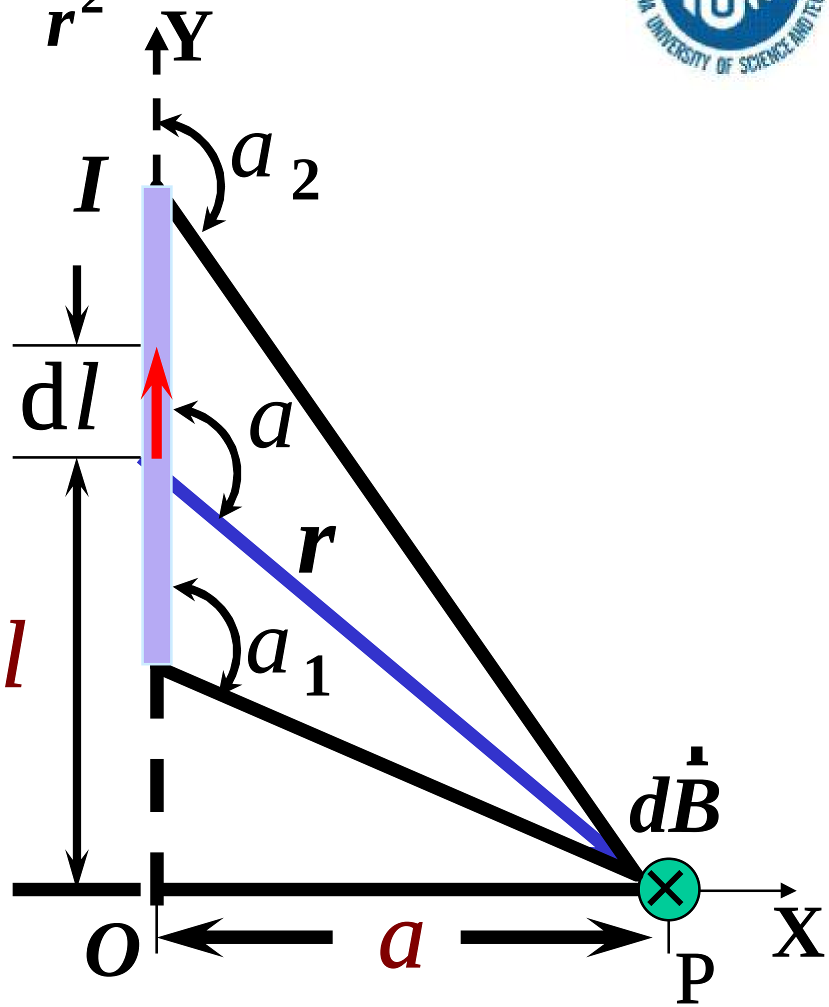
$$r = a/\sin\alpha$$

$$B=\int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\sin\alpha\, dl}{r^2}$$

$$=\int\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\sin^2\alpha}{a^2} I\sin\alpha\,\frac{a\,d\alpha}{\sin^2\alpha}$$

$$=\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\frac{\mu_0}{4\pi a} I \sin\alpha\, d\alpha$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)$$



$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)}$$

讨论

•无限长载流直导线

$a_1 = 0 \quad a_2 = p$

$$\boxed{B = \frac{m_0 I}{2p a}}$$

•半无限长载流直导线

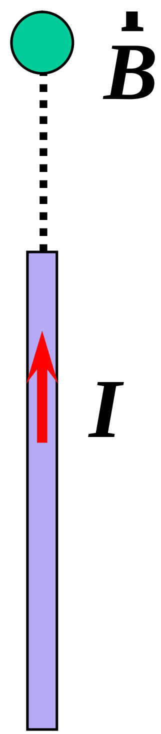
$a_1 = p/2 \quad a_2 = p$

$$\boxed{B = \frac{m_0 I}{4p a}}$$

•直导线延长线上

$$dB = \frac{m_0}{4p}\frac{Idl\sin a}{r^2}$$

$a = 0 \quad dB = 0 \Rightarrow \boxed{B = 0}$



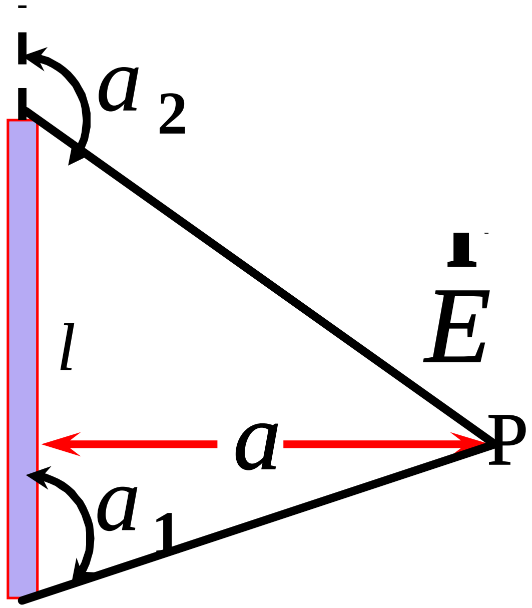
$$\boxed{B = \frac{m_0 I}{4pa}(\cos a_1 - \cos a_2)}$$

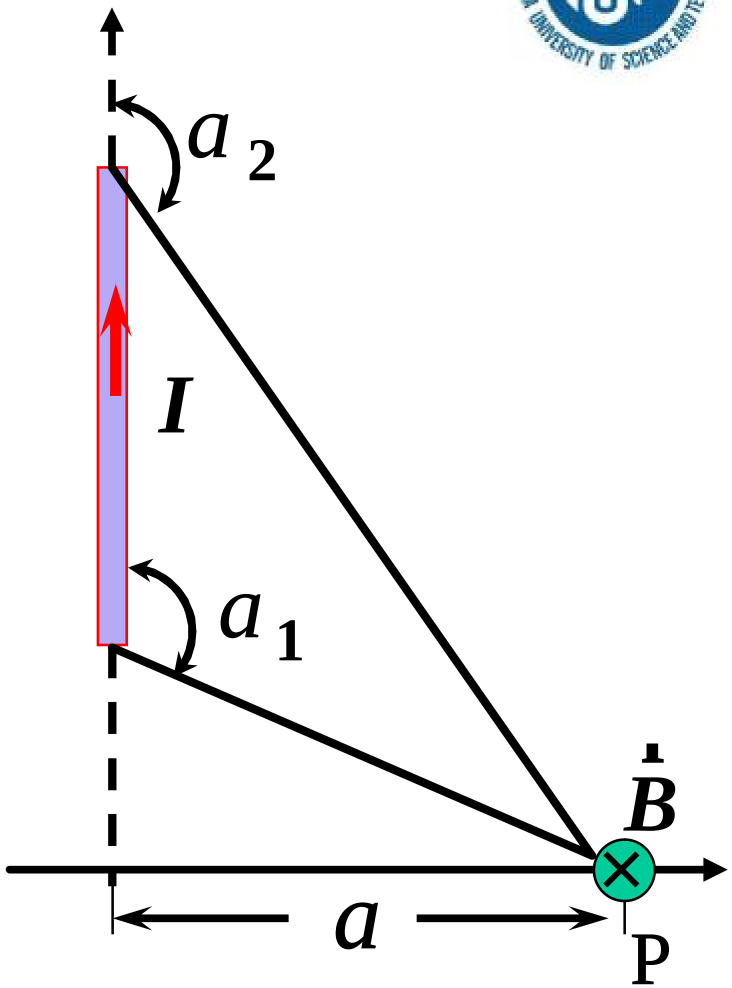
$$B_{\wedge} = \frac{m_0 I}{4p\,a}(\cos a_1 - \cos a_2)$$

与带电直线在空间产生的$\vec{E}$ 比较

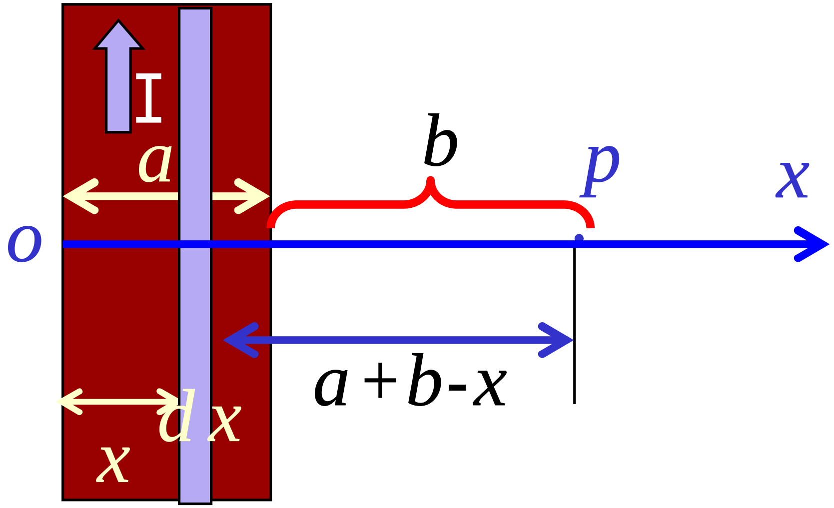
$$E_{\wedge} = \frac{l}{4p e_0 a}(\cos q_1 - \cos q_2)$$

$$E_{P} = \frac{l}{4p e_0 a}(\sin q_2 - \sin q_1)$$





[例2] 无限长匀载I铜片外共面点p的B_p



解：选积分元电流

$$dI = \frac{I}{a}dx$$

$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2\pi(a+b-x)} \quad \text{方向}\otimes$$

$$dB = \frac{\mu_0 \frac{I}{a}dx}{2\pi(a+b-x)}$$

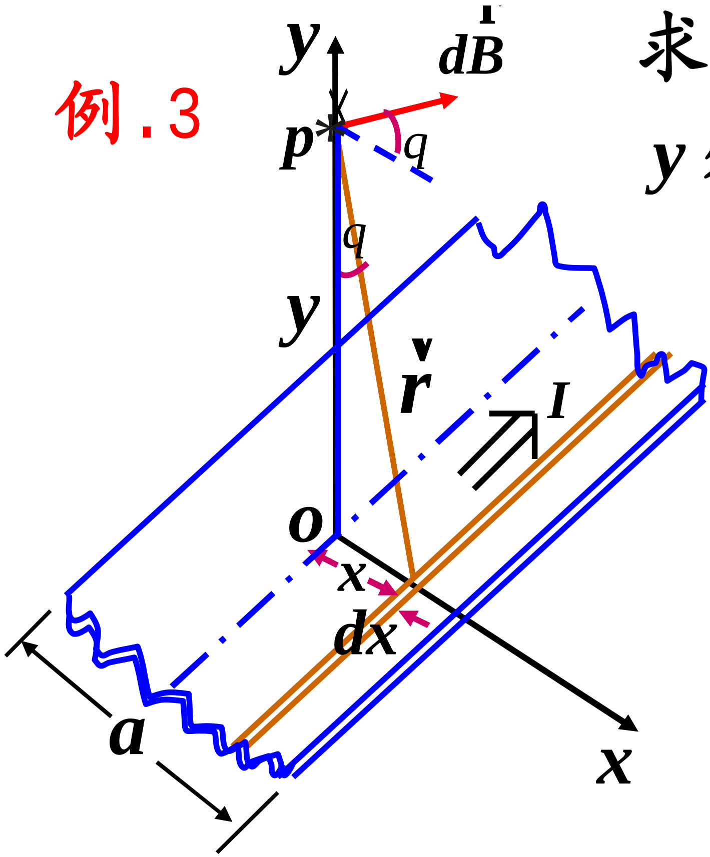
I/a：面电流的线密度

$$B = \int_0^B dB = \int_0^a \frac{\mu_0 I dx}{2\pi a(a+b-x)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\ln\frac{a+b}{b}$$

方向$\otimes$

$$\boxed{\text{选特殊形状电流体作微元}}$$

例.3



求无限长薄铜片中心线上方 y 处的 $\vec{B}_P = ?$

取一束导线 dN 根 $\quad dI = \frac{I}{a}dx$

$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2\pi r} = \frac{\mu_0 \frac{I}{a}dx}{2\pi r}$$

$$dB_x = dB\cos\theta \qquad dB_y = dB\sin\theta$$

∵对称性, B_y, ∴ $B_y = \int dB_y = 0$

$$B = \int dB_x = \int dB\cos\theta = \int_{-a/2}^{a/2} \frac{\mu_0 \frac{I}{a}dx}{2\pi (y^2 + x^2)^{1/2}} \times \frac{y}{(y^2 + x^2)^{1/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 I y}{2\pi a}\int_{-a/2}^{a/2} \frac{dx}{y^2 + x^2} = \frac{\mu_0 I}{\pi a} arctg \frac{a}{2y}$$

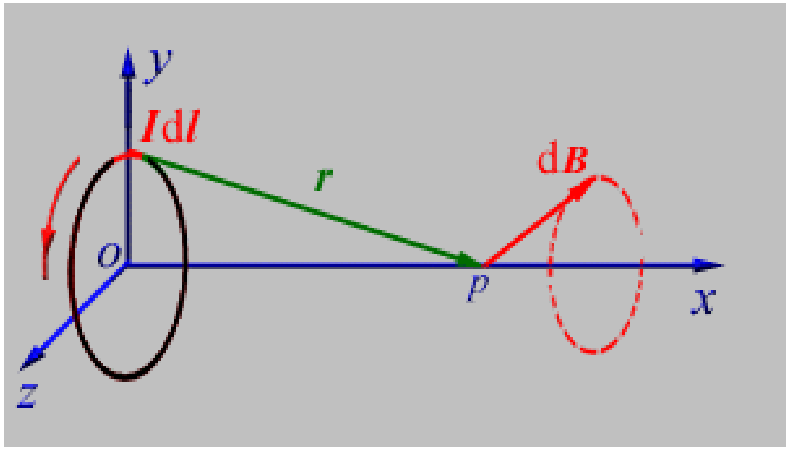
$$= \frac{\mu_0 I}{\pi a} arctg \frac{a}{2y}$$

当 $y >> a$，$arctg \dfrac{a}{2y} \approx \dfrac{a}{2y}$，$\therefore B \approx \dfrac{\mu_0 I}{2\pi y}$

例4.圆电流的磁场

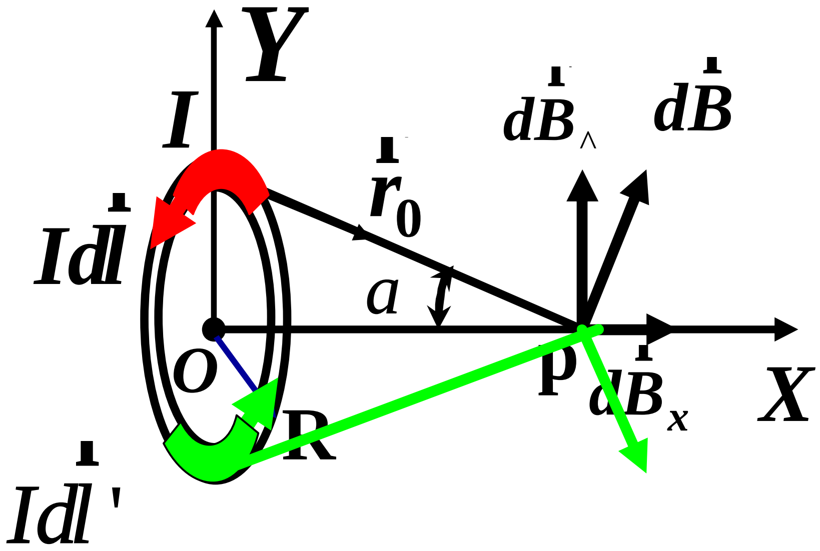
大小 $$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}$$

方向 $$Id\vec{l} \times \vec{r}_0$$



$$\vec{B}_\perp = \int d\vec{B}_\perp = 0$$

$$B_x = \int dB_x = \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}$$

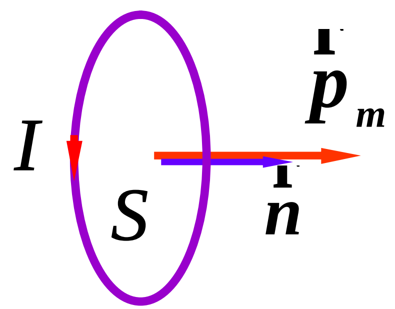


$$= \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3}\int dl = \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3}\cdot 2\pi R$$

$$\boxed{= \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}}$$

$$B=\frac{\mu_0 IR^2}{2r^3}=\frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$

讨论： 1. $x>>R$， $B=\dfrac{\mu_0 IR^2}{2x^3}=\dfrac{\mu_0 IS}{2\pi x^3}$



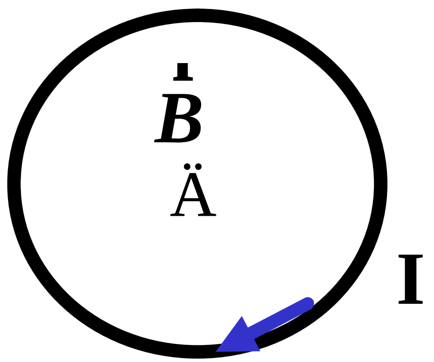
引入磁矩 $\vec{P}_m=IS\hat{n}$ N 匝 $\vec{P}_m=NIS\vec{n}$

则圆线圈轴线上 $\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{2\pi}\dfrac{\vec{p}_m}{r^3}$

2. 圆心 $x=0$

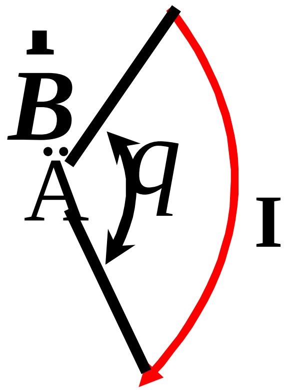
- 载流圆环 圆心角 $\theta=2\pi$

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2R}}$$



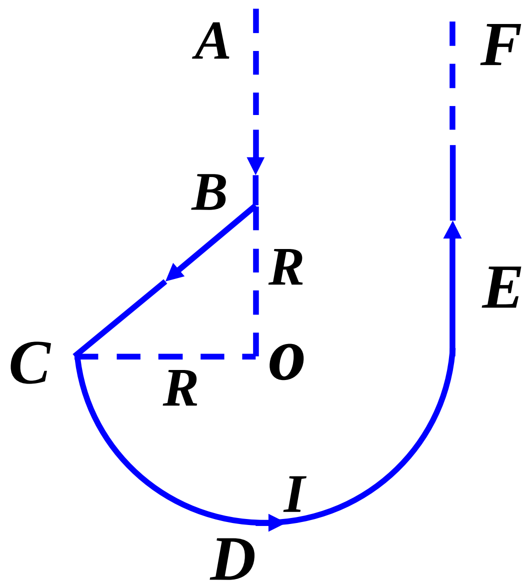
v 载流圆弧　圆心角 θ

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2R}\cdot\frac{\theta}{2\pi}=\frac{\mu_0 I\theta}{4\pi R}}$$



练习　通电导线弯成如图形状，求 $\vec{B}_0 = ?$

$$\vec{B}_0 = \vec{B}_{AB} + \vec{B}_{BC} + \vec{B}_{CDE} + \vec{B}_{EF}$$



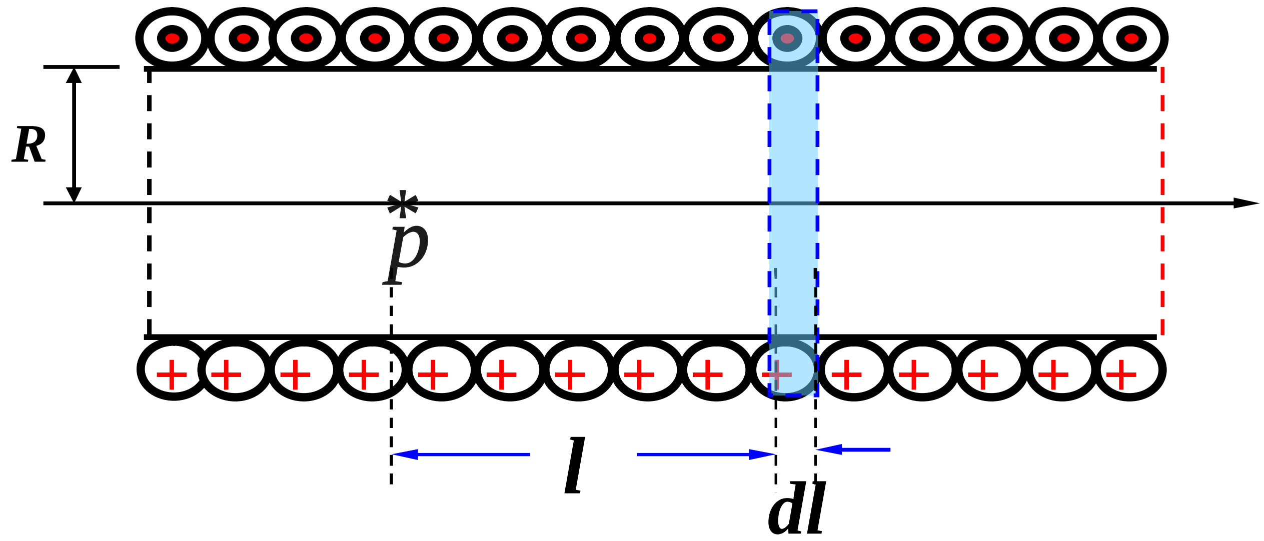
$$B_{BC} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \quad \odot$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(\frac{\sqrt{2}}{2}R\right)} \times 2\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

$$B_{CDE} = \frac{1}{2} \times \frac{\mu_0 I}{2R}, \quad B_{EF} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \quad \odot$$

$$B = B_{AB} + B_{BC} + B_{CDE} + B_{EF} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(3 + \pi) \quad \odot$$

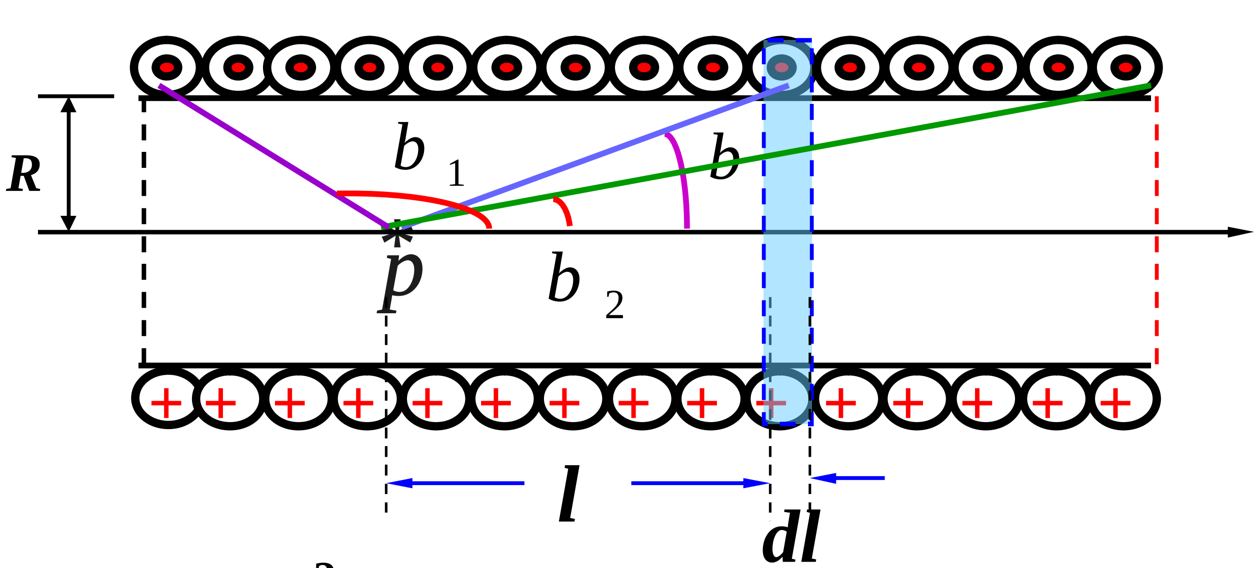
例5. 载流长直螺线管内轴线 上的磁场



已知单位长度匝数 n

$$dB = \frac{\mu_0}{2}\frac{R^2 nIdl}{(R^2 + l^2)^{3/2}}$$

取dN $\quad dN = ndl \quad$ 电流$nIdl$



$$dB = \frac{m_0}{2}\frac{R^2 nIdl}{(R^2 + l^2)^{3/2}}$$

用 b 变量 $\quad l = Rctgb \qquad dl = -R\csc^2 b\, db$

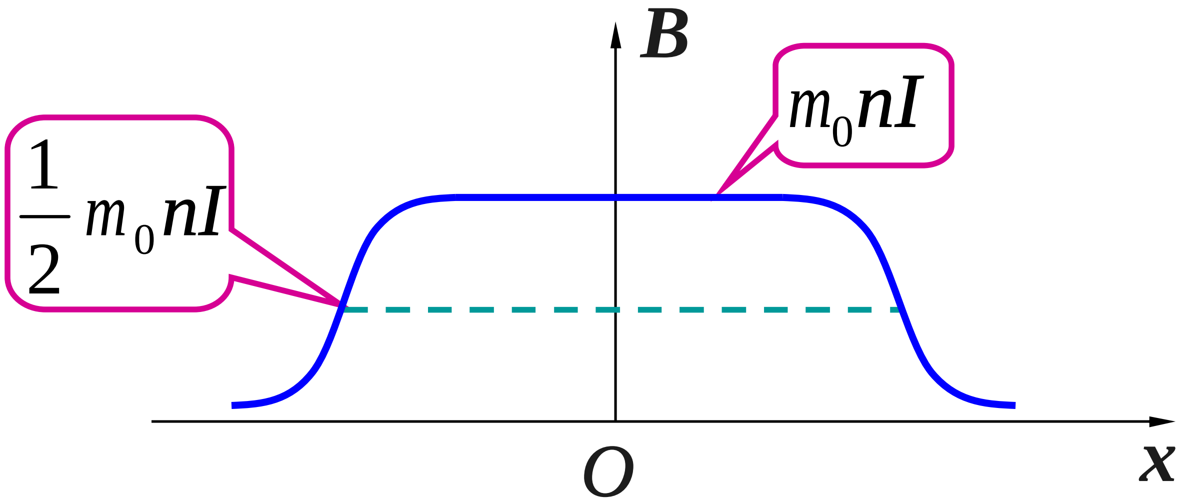
$$R^2 + l^2 = R^2(1 + ctg^2 b) = R^2\csc^2 b$$

$$dB = \frac{m_0 R^2 nI(-R\csc^2 b\,db)}{2(R^2\csc^2 b)^{3/2}} = -\frac{m_0 nI}{2}\sin b\, db$$

$$B=\int dB=\int_{\beta_1}^{\beta_2}-\frac{\mu_0 nI}{2}\sin\beta\,d\beta=\frac{\mu_0 nI}{2}(\cos\beta_2-\cos\beta_1)$$

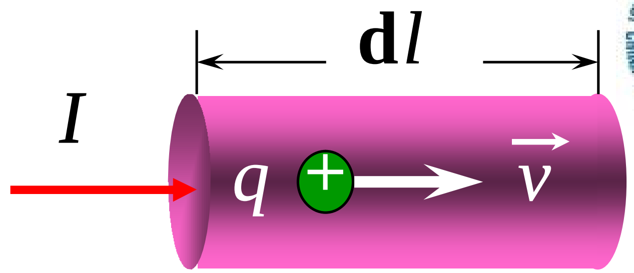
讨论：1. 无限长 $\boxed{B=\mu_0 nI}$ 均匀场

2. 半无限长 $B=\dfrac{1}{2}\mu_0 nI$



10.2.6 运动电荷的磁场

$$dB = \frac{m_0}{4p}\frac{Idl\sin a}{r^2}$$



单位体积内运动电荷数 n

dl内有dN个运动电荷， $dN = nSdl$

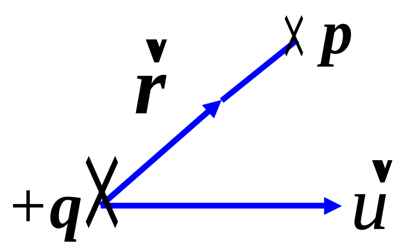
电量 $dQ = qnSdl$

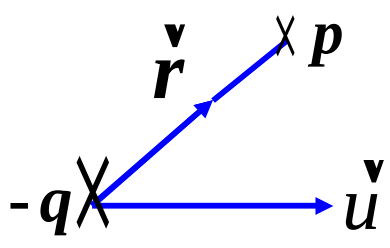
电流 $I = \frac{dQ}{dt} = qnSu$

$$dB = \frac{m_0}{4p}\frac{qnSudl\sin a}{r^2}$$

$$B = \frac{dB}{dN} = \frac{m_0}{4p}\frac{qu\sin a}{r^2}$$

$$\boxed{\overset{\vee}{B} = \frac{m_0}{4p}\frac{q\overset{\vee}{u}\ ´\ \overset{\vee}{r}}{r^3}}$$





[思考]真空中点电荷作匀速直线运动，在P点产生$\vec{B}$

(1)大小、方向都变化 (2)大小不变，方向变化

√(3)方向不变，大小变化 (4)大小、方向都不变

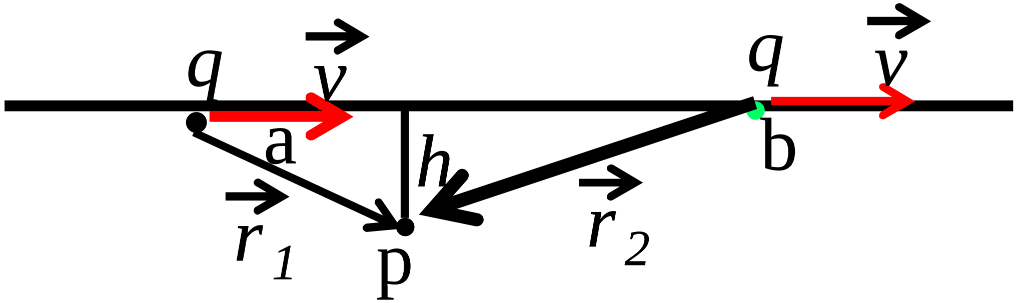
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}$$

$\because vr_1 \sin\alpha = vr_2 \sin\beta$

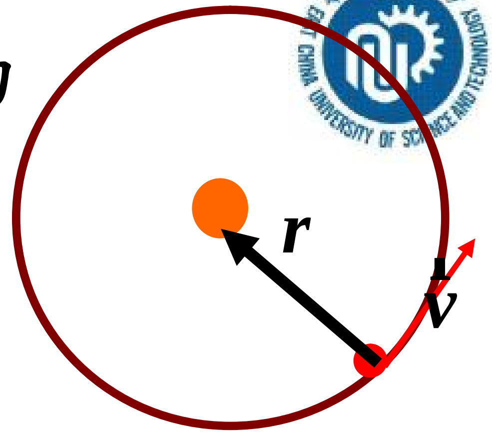
$r_2 \neq r_1$

$\vec{v}\times\vec{r}$ 恒为$\otimes$

$\therefore$ (3)正确!



[例6]　氢原子中电子绕核作圆周运动



求：轨道中心处$\vec{B}$

电子的磁矩 $\vec{p}_m$

解：u $B = \frac{m_0 I}{2r}$　　$I = qn = e\frac{v}{2pr}$

$$\backslash \ B = \frac{m_0}{4p}\frac{ev}{r^2}$$

v Q $\vec{p}_m = IS\vec{n}$　　$S = pr^2$　　$I = \frac{v}{2pr}e$

$$\backslash \ p_m = IS = \frac{1}{2}vre$$

方向　Ä

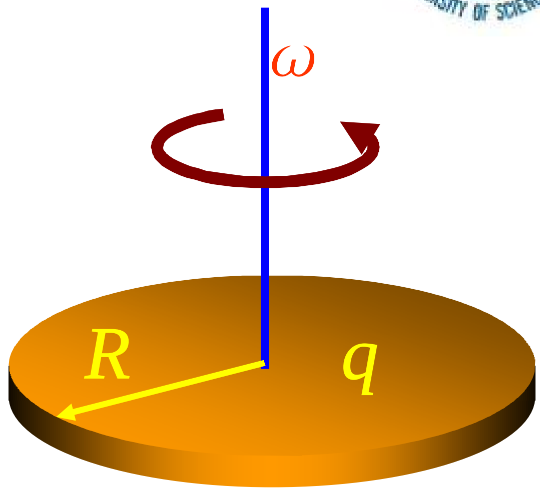
推论：均匀带电的圆环绕圆心的转动产生的磁场

[例7]带匀电q塑料圆盘R,以 ω转动.
求盘中心B及盘P_m

解:选图示圆环积分元电流,求其dI

$$dI = \frac{dq}{T} = \frac{dq}{2p/w} = \frac{w}{2p}dq$$

$$dq = s2prdr$$



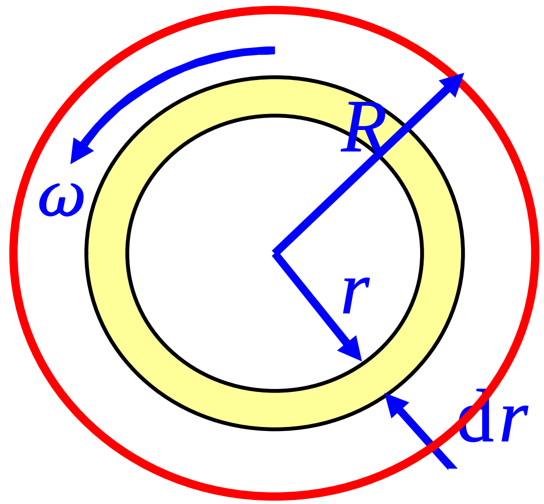
元电流在圆心激发磁场元

$$dB = m_0 dI/2r = m_0 n s p dr \quad ¤$$

$$Þ \; B = \int_0^R m_0 n s p dr = m_0 n s p R$$

$$Þ \; B = m_0 (w/2p)(q/pR^2)\, pR$$

$$= m_0 w q/(2pR) \quad ¤$$



元电流圆线圈的磁矩元

$$dp_m = s dI = \pi r^2 n \sigma 2\pi r dr$$

$$Þ \; p_m = ò_0^R p r^2 n s \, 2prdr = \frac{1}{4} q w R^2 \quad ¤$$