２．【研究計画】 適宜概念図を用いるなどして、わかりやすく記入してください。なお、本項目は１頁に収めてください。様式の変更・追加は不可。

(1) 研究の位置づけ

特別研究員として取り組む研究の位置づけについて、当該分野の状況や課題等の背景、並びに本研究計画の着想に至った経緯も含めて記入してください。

着想経緯：データサイエンスの実社会応用を阻む課題「信頼性問題」

昨年 2023 年に ChatGPT などの大規模言語モデルの登場を目撃してから，我々の人工知能に対する期待は増すばかりである．申請者は学部時代にデータサイエンティストとしてのインターンを経験して，実際の企業の需要と現状のデータ解析と機械学習の手法との間には**大きな隔たりがある**ことを思い知らされた．
それは**信頼性の問題**であった．申請者がインターン中に製造ラインデータを用いた異常検知モデルを開発した際，全体としての精度は良かったものの，数度の唐突な予測ミスが現場の不信感を招き，既存の意思決定システムへの採用には至らずに終わった．

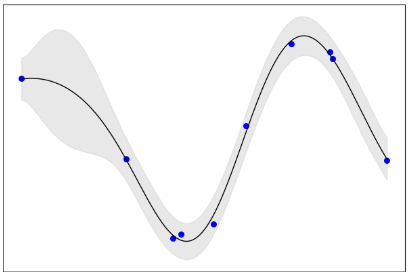

図 1: ベイズ手法（Gauss 過程回帰）のプロット．推定値（実線）だけでなく 95% 信用区間（灰色）をプロットした．データが少ない領域で予測が不確実である（＝モデルに自信がない）ことがわかる．

当該分野の状況：ベイズのアプローチにより信頼性問題を根本的に解決する

ここ数年で急速に**ベイズのアプローチによる信頼性問題の根本的解決**が試みられている [1]．一般に多くの既存の手法は「ベイズ化」することで実社会における意思決定システムの一環として採用しやすいものとなると期待されている（図 1 参照）．ベイズ手法は不確実性の定量化を統一的に扱うことができるため，自動運転などの安全性が重要な場面で物体検知・識別・制御を統合するフレームワークを提供できる [2]．生成モデルにおける不正確な出力も，確度の低い出力を回避するよう調整することで大幅に改善できる [3]．

実社会環境の複雑さが課す
新たな課題を乗り越えるには
双方の美点を活かすことが必要

- **信頼性問題**
  - **幻覚問題**
  - モデルの解釈可能性
- モデル誤特定へのロバスト性
- 変化するドメイン
  - 継続学習
  - 転移学習
  - ⋮

拡張性問題により遅れをとっている

現状殆どのモデルはこちらのアプローチ

新たな課題	ベイズ手法	従来手法
出力の不確実性	自然に導ける	追加の手続きが必要
モデルの不確実性	自然に導ける	モデル選択が必要
小規模データ	対応可能	大規模データは必須
		⋮

いずれもベイズからのアプローチが期待されている [1]

ベイズ統計の最大にして唯一の課題：拡張性（スケーラビリティ）

ベイズ推論は数学的には確率測度 $P\in\mathcal{P}(\mathbb{R}^d)$ に関する積分の数値計算の問題に帰着する．決定論的な近似は高々 $d\le 3$ までの場合にしか現実的な時間内で実行できないため，収束レートは落ちるが P に従う乱数を生成（サンプリングまたはシミュレーションともいう）して Monte Carlo 推定により積分を近似する：

$$Pf:=\int_{\mathbb{R}^d}f(x)\,P(dx)=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{n=1}^N f(X_n),\qquad X_n\overset{\text{i.i.d.}}{\sim}P,f\in\mathcal{L}^1(P).$$

広汎な確率分布 P を効率よくシミュレートできるアルゴリズム（サンプラーともいう）であるマルコフ連鎖モンテカルロ法（MCMC）が 20 世紀末に開発 [4] されてから，ベイズ手法は爆発的に応用され始めた．しかし，現代のモデルは機械学習・経済学・疫学をはじめとして殆どの領域で $d=10^n$ $(n\ge 4)$ などの極めて高次元になることが日常茶飯事である．**このような高次元空間上で，広い範囲の分布 $P\in\mathcal{P}(\mathbb{R}^d)$ に関しての積分計算に汎用的に使えるサンプラーの開発は未だ叶っていない．**

【研究計画】（続き） 適宜概念図を用いるなどして、わかりやすく記入してください。なお、各事項の字数制限はありませんが、全体で２頁に収めてください。様式の変更・追加は不可。

(2) 研究目的・内容等

① 特別研究員として取り組む研究計画における研究目的、研究方法、研究内容について記入してください。
② どのような計画で、何を、どこまで明らかにしようとするのか、特別研究員奨励費の応募区分（下記（※）参照）に応じて、具体的に記入してください。
③ 研究の特色・独創的な点（先行研究等との比較、本研究の完成時に予想されるインパクト、将来の見通し等）にも触れて記入してください。
④ 研究計画が所属研究室としての研究活動の一部と位置づけられる場合は申請者が担当する部分を明らかにしてください。
⑤ 研究計画の期間中に受入研究機関と異なる研究機関（外国の研究機関等を含む。）において研究に従事することも計画している場合は、具体的に記入してください。

（※）特別研究員奨励費の研究期間が３年の場合の応募総額は（A 区分）が 240 万円以下、（B 区分）が 240 万円超 450 万円以下（DC1 のみ）。２年の場合は（A 区分）が 160 万円以下、（B 区分）が 160 万円超 300 万円以下。１年の場合は（A 区分）が 80 万円以下、（B 区分）が 80 万円超 150 万円以下。（B 区分については研究計画上必要な場合のみ記入）

研究目標：次の２点を兼ね備えた拡張性に優れたサンプリング手法の開発と実装を目指す

(i) **モデル拡張性**：高次元空間上の多峰性分布 P でも精度と速度が落ちないこと
(ii) **データ拡張性**：大規模なデータでも計算時間が爆発せず，現実的な時間内で実行可能であること

研究の特色とインパクト：サンプリングに注目することにより，モデル中心のパラダイムに資する

本研究では変分推論アルゴリズム [5] や，具体的なモデル $\{P_i\} \subset \mathcal{P}(\mathbb{R}^d)$ に特化した手法などは扱わない．すなわち，**モデルに依存せず普遍的に使える汎用サンプラーの構成をめざす**のが特徴である．

種々のモデルに統一的に使える手法の発展は，ベイズ手法が真に広く応用されるために必要不可欠な要素である．ベイズ統計の悲願は，解析者が具体的な推論手法に囚われず，**モデルの設計に集中出来る枠組み**の構成にある．

	ベイズ手法	従来手法
アイデア	モデルベース	推論ベース
実装	確率的プログラミング	最適化アルゴリズム
特徴	種々の不確実性を モデリング可能	アルゴリズムが高速 大データなら高精度

また，本研究では**開発したサンプラーを R パッケージなどの形で一般公開する**ことも目標である．本研究により大規模データでも効率よく推論できる手法が簡単に利用できるようになれば，科学的データ解析や実世界応用など複雑な環境への**信頼のおける形で**の応用が大きく進むだろう．

実際，現在確率的プログラミング言語 Stan で標準に用いられているハミルトニアンモンテカルロ法（HMC）は，28 年前に深層モデルへの応用を念頭に提案されたものであった [4]．それが現在汎用サンプラーとして用いられているのである．HMC が 30 年目を迎える前に，より効率的な手法の提案が待たれている．

本研究は上述の研究目標に向けた研究計画①, ②, ③の３部構成からなり，各アプローチに１年ずつかける．

研究計画 ①：２つの有望な方向の検討と限界の明瞭化

現状，サブサンプリングによりバッチ実行可能であることが**拡張性を持ったサンプリング手法**の最も有望な方向として考えられており，この性質を持つ代表的な手法として次の２つが挙げられる：

(1) **区分確定マルコフ過程（PDMP）**と呼ばれる，ランダムな時刻にランダムに変化する以外は確定的な動きをする連続時間マルコフ過程を用いて空間を探索する手法群
(2) **確率的勾配マルコフ連鎖モンテカルロ法（SG-MCMC）**と呼ばれる，サブサンプルから計算した対数尤度の勾配の推定量を用いてエルゴード的なマルコフ連鎖を構成する MCMC 手法群

そこで**本研究はこの２つの手法を検討するところから始める**．いずれの手法も **２つの拡張性** (i),(ii) のうち片方を満たさないため，**その弱点をどのように克服できるかの限界を探る**．

PDMP もバイアスを導入しない効率的なサブサンプリングが可能で **(ii) データ拡張性**の条件を満たし，高次元での収束速度も期待されている [6] が，適用可能なモデルが限られており **(i) モデル拡張性**が課題である．一方で，SG-MCMC は勾配さえ推定可能であれば使える手法であり適用可能なモデルは広いが，高次元空間での収束レートが速くなく，**(ii) データ拡張性**が未だ達成されていない．

研究計画 ②：連続時間極限をキーワードに既存のアルゴリズムを改良・比較する

本研究では，前述の２つの手法の強みを組み合わせる．その際，数学的に自然な拡張として**連続時間極限の性質をアルゴリズムに取り入れる**ことを考える．**ここからが本研究の真の独自性である**.

現状殆どのサンプリング法は離散時間ベースである．だが，SG-MCMC は拡散過程の離散化であり，PDMP も元は MCMC の連続時間極限から着想された [7]．そこで数学的には，**連続時間極限こそがサンプラーの数学的本体であるのではないか**という理解がありえる．しかし，サンプリング法の連続時間極限を通じて比較を試みる研究は SMC 法に対する１例 [8] しかなく，それも拡散過程のサンプリングに問題を絞っている．

サンプリング法には複数の極限が考えられ，サンプル数無限大 $N \to \infty$ や実行時間無限大 $T \to \infty$ の極限はよく調べられてきたが，タイムステップの極限 $h \to 0$ を取る連続時間極限は，確率過程の収束という現在でも最先端の数学理論が必要である．その数学的な困難さの割に，他の極限の取り方に比べてアルゴリズムの性能に対する直接的示唆が得にくく，見過ごされてきたものと考えられる．

しかし，連続時間極限から得られる Poisson 測度から，アルゴリズムの最適なサンプル時刻を計算するという [7, 8] の背後にあるアイデアは極めて有望である．この方向へ統一的な数学的枠組みを創出しながら複数のアルゴリズムの比較を進めることで，**新時代のサンプラー**に大きく近づくかもしれない．

研究計画 ③：連続時間極限を通じて，サンプリングと最適化の双対性を提示する

サンプリングにおいて重要な考え方にテンパリングがある（図 2 参照）．対象分布 π が複雑であるときに，これを $\pi = \pi^{\alpha_0}, \pi^{\alpha_1}, \pi^{\alpha_2} \cdots$ $(1 = \alpha_0 > \alpha_1 > \alpha_2 > \cdots)$ と軟化する列を考え，π^{α_2} から順にサンプリングするアイデアである．テンパリングを用いたサンプリング法は確率測度の空間 $\mathcal{P}(\mathbb{R}^d)$ 上の力学系とみなせる．

半年前，この $\mathcal{P}(X)$ 上の力学系があるエントロピー汎函数に関する勾配流とみなせることが発見された [9]．この変分法的な解釈を通じて，機械学習分野で蓄積されているアルゴリズム最適化に関する知見をサンプリングアルゴリズムにも応用できるだろう．

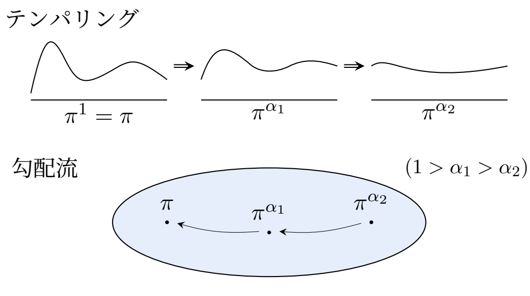

図 2: テンパリングは勾配流とみなせる

また，これに限らず $\mathcal{P}(\mathbb{R}^d)$ には豊かな擬 Riemann 構造があることが知られており，情報幾何学の分野で長く調べられている．研究計画 ② で考えた連続時間極限も，それが定める $\mathcal{P}(\mathbb{R}^d)$ 上の力学系を幾何学的手法で分析することで，確率過程分野と機械学習分野で独立して進んでいる研究が，実は１つの数学的現象の両側面からの研究に過ぎないことがわかってくるかもしれない．

また，元々テンパリングを通じたサンプラーが MCMC よりも分散実行に向いていることもあり，PDMP や SG-MCMC とも違うサブサンプリングに依らない新たな拡張性が得られる可能性も十分にある．

在外研究の計画：確率過程論と機械学習数理との交流

本研究では海外研究グループとの交流が重要になると予想される．実際，研究計画 ③ の一部は，申請者の MLSS2024 でのポスター発表（業績 1）から始まった Omar Chehab 氏とのディスカッションを通じて着想された．その際，彼の所属する CREST-ENSAE の研究室では，確率過程論のグループと機械学習数理のグループの稀有な交流が見られ，近年知見の交流が進んで結果 [9] が生まれたのだということを教わった．そこで，研究計画の後半へ移る段階で CREST-ENSAE での滞在研究を計画している．

参考文献　(1) Papamarkou, T., et al. 2024, Position Paper: Bayesian Deep Learning in the Age of Large-Scale AI (2) Kendall, A. & Gal, Y. 2017, What uncertainties do we need in Bayesian deep learning for computer vision? (3) Mohri, C. & Hashimoto, T. 2024, Language Models with Conformal Factuality Guarantees (4) Neal, R. M. 1996, Lecture Notes in Statistics, Vol. 118, Bayesian Learning for Neural Networks (Springer New York) (5) Shen, Y., et al. 2024, Variational Learning is Effective for Large Deep Networks (6) Fearnhead, P., et al. 2018, Statistical Science, 33, 386 (7) Peters, E. A. J. F. & de With, G. 2012, Physical Review E, 85 (8) Fearnhead, P., et al. 2017, Continious-time Importance Sampling: Monte Carlo Methods which Avoid Time-discretisation Error (9) Chopin, N., et al. 2024, A connection between Tempering and Entropic Mirror Descent

３．人権の保護及び法令等の遵守への対応 本項目は１頁に収めてください。様式の変更・追加は不可。

本欄には、「２.研究計画」を遂行するにあたって、相手方の同意・協力を必要とする研究、個人情報の取り扱いの配慮を必要とする研究、生命倫理・安全対策に対する取組を必要とする研究や安全保障貿易管理を必要とする研究など指針・法令等（国際共同研究を行う国・地域の指針・法令等を含む）に基づく手続が必要な研究が含まれている場合、講じる対策と措置を記入してください。

例えば、個人情報を伴うアンケート調査・インタビュー調査、行動調査（個人履歴・映像を含む）、国内外の文化遺産の調査等、提供を受けた試料の使用、侵襲性を伴う研究、ヒト遺伝子解析研究、遺伝子組換え実験、動物実験、機微技術に関わる研究など、研究機関内外の情報委員会や倫理委員会等における承認手続が必要となる調査・研究・実験などが対象となりますので手続の状況も具体的に記入してください。

なお、該当しない場合には、その旨記入してください。

本研究の遂行上最も関連するものは個人情報の取り扱いについてであるが，アンケート調査・インタビュー調査や行動調査等を実行することも極めて考えにくく，該当しないと言って良いと思われる．

4．【研究遂行力の自己分析】 各事項の字数制限はありませんが、全体で２頁に収めてください。様式の変更・追加は不可。
本申請書記載の研究計画を含め、当該分野における(1)「研究に関する自身の強み」及び(2)「今後研究者として更なる発展のため必要と考えている要素」のそれぞれについて、これまで携わった研究活動における経験などを踏まえ、具体的に記入してください。

(1) 研究に関する自身の強み

ここまでを要約すると，本研究計画では，

(a) 最終的には，統計計算手法・アルゴリズム論・計算機科学の知見に還元することが目的であるが，

(b) 数学では確率過程・統計数理・関数解析・偏微分方程式・擬 Riemann 幾何学に渡る広い知見が必要で，

(c) 最後に，完成したサンプラーの OSS パッケージへの実装と実社会場面での応用が究極目標である

のであった．**この３分野の全てにおいて高い適性を持つ者は，かなり限られるものと思われる．**
以下，(a) 統計計算，(b) 数学，(c) 応用統計 そして (d) コミュニケーション力 に分けて分析する．

(a) 統計計算について

知識の幅・深さ，技量

筆者は学部時代にコンピュータサークルで活動した経験があり，計算機科学やセキュリティに関する深い知識がある．事実，学部１年時に，世界最大のセキュリティーコンテストである SECCON 決勝大会への出場経験をもつ．

また，サークルを通じて Hennessy & Patterson *Computer Opganization and Design* を学び，計算機のアーキテクチャから計算機科学を学べたことは，通常の数学科生活では絶対得られなかったはずの体験であり，現在でも統計計算の研究をする上で大きな糧となっている．

主体性

その後，前述の通り，申請者は学部時代に経営コンサルティング会社にて**データサイエンティストとしてインターン**を経験し，その際の**実体験がベイズ機械学習への理論的な興味を支えている**．ベイズ統計はその他の手法に比べて遅れて普及したが，現在ではデータサイエンスの第一線で採用される手法であることを知った．その結果，現在の機械学習では非ベイズ手法が主流であるが，拡張性の問題が解決されれば必ずやベイズ法も主流の１つになるだろうという肌感を得た．

実際，申請者は信念を持って**周りを巻き込んで主体的に研究を進めることができる**．学部３年時には Lebesgue 解析論・確率統計学などの数学科必修授業で好成績を収めるだけでなく，分野をまたいだ勉強会を開催し，経済学部の数理ファイナンスのゼミにも参加して交流を深めた．自身の持つ数学的な強みを提供しつつ，実際に確率論が種々の分野でどう応用されているかを学ぶことができた．

(b) 数学について

確率過程・確率解析

筆者は数学科において，学部４年次の１年をかけて Nualart & Nualart (2018) *Introduction to Malliavin Calculus* を読み，毎週 90 分を指導教授の前で発表した．初めは失敗ばかりであったが必死に準備するうちに，最終的には何も見ずに定義と定理のステートメントから証明までを説明する力が身についた．

計算統計の分野，特に本研究のサンプリングの分野においては，アルゴリズムを確率過程とみなして解析することが常套手段であり，このセミナーの経験が大きな基礎体力となっている．

発想力・問題解決能力

申請者は上述のセミナーを得て数学的な基礎力を涵養した．これを主体的に用いて，多くの分野の数学的文献を読み解き，自身の研究に活かすことが出来る．

一般的に本研究のような確率統計学の研究では，必要な数学的枠組みや定理が存在しない場面も頻繁に見られるため，分野にまたがって広くサーベイを実行することと，必要に応じて新たな枠組みを作ることが重要な能力になる．

大学院進学以降も，確率過程と関数解析の更なる知識が必要であったため，指導教員とのセミナーを通じ Jacod & Shiryaev (2003) *Limit Theorems for Stochastic Processes* や Dunford & Schwartz (1958) *Linear Operators I* などにも何度も立ち戻り，適切な数学的結果を利用することが出来た．

(c) 社会実装について

実装力：中規模開発と継続運用の経験

データサイエンティストとしての業務の一環で，OSS を有効活用して Twitter から特定の単語を含んだツイートを自動収集し[1]形態素分析を通じてトレンドを分析・検知するという，**複数のパイプラインを持ったツールを一人で開発した**．このパイプラインの一部はその後も，LLM を活用した感情分析や LLM エージェントを用いたシミュレーションなど，その他のタスクにも利用した．

問題解決能力：データから統計分析を通じ経営提言まで

データサイエンティストとしてのインターン中には，埼玉大学の経営学教授にメンタリングを受ける機会を得た．実際のものづくり企業において**制作工程から収集されたデータの分析から施策提言までを一人で実行**し，レポートの形で顧客に報告・還元するまでの業務を複数回経験した．

コミュニケーションと異分野交流

東京大学を卒業後も先端科学技術研究センター連携研究員という立場で継続的な共同研究や意見交換を継続している．実際，AI の信頼性や知的財産に関する問題など，10 を超える（英語）シンポジウムと研究会を主催し，登壇者とのディスカッションや運営に貢献した．

(d) コミュニケーション力

さらに，本研究を遂行するにあたっては，国内での協業に加えて**海外交流も極めて大事な要素になる**．その理由は，国内で「サンプリング法」または「ベイズ機械学習」を専門とする研究者は少なく，この 2 つにまたがる研究となるとさらに少ないためである．

申請者は**日本語だけでなく中国語も母語レベルに話せ，また英語も TOEFL iBT で 100 点の語学力を持つ**．また，学部時代に大学設置の Globalization Office 後援の国際交流サークルで，交換留学生の日本での生活のサポートの役割だけでなく，留学生と日本人学生との交流イベントも複数企画し，自ら司会も務めた．大学院進学後も，現在の指導教員の下への訪問研究員のサポート・交流や，英語でのポスター発表を行った経験（業績 1）もある．本研究も，その後のディスカッションから多くのアイデアを得たものである．

(1) Shiba, H. *A Recent Development of Particle Filter*. MLSS 2024, Mar. OIST, Okinawa. ポスター発表（査読なし）．本発表では研究計画 ① の一部である PDMP と，その連続時間極限というアイデアの応用の可能性を紹介した．本発表を通じたディスカッションから研究計画 ③ のアイデアが着想された．

(2) 今後研究者として更なる発展のため必要と考えている要素

成果の少なさ → 落ち着いて深い数理的素養の獲得を目指す

申請者はまだ研究成果が少ない状態である．これは，申請者の研究分野が，手法開発だけでなく，これを数学的に理解することで統一的な枠組みを提供しようとするものであるためである．研究対象こそ応用志向であれど，必要であれば数学的結果も創出することが必要である．そのためには，高度な数学（確率過程・確率解析・関数解析・偏微分方程式）への熟練が必要であり，時間はかかるかもしれないが腰を落ち着けた習得が肝心だと考えている．

高度な数学的もわかりやすく説明する力 → 幅広い背景の研究者と研究交流をする

本研究分野は物理学とも深い関わりを持つ．そもそも，最も代表的なサンプリング法である MCMC は物理シミュレーションのために開発されたものである．そこで筆者は物理学・機械学習など幅広い分野の学会に出席した．その結果，自分の研究成果を他の分野の研究者に説明するためには，自身の分野の枠組みの中で理解をするだけでなく，他分野の問題意識と専門用語を理解する必要があると悟った．

他分野からのアイデアを積極に取り入れたり，自身の成果を説明する際に，今後とも極めて重要な課題であることは間違いない．数学的な形式を知るだけでなく，分野固有の問題意識の把握のため，多くの交流と積極的な相互理解を努めたい．

[1] 2023 年当時は可能であったが，サービスが X に変更後はスクレイピングは不可能になり，現在はスクリプトとして公開されていない．

５．【目指す研究者像等】 各事項の字数制限はありませんが、全体で１頁に収めてください。様式の変更・追加は不可

日本学術振興会特別研究員制度は、我が国の学術研究の将来を担う創造性に富んだ研究者の養成・確保に資することを目的としています。この目的に鑑み、⑴「目指す研究者像」、⑵「目指す研究者像に向けて特別研究員の採用期間中に行う研究活動の位置づけ」を記入してください。

(1) 目指す研究者像 ※目指す研究者像に向けて身に付けるべき資質も含め記入してください。

数学に軸足を置いた応用ができる応用数学者

申請者は**新時代の応用数学者**になりたい．ただし，岡潔が述べたように「数学の応用には，真の意味の数学者をじかに使うのが最も簡単で，最も先鋭で，しかも適用範囲が比較にならないほど広い」と信じる．つまり，申請者は**数学に軸足を置いた応用**を目指している．

数学を軸に回転が始まっているのではないか？

一昔前に「数学の応用」または「数理科学」というと，主に物理学との交流と，その境界に生じた数理物理学やエルゴード理論などの新たな数学的分野をさしたかもしれない．しかし 2024 年現在の数学は，

(a) 「データサイエンス」という標語の下で，確率論と数理統計学と情報幾何学を通じて，統計数理や機械学習や最適輸送，さらには経済学やファイナンスや国際政治学と，
(b) 「計算科学」という標語の下で，分子動力学法とモンテカルロシミュレーションを通じて，物理学だけでなく物質科学や有機化学や創薬・生化学と，
(c) 「情報統計力学」という標語の下で，数理物理学と統計物理学を通じて，情報科学や複雑系と，
(d) 「機械学習」という標語の下で，統計学と計算理論と数学基礎論を通じて，計算機科学や認知科学やロボティクスと，

つながりつつある．つまり，**我々は「数理科学」のこれまでにない広がりと回転を目撃している**のだろうと申請者は考える．後の時代の数学者から見た 2024 年とは，初めは数理物理学などに限られていた数学の応用が一気に回転を初め，**数学が「共通言語」としてより中心的な役割を果たし始める**最初の時代だったということもあるかもしれない．

申請者は応用数学の大航海時代の始まりにふさわしい，基礎を固めて相互理解を増やすような仕事がしたい．

(2) 上記の「目指す研究者像」に向けて、特別研究員の採用期間中に行う研究活動の位置づけ

野心的な研究テーマ

申請者は大学入学後すぐ，統計学が新たな応用数学の舞台になるという直感に従って学修を進めてきた．その中でも現在の指導教員を通じて，統計計算とモンテカルロ法という，**極めて多くの分野が交差する魅力的な研究テーマ**に出会うことができた．モンテカルロ法はもともと物理学シミュレーションのために開発されたものであり，現在では物質科学一般に広く使われる手法になっている．1990 年代に元の文脈から切り離して統計の世界に輸入されると，統計でも一気に必要不可欠なツールとなった．まさにハブである．

豊かな数学的構造

モンテカルロ法においてマルコフ過程が必要不可欠な役割を果たす．それだけでなく，サンプリング法としてはこれが $\mathcal{P}(\mathbb{R}^d)$ 上に定める力学系として捉える見方が極めて自然になる．$\mathcal{P}(\mathbb{R}^d)$ は無限次元空間内の凸集合であることもあり，解析が難しいが，その可微分構造が極めて豊かであると同時に，機械学習や統計などの応用的な需要も極めて大きい．

以上の２つの理由から，
本研究計画は真に深い数学的素養と広い応用範囲への相互理解が同時に追究できる格好のテーマ
となっている．