偏微分方程式論 レポート
1 月 12 日発表分

05-210520 司馬博文

2023 年 1 月 30 日

問題 1.1. $p>0$ について，$\mathbb{R}$ 上の関数を

$$g(x) := e^{-x^p} 1_{\{x>0\}}.$$

と定める．

(1) ある定数 $\theta \in \mathbb{R}$ が存在し，任意の $y>0, \alpha \in \mathbb{N}$ について，

$$|g^{(k)}(y)| \leqslant \frac{k!}{(\theta y)^k} e^{-\frac{y^{-p}}{2}}.$$

(2) ある定数 $C, r \in \mathbb{R}$ が存在し，任意の $x \in \mathbb{R}, \alpha \in \mathbb{N}$ について，

$$|g^{(k)}(x)| \leqslant C(k!)^{1+\frac{1}{p}} r^{-k}.$$

注 1.2 (Gervey class). Cauchy の積分公式がヒント．$g \in C^\infty(\Omega)$ が次を満たすとき，**Gervey class** σ であるという：任意の $\Omega' \Subset \Omega$ に対して，ある $M, r \in \mathbb{R}$ が存在して，任意の $y \in \Omega', \beta \in \mathbb{N}^N$ について $|D^\beta g(y)| \leqslant M(|\beta|!)^\sigma r^{-|\beta|}$．$g$ が解析的であることと，Gervey class 1 であることは同値であることが知られていいる．