

初項から第 n 項までの和が $S_n := n^2 + 2$ の数列の一般項 a_n は、次の 2 つの差です。

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + \cdots a_{n-1} &= S_{n-1} = (n-1)^2 + 2 \\ a_1 + a_2 + \cdots a_{n-1} + a_n &= S_n = n^2 + 2 \end{aligned}$$

だから、筆算の要領で、下から上を引けば、

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} = \{n^2 + 2\} - \{(n-1)^2 + 2\} \\ &= 2n - 1 \end{aligned}$$

です！

が、このトリックは $n \geq 2$ の時しか使えないことに気づいたでしょうか？ $n = 1$ の時は

$$\begin{aligned} a_1 &= S_1 = 1^2 + 2 \\ &= 3 \end{aligned}$$

です。これで全ての場合が済んでいるので、答えとしては次の通りになります。

$$a_n = \begin{cases} 2n - 1 & n \geq 2 \text{ のとき} \\ 3 & \text{それ以外のとき} \end{cases} \quad \dots\dots (\text{答})$$