

提出先：ITC-LMS のページの「課題」

提出期間：2020/4/20（月）～ 2020/4/27（月）9:00

返却は ITC-LMS を用いて 5/11 日（月）以降に行う。

※ レポートの作成方法は特に指定しないが、提出ファイルは PDF とすること。ファイルの作成にあたって印刷やスキャンなどに困難があれば速やかに足助まで申し出ること。

学生証番号	氏名	共同作成者（ある場合）
J4-190549	司馬 博文	なし

問. $a > 0$ とし, $\gamma: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ を $\gamma(t) = {}^t \left(t, a \cosh \frac{t}{a} \right)$ により定める. また, $\gamma = {}^t(\gamma^1, \gamma^2)$ と成分を用いて表す. さて, $t \in \mathbb{R}$ について

$$l(t) = \int_0^t \sqrt{\left(\frac{d\gamma^1}{dt}(u) \right)^2 + \left(\frac{d\gamma^2}{dt}(u) \right)^2} du$$

と置く.

- 1) $l(t)$ を求めよ.
- 2) $\varphi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ を $\forall s \in \mathbb{R}, l \circ \varphi(s) = s$ かつ $\forall t \in \mathbb{R}, \varphi \circ l(t) = t$ が成り立つように定めよ.
- 3) $\gamma \circ \varphi$ を求めよ.

※ 参考文献がある場合には最後にまとめて簡条書きで示すこと.

※ 全体として 2 ページに収めること.

※ 共同作成者に記載がないにもかかわらず、ほかのレポートとほぼ同一であるレポートが散見される. 誰かと共同してレポートを作成することは構わないが、そのことは明記すること. それをしなければ剽窃であって、これは学術上の致命的な不正行為である. 万一、写される側がそのことを承知していなかったことが露見した場合には重大な結果をもたらす可能性がある.

(以上)

解答欄

1)

$$D\gamma(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ \sinh\left(\frac{t}{a}\right) \end{pmatrix}$$

より,

$$\begin{aligned} l(t) &= \int_0^t \sqrt{\left(\frac{d\gamma^1}{dt}(u) \right)^2 + \left(\frac{d\gamma^2}{dt}(u) \right)^2} du \\ &= \int_0^t \sqrt{1 + \sinh^2\left(\frac{u}{a}\right)} du \\ &= \int_0^t \cosh\left(\frac{u}{a}\right) du \\ &= \underline{\sinh(t)} \end{aligned}$$

2)

$$\begin{cases} \varphi(x) = t \cdots (a) \\ \sinh(t) = x \cdots (b) \end{cases}$$

を満たす函数 $\varphi(x)$ を求めれば良い. (b) を t について解いて,

$$\begin{aligned} x &= \frac{e^t - e^{-t}}{2} \\ 0 &= (e^t)^2 - 2xe^t - 1 \\ e^t &= x + \sqrt{x^2 + 1} \\ t &= \log\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right) \end{aligned}$$

これと (a) を合わせて,

$$\underline{\varphi(x) = \log\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)}$$

3)

$$\begin{aligned}
 \gamma \circ \varphi(x) &= \gamma(\varphi(x)) \\
 &= \gamma\left(\log\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)\right) \\
 &= \begin{pmatrix} \log\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right) \\ a \cosh\left(\frac{1}{a} \log\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)\right) \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

■