

Møller cross section σ

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{1}{2} k \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\ln \frac{m_e c^2 \beta^2 r^2 (m_e c^2 \frac{r-1}{2})}{I^2} + (1-\beta^2) - \frac{2r-1}{r^2} \ln 2 + \frac{1}{8} \left(\frac{r-1}{r} \right)^2 - \delta \right] \quad (*)$$

(質量阻止能) 第1項と第3項 第2項と第4項

Pbに對し, $E = 2 \text{ MeV}$ の β 線を入射し、その透過率の
 $-\frac{1}{E \cdot X_0} \frac{dE}{dx}$ (無次元量) の値を計算する。(19ページの Figure 33.11
 を見、約 0.35 と読み取れる。)

与え、

比例定数 $k = 0.307075 \text{ (Table 33.1)}$
 原子番号 $Z_{\text{Pb}} = 82$
 原子核質量 $A_{\text{Pb}} = 207.2 \text{ (g/mol)}$
 電子質量 $m_e c^2 = 0.5109989461 \text{ MeV}$
 Lorentz 因子 $\gamma = \frac{E}{m_e c^2} = \frac{2}{0.51} \approx 3.92$
 因子 $\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = 0.9669$
 平均励起エネルギー $I_{\text{Pb}} = 823 \times 10^{-6} \text{ MeV}$

第1項

$$\frac{1}{2} \cdot 0.31 \cdot \frac{82}{207} \cdot \frac{1}{0.97^2} = 0.065 \pm 5$$

第2項-1.

$$\ln \left(\frac{0.51^2 \cdot 0.97^2 \cdot 3.9^2 \cdot \frac{3.9-1}{2}}{(823 \times 10^{-6})^2} \right) = 15.89 \pm 0.6$$

第2項-2: $1 - \beta^2 = 0.065 \pm 0$

第2項-3 $\frac{2r-1}{r^2} \ln 2 = \frac{2 \cdot 3.9 - 1}{3.9^2} \times 0.693 = 0.069 \pm 1$

第2項-4: $\frac{1}{8} \left(\frac{r-1}{r} \right)^2 = \frac{1}{8} \left(\frac{3.9-1}{3.9} \right)^2 = 0.069 \pm 1 = 0.3098$

第2項-5: δ は, Table 33.1 を見、 $\sqrt{\rho \cdot \frac{Z}{A}} \times 28.816 \text{ eV}$ より、 $\rho_{\text{Pb}} = 11.34 \text{ g/cm}^3$ (密度)
 を採用し、

$$\delta = \sqrt{11.34 \times \frac{82}{207}} \times 28.816 \times 10^{-6} \text{ MeV} = 6.104 \times 10^{-5} \text{ MeV}$$

結果①
 第2項の中で、唯一
 次元を持つ量。後は絶対
 何かに感量している。

以上, 別に計算した項を, 符号に注意して足し合わせて,

Moller cross section σ_2 を $\frac{dE}{dx}$ に質量阻止能 $-\frac{dE}{dx}$ に,

$$-\frac{dE}{dx} = 0.065 \left(16 + 0.065 - 0.31 + 0.069 - 6.1 \times 10^{-5} \right) \\ \xrightarrow{15.84} \\ = 1.02856 \text{ MeV} \cdot \text{cm}^2 / \text{g}.$$

5.7, Pb の radiation length $X_0 = 6.37 \text{ g/cm}^2$. T を,

$$-\frac{1}{E \cdot X_0} \cdot \frac{dE}{dx} = \frac{1}{2 \times 6.37} = 0.0787 \dots$$

1980-ズの Figure 33.11 を読み取った値 0.35 と大々違ってしまっただけ, 私自身では2347:2 (A) を適切に計算してXになっている。一体どこが違っているのでしょうか?

* 注

Figure 33.11 (19p)

Table 33.1 (3p)

資料1 : pdg.lbl.gov のサイト内に, Pb の property table.

2020, 11月27日に確認してバグはなかった。
1月4日現在で, 数式が何番も違っている, 番号や
ページ数に齟齬がある可能性あり