

計算の理論 後半課題 4

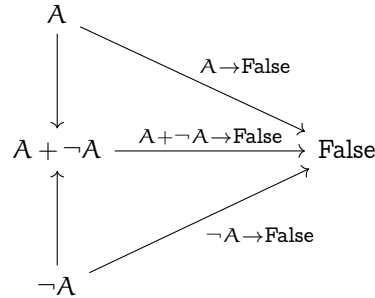
司馬博文 J4-190549

2020 年 7 月 3 日

問. 命題 $\neg\neg(A \vee \neg A)$ の証明を λ 項で表せ.

解答. 以下, 一般の型 τ に対して, 型 $\neg\tau$ とは関数型 $\tau \rightarrow \text{False}$ の略記とする.

すると, 命題 $\neg\neg(A \vee \neg A)$ に対応する型は $(A + \neg A \rightarrow \text{False}) \rightarrow \text{False}$ であるから, この型を持つラムダ項を構成すれば良い. ここで, それぞれ型 $\neg A, \neg\neg A$ を持つラムダ項 x, y を考える. このラムダ項の組 (x, y) は, ラムダ項を他のラムダ項の間の矢印 \rightarrow として表した次の図式が可換であるという意味で, 直積型 $\neg A \times \neg\neg A$, 即ち $(A \rightarrow \text{False}) \times (\neg A \rightarrow \text{False})$ と同時に, 直和型 $A + \neg A \rightarrow \text{False}$ も持つ.



以上より, 次のラムダ項は型 $(\neg A \times \neg\neg A) \rightarrow \text{False}$ に加えて型 $(A + \neg A \rightarrow \text{False}) \rightarrow \text{False}$ も持ち, 従って命題 $\neg\neg(A \vee \neg A)$ の証明である.

$\lambda(x, y) : \neg A \times \neg\neg A. yx$

□