

目次

第 1 章	Introduction	2
1.1	歴史	2
1.2	統計力学からの動機	2
1.3	物理的制約	2
1.4	数論	2
第 2 章	位相力学系	3
第 3 章	作用素論の流入	4
第 4 章	保測力学系	5
第 5 章	量子確率論	6
参考文献		7

第 1 章

Introduction

1.1 歴史

- (1) Ergode 理論は Maxwell と Boltzmann の気体分子運動論に端を発した．Boltzmann は，あるひとつの macrostate に対応する微視的状态の集合（統計集団）を monode と呼んだ，現在は Gibbs の用語集団 (**ensemble**) が採用されている．気体ではなく，ひとつの分子については ergode と呼び，Gibbs は小正準集団 (microcanonical ensemble) と呼んだ．
- (2) 1930 年に von Neumann と Birkhoff により数学理論となった．
- (3) 1970s には，Furstenberg が，組み合わせ数論の問題からの流入を繋いだ．この道には，Host and Kra, Green and Tao らが続く．おそらくコラッツ予想も続く．

こうして，強い物理学的な動機を持った，確率論，組み合わせ論，群論，位相空間論，数理論理学の上にたった異様な理論となっている．

しかし，そのはじめのことから，作用素論が中心的な役割を果たすのは必須であった．Koopman 作用素により，状態空間の力学 φ が線型作用素 T に線形化され，関数解析の知見が流入する．

However, this is not a one-way street. Results and problems from ergodic theory, once formulated in operator theoretic terms, tend to emancipate from their parental home and to lead their own life in functional analysis, with sometimes stunning applicability (like the mean ergodic theorem, see Chapter 8). We, as functional analysts, are fascinated by this interplay, and the present book is the result of this fascination.^[4]

1.2 統計力学からの動機

議論 1.2.1 (問題設定). d 粒子系の理想気体の状態空間は $X \subset \mathbb{R}^{6d}$ となる．時間発展は X 上の軌跡で表せ，これは Newton 力学に従う．したがって，Hamilton の微分方程式で定まる．これは群作用が定める flow と考えられれば， $\varphi: X \rightarrow X$ による離散力学系とも考えられる．連続にしる離散にしる，組 (X, φ) を力学系という．

定義 1.2.2 (molecular chaos). 気体分子運動論において，衝突する粒子の位置と速度の間には相関がないとする仮定を分子的混沌という．

要諦 1.2.3. これを仮定すると，「十分長い時間スケール（普通の観測に要する時間程度）をとると，系は微視的には小正準集団の状態のすべてをとりうる」ことが導かれる．これをエルゴード仮説という．

1.3 物理的制約

1.4 数論

第 2 章

位相力学系

第 3 章

作用素論の流入

第 4 章

保測力学系

第 5 章

量子確率論

参考文献

- [1] Yves Coudene "Ergodic Theory and Dynamical System" 相互に独立した 12 章からなり，それぞれの分野のオムニバスのような内容．
- [2] H. Araki, C. Moore, S. Stratila, D. Voiculescu "Operator Algebras and their Connections with Topology and Ergodic Theory"
- [3] Marcelo Viana "Foundations of Ergodic Theory" 初歩的なところから高みまで登らせてくれる入門書．
- [4] Tanja Eisner, Balint Farkas, Markus Haase, Rainer Nagel, "Operator Theoretic Asepcts of Ergodic Theory" Ergode 理論と作用素論との繋がりを中心に入門を記述した本．survey articles by Bryna Kra (2006), (2007) and Terence Tao (2007) on the Green-Tao theorem によってお蔵入りになったものが復活して出来た書籍．