第 3 章　非线性规划习题解答

3.1　解　设第一，二，三季度的生产数量分别为 x_1, x_2, x_3 台。

对于第一季度，$x_1 \ge 40$，费用为 $f_1 = 50x_1 + 0.2x_1^2$；

对于第二季度，$x_1 + x_2 \ge 100$，第二季度的费用包括生产和存贮两部分，第二季度的费用

$$f_2 = 50x_2 + 0.2x_2^2 + 4(x_1 - 40),$$

对于第三季度，$x_1 + x_2 + x_3 = 180$，第三季度的费用

$$f_3 = 50x_3 + 0.2x_3^2 + 4(x_1 + x_2 - 100),$$

三个季度的总费用

$$f = f_1 + f_2 + f_3 = 0.2(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) + 58x_1 + 54x_2 + 50x_3 - 560.$$

综上所述，建立如下的非线性规划模型

$$\max \quad f = 0.2(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) + 58x_1 + 54x_2 + 50x_3 - 560$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x_1 \ge 40, \\ x_1 + x_2 \ge 100, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 180, \\ x_2, x_3 \ge 0, \\ x_i \le 100,\ i = 1,2,3. \end{cases}$$

求解的 Lingo 程序如下

```
model:
sets:
var/1..3/:c,x,lb;
endsets
data:
c=58 54 50; !目标函数的一次项系数;
lb=40 0 0; !决策变量的下界向量;
enddata
min=0.2*@sum(var:x^2)+@sum(var:c*x)-560;
x(1)+x(2)>100;
@sum(var:x)=180;
@for(var:@bnd(lb,x,100));
end
```

求得最优解为 $x_1 = 50$，$x_2 = 60$，$x_3 = 70$，最小费用 $f = 11280$。

3.2　解　（1）编写非线性约束的函数（函数名和文件名都命名为 fun3）。

```
function [f,g]=fun3(x); %定义非线性不等式约束的函数
g=[]; %不存在非线性等式约束
th0=[243 236 220.5 159 230 52]'; th=th0+x;
x0=[150 85 150 145 130 0]';
y0=[140 85 155 50 150 0]';
k=1;
```

```
for i=1:5
    for j=i+1:6
        aij=4*(sind((th(i)-th(j))/2))^2;
        bij=2*((x0(i)-x0(j))*(cosd(th(i))-cosd(th(j)))+...
            (y0(i)-y0(j))*(sind(th(i))-sind(th(j))));
        cij=(x0(i)-x0(j))^2+(y0(i)-y0(j))^2-64;
        f(k)=bij^2-4*aij*cij;
        k=k+1;
    end
end
```

（2）主函数

```
fun1=@(delta) sum(delta.^2); %定义目标函数的匿名函数
[del,val]=fmincon(fun1,rand(6,1),[],[],[],[],-30*ones(6,1),30*ones(6,1),@fun3)
```

上述 Matlab 程序求解结果不理想，所得的解是局部最小值，每次的计算结果是不一样的，这里我们就不给出计算结果了。

3.3　解　（1）定义增广目标函数（文件名 fun4.m）

```
function zf=fun4(delta);
M=100000;
f=sum(delta.^2);
th0=[243 236 220.5 159 230 52]'; th=th0+delta;
x0=[150 85 150 145 130 0]';
y0=[140 85 155 50 150 0]';
k=1;
for i=1:5
    for j=i+1:6
        aij=4*(sind((th(i)-th(j))/2))^2;
        bij=2*((x0(i)-x0(j))*(cosd(th(i))-cosd(th(j)))+...
            (y0(i)-y0(j))*(sind(th(i))-sind(th(j))));
        cij=(x0(i)-x0(j))^2+(y0(i)-y0(j))^2-64;
        g(k)=bij^2-4*aij*cij;
        k=k+1;
    end
end
zf=f+M*max([g,0]);
```

（2）求增广目标函数的最小值

```
x=fminunc(@fun4,rand(6,1))
```

3.4　解　（1）求解的 Matlab 程序

ⅰ）编写目标函数（文件名为 fun1.m）

```
function y=fun1(x);
c1=[2 3 1];
c2=[3 1 0];
y=c1*x+c2*x.^2;
y=-y;
```

ⅱ）编写非线性约束函数（文件名为 fun2.m）

```
function [f,g]=fun2(x);
f=[x(1)+2*x(1)^2+x(2)+2*x(2)^2+x(3)-10
```

```
        x(1)+x(1)^2+x(2)+x(2)^2-x(3)-50
        2*x(1)+x(1)^2+2*x(2)+x(3)-40];
    g=x(1)^2+x(3)-2;
```

3）主函数

```
a=[-1 -2 0;-1 0 0];b=[-1;0];
[x,y]=fmincon(@fun1,rand(3,1),a,b,[],[],[],[],@fun2);
x,y=-y
```

求得最优解 $x_1=2.3333$， $x_2=0.1667$， $x_3=-3.4445$；最优值为 18.0833。

（2）求解的 Lingo 程序

```
model:
sets:
var/1..3/:c1,c2,x,b;
links(var,var):a1,a2;
endsets
data:
c1=2 3 1; !目标函数的一次项系数;
c2=3 1 0; !目标函数的二次项系数;
a1=1 1 1    1 1 -1    2 2 1; !不等式约束的一次项系数;
a2=2 2 0    1 1 0    1 0 0; !不等式约束的二次项系数;
b=10 50 40; !不等式约束的常数项;
enddata
max=@sum(var:c1*x+c2*x^2);
@for(var(i):@sum(var(j):a1(i,j)*x(j)+a2(i,j)*x(j)^2)<b(i));
x(1)^2+x(3)=2;
x(1)+2*x(2)>1;
@for(var(i)|i#ge#2:@free(x)); !i>1时，x(i)可正可负;
end
```