

## 第5章 插值与拟合习题解答

5.1 解 画图和计算的 Matlab 程序如下

```
clc, clear
x=-5:0.3:5; L=length(x);
a=[1 -6 5 3]; %定义多项式的系数向量
y=polyval(a,x); %计算多项式的值
plot(x,y,'.-')
no=randn(1,L); %产生噪声序列
hold on
plot(x,y+no,'*'); %画出噪声点
b1=polyfit(x,y+no,3); %受污染的数据拟合三次多项式
y1=polyval(b1,x); plot(x,y1,'>-')
b2=polyfit(x,y+no,2); %受污染的数据拟合二次多项式
y2=polyval(b2,x); plot(x,y2,'<-')
b3=polyfit(x,y+no,4); %受污染的数据拟合四次多项式
y3=polyval(b3,x); plot(x,y3,'rP-')
legend('原数据点','噪声污染的数据','三次拟合','二次拟合','四次拟合',0)
```

拟合的结果见图 5.1，从图中可以看出，三次和四次拟合结果都较好，二次拟合效果较差。

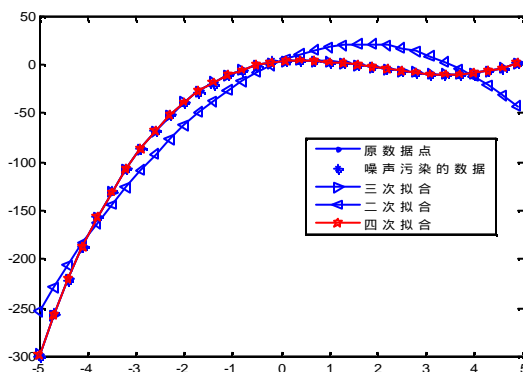


图 5.1 各种拟合结果图

5.2 解 首先把高程数据保存到纯文本文件 data510.txt 中,插值和画等高线的 Matlab 程序如下

```
clc, clear
x0=0:400:5600; y0=4800:-400:0;
z0=load('data510.txt');
pp=csape({x0,y0},z0); %进行二维样条插值
x=0:50:5600; y=4800:-50:0;
z=fnval(pp,{x,y}); %求插值后的高程值
subplot(1,2,1),c=contourf(x,y,z,10);clabel(c) %画等高线
subplot(1,2,2),surf(x,y,z) %画三维表面图
```

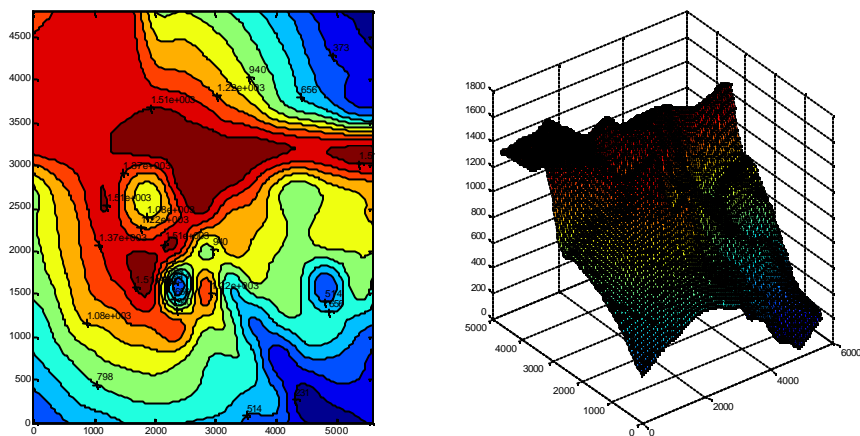


图 5.2 地形的等高线和三维表面图

5.3 解 对  $y = ae^{bx}$  两边取对数得  $\ln y = \ln a + bx$ ，下面用线性最小二乘法拟合参数  $\ln a$  和  $b$ ，进而可以得到参数  $a$  的拟合值，求解的 Matlab 程序如下

```
clc, clear
x=[1:8]';
y=[15.3 20.5 27.4 36.6 49.1 65.6 87.87 117.6]';
xishu=[ones(8,1),x]; %构造系数矩阵
cs=xishu\log(y); %线性最小二乘法拟合参数
cs(1)=exp(cs(1)) %把 lna 变换成 a
```

拟合的函数为  $y = 11.4358e^{0.2913x}$ 。

5.4 解 要估计在任意时刻(包括水泵灌水期间) $t$ 流出水箱的流量  $f(t)$ ，分如下两步。

(1) 水塔中水的体积的计算

计算水的流量，首先需要计算出水塔中水的体积

$$V = \frac{\pi}{4} D^2 h,$$

式中， $D$  为水塔的直径， $h$  为水塔中的水位高度。

(2) 水塔中水流速度的估计

水流速度应该是水塔中水的体积对时间的导数，但由于没有每一时刻水体积的具体数学表达式，只能用差商近似导数。

由于在两个时段，水泵向水塔供水，无法确定水位的高度，因此在计算水塔中水流速度时要分三段计算。第一段从 0s 到 32284s，第二时段，从 39435s 到 75021s，第三段，从 85968s 到 93270s。

上面计算仅给出流速的离散值，如果需要得到流速的连续型曲线，需要作插值处理，这里可以使用三次样条插值。

如果要计算 24 小时的用水量，需要对水流速度做积分，由于没有给出流速的表达式，可以采用数值积分的方法计算。

用 Matlab 软件计算时，首先把原始数据粘贴到纯文本文件 data512 中，并且把“泵水”替换为数值-1。计算的 Matlab 程序如下

```
clc, clear
```

```

a=load('data512.txt');
t0=a(:,[1,3]); t0=t0(:); % 提出时间数据，并展开成列向量
h0=a(:,[2,4]); h0=h0(:); % 提出高度数据，并展开成列向量
hs=0.3024; % 单位换算数据
D=57*hs; % 水塔直径，单位 m
h=h0/100*hs; % 高度数据，单位换算成 m
t=t0/3600; % 时间单位化成小时
V=pi/4*D^2*h; % 计算各时刻的体积
dv=gradient(V,t); % 计算各时刻的数值导数（导数近似值）
no1=find(h0==1) % 找出原始无效数据的地址
no2=[no1(1)-1:no1(2)+1,no1(3)-1:no1(4)+1] % 找出导数数据的无效地址
tt=t; tt(no2)=[]; % 删除导数数据无效地址对应的时间
dv2=-dv; dv2(no2)=[]; % 给出各时刻的流速
plot(tt,dv2,'*') % 画出流速的散点图
pp=csape(tt,dv2); % 对流速进行插值
tt0=0:0.1:tt(end); % 给出插值点
fdv=ppval(pp,tt0); % 计算各插值点的流速值
hold on, plot(tt0,fdv) % 画出插值曲线
I=trapz(tt0(1:241),fdv(1:241)) % 计算 24 小时内总流量的数值积分

```

画出的流速图见图 5.3。求得的日用水总量为  $1358.4\text{m}^3$ 。

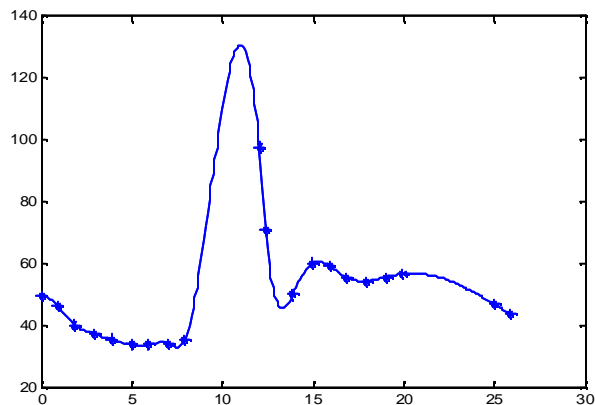


图 5.3 流速的散点图和样条插值函数图