

探究近浅海系泊系统状态的影响因素与其优化设计

摘 要

海洋作为重要的领土资源宝库，近年来越来越受到广泛的重视。本文针对近浅海观测网传输节点的实际工作情况，综合分析了浮标系统、系泊系统和水声通讯系统在风力和水力作用下的状态，对应的建立了三个模型，使定量分析各系统参数成为可能，并且给出了良好的系泊系统的设计方案。

针对问题一，根据静力学平衡定律，对每截钢管分别进行静力平衡分析，获得一个未知量数目多余方程个数的方程组。为了求解此方程，针对锚链柔性不可伸缩的特点，求出了锚链的方程，即悬链线。运用悬链线方程和钢管钢桶的交点唯一性，确定了可以进行求解的几何方程，并且使用迭代优化方法减小了计算误差，因而求解出了所需的全部物理参量。

针对问题二，前半部分可以使用问题一同样的方法，用解方程组的形式求出在强风下传输节点各系统的物理参量。而后半部分相比较前半部分只是增加了变量，即钢桶所连接的重物球的质量，因此可以利用方程组求出重物球质量与各个物理参量的函数关系式，在结果中寻求符合要求的最优解。

针对问题三，运用前两问得到的方程组，考虑系泊系统在风力、水流力和水深三个变量下的函数关系式。并且使用差分方程代替微分方程使锚链更接近实际情况。之后考虑在极端情况下要满足题目需求的基本配置，继而综合考虑多种因素，通过调整重物球质量和锚链型号种类改善系泊的设计。最后使用MATLAB模拟生成系统工作状态用以验证结果。

在最后，给出了模型的优缺点和客观的评价，并提出了改进的方案。

关键词：系泊系统 静力平衡 悬链线方程 非线性方程组 流体力学

1 问题的重述

1.1 引言

近年来随着陆上油气资源日益匮乏，海洋开采石油逐渐成为国际的主流，而系泊系统作为这一过程中重要的组成成分因而显得愈发重要。我国的海洋石油开采技术虽然已较快速发展，但与国外技术成熟的发达国家仍存在很大差距。相比于陆地，海洋因其恶劣的环境对系泊系统提出了较高的要求。因此题目通过研究悬链式系泊系统以期得到技术的改进与发展。

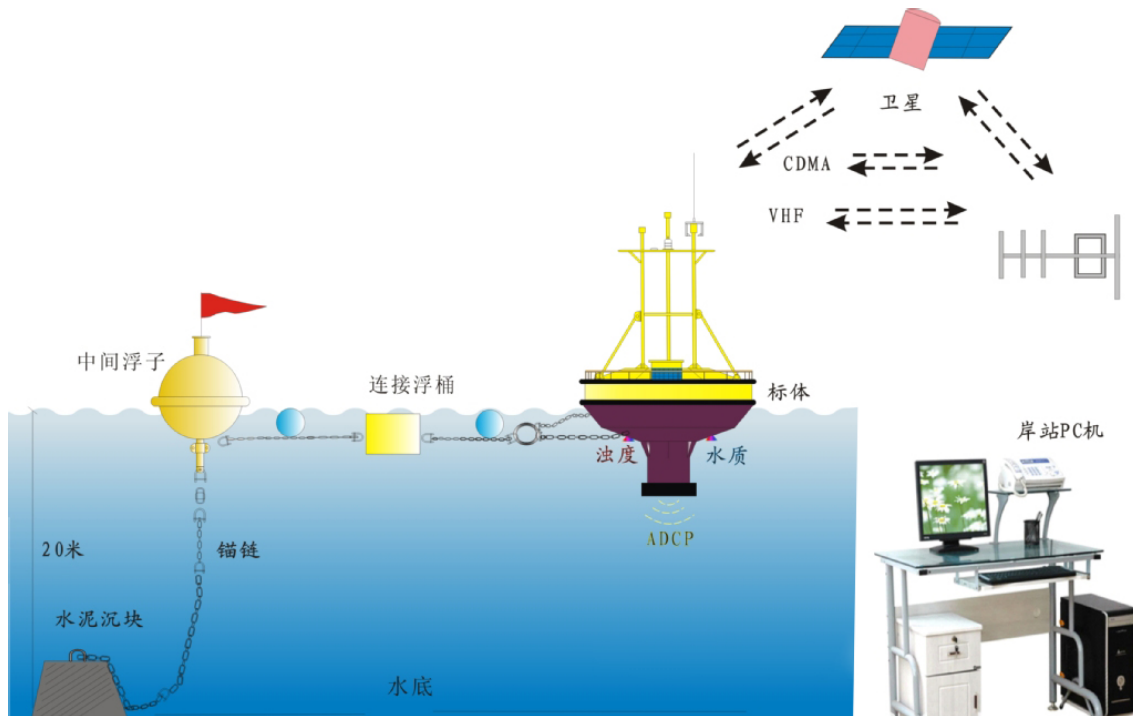


图1：常见的系泊系统

1.2 问题的提出

1.某型传输节点选用II型电焊锚链 $22.05m$ ，选用的重物球的质量为 $1200kg$ 。现将该型传输节点布放在水深 $18m$ 、海床平坦、海水密度为 $1.025 \times 10^3 kg/m^3$ 的海域。若海水静止，分别计算海面风速为 $12m/s$ 和 $24m/s$ 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

2.在问题1的假设下，计算海面风速为 $36m/s$ 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状和浮标的游动区域。请调节重物球的质量，使得钢桶的倾斜角度不超过 5° ，锚链在锚点与海床的夹角不超过 16° 。

3.由于潮汐等因素的影响，布放海域的实测水深介于 $16m \sim 20m$ 之间。布放点的海水速度最大可达到 $1.5m/s$ 、风速最大可达到 $36m/s$ 。请给出考虑风力、水流力和水深情况

下的系泊系统设计，分析不同情况下钢桶、钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

2 问题分析

2.1 问题一分析

题目要求根据所提供的系统各个部分的密度、体积等固有参数，以及系统所受风力、浮力等外力，求出相应的物理参量，即钢管的角度、浮标的吃水深度、锚链的形状、设备钢桶的倾斜角度。对于浮标、钢管和钢桶，可以对其分别进行受力分析得到方程组；而对于锚链则将其视作连续的柔性长绳，依据连续性求解出其形状与海床夹角和水平外力的关系。最后，通过锚链与钢桶节点的连续性质，可以求解出所需的结果。

2.2 问题二分析

题目要求根据问题一的结果继续深入分析在更强的风的作用下系统的状态。利用已得方程组可以很容易求出在强风作用下的各个物理参量，继而通过使用MATLAB作出各个物理参量与重物球质量的函数图像，并考虑重力球质量过大情况下引起的锚链拖地现象，作出准确的图像并寻找其中的最优解。

2.3 问题三分析

题目要求考虑真实情况下的系泊系统设计。在较真实情况下，海面的风速大小和方向是变化的，水深也会由于潮汐的原因产生深浅变化。前两种型号的锚链链环由于其在变化的风力和水流力作用下的系统是复杂的，因而需要使用MATLAB对真实情况进行模拟，获得解决方案。

3 假设与符号

为了使得问题得到简化并使其容易求解，在考虑实际情况与所求解问题所要求的精度情况下，特此做出如下合理假设：

1. 锚链链环连接紧密，可以视作有质量的柔性绳。
2. 海面上的风的流动方向总是平行于海平面。
3. 重物球的浮力相对于其重力微小，可以忽略不计。
4. 锚链中的张力较小，不足以使锚产生位移。
5. 浮标、钢管、钢桶、锚链的质心与其几何中心重合。
6. 浮标受风力影响而转动的角度微小，中轴线近似竖直。

符号说明

符号	意义
M_1	浮标的质量
M_2	重物球的质量
m_1	钢管的质量
m_2	钢桶及设备的质量
h	浮标吃水深度
α	锚链末端切线夹角
T	锚链的张力
T_i	第 i 个钢管节点张力
φ_i	第 i 根钢管倾斜角度
ψ	钢桶倾斜角度
θ	锚链倾斜角度
θ_i	链环倾斜角度
l_1	钢管的长度
l_2	钢桶的长度
F_W	浮标所受风力
q	锁链所受重力荷载
F_B, F_b	系统某组成部分所受浮力

4 模型的建立与求解

4.1 不同风速作用下固定物理参数系泊属性

浮标与钢管组成的部分系统由于其较多的自由度，因而不便于从其中入手进行求解。而从锚至钢桶的锚链部分由于其单个链环长度较小，因此可以近似将其看作为连续均匀并且不可伸长的柔性绳用以简化计算。

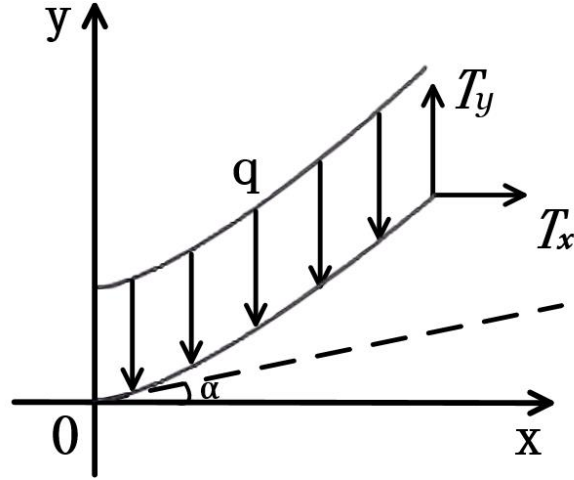


图2：简化锚链模型

如图2所示，取锚链所在平面并以锚与锚链节点为坐标原点建立平面直角坐标系。在锚链中任取一段微元进行受力分析^[1]，作出如下所示简图

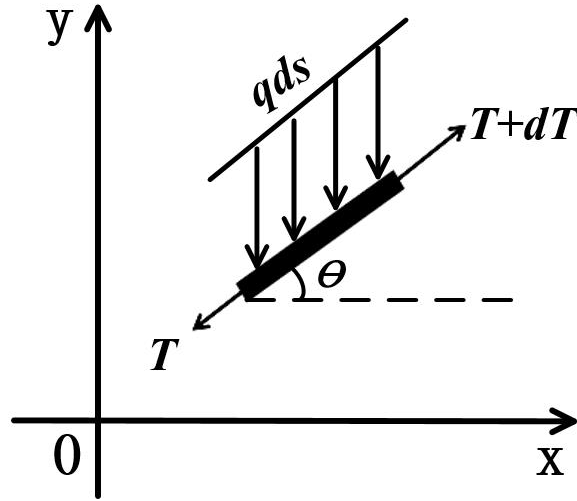


图3：锚链微元受力分析图

依据图3和静力学相关定律可得平衡方程式

$$\begin{cases} \sum F_x = 0, & \left[T \cos \theta + \frac{d(T \cos \theta)}{ds} \cdot ds \right] - T \cos \theta = 0 \\ \sum F_y = 0, & \left[T \sin \theta + \frac{d(T \sin \theta)}{ds} \cdot ds \right] - T \sin \theta - q \cdot ds = 0 \end{cases} \quad (1)$$

由（1）中第一式，可以通过化简得到关系式

$$\frac{d(T \cos \theta)}{ds} = 0 \quad (2)$$

即

$$T \cos \theta = \text{Const} \quad (3)$$

由 (2) 式可得初步结论, 对锚链中的每一点, 其水平张力分量保持不变并且等于锚链所受的水平合外力。

将 (2) 式带入边界条件 $\theta|_{x=0} = \alpha$, 可得锚链在边界点的关系式

$$T \cos \alpha = T_x \quad (4)$$

对于锚链, 其可以近似看作为光滑连续可导曲线, 因此可知其每微端弧长

$$ds = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \quad (5)$$

而由导数的物理意义, 可得到导数值与锚链切线夹角关系式如下

$$\frac{dy}{dx} = \tan \theta \quad (6)$$

通过对 (1) 第二式化简, 可得

$$\frac{d(T \sin \theta)}{ds} = q \quad (7)$$

通过联立 (3)、(7) 两式, 可得

$$\frac{T \cos \theta \cdot d\left(\frac{T \sin \theta}{T \cos \theta}\right)}{ds} = q \quad (8)$$

使用 (4)、(5) 两式的结果, 并将其带入 (8) 式并化简可得

$$\frac{T \cos \theta}{\sqrt{1 + y'^2}} dy' = q dx \quad (9)$$

使用 (3)、(4) 两式, 将 (9) 式进一步推导可得

$$\frac{1}{\sqrt{1 + y'^2}} dy' = \frac{q}{T_x} dx \quad (10)$$

即可得如下二阶微分方程

$$y'' = \frac{q}{T_x} \frac{1}{\sqrt{1 + y'^2}} \quad (11)$$

为求解此微分方程, 不妨令

$$y' = \sinh t, \quad y'' = \cosh t \frac{dt}{dx} \quad (12)$$

将其带入 (11) 式, 可得

$$\cosh t \frac{dt}{dx} = \frac{q}{T_x} \sqrt{1 + \sinh^2 t} \quad (13)$$

将（12）式化简并积分，可以得到关系式

$$t = \frac{q}{T_x}x + C_1 \quad (14)$$

即

$$y' = \sinh\left(\frac{q}{T_x}x + C_1\right) \quad (15)$$

通过对实际情况和题目分析，将边界条件 $y'|_{x=0} = \tan \alpha$ 带入（15）式，可以确定积分常数

$$C_1 = \ln(\tan \alpha + \sec \alpha)$$

对于（15）式进行积分

$$y = \frac{T_x}{q} \int \sinh\left(\frac{q}{T_x}x + C_1\right) d\left(\frac{q}{T_x}x + C_1\right) = \frac{T_x}{q} \cosh\left(\frac{q}{T_x}x + C_1\right) + C_2 \quad (16)$$

将积分常数 C_1 和边界条件 $y|_{x=0} = 0$ 带入（17）式，可以确定积分常数

$$C_2 = -\frac{T_x}{q} \sec \alpha$$

所以依据上述所得的积分常数和（16）式，可以得到在此坐标系下的锚链的悬链线方程^[2]

$$y = \frac{T_x}{q} \cosh\left[\frac{q}{T_x}x + \ln(\tan \alpha + \sec \alpha)\right] - \frac{T_x}{q} \sec \alpha \quad (17)$$

将（17）式带入（5）式，可以得到锚链微元的表达式

$$ds = \cosh\left[\frac{q}{T_x}x + \ln(\tan \alpha + \sec \alpha)\right] dx \quad (18)$$

对弧长进行积分，可以得到锚链悬链线长度的表达式^[3]

$$s = \int ds = \frac{T_x}{q} \sinh\left[\frac{q}{T_x}x + \ln(\tan \alpha + \sec \alpha)\right] + D \quad (19)$$

带入边界条件 $s|_{x=0} = 0$ ，得到积分常数

$$D = -\frac{T_x}{q} \tan \alpha$$

得到锚链悬链线长度

$$s = \frac{T_x}{q} \sinh\left[\frac{q}{T_x}x + \ln(\tan \alpha + \sec \alpha)\right] - \frac{T_x}{q} \tan \alpha \quad (20)$$

对任意微元段，存在关系式

$$\frac{dx}{ds} = \cos \theta \quad (21)$$

由关系式（3）、（5）、（21）可以求出锚链悬链线任意位置处张力值

$$T = T_x \cosh\left[\frac{q}{T_x}x + \ln(\tan \alpha + \sec \alpha)\right] \quad (22)$$

对于浮标，进行受力分析如图所示

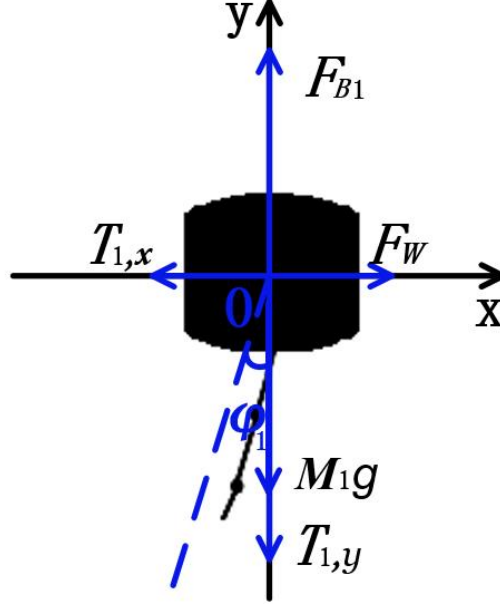


图4: 浮标受力分析图

根据浮标平衡条件, 可得平衡方程式^[4]

$$\begin{cases} \sum F_x = 0, & F_W - T_{1,x} = 0 \\ \sum F_y = 0, & F_{B1} - M_1 g - T_{1,y} = 0 \end{cases} \quad (23)$$

式中, 浮力和风力分别由阿基米德定律和近海风载荷近似公式确定为

$$F_{B1} = \rho g S_b h \quad (24)$$

$$F_W = 0.625 S v^2 \quad (25)$$

对于第 i 根钢管, 受力分析图如下

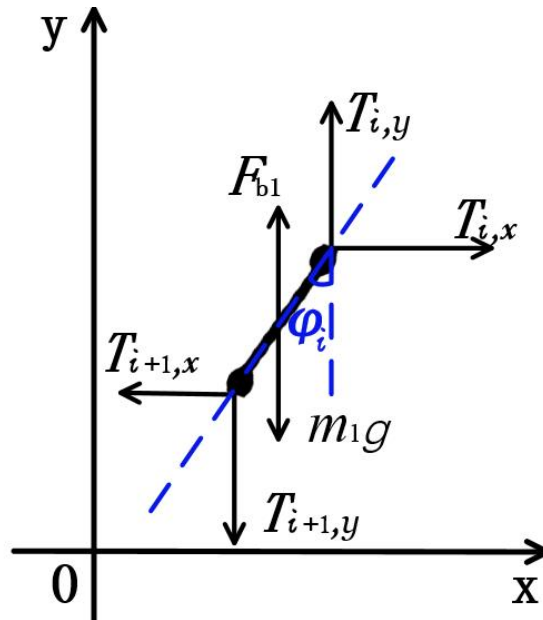


图5：钢管受力分析图

根据受力分析图，可列出平衡方程如下

$$\begin{cases} \sum F_x = 0, & T_{i,x} - T_{i+1,x} = 0 \\ \sum F_y = 0, & T_{i,y} + F_{b1} - T_{i+1,y} - m_1g = 0 \\ \sum M = 0, & T_{i,x}l_1 \cos \varphi_i - T_{i,y}l_1 \sin \varphi_i + \frac{1}{2}(m_1g - F_{b1})l_1 \sin \varphi_i = 0 \end{cases} \quad (26)$$

根据（20）、（24）式，可得钢管节点拉力水平分力关系式

$$T_{1,x} = T_{2,x} = T_{3,x} = T_{4,x} = T_{5,x} = F_W \quad (27)$$

对钢桶进行受力分析，可以得到钢桶的受力分析图如下

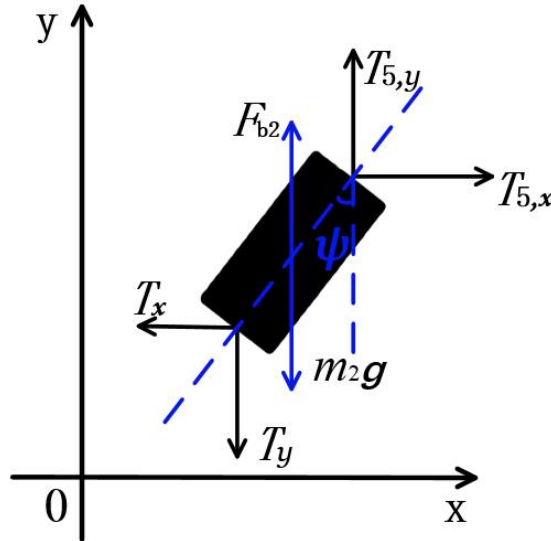


图6：钢桶受力分析图

依据受力分析图，可以得到钢桶的平衡方程式

$$\begin{cases} \sum F_x = 0, & T_{5,x} - T_x = 0 \\ \sum F_y = 0, & T_{5,y} + F_{b2} - T_y - M_2g = 0 \\ \sum M = 0, & T_{5,x}l_2 \cos \psi - T_{5,y}l_2 \sin \psi + \frac{1}{2}(m_2g - F_{b2})l_2 \sin \psi = 0 \end{cases} \quad (28)$$

设锚链与钢桶的节点位置坐标为 (x_0, y_0) ，那么根据节点上部和下部分别可得

$$\begin{aligned} y_0 &= 18 - h - l_1 \cos \varphi_1 - l_1 \cos \varphi_2 - l_1 \cos \varphi_3 - l_1 \cos \varphi_4 - l_2 \cos \psi \\ &= \frac{T_x}{q} \cosh\left[\frac{q}{T_x}x_0 + \ln(\tan \alpha + \sec \alpha)\right] - \frac{T_x}{q} \sec \alpha \end{aligned} \quad (29)$$

至此，求解传输节点各物理状态参量所需方程组以全部列出，它们分别是锚链斜率方程（15）、锚链形状方程（17）、浮标平衡方程（23）、钢管平衡方程（26）、钢桶平衡方程（28）、几何方程（29）。

首先，不妨设钢桶吃水深度为 h ，那么根据阿基米德定律和题目所提供公式，可得

$$\begin{aligned} F_{B1} &= \rho g S_b h = 31557.3h \\ F_W &= 0.625 S v^2 = 1.25(2-h)v^2 \end{aligned} \quad (30)$$

根据浮标平衡方程（23）、钢管平衡方程（26），可得

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \arctan\left[\frac{1.25(2-h)v^2}{31557.3h - 9878.3}\right] \\ \varphi_2 &= \arctan\left[\frac{1.25(2-h)v^2}{31557.3h - 9956.6}\right] \\ \varphi_3 &= \arctan\left[\frac{1.25(2-h)v^2}{31557.3h - 9995.8}\right] \\ \varphi_4 &= \arctan\left[\frac{1.25(2-h)v^2}{31557.3h - 10034.9}\right] \\ \psi &= \arctan\left[\frac{1.25(2-h)v^2}{31557.3h - 10304.9}\right] \end{aligned} \quad (31)$$

再根据钢桶平衡方程（28），可得

$$\begin{aligned} T_x &= 1.25(2-h)v^2 \\ T_y &= 31557.3h - 22143.1 \end{aligned} \quad (32)$$

根据（15）式和柔性绳拉力沿切线方向的规律，可得

$$y' = \frac{T_y}{T_x} = \sinh\left(\frac{q}{T_x}x_0 + \ln(\tan \alpha + \sec \alpha)\right) \quad (33)$$

从而可以得到关系式

$$\frac{31557.3h - 22143.1}{1.25(2-h)v^2} = \sinh\left(\frac{q}{T_x}x_0 + \ln(\tan \alpha + \sec \alpha)\right) \quad (34)$$

分析锚链竖直方向力平衡条件，可得

$$\frac{31557.3h - 23655.7}{1.25(2-h)v^2} = \tan \alpha \quad (35)$$

最后由几何方程（29），得到关于 h 的等式。通过将不同的速度带入恒等式，可以得到在 $12m/s$ 和 $24m/s$ 的海风作用下的各个物理参量如下表所示

表1：两种海风作用下物理参量

风速\物理参量	$h(m)$	$\varphi_1(^{\circ})$	$\varphi_2(^{\circ})$	$\varphi_3(^{\circ})$	$\varphi_4(^{\circ})$	$\psi(^{\circ})$
12m/s	0.7586	0.9104	0.9155	0.9181	0.9207	0.9389
24m/s	0.7399	3.8532	3.8757	3.8870	3.8984	3.9788

上述方程理论上是精确可解的，但由于其为多元超越方程组，解的稳健性可能较差。为了检验稳健性，将5个角度与吃水深度的函数图像表示如下

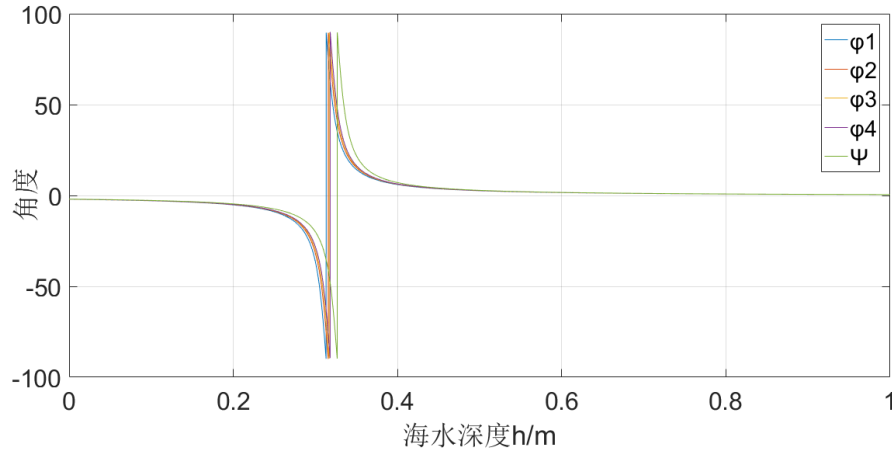


图7：风速12m/s倾斜角度-吃水深度函数图像

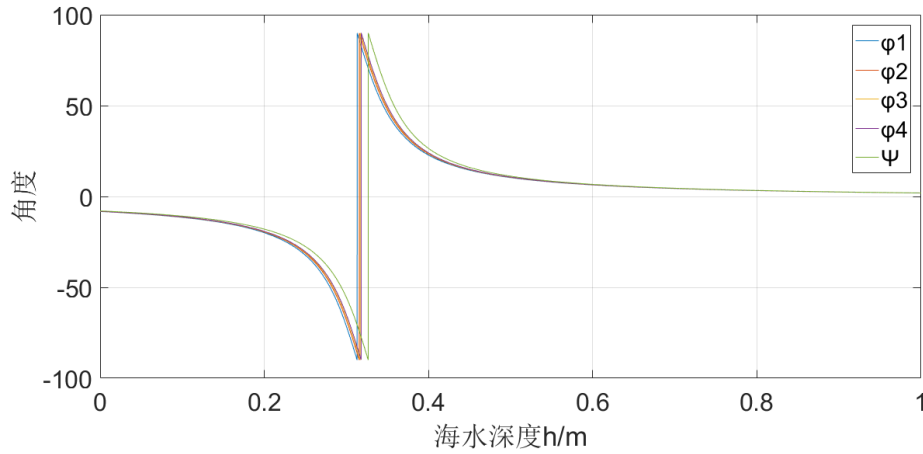


图8：风速24m/s倾斜角度-吃水深度函数图像

从图像中可以看出，钢管和钢桶的倾斜角度关于吃水深度的函数在0.75附近导数斜率较小，即解是稳健可靠的。而对于锚链末端与海床夹角理论上可以通过（35）式求得精确解，但是经过上述的检验， α 稳健性较差，具体函数图像如下图所示

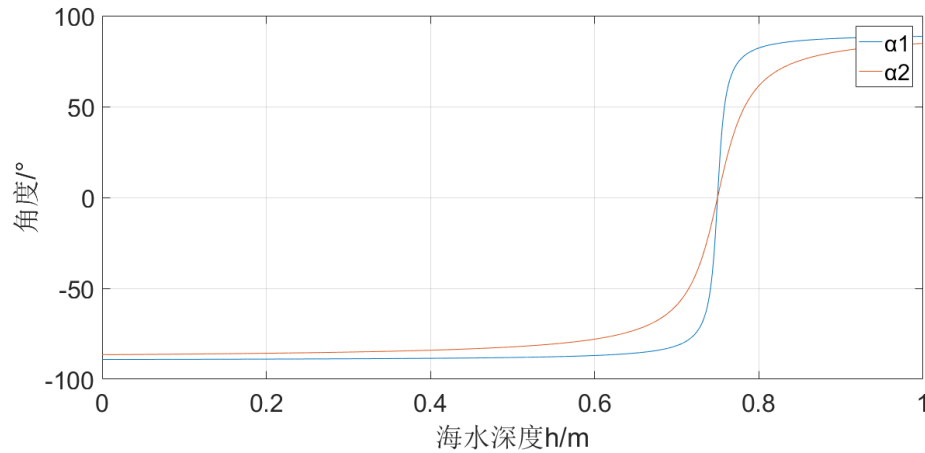


图9：海床夹角-吃水深度函数图像

从图像中可以明显看出，在同样的吃水深度 0.75 附近，函数值产生了阶跃现象，导数值几乎趋于无穷大。在此种情况下，计算机微小的误差可能造成 α 巨大的变化，因此不能直接求解 α 。对此可以采取的办法是使用通过 (29) 式求解出的钢桶与锚链节点的深度和锚链的长度作为限制条件，通过 MATLAB 尝试不同的 α 值来逼近正确答案。具体流程图如下

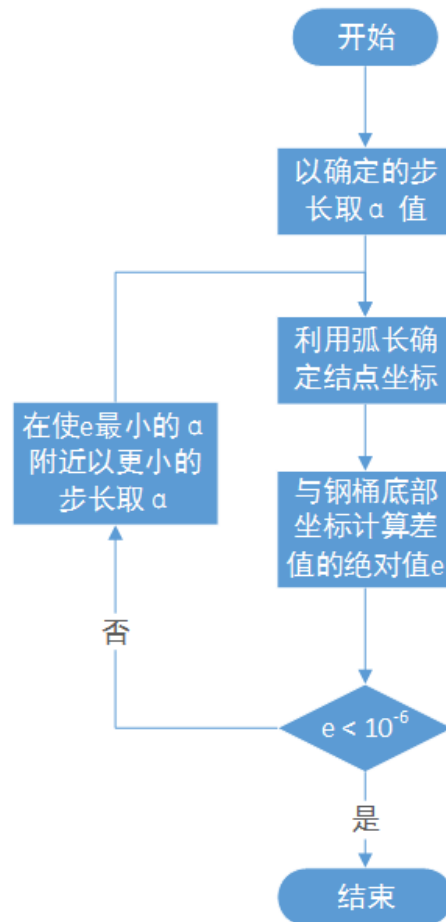


图10：求解锚链夹角流程图

通过尝试可能的 α 值得到夹角值

$$\alpha_1 = -53.8^\circ, \alpha_2 = -0.6^\circ$$

依据上述角度，结合（17）式和（20）式，可以求解出对应的方程和图像如下所示

$$y_1 = 3.26 \cosh(0.08x - 1.59) - 5.52$$

$$y_2 = 13.23 \cosh(13.23x - 0.01) - 13.23$$

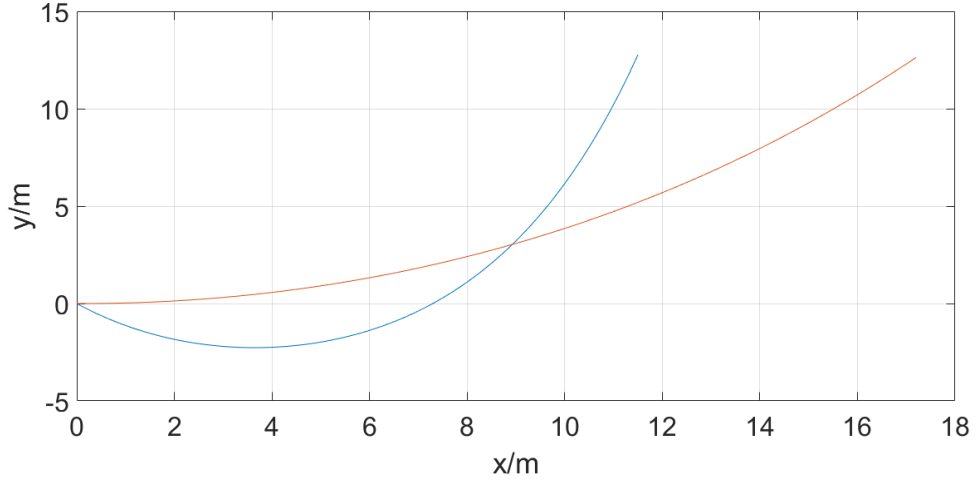


图11：锚链的理想形状

由于锚链与海床夹角小于 0° 即锚链会在海床有拖地现象，在 $24m/s$ 时由于锚链与海床夹角较小，可以忽略不计。而对于 $12m/s$ 的情况下，则必须考虑真实情况。通过方程，易求得位于坐标零刻度以下锚链的长度和质量，以此为依据，由较简单的受力平衡分析可以得到准确的图形，具体如下

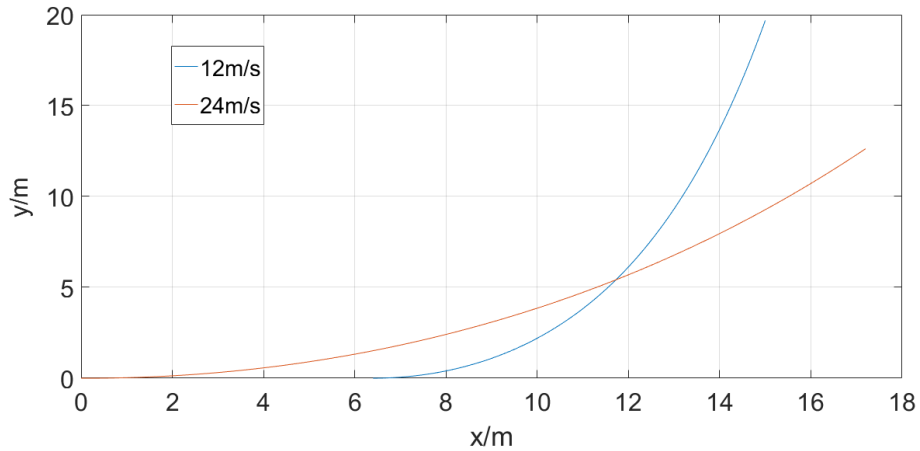


图12：锚链的实际形状

浮标的游动区域在海风方向不确定的情况下是如下图所示的 R 为半径的圆域

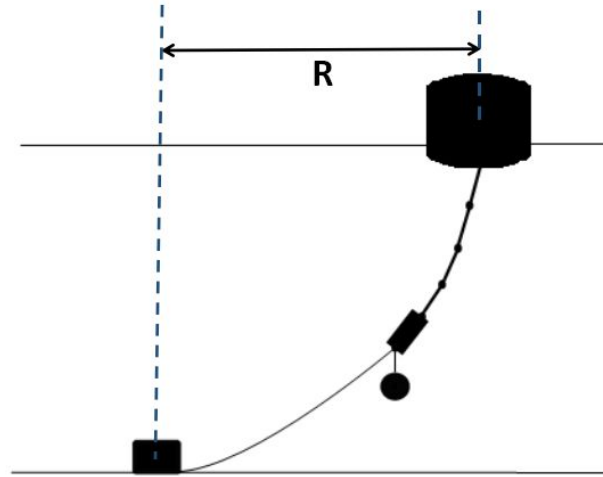


图13: 浮标的浮动范围

通过锚链形状图片与方程和钢桶、钢管状态，可以确定出圆域半径

$$R_1 = 15.0m, R_2 = 17.2m$$

4.2 强风作用下系统状态与调整策略

通过上述问题的求解，已经得到了较为确定的方程组，对于速度达 $36m/s$ 的强海风，若锚沉于海床，则该方程组依旧是适用的，反正则不然。因此需要检验在如此强风作用下锚是否会被拖离海床。当锚脱离海床时，系统的总浮力与总重力相等，即

$$M_1g + M_2g + 4m_1g + m_2g + M_ag = F_{B1} + F_{b1} + F_{b2} \quad (36)$$

使用上述方程，可以求出在锚脱离海床的极限状况下浮标的吃水深度 $h = 0.936m$ ，即是当计算吃水深度小于此临界值时，可以认为锚是固定不动的。用求解问题一的方法，得到如下数据表格

表2: 强海风作用下物理参量

风速\物理参量	$h(m)$	$\varphi_1(^{\circ})$	$\varphi_2(^{\circ})$	$\varphi_3(^{\circ})$	$\varphi_4(^{\circ})$	$\psi(^{\circ})$	$\alpha(^{\circ})$	$R(m)$
$36m/s$	0.8176	6.8257	6.8757	6.9094	6.9435	7.0197	16.7321	18.2

用同样的方法求解出锚链方程与形状如下

$$y_2 = 27.9 \cosh(0.036x - 0.30) - 13.23$$

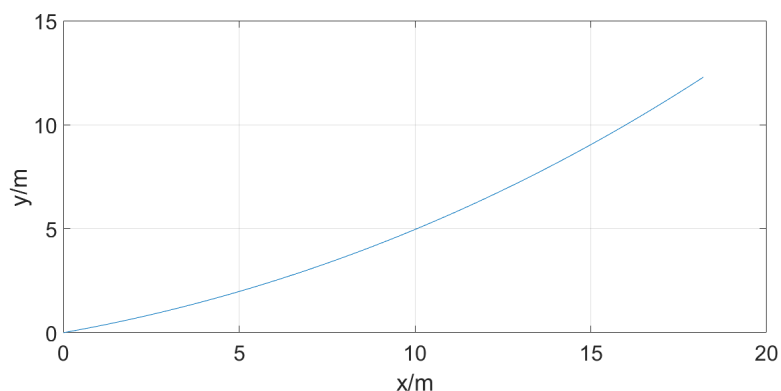


图14：强海风下锚链形状

从上述表格和图像可以看出，吃水深度满足锚固定条件。但由于风力的增大，钢桶的倾斜角度和锚链在锚点和海床的夹角过大，超过正常工作所需的角范围，严重影响传输节点的使用。因此需要通过调整重物球的质量使系泊系统发挥作用。以重物球质量 M_2 为自变量，可以利用（29）、（31）式建立锚链与海床夹角、钢桶倾角与其的函数关系式。作出图像如下所示

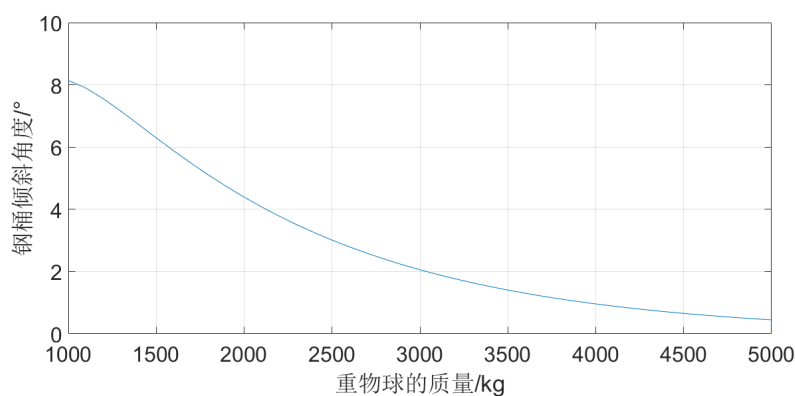


图15：钢桶倾角-重物球质量函数图像

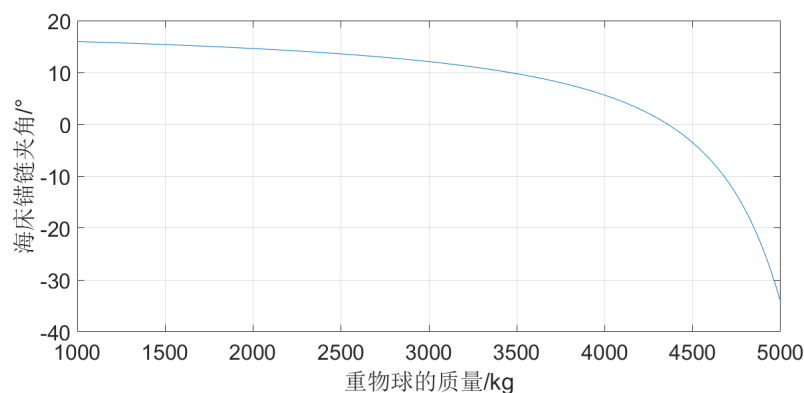


图16：海床夹角-重物球质量函数图像

通过图像可以看出，当重物球质量大于 $2000kg$ 时满足题目要求，但是随着重物球质量增加，吃水深度呈线性明显增加，因此在题目要求下，略大于 $2000kg$ 的质量是最合适的。

4.3 在真实复杂情况下系泊系统的设计和状态

在实际情况下，水深、风力、水流力的变化情况是不可预测的，三种因素叠加起来便形成了复杂的海况^[5]。前两问的锚链型号默认是II型，此型号链环单个链环相对于总长度来说是微小的，因此可以将锚链视作质量均匀的柔性绳。但是对于另外三种长度较长的链环构成的锚链，其不可视为柔性绳，故不能使用连续微分方程，而是应当找出对应的差分方程用以求解。链环的直径相对于其长度来说可以忽略不计，因此链环相当于首尾铰接。对于每个链环，受力分析如图

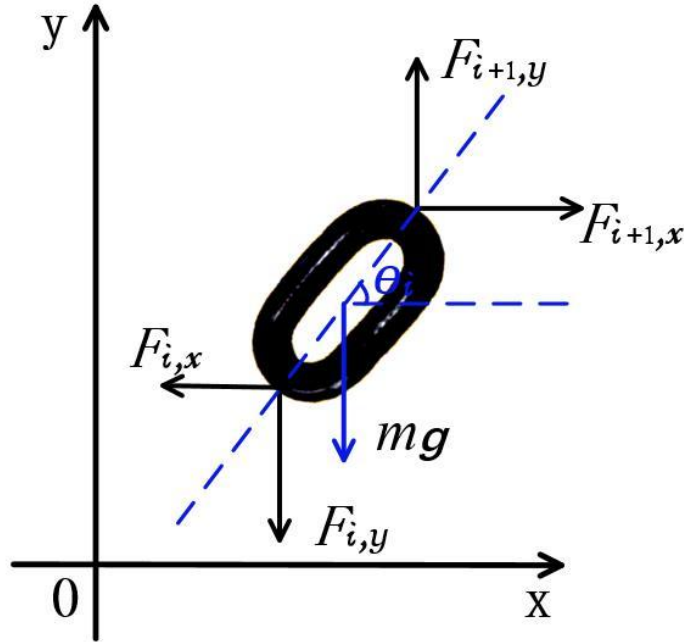


图17：锚链链环受力分析图

因为其与钢管受力特性的相似性，因此可以依据钢管静力平衡方程（26）式类比得到链环递推方程

$$\begin{cases} F_{i+1,x} = F_{i,x} \\ F_{i+1,y} = F_{i,y} + mg \\ \theta_i = \arctan\left(\frac{2F_{i,y} + mg}{2F_{i,x}}\right) \end{cases} \quad (37)$$

对于每种链环，将其长度和质量带入递推算式中，可以求出链环具体位置和角度。

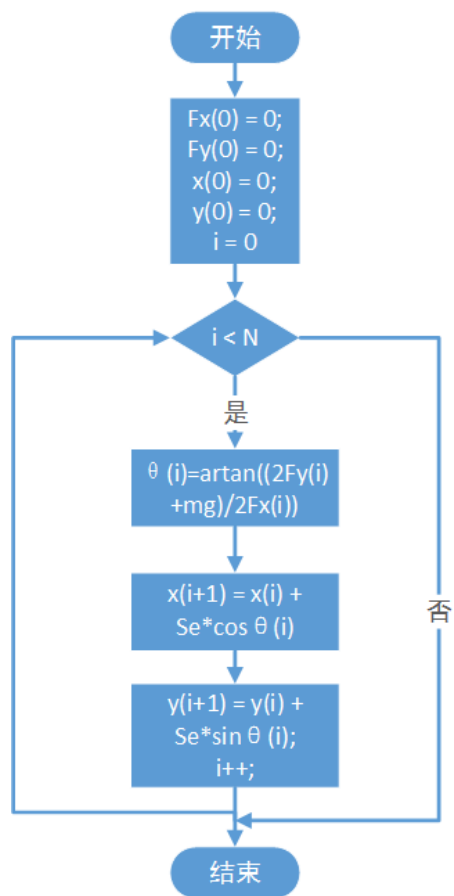


图18: 链环状态流程分析图

由问题二可知，当重物球质量较大和锚链长度较长时，海床夹角和钢桶倾斜角度是满足题目要求的，但是在这两种系泊系统优化设计分别会造成浮标吃水深度加深和活动范围扩大。因此目标简化为在满足最恶劣情况下基本的需求，然后尽可能使其余指标减小。在以上极限情况下，可以通过使用上述两问的同样方法求得吃水深度 $H = 1.32m$ ，由此可以逐步求出最低需求配置。在此基础上，通过图 18 求得五种型号的锚链各需数目和长度如下所示

表3: 各型锚链基本需求长度与搭配重物球质量

锚链型号	1	2	3	4	5
链环数目	434	261	197	142	109
锚链长度(m)	338.52	274.05	236.40	213.00	196.20
重物球质量(kg)	2126.69	1291.61	254.97	0.00	0.00

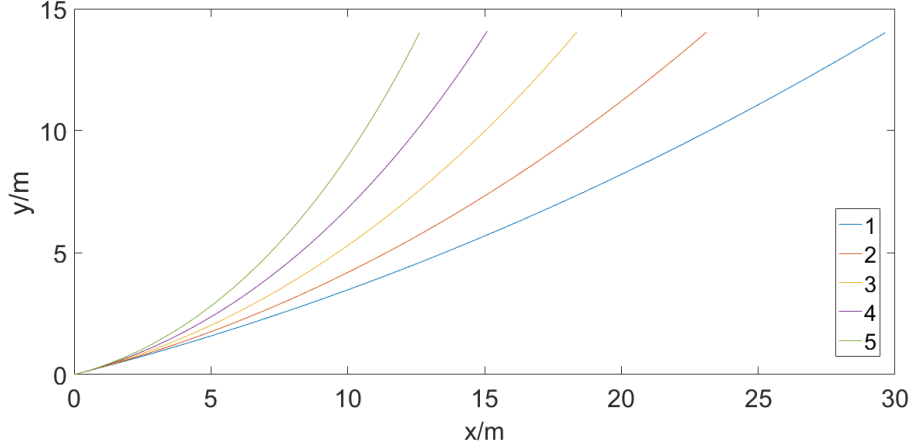


图19: 各型号锚链形状图

图表3简洁明了的表示了系泊系统的基本配置，如需加长锚链或重物，则可造成吃水深度加深的情况。关于在恒定风力、水力和水深情况下的研究系统状态的方法与前述方法完全相同，所得的结果也大同小异，在此不再赘语。

考虑水深随潮汐变化和水流随风变化的复杂情况下，近浅海海水的流速场分布随着海水深度和海浪变化而变。取海平面为直角坐标系，锚所在位置为坐标原点，则海流符合如下二维浅海流体动力方程^[6]：

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial(Hu)}{\partial x} + \frac{\partial(Hv)}{\partial y} = 0 \quad (38)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{g}{C^2} \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{H} u - C_f \frac{\sqrt{F_{Wx}^2 + F_{Wy}^2}}{H} F_{Wx} - E \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (39)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu + g \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{g}{C^2} \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{H} v - C_f \frac{\sqrt{F_{Wx}^2 + F_{Wy}^2}}{H} F_{Wy} - E \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (40)$$

式中， u, v 分别是海流速度的 x, y 方向的分量； $f = 2\omega \sin \phi$ 表示科里奥利参数； E 表示紊动粘滞系数； $C = \frac{1}{n} H^{\frac{1}{6}}$ 表示谢皮系数； F_{Wx}, F_{Wy} 为风速对应的分量； C_f 为风阻力系数。

直接求解此偏微分方程组是及其困难的，因此需要根据目标和实际情况对其进行一定的简化。经过查阅相关文献^[7]得到相关系数一般情况下潮汐随时间变化规律曲线

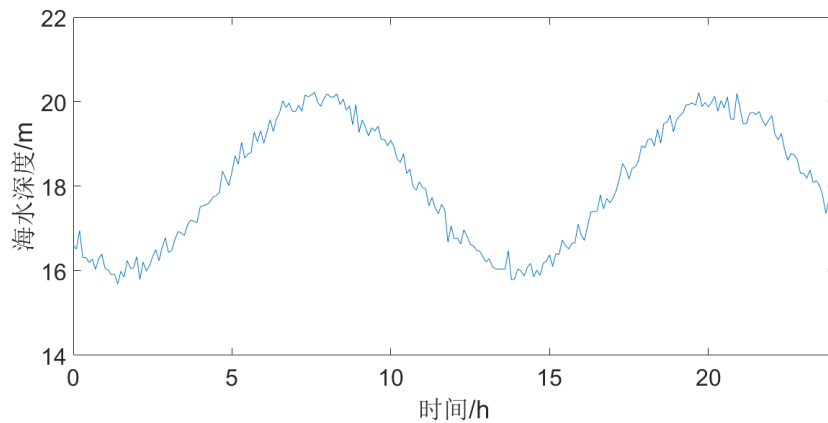


图20: 潮汐时间变化曲线

利用题目所提供风力、水流力数据，通过MATLAB进行离散求解，得出对应的海平面的流速场

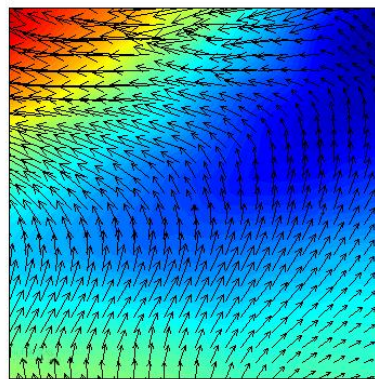


图21: 近浅海模拟流速场

通过上述资料，取一般情况利用计算软件MATLAB模拟生成在某时刻出现的位置，制成如下散点图

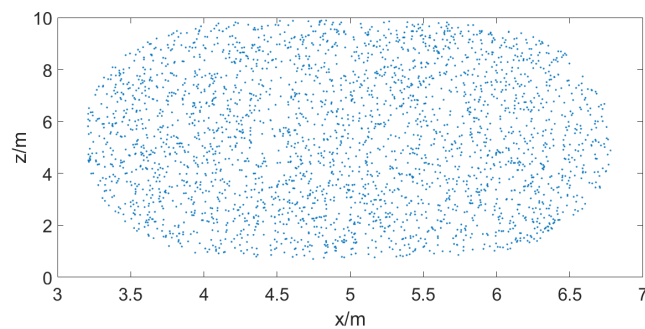


图22: 浮标游动区域散点图

从图22可以看出，浮标游动区域基本上是以圆为基础，沿海流方向拉伸的椭圆状区域。

5 模型的评价与改进

5.1 模型的评价

本文所用模型建立在严密的理论推导之上，结构严谨，用词清晰。针对具体问题提出了具体的解决方案，较为合理简单地解决了问题。采取多种方案，减小了误差使得结果更加真实可靠。问题一针对奇异现象使用了优化迭代算法大大改善了数据精度；问题二则根据已知量准确的表达了未知量，求解出了好的结果；问题三结合了实际状况，完善了模型。

5.2 模型的改进

论文有两处可以改进的地方，一是仅考虑了已知体积的系统浮力影响而忽视了其余部分，在一般情况下造成的误差较小，但是任然不可排除特殊情况；二是没有考虑浮标受外力作用下的偏离重心现象。

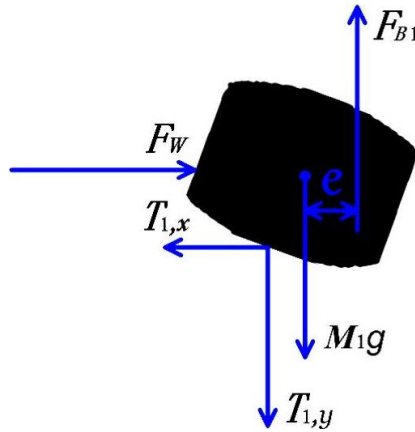


图23: 近浅海模拟流速场

对其进行静力平衡分析，在（23）式基础之上可以添加力矩平衡方程

$$\sum M = 0, \quad F_{B1}(e + \frac{l}{2}) \cos \gamma - M_1g \frac{l}{2} \cos \gamma = 0 \quad (41)$$

式中 l 为浮标长度， e 为浮力到质心距离， γ 为浮标轴线与海平面夹角。

利用上述算式对问题进行求解，可以使结果更加精确可信。

参考文献

- [1] 哈尔滨工业大学教研室. 理论力学[M], 第7版. 北京: 高等教育出版社, 2009
- [2] 王丹, 刘家新. 一般状态下悬链线方程的应用[J]. 船海工程, 2007, 36(3): 26-28
- [3] 胡灵斌, 唐军. 悬链线方程的求解及其应用[J]. 船舶, 2004, 1: 17-20
- [4] 潘斌, 高捷, 陈小红等. 浮标系泊系统静力计算[J]. 重庆交通学院学报, 1997, 16: 68-73
- [5] 杜度, 张伟康. 系泊系统的稳定性、分岔与混沌研究[J]. 船舶力学, 2005, 9(1): 115-128
- [6] 张兆顺, 崔桂香. 流体力学[M], 第3版. 北京: 清华大学出版社, 2015
- [7] 朱良生. 近岸二维海流数值计算方法若干问题的研究和应用[J]. 热带海洋, 2015, 14(1): 30-37

附录

部分M文件:

alpha.m

angle.m

h.m

yAndS.m

Ysolve.m

IMG.m

Xsolve.m

yAndS.m