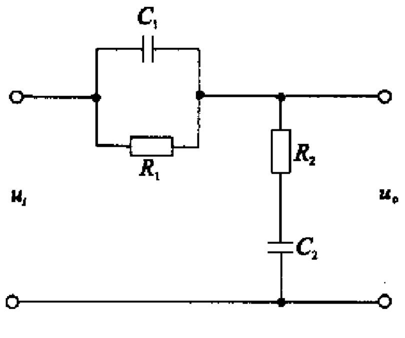
自动控制原理答案十六

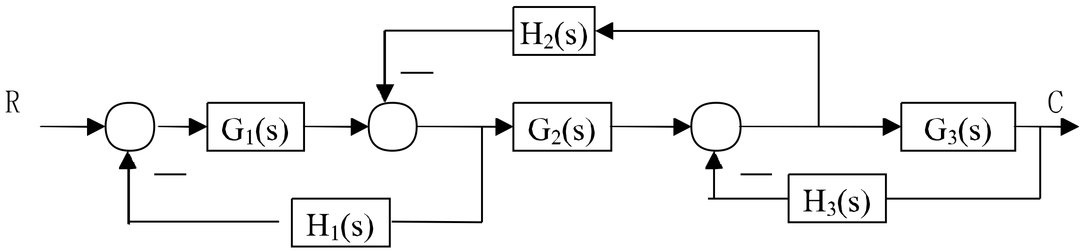
一、求图示电网络的传递函数 Uc(s)/Ur(s)。



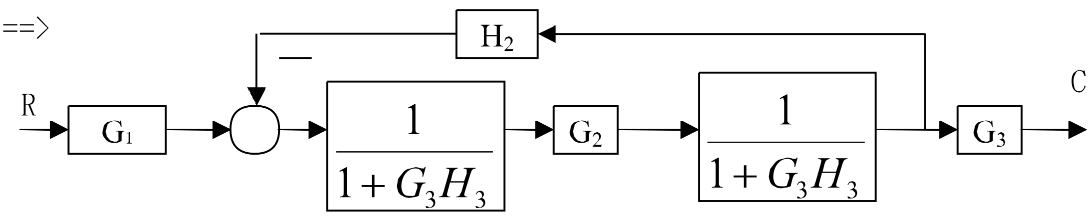
(a)

解：$$\frac{U_0(s)}{U_i(s)}=\frac{R_2+\frac{1}{sC_2}}{R_2+\frac{1}{sC_2}+\frac{R_1\frac{1}{sC_1}}{R_1+\frac{1}{sC_1}}}=\frac{C_1C_2R_1R_2s^2+(R_1C_1+R_2C_2)s+1}{C_1C_2R_1R_2s^2+(R_1C_1+R_2C_2+R_1C_2)s+1}$$

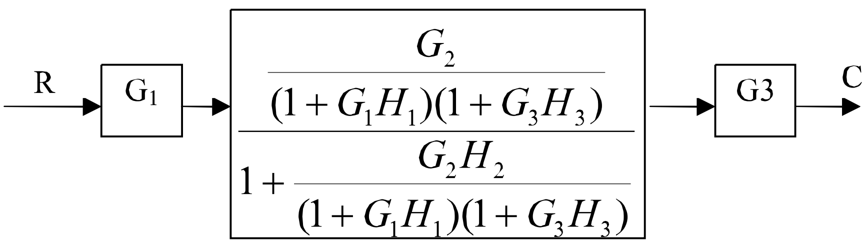
二、控制系统结构图如图所示。试通过结构图等效变换求系统传递函数 C(s)/R(s)。



解：==>



==>



$$\therefore \Phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G_1G_2G_3}{(1+G_1H_1)(1+G_3H_3)+G_2H_2}=\frac{G_1G_2G_3}{1+G_1G_3H_1H_3+G_1H_1+G_2H_2+G_3H_3}$$

三、已知单位反馈系统的开环传递函数为：$G(s)=\dfrac{10(2s+1)}{s^2(s^2+6s+100)}$。试求输入为

r(t)=2＋2t＋t^2时，系统的稳态误差。

解：① 判断稳定性：

$$D(s)=s^2(s^2+6s+100)+10(2s+1)=s^4+6s^3+100s^2+20s+10$$

S^4	1	100	10
S^3	6	20	
S^2	96.7	10	
S^1	562/29		
S^0	10		

可见，劳斯表中首列系数全部大于零，该系统稳定。

②用静态误差系数法：

依题意：K=10/100=0。1，　v=2

$r_1(t)$=2 时，　　$e_{ss1}=\dfrac{2}{1+K_p}=\dfrac{2}{1+\infty}=0$

$r_2(t)$=2t 时，　　$e_{ss2}=\dfrac{2}{K_p}=\dfrac{2}{\infty}=0$

$r_3(t)=t^2=2\cdot\dfrac{t^2}{2}$ 时，　$e_{ss3}=\dfrac{2}{K_a}=\dfrac{2}{0.1}=20$

$$\therefore\quad e_{ss}\overset{r=2+2t+t^2}{=}0+0+20=20$$

四、设单位反馈控制系统开环传递函数为 $G(s)=\dfrac{K(s+1)}{s(2s+1)}$，试概略绘出相应的闭环根轨迹

图（要求确定分离点坐标 d）：

解：①　n=2，根轨迹有两条分支；

②　起点：p1=0；　p2=－0.5；

终点：z=－1，－∞；

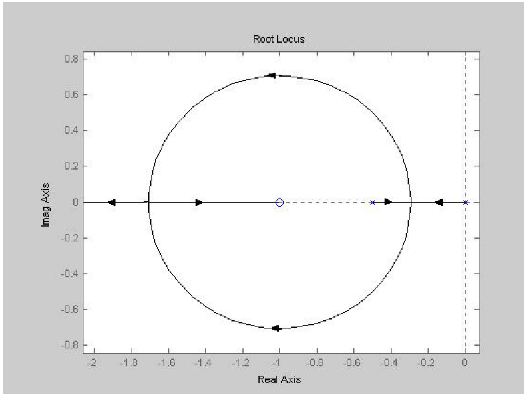
③　实轴上根轨迹：　0→－0.5，　－1→－∞；

④ 分离点：

$$\because \quad \frac{1}{d}+\frac{1}{d+0.5}=\frac{1}{d+1}$$

∴ $d^2+2d+0.5=0$

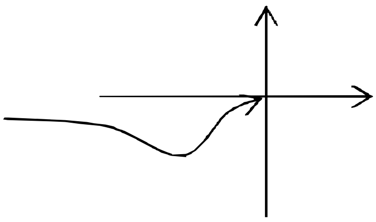
解得：$\begin{cases} d_1=-0.29 \\ d_2=-1.707 \end{cases}$



故：概略绘出相应的闭环根轨迹如图所示。

五、已知下列系统开环传递函数为 G（s）= $\dfrac{K(T_1 s+1)}{s^2(T_2 s+1)}$ （参数 K>0，T2＞T1>0），绘制开环幅相曲线并根据奈氏判据判定系统的闭环稳定性。

解：



∵ P=0，N=0；

∴ Z=P－2N =0－2 • 0=0

故：系统在虚轴右边有 0 个根，系统稳定。

六、 试求下列函数 E（z）的脉冲序列 e^*（t）：

（1） $E(z)=\dfrac{z}{(z+1)(3z^2+1)}$

（2） $E(z)=\dfrac{z}{(z-1)(z+0.5)^2}$

（1）解：$E(z)=\dfrac{z}{(z+1)(3z^2+1)}=\dfrac{z}{3z^3+3z^2+z+1}=\dfrac{1}{3}z^{-2}-\dfrac{1}{3}z^{-3}+\dfrac{2}{9}z^{-4}-\dfrac{2}{9}z^{-5}+\cdots$

$$e^*(t)=\frac{1}{3}\delta(t-2T)-\frac{1}{3}\delta(t-3T)+\frac{2}{2}\delta(t-4T)-\frac{2}{9}\delta(t-5T)+\cdots$$

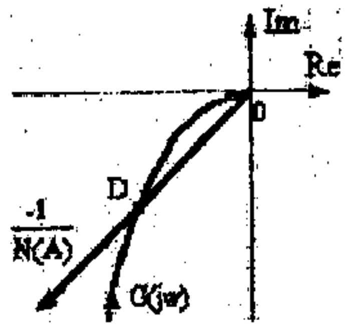
（2）解： $E(z)=\dfrac{z}{(z-1)(z+0.5)^2}=\dfrac{z}{z^3-0.75z-0.25}$

$$=z^{-2}+0.75z^{-4}+0.25z^{-5}+0.05625z^{-6}+\cdots$$

$$e^*(t) = \delta(t-2T) + 0.75\delta(t-4T) + 0.25\delta(t-5T) + 0.05625\delta(t-6T) + \cdots$$

七、 某单位反馈系统，其前向通路中有一描述函数 $N(A)=e^{-\frac{\pi}{4}}/A$ 的非线性元件，线性部分传递函数 G(s)=15/s(0.5+1)为，试用描述函数法确定系统是否存在自振？若有，参数是多少？

解：



$$-\frac{1}{N(A)} = Ae^{j\frac{\pi}{4}}$$

$$= ei\pi \cdot Ae^{j\frac{5\pi}{4}} = Ae^{j\frac{5\pi}{4}}$$

画出 $\frac{1}{N(A)}$ 与 $G(j\omega)$ 曲线如图所示：

可看出 D 点是稳定的自振点。

由自振条件：

N(A)・G(jω)=－1

即：$N(A) = \frac{-1}{G(j\omega)} = \frac{-j\omega(0.5j\omega+1)}{15}$

$$= \frac{0.5\omega^2 - j\omega}{15} = \frac{\omega\sqrt{(0.5)^2+1}}{15} \cdot e - jarcig^{1}_{0.5\omega} = \frac{1}{A}e^{-j\frac{\pi}{4}}$$

比较得：

$$\mathrm{tg}\frac{\pi}{4} = 1 = \frac{1}{0.5\omega}, \quad \omega = 2$$

$$A = \frac{15}{\omega\sqrt{(0.5)^2+1}} = 5.3$$

∴　自振参数为：　$\omega = 2$　　$A = 2$