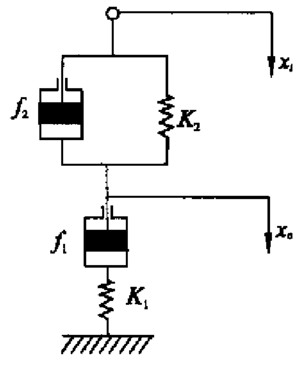
自动控制原理答案十八

一、　求图示机械网络的传递函数 $X_0(s)/X_1(s)$。



(b)

解：对于 A 点有：　　$f_2(\dot{X}_1-\dot{X}_0)+K_1(Xi-X0)+f_1(\dot{X}_2-\dot{X}_0)=0$

对于 B 点有：　　$f_1(\dot{X}_1-\dot{X}_0)+K_2X_1=0$

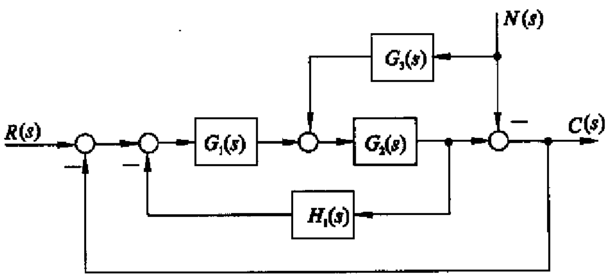
消除中间变量得：

$$\frac{f_1f_2}{K_1K_2}\ddot{X}_0+(\frac{f_2}{K_2}+\frac{f_2}{K_1}+\frac{f_1}{K_1})\dot{X}_0+X_0=\frac{f_1f_2}{K_1K_2}\ddot{X}_i+(\frac{f_1}{K_1}+\frac{f_2}{K_2})\dot{X}_i+X_i$$

则：

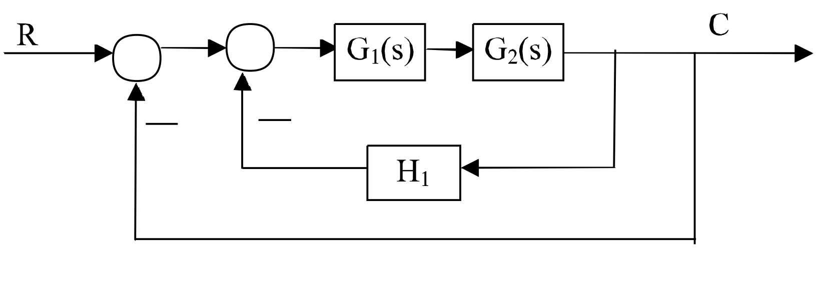
$$\frac{X_0(s)}{X_1(s)}=\frac{\frac{f_1f_2}{K_1K_2}s^2+(\frac{f_1}{K_1}+\frac{f_2}{K_2})s+1}{\frac{f_1f_2}{K_1K_2}s^2+(\frac{f_2}{K_2}+\frac{f_2}{K_1}+\frac{f_1}{K_1})s+1}$$

二、试化简图中的系统结构图，并求传递函数 C(s)/R(s) 和 C(s)/N(s)。



（a）

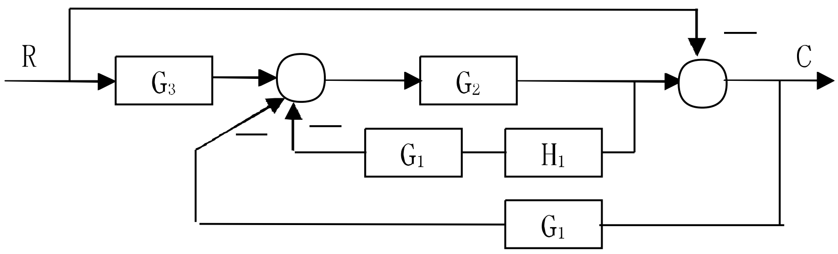
解：　当 N(s)=0 时，求 C(s)/R(s)；



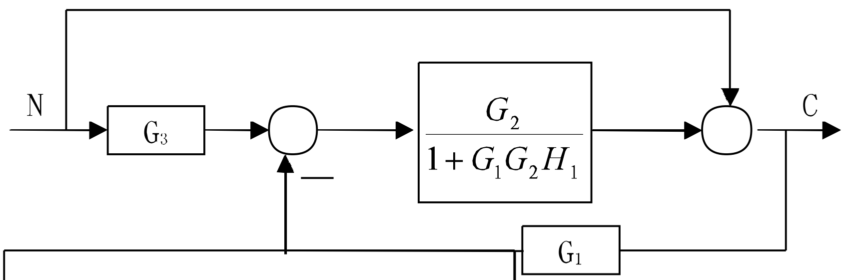
$$\therefore \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1G_2}{1+(1+H_1)G_1G_2}$$

当 R(s)=0 时，

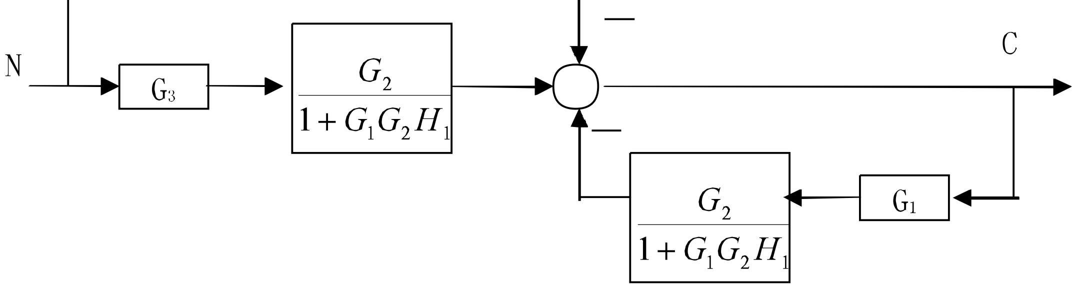
==>



==>



==>



$$\therefore \frac{C(s)}{N(s)} = \left(-1+\frac{G_2G_3}{1+G_1G_2H_1}\right)\left(\frac{1}{1+\frac{G_1G_2}{1+G_1G_2H_1}}\right) = \frac{-1+G_2G_3-G_1G_2H_1}{1+G_1G_2H_1+G_1G_2}$$

三、已知单位反馈系统的开环传递函数为：$G(s)=\frac{50}{s(0.1s+1)(s+5)}$；试求输入为

$r(t)=2+2t+t^2$ 时，系统的稳态误差。

解：① 判断稳定性：

$D(s) = s(s+10)(s+5)+50=s^3+15s^2+50s+50$

S3	1	50
S2	15	50
S1	16.7	
S0	50	

可见，劳斯表中首列系数全部大于零，该系统稳定。

②用静态误差系数法：

依题意：K=50/5=10，v=1

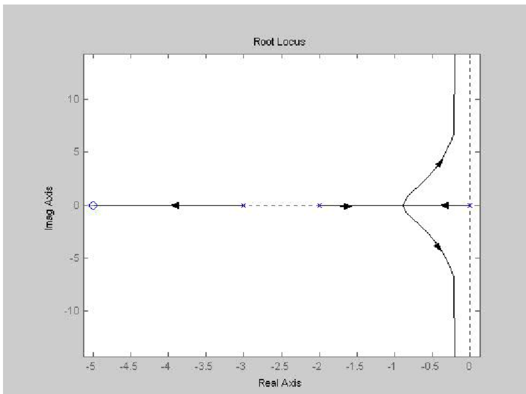
$r_1(t)$=2 时，　　$e_{ss1}=\dfrac{2}{1+K_p}=\dfrac{2}{1+\infty}=0$

$r_2(t)$=2t 时，　　$e_{ss2}=\dfrac{2}{K_p}=\dfrac{2}{10}=0.2$

$r_3(t)=t^2=2\cdot\dfrac{t^2}{2}$ 时，　　$e_{ss3}=\dfrac{2}{K_a}=\dfrac{2}{0}=\infty$

$$\therefore\quad e_{ss}\overset{r=2+2t+t^2}{=}0+0.2+\infty=\infty$$

四、设单位反馈控制系统开环传递函数为 $G(s)=\dfrac{K^*(s+5)}{s(s+2)(s+3)}$，试概略绘出相应的闭环根轨迹图（要求确定分离点坐标 d）：



解：①　n=3, 根轨迹有三条；

②　起点：$p_1=0$，　$p_2=-2$，　$p_3=-3$；

终点：z=－5, 另两条趋于无穷远；

③　实轴上根轨迹：　0→－2，　3→－5；

④　渐近线：　n－m=2 条

$$\sigma_a=\frac{\sum p_i-\sum z_i}{n-m}=0$$

$$\varphi_a=\frac{\pm(2k+1)\pi}{n-m}=\pm\frac{\pi}{2}$$

⑤　分离点：

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{d+2}+\frac{1}{d+3}=\frac{1}{d+5},$$

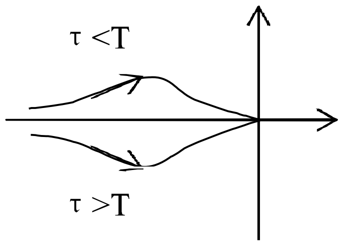
试根得：d=－0.89

故：概略绘出相应的闭环根轨迹如图所示。

五、已知系统开环传递函数为：G（s）H（s）= $\dfrac{K(\tau s+1)}{s^2(Ts+1)}$，试分析并绘制 τ>T 和 T>τ 情况下的概略开环幅相曲线，并判断闭环稳定性。

解：系统相频特性为：

$$\varphi(\omega)=-180^\circ+arctg\tau\omega-arctgT\omega$$



图解 5-5

分析：τ>T 时：

相角从-180^0先增加；

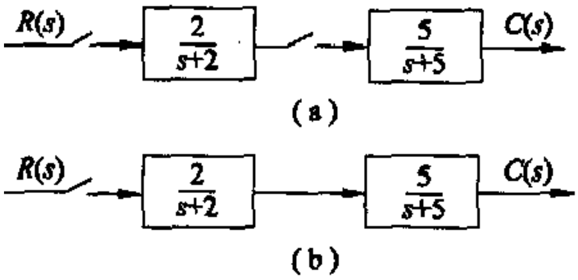
当 τ=1/ω 时，相角大约增至-145^0；

之后相角又逐渐减小，最终趋于-180^0。

P=0，N=0，Z=P－2N=0，闭环稳定。

τ<T 时：相角变化情况相反。P=0，N=－1，Z=P－2N=2。闭环不稳定。

六、 设开环离散系统如图所示，试求开环脉冲传递函数$G(z)$。



(a)解：

$$Z\left[\frac{2}{s+2}\right]=\frac{2z}{z-e^{-2T}}$$

$$Z\left[\frac{5}{s+5}\right]=\frac{5z}{z-e^{-5T}}$$

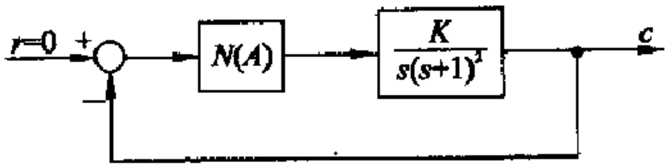
$$G(z)=Z\left[\frac{2}{s+2}\right]\cdot Z\left[\frac{5}{s+5}\right]=\frac{10z^2}{(z-e^{-2T})(z-e^{-5T})}$$

(b)解：

$$Z\left[\frac{2}{s+2}\cdot\frac{5}{s+5}\right]=Z\left[\frac{10}{3}\cdot\frac{1}{s+2}-\frac{10}{3}\cdot\frac{1}{s+5}\right]=\frac{10}{3}\cdot\frac{z\left(e^{-2T}-e^{-5T}\right)}{\left(z-e^{-2T}\right)\left(z-e^{-5T}\right)}$$

$$G(z)=Z\left[\frac{2}{s+2}\cdot\frac{5}{s+5}\right]=\frac{10}{3}\cdot\frac{z\left(e^{-2T}-e^{-5T}\right)}{\left(z-e^{-2T}\right)\left(z-e^{-5T}\right)}$$

七、　已知非线性系统的结构图如图所示：



图中非线性环节的描述函数，$N(A)=\dfrac{A+6}{a+2}$ （A＞0）。试用描述函数法确定：

（1）　使该非线性系统稳定，不稳定以及产生周期运动时，线性部分的 K 值范围；

（2）　判断周期运动的稳定性，并计算稳定周期运动的振幅和频率。

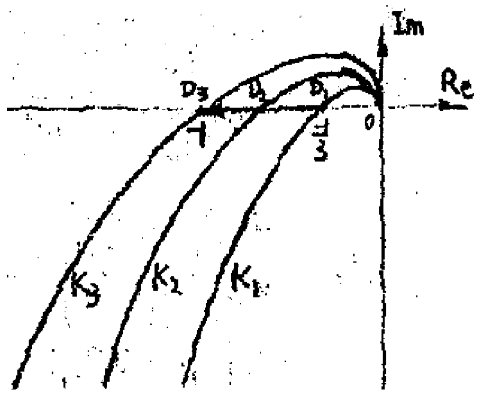
（1）解：

画出负倒描述函数曲线：

$$\frac{-1}{N(A)}=\frac{-(A+2)}{A+6}$$

$$\frac{-1}{N(0)}=\frac{-1}{3},\ \frac{-1}{N(\infty)}=-1$$

$$\frac{dN(A)}{dA}=\frac{-4}{(A+2)^2}<0$$



N(A)单调降，$\dfrac{-1}{N(A)}$ 也为单调降函数。

图解 8-17

画出 G(jω)曲线如图解 8-17 所示：

可看出：当 K 从小到大变化时，系统会由稳定变为自振，最终不稳定。

求使 lm[G(jω)]=0 的ω 值：

令：　$\angle G(j\omega)=-90^0-2\mathrm{arctg}\,\omega=-180^0$

得：　arctgω=45^0，ω=－1

令：

$$|G(j\omega)|_{\omega=1}=\left.\frac{K}{\omega\sqrt{\omega^2+1}^2}\right|_{\omega=1}=\frac{K}{2}=\begin{cases}\frac{1}{3}\to K_1=\frac{2}{3}\\ 1\to K_3=2\end{cases}$$

得出 K 值与系统特性之间的关系如下：

$$K:\quad 0\to\to\frac{2}{3}\to\to 2\to\to\infty$$

稳定　　自振　　不稳定

(2)解：

系统周期运动是稳定的。由自振条件：

$$N(A)G(j\omega)|_{\omega=1}=\frac{A+6}{A+2}\cdot\frac{-K}{2}=\frac{-(A+6)K}{2(A+2)}=-1$$

$(A+6)K=2A+4$

解出：$\begin{cases}A=\dfrac{6K-4}{2-K}\\ \omega=1\end{cases}$ （$\frac{2}{3}<K<2$）