

江西理工大学 期中考试卷

试卷编号:

20 — 20 学年第 一 学期	考试性质 (正考、补考或其它): [正考]
课程名称: <u>高等数学 (一)</u>	考试方式 (开卷、闭卷): [闭卷]
考试时间: _____ 年 _____ 月 _____ 日	试卷类别 (A、B): [A] 共 五 大题
<p style="text-align: center;">温 馨 提 示</p> <p>请考生自觉遵守考试纪律, 争做文明诚信的大学生。如有违犯考试纪律, 将严格按照《江西理工大学学生违纪处分暂行规定》处理。</p>	

班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

一、选择题 (请将正确答案编码填入下表中, 每小题 3 分, 共 15 分)

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = 1 - \cos[\ln(1+x^2)]$ 是 x 的 () 阶无穷小.

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = ()$.

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

3. $f(x)$ 在 x_0 连续, 则 () 必在 x_0 连续.

(A) $\frac{f(x)}{\sin x}$ (B) $\tan x \cdot f(x)$ (C) $\frac{1}{f(x)}$ (D) $|f(x)|$

4. 设 $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$, 则根据微分形式的不变性, 有 $df(x) = ()$.

(A) $e^x dx$ (B) $e^x d\frac{1}{x}$ (C) $\left(e^{\frac{1}{x}}\right)' d\frac{1}{x}$ (D) $\left(e^{\frac{1}{x}}\right)' \frac{1}{x} dx$

5. 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 处不可导, 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处().

(A) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 不存在 (B) 不连续 (C) 不可微 (D) 以上都不是

二、填空题 (请将正确答案填写在以下相应的横线上, 每空 3 分, 共 15 分)

1. 设 $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| < 1 \\ 0, & |x| = 1 \\ -1, & |x| > 1 \end{cases}$, $g(x) = e^x$, 则 $f(g(x)) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 已知 $f'(x_0) = -2$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x_0 - 2x) - f(x_0)} = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 设曲线 $y = f(x)$ 与曲线 $y = \sin x$ 在原点相切, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} n f\left(\frac{2}{n}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. $f(x) = x^x$, 则 $f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 函数 $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + x - 2$ 在区间 $(0, 1)$ 内满足拉格朗日中值定理的 $\xi = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、计算题 (请写出求解过程, 6 小题, 每小题 6 分, 共 36 分)

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{x+3} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x^4)}{1-\cos(1-\cos x)}$

4. 设函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = \ln t \\ y = t^3 \end{cases}$ 确定, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$

5. 设由方程 $e^{x+y} - xy = 0$ 确定隐函数 $y = y(x)$, 求 dy .

6. 设 $y = \sin^4 x - \cos^4 x$, 求 $y^{(n)}$.

四、应用题

1. 落在平静水面上的石头, 产生同心波纹, 若最外一圈波的半径增大率总是 $6m/s$
问在 $2s$ 末扰动水面面积的增大率为多少? . (8 分)

2. 试描绘曲线 $y = \frac{1}{1+x} e^{-x}$ 的简图. (10 分)

五、证明题

1. 设 $x > 0$, 常数 $a > e$, 证明: $(a+x)^a < a^{a+x}$. (8 分)

2. 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上二阶可导, $f(0) = f(1)$, $f'(1) = 1$, 求证: 存在 $\xi \in (0, 1)$ 使 $f''(\xi) = 2$. (8 分)