

习题测试（二）

一、选择题

1. 已知 $X = \{a, b, c, d\}$ ，下列集族中，() 是 X 上的拓扑。
A $T = \{X, \emptyset, \{a\}, \{a, b\}, \{a, c, d\}\}$; B $T = \{X, \emptyset, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}\}$;
C $T = \{X, \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, c, d\}\}$; D $T = \{X, \emptyset, \{a\}, \{b\}\}$.
2. 已知 $X = \{a, b, c, d\}$ ，拓扑 $\mathcal{T} = \{X, \emptyset, \{a\}\}$ ，则 $\overline{\{c\}} =$ ()。
A \emptyset ; B X ; C $\{a, c\}$; D $\{b, c, d\}$.
3. 已知 X 是一个离散拓扑空间， A 是 X 的子集，则下列结论中正确的是 ()。
A $d(A) = \emptyset$; B $d(A) = X - A$;
C $d(A) = A$; D $d(A) = X$.
4. 平庸空间的任一非空真子集为()。
A 开集; B 闭集; C 即开又闭; D 非开非闭.
5. 设 X 是拓扑空间，下面不正确的命题是 ()。
A 若 X 是正规空间，则 X 是 T_1 空间;
B 若 X 是 T_0 且正则，则 X 是 T_1 空间;
C 若 X 是 T_3 空间，则 X 是正则 T_1 空间;
D 若 X 是 T_4 空间，则 X 是完全正则空间.

二、判断题

1. 设 $X = \{a, b, c\}$ ， $\mathcal{T} = \{X, \emptyset, \{a\}\}$ ，则 \mathcal{T} 是 X 上的拓扑 ()。
2. 一个集合是开集当且仅当这个集合是它当中每一点的一个邻域()。
3. 一个集合的闭包是包含这个集合的最小的闭集()。
4. 同一个集合上的两个拓扑空间之间的映射是恒同映射()。
5. 从离散空间到任意拓扑空间的映射都是连续映射()。
6. 开集个数最多的拓扑空间是平庸空间()。
7. 离散空间中的所有开集都是闭集()。

8. 可分性关于闭子空间遗传 ()。
9. 拓扑空间中任何一点的两个邻域的交仍然是该点的一个邻域()。
10. 包含可数多个点的离散空间是 A_2 空间()。
11. 实数空间是紧致空间()。
12. T_2 空间下的闭子空间是紧的()。

三. 证明题

1. 设 X 拓扑空间, Y 是 X 的子集, 问: 如何在 Y 上定义一个 Y 的子集族 \mathcal{T}_Y 使得 (Y, \mathcal{T}_Y) 为拓扑空间? 写出 \mathcal{T}_Y 并证明它是 Y 的拓扑。
2. 设 X 是一个拓扑空间, A, B 是 X 的子集, 且 $A \subset B$, 证明 $d(A) \subset d(B)$.
3. 每个完全正则空间都是正则空间.
4. 证明: 若 X 是 T_3 空间, 则 X 是 T_2 空间.
5. 证明: 从紧致空间到 Hausdorff 空间的任何连续双射是同胚。