

# 江西理工大学学期终考试卷

试卷编号:

20 — 20 学年第 一 学期	考试性质 (正考、补考或其它): [ 正考 ]
课程名称: <u>高等数学 (一)</u>	考试方式 (开卷、闭卷): [ 闭卷 ]
考试时间: _____ 年 _____ 月 _____ 日	试卷类别 (A、B): [ A ] 共 四 大题
<p style="text-align: center;"><b>温 馨 提 示</b></p> <p>请考生自觉遵守考试纪律, 争做文明诚信的大学生。如有违犯考试纪律, 将严格按照《江西理工大学学生违纪处分暂行规定》处理。</p>	

班级 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 参考答案 \_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	总 分
得分					

一、选择题 (请将正确答案编码填入下表中, 每小题 3 分, 共 30 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	D	B	A	A	C	D	D	C	A

二、填空题 (请将正确答案填写在以下相应的横线上, 每空 3 分, 共 30 分)

1.  $\frac{2}{3}$

2.  $\frac{x \cos x^2}{\sqrt{\sin x^2}} dx$

3.  $\frac{(-1)^n n!}{(x+1)^{n+1}}$

4. 2; 1

5.  $y = 0$

6.  $\frac{1}{2x} + \frac{\cos 2x}{2x}$

7. 8

8.  $\frac{\pi}{3}$

9.  $y = 2 + Ce^{-x^2}$

10.  $x^2 y = C$

三、计算题（请写出求解过程，6 小题，共 30 分）

1.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{x} \right)^{\tan x}$ .

解 原式  $= \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\ln \left( \frac{1}{x} \right)^{\tan x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{x \ln \left( \frac{1}{x} \right)}$  3 分

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{-x \ln x} = e^{\lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{\ln x}{1/x}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{1/x}{-1/x^2}}$$
 4 分

$$= e^0 = 1.$$
 5 分

2.  $\begin{cases} x = e^t \\ y = te^t \end{cases}$ , 求  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ .

解  $\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{e^t(1+t)}{e^t} = 1+t$ , 3 分

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left( \frac{dy}{dx} \right) = \frac{d}{dx} (1+t) = \frac{d(1+t)/dt}{dx/dt} = \frac{1}{e^t}.$$
 5 分

3.  $\int \cos^5 x \, dx$ .

解  $\int \cos^5 x \, dx = \int \cos^4 x \, d \sin x$  2 分

$$= \int (1 - \sin^2 x)^2 \, d \sin x = \int (1 + \sin^4 x - 2 \sin^2 x) \, d \sin x$$
 4 分

$$= \sin x + \frac{1}{5} \sin^5 x - \frac{2}{3} \sin^3 x + C.$$
 5 分

4.  $\int x \ln(2+x) dx$ .

解 原式  $= \frac{1}{2} x^2 \ln(2+x) - \int \frac{1}{2} x^2 \cdot \frac{1}{2+x} dx$  2 分

$= \frac{1}{2} x^2 \ln(2+x) - \frac{1}{2} \int \frac{x^2 - 4 + 4}{2+x} dx = \frac{1}{2} x^2 \ln(2+x) - \frac{1}{2} \int \left[ x - 2 + \frac{4}{2+x} \right] dx$  4 分

$= \frac{1}{2} x^2 \ln(2+x) - \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} (x-2)^2 + 4 \ln(2+x) \right] + C$

$= \frac{1}{2} x^2 \ln(2+x) - \frac{1}{4} (x-2)^2 - 2 \ln(2+x) + C$  . 5 分

5.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \sin 2x} dx$ .

解 原式  $= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{(\cos x - \sin x)^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos x - \sin x| dx$  3 分

$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x) dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - \cos x) dx$  4 分

$= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{2} - 1) = 2(\sqrt{2} - 1)$  . 5 分

6.  $\int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx$ .

解 原式  $\stackrel{\text{令 } x=\sin t}{=} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 t \cos^2 t dt$  2 分

$= \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 2t dt = \frac{1}{8} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 4t) dt$  4 分

$= \frac{1}{8} \left[ t - \frac{1}{4} \sin 4t \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{16}$  . 5 分

四、(10 分) 设曲线  $y = x^2$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) 和直线  $y = 1, x = 0$  围成平面图形  $D$ ,

(1) 求  $D$  的面积; (2) 求  $D$  绕  $x$  轴旋转而成的旋转体的体积.

解 (1)  $D$  的面积  $S = \int_0^1 (1 - x^2) dx$  3 分

$$= \left[ x - \frac{1}{3} x^3 \right]_0^1 = \frac{2}{3}. \quad 5 \text{ 分}$$

$$\text{或 } D \text{ 的面积 } S = \int_0^1 \sqrt{y} dy = \left[ \frac{2}{3} y^{\frac{3}{2}} \right]_0^1 = \frac{2}{3}.$$

(2)  $V_x = \pi - \pi \int_0^1 x^4 dx$  8 分

$$= \pi - \frac{\pi}{5} = \frac{4\pi}{5}. \quad 10 \text{ 分}$$