自动控制原理答案二十六

一、（10 分）

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G_1G_2}{1+(1+H_1)G_1G_2} \qquad \text{4 分}$$

$$\frac{C(s)}{N(s)}=\left(-1+\frac{G_2G_3}{1+G_1G_2H_1}\right)\left(\frac{1}{1+\dfrac{G_1G_2}{1+G_1G_2H_1}}\right)=\frac{-1+G_2G_3-G_1G_2H_1}{1+G_1G_2H_1+G_1G_2} \qquad \text{6 分}$$

二、（15 分）

$$G(s)=\frac{K_1K_2}{s(s+1+K_2\tau)},\omega_n{}^2=K_1K_2,2\zeta\omega_n=1+K_2\tau\text{..................3分}$$

$$\delta_p=e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}=16.3\%\Rightarrow\zeta=0.5,\text{..2分}$$

$$t_s=4/\zeta\omega_n=0.8\Rightarrow\omega_n=10\text{..2分}$$

$$K_1K_2=100,K_2\tau=9\text{..1分}$$

$$E(s)=\frac{-K_2/s(s+1)}{1+K_1K_2/s(s+1)+K_2\tau s/s(s+1)}F(s).$$

$$=\frac{-K_2}{s(s+1)+K_2\tau s+K_1K_2}\bullet\frac{1}{s}\text{..2分}$$

$$e_s=\lim_{s\to0}sE(s)=-1/K_1\text{..2分}$$

$$1/K_1=0.1\Rightarrow K_1=10\text{..1分}$$

$$K_2=100/K_1=10,\tau=9/K_2=0.9\text{..2分}$$

三、（15 分）

1） 开环传递函数

$$\text{G(s)=}\quad\frac{\Phi(s)}{1-\Phi(s)}=\frac{a_2s+a_1}{s^2(s+a_3)}\text{..................................5 分}$$

系统是 2 型系统，对阶跃输入和斜坡输入时系统的稳态误差均为零。 5 分

2) $K_a=a_1/a_3$ $\qquad e_{ss}(\infty)=\dfrac{1}{k_a}=\dfrac{a_3}{a_1}$ 5 分

四、（20 分）

解：（1）

① 渐近线：

$$\sigma_\alpha=-\frac{11}{3}$$

$\varphi = \pm\dfrac{\pi}{3}$，$\pi$ 3 分

② 分离点：

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{d+1}+\frac{1}{d+10}=0$$

解得：

$d_1=-0.487$ $d_2=-0.685$ （舍去 d_2） 3 分

③ 与虚轴交点：

$D(s)=s(s+1)(s+10)+K^*=s^3+11s^2+10s+K^*=0$ 2 分

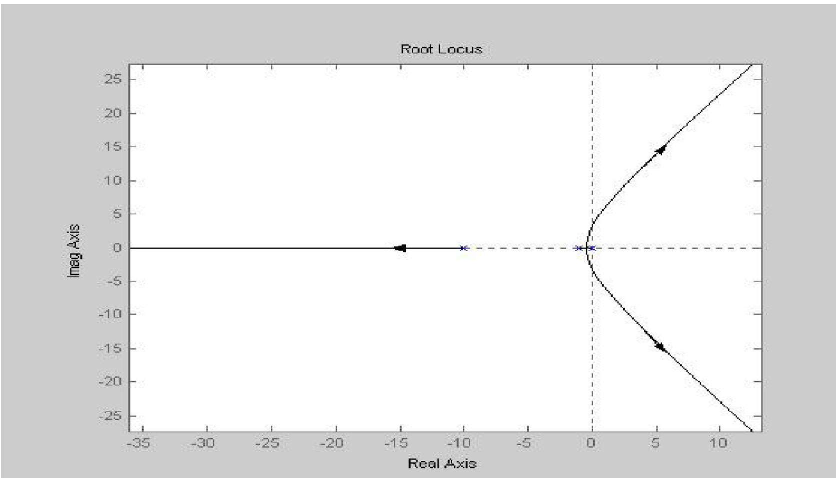
令：$s=j\omega$，得：

$\begin{cases}\mathrm{Im}[D(s)]=-\omega^3+10\omega=0\\ \mathrm{Re}[D(s)]=-11\omega^2+K^*=0\end{cases}$ 得出：$\begin{cases}\omega=\sqrt{10}\\ K^*=110\end{cases}$ 5 分

故：产生纯虚根的开环增益为：

$K=\dfrac{K^*}{10}=11$ 2 分

根轨迹如下图所示



5 分

五、(15 分)

解：系统相频特性为：

$\varphi(\omega)=-180^\circ+arctg\tau\omega-arctgT\omega$ 2 分

分析：τ >T 时：

相角从－180^0先增加；

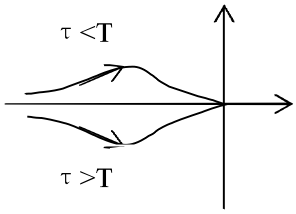
当 τ=1/ω 时，相角大约增至－145^0；

之后相角又逐渐减小，最终趋于－180^0。 2 分

P=0，N=0，Z=P－2N=0，闭环稳定。 3 分

τ<T 时：相角变化情况相反。P=0，N=－1，Z=P－2N=2。闭环不稳定　5 分

开环幅相曲线如图所示



3 分

六、（20 分）解：

依 e_{ss} 指标：$e_{ss}=\frac{1}{K_v}=\frac{1}{K}=\frac{1}{15}$

∴ $K=15$ 　2 分

$$L(\omega)=\begin{cases}20\lg\frac{15}{\omega} & \omega<1\\ 20\lg\frac{15}{\omega^2} & \omega>1\end{cases}$$

可得 $\omega'_c=3.9$

$$\gamma'=180°-90°-\mathrm{arctg}\,\omega'_c=14.5°<45°$$

不满足性能指标,需选取串联超前校正 .... 5 分

设 $\varphi_m+\gamma'-(5°\sim12°)\geqslant\gamma^*$

$$\varphi_m\geqslant\gamma^*-\gamma'+(5°\sim12°)$$

$$\varphi_m\geqslant45°-14.5°+10.5°=41°$$

$$a=\frac{1+\sin\varphi_m}{1-\sin\varphi_m}=4.73$$

5 分

中频段

$$\frac{15}{(\omega''_c)^2}\sqrt{a}=1\qquad\omega''_c=5.71$$

2 分

验算

$$\gamma''=180°+\varphi_m+\varphi(j\omega''_c)=180°+41°-90°-\mathrm{arctg}\,\omega''_c=51°$$

2 分

$$\omega''_c=1/(T\sqrt{a})\qquad T=1/(\omega''_c\sqrt{a})=0.08$$

2 分

故选用串联超前网络为

$$G_c(s)=\frac{0.38s+1}{0.08s+1}$$

2 分

七、（25 分）（1）解：

画出负倒描述函数曲线：

$$\frac{-1}{N(A)}=\frac{-(A+2)}{A+6}$$

2 分

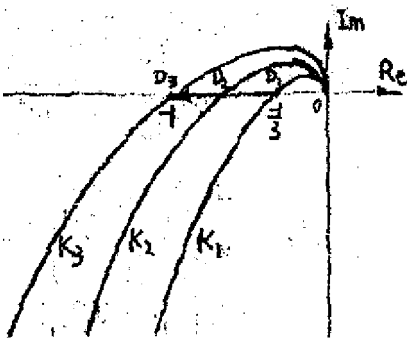
$$\frac{-1}{N(0)}=\frac{-1}{3},\ \frac{-1}{N(\infty)}=-1$$

2 分

$$\frac{dN(A)}{dA}=\frac{-4}{(A+2)^2}<0$$

N(A)单调降，$\dfrac{-1}{N(A)}$ 也为单调降函数。 2 分

画出 G($j\omega$)曲线如图所示： 2 分



可看出：当 K 从小到大变化时，系统会山稳定变为自振，最终不稳定。 2 分

求使 lm[G($j\omega$)]=0 的 ω 值：

令： $\angle G(j\omega)=-90^0-2\text{arctg}\,\omega=-180^0$

得： $\text{arctg}\,\omega=45^0$，$\omega=1$ 3 分

令：

$$|G(j\omega)|_{\omega=1}=\left.\frac{K}{\omega\sqrt{\omega^2+1}^2}\right|_{\omega=1}=\frac{K}{2}=\begin{cases}\frac{1}{3}\rightarrow K_1=\frac{2}{3}\\ 1\rightarrow K_3=2\end{cases}$$ 4 分

得出 K 值与系统特性之间的关系如下：

K: $0\rightarrow\rightarrow\frac{2}{3}\rightarrow\rightarrow 2\rightarrow\rightarrow\infty$

稳定 自振 不稳定 3 分

(2)解：

系统周期运动是稳定的。山自振条件：

$$N(A)G(j\omega)|_{\omega=1}=\frac{A+6}{A+2}\cdot\frac{-K}{2}=\frac{-(A+6)K}{2(A+2)}=-1$$ 3 分

(A+6)K =2A+4

解出：$\begin{cases}A=\dfrac{6K-4}{2-K}\\ \omega=1\end{cases}$ （$\frac{2}{3}<K<2$） 2 分

八、（20 分）

解 (1)当 K_1=8 时,对原系统进行 Z 变换

$$G(z)=Z[G(s)]=(1-z^{-1})Z\left[\frac{8}{s^2(s+2)}\right]=(1-z^{-1})Z\left(\frac{4}{s^2}-\frac{2}{s}+\frac{2}{s+2}\right)=$$

$$=(1-z^{-1})\left[\frac{4z}{(z-1)^2}-\frac{z}{z-1}+\frac{2z}{z-e^2}\right]$$

……………………………………… 3 分

系统的特征方程为 1+G(z)=0

$$z_{1,2}=-\frac{-1.135\pm j2.001}{2}$$

故系统不稳定 ……… ………… 4 分

(2)系统的传递函数

$$G(z)=\frac{\frac{K_1}{2}}{z-1}-\frac{K_1}{4}+\frac{\frac{K_1}{4}(z-1)}{z-e^{-2}}$$ ………………. 1 分

闭环特征方程为

$$1+\frac{\frac{K_1}{2}}{z-1}-\frac{K_1}{4}+\frac{\frac{K_1}{4}(z-1)}{z-e^{-2}}=0$$ ……………………… ..2 分

令 $z=\dfrac{w+1}{w-1}$，得 2 分

$$\frac{K_1}{2}(1-e^{-2})w^2+\left(\frac{3K_1}{2}e^{-2}-\frac{K_1}{2}-2e^{-2}+2\right)w+2-K_1e^{-2}+2e^{-2}=0$$

1 分

由劳斯判据，系统稳定的充要条件是

$$\begin{cases}\frac{K_1}{2}(1-e^{-2})>0\\ \frac{3K_1}{2}e^{-2}-\frac{K_1}{2}-2e^{-2}+2>0\\ 2-K_1e^{-2}+2e^{-2}>0\end{cases} \quad 即 \quad \begin{cases}K_1>0\\ K_1<5.823\\ K_1<16.778\end{cases}$$

所以使系统稳定的范围是 $0<K_1<5.823$

由 $K=\frac{1}{2}K_1$ **得** $0<K<2.9115$

………………… 7 分

九、（10 分）

解 山系统结构图直接可得，当 R(s)=0, N(s)=1/s 时

$$C(z)=\frac{Z\left[N(s)\cdot\frac{1}{s+1}\right]}{1+Z[e^{-Ts}]Z\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s}\cdot\frac{1}{s+1}\right]}=$$

3 分

$$\frac{Z\left[\frac{1}{s(s+1)}\right]}{1+z^{-1}(1-z^{-1})Z\left[\frac{1}{s(s+1)}\right]}=$$

1 分

$$\frac{(1-e^{-T})z^3}{z^4-(1+e^{-T})z^3+z^2+(e^{-T}-1)z}=$$ 2 分

$$\frac{0.181z^3}{z^4-1.819z^3+z^2-0.181z}$$ 1 分

用幂级数法将 $C(z)$ 展成下式

$$C(z)=0.181z^{-1}+0.329z^{-2}+\cdots$$

$$c^*(t)=0.181\delta(t-T)+0.329\delta(t-2T)+\cdots$$

………………………………………….. 3 分