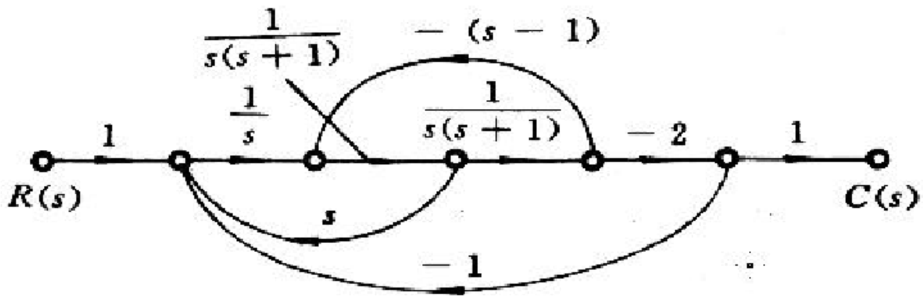
自动控制原理答案一

一、 解: (1) 画出系统信号图, 如图所示.



…………………………………………………………………………. 5 分

(2)用梅逊公式求闭环传递函数 $\Phi(s)$:

$$\Phi(s)=\frac{\dfrac{-2}{s^3(s+1)^2}}{1-\dfrac{1}{s(s+1)}+\dfrac{s-1}{s^2(s+1)^2}-\dfrac{2}{s^3(s+1)^2}}=\frac{-2}{s^5+2s^4-s-2}$$

…………………………………………………………………………. 4 分

(3)系统特征多项式为 $D(s)=s^5+2s^4-s-2$,列劳斯表:

s^5	1	0	-1
s^4	2	0	-2
s^3	(0) 8	(0) 0	
s^2	(0) δ	-2	
s^1	$\frac{16}{\delta}$	0	
s^0	-2		

$\begin{cases}\text{对辅助方程 } 2s^4-2=0 \text{ 求导得}\\ 8s^3=0\end{cases}$

(改第一列元素"0"为"δ"继续计算

…………………………………………………………………………..4 分

劳斯表第一列元素变号一次,说明系统有一个正根.解辅助方程得

$$s^4-1=(s+1)(s-1)(s+j)(s-j)$$

$$D(s)=s^5+2s^4-s-2=(s+2)(s+1)(s-1)(s+j)(s-j)$$

可见,系统在右半 s 平面有一个正根,在虚轴上有两个根左半 s 平面有两个根.

……………………………………………………………………2 分

二、 解: 系统开环传递函数为

$$G(s)=K\frac{1}{0.5s+1}\frac{1}{s(0.25s+1)+1}=\frac{8K}{(s+2)^3}$$ ……………….. 2 分

渐近线

$$\begin{cases}\sigma_a=\dfrac{3\times(-2)}{3}=-2\\ \varphi_a=\dfrac{(2k+1)\pi}{3}=\pm 60^0,180^0\end{cases}$$

起始角θ_p:山相角条件 $-3\theta_p=(2k+1)\pi$

故 $\theta_p=\pm 60^0,180^0$

与虚轴交点

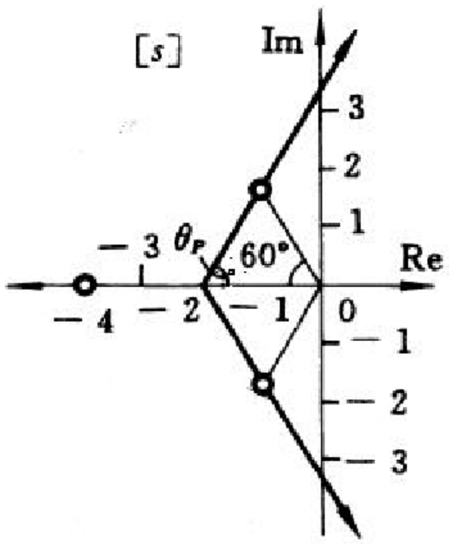
$$D(s)=(s+2)^3+8K=s^3+6s^2+12s+8(1+K)$$

令

$$\begin{cases}\mathrm{Im}[D(j\omega)]=-\omega^3+12\omega=0\\ \mathrm{Re}[D(j\omega)]=-6\omega^2+8(1+K)=0\end{cases}$$ 解出 $$\begin{cases}\omega=\pm\sqrt{12}\\ K=8\end{cases}$$

………………………………………………………………… 4 分

画根轨迹如图所示



…………………………………………………………………………… 5 分

(2) 在根轨迹图上画出 $\xi = 0.5(\beta = 60°)$ 的直线,定出对应的闭环极点 $\lambda_{1,2} = -1 \pm \sqrt{3}$,由根之和法则定出相应的另一极点 $\lambda_3 = 3\times(-2) - (-1-1) = -4$,则对应闭环多项式

$$D(s) = (s+1-\mathrm{j}\sqrt{3})(s+1+\mathrm{j}\sqrt{3})(s+4) = s^3 + 6s^2 + 12s + 16$$

令 $$D(s) = (s+2)^3 + 8K = s^3 + 6s^2 + 12s + 8(1+K)$$

得 $$K = 1$$

…………………………………………………… 2 分

(3)依题意 $$e_{ss} = \frac{1}{k_v} = \frac{1}{k}$$

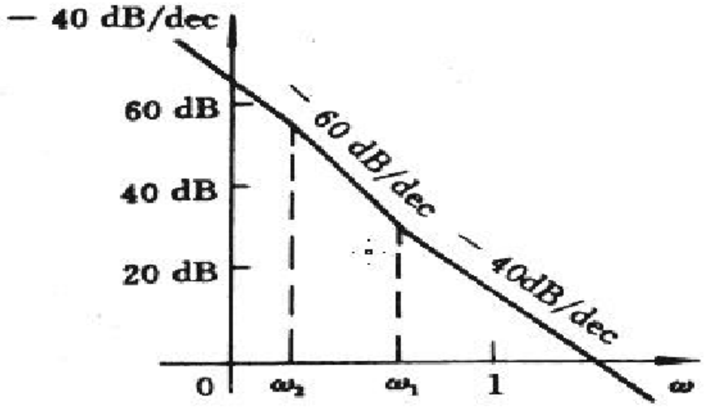
K 值的增加对减小稳态误差有利,但必须在系统稳定的条件下才有意义.根据(1)的计算结果.使系统稳定的 K 值范围是 0<K<8,故

$$e_{ss} > 1/8$$ …………………………………………………… 2 分

三、 解 (1) $$G(s) = \frac{10(s+0.2)}{s^2(s+0.1)} = \frac{20(5s+1)}{s^2(10s+1)}$$

交接频率 $\omega_1 = 0.2$ $\omega_2 = 0.1$ …………………………….. 1 分

系统对数幅频特性曲线如图所示

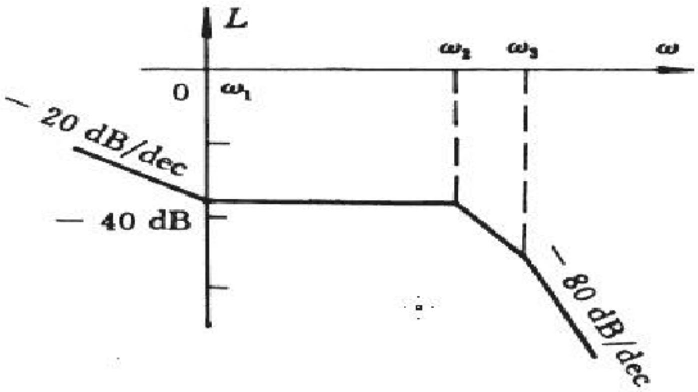


………………………………………………………………… 4 分

(2) $$G(s) = \frac{8(s+0.1)}{s(s^2+s+1)(s^2+4s+25)} = \frac{0.032(10s+1)}{s(s^2+s+1)(\frac{s^2}{25}+\frac{4s}{25}+1)}$$

交接频率 $\omega_1 = 0.1$ $\omega_2 = 1$ $\omega_3 = 5$ …………………… 1 分

系统对数幅频特性曲线如图所示



……………………………………………….. 4 分

四、 解 (1) $K_r = \frac{R}{e_{ss}} = \frac{2\times 360^0/60}{2} = 6$ 故:

$$G(s) = \frac{6}{s(0.2s+1)(0.5s+1)}$$

………………………………………………… 2 分

$$L(\omega) = \begin{cases} 20\lg \frac{6}{\omega} & \omega < 2 \\ 20\lg \frac{6}{\omega \times 0.5\omega} & 2 < \omega < 5 \\ 20\lg \frac{6}{\omega \times 0.5\omega \times 0.2\omega} & \omega > 5 \end{cases}$$

令 $L(\omega) = 0$

可得 $\omega_c = 3.5$

……………………………………………… 4 分

$$\gamma = 180° - 90° - \mathrm{arctg}(0.2\omega_c) - \mathrm{arctg}(0.5\omega_c) = -4.9° < 0°$$

……………………………………………… 1 分

$$G(j\omega) = \frac{6}{j\omega(0.2j\omega+1)(0.5j\omega+1)}$$

当 Im = 0 时, $\omega_g = \sqrt{10}$

$$h = \frac{1}{|G(j\omega_g)|} = 0.86 < 1$$

所以系统不稳定。

…………………………………………… 3 分

(2)串联超前校正网络 G(s)=(1+0.4s) / (1+0.08s)

$$G(s)=\frac{6}{s(0.2s+1)(0.5s+1)}\cdot\frac{1+0.4s}{1+0.08s}$$

…………………………………………………… 2 分

$$L(\omega)=\begin{cases}20\lg\frac{6}{\omega} & \omega<2\\ 20\lg\frac{6}{\omega\times0.5\omega} & 2<\omega<2.5\\ 20\lg\frac{6\times0.4\omega}{\omega\times0.5\omega} & 2.5<\omega<5\\ 20\lg\frac{6\times0.4\omega}{\omega\times0.2\omega\times0.5\omega} & 5<\omega<12.5\\ 20\lg\frac{6\times0.4\omega}{\omega\times0.2\omega\times0.5\omega\times0.08\omega} & \omega>12.5\end{cases}$$

令 $$L(\omega)=0$$

得 $$\omega_c=4.8$$

…………………………………………………… 5 分

$$\gamma=180^\circ-90^\circ+\mathrm{arctg}(0.4\omega_c)-\mathrm{arctg}(0.2\omega_c)-\mathrm{arctg}(0.5\omega_c)-\mathrm{arctg}(0.08\omega_c)=20.2^\circ>0$$

……………………………………………………. 2 分

可见串联超前校正网络后,γ 增大,系统变为稳定. …………………………………… 1 分

五　解 (1)当 K_1=8 时,对原系统进行 Z 变换

$$G(z)=Z[G(s)]=(1-z^{-1})Z\left[\frac{8}{s^2(s+2)}\right]=(1-z^{-1})Z\left(\frac{4}{s^2}-\frac{2}{s}+\frac{2}{s+2}\right)=$$

$$=(1-z^{-1})\left[\frac{4z}{(z-1)^2}-\frac{z}{z-1}+\frac{2z}{z-e^2}\right]$$

…………………………………………… 3 分

系统的特征方程为　　1+G(z)=0

$$z_{1,2}=-\frac{-1.135\pm j2.001}{2}$$

故系统不稳定　　…………………………………………………　3 分

(2)系统的传递函数

$$G(z)=\frac{\frac{K_1}{2}}{z-1}-\frac{K_1}{4}+\frac{\frac{K_1}{4}(z-1)}{z-e^{-2}}$$　………………………　2 分

闭环特征方程为

$$1+\frac{\frac{K_1}{2}}{z-1}-\frac{K_1}{4}+\frac{\frac{K_1}{4}(z-1)}{z-e^{-2}}=0$$　……………………….. 1 分

令 $z=\dfrac{w+1}{w-1}$，得

$$\frac{K_1}{2}(1-e^{-2})w^2+\left(\frac{3K_1}{2}e^{-2}-\frac{K_1}{2}-2e^{-2}+2\right)w+2-K_1e^{-2}+2e^{-2}=0$$

由劳斯判据，系统稳定的充要条件是

$$\begin{cases}\dfrac{K_1}{2}(1-e^{-2})>0\\ \dfrac{3K_1}{2}e^{-2}-\dfrac{K_1}{2}-2e^{-2}+2>0\\ 2-K_1e^{-2}+2e^{-2}>0\end{cases}\quad 即\quad \begin{cases}K_1>0\\ K_1<5.823\\ K_1<16.778\end{cases}$$

所以使系统稳定的范围是 $\quad 0<K_1<5.823$

由 $K=\dfrac{1}{2}K_1$ 得 $\quad 0<K<2.9115$

…………………………………………6 分

六

$$解\quad (1)\ G(s)=\frac{K\cdot\dfrac{10}{s(s+1)}}{1+\dfrac{10\tau s}{s(s+1)}}=\frac{10K}{s(s+1+10\tau)}$$

…………………………………………2 分

$$(2)\ \Phi(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)}=\frac{10K}{s^2+(1+10\tau)s+10K}$$

…………………………………………2 分

(3) 令

$$\begin{cases}\sigma\%=e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}=16.3\%\\ t_p=\dfrac{\pi}{\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_n}=1\end{cases}\quad 解出\quad \begin{cases}\xi=0.5\\ \omega_n=3.628\end{cases}$$

…………………………………………3 分

又因

$$\begin{cases}10K=\omega_n^2=13.16\\ 1+10\tau=2\xi\omega_n=2\times0.5\times3.628=3.628\end{cases}$$

故

$$\begin{cases}K=1.316\\ \tau=0.2627\end{cases}$$

…………………………………………3 分

(4) 山(1)得

开环增益 $K_0 = \frac{10K}{1+10\tau} = 3.628$

系统型别 $v = \mathrm{I}$

……………………………………….. 3 分

故当 $r(t) = Rt = 1.5t$ 时，利用静态误差系数法得

$$e_{ss} = \frac{R}{K_0} = \frac{1.5}{3.628} = 0.4135$$

……………………………………………. 2 分

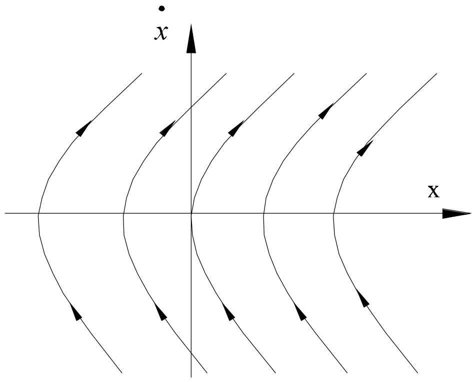
七、 解 原微分方程可改写成

$$\dot{x}\frac{d\dot{x}}{dx} = -M,$$ ……………………………………….. 2 分

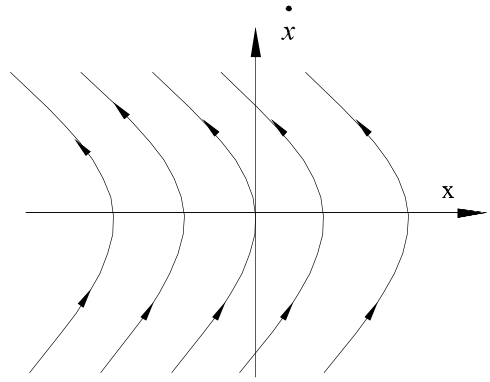
对 x 和 $\dot{x}$ 分别积分可得相轨迹方程如下:

$$(\dot{x})^2 = -2M(x - x_0)$$ ……………………………………….. 2 分

其中 x_0 是对应于 $\dot{x} = 0$ 时刻的 x 的值,由方程可知,相轨迹是以$(x_0,0)$为顶点的抛物线.x_0 取不同值,相轨迹沿 x 轴方向平移而形成抛物线族.



$M = 1$



$M = -1$

……………………………………….. 6 分