习题测试（一）

一、选择题

1．设 $X=\{a,b,c\}$，下列集族中，（　　）是 X 上的拓扑．

A　$T=\{X,\varnothing,\{a\},\{a,b\},\{c\}\}$；　　B　$T=\{X,\varnothing,\{a\},\{a,b\},\{a,c\}\}$；

C　$T=\{X,\varnothing,\{a\},\{b\},\{a,c\}\}$；　　D　$T=\{X,\varnothing,\{a\},\{b\},\{c\}\}$．

2．已知 $X=\{a,b,c,d\}$，拓扑 $\mathcal{T}=\{X,\varnothing,\{a\}\}$，则 $\overline{\{b\}}=$（　　）

A　$\varnothing$；　　B　X；　　C　$\{b\}$；　　D　$\{b,c,d\}$．

3．设 X 是一个拓扑空间，A，B 是 X 的子集，则下列关系中错误的是（　　）

A　$d(A\cup B)=d(A)\cup d(B)$；　　B　$\overline{A\bigcup B}=\overline{A}\cup\overline{B}$；

C　$d(A\cap B)=d(A)\cap d(B)$；　　D　$\overline{\overline{A}}=\overline{A}$．

4．离散空间的任一子集为(　　)

A 开集；　　B 闭集；

C 既开又闭；　　D 非开非闭．

5．设 X 是拓扑空间，$\{x_k\}$ 是 X 中的收敛序列，则下面正确的命题是（　　）

A　对于任何拓扑空间 X，$\{x_k\}$ 的极限唯一；

B　若 X 是 Hansodorff 空间，则 $\{x_k\}$ 的极限唯一；

C　若 X 是第一可数的，则 $\{x_k\}$ 的极限唯一；

D　若 X 是正则的，则 $\{x_k\}$ 的极限唯一．

二、填空题

1．设 $X=\{a,b,c\}$，则 X 的平庸拓扑为____________。

2．设 X，Y 是两个拓扑空间，$f:X\to Y$ 是一个映射，若 X 中任何一个闭集 U 的象集 $f(U)$ 是 Y 中的一个闭集，则称映射 f 是一个________________。

3．设 $X=\{1,2,3\}$，$\mathcal{T}=\{\varnothing,X,\{1,2\},\{1,3\},\{1\},\{2\}\}$ 是 X 的拓扑，$A=\{1,2\}$，则 X 的子空

间A的拓扑为________________；

4．若拓扑空间X中有一个可数子集D满足$\overline{D}=X$，则X称为的______________空间。

5．正规空间对于________________（开或闭）子空间遗传。

6．拓扑空间(X,T)的子集U称为点x的邻域，如果______________________。

7．点x是拓扑空间(X,T)的子集A的聚点是指______________________。

8．正规的_________空间称为T_4空间。

9．拓扑学的中心任务是研究____________________。

10．称X是紧致空间，若______________________。

三、证明题

1．设X是一个集合，$\mathcal{T}=\{U \mid X-U是X的一个可数子集\}\cup\{\varnothing\}$，证明：$\mathcal{T}$是$X$的一个拓扑。

2．设$\mathcal{T}_1$与$\mathcal{T}_2$是X上的两个拓扑，$\mathcal{T}_1\cap\mathcal{T}_2$，$\mathcal{T}_1\cup\mathcal{T}_2$是否为$X$上的拓扑？若是请给出证明，若不是举出反例。

3．证明：拓扑空间X是T_1的当且仅当X的每个单点集都是闭集的。

4．证明：每个正则的T_0空间都是T_3空间。

5．证明：设$\mathcal{B}$是拓扑空间（X，$\mathcal{T}$）的一个开集族,证明：$\mathcal{B}$是拓扑空间（X，$\mathcal{T}$）的一个基当且仅当对于任意的$x\in X$及X的任一邻域U_x,都存在$V_x\in\mathcal{B}$，使得$x\in V_x\subset U_x$。