《大学物理》

第三章　动量守恒

动量定理

一、冲 量

定义：力 $\vec{F}(t)$ 在 t 到 $t+dt$ 时间内的元冲量为:

$$d\vec{I} = \vec{F}dt$$

在 $t_1 \rightarrow t_2$ 有限长时间内，力 $\vec{F}(t)$ 的冲量定义为各无穷小时间间隔内的元冲量的矢量和（积分）：

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)dt$$

注意： 1.冲量是矢量，冲量表示力的时间累积效应。

2. 冲量的单位:

N·m （与动量的单位相同）

二、质点的动量定理

$$\vec{I}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}\mathrm{d}t=\vec{p}_2-\vec{p}_1$$

给定时间间隔内，合外力作用在质点上的冲量，等于该质点在此时间内动量的增量。

意义：力对时间的累积效果就是动量的变化，

揭示出冲量是动量变化的原因。

二、质点的动量定理

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\mathrm{d}t = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

说 明

（1）冲量与动量的增量相联系，而不是动量本身。

冲量的方向与动量增量的方向相同。

(2) 适用范围：

只在惯性系中成立；

在非惯性系中需引入惯性力冲量。

二、质点的动量定理

（3）质点动量定理在直角坐标系中的分量形式

$$I_x = \int_{t_1}^{t_2} F_x \mathrm{d}t = p_{2x} - p_{1x}$$

$$I_y = \int_{t_1}^{t_2} F_y \mathrm{d}t = p_{2y} - p_{1y}$$

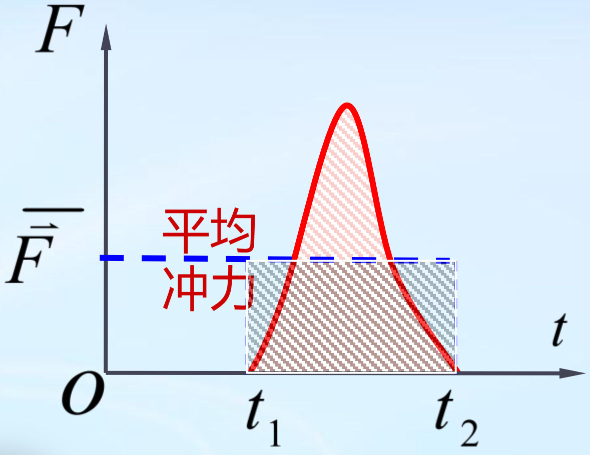
$$I_y = \int_{t_1}^{t_2} F_z \mathrm{d}t = p_{2z} - p_{1z}$$

二、质点的动量定理

(4) 平均冲力 $\overline{\vec{F}}$

在给定时间间隔 $\Delta t = t_2 - t_1$ 内：

$$\begin{cases} \overline{\vec{F}} \cdot (t_2 - t_1) = \vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,\mathrm{d}t \\ \text{由动量定理：} \vec{I} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \end{cases}$$



$$\Rightarrow \boxed{\overline{\vec{F}} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{t_2 - t_1}}$$

二、质点的动量定理

- **平均冲力在直角坐标系中的计算式：**

$$
\begin{cases}
\overline{F_x} = \dfrac{p_{2x} - p_{1x}}{t_2 - t_1} \\[2ex]
\overline{F_y} = \dfrac{p_{2y} - p_{1y}}{t_2 - t_1} \\[2ex]
\overline{F_x} = \dfrac{p_{2z} - p_{1z}}{t_2 - t_1}
\end{cases}
$$

二、质点的动量定理

$$\bar{\vec{F}}\Delta t = \Delta\vec{p}$$

$\Delta\vec{p}$ 一定时
延长作用时间
减小平均冲力

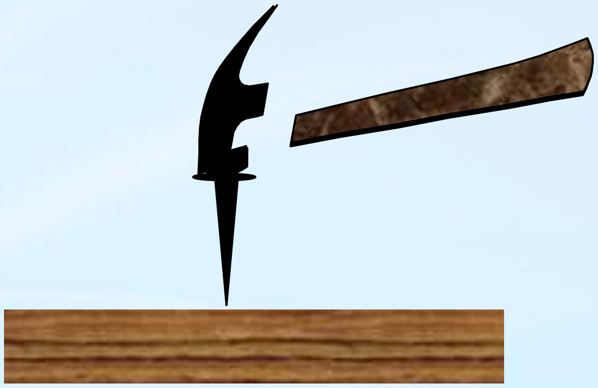
二、质点的动量定理

$$\bar{\vec{F}}\Delta t = \Delta \vec{p}$$

$\Delta \vec{p}$一定时

缩短作用时间

增大平均冲力



二、质点的动量定理

例1：一架飞机在空中以300 *m/s* 的速度水平匀速飞行，而一只质量为0.3 *kg* 的小鸟以4 *m/s* 的速度相向飞来，不幸相撞，相撞时间约为 3 *ms*，求鸟与飞机间的平均作用力有多大?

结论：小鸟所受的平均作用力大小

二、质点的动量定理

1980年，一架英国“鹞式”战斗机在威尔士上空与一只秃鹰相撞，飞机坠毁，飞行员弹射逃生。

二、质点的动量定理

1987年，美国空军

的一架B－1轰炸机被鸟

撞毁，损失2.15亿美元。

……

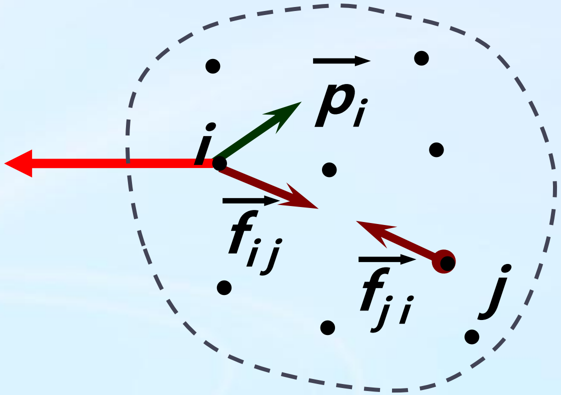
三、质点系的动量定理

设有N个质点构成质点系，质点系的总动量：

$$\vec{p}=\sum_{i=1}^{N}\vec{p}_i$$

作用到第 i个质点上的外力： $\vec{F}_i$

第 j个质点作用到第 i 个质点上的内力： $\vec{f}_{ij}$



则第 i个质点的动力学方程

$$\vec{F}_i+\sum_{j\neq i}\vec{f}_{ij}=\frac{d\vec{p}_i}{dt}$$

三、质点系的动量定理

$$\vec{F}_{外} dt = d\vec{p}$$

(微分式)

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{外} \cdot dt = \sum \vec{p}_{i2} - \sum \vec{p}_{i1}$$

(积分式)

作用在系统的合外力的冲量等于系统总动量的增量。

三、质点系的动量定理

说 明

（1）内力不改变系统的总动量，但可改变系统内单个质点的动量；

（2）系统总动量的变化仅取决于其外力的合冲量，与外力作用的细节无关。

选择适当系统可简化问题！

（3）合外力的冲量等于各外力的冲量的矢量和。

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{外} \cdot dt = \sum_i \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_i \cdot dt$$

三、质点系的动量定理

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{外} \cdot dt = \sum \vec{p}_{i2} - \sum \vec{p}_{i1}$$

（积分式）

（4） 直角坐标系中的分量形式

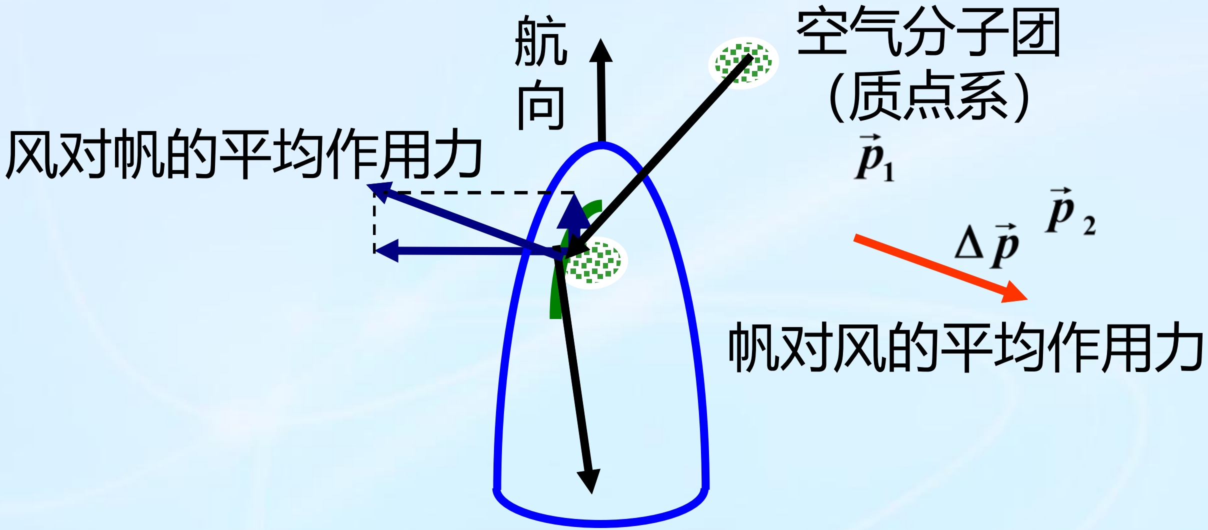
$$\sum_i \int_{t_1}^{t_2} F_{ix} \cdot dt = \sum_i p_{i2x} - \sum_i p_{i1x}$$

$$\sum_i \int_{t_1}^{t_2} F_{iy} \cdot dt = \sum_i p_{i2y} - \sum_i p_{i1y}$$

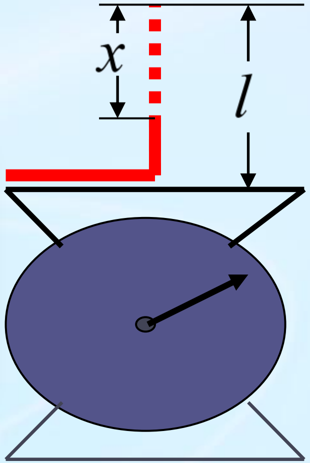
$$\sum_i \int_{t_1}^{t_2} F_{iz} \cdot dt = \sum_i p_{i2z} - \sum_i p_{i1z}$$

三、质点系的动量定理

逆风行舟的动量分析



例2 总长为 l、总质量为 m 的软绳竖直提起上端，其下端刚好触及一台秤平台表面，求放手后上端落下 x 距离时秤的读数。



方 法 ： 整 体 法

$$F=\frac{d(m\upsilon_x)}{dt}=\upsilon_x\frac{dm}{dt}+m\frac{d\upsilon_x}{dt}$$

并 结 合 分 离 变 量 法 求 解