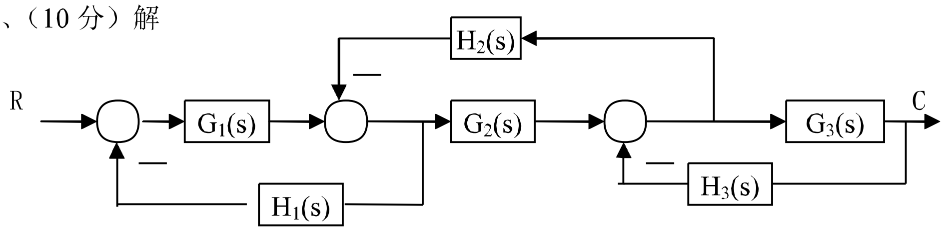
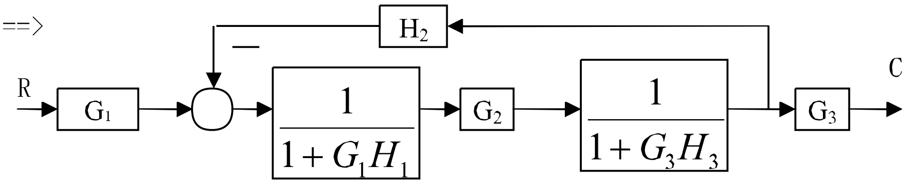
自动控制原理答案二十七

一、（10 分）解

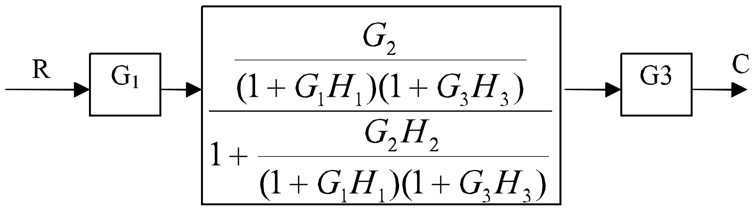


解：==>



4 分

==>



2 分

$$\therefore \Phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G_1G_2G_3}{(1+G_1H_1)(1+G_3H_3)+G_2H_2}=\frac{G_1G_2G_3}{1+G_1G_3H_1H_3+G_1H_1+G_2H_2+G_3H_3}$$

4 分

二、（15 分）解 (1) 当 b=0 时,开环传递函数

$$G_0(s)=\frac{16}{s(s+4)} \qquad \begin{cases}\text{开环增益 } K_0=4\\ \text{系统类型 } v=\mathrm{I}\end{cases}$$

闭环传递函数

$$\Phi_0(s)=\frac{16}{s^2+4s+16}$$ ………………………2 分

$$\begin{cases}\omega_{n0}=\sqrt{16}=4\\ \xi_0=\dfrac{4}{2\omega_{n0}}=\dfrac{1}{2}\end{cases} \qquad \begin{cases}\sigma\%=e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}=16.3\%\\ t_s=\dfrac{3.5}{\xi_0\omega_{n0}}=1.75\end{cases}$$

当 $r(t)=t$ 时， $e_{ss0}=1/K_0=0.25$

……………………………………… 5 分

(2) 当 b≠0 时,

$$G(s)=\frac{16}{s(s+4+16b)} \qquad \begin{cases}K=\dfrac{16}{4+16b}\\ v=\mathrm{I}\end{cases}$$

$$\Phi(s)=\frac{16}{s^2+(4+16b)s+16} \qquad \omega_n=\sqrt{16}=4$$

……………………………………… 3 分

令 $$\xi = 0.8 = \frac{4+16b}{2\omega_n} = \frac{1}{2} + 2b$$
故 $$b = 0.15$$

2 分

$$\sigma\% = e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} = 1.52\%$$

$$t_s = \frac{3.5}{\xi\omega_n} = \frac{3.5}{0.8\times 4} = 1.094$$ …………………………..2 分

当 $r(t) = t$ 时， $$e_{ss} = \frac{1}{K} = \frac{4+16\times 0.15}{16} = 0.4$$

…………………………………………………………………….. 1 分

三、（10 分）1）证明：开环传递函数

$$G(s)= \frac{\Phi(s)}{1-\Phi(s)} = \frac{a_2 s + a_1}{s^2(s+a_3)}$$ 3 分

系统是 2 型系统，对阶跃输入和斜坡输入时系统的稳态误差均为零。 3 分

2) $K_a=a_1/a_3$ $$e_{ss}(\infty) = \frac{1}{k_a} = \frac{a_3}{a_1}$$ 4 分

四、（25 分）解 开环传递函数

$$G(s) = \frac{K(Ts+1)}{s(s+3)}$$

$$D(s) = s^2 + (3+KT)s + K$$

令 $$D(s) = (s-2-\sqrt{10}j)(s-2+\sqrt{10}j) = s^2 - 4s + 14$$

比较系数：解出 K,T 得 $K = 14$ $T = -1/2$

此时有

$$G(s) = \frac{K(-\frac{1}{2}s+1)}{s(s+3)} = \frac{\frac{-K}{2}(s-2)}{s(s+3)}$$

………………………………………………… 5 分

此时有

$$G(s) = \frac{K(-\frac{1}{2}s+1)}{s(s+3)} = \frac{\frac{-K}{2}(s-2)}{s(s+3)}$$

当 K 从 $0 \to \infty$ 变化时，应画 0° 根轨迹。

分离点

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d+3} = \frac{1}{d-2}$$

3 分

整理得 $$d^2 - 4d - 6 = 0$$

解出 $$d_1 = -1.16 \qquad d_2 = 5.16$$ 2 分

与虚轴交点

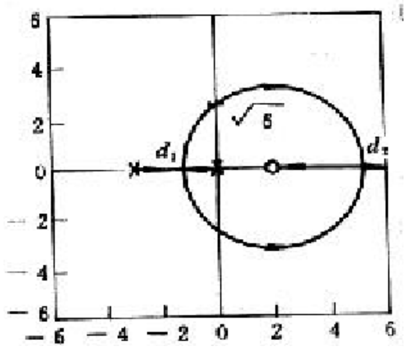
$$D(s)=s(s+3)-\frac{K}{2}(s-2)=s^2+(3-\frac{K}{2})s+K$$ 2 分

令

$$\begin{cases}\mathrm{Re}[D(j\omega)]=-\omega^2+K=0\\ \mathrm{Im}[D(j\omega)]=(3-\frac{K}{2})\omega=0\end{cases}$$

联立解得 $K=6\quad \omega=\sqrt{6}$ ………………………… 6 分

画出根轨迹如图所示



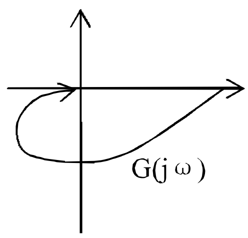
…………………………………… 5 分

可以确定使系统稳定的 K 值范围为

$$0<K<6$$ ……………………………………2 分

五、 （15 分）解：依图可写出：

$$G(s)=\frac{K}{(\frac{s}{\omega_1}+1)(\frac{s}{\omega_2}+1)}$$ 5 分



其中参数：

∵ 20lgK=L(ω)=40db ∴ K=100 5 分

则：$$G(s)=\frac{100}{(\frac{1}{\omega_1}s+1)(\frac{1}{\omega_2}s+1)}=\frac{100}{(s+1)(0.1s+1)}$$

作出幅相曲线如图，山图可知，P=0， N=0, Z=P－2N=0, 系统闭环稳定 5 分

六、(20 分）

$$L(\omega)=\begin{cases}20\lg\frac{200}{\omega} & \omega<10\\ 20\lg\frac{200}{\omega\times0.1\omega} & \omega>10\end{cases}\qquad \omega_c=44.7$$

$$\gamma=180^\circ-90^\circ-\mathrm{arctg}(0.1\omega_c)=12.6^\circ<\gamma^*$$ 5 分

不满足性能要求,需串联一超前校正装置 2 分

(1) 求 φ_m: $\varphi_m \geq \gamma^* - \gamma' + 10^\circ = 42.4^\circ$

(2) 求 a: $a = \dfrac{1+\sin\varphi_m}{1-\sin\varphi_m} = 5$

(3) 解 ω''_c: $\dfrac{200}{0.1(\omega''_c)^2}\sqrt{a} = 1$

$$\omega''_c = 67$$

$$\gamma'' = 180^\circ + 42.4^\circ - 90^\circ - \mathrm{arctg}(0.1\omega''_c) = 50.8^\circ > \gamma^*$$

$$\gamma'' > \gamma^* \qquad \omega''_c > \omega^*_c$$

$$T = 1/(\omega''_c\sqrt{a}) = 0.067$$

………………………… 10 分

故校正网络

$G_c(s) = \dfrac{0.03s+1}{s(0.067s+1)}$ ……………………………… 2 分

$G'(s) = \dfrac{40(0.03s+1)}{s(0.1s+1)(0.067s+1)}$ ……………………………. 1 分

七、(25 分)(1)解:

画出负倒描述函数曲线:

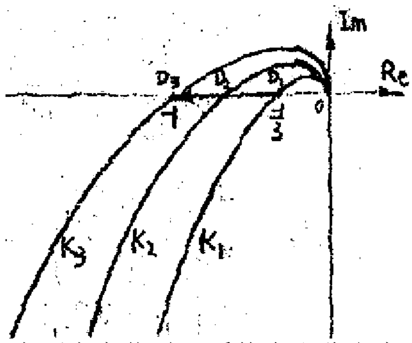
$\dfrac{-1}{N(A)} = \dfrac{-(A+2)}{A+6}$ 2 分

$\dfrac{-1}{N(0)} = \dfrac{-1}{3}$, $\dfrac{-1}{N(\infty)} = -1$ 2 分

$\dfrac{dN(A)}{dA} = \dfrac{-4}{(A+2)^2} < 0$

N(A)单调降, $\dfrac{-1}{N(A)}$ 也为单调降函数。 2 分

画出 G(jω)曲线如图所示: 2 分



可看出:当 K 从小到大变化时,系统会山稳定变为自振,最终不稳定。 2 分

求使 lm[G(jω)]=0 的ω 值:

令: $\angle G(j\omega) = -90^0 - 2\mathrm{arctg}\,\omega = -180^0$

得: $\mathrm{arctg}\,\omega = 45^0$, $\omega = 1$ 3 分

令:

$|G(j\omega)|_{\omega=1} = \left.\dfrac{K}{\omega\sqrt{\omega^2+1}^2}\right|_{\omega=1} = \dfrac{K}{2} = \begin{cases} \frac{1}{3} \to K_1 = \frac{2}{3} \\ 1 \to K_3 = 2 \end{cases}$ 4 分

得出 K 值与系统特性之间的关系如下：

K: $0 \to \to \frac{2}{3} \to \to 2 \to \to \infty$

稳定 自振 不稳定 3 分

(2) 解：

系统周期运动是稳定的。山自振条件：

$$N(A)G(j\omega)|_{\omega=1} = \frac{A+6}{A+2}\cdot\frac{-K}{2} = \frac{-(A+6)K}{2(A+2)} = -1$$ 3 分

$(A+6)K = 2A+4$

解出：$\begin{cases} A = \dfrac{6K-4}{2-K} \\ \omega = 1 \end{cases}$ （$\frac{2}{3}$ <K<2 ） 2 分

八、（20 分）解 (1)当 K_1=8 时,对原系统进行 Z 变换

$$G(z) = Z[G(s)] = (1-z^{-1})Z\left[\frac{8}{s^2(s+2)}\right] = (1-z^{-1})Z\left(\frac{4}{s^2} - \frac{2}{s} + \frac{2}{s+2}\right) =$$

$$= (1-z^{-1})\left[\frac{4z}{(z-1)^2} - \frac{z}{z-1} + \frac{2z}{z-e^2}\right]$$

………………………… 3 分

系统的特征方程为 1+G(z)=0

$$z_{1,2} = -\frac{-1.135 \pm j2.001}{2}$$

故系统不稳定 ………………………… 4 分

(2)系统的传递函数

$$G(z) = \frac{\frac{K_1}{2}}{z-1} - \frac{K_1}{4} + \frac{\frac{K_1}{4}(z-1)}{z-e^{-2}}$$ ………………. 1 分

闭环特征方程为

$$1 + \frac{\frac{K_1}{2}}{z-1} - \frac{K_1}{4} + \frac{\frac{K_1}{4}(z-1)}{z-e^{-2}} = 0$$ ………………………..

2 分

令 $z = \dfrac{w+1}{w-1}$，得 2 分

$$\frac{K_1}{2}(1-e^{-2})w^2 + \left(\frac{3K_1}{2}e^{-2} - \frac{K_1}{2} - 2e^{-2} + 2\right)w + 2 - K_1e^{-2} + 2e^{-2} = 0$$

1 分

由劳斯判据，系统稳定的充要条件是

$$\begin{cases} \frac{K_1}{2}(1-e^{-2})>0 \\ \frac{3K_1}{2}e^{-2}-\frac{K_1}{2}-2e^{-2}+2>0 \\ 2-K_1e^{-2}+2e^{-2}>0 \end{cases} \quad 即 \quad \begin{cases} K_1>0 \\ K_1<5.823 \\ K_1<16.778 \end{cases}$$

所以使系统稳定的范围是 $0<K_1<5.823$

由 $K=\frac{1}{2}K_1$ 得 $0<K<2.9115$

…………………………………… 7 分

九、（10 分）解： 用一般 Z 变换法：

$$C(z)=Z\left[\frac{1}{s+1}\right]R(z)=\frac{z}{z-e^{-T}}\cdot\frac{z}{z-1}=\frac{z^2}{(z-1)(z-e^{-2})}$$ 3 分

$$\mathrm{Res}\left[C(z)\cdot z^{n-1}\right]_{z\to 1}=\lim_{z\to 1}\frac{z^{n+1}}{z-e^{-2}}=1.1565$$ 2 分

$$\mathrm{Res}\left[C(z)\cdot z^{n-1}\right]_{z\to e^{-2}}=\lim_{z\to e^{-2}}\frac{z^{n+1}}{z-1}=-1.1565e^{-2n-2}$$ 2 分

$$c(nT)=1.1565\left(1-e^{-2(n+1)}\right),\quad c^*(t)=\delta(T)+1.1353\delta(t-T)+1.1536\delta(t-2T)+\cdots$$

3 分