江 西 理 工 大 学 期 终 考 试 卷 B

试卷编号:

20　　- 20　　学年第 二 学期	考试性质(正考、补考或其它): [正考]
课程名称: 高等数学(二)	考试方式(开卷、闭卷): [闭卷]
考试时间: 2018 年 6 月 27 日 9:00－10:40	试卷类别(A、B): [　B　]共 三 大面

温 馨 提 示

请考生自觉遵守考试纪律, 争做文明诚信的大学生。如有违犯考试纪律，将严格按照《江西理工大学学生违纪处分规定》处理。

班级____________ 一卡通号____________ 姓名____________

题号	一	二	三	总　分
得分				

一、选择题(请将正确答案编码填入下表中, 每小题3分, 共24分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

1. 设L为直线$y=y_0$上从点$A(0,y_0)$到点$B(2,y_0)$的有向直线段, 则$\int_L 3\,\mathrm{d}y=$(A)

(A) 0　(B) $3y_0$　(C) $6y_0$　(D) 6

2. 设$z=\arctan e^{xy}$, 则$\dfrac{\partial z}{\partial x}=$(C)

(A) $\dfrac{y\mathrm{e}^{xy}}{\sqrt{1-\mathrm{e}^{2xy}}}$　(B) $-\dfrac{y\mathrm{e}^{xy}}{\sqrt{1-\mathrm{e}^{2xy}}}$　(C) $\dfrac{y\mathrm{e}^{xy}}{1+\mathrm{e}^{2xy}}$　(D) $-\dfrac{y\mathrm{e}^{xy}}{1+\mathrm{e}^{2xy}}$

3. Σ为平面$x+y+z=1$与三坐标面所围区域表面的外侧, 则

$$\iint_\Sigma (2y+3z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(x+2z)\mathrm{d}z\mathrm{d}x+(y+1)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\text{(D)}$$

(A) $\frac{1}{6}$　(B) $\frac{2}{3}$　(C) $\frac{5}{3}$　(D) 0

4. 设$\Omega=\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\leqslant 2,\ x\leqslant 0\}$, 则以下等式错误的是(A)

(A) $\iiint_\Omega (x-2xy)\mathrm{d}v=0$　(B) $\iiint_\Omega x^2y\,\mathrm{d}v=0$　(C) $\iiint_\Omega z\,\mathrm{d}v=0$　(D) $\iiint_\Omega xy\,\mathrm{d}v=0$

5. 设向量$\vec{a}$的三个方向角为α、β、γ, 且已知$\alpha=60°$、$\beta=120°$, 则$\gamma=$(B)

(A) 30°　(B) 45°　(C) 60°　(D) 120°

6. 交错级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{3^{n-1}}$(B)

(A) 发散　(B) 绝对收敛　(C) 条件收敛　(D) 无法确定

7. D为平面区域$x^2+y^2\leqslant 4$, 利用二重积分的性质, $\iint_D (x^2+4y^2+9)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$的最佳估值区间为(C)

(A) $[9\pi,25\pi]$　(B) $[36\pi,52\pi]$　(C) $[36\pi,100\pi]$　(D) $[52\pi,100\pi]$

8. 微分方程$y''-6y'+9y=(6x^2+2)\mathrm{e}^x$的待定特解得一个形式可为(D)

(A) $y^*=x^2(x^2+1)\mathrm{e}^x$　(B) $y^*=x(ax^2+bx+c)\mathrm{e}^x$

(C) $y^*=x^2(ax^2+bx+c)\mathrm{e}^x$　(D) $y^*=(ax^2+bx+c)\mathrm{e}^x$

二、填空题(请将正确答案填写在以下相应的横线上, 每空3分, 共24分)

1. __________ 2. __________ 3. __________

4. __________ 5. __________ 6. __________

7. __________ 8. __________

1. 设$z=x^3y$, 则$\mathrm{d}z=$ $\underline{3x^2y\,\mathrm{d}x+x^3\mathrm{d}y}$.

2. 设L为由三点$(0,0)$, $(3,0)$, $(3,2)$围成的平面区域D的正向边界曲线, 由格林公式知

$\int_L (3x-2y+4)\mathrm{d}x+(5y+3x-6)\mathrm{d}y=$ $\underline{15}$.

3. 交换二次积分的积分次序后, $\int_0^4\mathrm{d}x\int_{\frac{x}{2}}^{\sqrt{x}}f(x,y)\mathrm{d}y=$ $\underline{\int_0^2\mathrm{d}y\int_{y^2}^{2y}f(x,y)\mathrm{d}x}$.

4. 设Σ是上半圆锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}\,(0\leqslant z\leqslant 1)$, 则曲面积分$\iint_\Sigma (x^2+y^2)\mathrm{d}S=$ $\underline{\frac{\sqrt{2}}{2}\pi}$.

5. 以$y_1=\mathrm{e}^{2x}$，$y_2=x\mathrm{e}^{2x}$为特解的阶数最低的常系数齐次线性微分方程是 $\underline{y''-4y'+4y=0}$.

6. 级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{1}{n(n+1)}-\dfrac{1}{2^n}\right)$的和为 $\underline{0}$.

7. 直线L：$\begin{cases}x=3t-2\\y=t+2\\z=2t-1\end{cases}$ 和平面π：$2x+3y+3z-5=0$的交点是 $\underline{\left(-\dfrac{4}{5},\dfrac{12}{5},-\dfrac{1}{5}\right)}$.

8. 设$\Omega=\{-1\leqslant x\leqslant 1,\ -1\leqslant y\leqslant 3,\ 0\leqslant z\leqslant 3\}$，则$\iiint\limits_{\Omega}\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z=$ $\underline{24}$.

三、综合题(请写出求解过程，8小题，共52分)

1. 求方程$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\dfrac{2xy}{1+x^2}$的通解.(6分)

$$\frac{\mathrm{d}y}{y}=\frac{2x\,\mathrm{d}x}{1+x^2}=\frac{\mathrm{d}x^2}{1+x^2}$$

$$\ln|y|=\ln|1+x^2|+\ln C$$

$y=C(1+x^2)$ （C为任意常数）

2. 用格林公式计算$\oint_C x^2y\,\mathrm{d}x-xy^2\,\mathrm{d}y$，其中$C$为圆周$x^2+y^2=4$，取正向.(8分)

设D为圆周所围的区域

$$\oint_C x^2y\,\mathrm{d}x-xy^2\,\mathrm{d}y=-\iint_D y^2+x^2\,\mathrm{d}\sigma$$

$$=-\iint_D \rho^3\,\mathrm{d}\rho\,\mathrm{d}\theta$$

$$=-\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^2\rho^3\,\mathrm{d}\rho=-8\pi$$

3. 设$z=\ln(x^2-y)$，而$y=\sec x$，求$\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}$.(6分)

$$z=\ln(x^2-\sec x)$$

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}=\frac{2x-\sec x\tan x}{x^2-\sec x}$$

4. 用高斯公式计算$\oiint\limits_{\Sigma}(a^2x+x^3)\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z+y^3\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x+z^3\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$，其中$\Sigma$为球面

$x^2+y^2+z^2=a^2$，取内侧.(8分)

设Ω为球面所围的区域

$$\oiint\limits_{\Sigma}(a^2x+x^3)\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z+y^3\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x+z^3\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y=-\iiint_{\Omega}a^2+3(x^2+y^2+z^2)\,\mathrm{d}v$$

$$=-a^2\iiint_{\Omega}\mathrm{d}v-3\iiint_{\Omega}x^2+y^2+z^2\,\mathrm{d}v=-\frac{4}{3}\pi a^5-3\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{\pi}\sin\varphi\,\mathrm{d}\varphi\int_0^a r^4\,\mathrm{d}r$$

$$=-\frac{4}{3}\pi a^5-3\cdot 2\pi\cdot 2\cdot\frac{a^5}{5}=-\frac{56}{15}\pi a^5$$

5. 判断级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{2^{n-1}(2n-1)}$的敛散性.(6分)

$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{\dfrac{1}{2^{n-1}(2n-1)}}=\dfrac{1}{2}<1$，级数收敛

6. 计算$\iint\limits_D(x^2+y^2)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$，$D$为曲线$x^2-2x+y^2=0$，$y=0$围成的在第一象限的闭区域.(6分)

曲线$x^2-2x+y^2=0$化为极坐标形式$\rho=2\cos\theta$

$$\iint_D(x^2+y^2)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^{2\cos\theta}\rho^3\,\mathrm{d}\rho=\int_0^{\frac{\pi}{2}}4\cos^4\theta\,\mathrm{d}\theta=4\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{2}=\frac{3}{4}\pi$$

7. 在区间$(-1,1)$内求幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n}$的和函数$s(x)$.(6分)

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}=\sum_{n=1}^{\infty}\int_0^x x^{n-1}\,\mathrm{d}x=\int_0^x\sum_{n=1}^{\infty}x^{n-1}\,\mathrm{d}x$$

$$=\int_0^x\frac{1}{1-x}\,\mathrm{d}x=-\ln|1-x|$$

$s(x)=-\ln|1-x|$ $x\in(-1,1)$

8. 计算$\iiint\limits_{\Omega}2z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是由圆锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$与球面$z=\sqrt{2-x^2-y^2}$围成的区域.(6分)

圆锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$与球面$z=\sqrt{2-x^2-y^2}$交于$\begin{cases}x^2+y^2=1\\z=1\end{cases}$

$$\iiint_{\Omega}2z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z=2\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin\varphi\cos\varphi\,\mathrm{d}\varphi\int_0^{\sqrt{2}}r^3\,\mathrm{d}r$$

$$=2\cdot 2\pi\cdot\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin\varphi\,\mathrm{d}\sin\varphi\cdot\left.\frac{r^4}{4}\right|_0^{\sqrt{2}}=4\pi\frac{1}{2}\sin^2\varphi\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\pi$$