波动光学　第三讲
光的衍射

(difraction)

15.6 光的衍射现象 惠更斯-菲涅尔原理

15.7 单缝夫琅和费衍射

15.8 圆孔衍射 光学仪器的分辨本领

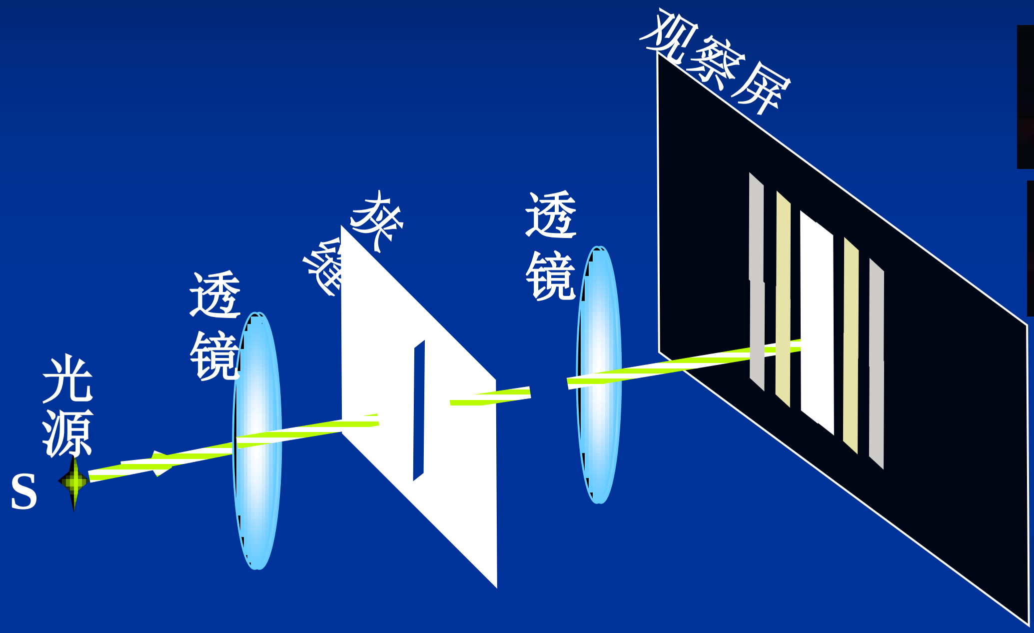
15.6　光的衍射现象 惠更斯-菲涅尔原理

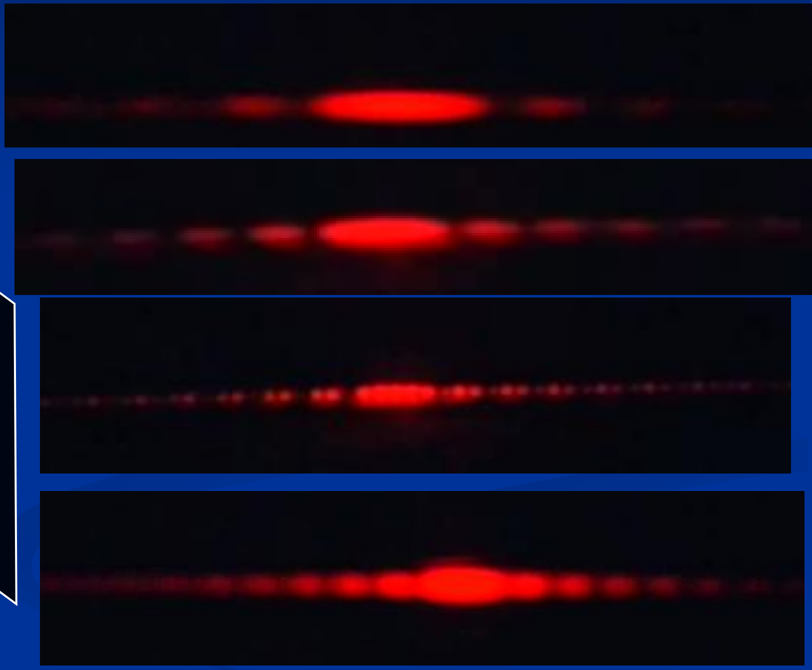
一、衍射现象

二、惠更斯-菲涅尔原理

三、衍射分类

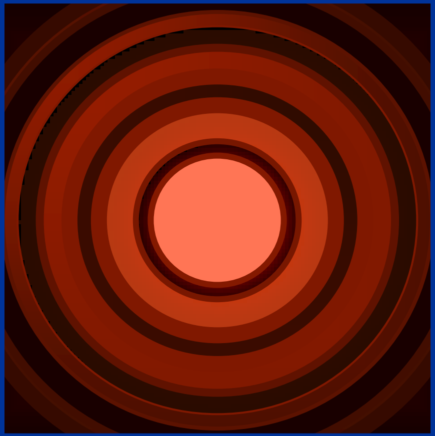
一、衍射现象





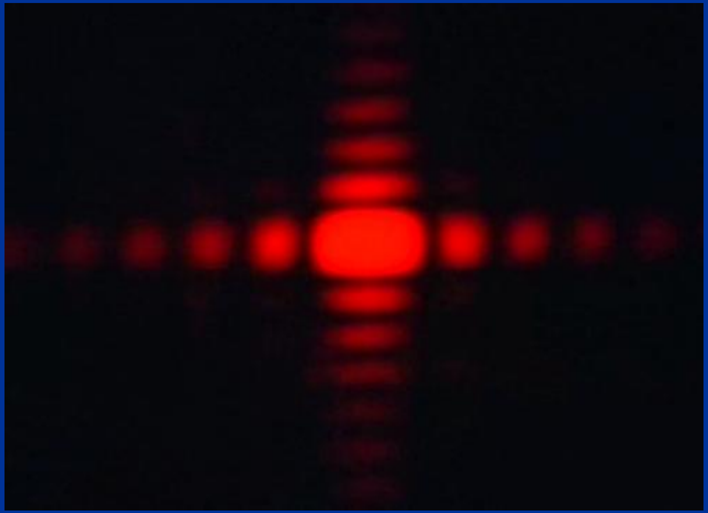
光的衍射条件：　**缝宽a～ 波长λ.**

光通过窄缝时偏离直线传播在光屏上出现明暗相间条纹——**光的衍射**现象。

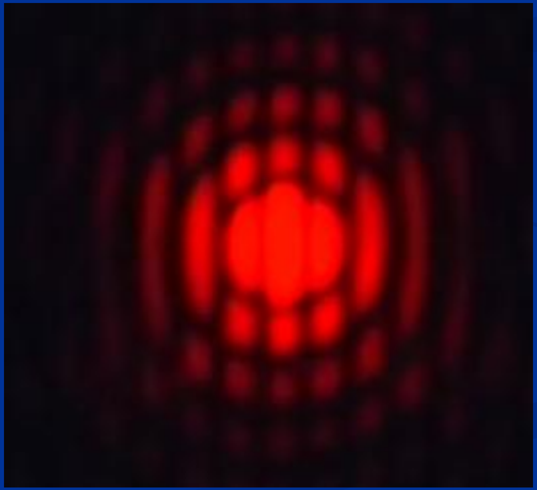


圆孔衍射

圆屏衍射



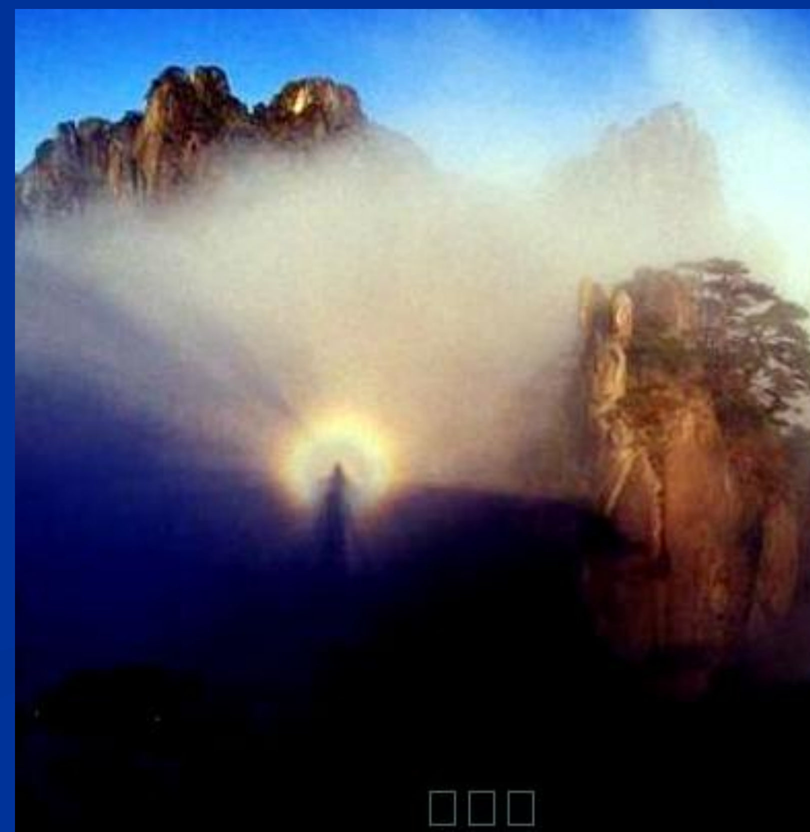
矩形孔衍射



双圆孔干涉

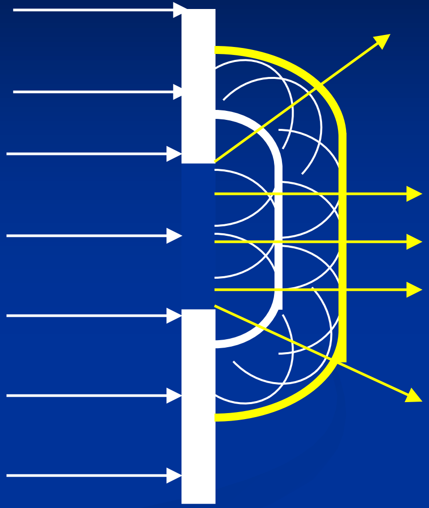
正六边形孔

佛光现象——清晨或傍晚，薄雾笼罩。阳光从观察者身后射来，前一云雾滴层对光产生衍射，后一个云雾滴层对衍射光产生反射。反射光向太阳一侧散开或汇聚，站在太阳和云雾之间的人，可见环形彩色光象。



二、惠更斯-菲涅耳原理

惠更斯原理: 在波的传播过程中，波阵面(波前)上的每一点都可看作是发射子波的波源，在其后的任一时刻，这些子波的包迹就成为新的波阵面。

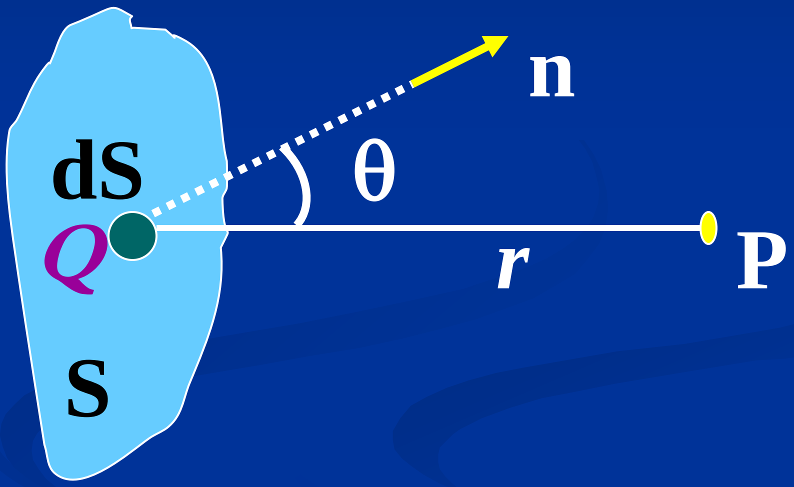


思考： 衍射条纹与干涉条纹的相像之处?

菲涅耳的补充假设——子波的干涉

惠更斯——菲涅耳原理：从同一波前上各点发出的子波是相干波，经过传播在空间某点相遇时的叠加是相干叠加。

$$dE = FK(\theta)\frac{dS}{r}E_0(Q)\cos(kr-\omega t)$$



$K(\theta)$为倾斜因子：

$\theta=0$时，$K(\theta)=1$

$\theta\geq 90°$时，$K(\theta)=0$

F为比例系数；

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}$$

$$E(P)=F\int_S K(\theta)E_0(Q)\frac{\cos(kr-\omega t)}{r}dS$$

三. 衍射和干涉的异同

- **共同点：**表征光的波动性，形成明暗相间条纹

•光的干涉是指两束或有限束光的叠加，且每束光线都沿直线传播。

•光的衍射是光束绕过障碍物，偏离直线传播的现象—是无数个子波叠加的结果。

•衍射现象的本质也是干涉现象。

衍射的分类

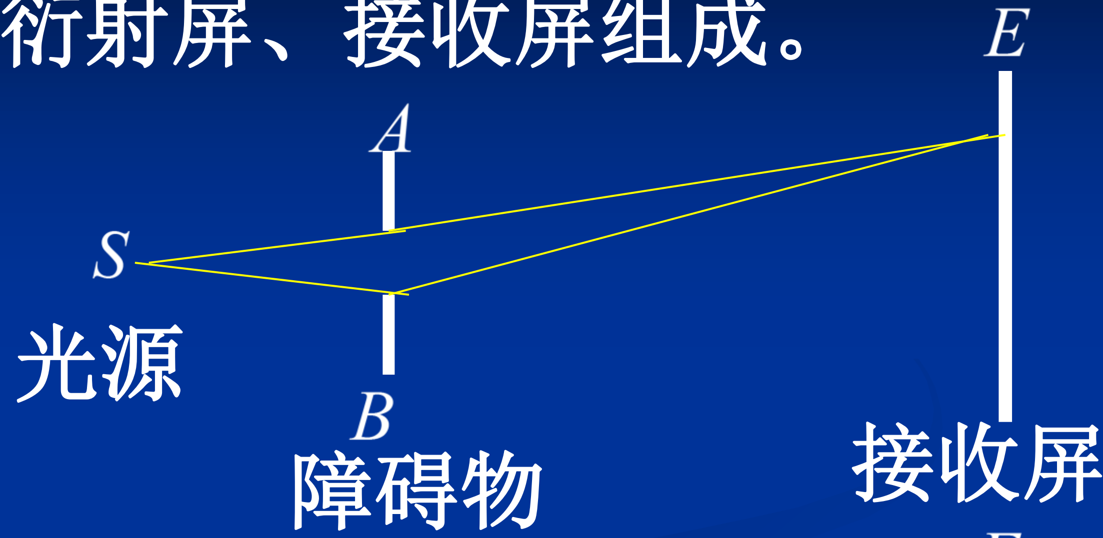
衍射系统由光源、衍射屏、接收屏组成。

菲涅耳衍射

光源—障碍物

—接收屏

距离均为有限远。

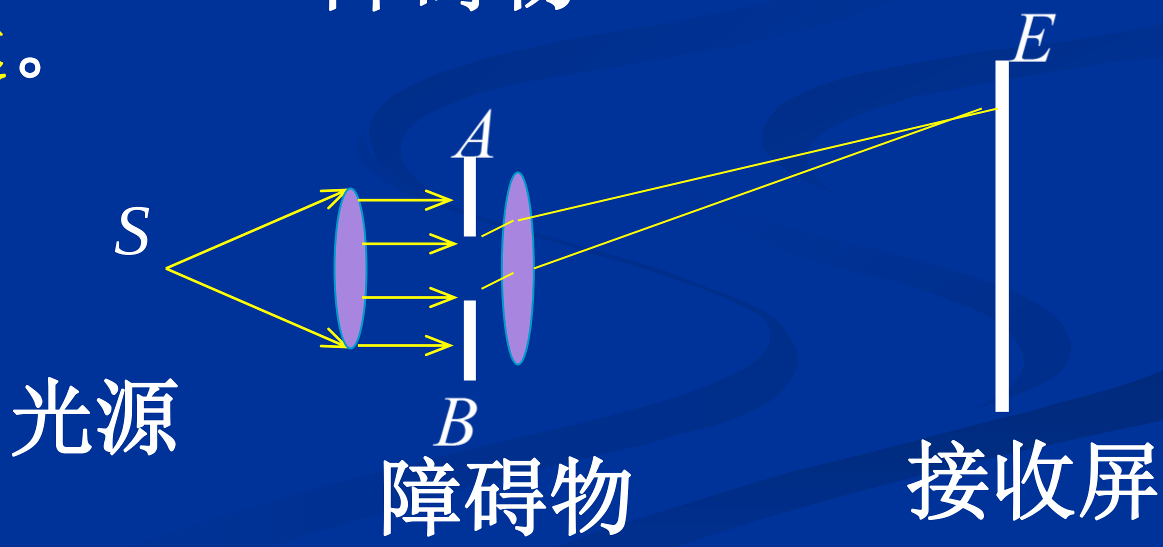


夫琅禾费衍射

光源—障碍物

—接收屏

距离为无限远。



15.7 单缝夫琅和费衍射

衍射现象

半波带法

明、暗纹条件

衍射条纹特点

衍射条纹变化

光入射方向的影响

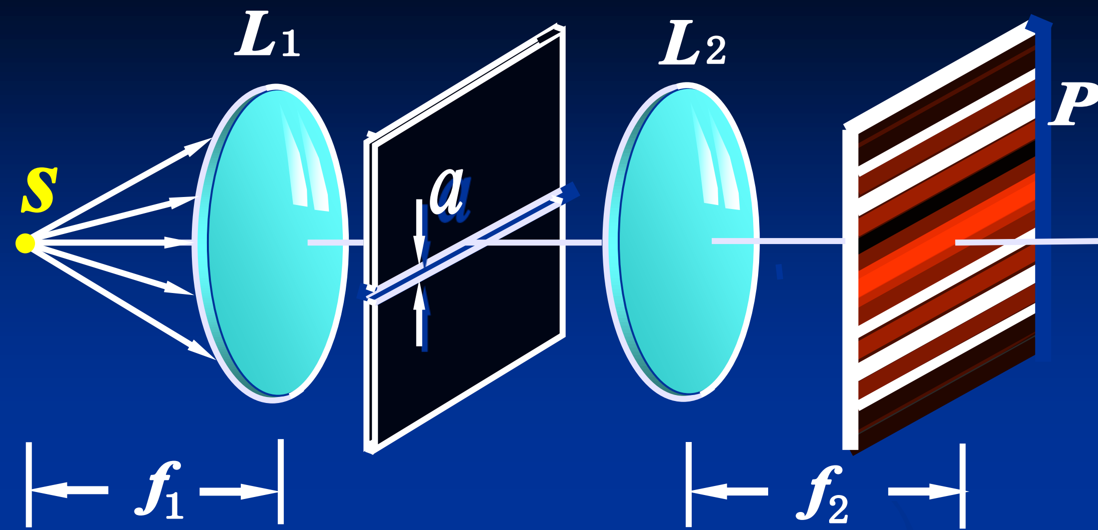
1. 衍射现象

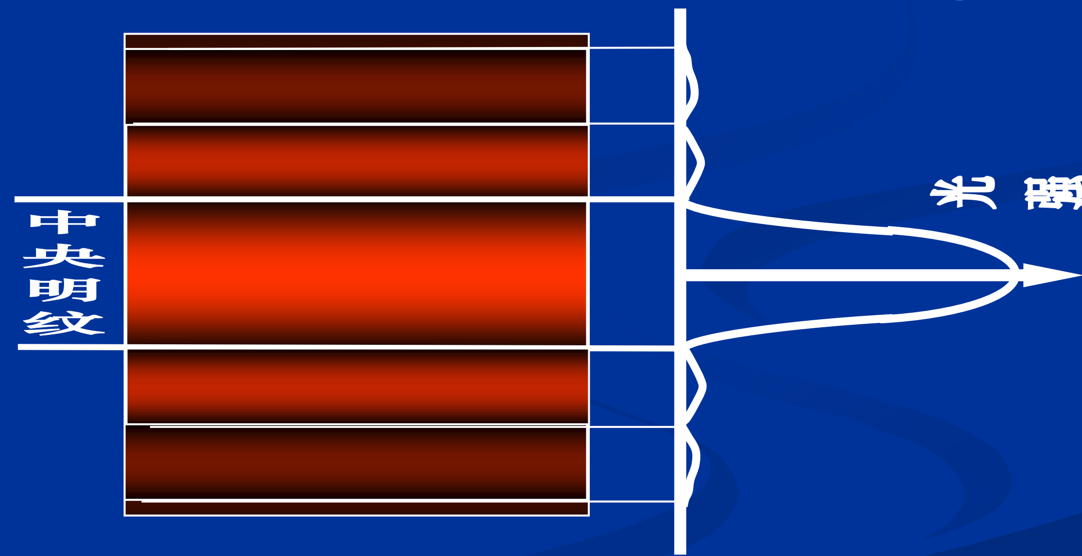
明暗相间平行于单缝的衍射条纹；

中央明纹最亮最宽

两侧明纹对称分布

亮度逐渐减弱。



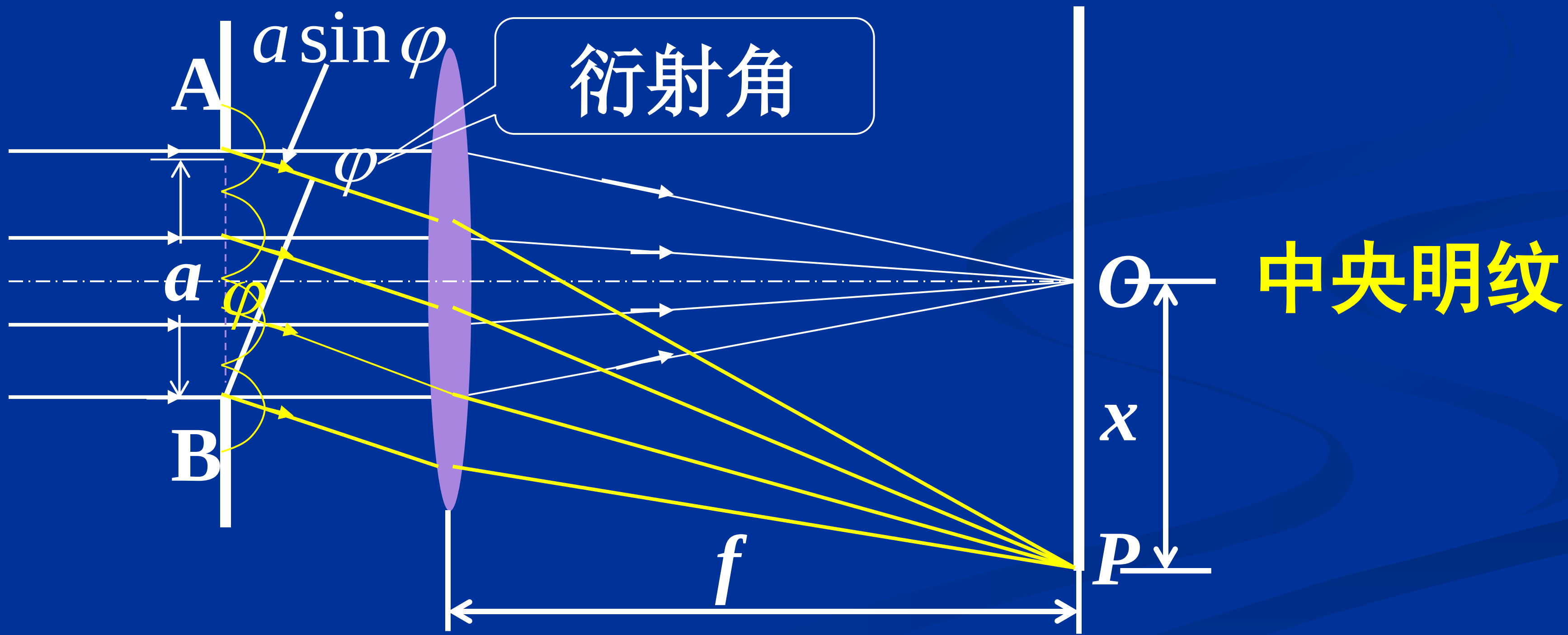


2、光路

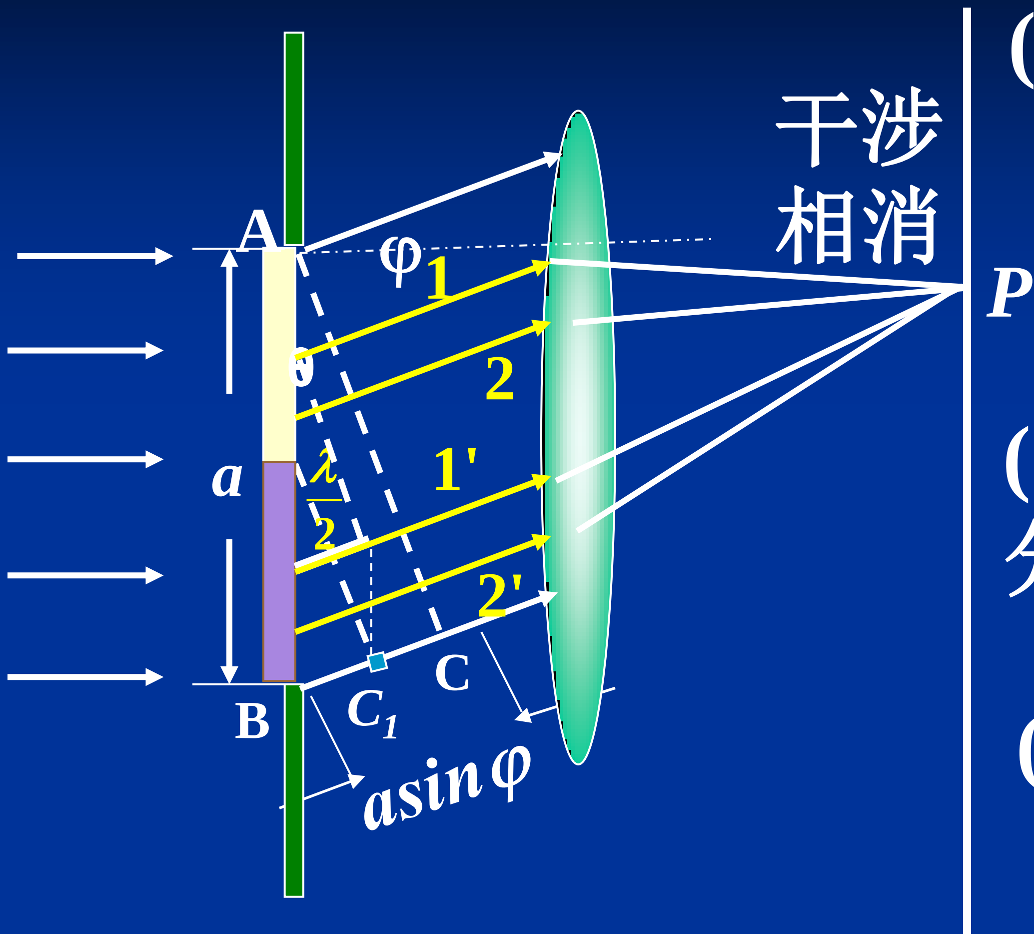
$A \rightarrow P$和$B \rightarrow P$ 的光程差

$$\boxed{\delta = a\sin\varphi}$$

$$\varphi = 0,\quad \delta = 0$$



4、半波带法



(1)考虑边缘两支光线

光程差BC

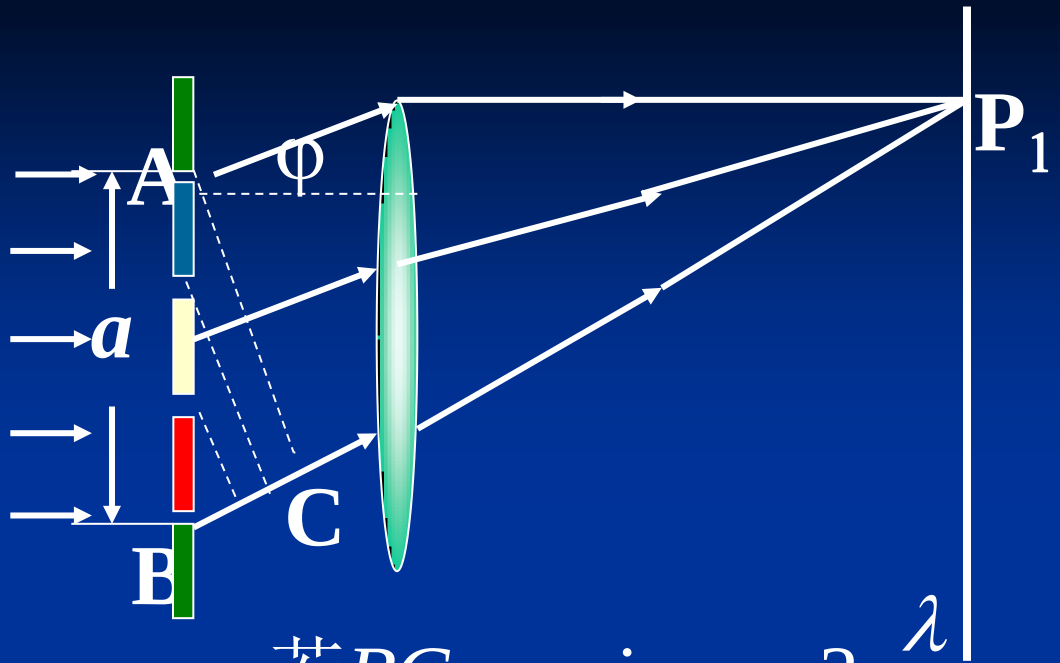
$$BC = a\sin\varphi$$

(2)设$BC_1=C_1C$,将波面分为两个纵长形的**波带**

(3)再设$BC_1=C_1C=\lambda/2$

$$\therefore BC = a\sin\varphi = 2\cdot\frac{\lambda}{2}$$

结论：$a\sin\varphi = 2\cdot\dfrac{\lambda}{2}$ P点为**暗纹**



干涉明纹

若$BC = a\sin\varphi = 3 \cdot \frac{\lambda}{2}$

相邻两个半波带发出的子波在P_1点干涉相消，剩下一个半波带发出的子波在P_1点呈现明纹，但不是很亮！

$a\sin\varphi = 2 \cdot \frac{\lambda}{2}$　暗纹　　$a\sin\varphi = 3 \cdot \frac{\lambda}{2}$　明纹

明、暗条纹条件

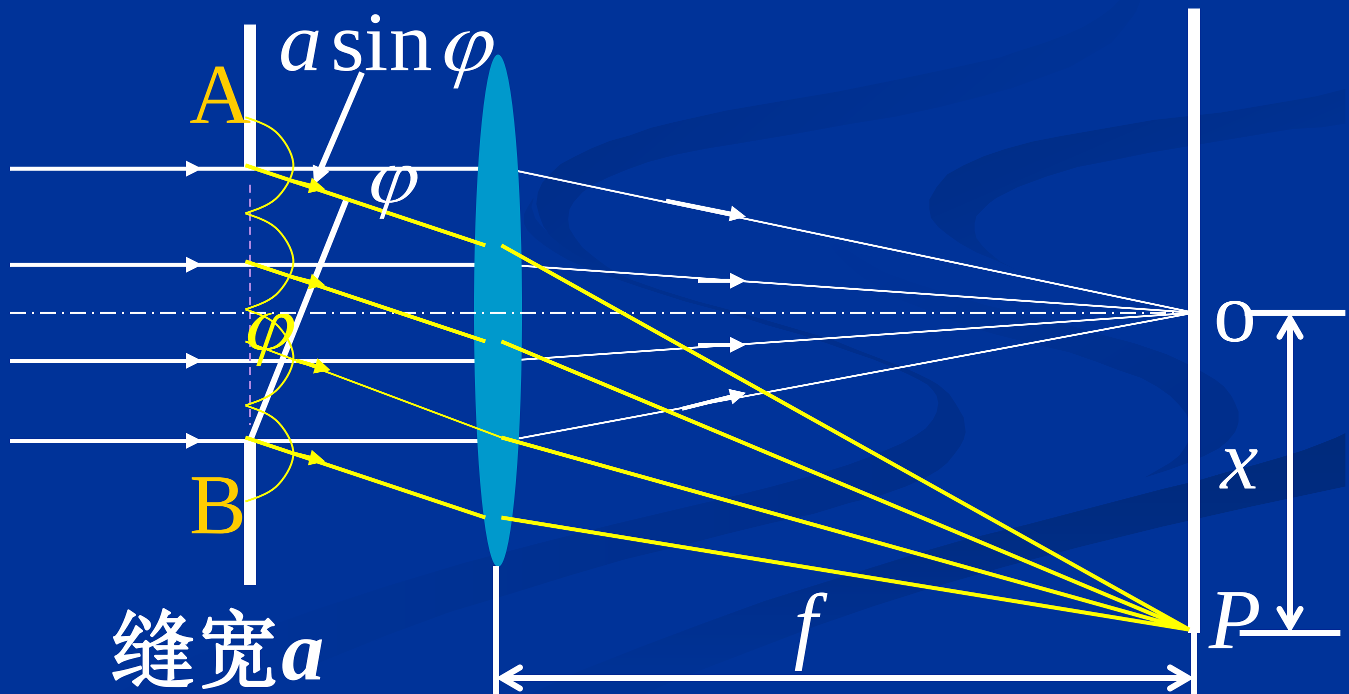
$$a\sin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2}$$ 暗纹中心

$$a\sin\varphi = \pm (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$ 明纹中心

$k = 1, 2 \cdots$

暗纹中心位置 $x = \pm k\lambda \cdot f / a$

明纹中心位置 $x = \pm (2k+1)\lambda \cdot f / 2a$



条纹的宽度—相邻暗纹中心间距

中央明纹宽度：两个第一级暗纹间的距离。

一般φ角较小

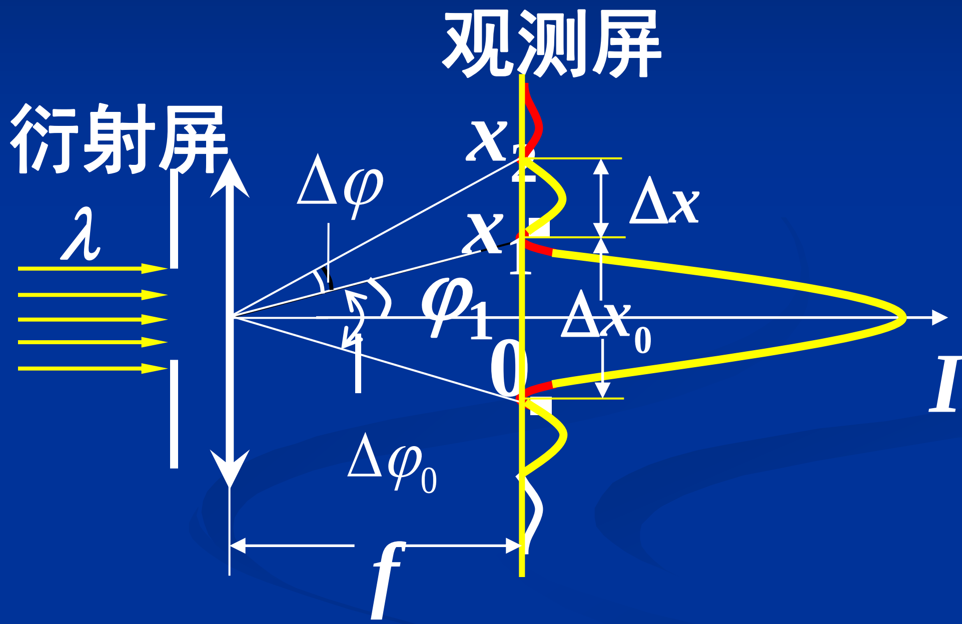
$$\sin\varphi_1 \approx \varphi_1$$

角宽度

$$\Delta\varphi_0 = 2\varphi_1 \approx 2\frac{\lambda}{a}$$

线宽度

$$\Delta x_0 = 2f\cdot\tan\varphi_1 = 2f\varphi_1 = 2f\frac{\lambda}{a}$$



中央明纹 $\Delta\varphi_0 = 2\varphi_1 \approx 2\dfrac{\lambda}{a}$ $\Delta x_0 = 2f\dfrac{\lambda}{a}$

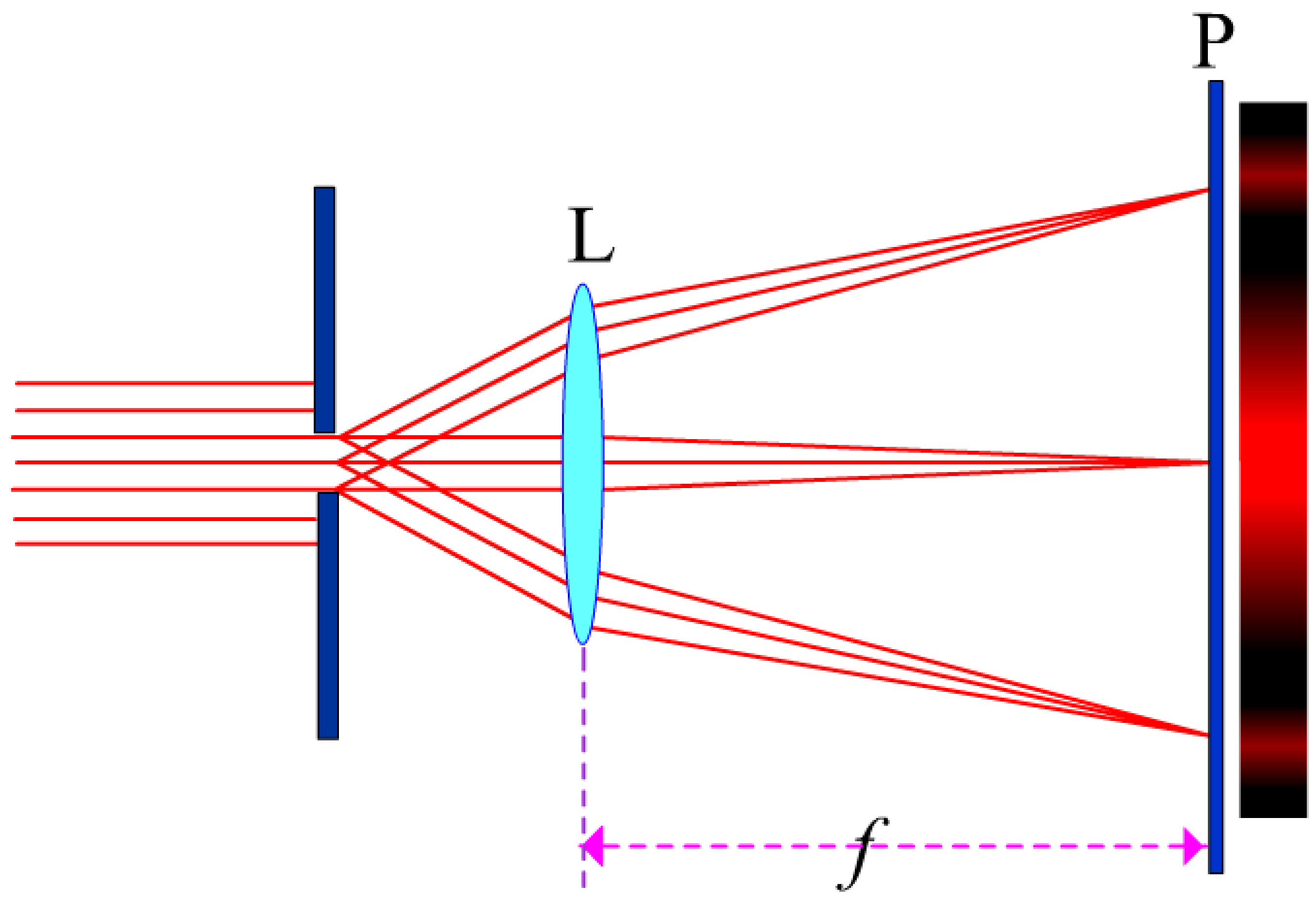
其他明纹（次极大）宽度 $\Delta\varphi = \varphi_{k+1} - \varphi_k \approx \dfrac{\lambda}{a}$

在 $\tan\varphi \approx \sin\varphi \approx \varphi$ 时，

$$x_k \approx f\sin\varphi_k = f\frac{k\lambda}{a} \qquad \Delta x \approx f\frac{\lambda}{a} = \frac{1}{2}\Delta x_0$$

波长对条纹间隔的影响

$\Delta x \propto \lambda$ —— 波长越长，条纹间隔越宽。

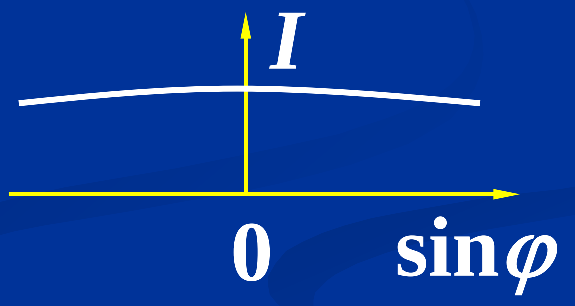

P
L
f

缝宽变化对条纹的影响

$\Delta x = f\dfrac{\lambda}{a}$ —— 缝宽越小，条纹间隔越宽。

暗纹中心 $a\sin\varphi = \pm 2k\dfrac{\lambda}{2} \quad k = 1,2\cdots$

当$a > \lambda$ 且 $\dfrac{\lambda}{a} \sim 1$ 时，$\varphi_1 \to \dfrac{\pi}{2}$



只有中央明纹，屏幕一片亮。

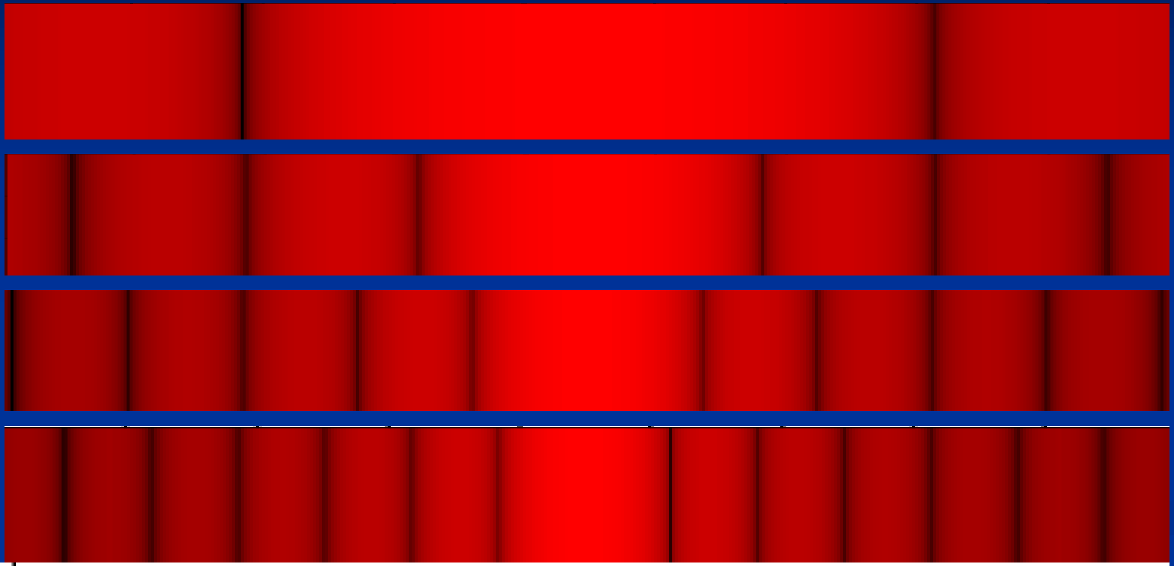
当 $a\uparrow$ 且 $\dfrac{\lambda}{a} \to 0$ 时，$\Delta x \to 0$，$\quad \varphi_k \to 0$

只显出单一的明条纹 —— 单缝的几何光学像

几何光学是波动光学在$a >> \lambda$ 的极限情形。

•缝宽对衍射条纹的影响

衍射光强分布

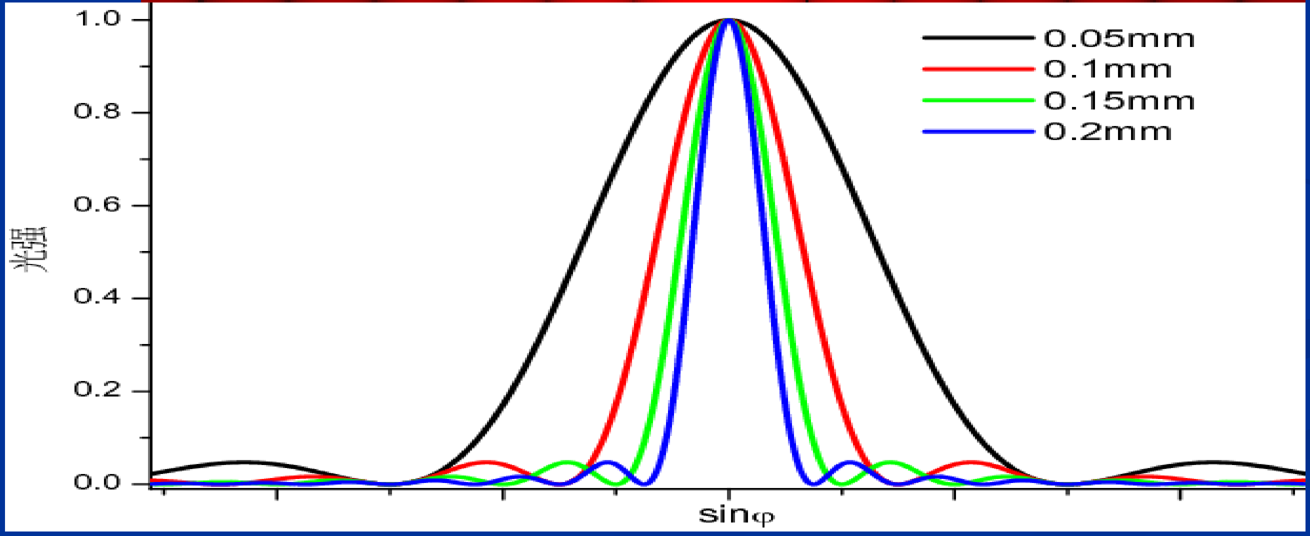


a=0.05mm

a=0.1mm

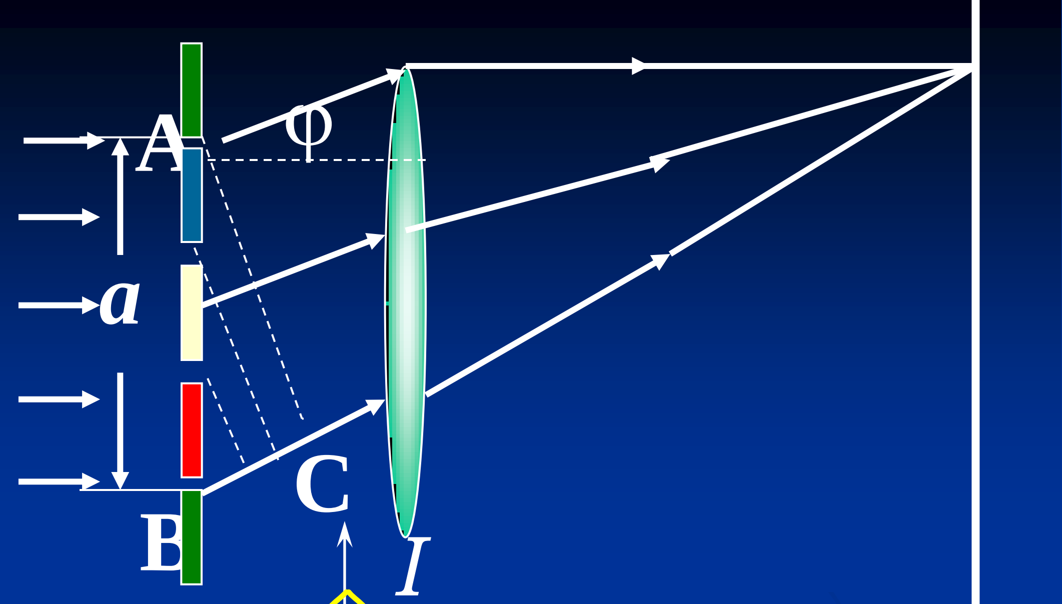
a=0.15mm

a=0.2mm



5、光强分布

φ增加时光强的极大值迅速衰减？

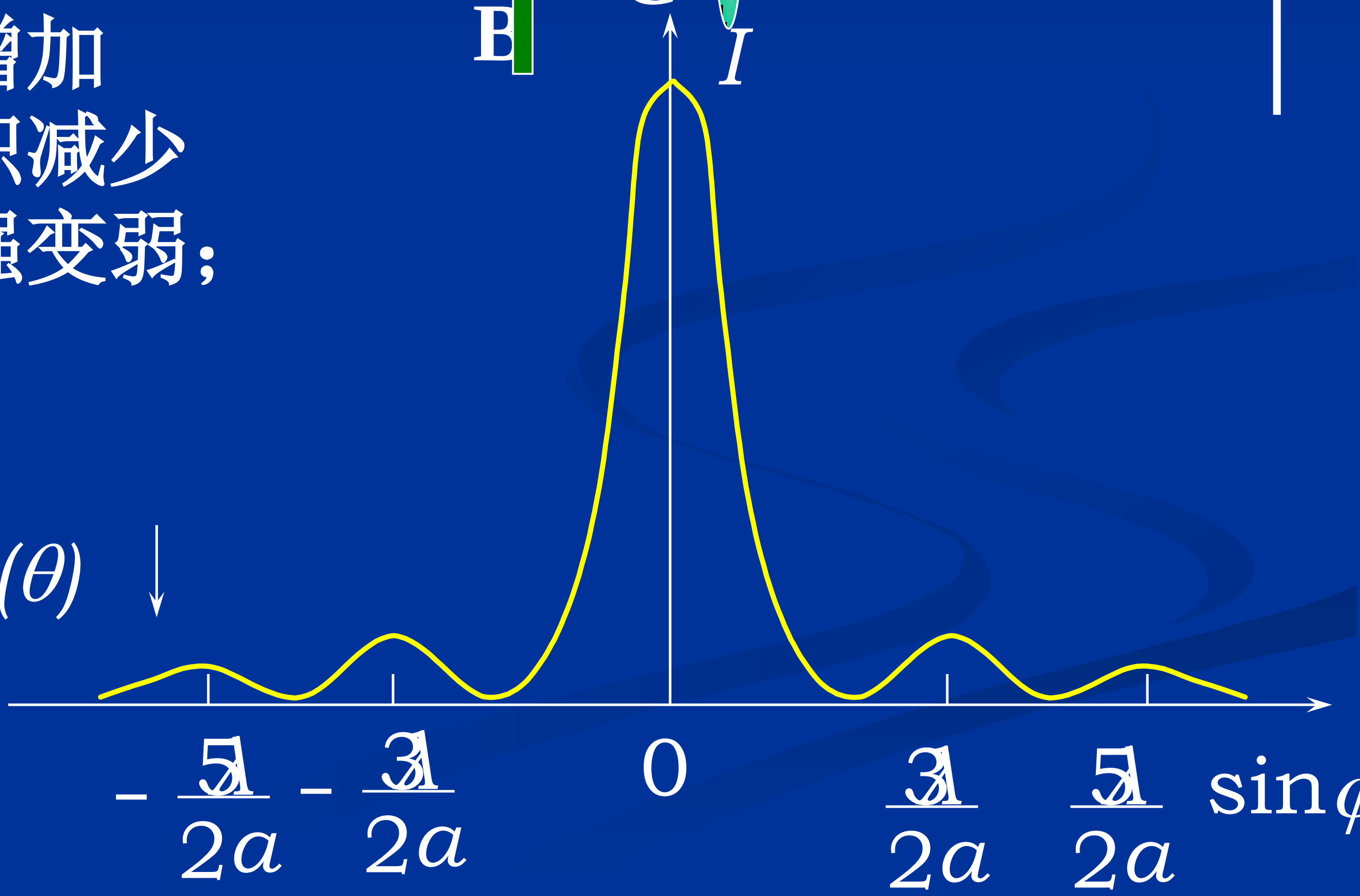


原因一：φ角增加半波带数增加半波带面积减少产生的光强变弱；

原因二：

$\varphi\uparrow \rightarrow K(\theta)\downarrow$

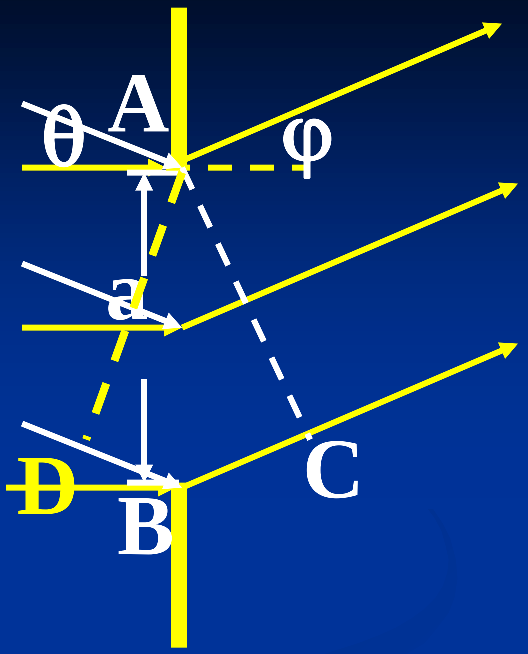
$\rightarrow I\downarrow$



光入射方向的影响

若入射光以倾角θ入射

沿衍射角φ方向出射



$$\delta = a(\sin\theta \pm \sin\varphi)$$

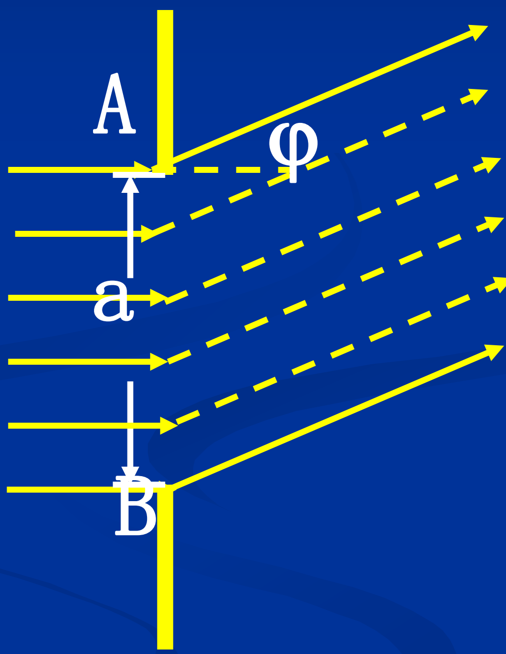
$$= \begin{cases} \pm 2k\dfrac{\lambda}{2}, k = 1,2,\cdots, \text{暗纹} \\ \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}, k = 1,2\cdots, \text{明纹} \end{cases}$$

φ、θ在法线同侧时取“+”，反之取“-”

例：在单缝衍射实验中，波长为λ的单色光的第三级亮纹与λ′=630nm的单色光的第二级亮条纹恰好重合，试计算λ的数值。

解

波长为λ的单色光的第三级亮纹处对应的衍射光可将狭缝分为2×3+1=7个半波带，即



$$a\sin\varphi=\frac{2k+1}{2}\lambda \quad k=3$$

λ′的第二级亮纹

$$a\sin\varphi=\frac{2k'+1}{2}\lambda' \quad k'=2$$

$\lambda=450nm$

例. 在单缝夫琅和费衍射实验中，垂直入射的光有两种波长 λ_1=400nm， λ_2 =760nm. 已知单缝宽度a=1.0×10^{-2}cm透镜焦距 f =50 cm，求两种光第一级衍射明纹中心之间的距离。

解：由单缝衍射明纹公式：

$$a\sin\varphi_1=(2k+1)\frac{\lambda_1}{2}=\frac{3\lambda_1}{2} \qquad \tan\varphi_1=\frac{x_1}{f}$$

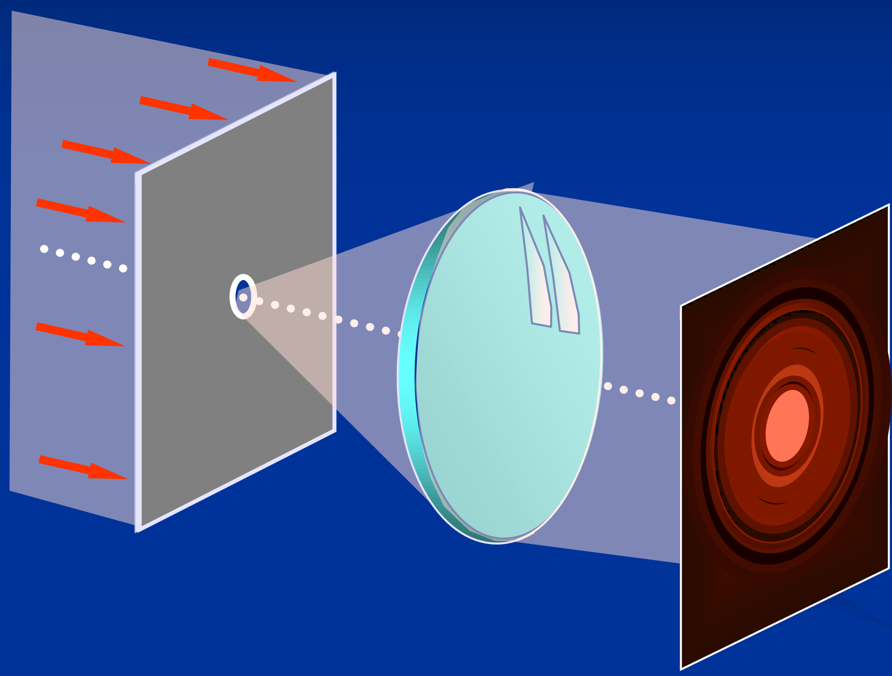
$$a\sin\varphi_2=(2k+1)\frac{\lambda_2}{2}=\frac{3\lambda_2}{2} \qquad \tan\varphi_2=\frac{x_2}{f},$$

$$x_1=\frac{3f\lambda_1}{2a} \qquad \sin\varphi_1\approx\tan\varphi_1$$

$$x_2=\frac{3f\lambda_2}{2a} \qquad \Delta x=x_2-x_1=\frac{3f\Delta\lambda}{2a}=0.27\text{cm}$$

15.8 圆孔衍射 光学仪器的分辨本领

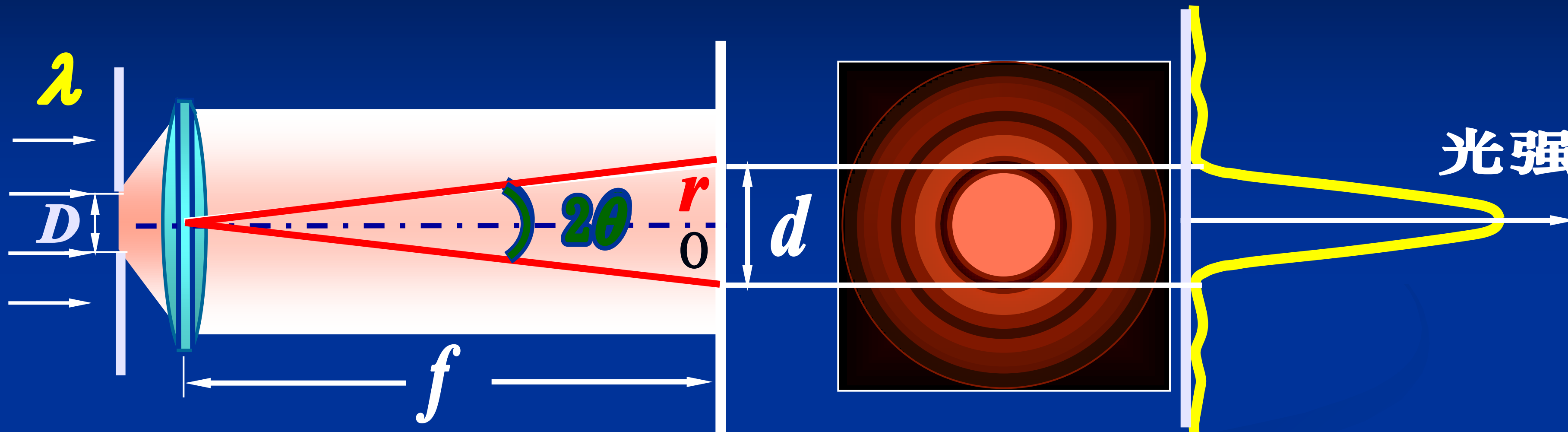
一、圆孔夫琅和费衍射



衍射图样——明暗相间的**同心圆环**

中央是明亮圆斑，由第一级暗环所包围称**爱里斑**，其**强度**占整个入射光强的84%.

爱里班光强约占总光强的84%



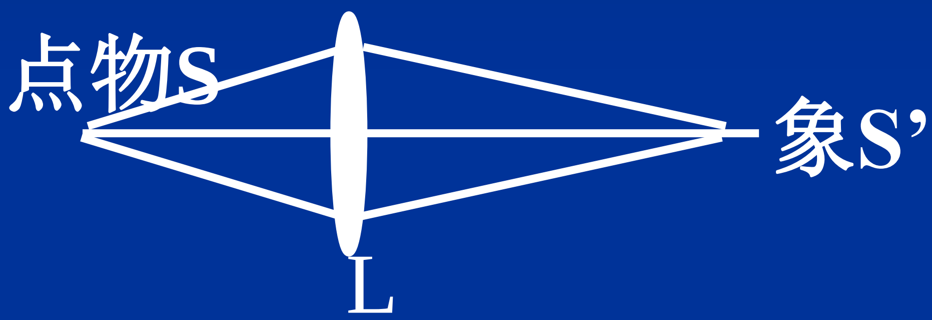
圆孔半径R，直径D　　　爱里班半径r，直径d

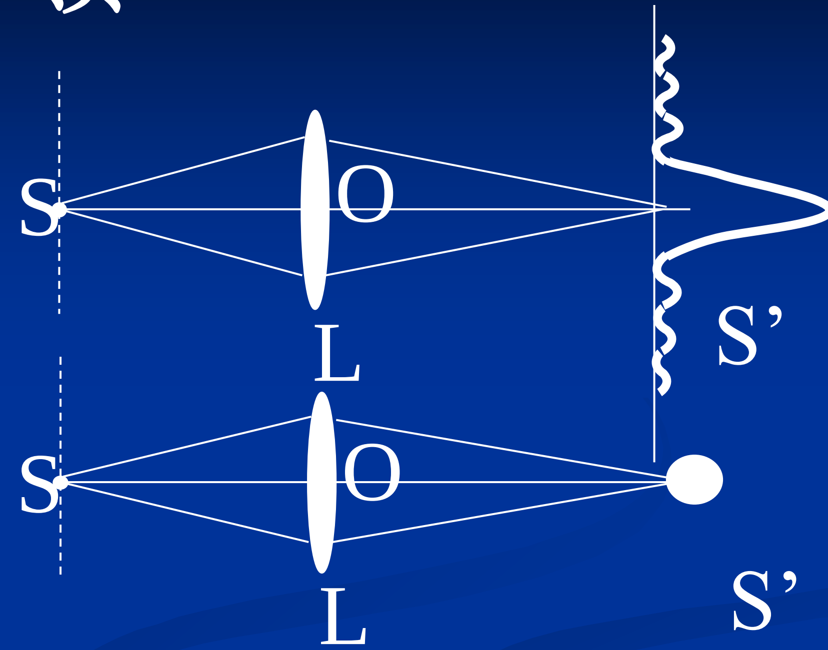
爱里斑**半角宽度**θ_0

$$\theta_0 \approx \sin\theta_0 = 0.61\frac{\lambda}{R} = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

二、 光学仪器的分辨本领

1、物与像的关系





几何光学

物像一一对应

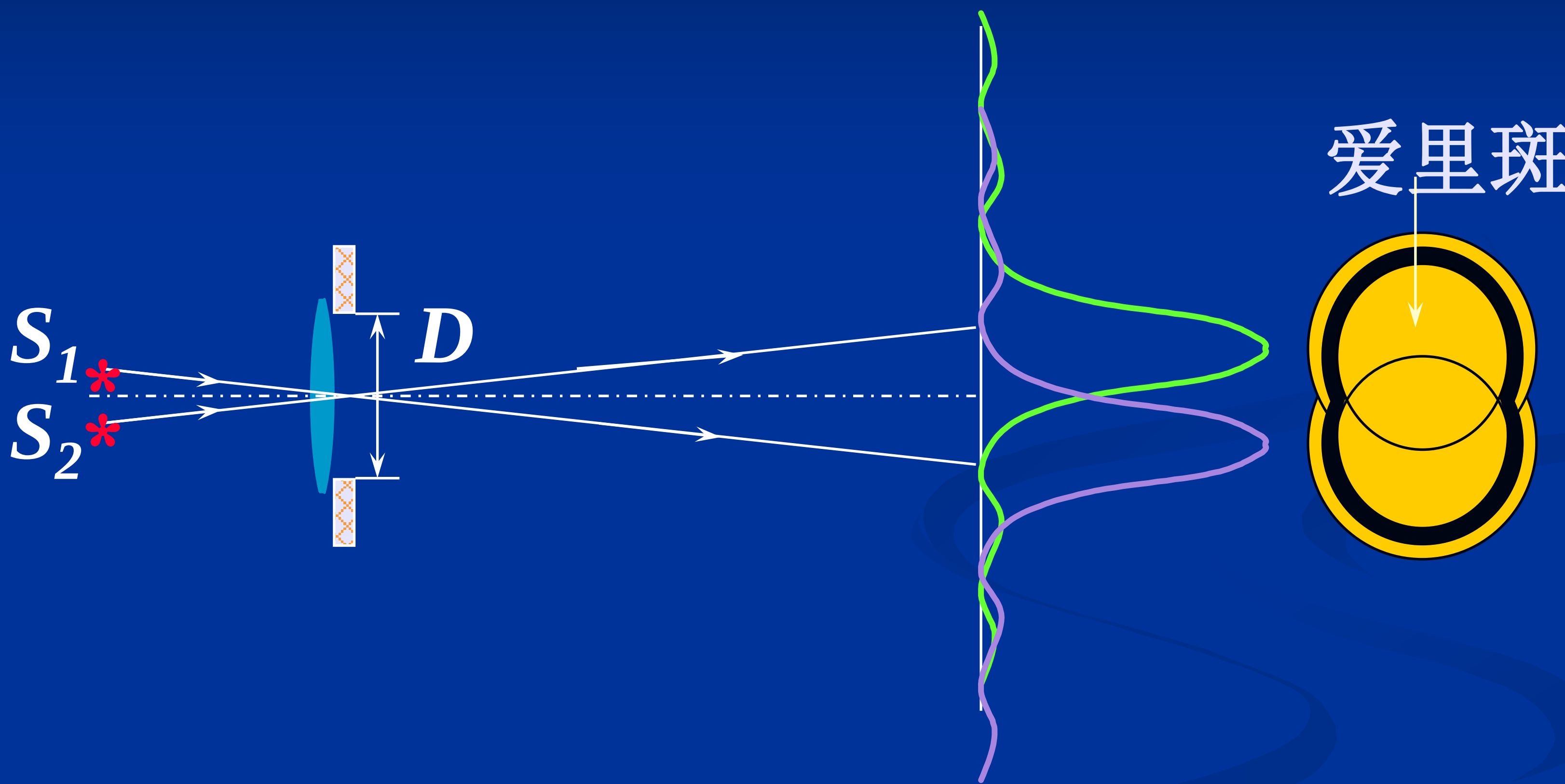
象点是几何点

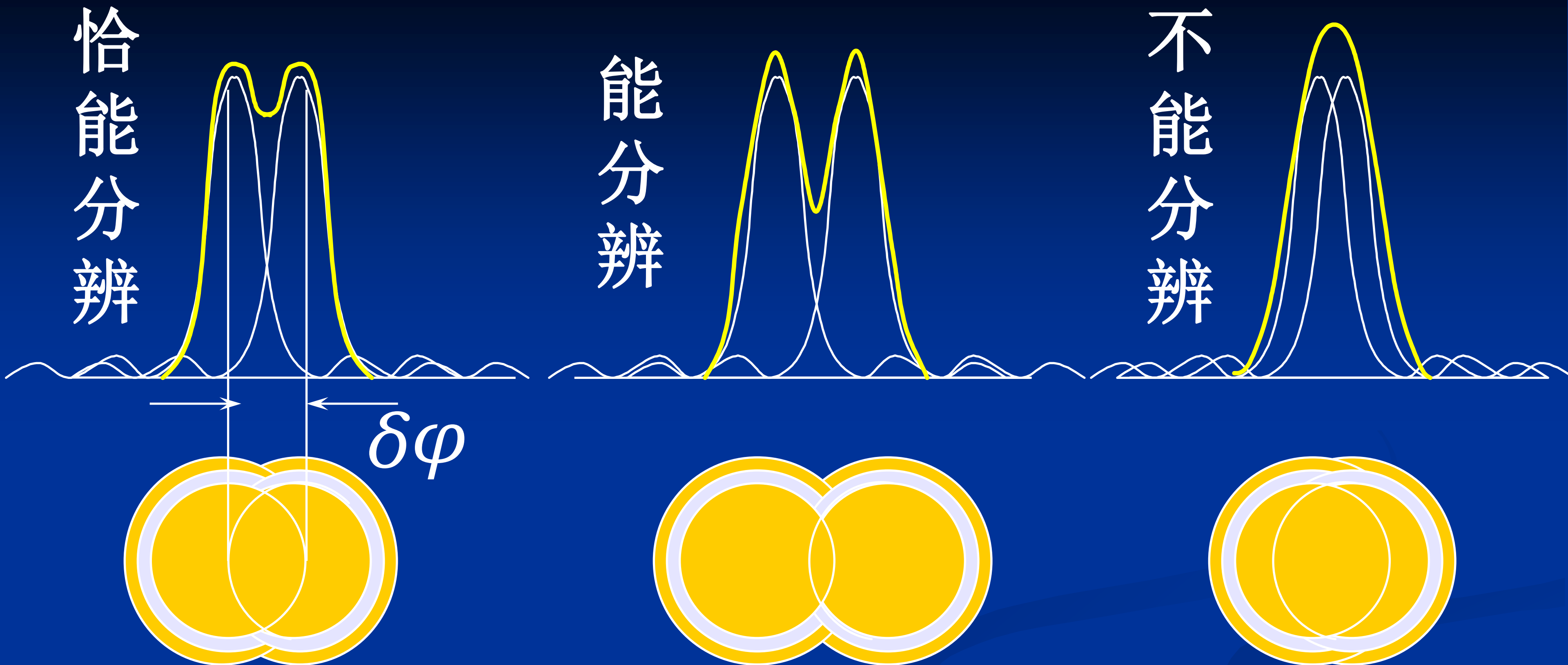
物理光学

象点——具有一定

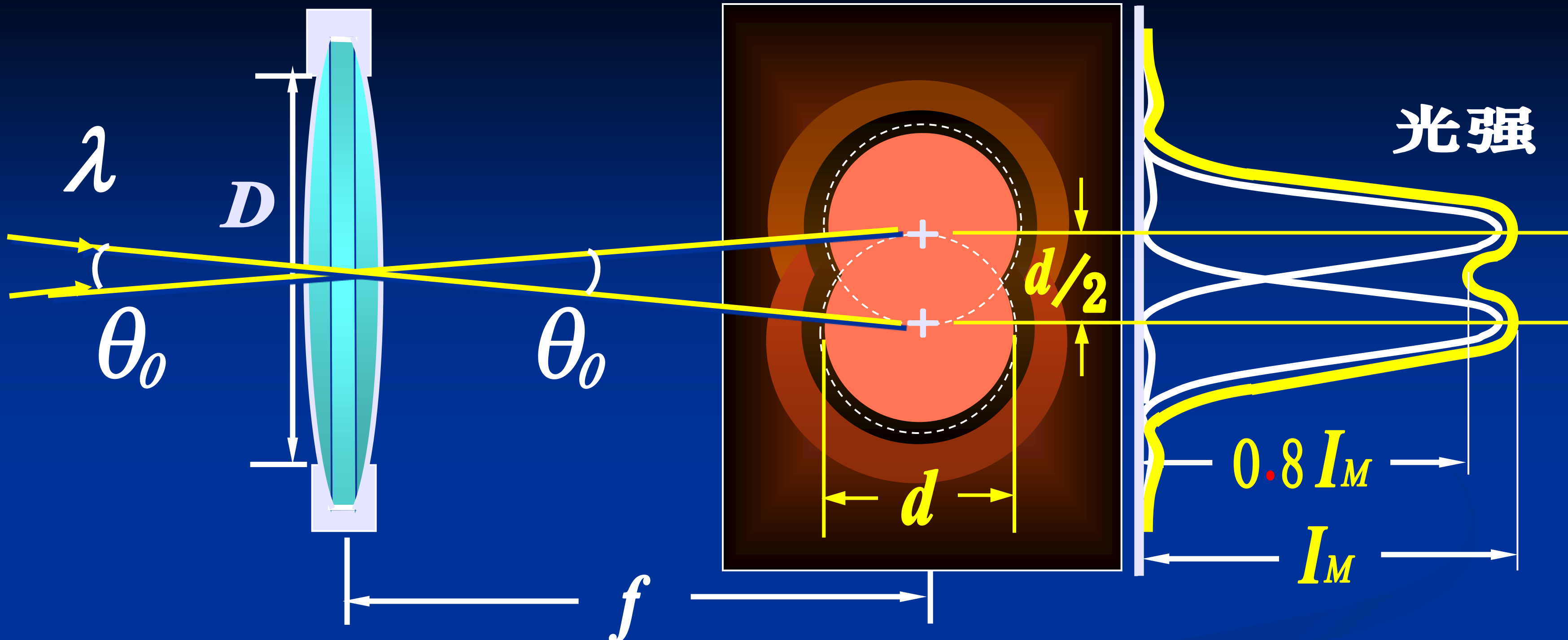
大小的爱里斑。

若两物点距离很近，对应的两个爱里斑可能部分重叠而不易分辨。





2、瑞利判据：当一个物点的爱里斑中心恰好在另一个物点的爱里斑边缘时，则恰能分辨两个物点。



最小分辨角

$$\delta\varphi = \theta_0 \approx 1.22\frac{\lambda}{D}$$

提高分辨率的途径：

（1）增大通光孔径

（2）减小波长

分辨率 $R = \dfrac{1}{\delta\varphi} = \dfrac{1}{1.22}\dfrac{D}{\lambda}$

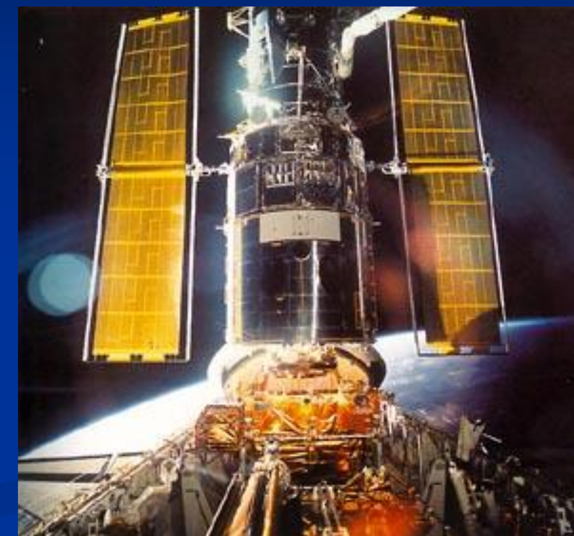
讨论

提高仪器分辨率

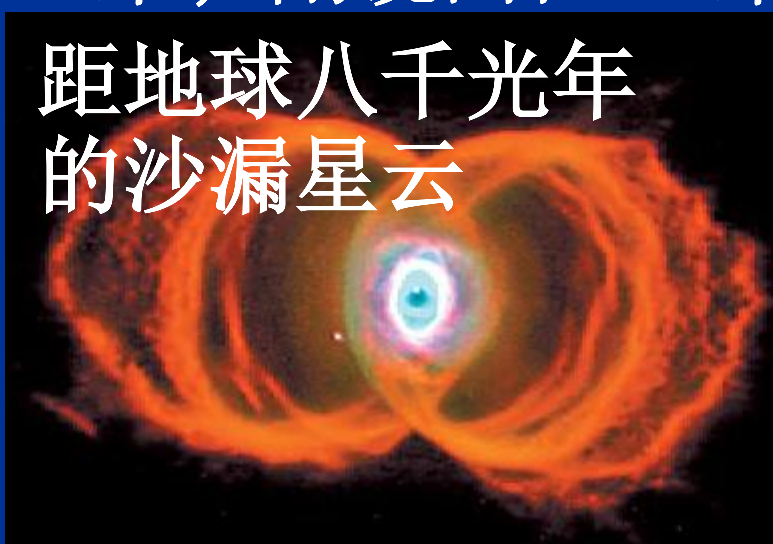
$$\frac{1}{\theta_0} = \frac{D}{1.22\lambda}$$

1、增加透光孔径D

实例：哈勃望远镜



全长12.8米，镜筒直径4.27米，重11吨。由两个双曲面反射镜组成，主镜口径2.4米，副镜口径0.3米。



距地球八千光年的沙漏星云

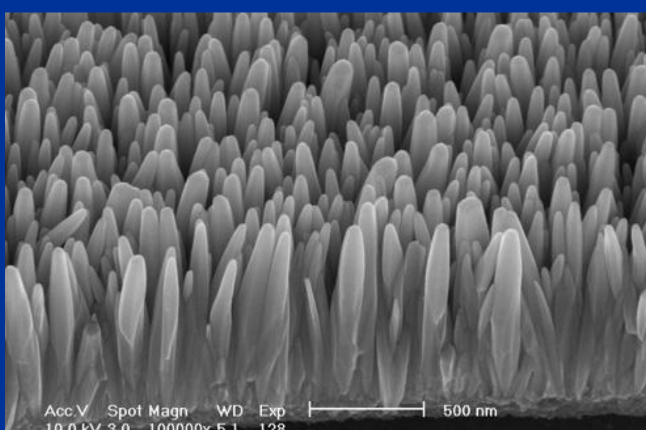
大犬星座两个螺旋形星系相互碰撞

2、减小波长 λ

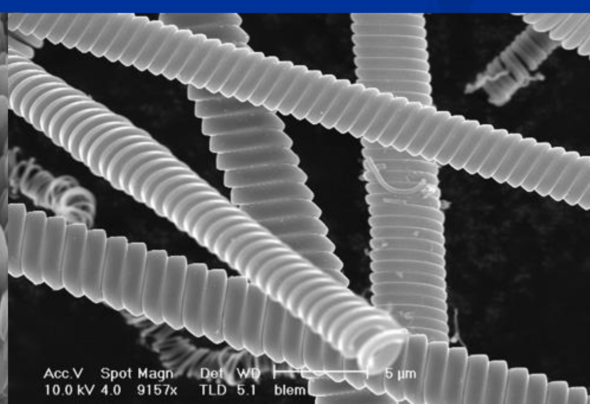
实例：电子显微镜

光学显微镜	电子显微镜
光波长 300-700nm	电子束波长 0.0053-0.0037nm
放大倍数 2000倍	放大倍数 300万倍
分辨率	分辨率 0.3nm

透射电镜，点分辨率0.19nm



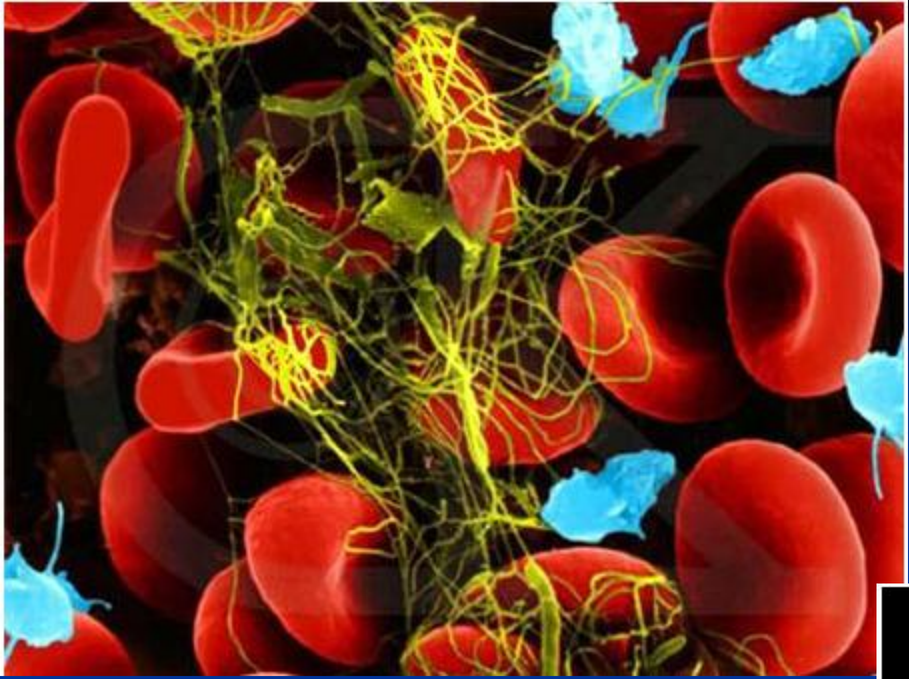
氧化锌阵列



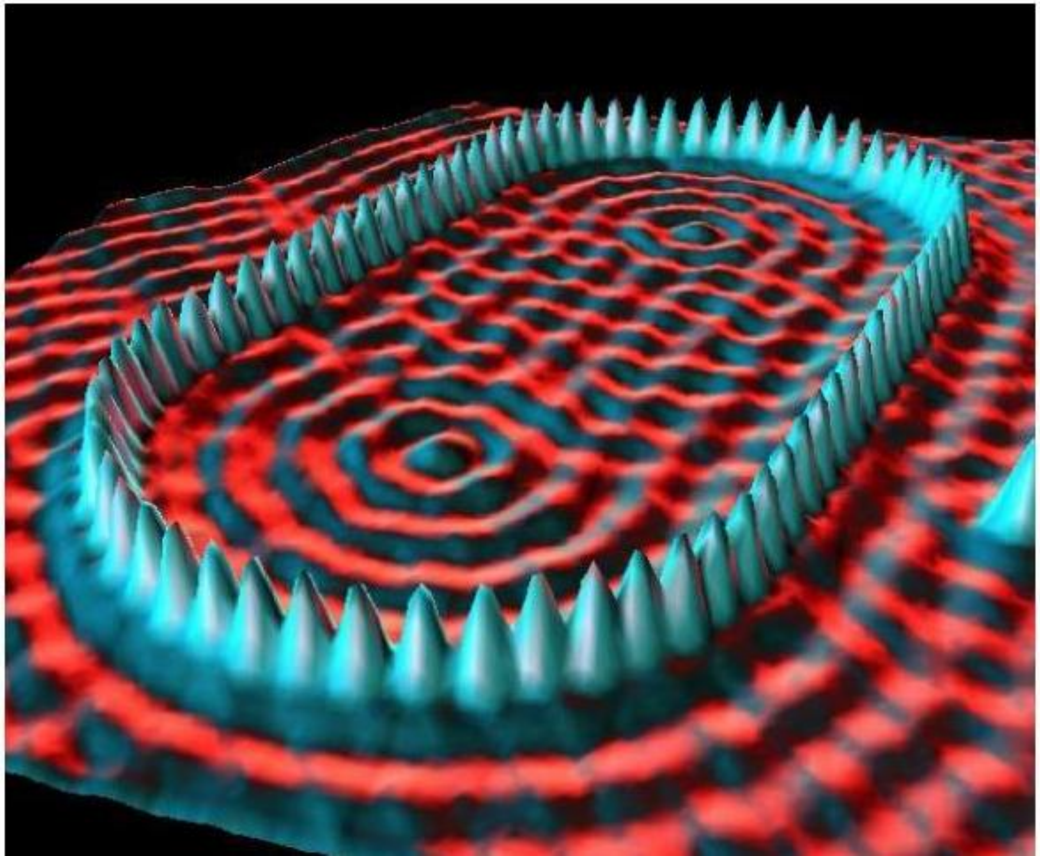
螺旋形碳管

日立S-3000

扫描电镜



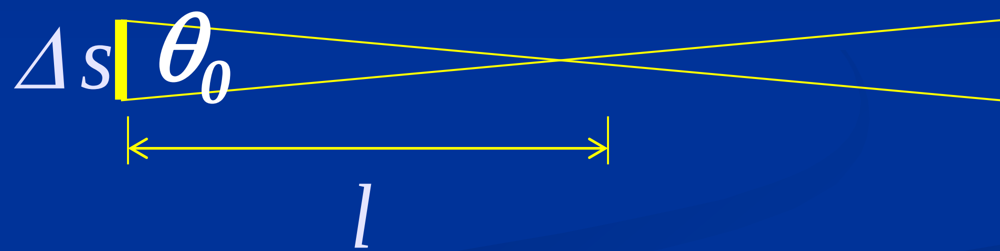
排列原子



血液凝块结构
红血球
兰色-血小板
黄色-纤维蛋白

例 在通常亮度下，人眼的瞳孔直径为3mm，问：人眼最小分辨角为多大？（λ=550nm）如果窗纱上两根细丝之间的距离为2.0mm，问：人在多远恰能分辨。

解：$\theta_0 = 1.22\dfrac{\lambda}{D}$



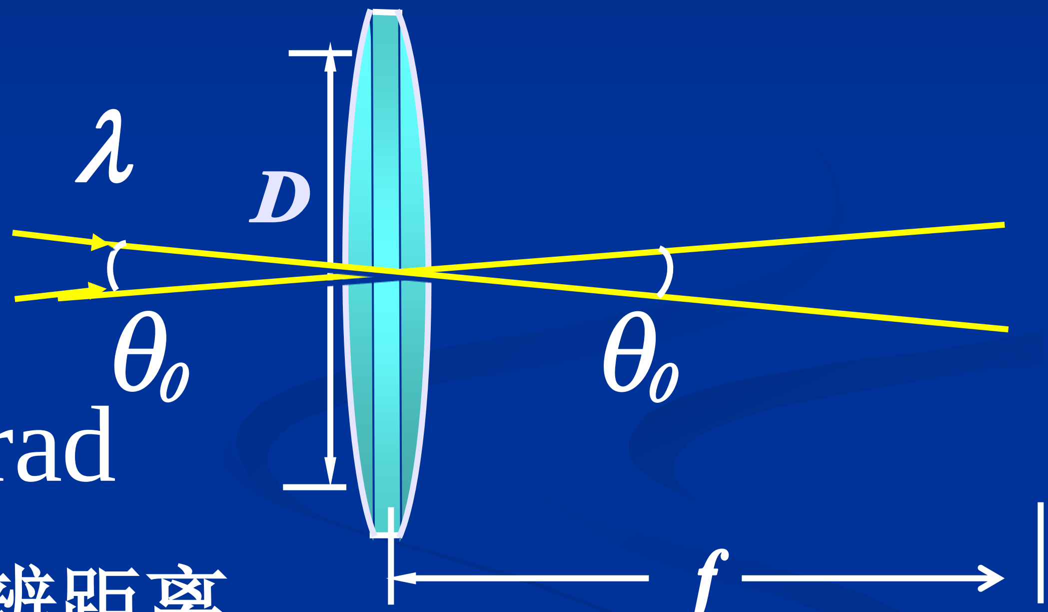
$$= 1.22 \times \frac{550\times 10^{-9}}{3\times 10^{-3}} = 2.24\times 10^{-4}\,\mathrm{rad}(1')$$

$$\theta_0 = \frac{\Delta s}{l} \Rightarrow \; l = \frac{\Delta s}{\theta_0} = \frac{2.0\times 10^{-3}}{2.24\times 10^{-4}} = 8.9\,\mathrm{m}$$

例：已知某相机物镜直径D=50cm，焦距f=17.5cm，对波长λ=550nm的光，求

1、最小分辨角

2、透镜的焦平面上每毫米能分辨多少条刻线？



解：1、

$$\theta_0 = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

$$= 1.34\times10^{-5}\,\mathrm{rad}$$

2、焦面上最小分辨距离

$$\Delta l = f\theta_0 = 2.35\times10^{-3}\,\mathrm{m}m$$

$$N = 1/\Delta l = 425/mm$$