习题测试（三）

一、 填空题

1．设,$X=\{a,b\}$，则X的离散拓扑为________________。

2．$x\in d(A)$当且仅当对于x的每一邻域U有______________。

3．$f:X\to Y$是拓扑空间X到Y的一个映射，若它是一个单射，并且是从X到它的

集$f(X)$的一个同胚，则称映射f是一个___________。

4．设X是一个集合，则X的可数补拓扑为_____________________________。

5．设集合X的子集族$\mathcal{B}$是X的一个拓扑基，则$\mathcal{B}$必须要满足条件：

(1)____________________________； (2)_____________________________。

6．设A是拓扑空间X的子集，则A的闭包是包含A的______________________闭集，

A的内部是在 A 中的_______________开集（填最大或最小）。

7．设$X=\{1,2,3,4\}$，$\mathcal{T}=\{\varnothing,X,\{1,2\},\{1,,2,4\},\{4\}\}$是$X$的拓扑，$A=\{1,4\}$，则$X$的子

空间A的拓扑为_______________。

8．在实数空间R中，有理数集Q的导集$d(Q)$= ______________.。

9．$f:X\to Y$是拓扑空间X到Y的一个映射，如果它是一个满射，并且Y的拓扑是对于映

射f而言的商拓扑，则称f是一个______________。

10．称X是正则空间，若_______________________________。

11．完全正则的T_1空间成为________________________空间。

12．紧致性关于________(填开或闭)遗传。

13．请补充下列几种紧致性的关系：

________$+T_1\Rightarrow$可数紧； 可数紧$+A_2\Rightarrow$_______________。

二、证明题

1．设X和Y是两个集合，$f:X\to Y$，证明下列两条件等价：

(1) f是一个单射；

(2)对于任意A，$B\subset X$，$f(A\cap B)=f(A)\bigcap f(B)$.

2．设 $X=\{a,b,c\}, \mathcal{T}=\{\varnothing,\{b,c\},\{a,b,c\}\}$，验证（$X,\mathcal{T}$）是拓扑空间，但不满足 T_0 性．

3．实数集合 R 中的一个关系 R 定义为 $R=\{(x,y)\in R^2 \mid x-y\in R\}$，证明 R 是一个等价关系．

4．证明：正则性是遗传性质．

5．证明：设 X 是 Hausdorff 空间，A,B 是 X 中任两个无交的紧子集，则存在 A 的开邻域 U，B 的开邻域 V，使得 $U\cap V=\phi$。