一、选择题(每小题3分，共24分)

1. 方程$y''-3y'+2y=\mathrm{e}^x$的待定特解y^*的一个形式是$y^*=$(　　).

(A) e^x　(B) $ax^2\mathrm{e}^x$　(C) $a\mathrm{e}^x$　(D) $ax\mathrm{e}^x$

2. 过点$(3,1,-2)$且通过直线$\dfrac{x-4}{5}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z}{1}$的平面方程(　　).

(A) $5x+2y+z-15=0$　(B) $\dfrac{x-3}{8}=\dfrac{y-1}{-9}=\dfrac{z+2}{-22}$

(C) $8x-9y-22z-59=0$　(D) $\dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{1}$

3. 设$f(x,y)=\ln\left(x+\dfrac{y}{2x}\right)$，则$f_y(1,0)=$(　　).

(A) 1　(B) 1/2　(C) 1/3　(D) 0

4. $D=\{(x,y)|0\leqslant x\leqslant 1,\ 0\leqslant y\leqslant 2\}$，利用二重积分的性质，$\displaystyle\iint_D\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+2xy+16}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$的最佳估值区间为(　　).

(A) $[2/5,1/2]$　(B) $[1/5,1/2]$　(C) $[2/5,1]$　(D) $[1/2,1]$

5. Ω由柱面$x^2+y^2=1$、平面$z=1$及三个坐标面围成的在第一卦限内的闭区域，则$\displaystyle\iiint_\Omega xy\,\mathrm{d}V=$(　　).

(A) $\displaystyle\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^1\mathrm{d}\rho\int_0^1\rho^3\sin\theta\cos\theta\,\mathrm{d}z$　(B) $\displaystyle\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^1\mathrm{d}\rho\int_0^1\rho^2\sin\theta\cos\theta\,\mathrm{d}z$

(C) $\displaystyle\int_0^{\pi/2}\mathrm{d}\theta\int_0^1\mathrm{d}\rho\int_0^1\rho^2\sin\theta\cos\theta\,\mathrm{d}z$　(D) $\displaystyle\int_0^{\pi/2}\mathrm{d}\theta\int_0^1\mathrm{d}\rho\int_0^1\rho^3\sin\theta\cos\theta\,\mathrm{d}z$

6. 设L是xoy平面上的有向曲线，下列曲线积分中，(　　)是与路径无关的.

(A) $\displaystyle\int_L 3yx^2\mathrm{d}x+x^3\mathrm{d}y$　(B) $\displaystyle\int_L y\,\mathrm{d}x-x\,\mathrm{d}y$

(C) $\displaystyle\int_L 2xy\,\mathrm{d}x-x^2\mathrm{d}y$　(D) $\displaystyle\int_L 3yx^2\mathrm{d}x+y^3\mathrm{d}y$

7. 设L为圆周$\begin{cases}x=a\cos t\\ y=a\sin t\end{cases}(0\leqslant t\leqslant 2\pi)$，则$\displaystyle\oint_L(x^2+y^2)\mathrm{d}s=$(　　).

(A) a^3　(B) πa^3　(C) $2\pi a^3$　(D) $3\pi a^3$

8. 下列级数中收敛的是(　　).

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n+1}$　(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{n+1}}$　(C) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2(n+1)}$　(D) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n+1}}$

二、填空题(每空3分，共24分)

1. 微分方程$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=-3y+\mathrm{e}^{2x}$的通解是$y=$______________.

2. 平行于y轴且通过曲线$\begin{cases}x^2+y^2+4z^2=1\\x^2=y^2+z^2\end{cases}$的柱面方程是________________.

3. 设$z=x^2y+xy^2$，则$\mathrm{d}z=$ ________________.

4. $\iint_D y^2\sin^3 x\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y=$ ________________（区域D为：$-4\leqslant x\leqslant 4$，$-1\leqslant y\leqslant 1$）.

5. 设D为平面闭区域：$x^2+y^2\leqslant 1$，则$\iint_D\sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$化为极坐标系下二次积分的表达式为

________________.

6. 设L是任意一条分段光滑的有向闭曲线，则$\oint_L 2xy\,\mathrm{d}x+x^2\mathrm{d}y=$ ________________.

7. $I=\iint_\Sigma(x+z\sin y)\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z+(y+x\sin z)\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x+z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y=$ ________________，其中Σ为球面$x^2+y^2+z^2=4(z\geqslant 0)$与平面$z=0$围成区域的表面，取外侧.

8. 级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{1}{n}x^n$的收敛半径为________________.

三、综合题（请写出求解过程，8小题，共52分）

1. 求过点$(2,1,1)$，且过直线$\begin{cases}x-y+3z-7=0\\3x+5y-2z+1=0\end{cases}$垂直的平面方程.（6分）

2. 设$z=f(\mathrm{e}^{x+y},\sin(xy))$，且$f$具有一阶连续偏导数，求$\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}$.（6分）

3. 计算$\iint_D (x^2+y)\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$，$D$是曲线$y=x^2$，$x=y^2$围成的闭区域. (8分)

4. 计算$\iiint_\Omega (x^2+y^2)\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是由圆锥面$z^2=x^2+y^2$及平面$z=2$围成的闭区域. (6分)

5. 计算$\int_\Gamma x^3\mathrm{d}x+3zy^2\mathrm{d}y-x^2y\,\mathrm{d}z$，其中$\Gamma$是从点$A(2,2,1)$到原点$O$的直线段$AO$. (6分)

6. 空间区域Ω由开口向下的旋转抛物面$z=1-x^2-y^2$与平面$z=0$所围，Ω的表面取外侧为Σ，利用高斯公式计算$\oiint_{\Sigma} x^2yz^2\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z-xy^2z^2\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x+z(1+xyz)\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$. (8分)

7. 判断级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^{\mathrm{e}}}{\mathrm{e}^n}$的敛散性. (6分)

8. 求幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)x^{2n}\ (x\in(-1,1))$的和函数. (6分)

UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY JIANGXI
公共课
资料群
江西理工大学