江 西 理 工 大 学 期 终 考 试 卷

试卷编号:

20　　— 20　　学年第 二 学期	考试性质（正考、补考或其它）：[正考]
课程名称：____高等数学（二）______	考试方式(开卷、闭卷)：[闭卷]
考试时间:__________ 年_____月_____日	试卷类别(A、B):[B] 共 三 大题

温 馨 提 示

请考生自觉遵守考试纪律，争做文明诚信的大学生。如有违犯考试纪律，将严格按照《江西理工大学学生违纪处分暂行规定》处理。

班级____________________ 学号 ____________ 姓名______参考答案________

题号	一	二	三	总　　分
得分				

一、选择题（请将正确答案编码填入下表中，每小题 3 分，共 24 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	C	D	B	A	C	D

二、填空题（请将正确答案填写在以下相应的横线上，每空 3 分，共 24 分）

1．2π　　　2．$-\pi$　　　3．$1+x^2+\Lambda+\dfrac{x^{2n}}{n!}+\Lambda$ ，$x\in R$

4．$\dfrac{25}{12}$　　　5．$\dfrac{1}{3}(dx+dy)$　　　6．$1+2\sqrt{3}$

7．$\int_0^1 dx\int_x^1 f(x,y)dy$　　　8．$\sqrt{3}\pi$

三、综合题（请写出求解过程，8 小题，共 52 分）

1. 计算$I=\iint\limits_D (x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$D=\{(x,\ y)\big|1\le x^2+y^2\le 4\}$.（5 分）

解：$I=\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_1^2 r^2\cdot r\,\mathrm{d}r$ 3 分

$=2\pi\cdot\frac{1}{4}r^4\Big|_1^2=\frac{15}{2}\pi$. 5 分

2. 由$e^x-xyz=0$确定了函数$z=z(x,\ y)$，求$\frac{\partial z}{\partial x}$.（5 分）

解：令$F(x,\ y,\ z)=e^x-xyz$，则

$\frac{\partial F}{\partial x}=e^x-yz$， 1 分

$\frac{\partial F}{\partial z}=-xy$ ， 2 分

$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial z}}=\frac{e^x-yz}{xy}$. 5 分

3. 求过点（2，5，-3）且与直线$\begin{cases}x=5-2t\\ y=1+t\\ z=7\end{cases}$垂直的平面方程.（5 分）

解：取平面的法向量为$\{-2,\ 1,\ 0\}$， 2 分

故平面方程$-2(x-2)+(y-5)+0(x+3)=0$， 4 分

整理得 $2x-y+1=0$. 5 分

4. 求微分方程 $y''-2y'+y=e^x$ 的通解. （8 分）

解：原方程对应的齐次线性微分方程的特征方程为 $r^2-2r+1=0$，

特征根为二重根 $r=1$， 3 分

故原方程对应的齐次线性微分方程的通解为 $Y=(C_1+C_2x)e^x$，

由于 $\lambda=1$ 是二重根，故原方程有一个形如 $y^*=Ax^2e^x$ 的特解. 6 分

将 y^* 代入原方程可得 $A=\dfrac{1}{2}$， 7 分

故原方程的通解为 $Y=(C_1+C_2x)e^x+\dfrac{1}{2}x^2e^x$. 8 分

5. 求幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{x^{2n+1}}{2n+1}$ 在收敛域 $(-1,\,1)$ 内的和函数.（8 分）

解：设 $S(x)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{x^{2n+1}}{2n+1}$，则 $S'(x)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}x^{2n}=\dfrac{1}{1-x^2},\quad |x|\le 1$， 4 分

由于 $S(0)=0$，所以 $S(x)=\int_0^x\dfrac{1}{1-x^2}\,\mathrm{d}x+S(0)$ 7 分

$$=\frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x},\quad |x|\le 1.$$ 8 分

6. 设 Σ 是由旋转抛物面 $z=x^2+y^2$ 与平面 $z=2$ 所围成的封闭曲面，取外侧. 用高斯公式计算 $\iint\limits_{\Sigma}4(1-y^2)dzdx+z(8y+1)dxdy$（8 分）

解：$\iint\limits_{\Sigma}4(1-y^2)dzdx+z(8y+1)dxdy=\iiint\limits_{\Omega}dxdydz$ 4 分

$$=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\sqrt{2}}dr\int_{r^2}^{2}rdz$$ 7 分

$$=2\pi.$$ 8 分

7. 利用格林公式，计算$\oint_L (2x^2y-2y)dx+\left(\frac{1}{3}x^3-2x\right)dy$，其中 L 为以 $y=x$， $y=x^2$，围成区域的正向边界.（8 分）

解： $\oint_L (2x^2y-2y)dx+\left(\frac{1}{3}x^3-2x\right)dy=-\iint_D x^2dxdy$ 4 分

$=-\int_0^1 dx\int_{x^2}^{x} x^2dy=-\frac{1}{20}$. 8 分

8. 设函数 $f(x)$ 在 $[a,\ b]$ 上连续且 $f(x)>0$，证明 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\int_a^b\frac{1}{f(x)}\mathrm{d}x\geq(b-a)^2$.（5 分）

证明： $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\int_a^b\frac{1}{f(y)}\mathrm{d}y=\iint\limits_D\frac{f(x)}{f(y)}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$， $D:a<x<b,\ \ a<y<b$, 2 分

$\frac{1}{2}\iint\limits_D\left[\frac{f(x)}{f(y)}+\frac{f(x)}{f(y)}\right]\mathrm{d}x\mathrm{d}y\geq\iint\limits_D\mathrm{d}x\mathrm{d}y=(b-a)^2$. 5 分