自动控制原理答案十三

一、　　解　系统误差传递函数

$$\Phi_e(s)=\frac{E(s)}{R(s)}=\frac{1-\dfrac{K_2}{s(T_2s+1)}G_C(s)}{1+\dfrac{K_1K_2}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}}$$

$$=\frac{s(T_1s+1)(T_2s+1)-K_2G_C(s)(T_1s+1)}{s(T_1s+1)(T_2s+1)+K_1K_2}$$

…………………………………………………… 4 分

$$D(s)=T_1T_2s^3+(T_1+T_2)s^2+s+K_1K_2$$

列劳斯表

$$\begin{array}{lll} s^3 & T_1T_2 & 1 \\ s^2 & T_1+T_2 & K_1K_2 \\ s^1 & \dfrac{T_1+T_2-T_1T_2K_1K_2}{T_1+T_2} & \\ s^0 & K_1K_2 & \end{array}$$

因 K_1，K_2，T_1，T_2 均大于零，所以只要

$$T_1+T_2>T_1T_2K_1K_2$$

…………………………………………………… 8 分

(2) $e_{ss}=\lim\limits_{s\to 0}s\Phi_e(s)R(s)=\lim\limits_{s\to 0}s\cdot\dfrac{s(T_1s+1)(T_2s+1)-K_2G_C(s)(T_1s+1)}{s(T_1s+1)(T_2s+1)+K_1K_2}\cdot\dfrac{V_0}{s^2}$

$$=\lim_{s\to 0}\frac{V_0}{K_1K_2}\left[1-K_2\frac{G_C(s)}{s}\right]\xlongequal{\text{令}}0$$

故

$$G_C(s)=\frac{s}{K_2}$$

……………………………………………….. 8 分

二

解 $$E(z)=R(z)-C(z)G_3(z)$$

而 $$D(z)=E(z)G_1G_2(z)-D(z)G_1G_2(z)$$

因此 $$D(z)=\frac{G_1G_2(z)}{1+G_1G_2(z)}E(z)$$

$$C(z)=E(z)G_1(z)-D(z)G_1(z)=\frac{G_1(z)}{1+G_1G_2(z)}E(z)$$

所以 $$C(z)=\frac{G_1(z)R(z)}{1+G_1G_2(z)}-\frac{G_1(z)}{1+G_1G_2(z)}C(z)G_3(z)$$

即 $$C(z)=\frac{G_1(z)R(z)}{1+G_1G_2(z)+G_1(z)G_3(z)}$$

……………………………………………….. 10 分

三、

解 $$G(s)=\frac{K(s^2+2s+2)}{(s+1)^4}=\frac{K(s+1+j)(s+1-j)}{(s+1)^4}$$

………………………………………………… 3 分

渐进线

$$\begin{cases}\sigma_a=\dfrac{4\times(-1)-2\times(-1)}{4-2}=-1\\ \varphi_a=\dfrac{(2k+1)\pi}{4-2}=\pm 90^\circ\end{cases}$$

起始角，由相角条件知

$$\varphi_1+\varphi_2-4\theta=(2k+1)\pi$$

即 $$-90^\circ+90^\circ-4\theta=(2k+1)\pi$$

$$\theta=\frac{(2k+1)\pi}{4}=\pm 45^\circ,\ \pm 135^\circ$$

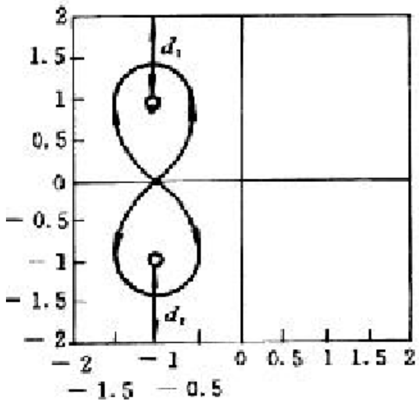
分离点 $$\frac{4}{d+1}=\frac{1}{d+1+j}+\frac{1}{d+1-j}$$

整理得 $$d^2+2d+3=0$$

解得 $$d_{1,2}=-1\pm j\sqrt{2}$$

…………………………………………………….. 6 分

画出根轨迹如图所示



……………………………………………….. 6 分

四、 解 山闭环对数幅频特性曲线可得系统闭环传递函数为

$$\Phi(s)=\frac{1}{(s+1)(\frac{1}{1.25}s+1)(\frac{1}{5}s+1)}=\frac{6.25}{(s+1)(s+1.25)(s+5)}$$

……………………………………………….. 3 分

因此系统等效开环传递函数

$$G(s)=\frac{\Phi(s)}{1-\Phi(s)}=\frac{6.25}{s(s+2.825)(s+4.425)}=$$

$$\frac{0.5}{s(\frac{1}{2.825}s+1)(\frac{1}{4.425}s+1)}$$ …………………………….. 3 分

其对数相频特性为

$$\varphi(\omega) = -90° - \mathrm{arctg}\frac{1}{2.825}\omega - \mathrm{arctg}\frac{1}{4.425}\omega$$

若要求 $\varphi(\omega_1) = -150°$，可得 $\omega_1 = 2.015$ ……………………………………… 4 分

系统对数幅频特性曲线

$$L_1(\omega) = \begin{cases} 20\lg\frac{0.5}{\omega}K_a & \omega < 2.825 \\ 20\lg\frac{1.4125}{\omega^2}K_a & 2.825 \leqslant \omega < 4.425 \\ 20\lg\frac{6.25}{\omega^3}K_a & \omega \geqslant 4.425 \end{cases}$$

要使系统具有 30° 的相角稳定裕量，ω_1 应为截止频率，有

$$\frac{0.5K_a}{\omega_1} = 1$$

$$K_a = 4.03$$

故系统开环放大倍数应增大 4.03 倍 ………………………………………………… 5 分

五、 解得 $K_v = 8 \quad v = 1$

$K = 8$ …………………………………………… 3 分

$$L(\omega) = \begin{cases} 20\lg\frac{8}{\omega} & \omega < 1 \\ 20\lg\frac{8}{\omega^2} & 1 < \omega < 5 \\ 20\lg\frac{8}{\omega\times\omega\times 0.2\omega} & \omega > 5 \end{cases}$$

解得 $\omega'_c = 2.8$

$$\gamma' = 180° - 90° - \mathrm{arctg}\omega'_c - \mathrm{arctg}(0.1\omega'_c) = 90° - 70.3° - 15.6° = 4.05° < \gamma^*$$

选用滞后校正系统 ………………………………………………… 5 分

$$\varphi_m = -5° \sim -10°$$

$$180° - 90° - \mathrm{arctg}\omega''_c - \mathrm{arctg}(0.2\omega''_c) - 6° = 40°$$

$$\mathrm{arctg}\omega''_c + \mathrm{arctg}(0.2\omega''_c) = 44°$$

$$\frac{1.2\omega''_c}{1 - 0.2\omega''^2_c} = 0.96$$

$$\omega''_c = 0.72 \qquad a = 8/0.72 = 11.3$$

$$\varphi_m = \mathrm{arctg}(T\omega''_c) - \mathrm{arctg}(0.7\omega''_c) = -6°$$

$$\frac{(1-a)T\omega''_c}{1 + aT^2\omega''^2_c} = \mathrm{tg}(-6°)$$

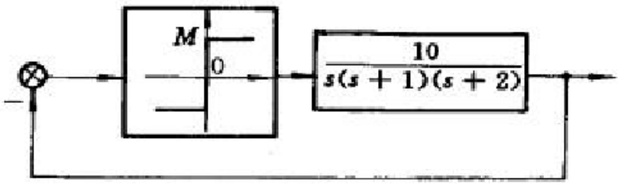
$$T = 1.25$$

…………………………………………………….... 7 分

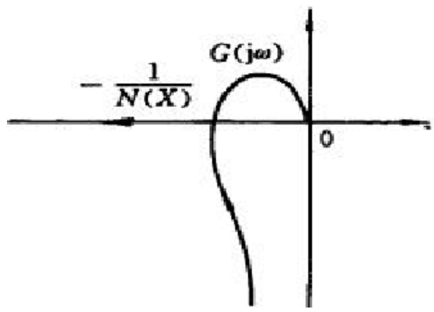
故选用的串联滞后校正网络为

$$G_c = \frac{Ts+1}{aTs+1} = \frac{1.25s+1}{14.1s+1}$$ ……………………………………... 5 分

六、　　解　非线性系统可等价为下图(a)所示结构.在复平面上画出$G(j\omega)$和$-1/N(X)$曲线,见图(b),可见系统存在稳定的自振



(a)



(b)

…………………………………………… 7 分

由
$$-\frac{1}{N(X)}=G(j\omega)$$

得
$$-N(X)=\frac{1}{G(j\omega)}$$

$$j\omega(j\omega+1)(j\omega+2)=-10\frac{4M}{\pi X}$$

$$-3\omega^2+j(2\omega-\omega^3)=-\frac{40M}{\pi X}$$

由
$$j(2\omega-\omega^3)=0$$
所以
$$\omega=\sqrt{2}$$

…………………………………………….. 5 分

由
$$3\omega^2=\frac{40M}{\pi X}$$

$$X=\frac{40M}{3\pi\omega^2}=\frac{20M}{3\pi}$$

…………………………………………….. 5 分

故系统在非线性部件入口处存在频率为$\sqrt{2}$、振幅为$\frac{20M}{3\pi}$的自振。

………………………………………………. 3 分