

模拟考试（二）

一 选择题. (每题 3 分, 15 分)

(1) 复数 $|i^8 - 4i^{21} + i| = (\quad)$.

(A) $\sqrt{10}$

(B) 2

(C) $\sqrt{5}$

(D) 4

(2) 设 $f(z) = x^2 + iy^3$, 那么().

(A) 处处解析

(B) 处处不解析

(C) 仅在 $(0,0)$ 点解析

(D) 仅在 $(0,0)$ 点可导

(3) $\int_{-\pi}^{3\pi} e^{2z} dz = (\quad)$.

(A) e

(B) ie^i

(C) 0

(D) e^i

(4) 若 $e^{z_1} = e^{z_2}$, 则().

(A) $z_1 = z_2$

(B) $z_1 = z_2 + 2k\pi i$

(C) $z_1 = z_2 + ik\pi$

(D) $z_1 = z_2 + 2k\pi$

(5) $z = 0$ 是函数 $\frac{\sin z}{z^6}$ 的().

(A) 本性奇点

(B) 可去奇点

(C) 六级极点

(D) 五级极点

二 填空题. (每题 3 分, 15 分)

1. $\sqrt{4} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 函数 $f(z) = \cos z$ 在 $z = 0$ 处泰勒展开式中 z^3 项的系数为 $\underline{\hspace{2cm}}$

3. $i^{1-i} = \underline{\hspace{2cm}}$

4. $\oint_{|z|=3} \frac{z}{(z+6)^3} dz = \underline{\hspace{2cm}}$

5. 函数 $f(t) = e^{2t}$ 的拉普拉斯变换为 $\underline{\hspace{2cm}}$

三 计算题. (70 分)

1. 计算积分 $\oint_C \frac{z+1}{z^2-z} dz$ 的值, 其中 C 为正向圆周 $|z-1|=\frac{1}{4}$. (7 分)

2. 计算积分 $\oint_C \frac{\cos 2z}{(z-2)^3} dz$ 的值, 其中 C 为正向圆周 $|z|=3$. (7 分)

3. 求函数 $\frac{z}{z^2-1}$ 在有限奇点处的留数. (7 分)

4. 求函数 $z \cos \frac{1}{z}$ 在有限奇点处的留数. (7 分)

5. 试将 $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-4)}$ 在 $1 < |z-4| < +\infty$ 内展开成洛朗级数. (10 分)

6. 已知调和函数 $u = (y^2 - 3x^2)y$, 求解析函数 $f(z) = u + iv$. (10 分)

7. 设 $f(z) = x^3 - y^3 + 2x^2y^2i$, 问 $f(z)$ 在何处可导? 何处解析? 并在可导处求出导数值.
(12 分)

8. 利用拉氏变换求解微分方程 $y'' + 4y' + 3y = e^{-t}$ 满足初始条件 $y(0) = y'(0) = 1$
的解. (10 分)