自动控制原理答案十一

一、　解　(1)　$G(s)=\dfrac{100}{s(0.25s+1)(0.0625s+1)}\times\dfrac{0.2s^3}{0.8s+1}$

$$G(j\omega)=\frac{20(j\omega)^2}{(0.25j\omega+1)(0.0625j\omega+1)(0.8j\omega+1)}$$

于是

$$L(\omega)=\begin{cases}20\lg|20\omega^2| & \omega<\frac{5}{4}\\ 20\lg\left|\frac{20\omega^2}{0.8\omega}\right| & \frac{5}{4}<\omega<4\\ 20\lg\left|\frac{20\omega^2}{0.25\omega\times 0.8\omega}\right| & 4<\omega<16\\ 20\lg\left|\frac{20\omega^2}{\frac{1}{4}\omega\times\frac{4}{5}\omega\times\frac{1}{16}\omega}\right| & \omega>16\end{cases}$$

$$\omega_{c1}=\sqrt{\frac{1}{20}}=0.22\qquad \omega_{c2}=1\,600\qquad h=\frac{1}{|G(j\omega_g)|}\to\infty$$

$$\gamma_1=180^\circ+\Phi(j\omega_{c1})>0\qquad \gamma_2=180^\circ+\Phi(j\omega_{c2})>0$$

所以系统不稳定　………………………………………………….. 5 分

(2)　$G(s)=\dfrac{5(1-0.5s)}{s(1+0.1s)(1-0.2s)}$

$$G(j\omega)=\frac{5(0.5j\omega-1)}{j\omega(0.1j\omega+1)(0.2j\omega-1)}$$

$$L(\omega)=\begin{cases}20\lg\frac{5}{\omega} & \omega<2\\ 20\lg\frac{5\times 0.5\omega}{\omega} & 2<\omega<5\\ 20\lg\frac{5\times 0.5\omega}{\omega\times 0.2\omega} & 5<\omega<10\\ 20\lg\frac{5\times 0.5\omega}{\omega\times 0.1\omega\times 0.2\omega} & \omega>10\end{cases}$$

可得　$\omega_c=11.2$

$$\gamma=180^\circ-\mathrm{arctg}(0.5\omega_c)-90^\circ-\mathrm{arctg}(0.1\omega_c)+\mathrm{arctg}(0.2\omega_c)=28^\circ>0$$

$$|G(j\omega)|=\left|\frac{5(0.5j\omega-1)}{j\omega(0.1j\omega+1)(0.2j\omega-1)}\right|$$

令 $\mathrm{Im}G(j\omega)=0$，$\omega_g=2.77$，得

$$h=\frac{1}{|G(j\omega_g)|}=0.6<1$$

所以系统不稳定　………………………………………………… 5 分

(3)　$G(s)=\dfrac{1000}{s(s^2+25)(0.2s+1)}$

$$G(j\omega)=\frac{40}{j\omega(-0.04\omega^2+1)(0.2j\omega+1)}$$

$$L(\omega)=\begin{cases}20\lg\frac{40}{\omega} & \omega<5\\ 20\lg\frac{40}{\omega\times 0.2\omega} & \omega>5\end{cases}$$

可得 $\omega_c=8.4$

$$\gamma=180^\circ-90^\circ-180^\circ-\mathrm{arctg}(0.2\omega_c)=-90^\circ-\mathrm{arctg}(0.2\omega_c)<0$$

所以系统不稳定 ……………………………………………………… 5 分

二、 解 系统的开环传递函数为

$$G(s)=\frac{K_1K_2}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$$

开环增益 $K=K_1K_2$。 ……………………………………………….. 2 分

(1) $$\Phi_{en}(s)=\frac{E(s)}{N(s)}=\frac{\frac{-K_2}{T_2s+1}}{1+\frac{K_1K_2}{(T_1s+1)(T_2s+1)}}=\frac{-K_2(T_1s+1)}{(T_1s+1)(T_2s+1)+K_1K_2}$$

$$e_{ssn}=\lim_{s\to0}sN(s)\Phi_{en}(s)=\lim_{s\to0}s\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{-K_2(T_1s+1)}{(T_1s+1)(T_2s+1)+K_1K_2}=\frac{-K_2}{1+K_1K_2}$$

……………………………………………………… 5 分

(2) 由静态误差系数法可知，$r(t)=1(t)$ 引起的稳态误差

$$e_{ssr}=\frac{1}{1+K_p}=\frac{1}{1+K_1K_2}$$

由叠加原理得

$$e_{ss}=e_{ssr}+e_{ssn}=\frac{1-K_2}{1+K_1K_2}$$

……………………………………………………… 5 分

(3) 由上式可看出：增加 K_1 可同时减少由 $r(t)$，$n(t)$ 阶跃型输入所产生的稳态误差；增加 K_2 只对减小由 $r(t)$ 阶跃输入所产生的稳态误差有效。

……………………………………………………… 4 分

(4) 在扰动点之前的前向通道中加入积分环节，可使系统成为一阶无差系统，利于提高系统的稳态指标(不论对控制输入还是扰动)；在扰动后的前向通道加积分环节，对减小扰动作用下的稳态误差无效。

……………………………………………………… 4 分

三 、 解 山图可得

$$\dot{c}=\begin{cases}1 & c<0\\ -1 & c>0\end{cases}$$

开关线为 $\dot{c}$ 轴。 ……………………………………………… 3 分

当 $c>0$ 时， $\ddot{c}=-1$

$$\ddot{c}=\frac{\mathrm{d}\dot{c}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\dot{c}}{\mathrm{d}c}\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}t}=\dot{c}\frac{\mathrm{d}\dot{c}}{\mathrm{d}c}=-1$$

$$\dot{c}\mathrm{d}\dot{c}=-\mathrm{d}c$$

积分可得 $\frac{1}{2}\dot{c}^2(t)=-c(t)+A$

代入初值 $c(0)=1$，$\dot{c}(0)=2$，可得 $A=3$，代入上式，得

$$\frac{1}{2}\dot{c}^2(t)=-c(t)+3$$

在 $c>0$ 区域内，相轨迹是开口向左的抛物线，且交 $\dot{c}$ 轴于（0，$\pm\sqrt{6}$）。

…………………………………………….. 6 分

当 $c<0$ 时， $\ddot{c}=1$

$$\ddot{c}=\dot{c}\frac{\mathrm{d}\dot{c}}{\mathrm{d}c}=1 \qquad \dot{c}\mathrm{d}\dot{c}=\mathrm{d}c$$

积分可得 $\frac{1}{2}\dot{c}^2(t)=c(t)+B$

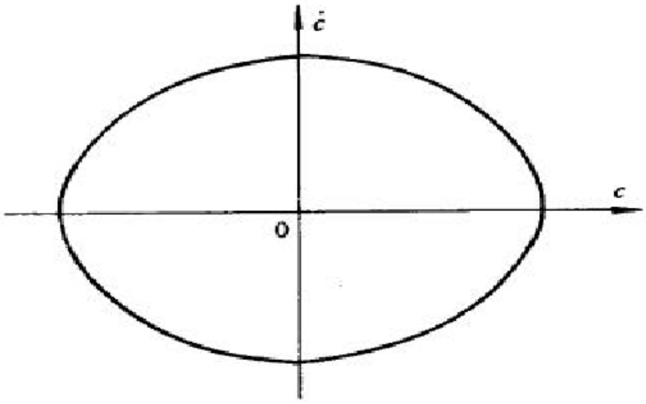
代入初值 $c(0)=0$，$\dot{c}(0)=-\sqrt{6}$，可得 $B=3$, 即

$$\frac{1}{2}\dot{c}^2(t)=c(t)+3$$

在 $c<0$ 区域内，相轨迹是开口向右的抛物线，且交 $\dot{c}$ 轴于（0，$\pm\sqrt{6}$）。

………………………………………………………… 6 分

因此，系统相轨迹由两个抛物线封闭组成，对应的运动是周期运动



…………………………………………….. 5 分

四、 解

$$G(s)=\frac{\frac{1}{4}K(s-2)^2}{(s+2)(s-0.5)}$$

分离点

$$\frac{1}{d+2}+\frac{1}{d-0.5}=\frac{2}{d-2}$$

整理并解出 $d=-0.182$。

与虚轴交点

$$D(s)=(s+2)(s-0.5)+\frac{1}{4}K(s-2)^2=\left(1+\frac{K}{4}\right)s^2+(1.5-K)s+(K-1)$$

令

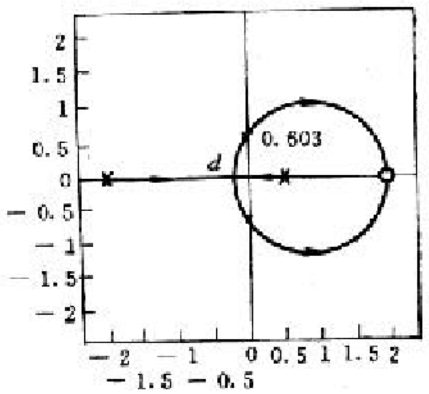
$$\begin{cases}\mathrm{Im}[D(j\omega)]=(1.5-K)\omega=0\\ \mathrm{Re}[D(j\omega)]=-\left(1+\frac{K}{4}\right)\omega^2+(K-1)=0\end{cases}$$

联立求解得

$$\begin{cases}\omega_1=0 & K_1=1\\ \omega_2=\pm 0.603 & K_2=1.5\end{cases}$$

……………………………………………. 6 分

画出根轨迹如图



…………………………………………….. 6 分

(2) 山根轨迹可以看出,K 值稳定范围对应于根轨迹与虚轴的两个交点,所以有

$$1<K<1.5$$

……………………………………………. 3 分

(3) 系统的静态位置误差系数为

$$K_p=\lim_{s\to 0}G(s)=-K$$

……………………………………………. 5 分

五、 解

$$e=\frac{1}{K}\leqslant 0.0625 \qquad K\geqslant 16$$

$$L(\omega)=\begin{cases}20\lg\frac{16}{\omega} & \omega<1\\ 20\lg\frac{16}{\omega^2} & 1<\omega<100\\ 20\lg\frac{16}{\omega^2\times 0.01\omega} & \omega>100\end{cases}$$

$$\omega'_c=4$$

$$\gamma'=180^\circ-\mathrm{arctg}\,\omega'_c-\mathrm{arctg}(0.01\omega'_c)-90^\circ=12^\circ<45^\circ$$

不满足性能需加以校正

系统中频区以斜率 $-40\mathrm{dB/dec}$ 穿越 0dB 线，故选用超前网络校正。

……………………………………………………... 4 分

设超前网络相角为 φ_m，则

$$\varphi_m + \gamma' - (5^\circ \sim 12^\circ) \geqslant 8^\circ$$

$$\varphi_m \geqslant \gamma'' - \gamma' + (5^\circ \sim 12^\circ) \qquad \varphi_m \geqslant 45^\circ - 12^\circ + 10^\circ = 43^\circ$$

$$a = \frac{1+\sin\varphi_m}{1-\sin\varphi_m} = \frac{1+\sin 43^\circ}{1-\sin 43^\circ} = 5$$

中频段 $L(\omega''_c) = 0 \qquad \dfrac{16}{(\omega''_c)^2}\sqrt{a} = 1$

所以 $\omega''_c = 5.9$

……………………………………………………..6 分

验算

$$\begin{aligned}\gamma'' &= 180^\circ + \varphi_m + \varphi(j\omega''_c) = \\ &180^\circ + 43^\circ - 90^\circ - \mathrm{arctg}\,\omega''_c - \mathrm{arctg}(0.01\omega''_c) = \\ &48^\circ > 45^\circ\end{aligned}$$

$$\omega''_c = 1/(T\sqrt{a}) \qquad T = 1/(\omega''_c\sqrt{a}) = 0.076$$

…………………………………………………….. 3 分

所以串联超前网络后系统的开环传递函数为

$$G'(s) = \frac{16}{s(s+1)(0.01s+1)} \cdot \frac{0.38s+1}{0.076s+1}$$

……………………………………………………. 2 分

六、 解 对于图(a)所示系统

$$C(z) = Z\left(\frac{2}{s+2}\cdot\frac{5}{s+5}\right)R(z) = Z\left(\frac{10/3}{s+2} - \frac{10/3}{s+5}\right)R(z) = \frac{10}{3}\left(\frac{z}{z-e^{-2T}} - \frac{z}{z-e^{-5T}}\right)R(z)$$

………………………………………………… 5 分

对于图(b)所示系统

$$C(z) = \frac{G_1(z)}{1 + G_1(z)G_3(z) + G_1G_2(z)}$$

………………………………………………… 5 分