江西理工大学

《高等数学》第十一单元测试卷

班级______________学号______________姓名______________

一、填空题(每小题3分，共24分)

1. 设L是xoy平面上沿逆时针方向绕行的简单闭曲线，且$\oint_L y\,\mathrm{d}x-x\,\mathrm{d}y=-9$，则$L$所围成的平面闭区域$D$的面积等于______________.

2. 设L是抛物线$y=x^2$上点$O(0,0)$与点$B(1,1)$之间的一段弧$\int_L\sqrt{y}\,\mathrm{d}s=$______________.

3. 设L是有向光滑曲线弧，且$\int_L\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{s}=3$，则$\int_{L^-}\left(-\vec{F}\right)\cdot\mathrm{d}\vec{s}=$______________.

4. 设L是从$A(1,0)$沿$y=\sqrt{1-x^2}$到$B(-1,0)$的圆弧，则$\int_L xy^2\mathrm{d}y-x^2y\,\mathrm{d}x=$______________.

5. 设L是任意一条分段光滑的闭曲线，则$\oint_L 2xy\,\mathrm{d}x+x^2\mathrm{d}y=$______________.

6. 在xoy面上，$xy^2\mathrm{d}x+x^2y\,\mathrm{d}y$是某个函数的全微分，则这个函数是______________.

7. 设Σ是由平面$x=0$，$y=0$，$z=0$及$x+y+z=1$所围成的四面体的整个边界曲面，则$\oint\!\!\!\oint_\Sigma xyz\,\mathrm{d}S=$______________.

8. 设Σ是$x^2+y^2+z^2=1$的外侧，则$\oint\!\!\!\oint_\Sigma(x^2+y^2+z^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$______________.

二、选择题(每小题3分，共30分)

1. 设曲面Σ是上半球面：$x^2+y^2+z^2=R^2\ (z\geqslant0)$，曲面$\Sigma_1$是曲面$\Sigma$在第一卦限中的部分，则有(　　).

(A) $\iint_\Sigma x\,\mathrm{d}S=4\iint_{\Sigma_1}x\,\mathrm{d}S$　　(B) $\iint_\Sigma y\,\mathrm{d}S=4\iint_{\Sigma_1}x\,\mathrm{d}S$

(C) $\iint_\Sigma z\,\mathrm{d}S=4\iint_{\Sigma_1}x\,\mathrm{d}S$　　(D) $\iint_\Sigma xyz\,\mathrm{d}S=4\iint_{\Sigma_1}xyz\,\mathrm{d}S$

2. 设曲线L：$x=t$，$y=t^2/2$，$z=t^3/3\ (0\leqslant t\leqslant1)$，其线密度$\rho=\sqrt{2y}$，则曲线的质量为(　　).

(A) $\int_0^1 t\sqrt{1+t^2+t^4}\,\mathrm{d}t$　　(B) $\int_0^1 2t^3\sqrt{1+t^2+t^4}\,\mathrm{d}t$

(C) $\int_0^1\sqrt{1+t^2+t^4}\,\mathrm{d}t$　　(D) $\int_0^1\sqrt{t}\sqrt{1+t^2+t^4}\,\mathrm{d}t$

3. $\oint_L(x^2+y^2)\mathrm{d}s=$(　　)，其中$L$为圆周$x^2+y^2=1$.

(A) $\int_{2\pi}^0\mathrm{d}\theta$　　(B) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta$　　(C) $\int_0^{2\pi}r^2\mathrm{d}\theta$　　(D) $\int_0^{2\pi}\sqrt{2}\,\mathrm{d}\theta$

4. 设OM是从$O(0,0)$到点$M(1,1)$的直线段，则与曲线积分$I=\int_{OM}\mathrm{e}^{\sqrt{x^2+y^2}}\mathrm{d}s$不相等的积分是(　　).

(A) $\int_0^1\mathrm{e}^{\sqrt{2}x}\sqrt{2}\,\mathrm{d}x$　　(B) $\int_0^1\mathrm{e}^{\sqrt{2}y}\sqrt{2}\,\mathrm{d}y$　　(C) $\int_0^{\sqrt{2}}\mathrm{e}^r\mathrm{d}r$　　(D) $\int_0^1\mathrm{e}^r\sqrt{2}\,\mathrm{d}r$

5. 用格林公式计算$\oint_L x^2y\,\mathrm{d}y+xy^2\mathrm{d}x$，其中$L$为沿$x^2+y^2=R^2$逆时针绕一周，则得(　　).

(A) $-\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^R\rho^3\mathrm{d}\rho=-\frac{\pi R^4}{2}$　　(B) $\iint_D 0\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=0$

(C) $\iint_D(x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\frac{\pi R^4}{2}$　　(D) $\iint_D\rho^2\mathrm{d}\rho\mathrm{d}\theta=\pi R^3$

6. L是圆域D：$x^2+y^2\leqslant-2x$的正向周界，则$\oint_L(x^3-y)\mathrm{d}x+(x-y^3)\mathrm{d}y=$(　　).

(A) -2π　　(B) 0　　(C) $\frac{3}{2}\pi$　　(D) 2π

7. 设Σ为$z=2-x^2-y^2$在xoy面上方部分的曲面，则$\iint_\Sigma\mathrm{d}S=$(　　).

(A) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^1\sqrt{1+4\rho^2}\,\rho\,\mathrm{d}\rho$　　(B) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^2\sqrt{1+4\rho^2}\,\rho\,\mathrm{d}\rho$

(C) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^1(2-\rho^2)\sqrt{1+4\rho^2}\,\rho\,\mathrm{d}\rho$　　(D) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{\sqrt{2}}\sqrt{1+4\rho^2}\,\rho\,\mathrm{d}\rho$

8. 设Σ为球面$x^2+y^2+z^2=k^2$，则$\oint\!\!\!\oint_\Sigma(x^2+y^2+z^2)\mathrm{d}S=$(　　).

(A) $\oint\!\!\!\oint_\Sigma k^2\mathrm{d}S=4\pi k^4$　　(B) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{\pi}\mathrm{d}\varphi\int_0^k r^4\sin\varphi\,\mathrm{d}r=\frac{4\pi k^5}{5}$

(C) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^k r^3\mathrm{d}r=\frac{\pi k^4}{2}$　　(D) $4\pi k$

9. 设曲面Σ：$z=0$，$|x|\leqslant1$，$|y|\leqslant1$，方向向下，D为平面区域$|x|\leqslant1$，$|y|\leqslant1$，则$\iint_\Sigma\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$(　　).

(A) 1　　(B) $\iint_D\mathrm{d}x\mathrm{d}y$　　(C) $-\iint_D\mathrm{d}x\mathrm{d}y$　　(D) 0

10. 设曲面Σ: $z=0$ $(x^2+y^2\leqslant R^2)$的上侧, 则$\iint_{\Sigma}(x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=($　　$)$.

(A) $\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant R^2}R^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\pi R^4$　(B) $-\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant R^2}R^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y=-\pi R^4$　(C) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^R r^3\mathrm{d}r=\dfrac{\pi R^4}{2}$　(D) 0

三、解答题(共46分)

1. $\int_{\Gamma}\dfrac{\mathrm{d}s}{x^2+y^2+z^2}$, 其中Γ为曲线$x=\mathrm{e}^t\cos t$, $y=\mathrm{e}^t\sin t$, $z=\mathrm{e}^t$上相应于t从0到2的这段弧. (8分)

2. $\oint_C xy^2\mathrm{d}y-x^2y\,\mathrm{d}x$, 其中$C$为正向圆周$x^2+y^2=R^2$. (8分)

3. 利用曲线积分求星形线$x=a\cos^3t$, $y=a\sin^3t$所围图形的面积. (10分)

4. $\iint_{\Sigma}(x+y+z)\mathrm{d}S$, Σ为球面$x^2+y^2+z^2=a^2$上$z\geqslant h$, $0<h<a$的部分. (10分)

5. 计算$\oiint_{\Sigma}x^3\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y^3\mathrm{d}x\mathrm{d}z+z^3\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, Σ为球面$x^2+y^2+z^2=1$的外侧. (10分)