模拟考试（四）

一、选择题 （每小题 3 分，共 15 分）

1．$\sqrt{3}+i$ 的三角表示式是（　　）.

(A) $-2(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6})$　　(B) $-2(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6})$

(C) $2(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6})$　　(D) $2(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6})$

2．设 $f(z)=\operatorname{Im} z$，则 $f(z)$（　　）.

(A) 处处不可导　　(B) 处处解析

(C) 仅在虚轴上可导　　(D) 仅在 $(0,0)$ 点可导

3．设 $\frac{z^2}{e^{\frac{1}{z}}}=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}a_n z^n, |z|>0$, 则 $a_{-7}=$（　　）.

(A) $\frac{1}{7!}$　　(B) $-\frac{1}{7!}$　　(C) $\frac{1}{9!}$　　(D) $-\frac{1}{9!}$

4．下列公式不成立的是(　　).

(A) $Lnz_1z_2=Lnz_1+Lnz_2$　　(B) $Ln^2z=2Lnz$

(C) $e^{z+z}=e^z e^z$　　(D) $z^{\alpha}=e^{\alpha Lnz}$

5． $z=0$ 是函数 $\frac{1}{\cos\frac{1}{z}}$ 的(　　).

(A) 一级极点　　(B) 可去奇点

(C) 非孤立奇点　　(D) 本性奇点

二、填空题 （每小题 3 分，共 15 分）

1．$\int_{-2}^{-2+i}(2+z)^2\,dz=$_______________.

2．函数 $f(z)=\ln(1+z)$ 在 $z=0$ 处泰勒展开式中 z^4 项的系数为__________.

3．$\ln(2i)=$________________.

4．$\sqrt{1}=$_________________.

5．函数 $f(t)=\sin t$ 的拉普拉斯变换为_______________.

三、计算题 （共 70 分）

1．计算积分$\oint_C \frac{e^z}{z^2-z}dz$的值，其中 C 为正向圆周$|z-1|=\frac{1}{10}$.（7 分）

2．计算积分$\oint_C \frac{\cos z}{z^4}dz$的值，其中 C 为正向圆周$|z|=1$.（7 分）

3．求函数$\frac{\sin z}{z^2-9}$在有限奇点处的留数. （7 分）

4．求函数$z^2\sin\frac{1}{z}$在有限奇点处的留数．（7 分）

5．试将$f(z)=\frac{1}{z^2-7z+12}$在$3<|z|<4$内展开成洛朗级数．（10 分）

6．已知$v=\arctan\frac{y}{x}, x>0$，求解析函数$f(z)=u+iv$．（10 分）

7．如果$f(z)=u+iv$在 D 解析，Ref在 D 内恒为常数，证明$f(z)$是常数.（12 分）

8. 利用拉氏变换求解微分方程 $y''(t)-2y'(t)+y(t)=e^t$， $y(0)=y'(0)=0$． （10 分）