第十四章 机械波基础
第 二 讲

14.3 波的能量和能流

14.5 惠更斯原理

14.6 波的叠加原理 波的干涉

14.3　波的能量和能流

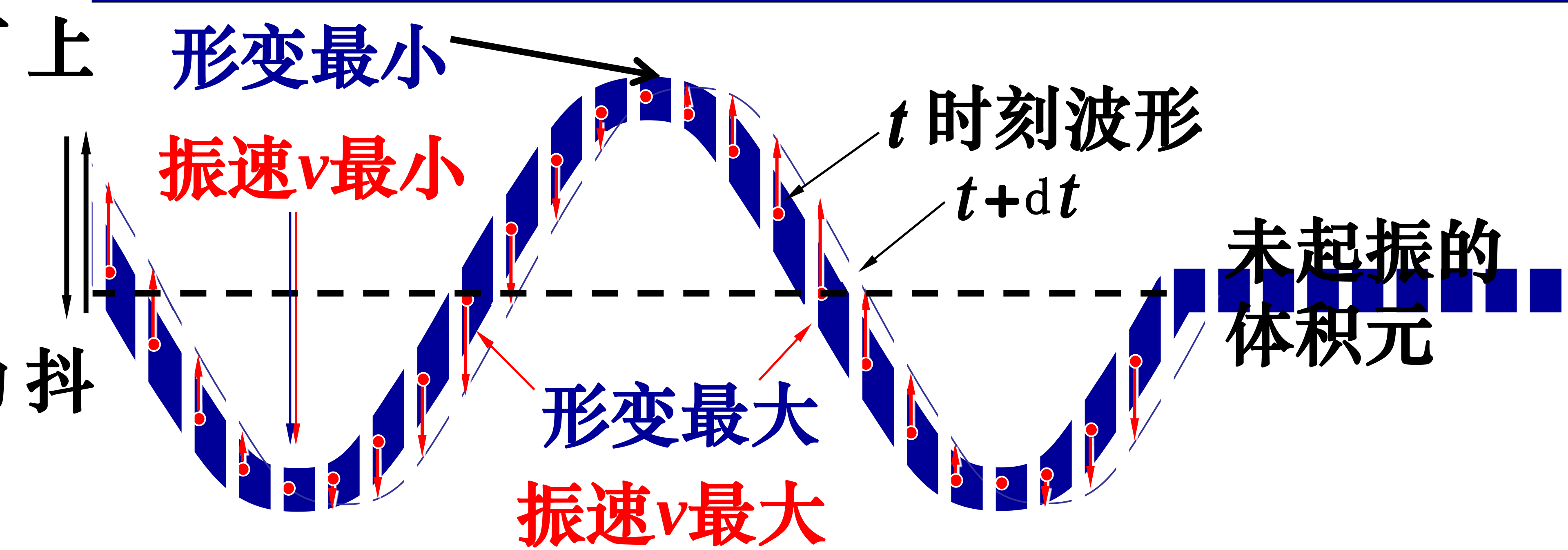
波的能量特点

能量密度

能流密度

平面波和球面波的振幅

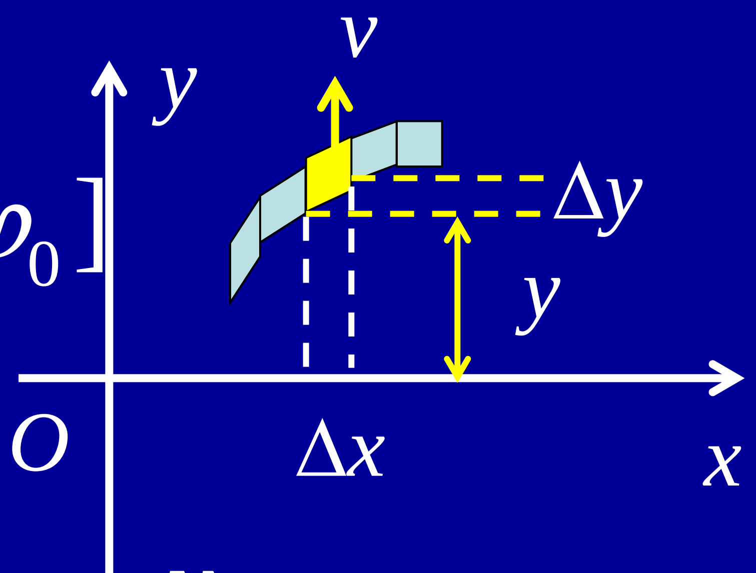
将一软绳（弹性媒质）划分为多个小体积元）
在波动中，各体积元产生不同程度的 弹性形变，
具有 **弹性势能W_p**
各体积元以变化的振动速率v上下振动，
具有**振动动能W_k**



一. 波的能量和能量密度

以绳上横波为例：设波沿*x* 方向传播，取线元**Δ*x***,绳子单位长度的质量为***μ***，则线元质量**Δ*m*** $=\mu\Delta x$

$$y=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$$



线元振动速度：

$$v=\frac{\partial y}{\partial t}=-A\omega\sin[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$$

线元动能：$W_k=\frac{1}{2}\Delta mv^2=\frac{1}{2}\Delta m(\frac{\partial y}{\partial t})^2$ ①

线元变形具有弹性势能

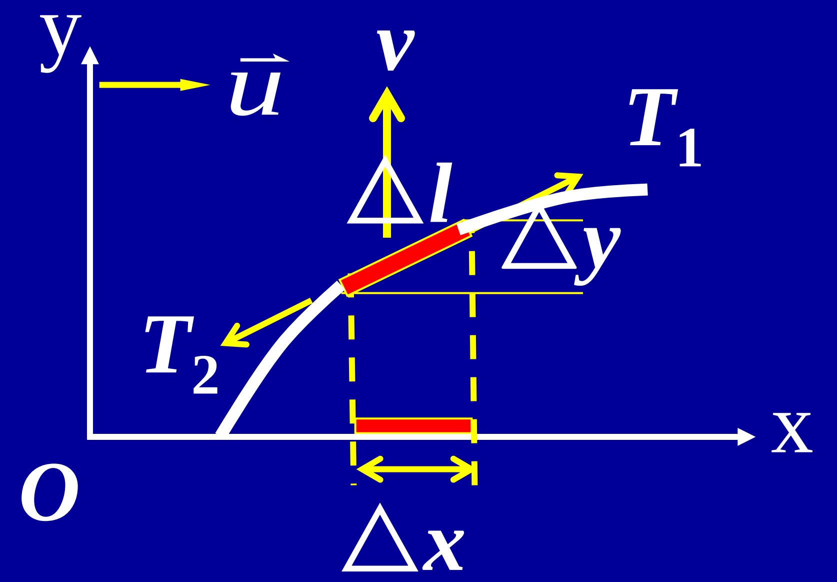
$$W_p = T(\Delta l - \Delta x)$$

$$\Delta l = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$$

$$\approx \Delta x[1 + (\frac{\partial y}{\partial x})^2]^{1/2}$$

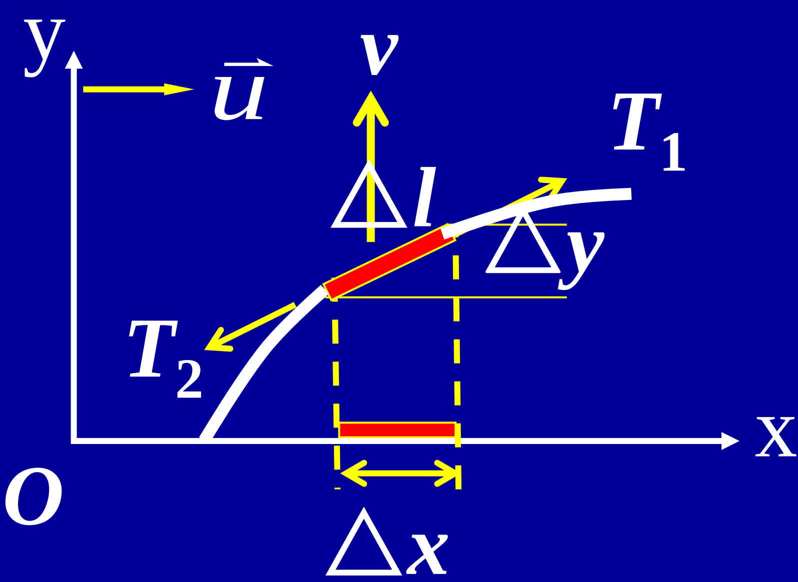
$$\approx \Delta x[1 + \frac{1}{2}(\frac{\partial y}{\partial x})^2]$$

$$W_p \approx \frac{1}{2}T\Delta x(\frac{\partial y}{\partial x})^2 \quad ②$$



$$W_k = \frac{1}{2}\Delta m v^2 = \frac{1}{2}\Delta m\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 \quad ①$$

$$W_p \approx \frac{1}{2}T\Delta x\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 \quad ②$$



$$T = u^2\mu$$

$$y = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right]$$

$$W_k = \frac{1}{2}\mu\Delta x\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 = \frac{1}{2}\mu\Delta x A^2\omega^2\sin^2\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right]$$

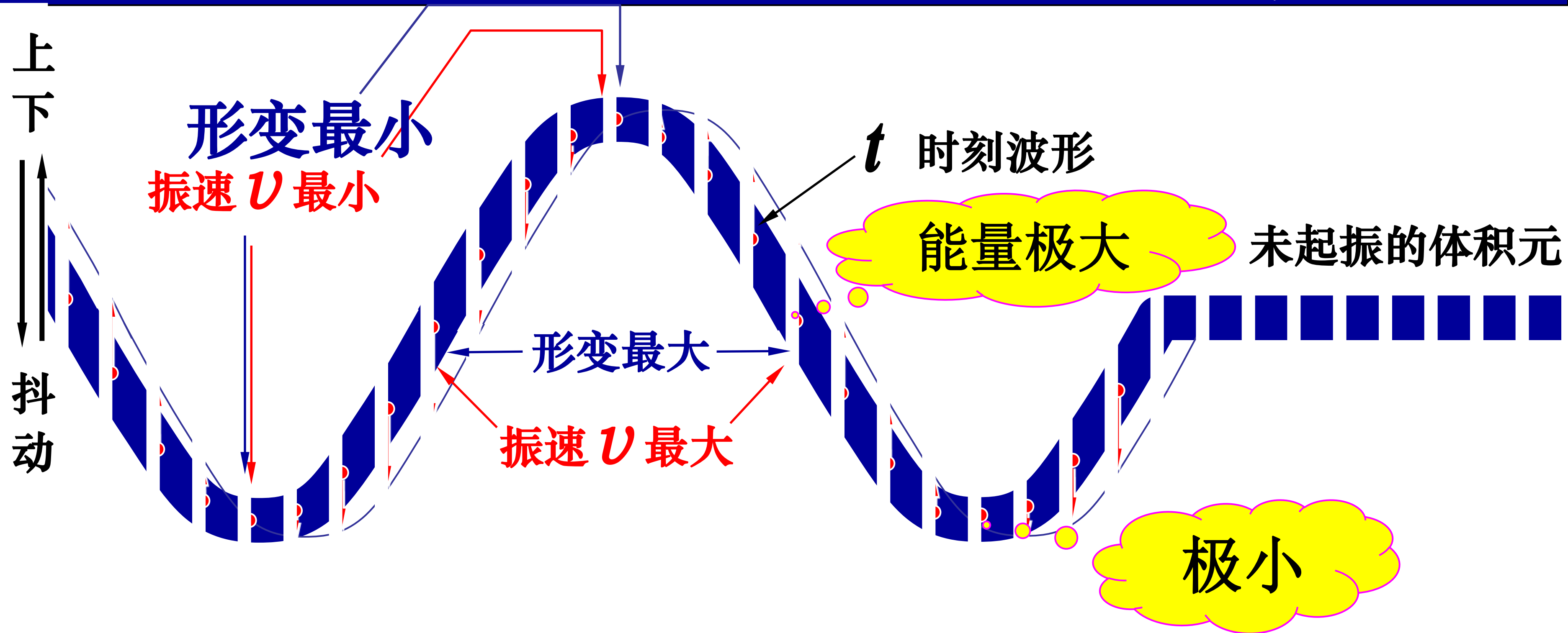
$$W_p = \frac{1}{2}T\Delta x\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 = \frac{1}{2}\mu\Delta x A^2\omega^2\sin^2\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right]$$

总能量 $W = W_k + W_p$

$$= \Delta m A^2 \omega^2 \sin^2[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

特点：1、质元的**动能与势能作同相**变化，即同时达到最大值，同时达到最小值零

2、任一质元的**总机械能作周期性**变化，时间周期是T/2，空间周期是λ/2，能量以速度u传播，



2、波的**能量密度*w***——单位体积介质中的能量

$$w = \frac{W}{\Delta V} = \rho A^2 \omega^2 \sin^2[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

平均能量密度——一个周期内能量密度的平均值

$$\overline{w} = \frac{1}{T}\int_0^T \rho A^2 \omega^2 \sin^2[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi_0]dt = \frac{1}{2}\rho A^2 \omega^2$$

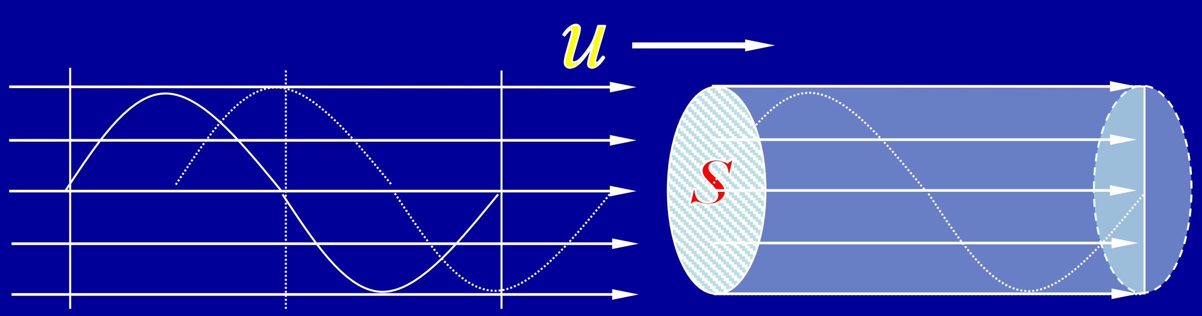
地震强度用震级表示，它是根据地震仪记录的地面地动位移。一个6级地震释放的能量相当于第二次世界大战美国在日本广岛投下的原子弹的能量。震级每差1.0级，能量相差大约32倍；相差2.0级，能量相差约1000倍。

二. 能流和能流密度

体积元的能量取决于其振动状态

振动状态以波速 u在媒质中传播

能量以波速u在媒质中传播



能流P 单位时间垂直通过的某截面积 S的能量

$$\mathrm{P} = wuS$$ 单位：瓦 (W)

平均能流 $\overline{\mathrm{P}}$ $$\overline{\mathrm{P}} = \overline{w}uS$$

一周期内垂直通过某截面积 S的能量的平均值

$$\overline{w}=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$$

$$\overline{\mathrm{P}}=\overline{w}uS$$

能流密度I（波的强度）:垂直通过单位截面积的平均能流

$$\mathrm{I}=\frac{\overline{\mathrm{P}}}{\mathrm{S}}=\overline{w}u=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2u$$

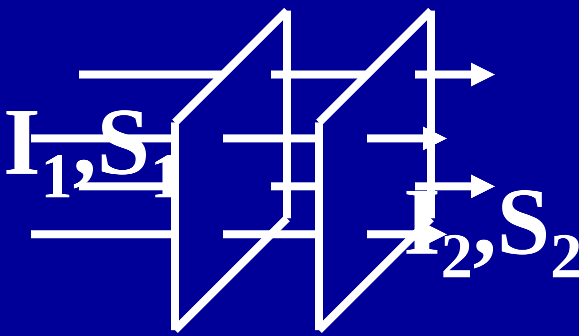
单位：瓦 米$^{-2}$　（$\mathrm{W\cdot m^{-2}}$）

讨论：能流密度I的决定因素

三、平面波与球面波的振幅

能量不损失时，通过各波振面的能流相等

$$P = I_1 S_1 = I_2 S_2$$



平面波

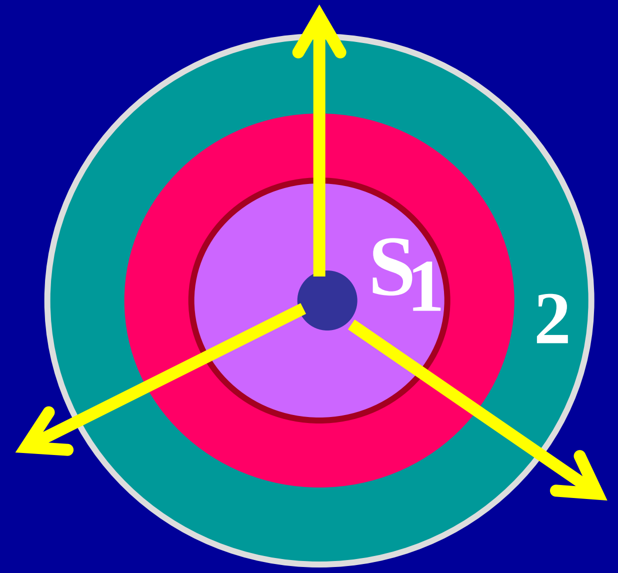
$$I_1 = I_2 = \frac{1}{2}\rho A_1^2 \omega^2 u = \frac{1}{2}\rho A_2^2 \omega^2 u$$

$$A_1 = A_2$$

$$I_1S_1 = I_2S_2 \qquad S_1 = 4\pi r_1^2$$

$$S_2 = 4\pi r_2^2$$

$$\Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{A_1^2}{A_2^2}$$



A_1—离波源单位距离处的振幅

球面波

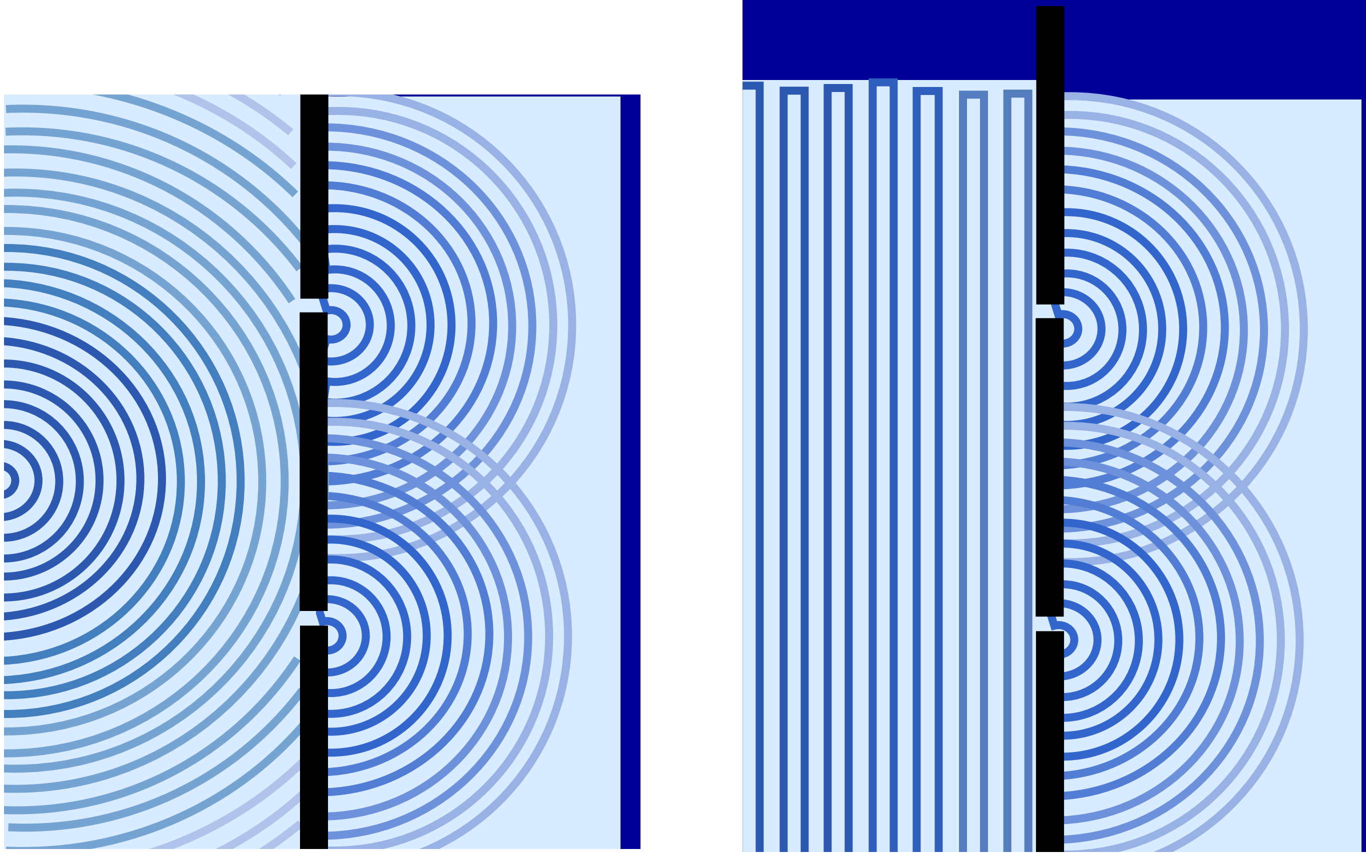
A—离波源r处的振幅

$$A = \frac{A_1}{r}$$

球面波的表达式

$$y = \frac{A_1}{r}\cos[\omega(t - \frac{r}{u}) + \varphi_0]$$

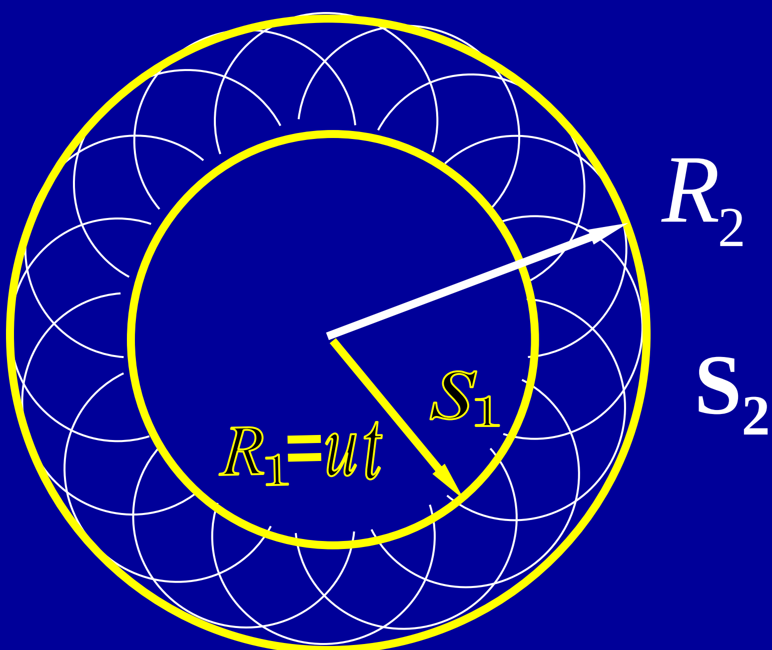
14-5　惠更斯原理



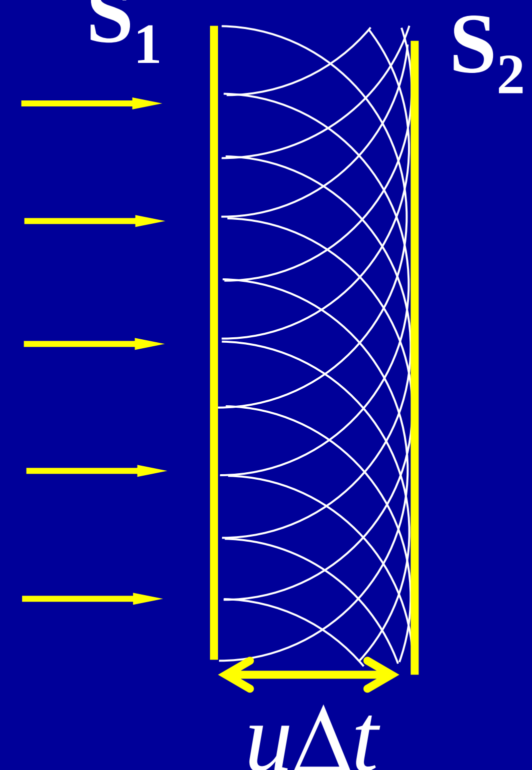
　一入射波传播到带有小孔的屏时，在小孔的另一侧都产生以小孔作为点波源的前进波，其频率与入射波频率相同。

惠更斯原理

媒质中波动传到的各点，都可以看作能够发射**子波**的新波源，在这以后的任意时刻，这些子波的**包络面**就是该时刻的波面。



$$R_2 = R_1 + u\Delta t$$

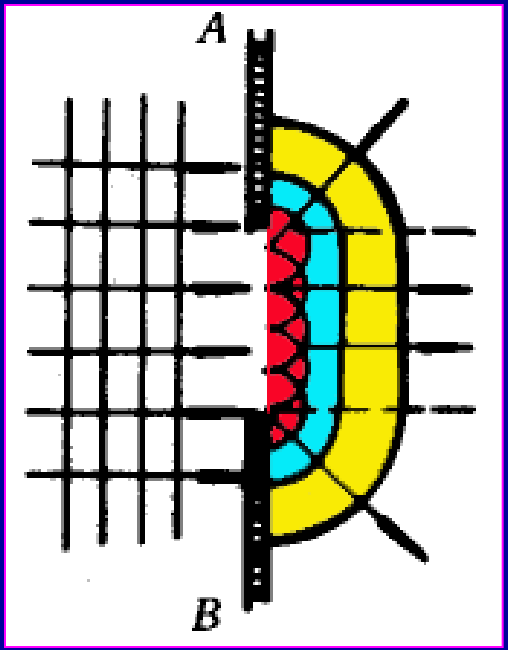


二、波的衍射

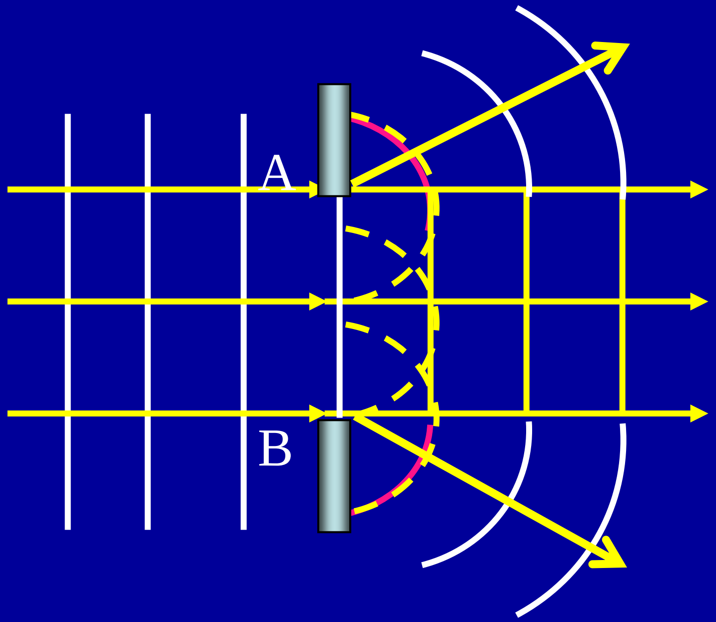
1、波的衍射现象

——波在传播过程中遇到障碍物时，能够绕过障碍物的边缘继续前进的现象。

2、波的衍射现象解释



狭缝的边缘处，波面弯曲，波线改变了原来的方向，即绕过障碍物继续前进。

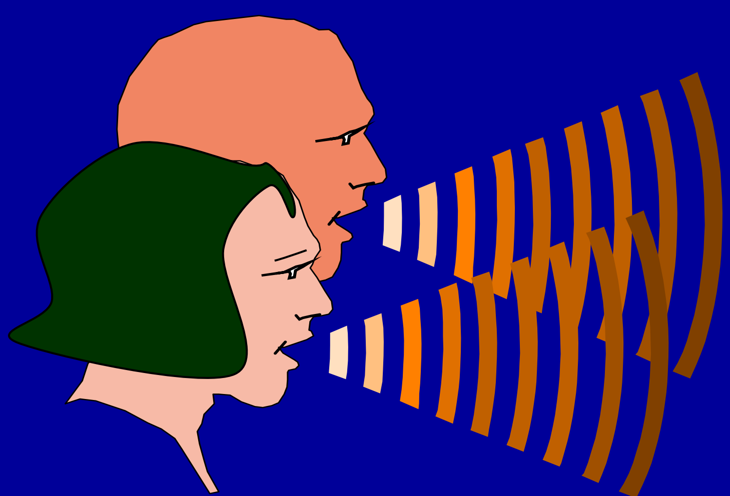


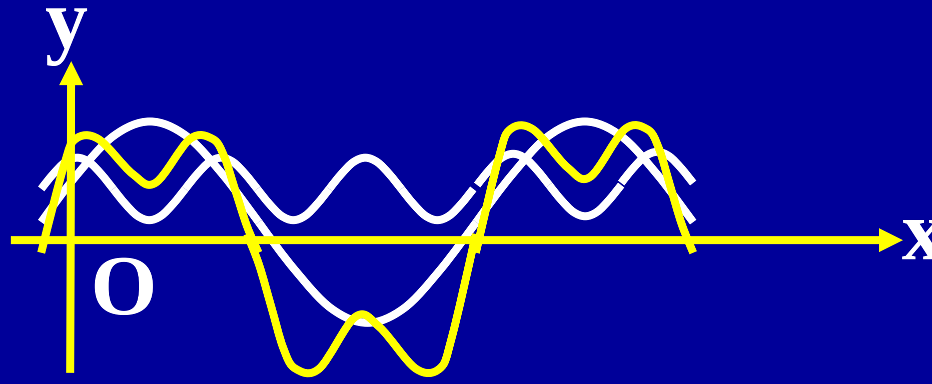
14.6 波的干涉

一、波的叠加原理

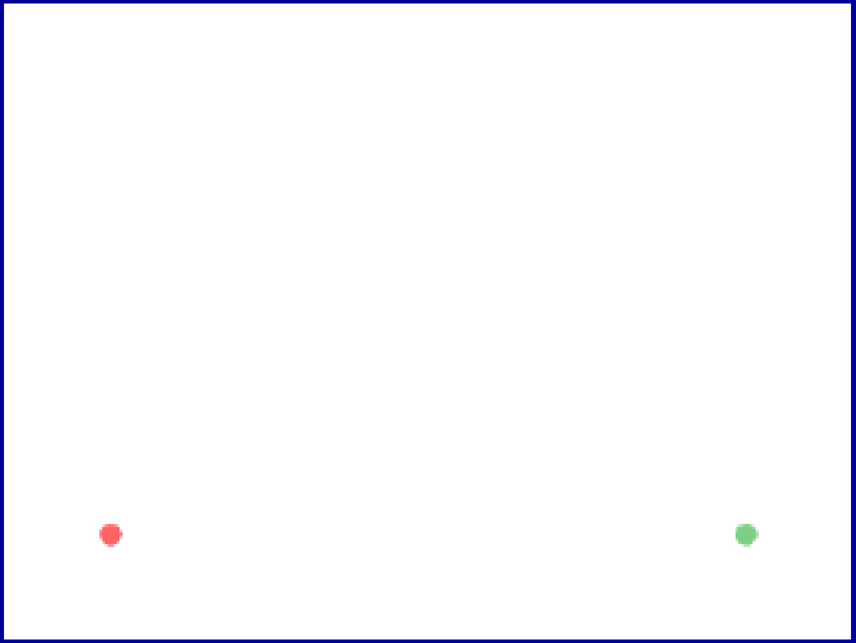
•**波的独立传播原理：**几列波在同一介质中传播时，将各自**保持原有特性**不变，并沿原来的方向继续传播下去；

•**波的叠加原理：**在波相遇区域内，介质中任一点的振动均为各列波单独存在时在该点所引起**振动的合成**。





二、波的干涉



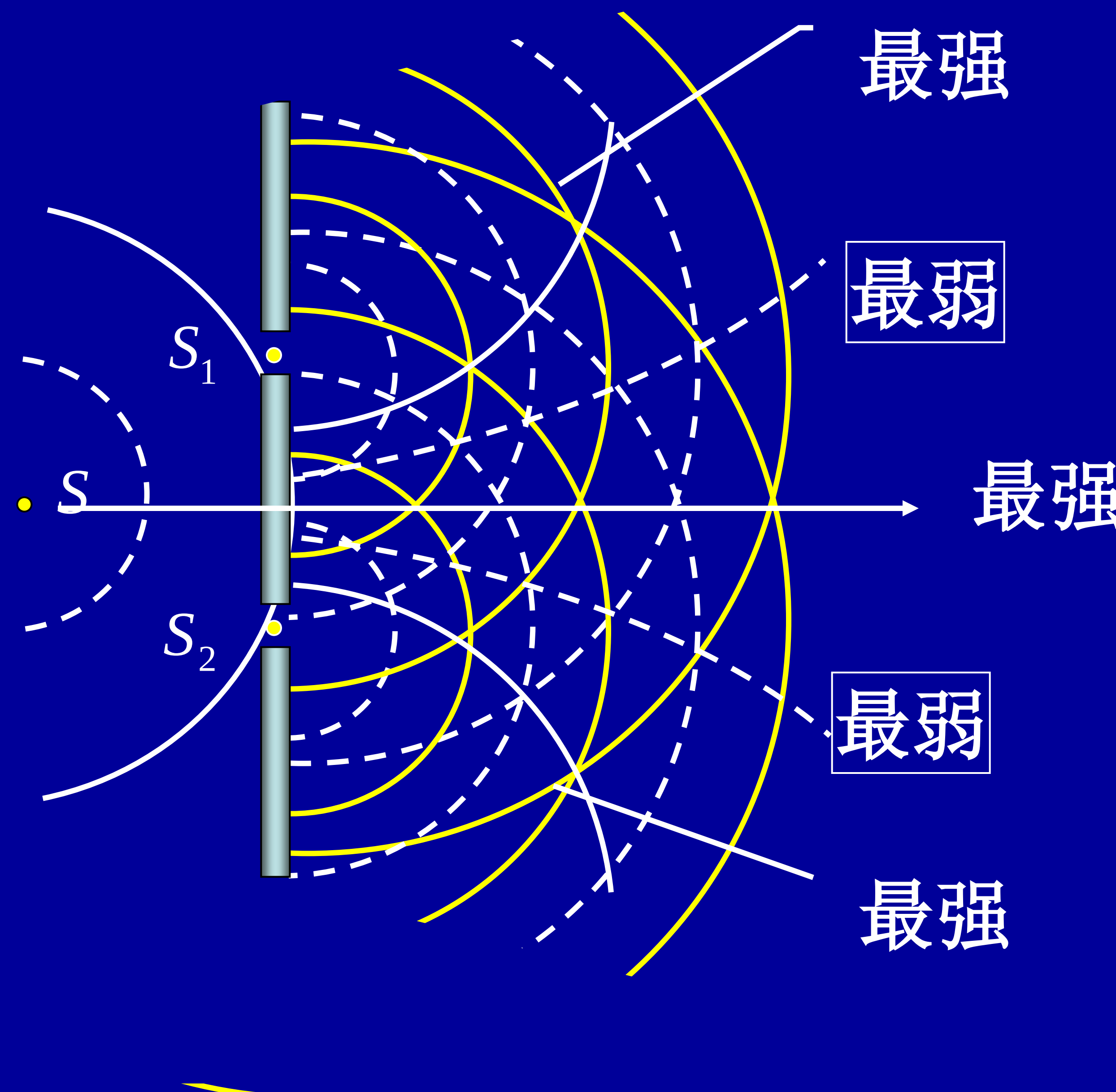
1、相干波

振动方向相同

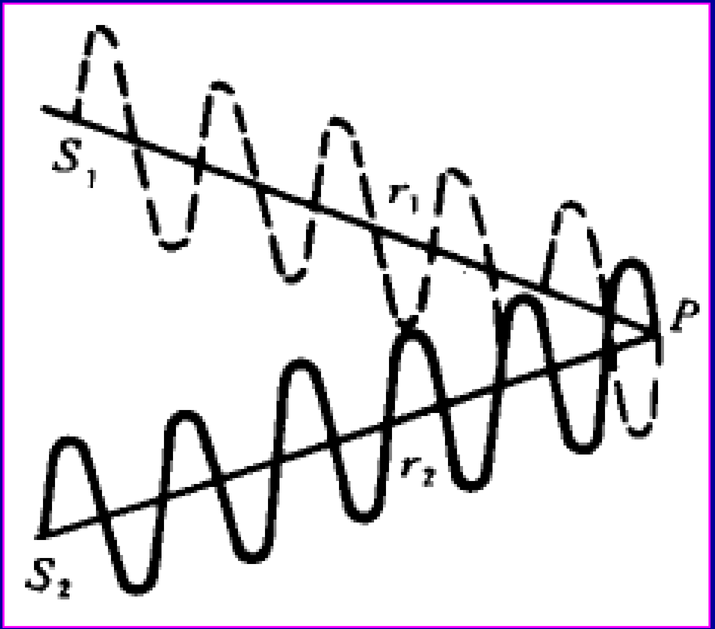
频率相同

相位相同或相位差恒定

在空间相遇叠加某些点的振动始终加强，另外某些点的振动始终减弱，形成一种稳定的强弱分布——波的干涉现象。


最强
最弱
S_1
S
最强
S_2
最弱
最强

2、干涉图样的形成



设两相干波源振动表达式：

$$y_{10} = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$y_{20} = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

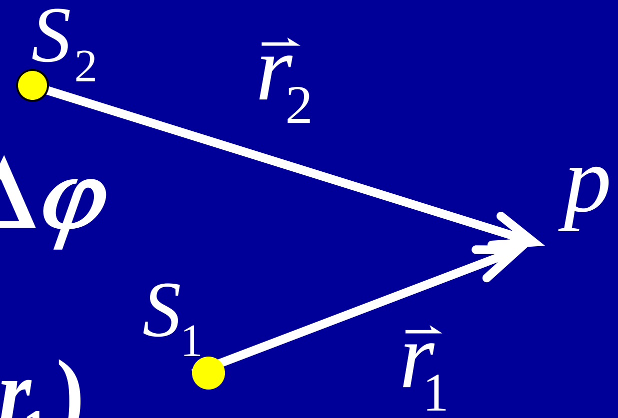
传播到 P 点引起的分振动：

$$\boldsymbol{y_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1 - \frac{2\pi}{\lambda} r_1)}$$

$$y_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2 - \frac{2\pi}{\lambda} r_2)$$

P 点合振动为 $y = y_1 + y_2 = A\cos(\omega t + \varphi)$

$$y = y_1 + y_2 = A\cos(\omega t + \varphi)$$



$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi$$

其中：$\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \dfrac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$

相长干涉的条件：

$$\Delta\varphi = \pm 2k\pi$$

$$k = 0,1,2,\ldots$$

$$A = A_1 + A_2$$

相消干涉的条件：

$$\Delta\varphi = \pm(2k-1)\pi$$

$$k = 1,2,3,\ldots$$

$$A = |A_1 - A_2|$$

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi}$$

$$\Delta\varphi=(\varphi_2-\varphi_1)-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)$$

当$\varphi_2=\varphi_1$，引入波程差$\delta=r_2-r_1$ $\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\delta$

$$\Delta\varphi=\pm 2k\pi$$

$$k=0,1,2,\ldots$$

$$\delta=(r_2-r_1)=\pm k\lambda$$

$$A=A_1+A_2$$

干涉加强

$$\Delta\varphi=\pm(2k-1)\pi$$

$$k=0,1,2,\ldots$$

$$\delta=(r_2-r_1)=\pm(2k-1)\frac{\lambda}{2}$$

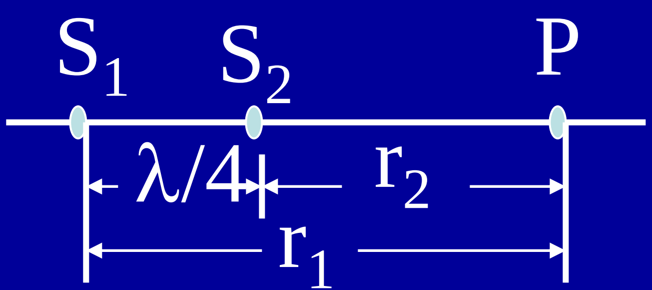
$$A=|A_1-A_2|$$

干涉减弱

例14-4：两个同频率波源S_1和S_2相距λ/4，两波源振动方向相同，振幅同为A_0初相差为 $\varphi_1-\varphi_2=\pi/2$, 在通过$S_1$、$S_2$的直线上，$S_2$外侧各点的合振幅为多大？$S_1$外侧各点的合振幅为多大？

解:

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda}$$



在S_2外的P点　$r_2-r_1=-\dfrac{\lambda}{4}$

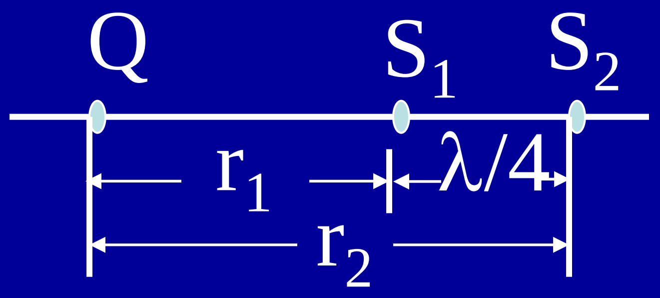
$$\Delta\varphi_P=-\frac{\pi}{2}-(-\frac{\pi}{2})=0$$

$A_P=2A_0$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

在S_1外的Q点

$$r_2 - r_1 = \frac{\lambda}{4}$$



$$\Delta\varphi_Q = -\frac{\pi}{2} - (\frac{\pi}{2}) = -\pi$$

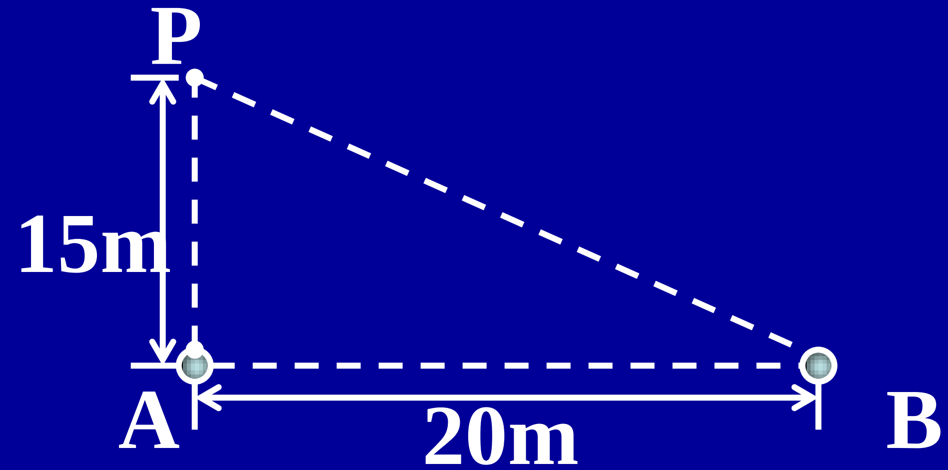
$\boldsymbol{A_Q=0}$

例题、AB为两相干波源，振幅均为5cm，频率为100Hz，波速为10m/s。A点为波峰时，B点恰为波谷，试确定两列波在P点干涉的结果。

解：

$$BP=\sqrt{20^2+15^2}=25m$$

$$\lambda=\frac{u}{v}=0.1m$$



设A比B超前π $\varphi_A-\varphi_B=\pi$

$$\Delta\varphi=\varphi_B-\varphi_A-2\pi\frac{BP-AP}{\lambda}=-\pi-2\pi\frac{25-15}{0.1}$$

$=-201\pi$ 反相　　振幅$A=0$ P点静止