自动控制原理答案十七

一、　解　$G(s)=\dfrac{K^*}{(s-1)(s+3+j)(s+3-j)}$

渐近线

$$\begin{cases}\sigma_a=(1-3-3)/3=-\dfrac{5}{3}\\ \varphi_a=(2k+1)\pi/3=\pm 60^\circ,\ 180^\circ\end{cases}$$

分离点

$$\frac{1}{d-1}+\frac{1}{d+3+j}+\frac{1}{d+3-j}=0$$

整理得

$$3d^2+10d+4=0$$

解出

$$\begin{cases}d_2=-0.4648\\ d_1=-2.8685\end{cases}$$

相应的K^*值

$$\begin{cases}K_{d1}=|d_1-1|\ |d_1+3+j|\ |d_1+3-j|=4.023\\ K_{d2}=|d_2-1|\ |d_2+3+j|\ |d_2+3-j|=10.88\end{cases}$$

与虚轴交点

$$D(s)=s^3+5s^2+4s+K^*-10$$

令

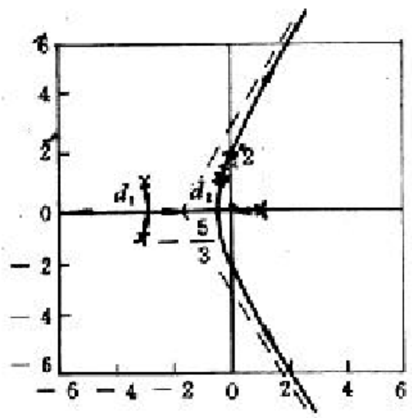
$$\begin{cases}\mathrm{Im}[D(j\omega)]=-\omega^3+4\omega=0\\ \mathrm{Re}[D(j\omega)]=-5\omega^2+K^*-10=0\end{cases}$$

解得

$$\begin{cases}\omega_1=0\\ K_1^*=10\end{cases}\qquad\begin{cases}\omega_2=\pm 2\\ K_2^*=30\end{cases}$$

……………………………………………… **6** 分

画出根轨迹如图



……………………………………………… **6** 分

由根轨迹可确定是系统稳定的K^*取值范围是

$$10 < K^* < 30$$

…………………………………………………… 3 分

二、　**解**　为满足条件(1)，ξ 取 0.7，由二阶系统典型响应曲线可以查到 $\omega_n t_r = 2.2$。为满足条件(2)，$\frac{2.2}{\omega_n} \leqslant 0.15\ \mathrm{s}$，因此 $\omega_n \geqslant 14.7$，取 $\omega_n = 17$。

对于 $\xi = 0.7$，$\omega_n = 17$ 的二阶系统，方程 $s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0$ 的根是 $s_{1,2} = -12 \pm \mathrm{j}12$，这就是希望主导极点的位置。 …………………………………………………… 4 分

在 s 平面上，未校正系统在 s_1 点的相角 $\angle G(s_1) = -245°$，须加 65° 的超前校正，校正环节 $G_{c_1}(s) = \frac{s+2}{s+25}$ 正好可以满足要求。

…………………………………………………… 3 分

加超前校正后

$$G(s)G_{c_1}(s) = \frac{K}{(s+14)(s+20)(s+25)}$$

可以算出在 s_1 点

$$K = 3\,100$$

$$K_v = \frac{3\,100}{14 \times 20 \times 25} = 0.444$$

低于要求的指数，故再选迟后校正

$$G_{c_2}(s) = \frac{s+1}{s+0.075}$$

使总的校正环节

$$G_c(s) = \frac{(s+8)(s+1)}{(s+25)(s+0.075)}$$

校正后总的开环传递函数为

$$G(s)G_c(s) = \frac{3\,100(s+1)}{(s+0.075)(s+14)(s+20)(s+25)}$$

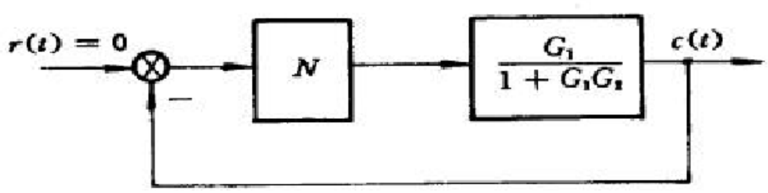
…………………………………………………… 8 分

三 、　解　　(1) G_1 与 G_2 是小回路的负反馈，则

$$G = \frac{G_1}{1 + G_1 G_2}$$

…………………………………………………… 4 分

从而得典型结构,见图



…………………………………………………… 3 分

(2) 在图先将主反馈回路与 G_1 连结构成闭环，得到

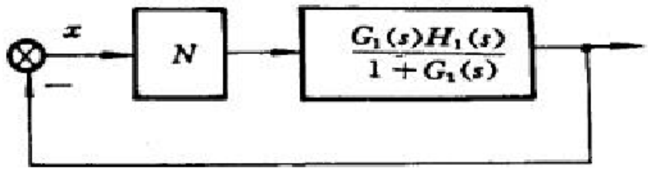
$$G' = \frac{G_1}{1+G_1}$$

G 再与 H_1 串联得

$$G = G'H = \frac{H_1 G_1}{1+G_1}$$

…………………………………………………… **5** 分

最终得典型结构



…………………………………………………… **3** 分

四、 解 **(1)**

$$G(s) = \frac{54\left(\frac{1}{3}s+1\right)^2}{s(s+1)\left(\frac{1}{2}s+1\right)\left(\frac{1}{100}s+1\right)\left(\frac{1}{200}s+1\right)}$$

其开环对数幅频特性

$$L(\omega) = \begin{cases} 20\lg\frac{54}{\omega} & \omega < 1 \\ 20\lg\frac{54}{\omega^2} & 1 \leqslant \omega < 2 \\ 20\lg\frac{108}{\omega^3} & 2 \leqslant \omega < 3 \\ 20\lg\frac{12}{\omega} & 3 \leqslant \omega < 100 \\ 20\lg\frac{1\,200}{\omega^2} & 100 \leqslant \omega < 200 \\ 20\lg\frac{240\,000}{\omega^3} & \omega \geqslant 200 \end{cases}$$

从中解得

$$\varphi(\omega) = -90^\circ + 2\,\mathrm{arctg}\frac{\omega}{3} - \mathrm{arctg}\,\omega - \mathrm{arctg}\frac{\omega}{2} - \mathrm{arctg}\frac{\omega}{100} - \mathrm{arctg}\frac{\omega}{200}$$

$$\varphi(\omega_c) = -114.12^0$$

$$\gamma = 180^0 + \varphi(\omega_c) = 65.88^0$$

由于 $\gamma > 0$，故系统稳定。 …………………………………………………… **8** 分

(2) 加有 $e^{-\tau s}$ 延迟环节后

$$|e^{-j\omega\tau}| = 1 \qquad \angle e^{-j\omega\tau} = -57.3\tau\omega$$

可见加入延迟环节后,系统幅频特性不变,相频特性滞后,故若要系统稳定,则

$$57.3\tau\omega_c < 65.88°$$

$$\tau < \frac{65.88}{57.3 \times 12} = 0.0958$$

………………………………………………… 6 分

(3) 由于

$$G(s) = \frac{54\left(\frac{1}{3}s + 1\right)^2}{s(s-1)(\frac{1}{2}s+1)(\frac{1}{100}s+1)(\frac{1}{200}s-1)}$$

为 1 型系统,所以

当输入为 $1(t)$ 时, $e_{ss} = 0$

当输入为 t 时, $e_{ss} = \frac{1}{54}$

当输出为 t^2 时, $e_{ss} = \infty$

………………………………………………… 6 分

五、

解 由系统结构图直接可得, 当 **R(s)=0, N(s)=1/s** 时

$$C(z) = \frac{Z\left[N(s) \cdot \frac{1}{s+1}\right]}{1 + Z[e^{-Ts}]Z\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s} \cdot \frac{1}{s+1}\right]} =$$

$$\frac{Z\left[\frac{1}{s(s+1)}\right]}{1 + z^{-1}(1 - z^{-1})Z\left[\frac{1}{s(s+1)}\right]} =$$

$$\frac{(1 - e^{-T})z^3}{z^4 - (1 + e^{-T})z^3 + z^2 + (e^{-T} - 1)z} =$$

$$\frac{0.181z^3}{z^4 - 1.819z^3 + z^2 - 0.181z}$$

………………………………………………………… 8 分

用幂级数法将 $C(z)$ 展成下式

$$C(z) = 0.181z^{-1} + 0.329z^{-2} + \cdots$$

$$c^*(t) = 0.181\delta(t - T) + 0.329\delta(t - 2T) + \cdots$$

…………………………………………………………. 7 分

六 解 **(1)** 系统闭环传递函数

$$\phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{2}{s^2 + 3s + 2}$$

………………………………………………………… 4 分

对应系统微分方程

$$\ddot{c}(t)+3\dot{c}(t)+2c(t)=2r(t)$$

进行拉氏变换

$$C(s)=\frac{-s^2-3s+2}{s(s+1)(s+2)}$$

故 $$c(t)=1-4e^{-t}+2e^{-2t}$$

…………………………………………………… **6** 分

(2) 系统误差传递函数

$$\phi_e(s)=\frac{1}{1+G(s)}=\frac{s(s+3)}{s^2+3s+2}$$

………………………………………………………… **4** 分

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0}s\cdot E(s)=\lim_{s\to 0}s\cdot\phi_e(s)\cdot R(s)=3$$

………………………………………………………… **6** 分