

练习十六 几个常用的抽样分布、抽样分布定理

班级_____学号_____姓名_____

一、填空题:

1. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 X 的一个样本,

$\bar{X}, S = \sqrt{S^2}$ 分别为样本均值和样本标准差, 则 $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$ 服从_____分布, $\frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}}$ 服从_____分布。

2. 设总体 $X \sim N(1, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 是总体 X 的一个样本, \bar{X} 为样本均值, 且 $P(\bar{X} \leq c) = 0.5$, 则 $c =$ _____。

3. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 X 的一个样本, 则 $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ 服从_____分布。

4. 设总体 $X \sim N(\mu_1, \sigma^2)$, 总体 $Y \sim N(\mu_2, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_{n_1} 与 Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2} 分别为两总体的两样本, 且它们相互独立, 则 $\frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} (X_i - \mu_1)^2$ $\frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} (Y_i - \mu_2)^2$ 服从_____分布。若 $n_1 = n_2 = n$, 则 $\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}$ 服从_____分布。

5. 设 X, Y 相互独立, 且都服从正态分布 $N(0, 3^2)$, X_1, X_2, \dots, X_9 和 Y_1, Y_2, \dots, Y_9 分别为两总体的两样本, 则 $\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_9}{\sqrt{Y_1^2 + Y_2^2 + \dots + Y_9^2}}$ 服从_____分布。

6. 设两总体 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, X_1, X_2, \dots, X_{n_1} , Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2} 分别为两总体的两个样本, 且它们相互独立, 则 $\frac{[(\bar{X} - \mu_1) - (\bar{Y} - \mu_2)]}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$ 服从_____分布, 若 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$, 则当将上式中的 σ_i^2 ($i = 1, 2$) 换成 S_w^2 ($S_w^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$) 时又服从_____分布。

7. 设样本 X_1, X_2, \dots, X_n 取自正态总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$, $Y = \sum_{i=1}^n X_i^2$ 则 $E(Y) =$ _____。

8. 设样本 X_1, X_2, \dots, X_n 为正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本, 若 $P\{\sum_{i=1}^n (\frac{X_i - \mu}{\sigma})^2 \leq b\} = 0.95$, 则 $b =$ _____。

二、 X_1, X_2, \dots, X_n 设为总体 $X \sim N(0, 0.3^2)$ 的一个样本,

求 $P\{\sum_{i=1}^{10} X_i^2 > 1.44\}$

三、从总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 中抽取容量为21的样本,求 $P\{\frac{S^2}{\sigma^2} \leq 1.4206\}$ 和 $D(S^2)$