

某年高数试卷

一、选择题（请选择正确答案编码填入下表中，每小题 3 分，共 24 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

- 微分方程 $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = xe^{3x}$ 的待定特解 y^* 的一个形式是 ().
 (A) $y^* = (ax + b) + ce^{3x}$ (B) $y^* = (ax + b) + cxe^{3x}$
 (C) $y^* = (ax + b)e^{3x}$ (D) $y^* = (ax + b)xe^{3x}$
- 过点 (3,2,-7) 且在三坐标轴上的截距相等，则此平面方程是 ().
 (A) $x + y + z + 2 = 0$ (B) $z + y + z - 2 = 0$
 (C) $x - y + z - 2 = 0$ (D) $x - y - z - 2 = 0$
- 这题没找到
- 这题也没找到
- 这题还是没找到
- 设 L 是平面有向曲线，下列曲线积分中，() 是与路径无关的.
 (A) $\int_L (ye^x + x^2 - y)dx + (x + e^x - 2y^2)dy$ (B) $\int_L (\cos x + y)dx + (x + \cos y)dy$
 (C) $\int_L (\cos x - y)dx + (x + \cos y)dy$ (D) $\int_L (\frac{1}{2}y + 3xe^x)dx - (\frac{1}{2}x - y \sin y)dy$
- 设 Σ 是平面 $x = 1$ 、 $y = 1$ 、 $z = 1$ 与三个坐标面围成区域的表面，取外侧，则曲面积分 $\iint_{\Sigma} 2xdydz + 2zdzdx + 3ydx dy =$ ().
 (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 7
- 级数 $1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{1}{n}\right)^2 + \cdots$ 是 ().
 (A) 幂级数 (B) 调和级数 (C) p 级数 (D) 等比级数

二、填空题（请将正确答案填在相应的横线上，每空 3 分，共 24 分）

- 微分方程 $y' = p(x)y$ 的通解是 $y =$ _____
- 设 \vec{a} 与轴 \vec{l} 的夹角为 $\frac{\pi}{6}$ ，且 $|\vec{a}| = 4$ ，则 $\text{Prj}_{\vec{l}}\vec{a} =$ _____
- 设 $f(x,y) = \tan(xy^2)$ ，则 $f_x(0,2) =$ _____
- 交换二次积分次序的积分次序后， $\int_1^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)dy =$ _____

- 已知 Ω 是由旋转抛物面 $z = x^2 + y^2$ 与上半球面 $z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$ 围成的区域，则 $\iiint_{\Omega} xyz dx dy dz =$ _____

- 设 Σ 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ，则 $\iint_{\Sigma} (x^2 + y^2 + z^2) dS =$ _____

- 积分 $\oint_L (x^2 - y)dx + (y^2 + x)dy =$ _____，其中 L 为圆周 $(x - 1)^2 + y^2 = a^2$ 的正向.

- 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n}}$ 是_____收敛. (填条件收敛或绝对收敛)

三、综合题（请写出求解过程，8 小题，共 52 分）

- 求过点 (3,-2,1)，且与直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$ 平行的直线方程. (6 分)

- 设 $z = e^{xy} + \cos(x + y)$ ，求 dz . (6 分)

- 计算 $\iint_D \frac{y}{x} dx dy$ ， D 是由直线 $y = 2x, y = x, x = 2, x = 4$ 围成的闭区域. (6 分)

- 计算 $\iiint_{\Omega} z dx dy dz$ ，其中 Ω 由平面 $z = 3$ 与旋转抛物面 $x^2 + y^2 = 3z$ 围成的区域. (6 分)

5. 计算 $\int_L 2xydx + x^2dy$, L 为抛物线 $y = x^2$ 上从 $O(0,0)$ 到 $B(1,1)$ 的一段弧. (6 分)

6. 利用高斯公式计算 $\oiint_{\Sigma} 2xzdydz + yzdzdx - z^2dxdy$, 其中 Σ 为由上半圆锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 与上半球面 $z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$ 所围立体 Ω 的表面, 取外侧. (8 分)

7. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n2^n$ 的敛散性. (6 分)

8. 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^n$ 在收敛域 $(-1,1)$ 的和函数 $s(x)$. (6 分)

PS: 还有 2 分我也不知道去哪了

江理竞赛小分队: 552839044

江理高数研讨群: 273027128

江理 18 学习群: 806650494

江理 17 大物线代 C 交流群: 469094854

江理数学编辑爱好者: 734148635