

第二章导数与微分单元测验题

班级_____学号_____姓名_____

一、填空题

- 1、已知 $f'(3) = 2$ ，则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3-h) - f(3)}{2h} =$ _____。
- 2、 $f'(0)$ 存在，有 $f(0) = 0$ ，则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} =$ _____。
- 3、 $y = \pi^x + x^\pi + \arctan \frac{1}{\pi}$ ，则 $y'|_{x=1} =$ _____。
- 4、 $f(x)$ 二阶可导， $y = f(1 + \sin x)$ ，则 $y' =$ _____； $y'' =$ _____。
- 5、曲线 $y = e^x$ 在点_____处切线与连接曲线上两点 $(0,1), (1,e)$ 的弦平行。
- 6、 $y = \ln[\arctan(1-x)]$ ，则 $dy =$ _____。
- 7、 $y = \sin^2 x^4$ ，则 $\frac{dy}{dx} =$ _____， $\frac{dy}{dx^2} =$ _____。
- 8、若 $f(t) = \lim_{x \rightarrow \infty} t(1 + \frac{1}{x})^{2tx}$ ，则 $f'(t) =$ _____。
- 9、曲线 $y = x^2 + 1$ 于点_____处的切线斜率为 2。
- 10、设 $y = xe^x$ ，则 $y''(0) =$ _____。
- 11、设函数 $y = y(x)$ 由方程 $e^{x+y} + \cos(xy) = 0$ 确定，则 $\frac{dy}{dx} =$ _____。
- 12、设 $\begin{cases} x = 1 + t^2 \\ y = \cos t \end{cases}$ 则 $\frac{d^2 y}{dx^2} =$ _____。

二、单项选择

- 1、设曲线 $y = \frac{1}{x}$ 和 $y = x^2$ 在它们交点处两切线的夹角为 φ ，则 $\tan \varphi =$ ()。
(A) -1； (B) 1； (C) -2； (D) 3。
- 3、函数 $f(x) = e^{\tan^k x}$ ，且 $f'(\frac{\pi}{4}) = e$ ，则 $k =$ ()。
(A) 1； (B) -1； (C) $\frac{1}{2}$ ； (D) 2。
- 4、已知 $f(x)$ 为可导的偶函数，且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+x) - f(1)}{2x} = -2$ ，则曲线 $y = f(x)$ 在 $(-1,2)$ 处切线的方程是_____。
(A) $y = 4x + 6$ ； (B) $y = -4x - 2$ ； (C) $y = x + 3$ ； (D) $y = -x + 1$ 。
- 5、设 $f(x)$ 可导，则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f^2(x + \Delta x) - f^2(x)}{\Delta x} =$ _____。

(A) 0; (B) $2f(x)$; (C) $2f'(x)$; (D) $2f(x) \cdot f'(x)$ 。

6、函数 $f(x)$ 有任意阶导数, 且 $f'(x)=[f(x)]^2$, 则 $f^{(n)}(x)=$ _____。

(A) $n[f(x)]^{n+1}$; (B) $n![f(x)]^{n+1}$; (C) $(n+1)[f(x)]^{n+1}$; (D) $(n+1)![f(x)]^2$ 。

7、若 $f(x)=x^2$, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0+2\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x} =$ ()

(A) $2x_0$; (B) x_0 ; (C) $4x_0$; (D) $4x$ 。

8、设函数 $f(x)$ 在点 x_0 处存在 $f'_-(x_0)$ 和 $f'_+(x_0)$, 则 $f'_-(x_0)=f'_+(x_0)$ 是导数 $f'(x_0)$ 存在的 ()

(A) 必要非充分条件; (B) 充分非必要条件;
(C) 充分必要条件; (D) 既非充分又非必要条件。

9、设 $f(x)=x(x-1)(x-2)\cdots(x-99)$ 则 $f'(0)=$ ()

(A) 99; (B) -99; (C) 99!; (D) -99!。

10、若 $f(u)$ 可导, 且 $y=f(-x^2)$, 则有 $dy=$ ()

(A) $xf'(-x^2)dx$; (B) $-2xf'(-x^2)dx$; (C) $2f'(-x^2)dx$; (D) $2xf'(-x^2)dx$ 。

11、设函数 $f(x)$ 连续, 且 $f'(0)>0$, 则存在 $\delta>0$, 使得 ()

(A) $f(x)$ 在 $(0,\delta)$ 内单调增加; (B) $f(x)$ 在 $(-\delta,0)$ 内单调减少;
(C) 对任意的 $x \in (0,\delta)$ 有 $f(x)>f(0)$; (D) 对任意的 $x \in (-\delta,0)$ 有 $f(x)>f(0)$ 。

12、设 $f(x)=\begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x>0 \\ ax+b & x \leq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导, 则 ()

(A) $a=1, b=0$; (B) $a=0, b$ 为任意常数;

(C) $a=0, b=0$; (D) $a=1, b$ 为任意常数。

三、计算解答

1、计算下列各题

(1) $y=e^{\sin^2 \frac{1}{x}}$, 求 dy ;

(2) $\begin{cases} x=\ln t \\ y=t^3 \end{cases}$, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2} \Big|_{t=1}$;

(3) $x+\arctan y=y$, $\frac{d^2 y}{dx^2}$; (4) $y=\sin x \cos x$, 求 $y^{(50)}$;

(5) $y = \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$, 求 y' ;

(6) $f(x) = x(x+1)(x+2)\cdots(x+2005)$, 求 $f'(0)$;

(7) $f(x) = (x-a)\varphi(x)$, $\varphi(x)$ 在 $x=a$ 处有连续的一阶导数, 求 $f'(a)$ 、 $f''(a)$;

(8) 设 $f(x)$ 在 $x=1$ 处有连续的一阶导数, 且 $f'(1)=2$, 求 $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{d}{dx} f(\cos \sqrt{x-1})$ 。

2、试确定常数 a, b 之值, 使函数 $f(x) = \begin{cases} b(1 + \sin x) + a + 2 & x \geq 0 \\ e^{ax} - 1 & x < 0 \end{cases}$ 处处可导。

3、证明曲线 $x^2 - y^2 = a$ 与 $xy = b$ (a, b 为常数) 在交点处切线相互垂直。

4、一气球从距离观察员 500 米处离地匀速铅直上升, 其速率为 140 米/分, 当此气球上升到 500 米空中时, 问观察员视角的倾角增加率为多少。

5、若函数 $f(x)$ 对任意实数 x_1, x_2 有 $f(x_1 + x_2) = f(x_1)f(x_2)$, 且 $f'(0) = 1$, 证明

$$f'(x) = f(x)。$$

6、求曲线 $y = x^3 + 3x^2 - 5$ 上过点 $(-1, -3)$ 处的切线方程和法线方程。