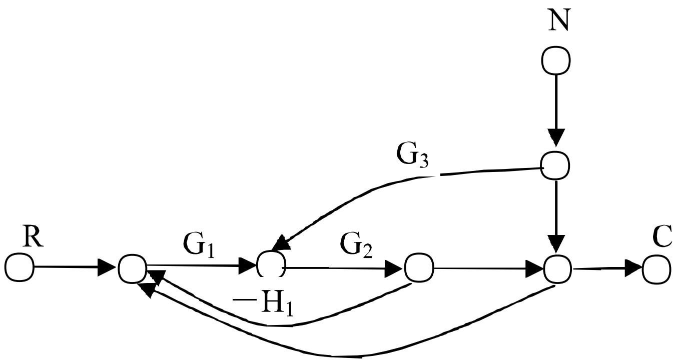
自动控制原理答案二

一、已知系统信号流图，用梅逊增益公式求传递函数 C(s)/R(s)。



解：(a)

当 R 作用时，由信号流程图，存在一条前向通路，两个回路：

$$\Delta = 1 + G_1G_2H_1 + G_1G_2 \qquad P = G_1G_2, \qquad \Delta_1 = 1$$

$$\therefore \quad \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1G_2}{1 + G_1G_2 + G_1G_2H_1}$$

二、 已知系统特征方程如下，试求系统在 S 右半平面的根数及虚根值：

$s^5+3s^4+12s^3+24s^2+32s+48=0$；

解：由系统特征方程列劳斯表如下：

	s^5	1	12	32
	s^4	3	24	48
	s^3	$\frac{3\times12-24}{3}=4$	$\frac{32\times3-48}{3}=16$	0
	s^2	$\frac{4\times24-3\times16}{4}=12$	48	
（原）	s^1	$\frac{12\times16-4\times18}{12}=0$	0	出现了全零行，所以要构造辅助方程。

由全零行的上一行构造辅助方程为：$12s^2+48=0$

辅助方程求导得：$24s=0$。

故原全零行替代为：

（新）	s^1	24	0
	s^0	48	

表中第一列元素没有变号，故右半 S 平面没有闭环极点。

对辅助方程 $12s^2+48=0$ 求解，得到系统一对虚根为：$s_{1,2}=\pm j2$

三、单位反馈控制系统开环传递函数为：$G(s)=\dfrac{K}{s(0.2s+1)(0.5s+1)}$，试概略绘出相应的

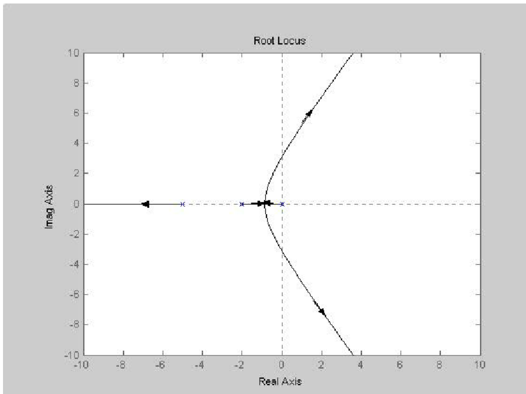
闭环根轨迹图（要求确定分离点坐标 d、与虚轴交点）。

解：其中 K^*——根轨迹增益，K——开环增益

① 根轨迹：n=3, 根轨迹有三条分支；

② 起点：P1=0，P2=－2，P3=－5；

终点：三条根轨迹趋向于无穷远；



③ 实轴上根轨迹：$0\to -2$，$0\to -\infty$

④ 渐近线：n－m=3 条

$$\sigma_a=\frac{\sum Pi-\sum Zi}{n-m}=-\frac{7}{3},$$

$$\varphi_a=\frac{\pm(2K+1)\pi}{n-m}=\pm\frac{\pi}{3},\quad \pi;$$

⑤ 分离点：

∵ $D(s)=s^3+7s^2+10s+10K=0$；

$$\frac{dD(s)}{ds}=3S^2+14S+10=0;$$

解得：　$s_1=-3.79$　（舍去 s_1）　$s_2=-0.88$

⑥ 与虚轴交点：$D(s)=s^3+7s^2+10s+10k=0$

令：$s=j\omega$，得：

$$\begin{cases}\mathrm{Im}[D(s)]=-\omega^3+10\omega=0\\ \mathrm{Re}[D(s)]=-7\omega^2+10K=0\end{cases}\qquad \begin{cases}\omega=\sqrt{10}\\ K=7\end{cases}$$

四、已知系统开环传递函数为：G（s）$=\dfrac{K}{s(Ts+1)(s+1)}$；K＞0，T=2 时，

试根据奈氏稳定判据，确定其闭环稳定 K 值的范围。

解：$G(j\omega)=G(s)|_{s=j\omega}=\dfrac{(\omega^2T-1)Kj-(T+1)\omega K}{\omega(1+\omega^2T^2)(1+\omega^2)}$

令:虚部为 0，即: $\omega^2 T-1=0$ 　　∴ 　$\omega = 1/\sqrt{T}$

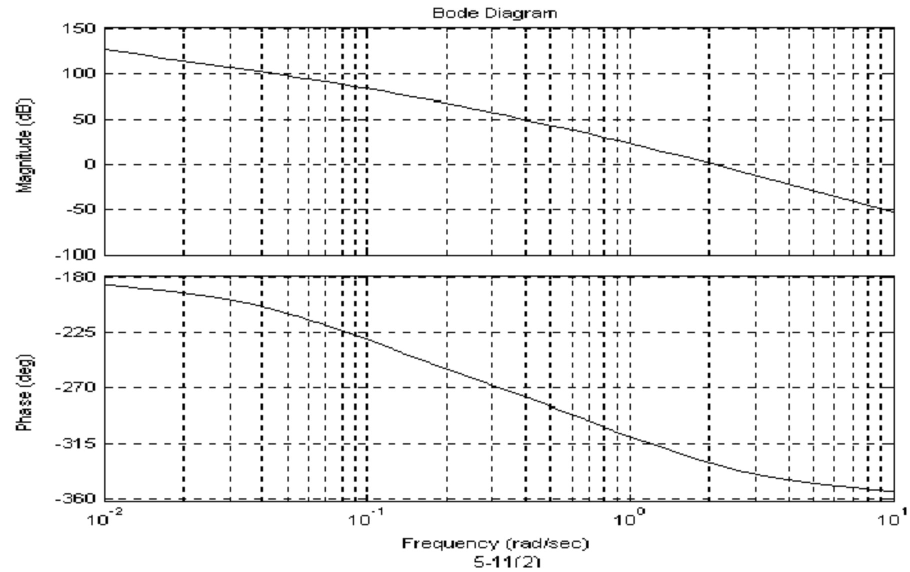
实部为：$R_e = -\dfrac{K\omega(T+1)}{\omega(1+\omega^2)(1+\omega^2T^2)} = -\dfrac{K}{1+1/T}$

为使系统稳定，实部应大于－1，　即：幅相曲线不包含（－1，j0）点。

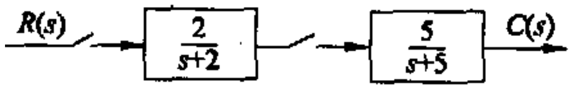
当 T=2 时: $-\dfrac{K}{1+1/T} > -1 \Rightarrow 0 < K < 1.5$

五、绘制下列传递函数的对数幅频渐近特性曲线：　$G(s)=\dfrac{200}{s^2(s+1)(10s+1)}$ 。

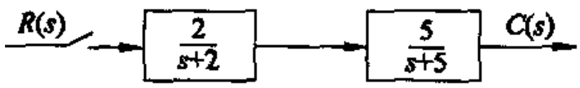
解：



六、开环离散系统如图所示，试求开环脉冲传递函数 $G(z)$ 。



(a)



(b)

(a)解：$Z\left[\dfrac{2}{s+2}\right] = \dfrac{2z}{z-e^{-2T}}$ 　　　　$Z\left[\dfrac{5}{s+5}\right] = \dfrac{5z}{z-e^{-5T}}$

$$G(z) = Z\left[\frac{2}{s+2}\right]\cdot Z\left[\frac{5}{s+5}\right] = \frac{10z^2}{(z-e^{-2T})(z-e^{-5T})}$$

(b) 解：　$Z\left[\dfrac{2}{s+2}\cdot\dfrac{5}{s+5}\right]=Z\left[\dfrac{10}{3}\cdot\dfrac{1}{s+2}-\dfrac{10}{3}\cdot\dfrac{1}{s+5}\right]=\dfrac{10}{3}\cdot\dfrac{z\left(e^{-2T}-e^{-5T}\right)}{\left(z-e^{-2T}\right)\left(z-e^{-5T}\right)}$

$$G(z)=Z\left[\frac{2}{s+2}\cdot\frac{5}{s+5}\right]=\frac{10}{3}\cdot\frac{z\left(e^{-2T}-e^{-5T}\right)}{\left(z-e^{-2T}\right)\left(z-e^{-5T}\right)}$$

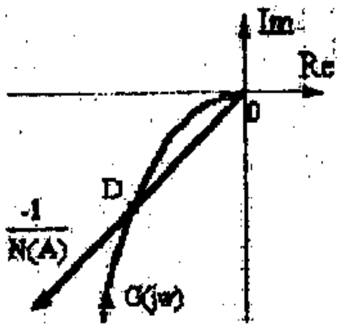
七、某单位反馈系统，其前向通路中有一描述函数 $N(A)=e^{-\frac{\pi}{4}}/A$ 的非线性元件，线性部分传递函数 G(s)=15/s(0.5+1)为，试用描述函数法确定系统是否存在自振？若有，参数是多少？

解：

$$-\frac{1}{N(A)}=Ae^{j\frac{\pi}{4}}$$

$$=ei\pi\cdot Ae^{j\frac{5\pi}{4}}=Ae^{j\frac{5\pi}{4}}$$

画出 $\dfrac{1}{N(A)}$ 与 $G(j\omega)$ 曲线如图解 8-16 所示：



图解 8-16

可看出 D 点是稳定的自振点。

由自振条件：

N(A)·G(jω)=－1

即：$N(A)=\dfrac{-1}{G(j\omega)}=\dfrac{-j\omega(0.5j\omega+1)}{15}$

$$=\frac{0.5\omega^2-j\omega}{15}=\frac{\omega\sqrt{(0.5)^2+1}}{15}\cdot e-jarcig_{0.5\omega}^{1}=\frac{1}{A}e^{-j\frac{\pi}{4}}$$

比较得：

$$\mathrm{tg}\frac{\pi}{4}=1=\frac{1}{0.5\omega},\quad \omega=2$$

$A=\dfrac{15}{\omega\sqrt{(0.5)^2+1}}=5.3$，∴　自振参数为：　$\omega=2$　　$A=2$