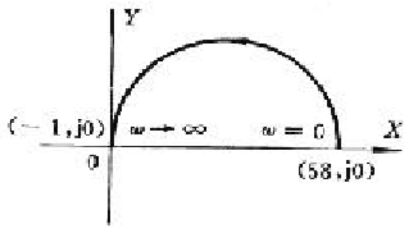
自动控制原理答案七

一、　解　$$G(j\omega)=\frac{j\omega+58}{1+\omega^2}=\frac{58}{1+\omega^2}+j\frac{\omega}{1+\omega^2}=X(\omega)+jY(\omega)$$



…………………………………………………… 5 分

山于奈氏曲线不包围(−1, j0),但开环 G(s)有极点在右半 s 平面,所以闭环系统不稳定.

……………………………………………………. 5 分

二、　解　未校正系统

$$\Phi(s)=\frac{1.06}{s(s+1)(s+2)+1.06}=\frac{1.06}{(s+0.33+j0.58)(s+0.33-j0.58)(s+2.33)}$$

原闭环主导极点为　$s_{1,2}=-0.33\pm j0.58$

相应的　$K_r=0.53\qquad \xi=0.5\qquad \omega_n=0.67$

…………………………………………………. 5 分

要求 $K'_r=5$,因此应采用串联迟后校正

$$b=\frac{K_r}{K'_r}\approx 0.1$$ ……………………………………….. 3 分

山 10º 夹角法,取 8º 夹角,取 z_c=−0.1.山于 $z_c=-\frac{1}{bT}$,所以

T=100,　$p_c=-1/T=-0.01$

…………………………………………………. 3 分

所以迟后网络为

$$G_c(s)=\frac{10s+1}{100s+1}=0.1\times\frac{s+0.1}{s+0.01}$$

设放大器增益为 K_c 倍,则

$$G(s)G_c(s)=\frac{0.106K_c(s+0.1)}{s(s+0.1)(s+1)(s+2)}=\frac{1.06\times 0.5K_c(10s+1)}{s(100s+1)(s+1)(0.5s+1)}$$

……………………………………………….. 4 分

令 $1.06\times 0.5K_c=5$，得

$$K_c = 9.43$$

经校验,系统稳定,且校正后系统主导极点为-0.28±j0.51,变化不大.

…………………………………………… 5 分

三、　解　根据题意,最终闭环传递函数应为

$$\Phi(s) = \frac{10}{\frac{0.2}{10}s + 1}$$

…………………………… 3 分

由结构图可知

$$\Phi(s) = \frac{K_0 G(s)}{1 + K_h G(s)} = \frac{10K_0}{0.2s + 1 + 10K_h} = \frac{\frac{10K_0}{1 + 10K_h}}{\frac{0.2}{1 + 10K_h}s + 1} = \frac{10}{\frac{0.2}{10}s + 1}$$

…………………………………………… 4 分

得

$$\begin{cases} \frac{10K_0}{1 + 10K_h} = 10 \\ 1 + 10K_h = 10 \end{cases} \quad 解出 \quad \begin{cases} K_h = 0.9 \\ K_0 = 10 \end{cases}$$

…………………………………………… 3 分

四、　解　由图可知

$$\ddot{c} = \begin{cases} 2 & c < -1 \\ 0 & |c| \leqslant 1 \\ -2 & c > 1 \end{cases}$$

开关线为 $|c| = 1$。 ……………………………………………………………… 3 分

当 $c > 1$ 时，　$\ddot{c} = -2 \qquad \dot{c}d\dot{c} = -2dc$

积分可得　$\dot{c}^2 = -4c + A_1$

其中

$$A_1 = \dot{c}_0^2 + 4c_0 = 4c_0 \qquad \dot{c}^2 = -4(c - c_0)$$

在 $c > 1$ 区域内，相轨迹是一顶点在 $(c_0,\ 0)$，开口向左的抛物线。

…………………………………………………… 4 分

当 $|c| \leqslant 1$ 时，$\ddot{c} = 0$，$\dot{c}d\dot{c} = 0$，积分可得 $\dot{c}^2 = A_2$。A_2 由 $c > 1$ 区域内的相轨迹与开关线 $c = 1$ 的交点 $(1,\ \dot{c}_{01})$ 决定。

由　$\dot{c}_{01}^2 = -4(1 - c_0)$

故　$\dot{c}^2 = A_2 = \dot{c}_{01}^2 = -4(1 - c_0)$

由上式可见，在 $|c| \leqslant 1$ 区域内，相轨迹为水平直线。

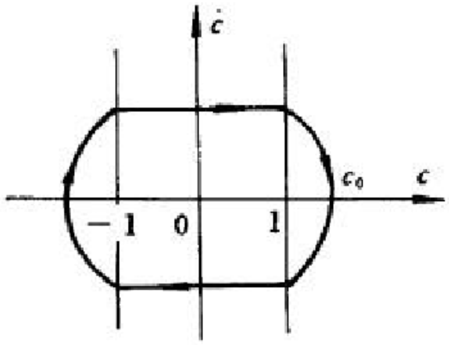
…………………………………………………… 4 分

当c<-1时，$\ddot{c}=2$,积分解出$\dot{c}^2=4c+A_3$。A_3由$|c|\leqslant 1$区域内的相轨迹与开关线c=-1的交点决定．因为在$|c|\leqslant 1$区域内的相轨迹是水平直线，所以交点坐标为$(c_{02}=-1,\dot{c}_{02}=\dot{c}_{01})$．

$$A_3=\dot{c}_{02}^2-4c_{02}=\dot{c}_{01}^2+4=-4(1-c_0)+4=4c_0$$

故在$c<-1$区域内相轨迹是一顶点在$(-c_0,0)$，开口向右的抛物线，与在$c>1$区域内的相轨迹对称。

……………………………………………………………….. 4 分



……………………………………………………………… 5 分

五、 解 系统的开环脉冲传递函数

$$G(z)=(1-z^{-1})Z\left[\frac{1}{s^2(s+1)}\right]=$$

$$(1-z^{-1})\left[\frac{Tz}{(z-1)^2}-\frac{(1-e^{-T})z}{(z-1)(z-e^{-T})}\right]$$

把$T=0.1$代入化简得

$$(1-z^{-1})\left[\frac{Tz}{(z-1)^2}-\frac{(1-e^{-T})z}{(z-1)(z-e^{-T})}\right]$$

………………………………………………………. 4 分

所以

$$K_p=\lim_{z\to1}[1+G(z)]=\lim_{z\to1}\left[1+\frac{0.005(z+0.9)}{(z-1)(z-0.905)}\right]=\infty$$

$$K_v=\lim_{z\to1}(z-1)G(z)=\lim_{z\to1}(z-1)\frac{0.005(z+0.9)}{(z-1)(z-0.905)}=0.1$$

…………………………………………………… 3 分

系统的稳态误差为

$$e(\infty)=\frac{1}{K_p}+\frac{T}{K_v}=1$$

.... 3 分

六、 解

$$G(s)=\frac{K^*(s+j2)(s-j2)}{(s+1)(s-1)(s+3)(s-3)}$$

渐近线

$$\begin{cases}\sigma_a = \dfrac{-1+1-3+3}{4-2} = 0 \\ \varphi_a = \dfrac{(2k+1)\pi}{4-2} = \pm 90^\circ\end{cases}$$

分离点

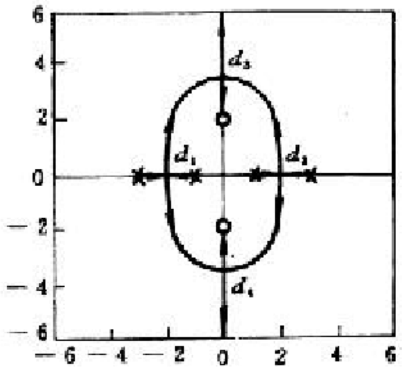
$$\frac{1}{d+1}+\frac{1}{d-1}+\frac{1}{d+3}+\frac{1}{d-3}=\frac{1}{d+j2}+\frac{1}{d-j2}$$

整理得 $$d^4+8d^2-49=0$$

解出 $$d_{1,2}=\pm 2.0155 \qquad d_{3,4}=\pm j3.473$$

…………………………………………………….. 4 分

画出系统根轨迹如图所示



……………………………………………………… 6 分

七　解

$$G(s)=\frac{4(K_Ds+K_P)}{s^2}$$
$$\Phi(s)=\frac{4(K_Ds+K_P)}{s^2+4K_Ds+4K_P}$$

……………………….. 3 分

(1) $D(s)=s^2+4K_Ds+4K_P$

系统稳定条件

$$K_D>0 \qquad K_P>0$$

……………………….. 3 分

(2) $$\omega_n=\sqrt{4K_P}=2\sqrt{K_P} \qquad \xi=\frac{4K_D}{2\omega_n}=\frac{K_D}{\sqrt{K_P}}$$

令 $\xi=1$，得

$$K_D^2=K_P$$

……………………………………………………… 3 分

(3) $K_a=\lim\limits_{s\to 0}s^2\cdot G(s)=\lim\limits_{s\to 0}4(K_Ds+K_P)=4K_P=40$

得

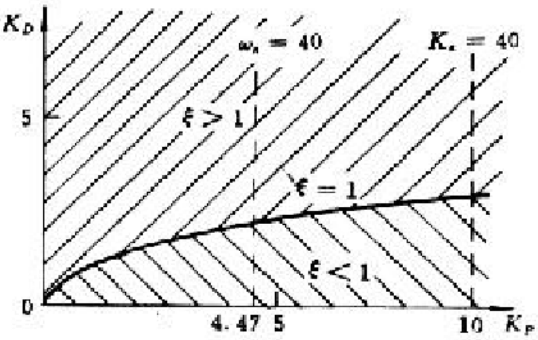
$$K_P=10$$

…………………………………………………….. 3 分

(4) $$\omega_n=2\sqrt{K_P}=40$$

得 $K_P = 2\sqrt{5}$ ……………………………………… 3 分

山 (1),(2),(3),(4)画出相应的轨迹及区域



……………………………………………….. 5 分