提高练习七

一、选择题

1．已知向量$\vec{a}=(0,3,4),\vec{b}=(2,1,-2)$， 则

$\Pr j_{\vec{b}}\vec{a}=$（ **C** ）.

（A）5　（B）－1／3　（C）－5／3（D）1／3

2. 在平行四边形$ABCD$中，顶点A, B, C的坐标分别为

$A(0,-2,0)$，$B(2,0,1)$ 和$C(0,4,2)$，那么B的对称

点D的坐标为（ **B** ）.

(A) $(2,\ 2,\ 1)$ (B) $(-2,\ 2,\ 1)$ (C) $(2,\ -2,\ 1)$ (D) $(2,\ 2,-1)$

3. 设有非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$，若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则必有（ B ）.

（A）$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$　　（B）$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$

（C）$|\vec{a}+\vec{b}|<|\vec{a}-\vec{b}|$　　（D）$|\vec{a}+\vec{b}|>|\vec{a}-\vec{b}|$

4. 设平面方程为 $Bx+Cz+D=0$，且 $BCD\neq 0$，则平面（ B ）.

（A）平行于 x 轴　　（B）平行于 y 轴

（C）经过 y 轴　　（D）垂直于 y 轴

5. 曲线$\begin{cases} x=a\cos\theta \\ y=a\sin\theta \\ z=b\theta \end{cases}$在 xoy 面上的投影曲线是（ A ）.

(A)$\begin{cases} x^2+y^2=a^2 \\ z=0 \end{cases}(B)\begin{cases} x=a\cos\dfrac{z}{b} \\ z=0 \end{cases}(C)\begin{cases} y=a\cos\dfrac{z}{b} \\ y=a\cos\dfrac{z}{b} \end{cases}(D)\begin{cases} x=a\cos\dfrac{z}{b} \\ y=a\sin\dfrac{z}{b} \end{cases}$

二、填空题

1. 设$\vec{a},\vec{b}$为不共线的二向量，如果$k\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}+k\vec{b}$共线，那么$k=$__± 1__.

2. 设$(\widehat{\vec{a},\vec{b}})=\frac{\pi}{3}$，$|\vec{a}|=5,|\vec{b}|=8$则$|\vec{a}-\vec{b}|=$__$7$__.

3. 直线$\begin{cases} y-z=0 \\ x=0 \end{cases}$绕$y$轴旋转而成的旋转曲面方程为__$y^2=x^2+z^2$__.

4. 抛物面$z=x^2+y^2$与平面$y+z=1$的交线在xoy面上的投影曲线方程为__$\begin{cases} x^2+y^2=1-y \\ z=0 \end{cases}$

5. 当$k=$__± 2__时，平面$x=k$与曲面$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}-\frac{z^2}{4}=1$的交线是一对相交直线.

三、已知空间三点 $A(1,2,3)$、$B(2,-1,5)$ 和 $C(3,2,-5)$,求:

1．ΔABC 的面积;　　2．ΔABC 的 AB 边上的高;

3．$\angle A$ 的余弦值;　　4．ΔABC 所在的平面方程;

5．过 A 且与 BC 边平行的直线方程.

解:$\mathbf{(1)3\sqrt{21};(2)3\sqrt{6};(3)-\sqrt{\frac{7}{34}};(4)4x+2y+z-11=0}$

$$\mathbf{(5)\ \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{-10}}$$

四.解证:

(1) $\because \vec{s} = (-1,1,2), \vec{n} = (2,1,-1), \vec{s} \times \vec{n} = -3 \neq 0$

$\therefore \vec{s}$不垂直 $\vec{n}$，即直线与平面 π不平行，相交。

设交点为 $(-t, t+1, 2t+1)$，代入平面方程解得

$t = -1, \therefore$ 交点为 $(1,0,-1)$

(2) $\sin\varphi = \dfrac{1}{2}, \varphi = \dfrac{\pi}{6}$

(3) $-x + y + 2z + 3 = 0$

(4)设$\vec{n}' = (A, B, C), \vec{n}' \perp L; \vec{n}' \perp \vec{n}$,方程为 $x - y + z = 0$

(5) $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + y - z - 3 = 0 \end{cases}$

五、设 $\vec{a}+3\vec{b}\perp 7\vec{a}-5\vec{b}$，$\vec{a}-4\vec{b}\perp 7\vec{a}-2\vec{b}$，求向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角.

解: $\begin{cases}(\vec{a}+3\vec{b})\cdot(7\vec{a}-5\vec{b})=0\\(\vec{a}-4\vec{b})\cdot(7\vec{a}-2\vec{b})=0\end{cases}$

$$\Rightarrow\begin{cases}\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{1}{2}\left|\vec{b}\right|^2\\\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{1}{2}\left|\vec{a}\right|^2\end{cases}\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{3}$$

六、求点$M(4,\ 3,\ 10)$关于直线 $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z-3}{5}$

的对称点.

解:　　过点 M 与直线垂直的平面为

$2(x-4)+4(y-3)+5(z-10)=0$ 该平面与直线相

交于点 $N(3,6,8)$, 直线 MN 为 $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-3}{-3}=\dfrac{z-10}{2}$

对称点 $M'(k+4,-3k+3,2k+10)$

根据 $|MN|=|M'N|$ 得 $M'=(2,9,6)$

七、证明：二平行平面 $Ax+By+Cz+D_1=0$,

$Ax+By+Cz+D_2=0$ 之间的距离公式:

$$d=\frac{\left|D_2-D_1\right|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}.$$

解:设平面 π_2上任一点为(x_0,y_0,z_0)，到平面 π_1的距离为

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D_1|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

$\because$ 该点在平面 π_2上，满足方程 $Ax_0+By_0+Cz_0+D_2=0$

$$\therefore d=\frac{|-D_2+D_1|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

八.证明:

$$(1)d=\frac{\left|\frac{1}{a}\times 0+\frac{1}{b}\times 0+\frac{1}{c}\times 0-1\right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{d^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$$

(2)设平面 π与x轴, y轴和z轴的交点分别为 A,B,C,

$$\overrightarrow{AC}=(-a,0,c);\overrightarrow{AB}=(-a,b,0)$$

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=bc\vec{i}-ac\vec{j}-ab\vec{k}$$

$$A=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}|=\frac{1}{2}\sqrt{b^2c^2+a^2c^2+a^2b^2}$$