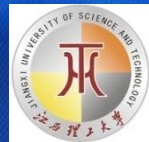


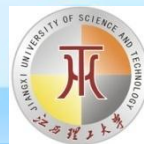
《大学物理》

第三章 动量守恒



动量守恒定律

火箭推进原理



一、动量守恒定律

质点系动量定理

$$\vec{F}_{\text{外}} dt = d\vec{p}$$

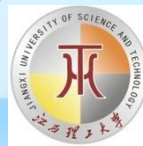
(微分式)

$$\longleftrightarrow \vec{F}_{\text{外}} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

若在某过程中，恒有 $\vec{F}_{\text{外}} = 0$ ， 则：

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\sum \vec{p}_i}{dt} = 0 \quad \longleftrightarrow \quad \vec{p} = \sum \vec{p}_i = \text{恒矢量}$$

——质点系动量守恒定律



一、动量守恒定律

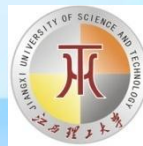
当 $\sum \vec{F}_i = 0$ 时, $\vec{p} = \sum m_i \vec{v}_i =$ **恒矢量**。

系统所受**合外力为零**, 则其总动量不随时间改变。

- 说明:**
- 1、系统的动量守恒是指系统的总动量不变, 系统内各物体的动量是可交换的;
 - 2、守恒条件: 合外力为零, 或外力 \ll 内力;
 - 3、合外力沿某一方向为零, 则该方向动量守恒;

$$\sum F_{ix,y,z} = 0 \Rightarrow \sum p_{ix,y,z} = \text{常量}$$

- 4、适用范围: 惯性系中普遍适用。

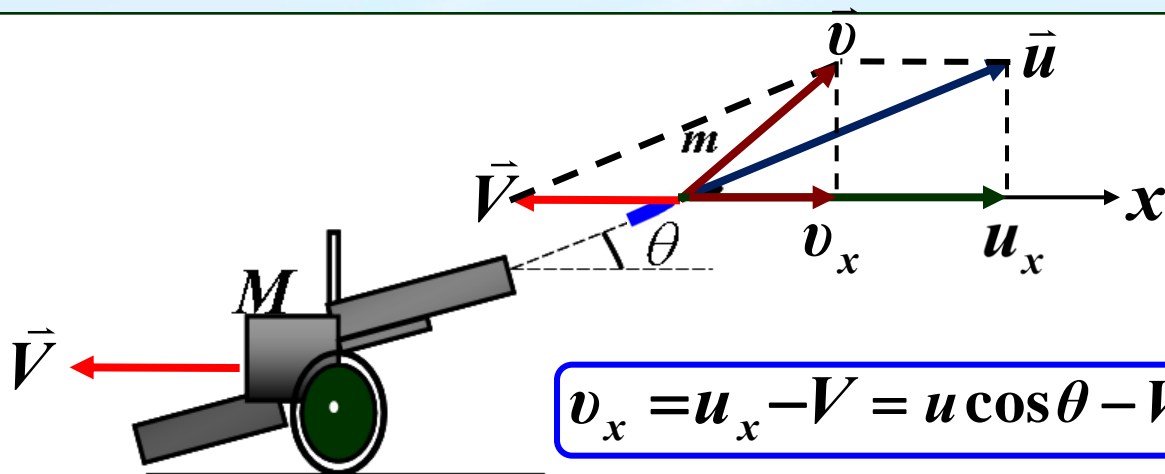


一、动量守恒定律

例：炮车以 θ 角发射一炮弹，炮车质量为 M ，炮弹质量为 m ，炮弹出口速度为 \vec{u} （对炮车），如图。

求：炮车反冲速度（炮车与地面摩擦力忽略不计）

分析： 炮车+炮弹系统在水平方向动量守恒
设炮弹对地速度为 \vec{v} $\vec{v} = \vec{u} + \vec{V}$



$$v_x = u_x - V = u \cos \theta - V$$



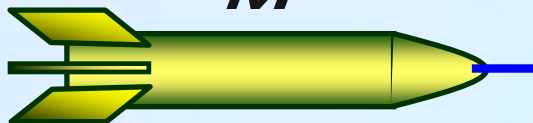
二、火箭推进原理

1、动力学方程

t 时刻

总质量 (含燃料)

M



速度 v

$$F_{\text{外}} = M \frac{dv}{dt} - u \frac{dm}{dt}$$

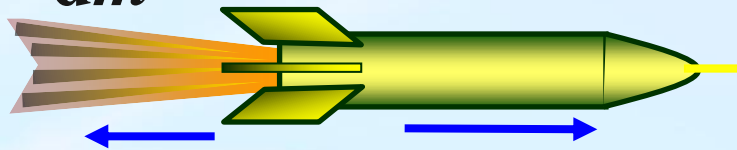
$t + dt$ 时刻

喷燃气

dm

主体质量 (含燃料)

$-dm$

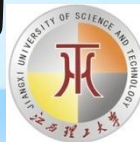


u (对主体)

$v + dv$

$F_{\text{外}}$: 火箭系统所受外力;
沿火箭飞行方向为正

$u \frac{dm}{dt}$: 喷气对火箭的反推力



二、火箭推进原理

2、箭体飞行的理想速度

•重力场中: $v(t) = u \ln \frac{M_0}{M} - gt$

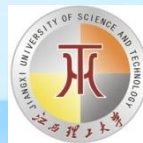
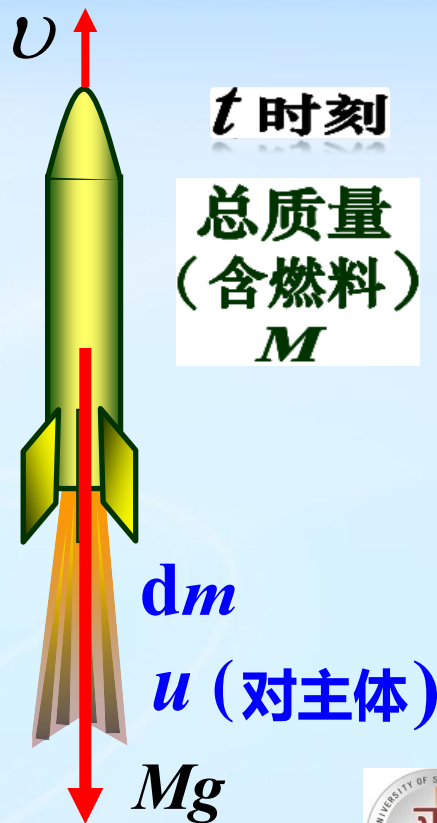
•自由场中: $v(t) = u \ln \frac{M_0}{M}$

火箭质量比: $N = \frac{M_0}{M_f}$

末速度: $v_f = u \ln N$

(1) 提高 u (现可达 $u = 4.2 \text{ km/s}$)

(2) 增大 N (受一定限制)



二、火箭推进原理

单级末速度: $v_f = u \ln N$

为提高 N , 采用多级火箭

• 多级末速度: $v_f = \sum u_i \ln N_i$

若 $u_1 = u_2 = \cdots = u_n = u$

$$v_f = u_i \ln(N_1 N_2 \cdots N_n)$$

例 $u = 2.8 \text{ km/s}$

$$N_1 = N_2 = N_3 = 15$$

$$v_f = 22.75 \text{ km/s}$$

