《大学物理》第一篇　力学

第一章　质点运动学

《大学物理》第一篇　力学

速度与加速度

一、速　度

设运动质点经 Δt 时间，从A点运动到B点。

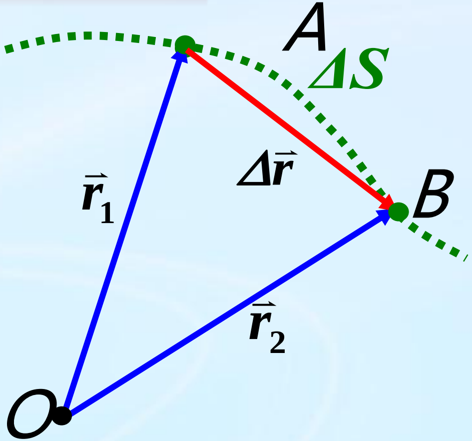
$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$　　$\Delta t = t_2 - t_1$

1、平均速度

$$\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

大小：$\left|\bar{\vec{v}}\right| = \dfrac{\left|\Delta \vec{r}\right|}{\Delta t}$

方向：　与位移同向



◆ **注意：**

● **平均速率** $\bar{v} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} \neq \dfrac{\left|\Delta \vec{r}\right|}{\Delta t}$

即：$\bar{v} \neq \left|\bar{\vec{v}}\right|$

一、速　度

- **平均速度在直角坐标系中的解析表达式**

$$\bar{\vec{v}}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i}+\frac{\Delta y}{\Delta t}\vec{j}+\frac{\Delta z}{\Delta t}\vec{k}$$

- **平均速度的大小：**

$$\left|\bar{\vec{v}}\right|=\sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2+\left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2+\left(\frac{\Delta z}{\Delta t}\right)^2}$$

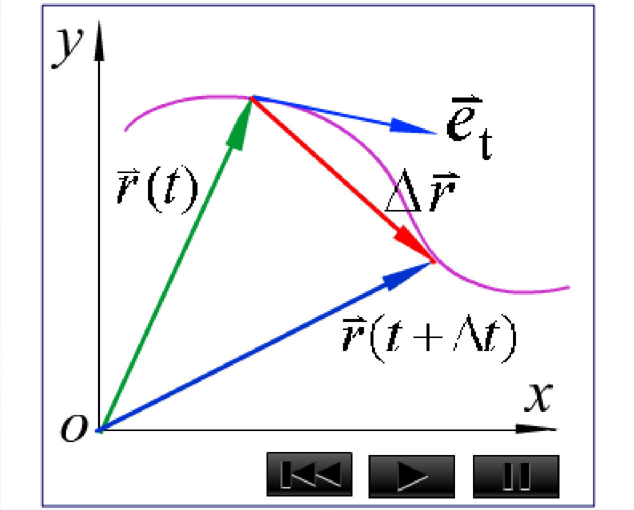
一、速　度

2、速度

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt}$$

- **速度的大小（速率）：**

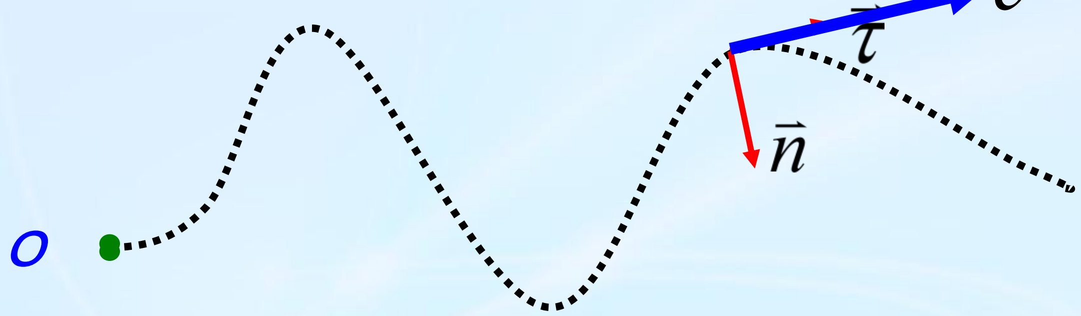
$$|\vec{v}|=v=\frac{|d\vec{r}|}{dt}=\frac{ds}{dt}$$



- **速度的方向：** ——质点在某一点的速度沿该点轨道曲线的切向。

一、速　度

平面自然坐标系中的速度



$$\vec{v} = v\,\vec{\boldsymbol{\tau}}$$

注意：（1）速度具有瞬时性

（2）速度具有相对性

一、速　度

- 速度在直角坐标系中的解析表达式

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$= v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

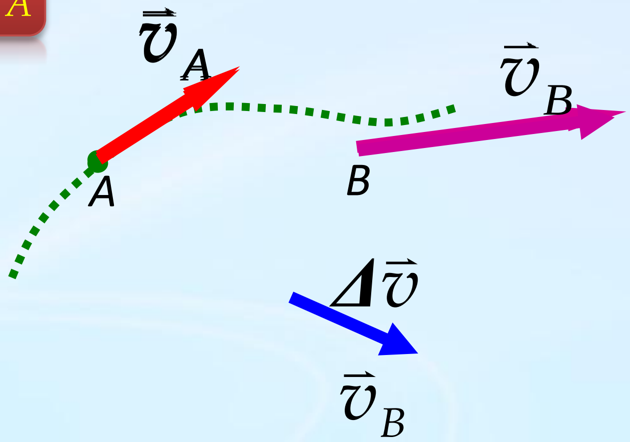
- 速度的大小（速率）：

$$|\vec{v}| = v = \sqrt{(\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2 + (\frac{dz}{dt})^2} = \frac{ds}{dt}$$

二、加速度

设运动质点经 Δt 时间，从*A*点运动到*B*点。

- **速度增量** $\Delta\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$



1、平均加速度

$$\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

2、瞬时加速度

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

二、加速度

- **加速度在直角坐标系中的解析表达式**

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\vec{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\vec{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\vec{k}$$

$$=\frac{d^2x}{dt^2}\vec{i}+\frac{d^2y}{dt^2}\vec{j}+\frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$$

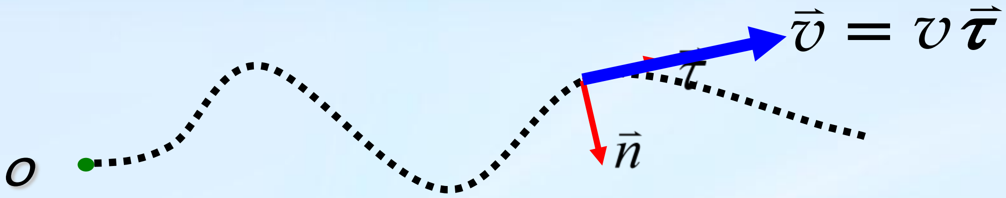
$$=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$$

- **加速度的大小：**

$$\left|\vec{a}\right|=a=\sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2+\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2+\left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)^2}$$

三、切向加速度与法向加速度

质点在平面自然坐标系中的速度

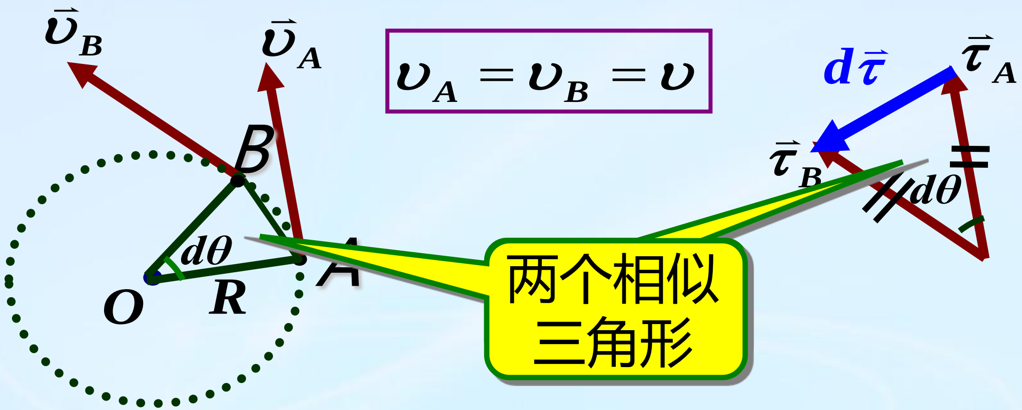


根据加速度的定义，有：

$$\vec{a}=\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}=\frac{d(\upsilon\vec{\tau})}{dt}=\frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau}+\upsilon\frac{d\vec{\tau}}{dt}$$

$\frac{d\upsilon}{dt}$ 代表质点运动速度大小的变化率；$\upsilon\frac{d\vec{\tau}}{dt}$?

1、 匀速率圆周运动中的加速度

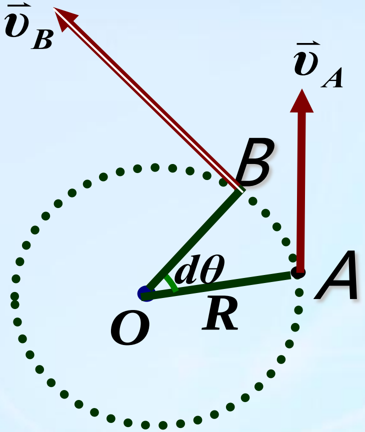


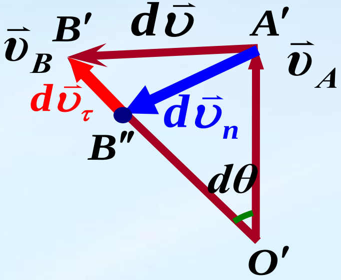
t时刻， A点；$t+\mathrm{d}t$时刻， B点

向心加速度：$a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R}$ ——表征速度变化方向变化率

三、切向加速度与法向加速度

2、变速率圆周运动中的加速度





$d\vec{v}_n$ ——速度方向改变量

$d\vec{v}_\tau$ ——速度大小改变量

t时刻， A点； $t+dt$时刻，B点

$$\vec{a} = a_\tau\vec{\tau} + a_n\vec{n} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + \frac{v^2}{R}\vec{n}$$

a_τ ——速度大小变化率

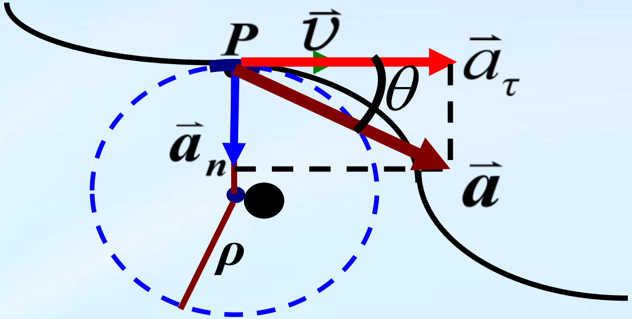
a_n ——速度方向改变量

三、切向加速度与法向加速度

3、一般平面曲线运动中的加速度

- **分析思路：**

曲率圆＋圆周运动中的加速度



曲率圆

$$\left\{\begin{array}{l} a_\tau = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \text{——切向加速度} \\ a_n = \dfrac{v^2}{\rho} \text{——法向加速度} \end{array}\right.$$

- **合加速度**

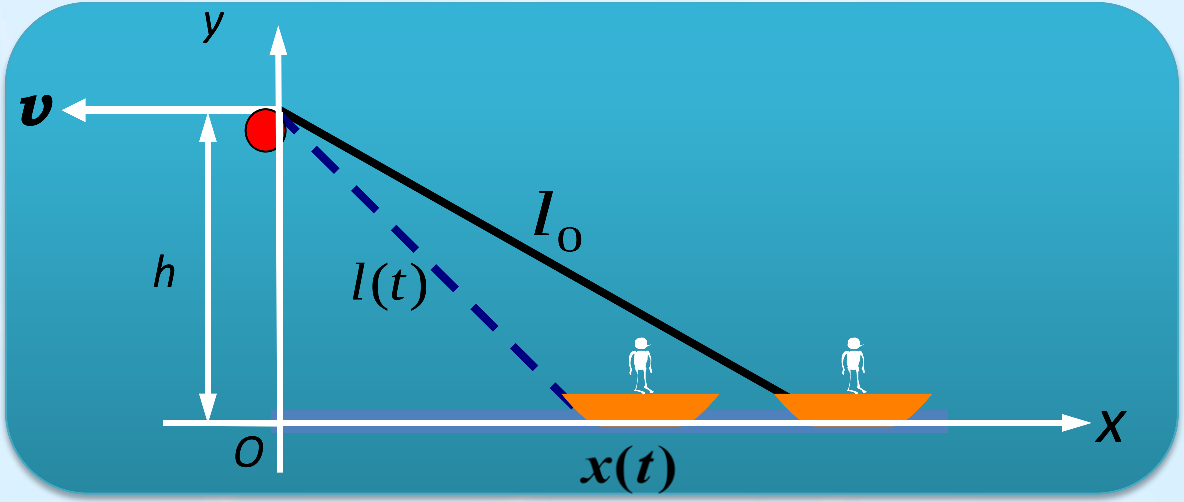
$$\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n}$$

$$\left\{\begin{array}{l} a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} \\ \tan\theta = \dfrac{a_n}{a_\tau} \end{array}\right.$$

随堂练习

例1： 如图，以恒定速率 $\boldsymbol{v}$ 用绳跨一定滑轮拉湖面上的船，已知绳初长 l_0，岸高 h.

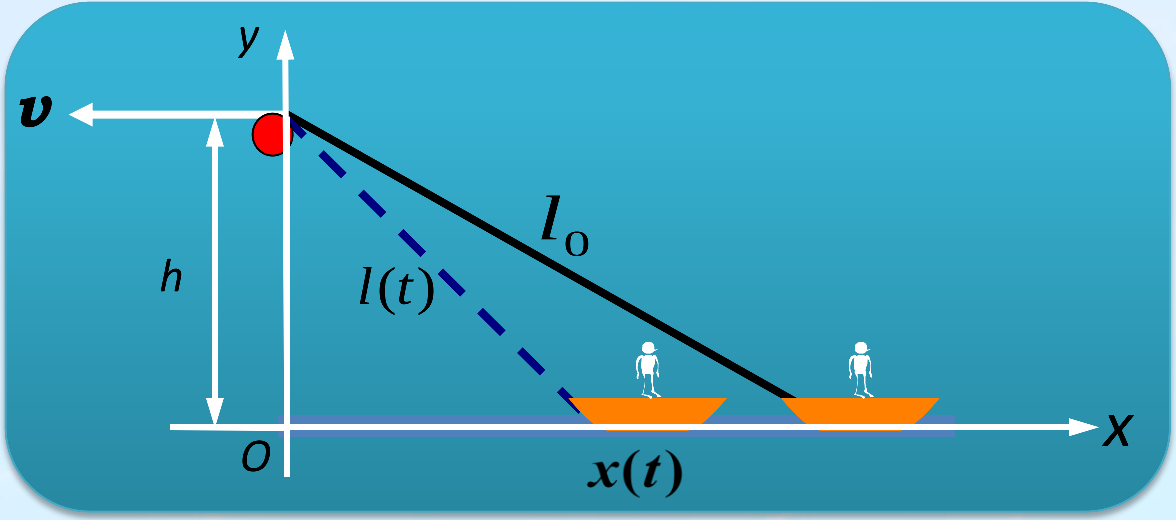
求 船的速度与加速度。



随堂练习

回顾：

在上一节课中，我们已经得到小船的运动学方程：



$$x(t)=\sqrt{(l_0-vt)^2-h^2}$$

随堂练习

例2: 一质点作圆周运动(顺时针运动)，其路程与时间的关系为

$$s = \upsilon_0 t + \frac{1}{2} b t^2 \quad (SI)$$

υ_0和b都是正的常数，圆周半径为r.

(1) 求质点在t时刻的速度大小;

(2) t为何值时，质点的切向加速度和法向加速度的大小相等。