

碰撞 碰撞定律

碰撞 碰撞定律

※ 碰撞

质点、质点系或刚体之间，通过极短时间的相互作用而使运动状态发生显著变化的过程。

※ 碰撞过程的特点

- (1) 作用时间极短
- (2) 作用力变化极快
- (3) 作用力峰值极大
- (4) 过程中物体会产生形变
- (5) 可认为仅有内力的作用，故系统**遵守动量守恒定律**。

※ 碰撞定律

$$e = \frac{v_2 - v_1}{v_{10} - v_{20}} \quad \begin{array}{l} \text{(分离速度)} \\ \text{(接近速度)} \end{array}$$

e 称恢复系数
(取决于材料性质)

※ 碰撞的分类

(1) 弹性碰撞(完全弹性碰撞) 当 $e = 1$ 时, $v_2 - v_1 = v_{10} - v_{20}$

此时说明碰撞后形变能完全恢复, 没有机械能的损失 (碰撞前后机械能守恒)。

(2) 完全非弹性碰撞 当 $e = 0$ 时, $v_2 = v_1 = v$

此时, 物体碰撞后以同一速度运动, 不再分开, 这就是说物体碰撞后已经完全不能恢复形变。

(3) 非完全弹性碰撞 当 $0 < e < 1$ 时, $v_2 - v_1 = e(v_{10} - v_{20})$

此时, 碰撞后形变不能完全恢复, 一部分机械能将被转变为其他形式的能量 (如热能) 。

一般情况碰撞时 $\because \vec{F}^{\text{ex}} \ll \vec{F}^{\text{in}} \therefore \sum_i \vec{p}_i = \vec{C}$

1 完全弹性碰撞

◆ 动量守恒，机械能守恒

2 完全非弹性碰撞

◆ 动量守恒，机械能不守恒

3 非完全弹性碰撞

◆ 动量守恒，机械能不守恒

例题：求两物到达最高处的张角 ϕ

解：分三个过程：

(1) 小球自A下落到B， **机械能守恒：**

$$\frac{1}{2} m_1 v^2 = m_1 g h_1 = m_1 g l (1 - \cos \theta) \quad (1)$$

(2) 小球与蹄状物碰撞过程， **动量守恒：**

$$m_1 v = (m_1 + m_2) v' \quad (2)$$

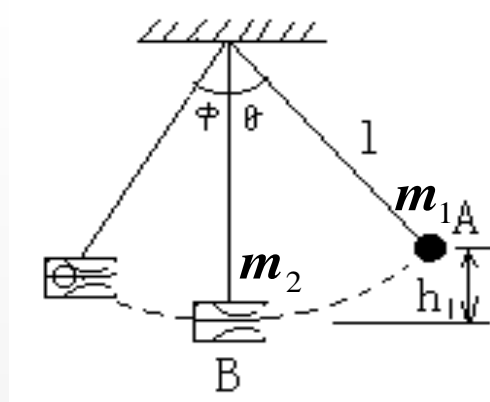
(3) 小球与蹄状物开始运动到最高处， **机械能守恒：**

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v'^2 = (m_1 + m_2) g l (1 - \cos \phi) \quad (3)$$

由式(1)、(2)、(3)消去 v 和 v'

可求得：

$$\cos \phi = 1 - \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 (1 - \cos \theta)$$



例题： 在一平面上, 两相同的球做完全弹性碰撞, 其中一球开始时处于静止状态, 另一球速度 \vec{v} , 求证: 碰撞后两球速度是互相垂直的。

解： 设碰撞后两球速度 \vec{v}_1, \vec{v}_2

由动量守恒 $(m\vec{v} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2)$ $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$

两边平方 $v^2 = v_1^2 + 2\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 + v_2^2$ (1)

由机械能守恒 (势能无变化) $(\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2)$

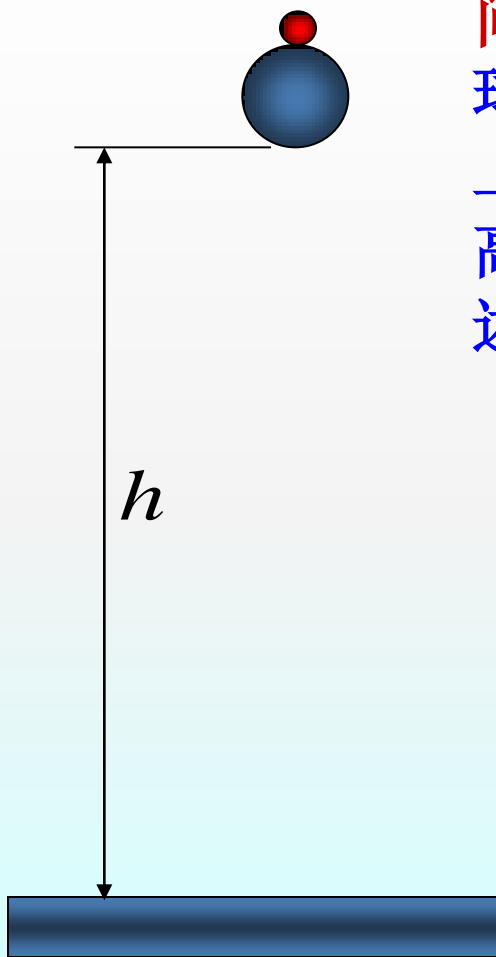
$$v^2 = v_1^2 + v_2^2 \quad (2)$$

比较以上(1)(2)两式

$$\therefore \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 0 = v_1 v_2 \cos \theta$$

两球速度总互相垂直





问题：把一小钢球放在一大钢球的顶部，让两钢球自距地面高为 h 处，由静止自由下落，与地面上的钢板相碰撞，相碰后，小钢球可弹到 $9h$ 的高度，你能用相对运动的概念给予说明吗？设上述碰撞均为完全弹性碰撞。

$$v_{\text{大} \downarrow \rightarrow \text{板}} = \sqrt{2gh} \quad v_{\text{小} \uparrow \rightarrow \text{大}} = 2\sqrt{2gh}$$

$$v_{\text{大} \uparrow \rightarrow \text{板}} = \sqrt{2gh} \quad v_{\text{小} \uparrow \rightarrow \text{板}} = 3\sqrt{2gh}$$

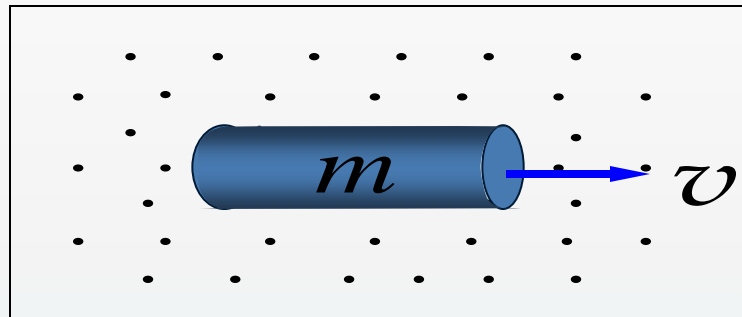
$$v_{\text{小} \downarrow \rightarrow \text{板}} = \sqrt{2gh} \quad (v_{\text{小} \uparrow \rightarrow \text{板}})^2 = 2gH$$

$$v_{\text{小} \downarrow \rightarrow \text{大}} = 2\sqrt{2gh} \quad = (3\sqrt{2gh})^2 = 9(2gh)$$

$$\therefore H = 9h$$



例题 宇宙中有密度为 ρ 的尘埃，这些尘埃相对惯性参考系静止。有一质量为 m_0 的宇宙飞船以初速 v_0 穿过宇宙尘埃，由于尘埃粘贴到飞船上，使飞船的速度发生改变。求飞船的速度与其在尘埃中飞行时间的关系。（设想飞船的外形是面积为 S 的圆柱体）



解 尘埃与飞船作完全非弹性碰撞

$$m_0 v_0 = m v$$

$$dm = \rho S v dt$$

$$= -\frac{m_0 v_0}{v^2} dv$$

$$-\int_{v_0}^v \frac{dv}{v^3} = \frac{\rho S}{m_0 v_0} \int_0^t dt$$

$$v = \left(\frac{m_0}{2\rho S v_0 t + m_0} \right)^{1/2} v_0$$

