自动控制原理答案十五

一、　　解　系统误差传递函数为

$$\Phi_e(s)=\frac{E(s)}{R(s)}=\frac{1-\dfrac{K_2}{s(T_1s+1)}\cdot\dfrac{s(as+b)}{1+T_2s}}{1+\dfrac{K_1K_2}{s(T_1s+1)}}=$$

$$\frac{s\left[T_1T_2s^2+(T_1+T_2-K_2a)s+(1-K_2b)\right]}{(1+T_2s)\left[s(T_1s+1)+K_1K_2\right]}$$

………………………………………………… 5 分

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0}sR(s)\,\Phi_e(s)=\lim_{s\to 0}s\cdot\frac{1}{s^3}\cdot\frac{s\left[T_1T_2s^2+(T_1+T_2-K_2a)s+(1-K_2b)\right]}{(1+T_2s)\left[s(T_1s+1)+K_1K_2\right]}=$$

$$\frac{1}{K_1K_2}\lim_{s\to 0}\left[T_1T_2s+(T_1+T_2-K_2a)+\frac{1-K_2b}{s}\right]$$

………………………………………………… 5 分

可见, 只有令

$$\begin{cases}T_1+T_2-K_2a=0\\1-K_2b=0\end{cases}$$

故

$$a=\frac{T_1+T_2}{K_2}\qquad b=\frac{1}{K_2}$$

…………………………………………………… 5 分

二、

解　(1) $G(s)H(s)=\dfrac{5K(s-1)}{(s+5)(s^2+4s+4)}=\dfrac{5K(s-1)}{(s+5)(s+2)^2}$

………………………………………………… 2 分

渐近线

$$\begin{cases}\sigma_a=\dfrac{-5-2\times 2+(-1)}{3-1}=-5\\\varphi_a=\dfrac{(2k+1)\pi}{3-1}=\pm 90^\circ\end{cases}$$

分离点

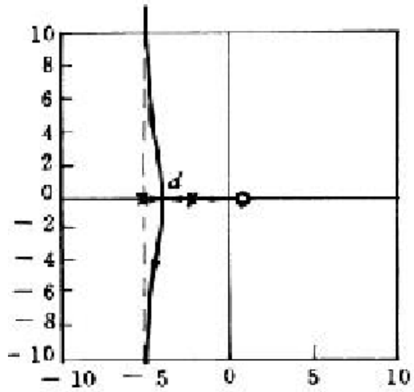
$$\frac{1}{d+5}+\frac{2}{d+2}=\frac{1}{d-1}$$

整理得　$d^2+d-11=0$

解得根为　$d=-3.854$

…………………………………………………….. 3 分

画出根根轨迹如图所示



…………………………………………… 5 分

$$D(s)=(s+5)(s^2+4s+4)+5K(s-1)=s^3+9s^2+(24+5K)s+(20-5K)$$

列劳斯表如下

$$\begin{array}{llll}
s^3 & 1 & 24+5K & \\
s^2 & 9 & 20-5K & \\
s^1 & \dfrac{9(24+5K)-20+5K}{9} & & \rightarrow K>\dfrac{-196}{50}=-3.92 \\
s^0 & 20-5K & & \rightarrow K<\dfrac{20}{5}=4
\end{array}$$

故 K 值的稳定范围是

$$-3.92<K<4$$

……………………………………………… 4 分

(2) 当系统闭环极点 $s_1=-1$ 时，则特征多项式 $D(s)$ 应被 $(s+1)$ 因子除尽，即

$$\begin{array}{r|l}
 & s^2+8s+(16+5K) \\ \hline
s+1 & s^3+9s^2+(24+5K)s+(20-5K) \\
 & \underline{s^3+s^2} \\
 & 8s^2+(24+5K)s \\
 & \underline{8s^2+8s} \\
 & (16+5K)s+(20-5K) \\
 & \underline{(16+5K)s+(16+5K)} \\
 & 4-10K=0
\end{array}$$

故 $$K=0.4$$

……………………………………………… 3 分

故 $$\Phi(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}=\frac{K(s-1)(s+5)}{D(s)}\bigg|_{K=0.4}=\frac{0.5(s-1)(s+5)}{s^3+9s^2+26s+18}=\frac{0.5(s-1)(s+5)}{(s+1)(s^2+8s+18)}$$

……………………………………………… 3 分

三、 解 依题意,系统开环传递函数为

$$G(s)=\frac{K}{s^2}G_c(s)$$

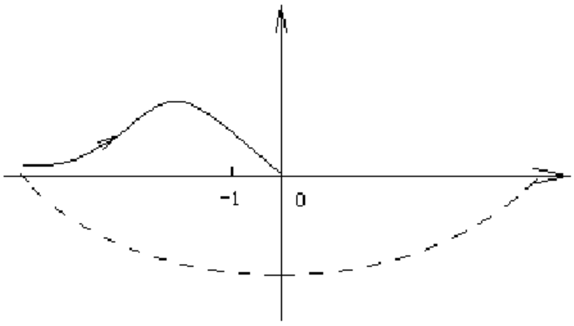
系统开环频率特性

$$G(j\omega)=|G(j\omega)|\underline{\angle G(j\omega)}=\frac{K}{\omega^2}|G_2(j\omega)|\underline{\angle[\angle G_2(j\omega)-180^\circ]}$$

…………………………………………………... 3 分

根据$G_2(j\omega)$的幅相曲线,可以画出开环幅相曲线$G(j\omega)$如图所示. 可见不论K(K>0)值如何,开环幅相曲线总是顺时针围$(-1,j0)$点一圈的曲线.

……………………………………………………. 4 分



……………………………………………… 4 分

因为 $G_2(s)$是最小相角系统传递函数,所以$G(s)=\dfrac{K}{s^2}G_2(s)$也一定是最小相角的. 因此有

$$Z=P-2N=0-(-2)=2$$

有两个闭环极点落在有半平面.故闭环系统不稳定.

……………………………………………………. 4 分

四、　解　对于校正前系统

$$e_{ss}=1/K<15$$

所以　$$K=15$$

$$L(\omega)=\begin{cases}20\lg\dfrac{15}{\omega} & \omega<1\\ 20\lg\dfrac{15}{\omega^2} & \omega>1\end{cases}$$

可得　$$\omega'_c=3.9$$

$$\gamma'=180^\circ-90^\circ-\mathrm{arctg}\,\omega'_c=14.5^\circ<45^\circ$$

不满足性能指标,需选取串联超前校正 ……………………………….. 5 分

设　$$\varphi_m+\gamma'-(5^\circ\sim12^\circ)\geqslant\gamma^*$$

$$\varphi_m\geqslant\gamma^*-\gamma'+(5^\circ\sim12^\circ)$$

$$\varphi_m\geqslant45^\circ-14.5^\circ+10.5^\circ=41^\circ$$

$$a=\frac{1+\sin\varphi_m}{1-\sin\varphi_m}=4.73$$

中频段

$$\frac{15}{(\omega''_c)^2}\sqrt{a}=1\qquad\omega''_c=5.71$$

…………………………………………… 5 分

验算

$$\gamma''=180^\circ+\varphi_m+\varphi(j\omega''_c)=180^\circ+41^\circ-90^\circ-\mathrm{arctg}\,\omega''_c=51^\circ$$

$$\omega''_c = 1/(T\sqrt{a}) \qquad T = 1/(\omega''_c\sqrt{a}) = 0.08$$

…………………………………………………… 3 分

故选用串联超前网络为

$$G_c(s) = \frac{0.38s + 1}{0.08s + 1}$$

…………………………………………………… 2 分

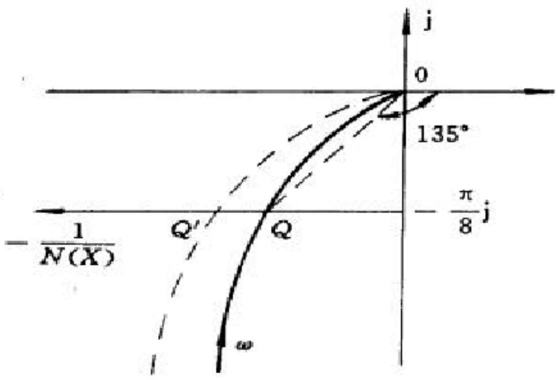
五、 解

(1) 由 $$N(X) = \frac{8}{\pi X^2} - j\frac{8}{\pi X^2}$$

$$-\frac{1}{N(X)} = -\frac{\pi}{8}\sqrt{X^2 - 1} - j\frac{\pi}{8}$$

$$G(s) = \frac{2K}{s(s+1)}$$

系统在 Q 点产生自振，此时 $\angle G(j\omega) = -135°$，如图 所示。



…………………………………………………… 6 分

$$\mathrm{Im}[G(j\omega)] = \frac{-2K}{\omega(1+\omega^2)} = -\frac{\pi}{8}$$

$$\mathrm{Re}[G(j\omega)] = \frac{-2K\omega}{\omega(1+\omega^2)} = -\frac{\pi}{8}$$

解得 $$\omega = 1 \qquad K = \frac{\pi}{8}$$

…………………………………………………… 4 分

山

$$-\frac{1}{N(X)} = -\frac{\pi}{8}\sqrt{X^2 - 1} - j\frac{\pi}{8} =$$

$$-\frac{\pi}{8} - j\frac{\pi}{8}$$

解得 $$X = \sqrt{2}$$

…………………………………………………… 3 分

即系统在非线性入口做幅值为 $\sqrt{2}$，频率为 1 的自 振。折合到输出端有

$$|c| = \frac{\sqrt{2}}{K} = \frac{8}{\pi}\sqrt{2} = 3.6$$

…………………………………………………… 3 分

(2) 当 K 增大时，由于 $|G(j\omega)|$ 增大，系统自振 点 Q 向后移至 Q'，所以系统输出端 的自振频率、振幅随之增大。

……………………………………………………… 4 分

六、　　解　系统的开环传递函数为

$$G(z) = (1 - z^{-1})Z\left[\frac{1}{s^2(s+1)}\right] =$$

$$(1 - z^{-1})\left[\frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{(1-e^{-T})z}{(z-1)(z-e^{-T})}\right]$$

把 T=0.1 代入化简得

$$G(z) = \frac{0.005(z+0.9)}{(z-1)(z-0.905)}$$

……………………………………………………… 5 分

$$K_p = \lim_{z\to1}[1 + G(z)] = \lim_{z\to1}\left[1 + \frac{0.005(z+0.9)}{(z-1)(z-0.905)}\right] = \infty$$

$$K_v = \lim_{z\to1}(z-1)G(z) = \lim_{z\to1}(z-1)\frac{0.005(z+0.9)}{(z-1)(z-0.905)} = 0.1$$

……………………………………………………… 5 分

系统的稳态误差为

$$e(\infty) = \frac{1}{K_p} + \frac{T}{K_v} = 1$$

……………………………………………………… 5 分