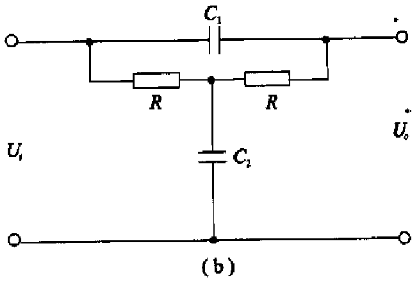
自动控制原理答案二十

一、求图示电网络的传递函数 Uc(s)/Ur(s)。



解：$I_1(s)\dfrac{1}{sC_1}=-I_1(s)R+I_2(s)R$

$$U_r(s)=I_2R+(I_1+I_2)\frac{1}{sC_2}$$

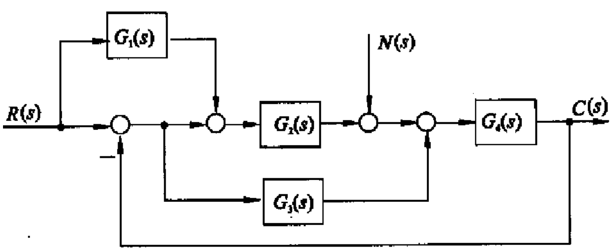
$$I=I_1+I_2$$

$$U_c(s)=I_1(s)R+(I_1+I_2)\frac{1}{sC_2}$$

由以上四式消除中间变量得：

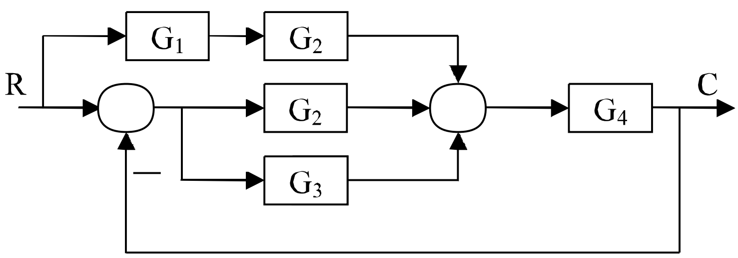
$$\frac{U_c(s)}{U_r(s)}=\frac{R^2C_1C_2s^2+2RC_1s+1}{R^2C_1C_2s^2+(C_2+2C_1)Rs+1}$$

二、试化简图中的系统结构图，并求传递函数 C(s)/R(s)和 C(s)/N(s)。

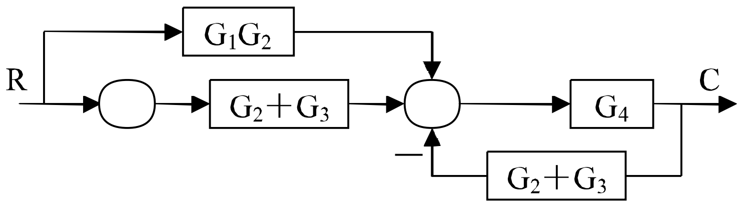


解：(b)　当 N(s)=0 时，有：

==>



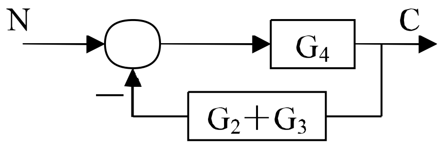
==>



$$\therefore\ \frac{C(s)}{R(s)} = (G_1G_2+G_2+G_3)\cdot\frac{G_4}{1+G_4(G_2+G_3)} = \frac{G_4(G_1G_2+G_2+G_3)}{1+G_2G_4+G_3G_4}$$

R(s)=0 时，有：

==>



$$\therefore\ \frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_4}{1+G_4(G_2+G_3)} = \frac{G_4}{1+G_2G_4+G_3G_4}$$

三、已知系统特征方程为：$3s^4+10s^3+5s^2+s+2=0$，试用劳斯稳定判据确定系统的稳定性。

解：用劳斯稳定判据：

s^4	3	5	2
s^3	10	1	
s^2	$\frac{10\times5-3\times1}{10}$=4.7	2	
s^1	$\frac{4.7\times1-10\times2}{4.7}$=−3.26		
s^0	2		

表中第一列元素变号两次，右半 S 平面有两个闭环极点，系统不稳定。

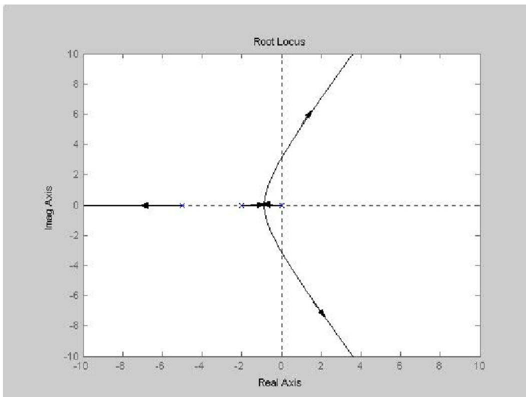
四、设单位反馈控制系统开环传递函数为 $G(s)=\frac{K}{s(0.2s+1)(0.5s+1)}$，试概略绘出相应的闭环根轨迹图（要求确定分离点坐标 d，与虚轴交点）：

解：其中 K^*——根轨迹增益，K——开环增益

① 根轨迹：n=3, 根轨迹有三条分支；

② 起点：P1=0，P2=－2，P3=－5；

终点：三条根轨迹趋向于无穷远；



③ 实轴上根轨迹：$0 \to -2$，$0 \to -\infty$

④ 渐近线：n－m=3 条

$$\sigma_a = \frac{\sum Pi - \sum Zi}{n-m} = -\frac{7}{3},$$

$$\varphi_a = \frac{\pm(2K+1)\pi}{n-m} = \pm\frac{\pi}{3},$$

π；

⑤ 分离点：

∵ $D(s)=s^3+7s^2+10s+10K=0$；

$$\frac{dD(s)}{ds}=3S^2+14S+10=0;$$

解得： $s_1=-3.79$ （ 舍去 s_1） $s_2=-0.88$

⑥ 与虚轴交点：$D(s)=s^3+7s^2+10s+10k=0$

令：$s=j\omega$，得：

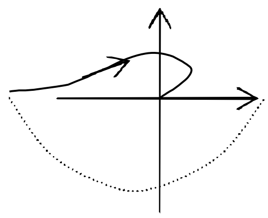
$$\begin{cases} \mathrm{Im}[D(s)] = -\omega^3 + 10\omega = 0 \\ \mathrm{Re}[D(s)] = -7\omega^2 + 10K = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \omega = \sqrt{10} \\ K = 7 \end{cases}$$

故：概略绘出相应的闭环根轨迹如图所示。

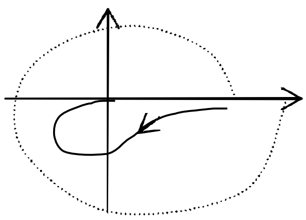
五、 已知系统开环传递函数为：G（s）H（s）$= \dfrac{1}{s^{\gamma}(s+1)(s+2)}$

试分别绘制 $\gamma=2$，4 时系统的概略开环幅相曲线，并判断闭环稳定性。

解：系统的概略开环幅相曲线分别绘制如图所示：



$\gamma=2$ 时



$\gamma=4$ 时

γ =2 时，P=0，N=－1
Z=P－2N=2，
闭环不稳定。

γ =4 时，P=0，N=1
Z=P－2N=－2，
闭环不稳定。

六、设单位反馈系统的开环传递函数为: G(s)= $\dfrac{K}{s(s+1)}$，试设计一串联超前校正装置，

使系统满足如下指标：(1)相角裕度 $\gamma \geqslant 45^0$；

(2)在单位斜坡输入下的稳态误差 $e_{ss} < \dfrac{1}{15}$

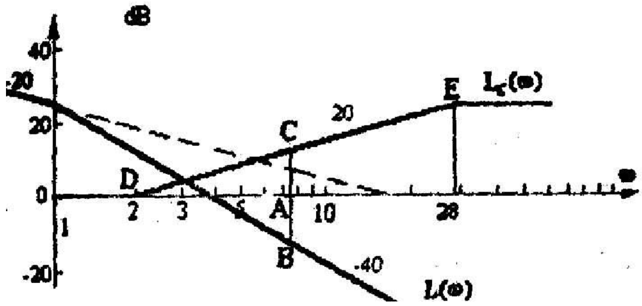
(3)截止频率 $\omega_c \geqslant 7.5$(rad/s)。

解：

依 e_{ss} 指标：$e_{ss} = \dfrac{1}{K_v} = \dfrac{1}{K} = \dfrac{1}{15}$

$\therefore \quad K = 15$

依 Bode 图（幅频）如图所示:



得：$\omega_c = \sqrt{15} = 3.873$

校正前系统相角裕度：

$$\gamma' = 180^0 + \angle G(j\omega_c) = 180^0 - 90^0 - arctg\omega_c = 90^0 - arctg3.873 = 14.48^0$$

定 $\omega_c'' = 7.5$，作图得：b=11.48dB　　　(AB=11.5dB)

作图使：AC=AB=11.5dB，过 C 点作 20dB/dec 直线交出 D 点（ω_D=2），

令（DC=CE）得 E 点（ω_E=28.125）。

这样得出超前校正环节传递函数：

$$G_c(s) = \frac{\dfrac{s}{2}+1}{\dfrac{s}{28.125}+1}$$

且有：　$\omega_m = \omega_c'' = 7.5$

校正后系统开环传递函数为：

$$G_c(s)\cdot G(s)=\frac{\frac{s}{2}+1}{\frac{s}{28.125}+1}\cdot\frac{15}{s(s+1)}$$

验算：在校正过程可保证：

$$e_{ss}=\frac{1}{K_v}=\frac{1}{15}$$

$$\omega_c''=7.5(\mathrm{rad}/s'')$$

$$\gamma''=1800-\angle G_c(\omega_c'')G(\omega_c'')$$

$$=180^0-90^0+\mathrm{arctg}\frac{\omega_c''}{2}-\mathrm{arctg}\frac{\omega_c''}{28.125}-\mathrm{arctg}\,\omega_c''=67.732^0>45^0$$

故：全部指标满足要求。

七、试求函数 $E(z)=\dfrac{10z}{(z-1)(z-2)}$ 的 z 反变换。

解：① 部分分式法：

$$\frac{E(z)}{z}=\frac{-10}{(z-1)(z-2)}=\frac{-10}{(z-1)}+\frac{10}{(z-2)}$$

$$E(z)=\frac{-10z}{(z-1)}+\frac{10z}{(z-2)}$$

$$e(nT)=-10\times1+10\times2^n=10(2^n-1)$$

② 幂级数法：用长除法可得：

$$E(z)=\frac{10z}{(z-1)(z-2)}=\frac{10z}{z^2-3z+2}=10z^{-1}30z^{-2}+70z^{-3}+\cdots$$

$$e*(t)=10\delta(t-T)+30\delta(t-2T)+70\delta(t-3T)+\cdots$$

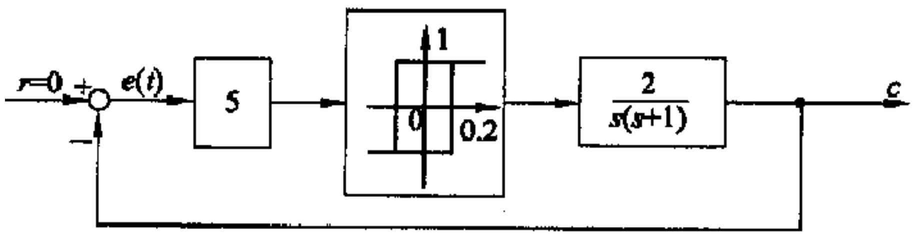
③ 反演积分法：$\mathrm{Res}\left[E(z)\cdot z^{n-1}\right]_{z\to1}=\lim\limits_{z\to1}\dfrac{10z^n}{z-2}=-10$

$$\mathrm{Res}\left[E(z)\cdot z^{n-1}\right]_{z\to2}=\lim_{z\to2}\frac{10z^n}{z-1}=10\times2^n$$

$$e(nT)=-10\times1+10\times2^n=10(2^n-1)$$

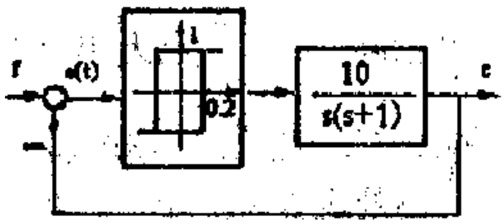
$$e*(t)=\sum_{n=0}^{\infty}10(2^n-1)\delta(t-nT)$$

八、非线性系统如图所示，试用描述函数法分析周期运动的稳定性，并确定系统输出信号振荡的振幅和频率。



解：

将系统结构图等效变换为图所示：



G（jω）= $\frac{10}{j\omega(j\omega+1)}=\frac{-10}{\omega^2+1}-j\frac{10}{\omega(\omega^2+1)}$

N(A) = $\frac{4}{\pi A}\sqrt{1-(\frac{0.2}{A})^2}-j\frac{4\times0.2}{\pi A^2}$

= $\frac{4}{\pi A}\left[\sqrt{1-(\frac{0.2}{A})^2}-j\frac{0.2}{A}\right]$

$$\frac{-1}{N(A)}=\frac{-\pi A}{4}\frac{1}{\sqrt{1-(\frac{0.2}{A})^2}-j\frac{0.2}{A}}=\frac{-\pi A}{4}\frac{\sqrt{1-(\frac{0.2}{A})^2}-j\frac{0.2}{A}}{1-(\frac{0.2}{A})^2+(\frac{0.2}{A})^2}=\frac{-\pi A}{4}\sqrt{1-(\frac{0.2}{A})^2}-j\frac{0.2\pi}{4}$$

令 G(jω)与 $\frac{-1}{N(A)}$ 的实部、虚部分别相等得：

$$\frac{10}{\omega^2+1}=\frac{\pi A}{4}\sqrt{1-\left(\frac{0.2}{A}\right)^2} \quad ①$$

$$\frac{10}{\omega(\omega^2+1)}=\frac{0.2\pi}{4}=0.157 \quad ②$$

①②两式联立求解得：ω =3.91，A=0.161