高等数学(二)模拟试题

一、选择题(每小题3分，共24分)

1. 以$y_1=e^{3x}$，$y=e^{-x}$为特解的阶数最低的常系数齐次线性微分方程是(　)

(A) $y''-2y'-3y=0$　　(B) $y''-2y'+3y=0$

(C) $y''+2y'+3y=0$　　(D) $y''-2y'-2y=0$

2. 直线$\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$和$\dfrac{x-1}{0}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$所确定的平面方程为(　)

(A) $3(x-1)+2(y-2)-2(z-3)=0$　　(B) $3(x-1)-2(y-2)-2(z-3)=0$

(C) $3(x-1)-2(y-2)+2(z-3)=0$　　(D) $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{-2}$

3. 设$z=e^{\frac{x}{y^2}}$，则$2x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=$(　)

(A) 1　　(B) $\dfrac{4x}{y^2}e^{\frac{x}{y^2}}$　　(C) 0　　(D) $-\dfrac{4x}{y^2}e^{\frac{x}{y^2}}$

4. 设D是第二象限的第一个有界闭域，且$0<y<1$，则$I_1=\iint_D yx^3\,dx\,dy$，$I_2=\iint_D y^2x^3\,dx\,dy$，$I_3=\iint_D y^{\frac{1}{2}}x^3\,dx\,dy$的大小顺序为( )

(A) $I_1\leqslant I_2\leqslant I_3$　　(B) $I_2\leqslant I_1\leqslant I_3$　　(C) $I_3\leqslant I_2\leqslant I_1$　　(D) $I_3\leqslant I_1\leqslant I_2$

5. Ω为球体：$x^2+y^2+z^2\leqslant 1$，则$\iiint_\Omega f\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)dv=$(　)

(A) $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi}d\varphi\int_0^1 f(\rho)\rho^2\sin\theta\,d\rho$　　(B) $\iiint_\Omega dx\,dy\,dz$

(C) $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\pi}d\varphi\int_0^1 f(\rho)\rho^2\sin\varphi\,d\rho$　　(D) $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^1 f(\rho)\rho^2\sin\varphi\,d\rho$

6. L为上半圆周$(x-a)^2+y^2=a^2$与x轴围成的闭区域的边界曲线，取逆时针方向，则$\int_L(e^x\sin y-2y)dx+(e^x\cos y-2)dy=$( )

(A) $-\pi a^2$　　(B) πa^2　　(C) 0　　(D) $2\pi a^2$

7. 设Σ为旋转抛物面$z=2-x^2-y^2$在xoy平面上方的曲面，则$\iint_\Sigma dS=$( )

(A) $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1\sqrt{1+4\rho^2}\,\rho\,d\rho$　　(B) $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^2\sqrt{1+4\rho^2}\,\rho\,d\rho$

(C) $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^2(2-\rho^2)\sqrt{1+4\rho^2}\,\rho\,d\rho$　　(D) $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\sqrt{2}}\sqrt{1+4\rho^2}\,\rho\,d\rho$

8. 下列级数发散的是( )

(A) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\dfrac{1}{\sqrt{n-1}}$　　(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{1}{n}\right)^2$　　(C) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{2^n}$　　(D) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^2+n}$

二、填空题(每空3分，共24分)

1. 微分方程$y''+y'-2y=6e^{-x}$的一个待定特解y_1的形式$y_1=$ ____________.

2. 母线平行于x轴且通过曲线$\begin{cases}x^2+y^2+z^2=9\\2x^2-y^2+z^2=0\end{cases}$的柱面方程是____________.

3. 设$z=x\ln(x+y)$，则$dz\big|_{(1,0)}=$ ____________.

4. $\iint_D(x+x^3y^2)dx\,dy=$ ____________ (区域D由抛物线$y=x^2$及直线$y=2$围成).

5. 设D为闭区域：$x^2+y^2\leqslant 4$，$y\geqslant 0$，则$\iint_D(x^2+y^2)dx\,dy$化为极坐标下的二次积分的表达式为____________.

6. 设L是有向闭曲线，若对任意的x，y有$\dfrac{\partial Q}{\partial x}\equiv\dfrac{\partial P}{\partial y}$，则$\oint_L P\,dx+Q\,dy=$ ____________.

7. 设Σ是球面$x^2+y^2+z^2=a^2$，取外侧，则$\oiint_\Sigma z\,dx\,dy=$ ____________.

8. 若级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{n^\alpha}$绝对收敛，则$\alpha$的取值范围是____________.

三、综合题(请写出求解过程，8小题，共52分)

1. 求过点$(1,-2,0)$，且与直线$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$垂直的平面方程.　(6分)

2. 设$z=f(2x+3y,\ln(2x+y))$，且f具有一阶连续偏导数，求$\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}$.　(6分)

3. $\iint_D x\sqrt{y}\,d\sigma$，其中$D$是由两条抛物线$y=\sqrt{x}$，$y=x^2$所围成的闭区域.　(6分)

4. 计算由旋转抛物面$z=6-3x^2-3y^2$及平面$z=0$所围立体的体积.　(8分)

5. 计算$\int_L(x+y)dx+(y-x)dy$，其中L为曲线$x=2t^2+t+1$，$y=t^2+1$上从点$(1,1)$到点$(4,2)$的一段弧.　(6分)

6. 利用高斯公式计算$\oiint_\Sigma xy^2dy\,dz+yz^2dz\,dx+zx^2dx\,dy$，其中$\Sigma$为球体$x^2+y^2+z^2\leqslant 4$及圆锥体$z\geqslant\sqrt{x^2+y^2}$的公共部分的表面，取外侧.　(8分)

7. 判断级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{2^{n-1}(2n-1)}$的敛散性.　(6分)

8. 求幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^{4n+1}}{4n+1}$ $(|x|<1)$的和函数.　(6分)