自动控制原理答案五

一、 解 (1) 当 b=0 时,开环传递函数

$$G_0(s)=\frac{16}{s(s+4)} \qquad \begin{cases}开环增益 K_0=4\\ 系统类型 v=\mathrm{I}\end{cases}$$

闭环传递函数

$$\Phi_0(s)=\frac{16}{s^2+4s+16}$$ …………………………………….. 2 分

$$\begin{cases}\omega_{n0}=\sqrt{16}=4\\ \xi_0=\dfrac{4}{2\omega_{n0}}=\dfrac{1}{2}\end{cases} \qquad \begin{cases}\sigma\%=\mathrm{e}^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}=16.3\%\\ t_s=\dfrac{3.5}{\xi_0\omega_{n0}}=1.75\end{cases}$$

当 $r(t)=t$ 时, $e_{ss0}=1/K_0=0.25$

………………………………………………………. 3 分

(2) 当 b≠0 时,

$$G(s)=\frac{16}{s(s+4+16b)} \qquad \begin{cases}K=\dfrac{16}{4+16b}\\ v=\mathrm{I}\end{cases}$$

$$\Phi(s)=\frac{16}{s^2+(4+16b)s+16} \qquad \omega_n=\sqrt{16}=4$$

……………………………………………………… 2 分

令 $\xi=0.8=\dfrac{4+16b}{2\omega_n}=\dfrac{1}{2}+2b$

故 $b=0.15$

……………………………………………………….. 2 分

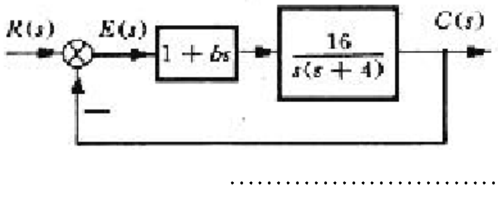
$$\sigma\%=\mathrm{e}^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}=1.52\%$$

$$t_s=\frac{3.5}{\xi\omega_n}=\frac{3.5}{0.8\times4}=1.094$$ …………………………... 2 分

当 $r(t)=t$ 时, $e_{ss}=\dfrac{1}{K}=\dfrac{4+16\times0.15}{16}=0.4$

……………………………………………………... 3 分

(3) 用比例加微分串联校正可以达到目的,如图所示.这时要在原闭环系统基础上多引入一个闭环零点.



……………………………………………………….. 6 分

二、 解 开环传递函数

$$G(s)=\frac{K(Ts+1)}{s(s+3)}$$

$$D(s)=s^2+(3+KT)s+K$$

令 $$D(s)=(s-2-\sqrt{10}j)(s-2+\sqrt{10}j)=s^2-4s+14$$

比较系数:解出 K,T 得 $K=14 \qquad T=-1/2$

此时有

$$G(s)=\frac{K(-\frac{1}{2}s+1)}{s(s+3)}=\frac{\frac{-K}{2}(s-2)}{s(s+3)}$$

………………………………………………………… 5 分

此时有

$$G(s)=\frac{K(-\frac{1}{2}s+1)}{s(s+3)}=\frac{\frac{-K}{2}(s-2)}{s(s+3)}$$

当 K 从 $0\to\infty$ 变化时,应画 $0°$ 根轨迹。

分离点

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{d+3}=\frac{1}{d-2}$$

整理得 $$d^2-4d-6=0$$

解出 $$d_1=-1.16 \qquad d_2=5.16$$

与虚轴交点

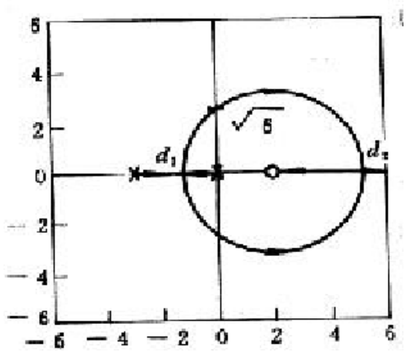
$$D(s)=s(s+3)-\frac{K}{2}(s-2)=s^2+(3-\frac{K}{2})s+K$$

令

$$\begin{cases}\mathrm{Re}[D(j\omega)]=-\omega^2+K=0\\ \mathrm{Im}[D(j\omega)]=(3-\frac{K}{2})\omega=0\end{cases}$$

联立解得 $K=6 \qquad \omega=\sqrt{6}$ ……………………………………… 6 分

画出根轨迹如图所示



…………………………………… 5 分

可以确定使系统稳定的 K 值范围为

$$0<K<6$$ ……………………………………… 4 分

三、 解 对于校正前的系统

$$L(\omega)=\begin{cases}20\lg\dfrac{126}{\omega} & \omega<10\\ 20\lg\dfrac{126}{0.1\omega} & 10<\omega<60\\ 20\lg\dfrac{120}{\dfrac{1}{10}\times\dfrac{1}{60}\omega^2} & \omega>60\end{cases}$$

解得 $\omega'_c=35.5$

$$\gamma'=180^\circ-90^\circ-\mathrm{arctg}\frac{\omega'_c}{10}-\mathrm{arctg}\frac{\omega'_c}{60}=90^\circ-76.7^\circ-30.6^\circ=-17.3^\circ<\gamma^*$$

未校正系统不稳定,选用滞后-超前校正. ……………………………………………… 5 分

$$\omega_c^*=\omega''_c=20\ \mathrm{rad/s}$$

设超前网络为 $G_1(s)$,滞后网络为 $G_2(s)$,因

$$\frac{126}{\frac{1}{10}(\omega^*)^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{a}}=1$$

所以 $a=9.93$

$$\varphi_G(j\omega_c^*)=-90^\circ-\mathrm{arctg}\frac{\omega_c^*}{10}-\mathrm{arctg}\frac{\omega_c^*}{60}=-172^\circ$$

$$\gamma''=180^\circ+\varphi_G(j\omega_c^*)+\varphi_{G_1}(j\omega_c^*)+\varphi_{G_2}(j\omega_c^*)\geqslant\gamma^*$$

……………………………………………………… 5 分

令 $\varphi_{G_1}(j\omega_c^*)=-6^\circ$

得 $\varphi_{G_2}(j\omega_c^*)=\gamma^*-180^\circ-\varphi_G(j\omega_c^*)-\varphi_{G_1}(j\omega_c^*)=$

$$30^\circ-180^\circ+6^\circ+172^\circ=28^\circ$$

$$a=\frac{1+\sin\varphi_{G_2}(j\omega_c^*)}{1-\sin\varphi_{G_2}(j\omega_c^*)}=2.72$$

取 $a=9.93\quad T_1=\sqrt{a}/\omega''_c=0.16$

$$\varphi_{G_2}(j\omega_c^*)=\mathrm{arctg}(T_2\omega''_c)-90^\circ$$

$$T_2=0.48$$

故

$$G_c=G_1G_2=\frac{(T_2s+1)(T_1s+1)}{(aT_2s+1)(T_1s/a+1)}=\frac{0.48s+1}{4.75s+1}\cdot\frac{0.16s+1}{0.016s+1}$$

……………………………………………………… 5 分

验证:已校正系统在 ω_c^* 处穿越 0 dB 线,且

$$\varphi_{G'}(j\omega_c^*)=-172^\circ+28^\circ-6^\circ=-150^\circ>-180^\circ$$

$$20\lg|G'(j\omega_c^*)|=20\lg\frac{126\times0.48\omega\times0.16\omega}{\omega\times\frac{1}{10}\times4.75\omega}=0.16\approx0\ \mathrm{dB}$$

……………………………………………………… 3 分

所以串联滞后超前网络

$$G_c=\frac{0.48s+1}{4.75s+1}\cdot\frac{0.16s+1}{0.016s+1}$$

……………………………………………………… 2 分

四、 解 山图可得开环传递函数为

$$G(s)=\frac{K(1-e^{-s})}{s^2(s+2)}$$

从而求得

$$G(z)=K\cdot\frac{e^{-1}z+(1-2e^{-1})}{z^2-(1+e^{-1})z+e^{-1}}=K\cdot\frac{0.37z+0.26}{z^2-1.37z+0.37}$$

…………………………………………………3 分

令 $z=\frac{1+w}{1-w}$

$$G(w)=-K\frac{0.11\times5.7}{1.26}\frac{(w-1)(0.175w+1)}{w(2.17w+1)}$$ ……………………………2 分

把 K=2 代入得

$$G(w)=\frac{(1-w)(0.175w+1)}{w(2.17w+1)}$$

把 w=jv 代入得

$$G(jv)=\frac{(1-jv)(0.175jv+1)}{jv(2.17jv+1)}$$

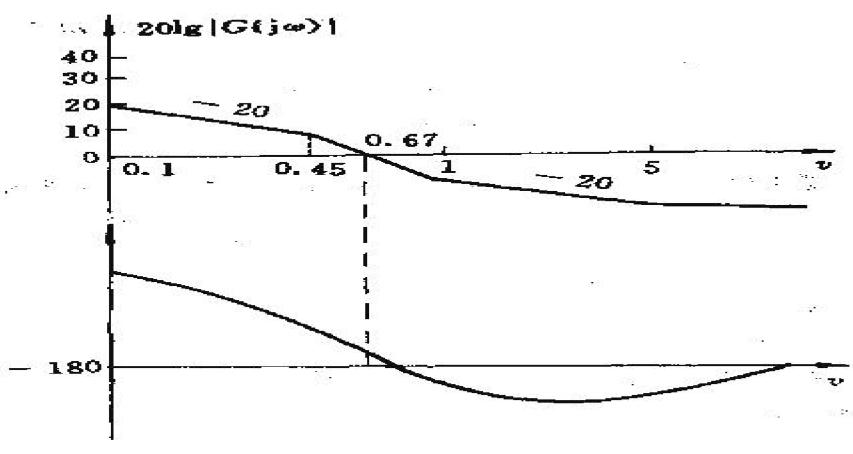
$$\angle G(jv)=-90^\circ-\mathrm{arctg}(2.17v)-\mathrm{arctg}\,v+\mathrm{arctg}(0.175v)$$

.... 4 分

对数交接频率为

$$v_1=\frac{1}{2.2}=0.45$$
$$v_2=1$$
$$v_3=\frac{1}{0.18}=5.7$$ .... 1 分

共对数幅频和相频特性如图所示. 山图可见系统稳定.



……………………………………...... 10 分

五、 解

$$N(X)=\frac{4b}{\pi X}\sqrt{1-\left(\frac{a}{X}\right)^2} \qquad X \geqslant a$$

$$-\frac{1}{N(X)}=\frac{-\pi X}{4b\sqrt{1-\left(\frac{a}{X}\right)^2}}$$

…………………………………………….. 4 分

当 $X \to 0$ 时，$\quad -\frac{1}{N(X)} \to \infty$

当 $X \to \infty$ 时，$\quad -\frac{1}{N(X)} \to -\infty$

所以必然存在极值. 山

$$\frac{\mathrm{d}\left[-\frac{1}{N(X)}\right]}{\mathrm{d}X}=-\frac{\pi}{4b}\cdot\frac{X^3-2Xa^2}{(X^2-a^2)\sqrt{X^2-a^2}} \qquad X>a$$

令 $\frac{\mathrm{d}\left[-\frac{1}{N(X)}\right]}{\mathrm{d}X}=0$，得 $X=\sqrt{2}a$，则

$$-\frac{1}{N(X)}\bigg|_{x=\sqrt{2}a}=-\frac{\pi a}{2b}$$

……………………………………………….. 5 分

再求 $G(j\omega)=\frac{3}{s(0.8s+1)(s+1)}$ 与实轴的交点。

令 $\quad \angle G(j\omega)=-\pi$

得 $\quad -\frac{\pi}{2}-\mathrm{arctg}(0.8\omega)-\mathrm{arctg}\omega=-\pi$

可以求得 $\quad 1-0.8\omega^2=0 \qquad \omega=\frac{\sqrt{5}}{2}$

$$\left|G(j\omega)\right|_{\omega=\frac{\sqrt{5}}{2}}=\frac{1}{\omega\sqrt{(0.8\omega)^2+1}\cdot\sqrt{\omega^2+1}}\bigg|_{\omega=\frac{\sqrt{5}}{2}}=\frac{4}{3}$$

………………………………………………… 5 分

也就是 $G(j\omega)$ 和实轴交点为 $(-\frac{4}{3},0)$。$G(s)$ 正极点个数 $p=0$。为使系统不产生自振，应使 $-\frac{1}{N(X)}$ 和 $G(j\omega)$ 两曲线无交点，如图 7.12(b) 所示。所以应有

$$-\frac{\pi a}{2b}<-\frac{4}{3}$$

也就是 $\quad a>\frac{8}{3\pi}b$

……………………………………………… 6分