7.3 电场强度通量　高斯定理

7.3 电场强度通量　高斯定理

※ 电场线

1 规定

（1）切线方向为电场强度方向

（2）疏密表示电场强度的大小

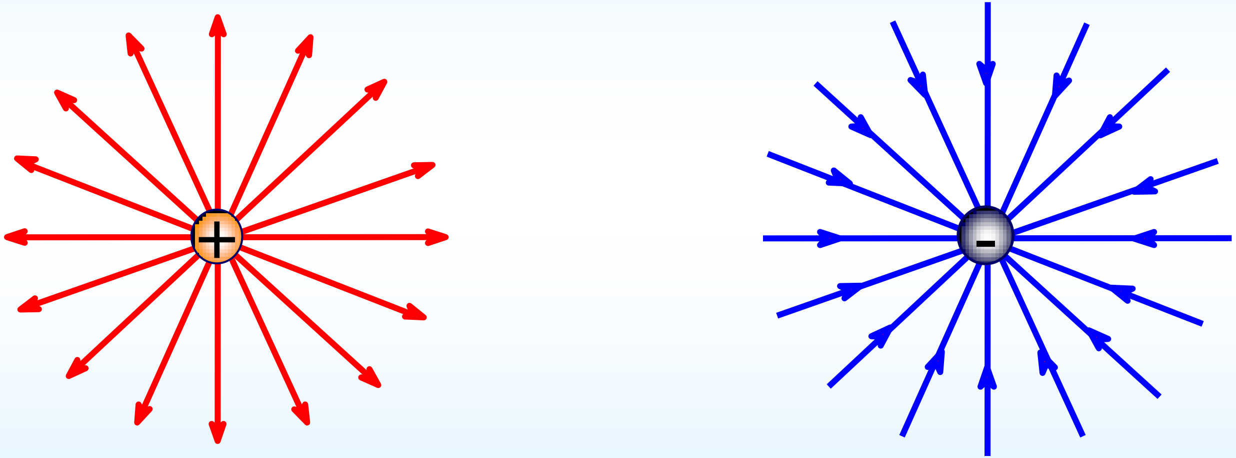
$$\boxed{\frac{dN}{dS} = E}$$

2 特点

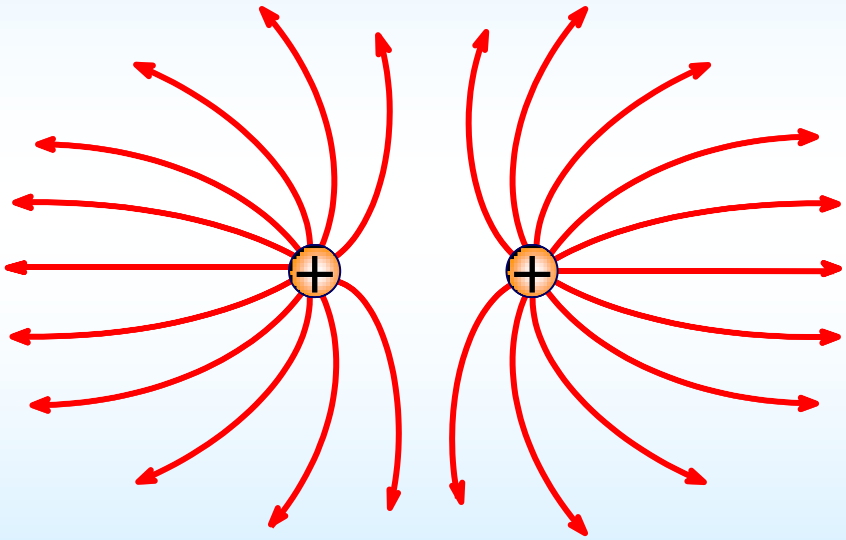
（1）始于正电荷，止于负电荷，非闭合线.

（2）任何两条电场线不相交.

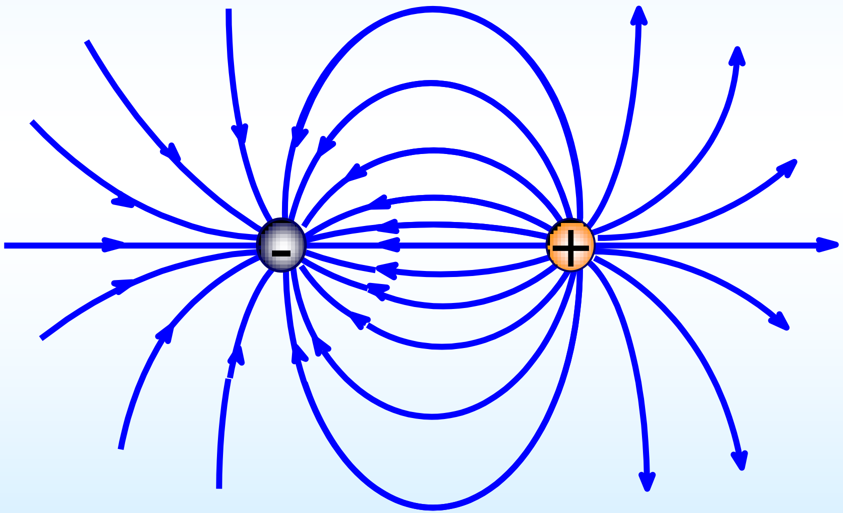
正点电荷与负点电荷的电场线



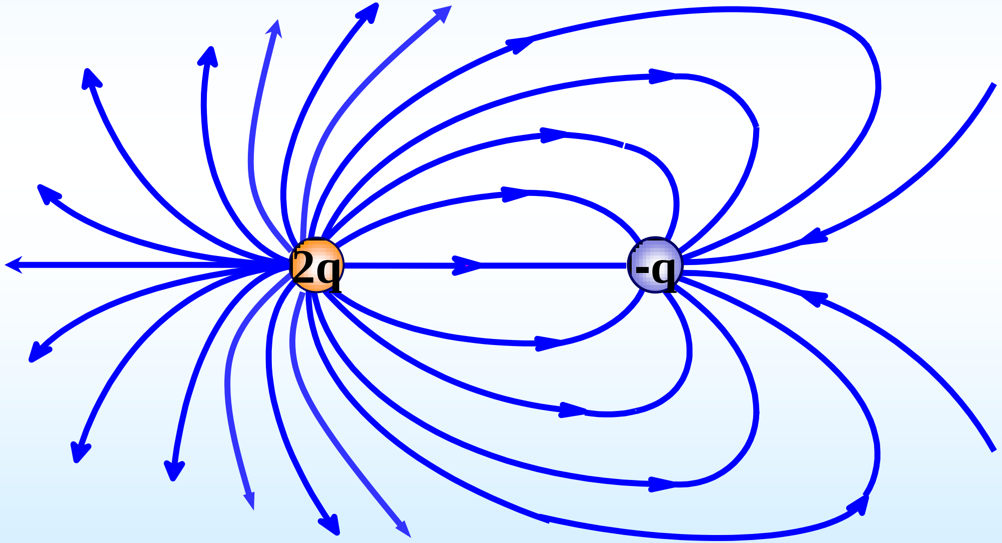
一对等量正点电荷的电场线



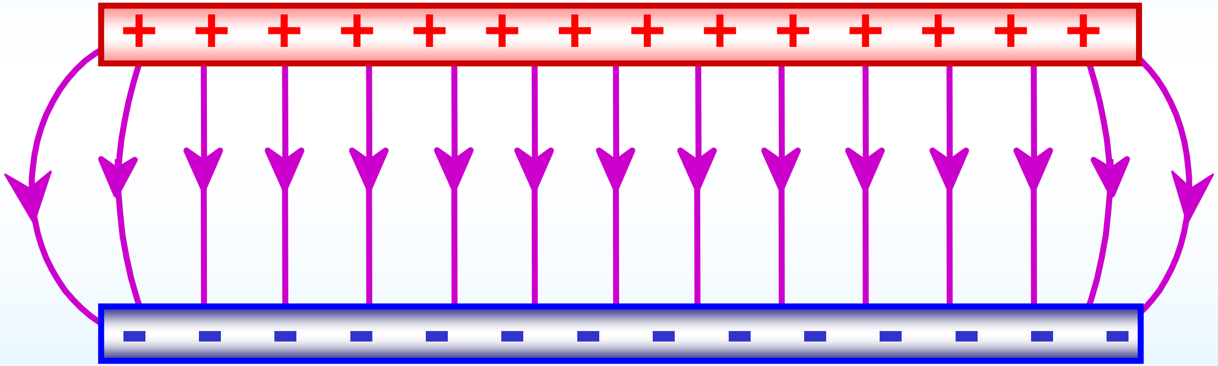
一对等量异号点电荷的电场线



一对不等量异号点电荷的电场线



带电平行板电容器的电场线



※ 电场强度通量

$$\boxed{\frac{dN}{dS} = E}$$

1 定义

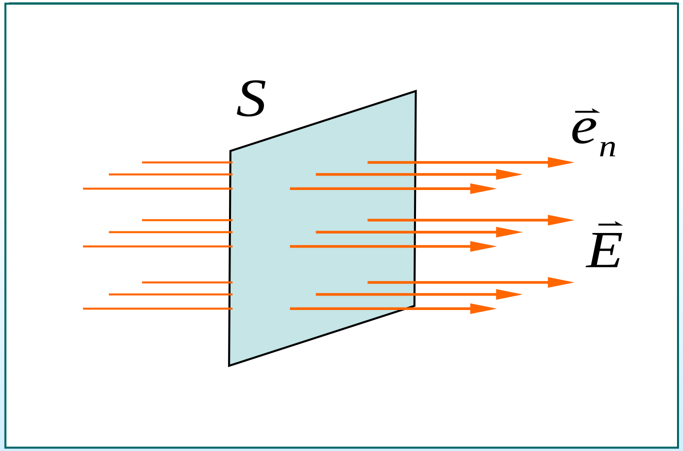
通过电场中某个面的电场线数目

2 表述

◆ 匀强电场，

$\vec{E}$垂直平面时.

$$\Phi_e = ES$$



※ 电场强度通量

$$\boxed{\frac{dN}{dS} = E}$$

1 定义

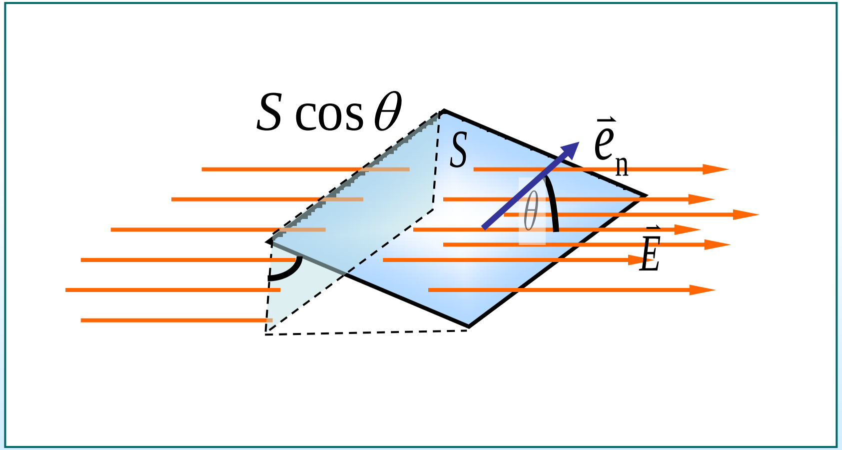
通过电场中某个面的电场线数目

2 表述

◆ 匀强电场，

$\vec{E}$与平面法线夹角 θ

$$\Phi_e = ES\cos\theta$$
$$= \vec{E}\cdot\vec{S}$$



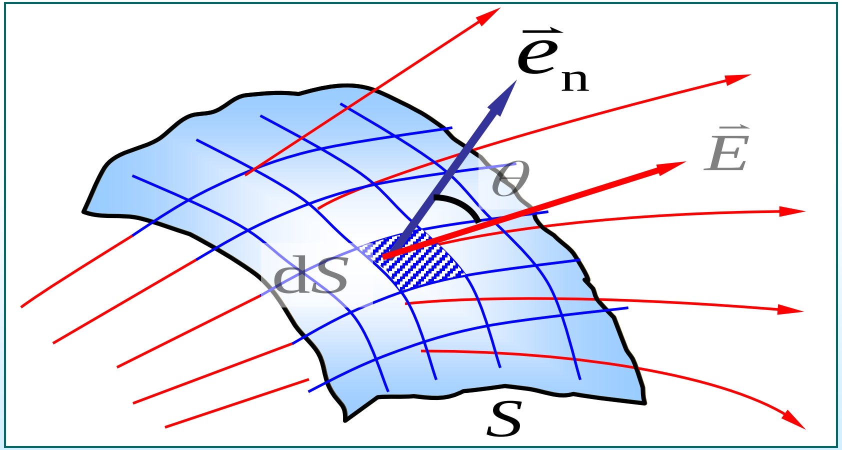
微积分思想

◆ 非匀强电场，曲面S.

$$\mathrm{d}\vec{S} = \mathrm{d}S \cdot \vec{e}_{\mathrm{n}}$$

$$\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}} = E\cos\theta \mathrm{d}S = \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\boxed{\Phi_{\mathrm{e}} = \int \mathrm{d}\Phi_{\mathrm{e}} = \int_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}}$$

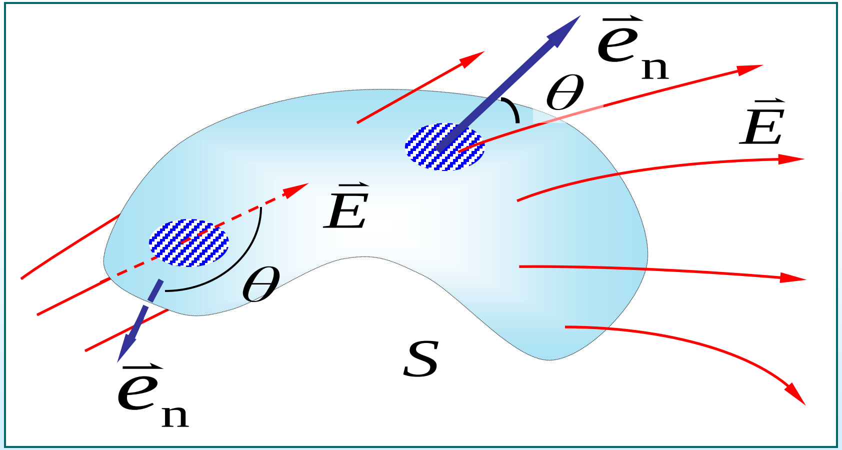


- 非均匀电场，闭合曲面S.

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oint_S E\cos\theta \mathrm{d}S$$

"穿出"　$\theta < 90^\circ$

"穿进"　$\theta > 90^\circ$

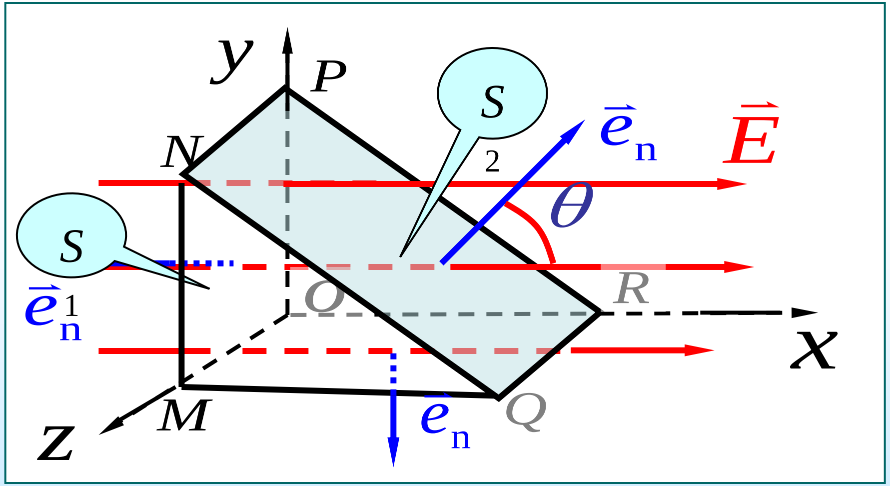


例1 三棱柱体放置在如图所示的匀强电场中．求通过此三棱柱体的电场强度通量.

解

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \sum_{i=1}^{5} \Phi_{\mathrm{e}i}$$

$$= \Phi_{e1} + \Phi_{e2}$$

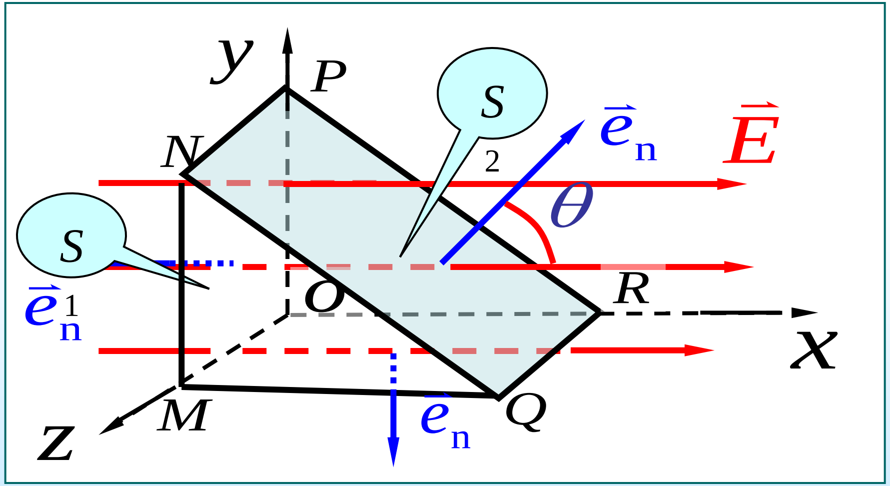


$$\Phi_{e1} = \int_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = ES_1 \cos\pi = -ES_1$$

$$\Phi_{e2} = \int_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} = ES_2 \cos\theta = ES_1$$

$$S_2 \cos\theta = S_1$$

$$\Phi_e = \sum_{i=1}^{5} \Phi_{ei} = 0$$



※ 高斯定理

1 高斯定理的表述

高斯面

在真空中静电场，穿过任一**闭合曲面**的电场强度通量，等于该曲面所包围的所有电荷的代数和除以 ε_0.

$$\boxed{\Phi_{\mathrm{e}} = \oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i^{\mathrm{in}}}$$

高斯（C.F.Gauss 1777–1855）

德国数学家、天文学家和物理学家，有“数学王子”美称，他与韦伯制成了第一台有线电报机和建立了地磁观测台，高斯还创立了电磁量的绝对单位制.

2 高斯定理的讨论

（1） 高斯面：闭合曲面.

（2） 电场强度：所有电荷的总电场强度.

（3） 电通量：穿出为正，穿进为负.

（4） 仅面内电荷对电通量有贡献.

（5） 静电场：有源场.

$$\boxed{\Phi_{\mathrm{e}} = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i^{\mathrm{in}}}$$

※ 高斯定理应用举例

用高斯定理求电场强度的一般步骤为：

- 对称性分析；
- 根据对称性选择合适的高斯面；
- 应用高斯定理计算电场强度.

$$\Phi_{\mathrm{e}} = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i^{\mathrm{in}}$$

例2 设有一半径为R，均匀带电Q 的球面. 求球面内外任意点的电场强度.

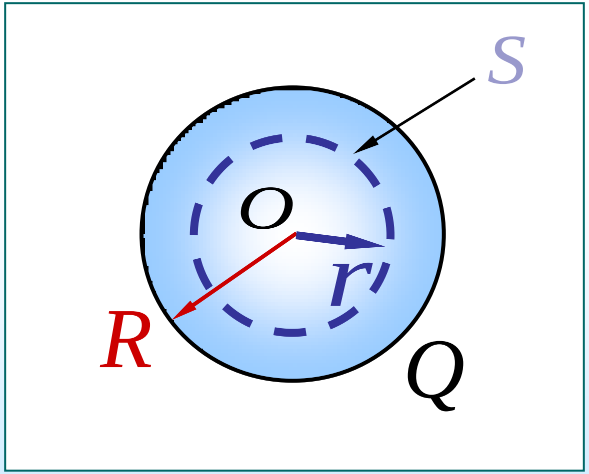
解 对称性分析：**球对称**

高斯面：闭合球面

(1) $0 < r < R$

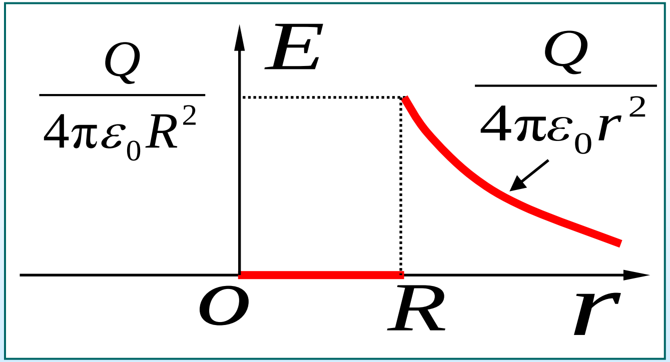
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

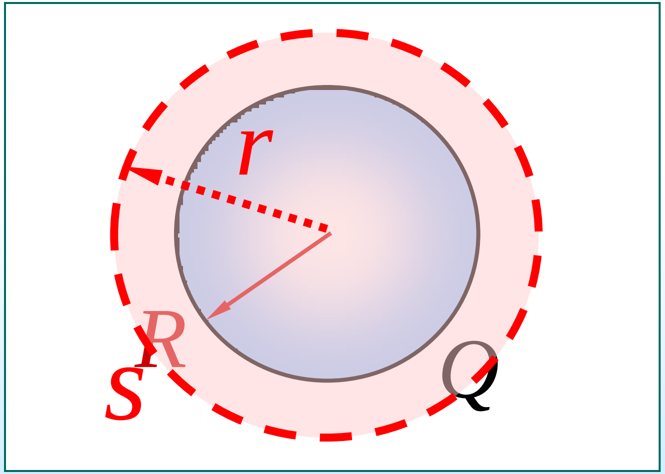
$$\vec{E} = 0$$



(2) $r > R$ $\oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oint_S E \cdot dS = E\oint_S dS = E \cdot 4\pi r^2 = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$

$$\boxed{E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$



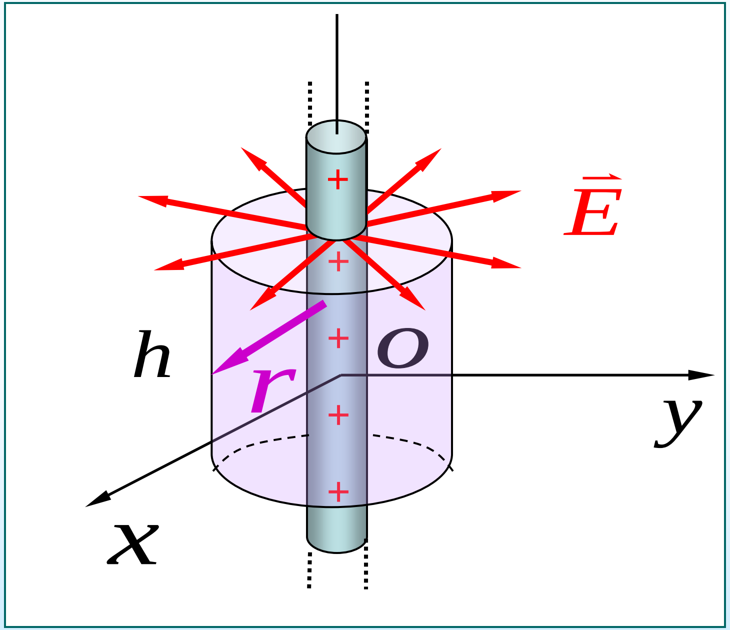


例3 设有一无限长均匀带电直线，单位长度上的电荷，即电荷线密度为λ，求距直线为r 处的电场强度.

解 对称性分析与高斯面的选取

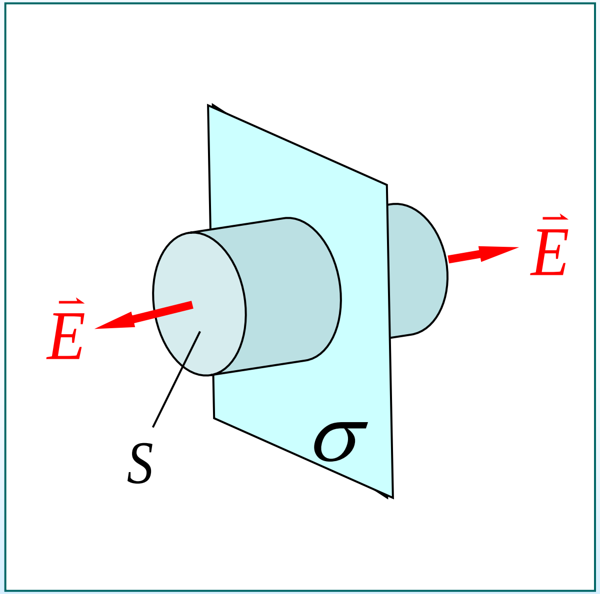
$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0 + 0 + E\cdot 2\pi r h = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}}$$



例4 设有一无限大均匀带电平面，电荷面密度为σ，求距平面为r处某点的电场强度.

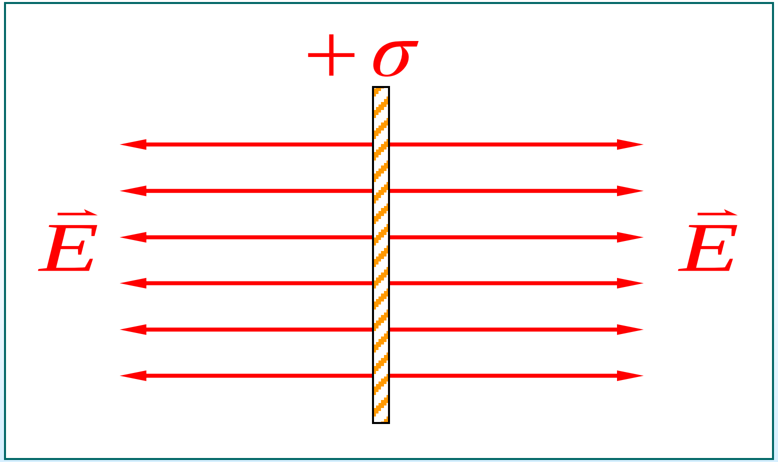
解 对称性分析与高斯面的选取

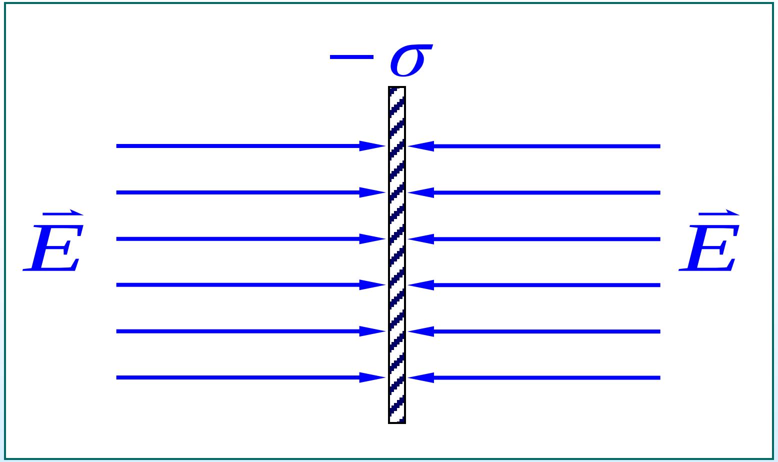


$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = 0 + E\cdot 2S = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$





无限大带电平面的电场叠加问题