

《点集拓扑学》课程教学大纲

英文名称: **General Topology**

课程代码: **0600075**

课程性质: 专业选修课

考核方式: 闭卷考试

开课专业: 数学与应用数学

开课学期: 第六学期

总学时: **48 学时**

总学分: **3 学分**

一、课程的目的和任务

自从点集拓扑在二十世纪初诞生以后,很多数学分支不约而同地采用拓扑的语言来简化和表达它们的内容。本课程的主要目的是为学习高年级的数学课程打好基础,也为今后学习实变函数,复分析,泛函分析等课程提供很大的帮助,它是学习代数拓扑学,格上拓扑学的必备课程。

二、课程教学的基本要求

通过本课程的学习,掌握拓扑学的基本研究方法,使学生具有抽象思维能力、逻辑推理能力和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力,为今后学习其他课程打下基础。

三、课程的主要内容与基本要求

(一) 朴素集合论

理解集合的基本概念,熟练的掌握集合的性质与运算定律;基数的概念与性质,可数集的概念,性质与基数的运算、比较定理;关系的概念,性质,与表示方法,关系的运算与性质;映射的概念,性质与运算,选择公理的几种等价形式及其证明。

(注:本章内容,可与实变函数对应章节的内容,对照讲授,力求给学生一个较为全面、系统、深刻的理论知识体系)

(二) 拓扑空间与连续映射

掌握度量空间的概念与性质,连续映射的概念与性质,距离的定义,性质,熟悉若干经常遇到的距离的概念与表示,如欧氏空间,离散空间, Hilbert 空间,度量空间的拓扑性质,如邻域,开集,闭集,导集,闭包,内部,边界等概念,并导出拓扑空间的概念以及相关的一系列性质,建立抽象的拓扑空间的概念,拓扑空间的基与子基的概念与性质,拓扑空间中序列的概念与序列的收敛性

(三) 子空间,有限积空间,与商空间

掌握了子空间,有限积空间,与商空间的概念与构造方法,学习从已知的空间构造新的空间的一些方法。

(四) 有关可数性的公理

掌握第一第二可数性公理,可数基与可数邻域基以及可分空间的概念与性质,及其间的关系,覆盖与开覆盖的概念与性质,可数覆盖的概念与性质,可数子覆盖的定义与性质, Lindeloff 空间的概念与性质, Lindeloff 定理的证明,以及与满足第二可数性公理的的空间的关系。

(五) 与分离性公理

掌握 T_0 空间, T_1 空间 Hausdorff 空间的概念与性质, Hausdorff 空间中序列的收敛性以及

与 T_0 空间 T_1 空间的关系；正规，正则空间的概念， T_3 空间， T_4 空间的概念与性质以及这几类空间之间的关系；Urysohn 引理。弄清定理的条件与结论；掌握完全正则空间与 Tychonoff 空间的概念与性质，掌握 Tychonoff 定理的证明。分离性公理与子空间，有限积空间的性质。

（六）紧致性

掌握紧致空间的概念与性质，覆盖与有限覆盖的概念与性质，有限交性质的概念与性质，以及相应的有限覆盖定理的证明，紧致性与连续映射的关系，乘积空间的紧致性，紧致性与分离性公理，Hausdorff 空间的紧致性。

三、课程内容的重点和难点

（一）朴素集合论

重点：关系 等价关系 映射及其性质 可数集，不可数集以及基数的概念和性质

难点：可数集的性质 选择公理

（二）拓扑空间与连续映射

重点：拓扑空间的定义 连续映射的定义 基与子基的定义和性质 闭包和内部的定义 各种生成拓扑的办法

难点：拓扑空间 基与子基

（三）子空间，积空间，商空间

重点：掌握子空间，有限积空间，与商空间的概念与构造方法 新空间开集的结构

难点：商空间的概念

（四）有关可数性公理

重点：第一可数性与 第二可数性公理 可分空间 Lindelöf 空间的概念和性质

难点：各空间的关系

（五）分离性公理

重点： T_0 ， T_1 ，Hausdorff 空间的定义 正规，正则， T_3 空间 T_4 空间的定义和性质 完全正则和 Tychonoff 空间的概念和性质 各空间之间的关系

难点：各分离性的概念的相互之间的关系

（六）紧致性

重点：紧致空间的概念和性质 Hausdorff 空间中的紧子集的性质 紧致空间与分离性的关系

难点：紧致空间的性质 紧致空间与分离性的关系

四、本课程与其它课程之间的联系（先行后续）

本课程是大学高年级的基础专业课，需先学习数学分析，高等代数，近似代数，并为后面学习泛函分析，代数拓扑打下基础

五、各教学实践环节的主要内容

第一章 朴素集合论

重点、难点：关系与等价关系的概念、映射及其性质、可数集，不可数集以及基数的概念和性质，选择公理

第二章 拓扑空间与连续映射

重点、难点：拓扑空间的定义、连续映射的定义、基与子基的定义和性质、闭包和内部的定义、各种生成拓扑的办法

第三章 子空间，积空间，商空间

重点、难点：掌握子空间，有限积空间，与商空间的概念与构造方法以及新空间开集的结构

第五章 有关可数性公理

重点、难点：第一可数性与第二可数性公理、可分空间、Lindelöff 空间的概念和性质以及各空间的关系

第六章 分离性公理

重点、难点： T_0 , T_1 , Hausdorff 空间的定义、正规，正则， T_3 空间， T_4 空间的定义和性质、完全正则和 Tychonoff 空间的概念和性质、各空间之间的关系

第七章 紧致性

重点、难点：紧致空间的概念和性质、Hausdorff 空间中的紧子集的性质、紧致空间与分离性的关系

六、使用教材及参考书

教 材：《点集拓扑讲义》(第四版)，熊金城，高等教育出版社，2011 年 6 月。

参 考 书：(1) 一般拓扑学 [美]J.Kelly, 科学出版社，1982 年；

(2) 拓扑学基础，梁基华，蒋继光，高教出版社，2005 年；

(3) 拓扑学基础（第二版），林金钟，科学出版社，2011 年。

七、课程内容及学时分配

教学环节 课程内容	讲 课	习题课	小 计
朴素集合论	6		36
拓扑空间与连续映射	14		14
子空间，积空间，商空间	6		6
有关可数性公理	6		6
分离性公理	6		6
紧致性	6		6
复习课	4		4
合 计	48		48

撰写人：罗淑珍

教研室主任：

教学院长：