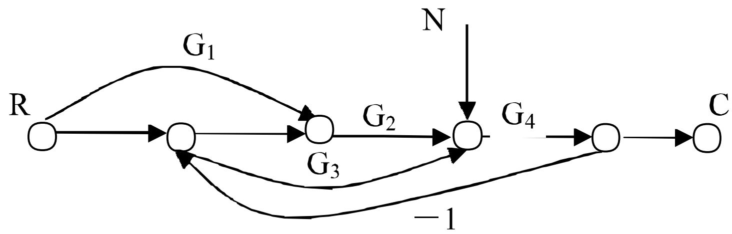
自动控制原理答案十二

一、已知系统信号流图，用梅逊增益公式求传递函数 C(s)/R(s)和 C(s)/N(s)。



解：当 R 作用时，由信号流程图，存在三条前向通路，两个回路：

$\Delta = 1 + G_2G_4 + G_3G_4$，　　$P_1 = G_2G_4$，　$\Delta_1 = 1$；

$P_2 = G_1G_2G_4$，　$\Delta_2 = 1$；　　$P_3 = G_3G_4$，　$\Delta_3 = 1$

$$\frac{C(s)}{R(S)} = \frac{G_2G_4 + G_1G_2G_4 + G_3G_4}{1 + G_2G_4 + G_3G_4}$$

当 N 作用时，由信号流程图，存在一条前向通路，两个回路：

$P_1 = G_4$　　$\Delta_1 = 1$

$$\frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_4}{1 + G_2G_4 + G_3G_4}$$

二、　已知单位反馈系统的开环传递函数为：$G(s) = \dfrac{K(0.5s+1)}{s(s+1)(0.5s^2+s+1)}$

试确定系统稳定时的 K 值范围。

解：由题意，系统的闭环特征方程为：$D(s)=s(s+1)(0.5s^2+s+1)+K(0.5s+1)$

变形得：$2D(s)=s^4+3s^3+4s^2+(2+K)s+2K$

故：列系统的劳斯表如下：

s^4	1	4	2K	
s^3	3	2+K		
s^2	$\dfrac{10-k}{3}$	2K	==> K<10	(1)

s^1　　$\dfrac{\dfrac{(10-k)(2+k)}{3}-6K}{10-k}$　　==>(10-K)(2+K)-18K>0　　(2)

s^0　　2K　　==> K>0　　(3)

由（2）式得：-5(1+$\sqrt{1.8}$)< K<5($\sqrt{1.8}$-1)

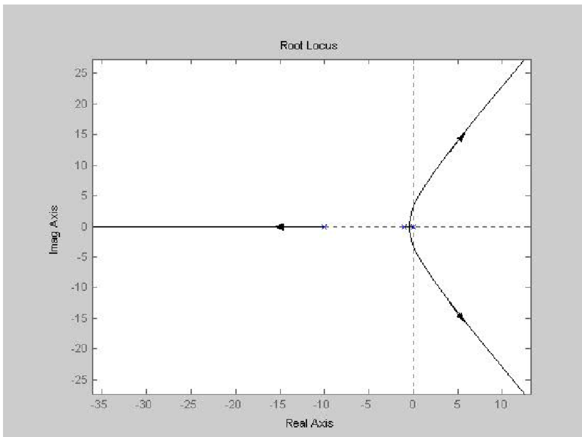
即：-10.71<K<1.705　　（4）

综合(1)(3)(4)式，可得： 0 <K<1.705

故：系统稳定时的 K 值范围为： 0 <K<1.705

三、单位反馈控制系统开环传递函数为：G(s)=$\dfrac{K^*}{s(s+1)(s+10)}$，试概略绘出相应的闭环根轨迹图（要求确定分离点坐标 d、与虚轴交点），并求产生纯虚根的开环增益。

解：（1）解：



① 渐近线：

$\sigma_\alpha = -\dfrac{11}{3}$，$\varphi = \pm\dfrac{\pi}{3}$，$\pi$

② 分离点：

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{d+1}+\frac{1}{d+10}=0$$

解得：

$d_1 = -0.487$　　$d_2 = -0.685$　（舍去 d_2）

③ 与虚轴交点：　$D(s)=s(s+1)(s+10)+K^* = s^3+11s^2+10s+K^*=0$

令：$s = j\omega$，得:

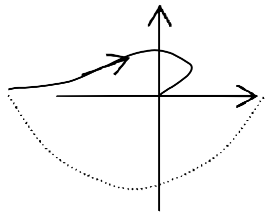
$$\begin{cases}\mathrm{Im}[D(s)] = -\omega^3+10\omega=0\\ \mathrm{Re}[D(s)] = -11\omega^2+K^*=0\end{cases}$$ 得出：$$\begin{cases}\omega=\sqrt{10}\\ K^*=110\end{cases}$$

故：产生纯虚根的开环增益为：

$$K=\frac{K^*}{10}=11$$

四、已知系统开环传递函数为：G（s）H（s）$=\dfrac{1}{s^2(s+1)(s+2)}$，试绘制系统的概略开环幅相曲线，并判断闭环稳定性。

解：



P=0，N=－1，

Z=P－2N=2，闭环不稳定。

五、设有单位反馈的火炮指挥仪伺服系统，其开环传递函数为：G（s）$=\dfrac{K}{s(0.2s+1)(0.5s+1)}$

若要求系统最大输出速度为 2（r/min），输出位置的容许误差小于 2^0，试求：

（1）确定满足上述指标的最小 K 值，计算该 K 值下系统的相角裕度和幅值裕度；

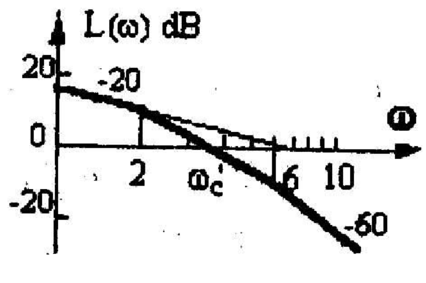
（2）在前向通路中串接超前校正网络

$$G_c(s)=\frac{0.4s+1}{0.08s+1}$$

计算校正后系统的相角裕度和幅值裕度，说明超前校正对系统动态性能的影响。

解：（1）确定满足 C_{Max}=2（转/分）=120/秒和 $e_{ss}\le 2^0$ 的 K, γ, h:

$$K=K_v=\frac{C_{Max}}{e_{ss}}\ge 6\ (1\ 秒)$$



$$G(s)=\frac{6}{s(0.2s+1)(0.5s+1)}$$

作系统对数幅频特性曲线如图所示：

由图可知： $\omega_c=\sqrt{2\times 6}=3.4$

$$\gamma'=90^0-\text{arctg}0.2\omega_c'-\text{arctg}0.5\omega_c'=-3.8^0$$

算出相角交界频率为：$\omega_g'=3.2$ $\quad 20\lg h'=-1(\text{dB})$

（2）超前校正后：

$$G_c(s)G(s)=\frac{6(0.4s+1)}{s(0.08s+1)(0.2s+1)(0.5s+1)}$$

作校正后系统对数幅频特性曲线，由图得：$\omega_c'' = 4.6$

$$\gamma'' = 90^0 + arctg0.4\omega_c'' - arctg0.2\omega_c'' - arctg0.08\omega_c'' - arctg0.5\omega_c'' = 22.5^0$$

算出：$\omega_g'' = 7.3$，$20\lg h'' = 7.5dB$

说明超前校正可以增加相角裕角裕度，从而减小超调量，提高系统稳定性，增大截止频率，从而缩短调节时间，提高系统快速性。

六、已知脉冲传递函数为：$G(z) = \dfrac{C(z)}{R(z)} = \dfrac{0.53 + 0.1z^{-1}}{1 - 0.37z^{-1}}$，其中 $R(z) = \dfrac{z}{(z-1)}$，试求 $c(nT)$。

解：$C(z) = G(z)R(z) = \dfrac{(0.53 + 0.1z^{-1})z}{(1 - 0.37z^{-1})(z-1)} = \dfrac{(0.53z + 0.1)z}{(z - 0.37)(z-1)}$

$$c(nT) = \sum \operatorname{Res}\left[C(z) \cdot z^{n-1}\right]$$

$$= \frac{(0.53z + 0.1)z^n}{z - 0.37}\Big|_{z=1} + \frac{(0.53z + 0.1)z^n}{z - 1}\Big|_{z=0.37}$$

$$=1 - \frac{0.269}{0.63}(0.37)^n = 1 - 0.47(0.37)^n$$

7 七、试推导非线性特性 $y=x^3$ 的描述函数。

解：　$y(t)=A^3\sin^3\omega t$

$$B_1 = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} A^3 \sin^4\omega t\, d\omega t = \frac{4A^3}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{4}(1-\cos 2\omega t)^2 d\omega t$$

$$= \frac{A^3}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - 2\cos 2\omega t + \cos^2 2\omega t)^2 \cdot d\omega t$$

$$= \frac{A^3}{\pi}\left[\frac{\pi}{2}\right] - \frac{A^3}{\pi}\left[\sin 2\omega t\right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{A^3}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 4\omega t + 1}{2} d\omega t$$

$$= \frac{A^3}{2} - 0 + \frac{A^3}{2\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 4\omega t\, d\omega t + \frac{A^3}{2\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\omega t = \frac{3A^3}{4} \qquad \therefore\ N(A) = \frac{B_1}{A} + j\frac{A_1}{A} = \frac{3A^2}{4}$$