江 西 理 工 大 学 期 终 考 试 卷

试卷编号:

20 — 20 学年第 二 学期	考试性质（正考、补考或其它）：[正考]
课程名称：高等数学（二）	考试方式(开卷、闭卷)：[闭卷]
考试时间:____ 年___ 月___ 日	试卷类别(A、B):[A] 共 三 大题

温 馨 提 示

请考生自觉遵守考试纪律，争做文明诚信的大学生。如有违犯考试纪律，将严格按照《江西理工大学学生违纪处分暂行规定》处理。

班级________ 学号 ________ 姓名 参考答案

题号	一	二	三	总 分
得分				

一、选择题（请将正确答案编码填入下表中，每小题 3 分，共 24 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	D	B	B	A	D	C	C

二、填空题（请将正确答案填写在以下相应的横线上，每空 3 分，共 24 分）

1. $\frac{1}{3}(dx+dy)$　　2. $1+2\sqrt{3}$　　3. $\int_0^1 dx\int_x^1 f(x,y)dy$

4. $\sqrt{3}\pi$　　5. 2π　　6. $-\pi$

7. $\frac{25}{12}$　　8. $1+x^2+\Lambda+\frac{x^{2n}}{n!}+\Lambda$ ，$x\in R$

三、综合题（请写出求解过程，8 小题，共 52 分）

1. 求过点（2，5，-3）且与直线 $\begin{cases} x=5-2t \\ y=1+t \\ z=7 \end{cases}$ 垂直的平面方程. （5 分）

解：取平面的法向量为 $\{-2,\ 1,\ 0\}$， 2 分

故平面方程 $-2(x-2)+(y-5)+0(x+3)=0$， 4 分

整理得 $2x-y+1=0$. 5 分

2. 由 $e^x-xyz=0$ 确定了函数 $z=z(x,\ y)$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$.（5 分）

解：令 $F(x,\ y,\ z)=e^x-xyz$，则

$\dfrac{\partial F}{\partial x}=e^x-yz$， 1 分

$\dfrac{\partial F}{\partial z}=-xy$ ， 2 分

$$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial z}}=\frac{e^x-yz}{xy}.$$ 5 分

3. 计算 $I=\iint\limits_D(x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 $D=\{(x,\ y)\big|1\le x^2+y^2\le 4\}$.（5 分）

解： $I=\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_1^2 r^2\cdot r\,\mathrm{d}r$ 3 分

$=2\pi\cdot\dfrac{1}{4}r^4\Big|_1^2=\dfrac{15}{2}\pi$. 5 分

4. 利用格林公式，计算$\oint_L (2x^2y-2y)dx+\left(\frac{1}{3}x^3-2x\right)dy$，其中 L 为以 $y=x$， $y=x^2$，围成区域的正向边界.（8 分）

解： $\oint_L (2x^2y-2y)dx+\left(\frac{1}{3}x^3-2x\right)dy=-\iint_D x^2dxdy$ 4 分

$=-\int_0^1 dx\int_{x^2}^x x^2dy=-\frac{1}{20}$. 8 分

5. 设Σ是由旋转抛物面$z=x^2+y^2$与平面$z=2$所围成的封闭曲面，取外侧. 用高斯公式计算 $\iint\limits_\Sigma 4(1-y^2)dzdx+z(8y+1)dxdy$（8 分）

解： $\iint\limits_\Sigma 4(1-y^2)dzdx+z(8y+1)dxdy=\iiint\limits_\Omega dxdydz$ 4 分

$=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\sqrt{2}}dr\int_{r^2}^2 rdz$ 7 分

$=2\pi$. 8 分

6. 求幂级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2n+1}}{2n+1}$在收敛域$(-1,1)$内的和函数.（8 分）

解：设$S(x)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2n+1}}{2n+1}$，则$S'(x)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}x^{2n}=\frac{1}{1-x^2}$, $|x|\le 1$， 4 分

由于$S(0)=0$，所以$S(x)=\int_0^x\frac{1}{1-x^2}\mathrm{d}x+S(0)$ 7 分

$=\frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}$, $|x|\le 1$. 8 分

7. 求微分方程 $y''-2y'+y=e^x$ 的通解. （8 分）

解：原方程对应的齐次线性微分方程的特征方程为 $r^2-2r+1=0$，

特征根为二重根 $r=1$， 3 分

故原方程对应的齐次线性微分方程的通解为 $Y=(C_1+C_2x)e^x$，

由于 $\lambda=1$ 是二重根，故原方程有一个形如 $y^*=Ax^2e^x$ 的特解. 6 分

将 y^* 代入原方程可得 $A=\dfrac{1}{2}$， 7 分

故原方程的通解为 $Y=(C_1+C_2x)e^x+\dfrac{1}{2}x^2e^x$. 8 分

8. 设函数 $f(x)$ 在 $[a,\ b]$ 上连续且 $f(x)>0$，证明 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\int_a^b\dfrac{1}{f(x)}\mathrm{d}x\ge(b-a)^2$. （5 分）

证明：$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\int_a^b\dfrac{1}{f(y)}\mathrm{d}y=\iint\limits_D\dfrac{f(x)}{f(y)}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$， $D: a<x<b,\ a<y<b$, 2 分

$$\frac{1}{2}\iint\limits_D\left[\frac{f(x)}{f(y)}+\frac{f(x)}{f(y)}\right]\mathrm{d}x\mathrm{d}y\ge\iint\limits_D\mathrm{d}x\mathrm{d}y=(b-a)^2.$$ 5 分