

高等数学（上）试题

一、填空题（每小题 3 分，本题共 15 分）

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\frac{2}{x}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2、当 k 时， $f(x) = \begin{cases} e^x & x \leq 0 \\ x^2 + k & x > 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续。

3、设 $y = x + \ln x$ ，则 $\frac{dx}{dy} = \underline{\hspace{2cm}}$

4、曲线 $y = e^x - x$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程是

5、若 $\int f(x)dx = \sin 2x + C$ ， C 为常数，则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、单项选择题（每小题 3 分，本题共 15 分）

1、若函数 $f(x) = \frac{|x|}{x}$ ，则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = (\quad)$

A、0 B、-1 C、1 D、不存在

2、下列变量中，是无穷小量的为 (\quad)

A. $\ln \frac{1}{x} (x \rightarrow 0^+)$ B. $\ln x (x \rightarrow 1)$ C. $\cos x (x \rightarrow 0)$ D. $\frac{x-2}{x^2-4} (x \rightarrow 2)$

3、满足方程 $f'(x) = 0$ 的 x 是函数 $y = f(x)$ 的 (\quad) 。

A. 极大值点 B. 极小值点 C. 驻点 D. 间断点

4、下列无穷积分收敛的是 (\quad)

A、 $\int_0^{+\infty} \sin x dx$ B、 $\int_0^{+\infty} e^{-2x} dx$ C、 $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x} dx$ D、 $\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

5、若 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + ax + 4}{x+1} = l$ ，则 (\quad)

A、 $a = 6, l = 3$ B、 $a = -6, l = 3$
C、 $a = 3, l = 6$ D、 $a = -3, l = -6$

三、计算题（每小题 7 分，本题共 56 分）

1、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x}-2}{\sin 2x}$ 。

2、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$

3、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\cos x} e^{-t^2} dt}{x^2}$

4、设 $y = e^5 + \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ ，求 y'

5、设 $f = y(x)$ 由已知 $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = \arctan t \end{cases}$ ，求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$

6、求不定积分 $\int \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{2}{x} + 3\right) dx$

7、求不定积分 $\int e^x \cos x dx$

8、设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+e^x} & x < 0 \\ \frac{1}{1+x} & x \geq 0 \end{cases}$ ，求 $\int_0^2 f(x-1) dx$

四、应用题（本题 7 分）

设曲线 $y = x^2$ ($0 \leq x \leq 1$) 和直线 $y = 1, x = 0$ 围成平面图形 D，求 D 绕 x 轴旋转而成的旋转体的体积

五、证明题（本题 7 分）

若 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(0) = f(1) = 0$ ， $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ ，证明：

在 $(0,1)$ 内至少有一点 ξ ，使 $f'(\xi) = 1$ 。