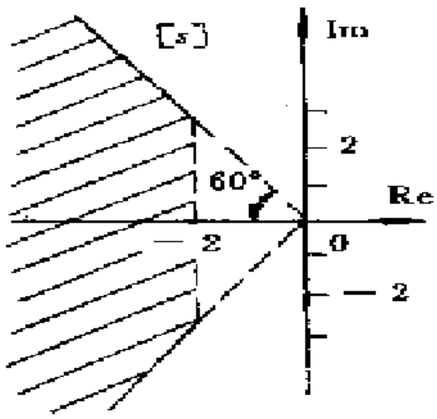
自动控制原理答案三

一　解　$G(s)=\frac{a(1-e^{-Ts})}{s^2(s+a)}=(1-e^{-Ts})(\frac{1}{s^2}-\frac{1/a}{s}+\frac{1/a}{s+a})$　…………………3 分

$$Z[G(s)]=(1-z^{-1})Z\left[\frac{1}{s^2}-\frac{1/a}{s}+\frac{1/a}{s+a}\right]=\frac{z-1}{z}\left[\frac{Tz}{(z-1)^2}-\frac{z}{a(z-1)}+\frac{z}{a(z-e^{-aT})}\right]=$$

$$\frac{(e^{-aT}+aT-1)+(1-e^{-aT}-a^Te^{-aT})}{a(z-1)(z-e^{-aT})}$$ ………………………………... 7 分

二　解　(1)要求的特征根的分布范围如图所示



……………………………………….. 3 分

(2)

$$\Phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K}{Ts^2+s+K}=\frac{K/T}{s^2+s/T+K/T}$$

可得

$$\begin{cases}\omega_n=\sqrt{K/T}\\ \xi=\frac{1/T}{2\sqrt{K/T}}=\frac{1}{2\sqrt{KT}}\end{cases}$$ …………………2 分

令 ξ ≥0.5 得

KT≤1　　　　K≤1 / T

特征方程:　　　　　　$D(s)=Ts^2+s+K$

山劳斯判据可得,系统的稳定条件是

T>0,　　　K>0　　　　　………………………….. 4 分

特征根

$$s_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1-4TK}}{2T}=\frac{-1}{2T}\pm j\frac{\sqrt{4TK-1}}{2T}$$

令 Res=$-\frac{1}{2T}$< -2,得 T<1/4 ………………………………… 3 分

(3)用静态误差系数法可得

$e_{ss}=1/K$ ……………………………………... 2 分

(4)根据题意,误差定义为 e(t)=r(t)−c(t).

$$\Phi(s)=\frac{(K_C s+1)\frac{K}{s(Ts+1)}}{1+\frac{K}{s(Ts+1)}}=\frac{K(K_C s+1)}{s(Ts+1)+K}$$

山误差定义

$$\Phi_e(s)=\frac{E(s)}{R(s)}=1-\frac{C(s)}{R(s)}=1-\Phi(s)=\frac{s(Ts+1-K_CK)}{s(Ts+1)+K}$$

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0}s\Phi_e(s)R(s)=\lim_{s\to 0}s\cdot\frac{s(Ts+1-K_CK)}{s(Ts+1)+K}\cdot\frac{1}{s^2}=\frac{1-K_CK}{K}$$

……………………………….. 5 分

令 e_{ss}=0,得

K_c=1/K ……………………………………… 1 分

三 解 系统开环传递函数为

$$G(s)=\frac{K_g(s-1+j2)(s-1-j2)}{(s+2)(s-0.5)}\qquad\begin{cases}\text{开环增益} & K=5K_g\\ \text{系统类型} & v=0\end{cases}$$

$$D(s)=(s+2)(s-0.5)+K_g(s^2-2s+5)=$$
$$(1+K_g)s^2+(1.5-2K_g)s+(5K_g-1)$$

分离点

$$\frac{1}{d+2}+\frac{1}{d-0.5}=\frac{1}{d-1+j2}+\frac{1}{d-1-j2}$$

整理得

$$7d^2-24d-11=0$$

解出

$$d=\begin{cases}-0.409\,4\\ 3.835(\text{舍去})\end{cases}$$

与虚轴交点

令

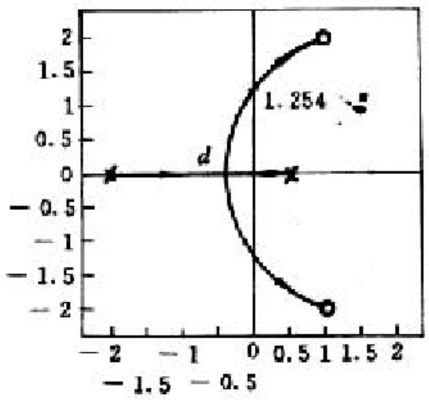
$$\begin{cases}\mathrm{Im}[D(j\omega)]=(1.5-2K_g)\omega=0\\ \mathrm{Re}[D(j\omega)]=-(1+K_g)\omega^2+5K_g-1=0\end{cases}$$

解出

$$\begin{cases}\omega=0\\ K_g=0.2\end{cases}\qquad\begin{cases}\omega=\sqrt{11/7}=1.254\\ K_g=3/4=0.75\end{cases}$$

………………………………………….. 6 分

画出系统根轨迹如图所示



…………………….. 6 分

(2) 山(1)中计算结果可知,K_g稳定范围是

$$0.2<K_g<0.75$$ ………………………… 2 分

(3) 山题意,要求分离点 d=−0.4094 处的 K_g 值

解法 1 用模值条件解得

$$K_g|_d=\frac{|d+2|\cdot|d-0.5|}{|d-1+j2|\cdot|d-1-j2|}=0.241\,57$$

解法 2 用比较特征式系数方法,即

$$D(s)=s^2+\frac{1.5-2K_g}{1+K_g}s+\frac{5K_g-1}{1+K_g}$$

令

$$D(s)=(s+d)^2=(s+0.409\,4)^2=$$
$$s^2+0.818\,8s+0.167\,61$$

比较系数:

$$1.5-2K_g=0.818\,8(1+K_g)$$

或 $$5K_g-1=0.167\,61(1+K_g)$$

求解得 $$K_g=0.241\,7$$

…………………………………………. 4 分

四 解

$$L(\omega)=\begin{cases}20\lg\dfrac{200}{\omega} & \omega<10\\[2ex] 20\lg\dfrac{200}{\omega\times0.1\omega} & \omega>10\end{cases}\qquad \omega_c=44.7$$

$$\gamma=180^\circ-90^\circ-\mathrm{arctg}(0.1\omega_c)=12.6^\circ<\gamma^*$$

…………………………………………. 2 分

不满足性能要求,需串联一超前校正装置

(1) 求 φ_m：
$$\varphi_m \geqslant \gamma^* - \gamma' + 10^\circ = 42.4^\circ$$

(2) 求 a：
$$a = \frac{1+\sin\varphi_m}{1-\sin\varphi_m} = 5$$

(3) 解 ω''_c：
$$\frac{200}{0.1(\omega''_c)^2}\sqrt{a} = 1$$
$$\omega''_c = 67$$
$$\gamma'' = 180^\circ + 42.4^\circ - 90^\circ - \mathrm{arctg}(0.1\omega''_c) = 50.8^\circ > \gamma^*$$
$$\gamma'' > \gamma^* \qquad \omega''_c > \omega_c^*$$
$$T = 1/(\omega''_c\sqrt{a}) = 0.067$$

…………………………………………… 6 分

故校正网络
$$G_c(s) = \frac{0.03s+1}{s(0.067s+1)}$$
……………………………… 2 分
$$G'(s) = \frac{40(0.03s+1)}{s(0.1s+1)(0.067s+1)}$$
…………………………….. 2 分

五　　解 (1) 山图得
$$G(s) = \frac{K(1-e^{-Ts})}{s^2(s+1)} = \frac{10(1-e^{-s})}{s^2(s+1)}$$
………………………… 2 分

其对应脉冲传递函数
$$G(z) = \frac{10(0.368z+0.264)}{z^2-1.368z+0.368}$$
从而求得闭环脉冲传递函数
$$\phi(z) = \frac{G(z)}{1+G(z)} = \frac{3.68z+2.64}{z^2+2.31z+3}$$
……………………… 4 分

山此得系统特征式为　　$z^2+2.31z+3=0$

求解得　　$\lambda_{1,2} = -1.156 \pm j1.29$

分布在单位圆外,因此系统不稳定.　　…………………………………………… 4 分

(2) 山系统开环脉冲传递函数
$$G(z) = \frac{K(0.368z+0.264)}{z^2-1.368z+0.368}$$
求得系统特征方程为
$$z^2-(1.368-0.368K)z+(0.368+0.264K)z=0$$
进行 w 变换得到
$$(2.736-0.104K)W^2+(1.264-0.528K)W+0.632K=0$$
.... 4 分

列劳斯表计算

$$\begin{array}{lll} W^2 & 2.736 - 0.104K & 0.632K \\ W^1 & 1.264 - 0.528K & 0 \\ W^0 & 0.632K & \end{array}$$

要使系统稳定，必须有劳斯表第一列各项系数为正的条件，即必须有

$$\begin{cases} 0.632K > 0 \\ 1.264 - 0.528K > 0 \\ 2.736 - 0.104K > 0 \end{cases}$$

得到系统的临界放大系数为

$$K_c = 2.4$$

.... 6 分

六　解

$$N(X) = \frac{4M}{\pi X}\sqrt{1-\left(\frac{h}{X}\right)^2} - \mathrm{j}\,\frac{4Mh}{\pi X^2} = \frac{M}{h}N_0(X) = 4N_0(X)$$

$$N_0(X) = \frac{4h}{\pi X}\sqrt{1-\left(\frac{h}{X}\right)^2} - \mathrm{j}\,\frac{4}{\pi}\left(\frac{h}{X}\right)^2$$

$$\mathrm{Im}\left[-\frac{1}{N_0(X)}\right] = -\frac{\pi}{4} = -0.7854$$

……………………………..3 分

$$G(s) = \frac{10(s+1)(Ts+1)}{s^3}$$

$$G(\mathrm{j}\omega) = \frac{-10(1-T)\omega + \mathrm{j}10(1-T\omega^2)}{\omega^3}$$

$$\mathrm{Im}[G(\mathrm{j}\omega)] = \frac{10(1-T\omega^2)}{\omega^3}$$

令

$$\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{Im}[G(\mathrm{j}\omega)]}{\mathrm{d}\omega} = \frac{10T\omega^2 - 30}{\omega^4} = 0$$

得 $\omega = \sqrt{\frac{3}{T}}$，$\mathrm{Im}[G(\mathrm{j}\omega)]$ 取极值

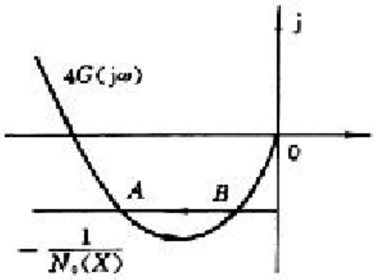
$$\mathrm{Im}[G(\mathrm{j}\omega)] = -20\sqrt{\frac{T^3}{27}}$$

$$\mathrm{Im}[4G(\mathrm{j}\omega)] = -80\sqrt{\frac{T^3}{27}}$$

令　$-80\sqrt{\frac{T^3}{27}} = -\frac{\pi}{4}$，得 $T = 0.1375$。

…………………… 5 分

由此说明，当 $T < 0.1375$ 时，$4G(\mathrm{j}\omega)$ 和 $T\,\frac{1}{N_0(x)}$ 无交点，系统不产生自振，但系统不稳定。当 $T > 0.1375$ 时，$4G(\mathrm{j}\omega)$ 和 $-\frac{1}{N_0(x)}$ 有两个交点 A 和 B，如图 7.13(b) 所示。系统在 B 点时自振，在 A 点发散。T 越大，自振频率越高，振幅越小。



………………………………………………... 6 分

当 $T=0.25$ 时系统有稳定的自振。

令
$$\mathrm{Im}[4G(j\omega)]=\frac{40(1-T\omega^2)}{\omega^3}=-\frac{\pi}{4}$$
得
$$\omega=12.4$$
$$\mathrm{Re}[4G(j\omega)]=\frac{-40(1+T)}{\omega^2}=-0.325$$
得
$$X=1.0823$$

……………………………………………… 2 分

把 X 折算到输出端，由
$$X(s)=-\frac{(Ts+1)(s+1)}{s}C(s)$$

得输出振幅
$$c_x=\left|\frac{s}{(Ts+1)(s+1)}\right|_{s=j12.4}\cdot X|_{X=1.0823}=0.3312$$
即
$$c_x=0.3312\qquad \omega=12.4$$

……………………………………………… 4 分