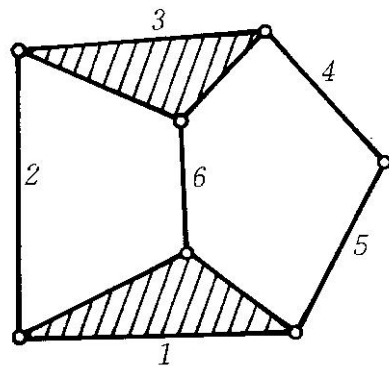


## 第七版机械原理复习题

### 第2章 机构的结构分析

#### 一、填空题

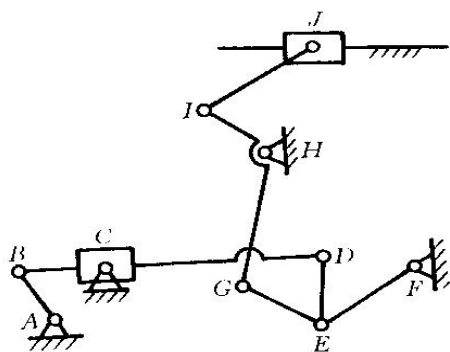
1. 组成机构的要素是构件和运动副；构件是机构中的运动单元体。
2. 具有若干个构件的入为组合体、各构件间具有确定的相对运动、完成有用功或实现能量转换等三个特征的构件组合体称为机器。
3. 机器是由原动机、传动部分、工作机所组成的。
4. 机器和机构的主要区别在于是否完成有用机械功或实现能量转换。
5. 从机构结构观点来看，任何机构是由机架，杆组，原动件三部分组成。
6. 运动副元素是指构成运动副的点、面、线。
7. 构件的自由度是指构件具有独立运动的数目；机构的自由度是指机构具有确定运动时必须给定的独立运动数目。
8. 两构件之间以线接触所组成的平面运动副称为高副，它产生一个约束，而保留了两个自由度。
9. 机构中的运动副是指两构件直接接触而又能产生相对运动的联接。
10. 机构具有确定的相对运动条件是原动件数等于机构的自由度。
11. 在平面机构中若引入一个高副将引入1个约束，而引入一个低副将引入2个约束，构件数、约束数与机构自由度的关系是 $F=3n-2p_l-p_h$ 。
12. 平面运动副的最大约束数为2，最小约束数为1。
13. 当两构件构成运动副后，仍需保证能产生一定的相对运动，故在平面机构中，每个运动副引入的约束至多为2，至少为1。
14. 计算机机构自由度的目的是判断该机构运动的可能性（能否运动）及在什么条件下才具有确定的运动，即确定应具有的原动件数。
15. 在平面机构中，具有两个约束的运动副是低副，具有一个约束的运动副是高副。
16. 计算平面机构自由度的公式为 $F=3n-2p_l-p_h$ ，应用此公式时应注意判断：(A) 复合铰链，(B) 局部自由度，(C) 虚约束。
17. 机构中的复合铰链是指由三个或三个以上构件组成同一回转轴线的转动副；局部自由度是指不影响输入与输出件运动关系的自由度；虚约束是指在特定的几何条件下，机构中不能起独立限制运动作用的约束。
18. 划分机构杆组时应先按低的杆组级别考虑，机构级别按杆组中的最高级别确定。
19. 机构运动简图是用简单的线条和规定的符号代表构件和运动副，并按一定比例绘制各运动副的相对位置，因而能说明机构各构件间相对运动关系的简单图形。
20. 在图示平面运动链中，若构件1为机架，构件5为原动件，则成为III级机构；若以构件2为机架，3为原动件，则成为II级机构；若以构件4为机架，5为原动件，则成为IV级机构。



件，则成为II级机构；若以构件4为机架，5为原动件，则成为IV级机构。

#### 七、计算题

1. 计算图示机构的自由度，若有复合铰链、局部自由度或虚约束，需明确指出。



1. 解E为复合铰链。 $n=4$ ,  $p_L=5$ ,  $p_H=1$   $F=3n-p_L-p_H=3\times 4-5-1=1$

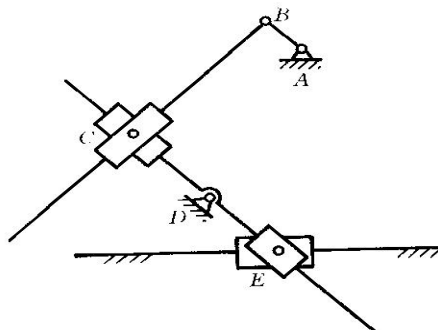
2. 试计算图示机构的自由度, 如有复合铰链、局部自由度、虚约束, 需明确指出。

解:

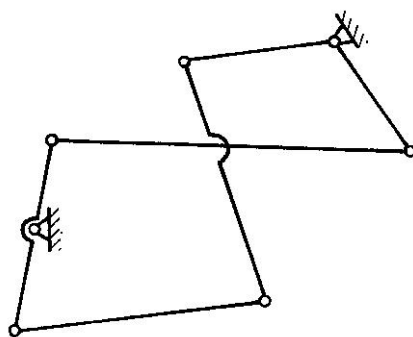
图中 $n=7$ ,  $p_L=9$ ,

$$F=3n-p_L-p_H=3\times 7-9-3=3$$

3. 试计算图示机构的自由度, 并说明需几个原动件才有确定运动。



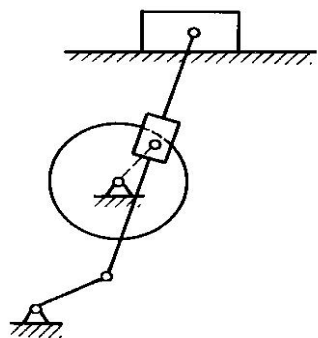
需两个原动件。



解:

$$F=3n-2p_L-p_H=3\times 6-2\times 8=2$$

4. 计算图示机构的自由度。

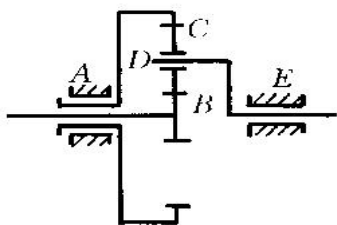


$$F=3n-2p_L-p_H=3\times 5-2\times 7=1$$

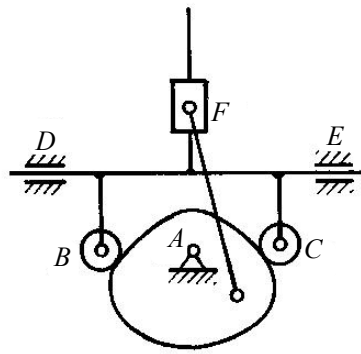
5. 试计算图示机构的自由度, 若有复合铰链、局部自由度、虚约束, 必需注明。

A处为复合铰链。

$$F=3n-2p_L-p_H=3\times 4-2\times 4-2=2$$



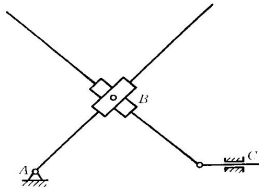
6. 试求图示机构的自由度 (如有复合铰链、局部自由度、虚约束, 需指明所在之处)。图中凸轮为定径凸轮。



虚约束在滚子和E处，应去掉滚子C和E，局部自由度在滚子B处。

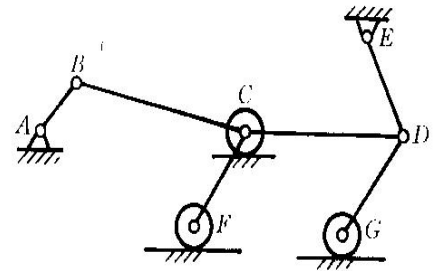
$$n=4, p_L=5, p_H=1, F=3 \times 4 - 2 \times 5 - 1 = 1$$

7. 试求图示机构的自由度。



$$F=3n-2p_L-p_H=3 \times 5 - 2 \times 6 = 3$$

8. 试计算图示机构的自由度（若含有复合铰链、局部自由度和虚约束应指出）。



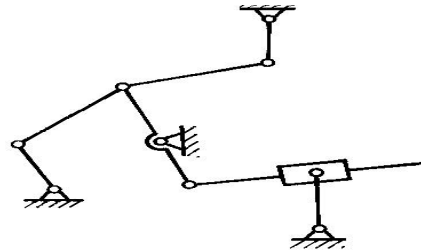
C处有局部自由度、复合铰链。D处为复合铰链。F, G处有局部自由度。

去掉局部自由度后， $n=6, p_L=7, p_H=3$ ,

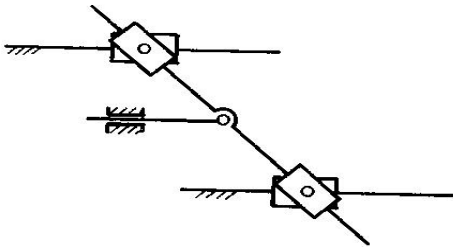
$$F=3n-2p_L-p_H=3 \times 6 - 2 \times 7 - 3 = 1$$

9. 试计算图示机构的自由度。

$$F=3n-2p_L-p_H=3 \times 8 - 2 \times 11 - 0 = 2$$

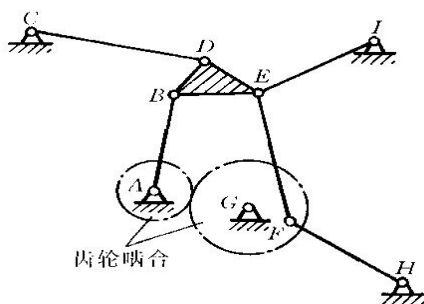


10. 试计算图示机构的自由度。



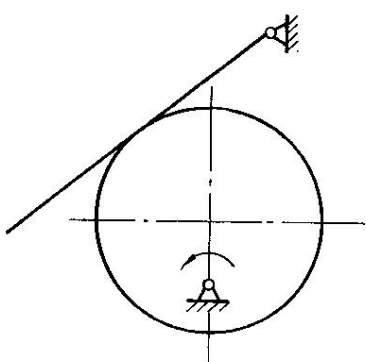
$$F=3n-2p_L-p_H=3 \times 6 - 2 \times 8 - 0 = 2$$

11. 试计算图示运动链的自由度。



A、E、F为复合铰链，故 $n=8, p_L=12, p_H=1$ ,

$$F=3n-2p_L-p_H=3 \times 8 - 2 \times 12 - 1 = -1$$



12. 图示为一平底摆动从动件盘型凸轮机构，试画出机构在高副低代后瞬时替代机构。并计算代换前和代换后的机构自由度。

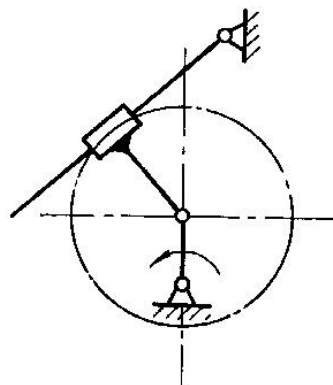
(1) 替代机构如图所示。

(2) 按原高副机构

$$p_L = 2 \quad p = 1, \\ F = 3n - p_L - p = 1$$

按低代后机构

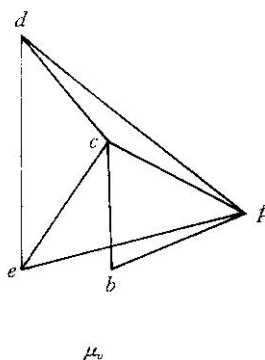
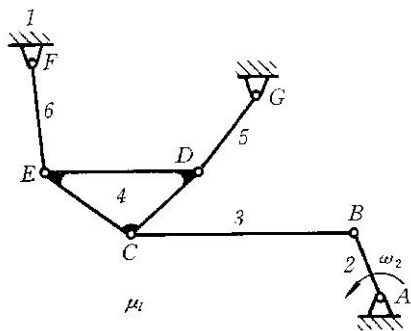
$$p_L = 4 \quad p = 0, \\ F = 3n - p_L - p = 1$$



### 第3章 机构的运动分析

#### 一、填空题

- 当两个构件组成移动副时，其瞬心位于垂直于移动方向的无穷远处处。当两构件组成纯滚动的高副时，其瞬心就在接触点。当求机构的不互相直接联接各构件间的瞬心时，可应用三心定理来求。
- 3个彼此作平面平行运动的构件间共有3个速度瞬心，这几个瞬心必定位于一条直线上。含有6个构件的平面机构，其速度瞬心共有15个，其中有5个是绝对瞬心，有10个是相对瞬心。
- 相对瞬心与绝对瞬心的相同点是两构件上的同速点，不同点是：绝对速度为零及不为零。
- 速度比例尺的定义图上是单位长度(mm)所代表的实际速度值(m/s)，在比例尺单位相同的条件下，它的绝对值愈大，绘制出的速度多边形图形愈小。
- 图示为六杆机构的机构运动简图及速度多边形，图中矢量 $\vec{cb}$ 代表 $\vec{v}_{BC}$ ；，杆3角速度 $\omega_3$ 的方向为顺时针方向。

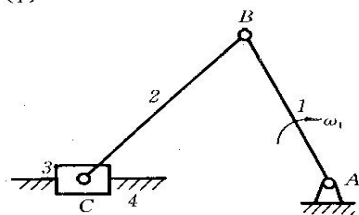


- 机构瞬心的数目 $N$ 与机构的构件数 $k$ 的关系是 $N = [k(k-1)]/2$ 。
- 在机构运动分析图解法中，影像原理只适用于已知同一构件上二点速度或加速度求第三点的速度和加速度。
- 当两构件组成转动副时，其速度瞬心在转动副中心处；组成移动副时，其速度瞬心在垂直于移动导路的无穷远处；组成兼有相对滚动和滑动的平面高副时，其速度瞬心在在接触点处的公法线上。
- 速度瞬心是两刚体上瞬时相对速度为零的重合点。
- 铰链四杆机构共有6个速度瞬心，其中3个是绝对瞬心，3个是相对瞬心。
- 作相对运动的3个构件的3个瞬心必位于一直线上。
- 在摆动导杆机构中，当导杆和滑块的相对运动为移动，牵连运动为转动时，两构件的重合点之间将有哥氏加速度。哥氏加速度的大小为 $2\omega v_r$ ；方向与将 $v_r$ 沿 $\omega$ 转向转 $90^\circ$ 的方向一致。

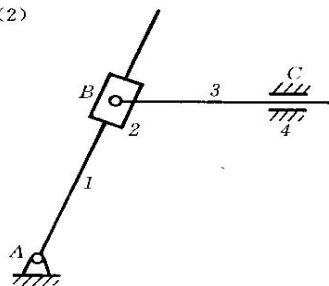
#### 四、求瞬心

- 标出下列机构中的所有瞬心。

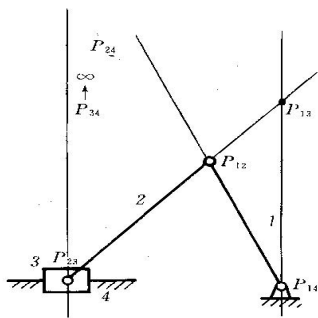
(1)



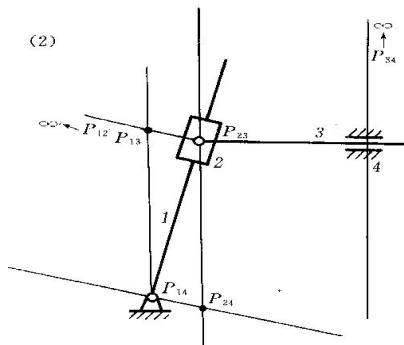
(2)



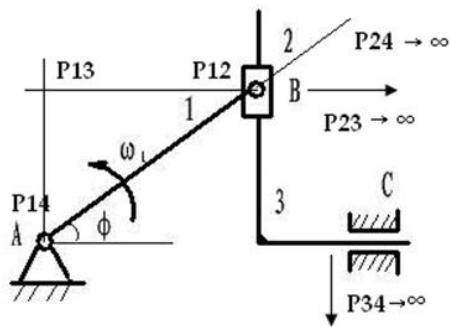
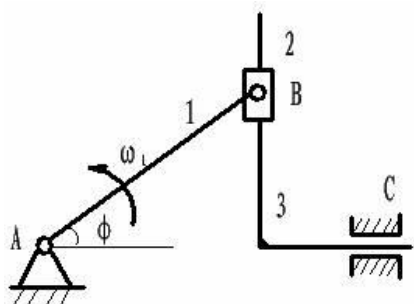
(1)



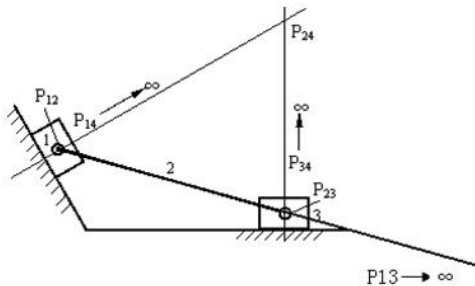
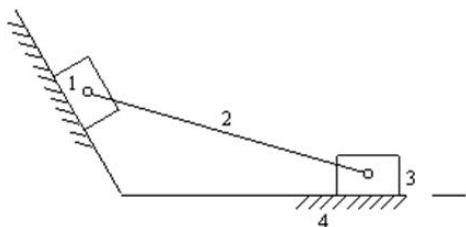
(2)



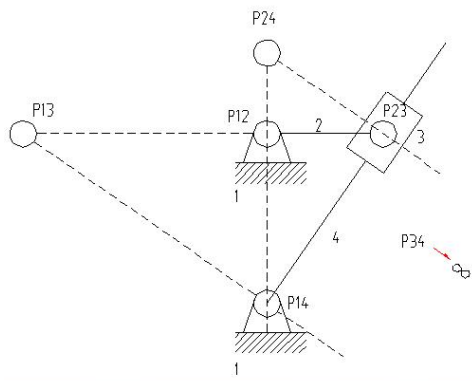
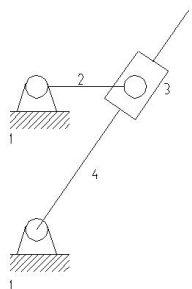
2、标出图示机构的所有瞬心。



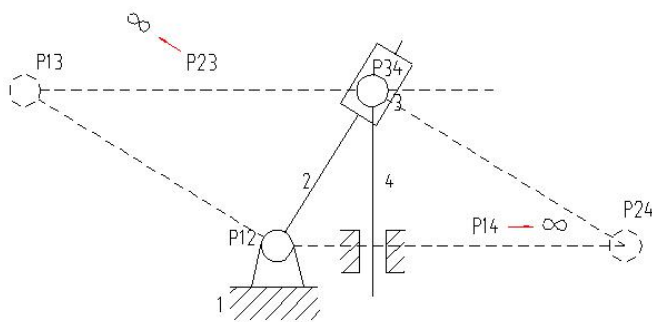
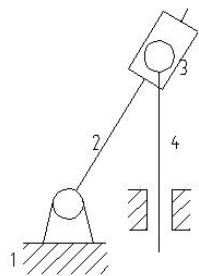
3、在图中标出图示两种机构的全部同速点。[注]：不必作文字说明，但应保留作图线。



4、求瞬心



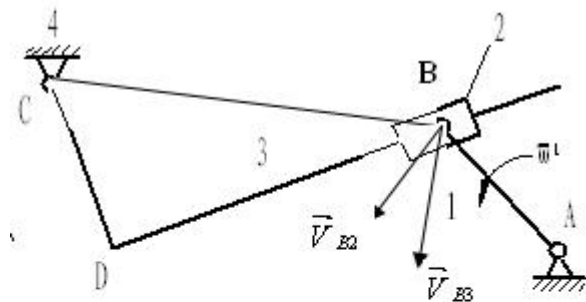
5、求瞬心



## 五、计算题

1、图示导杆机构运动简图 ( $\mu_L = 0.002m/mm$ )，已知原动件 1 以  $\omega_1 = 20rad/s$  逆时针等速转动，按下列要求作：

- ① 写出求  $\vec{V}_{B3}$  的速度矢量方程式；
- ② 画速度多边形；并求出构件 3 的角速度  $\omega_3$  的值；
- ③ 写出求  $\vec{a}_{B3}$  的加速度矢量方程式。



$$\textcircled{1}、\quad \vec{V}_{B3} = \vec{V}_{B2} + \vec{V}_{B3B2}$$

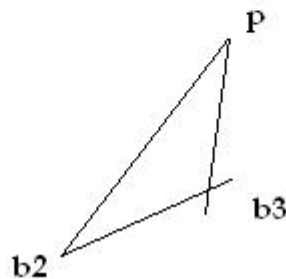
方向  $\perp CB \quad \perp AB \quad // BD$

大小  $? \quad \omega_1 l_{AB} \quad ?$

②、速度多边形如图所示

$$\omega_3 = \frac{V_{B3}}{l_{AB}} = 3.2 rad/s \quad \text{顺时针}$$

$$\textcircled{3}、\quad \vec{a}_{B3} = \vec{a}_{B2} + a_{B3B2}^k + a_{B3B2}^r$$



2、图示干草压缩机的机构运动简图 (比例尺为  $\mu_1$ )。原动件曲柄 1 以等角速度  $\omega_1$  转动，试用矢量方程图解法求该位置活塞 5 的速度与加速度。要求：

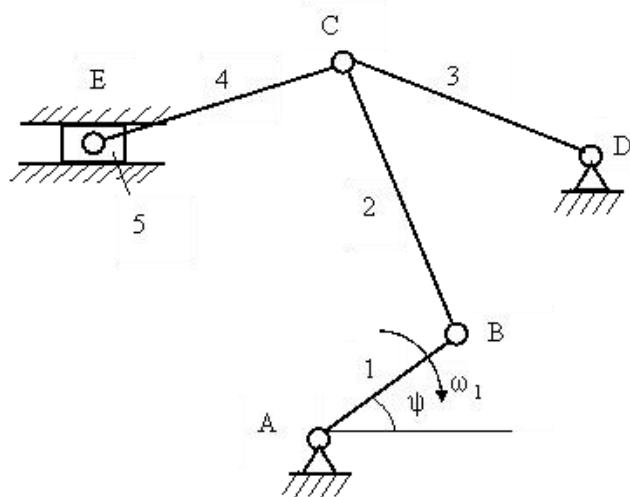
- a. 写出 C、E 点速度与加速度的矢量方程式；
- b. 画出速度与加速度矢量多边形 (大小不按比例尺，但其方向与图对应)；

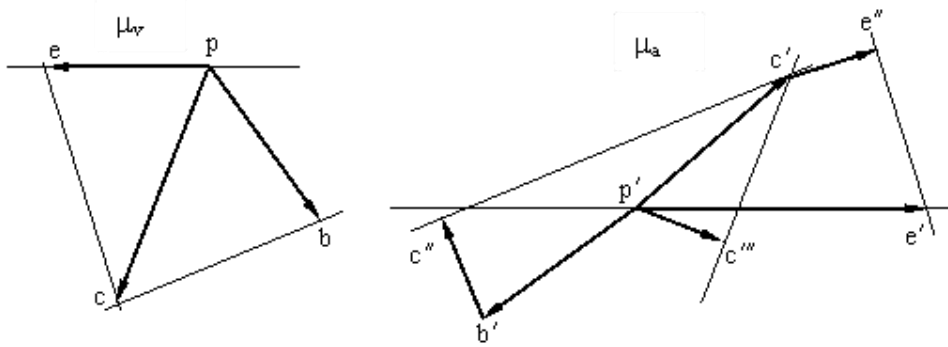
$$V_C = V_B + V_{CB}$$

$$a_C = a_B + a_{CB}^n + a_{CB}^t$$

$$V_E = V_C + V_{CE}$$

$$a_E = a_C + a_{EC}^n + a_{EC}^t$$

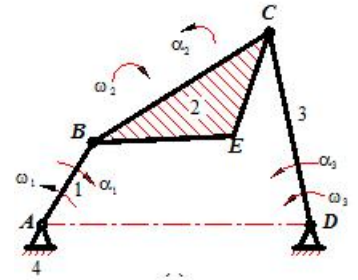




3、已知机构各构件长度， $\omega_1$ ， $\alpha_1$ ，求

1) C、E点的速度和加速度矢量方程；

2) 画出速度矢量多边形（大小不按比例尺，但其方向与图对应）；



解：速度分析

速度矢量方程：①  $\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{CB}$

大小 ?  $\omega_1 l_{AB}$  ?  
方向  $\perp CD$   $\perp AB$   $\perp BC$

②  $\vec{V}_E = \vec{V}_B + \vec{V}_{EB} = \vec{V}_C + \vec{V}_{EC}$

?  $\omega_1 l_{AB}$  ?  $\checkmark$  ?  
?  $\perp AB$   $\perp BE$   $\perp CD$   $\perp CE$

加速度分析

加速度矢量方程：①  $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}$

$\vec{a}_C^n + \vec{a}_C^t = \vec{a}_B^n + \vec{a}_B^t + \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^t$

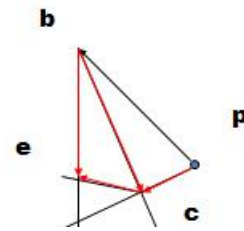
$\omega_3^2 \cdot l_{CD}$  ?  $\omega_1^2 \cdot l_{AB}$   $\alpha_1 \cdot l_{AB}$   $\omega_2^2 \cdot l_{CB}$  ?  
C→D  $\perp CD$  B→A  $\perp AB$  C→B  $\perp CB$

②  $\vec{a}_E = \vec{a}_B + \vec{a}_{EB} = \vec{a}_C + \vec{a}_{EC}$

$\vec{a}_B + \vec{a}_{EB}^n + \vec{a}_{EB}^t = \vec{a}_C + \vec{a}_{EC}^n + \vec{a}_{EC}^t$

$\checkmark$   $\omega_2^2 \cdot l_{BE}$   $\alpha_2 \cdot l_{BE}$   $\checkmark$   $\omega_2^2 \cdot l_{CE}$   $\alpha_2 \cdot l_{CE}$

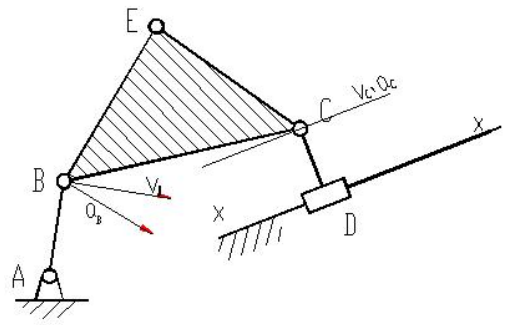
$\checkmark$  E→B  $\perp EB$   $\checkmark$  E→C  $\perp EC$



4、一曲柄滑块机构，已知B点的速度、加速度的大小和方向，求：

1) 对C、E点进行速度和加速度分析。

2) 画出速度矢量多边形（大小不按比例尺，但其方向与图对应）；

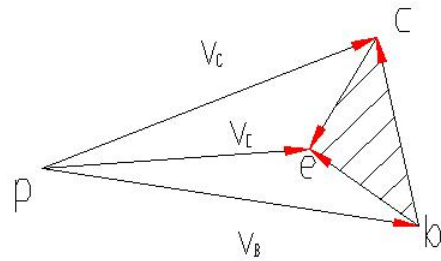


解：速度分析

根据速度合成定理

$$\mathbf{V}_C = \mathbf{V}_B + \mathbf{V}_{CB}$$

大小： ?      ✓      ?  
 方向： //xx      ⊥AB      ⊥BC



根据速度合成定理

$$(\mathbf{V}_E =) \mathbf{V}_B + \mathbf{V}_{EB} = \mathbf{V}_C + \mathbf{V}_{GE}$$

大小： ✓      ?      ✓      ?  
 方向： ✓      ⊥EB      ✓      ⊥CE

加速度分析

求C点的加速度

①列方程

根据加速度合成定理：

$$\mathbf{a}_C = \mathbf{a}_B + \mathbf{a}_{CB} = \mathbf{a}_B + \mathbf{a}_{CB}^n + \mathbf{a}_{CB}^t$$

大小： ?      ✓       $\omega^2 \overline{CB}$       ?  
 方向： ✓      ✓      C指向B      ⊥CE

求E点的加速度

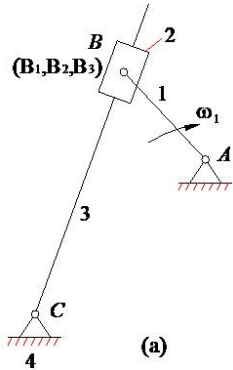
①列方程

根据加速度合成定理：

$$\mathbf{a}_E = \mathbf{a}_B + \mathbf{a}_{EB}^n + \mathbf{a}_{EB}^t = \mathbf{a}_C + \mathbf{a}_{CE}^n + \mathbf{a}_{CE}^t$$

大小： ✓       $\omega^2 \overline{EB}$       ?      ✓       $\omega^2 \overline{CE}$       ?  
 方向： ✓      E指向B      ⊥EB      ✓      C指向E      ⊥EB

5、已知：机构位置，尺寸，等角速  $\omega_1$  求：  $\omega_3$ ，  $\alpha_3$ ，画出速度和加速度矢量多边形（大小不按比例尺，但其方向与图对应）





解：构件1和2在B点铰接，所以

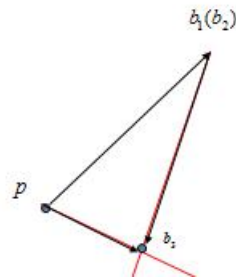
$$V_{B2} = V_{B1} = \omega_1 l_{AB}, \quad a_{B2} = a_{B1} = \omega_1^2 l_{AB}$$

### 速度分析

$$V_{B3} = V_{B2} + V_{B3B2}$$

$$\begin{array}{ccc} ? & \omega_1 l_{AB} & ? \\ \perp BC & \perp AB & // BC \end{array}$$

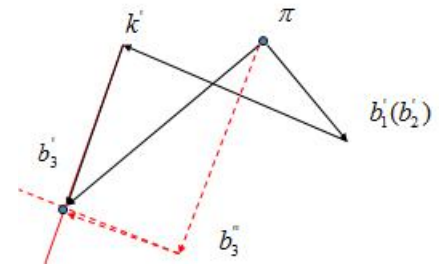
$$\omega_3 = \frac{V_{B3}}{l_{BC}} = \frac{\mu_v \cdot p b_3}{l_{BC}}$$



### 加速度分析

$$\begin{array}{ccccccc} a_{B3} = a_{B3}^n + a_{B3}^t & = & a_{B2} & + & a_{B3B2}^k & + & a_{B3B2}^t \\ \omega_3^2 l_{BC} & ? & \omega_1^2 l_{AB} & 2\omega_3 V_{B3B2} & ? & & \\ B \rightarrow C & \perp BC & B \rightarrow A & \perp BC \text{ 向左} & // BC & & \end{array}$$

$$\alpha_3 = \frac{a_{B3}^t}{l_{BC}} = \frac{\mu_a \cdot p' b'_3}{l_{BC}}$$



## 第10章 齿轮机构及其设计

### I. 填空题

1渐开线直齿圆柱齿轮传动的主要优点为 具有中心距可变性和对于在恒定转矩的传动中，轮齿间正压力的大小和方向始终不变。

2渐开线齿廓上K点的压力角应是 K点的速度方向线与过K点法线所夹的锐角，齿廓上各点的压力角都不相等，在基圆上的压力角等于零度。

3满足正确啮合条件的一对渐开线直齿圆柱齿轮，当其传动比不等于1时，它们的齿形是不同的。

4一对渐开线直齿圆柱齿轮无齿侧间隙的条件是一轮节圆上的齿厚等于另一轮节圆上的齿槽宽。

5渐开线直齿圆柱齿轮的正确啮合条件是两轮模数相等，分度圆压力角相等

(或  $m_1 \cos \alpha_1 = m_2 \cos \alpha_2$ )。

6一对渐开线直齿圆柱齿轮啮合传动时，两轮的节圆总是相切并相互作纯滚动的，而两轮的中心距不一定总等于两轮的分度圆半径之和。

7当一对外啮合渐开线直齿圆柱标准齿轮传动的啮合角在数值上与分度圆的压力角相等时，这对齿轮的中心

距为两齿轮分度圆半径之和或  $a = \frac{1}{2}m(z_1 + z_2)$ 。

8按标准中心距安装的渐开线直齿圆柱标准齿轮，节圆与分度圆重合，啮合角在数值上等于分度圆上的压力角。

9相啮合的一对直齿圆柱齿轮的渐开线齿廓，其接触点的轨迹是一条直线。

10渐开线上任意点的法线必定与基圆相切，直线齿廓的基圆半径为无穷大。

11渐开线齿轮的可分性是指渐开线齿轮中心距安装略有误差时，仍能保持定速比传动

12共轭齿廓是指一对满足啮合基本定律的齿廓。

13标准齿轮除模数和压力角为标准值外，还应当满足的条件是分度圆上的齿槽宽与齿厚相等，且具有标准的齿顶高系数和顶隙系数。

14决定渐开线标准直齿圆柱齿轮尺寸的参数有  $z, m, a, h_a^*, c^*$ ；写出用参数表示的齿轮尺寸公式： $r = \frac{zm}{2}$ ；

$$r_b = r \cos \alpha; \quad r_a = r + h_a^* m; \quad r_f = r - (h_a^* + c^*) m。$$

15用范成法加工渐开线直齿圆柱齿轮，发生根切的原因是 刀具的齿顶线或齿顶圆超过了啮合线与轮坯基

## 圆的切点。

16齿条刀具与普通齿条的区别是具有刀刃的齿条且刀具齿顶高为 $(h_a^* + c^*)m$ 。

17 $h_a^* = 1, \alpha = 20^\circ$  的渐开线标准直齿圆柱齿轮不发生根切的最少齿数为 $z_{\min} = 17$ 。

18当直齿圆柱齿轮的齿数少于 $z_{\min}$ 时，可采用正变位的办法来避免根切。

19齿廓啮合基本定律为：互相啮合的一对齿廓，其角速度之比与两轮连心线被齿廓接触点的公法线所分成的两线段长度成反比。如要求两角速度之比为定值，则这对齿廓在任何一点接触时，应使两齿廓在接触点的公法线与两齿轮的连心线相交于一定点。

20直齿圆柱齿轮的法节是指齿廓在公法线上的齿距它在数值上等于基圆上的齿距。

21当一对渐开线直齿圆柱齿轮传动的重合度太小且要求中心距保持不变，传动比不变时，可采取增加齿数，减少模数的办法来提高重合度。

22当两外啮合直齿圆柱标准齿轮啮合时，小齿轮轮齿根部的磨损要比大齿轮轮齿根部的磨损大。

23渐开线直齿圆柱齿轮齿廓上任一点的曲率半径等于过该点的法线与基圆的切点至该点间的距离；渐开线齿廓在基圆上任一点的曲率半径等于零；渐开线齿条齿廓上任一点的曲率半径等于无穷大。

24一对渐开线直齿圆柱齿轮传动时，如重合度等于1.3，这表示啮合点在法线方向移动一个法节的距离时，有百分之30%的时间是二对齿啮合，有百分之70%的时间是一对齿啮合。

25渐开线直齿圆柱外齿轮齿廓上各点的压力角是不同的，它在基圆上的压力角为零，在齿顶圆上的压力角最大；在分度圆上的压力角则取为标准值。

26一对渐开线标准直齿圆柱齿轮，按标准中心距安装时，其顶隙和侧隙分别为 $c = c^* m$ 、零。

两轮的分度圆将分别与其节圆相重合；两轮的啮合角将等于分度圆上的压力角。

27一对渐开线直齿圆柱标准齿轮传动，当齿轮的模数 $m$ 增大一倍时，其重合度不变，各齿轮的齿顶圆上的压力角 $\alpha_a$ 不变，各齿轮的分度圆齿厚 $s$ 增大一倍。

28一对渐开线标准直齿圆柱齿轮非正确安装时，节圆与分度圆不重合，分度圆的大小取决于 $m$ 、 $z$ ，而节圆的大小取决于安装中心距和传动比。

29用范成法切制渐开线齿轮时，为了使标准齿轮不发生根切，应满足被切齿轮的齿数大于最少齿数。

30用齿条型刀具切制标准齿轮时，应将齿条刀具的中线和被加工齿轮的分度圆相切并作纯滚动。

31用齿条刀具加工标准齿轮时，齿轮分度圆与齿条刀具中线相切，加工变位齿轮时，中线与分度圆不相切。被加工齿轮与齿条刀具相“啮合”时，齿轮节圆与分度圆重合。

32用标准齿条插刀加工标准齿轮时，是刀具的中线与轮坯的分度圆之间作纯滚动；加工变位齿轮时，是刀具的节线与轮坯的分度圆之间作纯滚动。

33在设计一对渐开线直齿圆柱变位齿轮传动时，既希望保证标准顶隙，又希望得到无侧隙啮合，为此，采取办法是减小齿顶高。

34对无侧隙啮合负传动的一对齿轮来说，两轮分度圆的相对位置关系是相交，而啮合角 $\alpha'$ 比零传动的 $\alpha$ 小。

35在模数、齿数、压力角相同的情况下，正变位齿轮与标准齿轮相比较，下列参数的变化是：齿厚增加；基圆半径不变齿根高减少。

36一个负变位渐开线直齿圆柱齿轮同除变位系数外的其它基本参数均相同的标准齿轮相比较，其齿顶圆及齿根圆变小了，而分度圆及基圆的大小则没有变。

37一对直齿圆柱齿轮的变位系数之和 $x_1 + x_2 > 0$ 时称为正传动， $x_1 + x_2 < 0$ 时称为负传动；一个齿轮的变位系数 $x > 0$ 称为正位齿轮， $x < 0$ 称为负变位齿轮。

## V. 计算题

1已知一对正确安装的渐开线直齿圆柱标准齿轮传动，中心距 $O_1O_2 = 100$  mm，模数 $m = 4$  mm，压力角 $\alpha = 20^\circ$ ，小齿轮主动，传动比 $i = \omega_1 / \omega_2 = 1.5$ ，试：计算齿轮1和2的齿数，分度圆，基圆，齿顶圆和齿根圆直径。

$$(1) \quad i_{12} = \frac{d_2}{d_1} = 1.5 \frac{d_1 + d_2}{2} = a$$

算出 $d_1 = 80$  mm， $d_2 = 120$  mm

$$z_1 = \frac{d_1}{m} = 20, z_2 = \frac{d_2}{m} = 30$$

$$d_{b1} = d_1 \cos 20^\circ = 75.18 \text{ mm}, d_{a1} = m(z_1 + 2h_a^*) = 88 \text{ mm}$$

$$d_{b2} = d_2 \cos 20^\circ = 112.76 \text{ mm}, d_{a2} = m(z_2 + 2h_a^*) = 128 \text{ mm}$$

$$d_{f1} = m(z_1 - 2h_a^* - 2c^*) = 70 \text{ mm}$$

$$d_{f2} = m(z_2 - 2h_a^* - 2c^*) = 110 \text{ mm}$$

2. 已知一对标准安装(无侧隙安装)的外啮合渐开线直齿圆柱标准齿轮的中心距  $a = 360 \text{ mm}$ , 传动比  $i_{12} = 3$ , 两轮模数  $m = 10 \text{ mm}$ ,  $h_a^* = 1$ ,  $c^* = 0.25$ 。试求: 两轮的齿数、分度圆直径、齿顶圆直径和齿根圆直径、齿厚和齿槽宽, 以及两轮的节圆直径和顶隙  $c$ 。

$$(1) a = r_1 + r_2 = 360 \quad i_{12} = r_2 / r_1 = 3$$

$$r_1 = 90 \text{ mm} \quad r_2 = 270 \text{ mm}$$

$$(2) r_1 = mz_1 / 2 \quad z_1 = 2r_1 / m = 18$$

$$z_2 = i_{12} \times z_1 = 3 \times 18 = 54$$

$$(3) r_{a1} = r_1 + h_a^* m = 90 + 1 \times 10 = 100 \text{ mm}$$

$$r_{a2} = r_2 + h_a^* m = 270 + 1 \times 10 = 280 \text{ mm}$$

$$(4) r_{f1} = r_1 - (h_a^* + c^*)m = 90 - (1 + 0.25) \times 10 = 77.5 \text{ mm}$$

$$r_{f2} = r_2 - (h_a^* + c^*)m = 270 - 1.25 \times 10 = 257.5 \text{ mm}$$

$$(5) s_1 = e_1 = \frac{1}{2} \pi m = \frac{1}{2} \times \pi \times 10 = 15.708 \text{ mm}$$

$$s_2 = e_2 = 15.708 \text{ mm}$$

$$(6) r_1' = r_1 = 90 \text{ mm}$$

$$r_2' = r_2 = 270 \text{ mm}$$

$$c = c^* m = 0.25 \times 10 = 2.5 \text{ mm}$$

3. 如图所示, 采用标准齿条形刀具加工一渐开线直齿圆柱标准齿轮, 已知刀具的齿形角  $\alpha = 20^\circ$ , 刀具上相邻两齿对应点的距离为  $4\pi \text{ mm}$ , 加工时范成运动的速度分别为  $v = 60 \text{ mm/s}$ ,  $\omega = 1 \text{ rad/s}$ , 方向如图所示。

试求被加工齿轮的模数  $m$ ; 压力角  $\alpha$ ; 齿数  $z$ ; 分度圆与基圆的半径  $r$ ,  $r_b$ , 以及其轴心至刀具中线的距离  $a$ 。

$$\text{模数 } m = p / \pi = 4\pi / \pi = 4 \text{ mm}$$

$$\text{压力角 } \alpha = 20^\circ$$

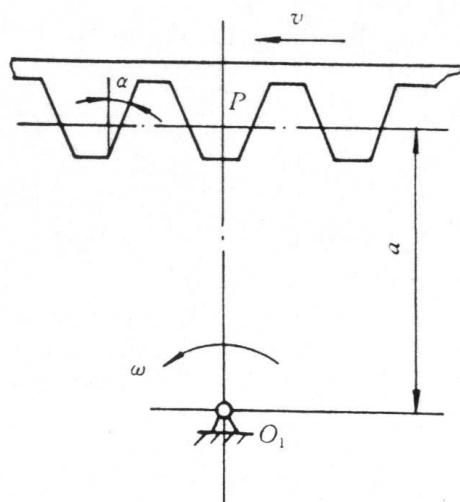
$$\text{分度圆 } r = v / \omega = 60 / 1 = 60 \text{ mm}$$

$$\text{基圆半径 } r_b = r \cos \alpha = 60 \cos 20^\circ = 56.38 \text{ mm}$$

$$\text{齿数 } z = d / m = 2r / m = 2 \times 60 / 4 = 30$$

齿轮的轴心至刀具中线的距离

$$a = r = 60 \text{ mm}$$



4. 一对直齿圆柱齿轮传动, 已知传动比  $i_{12} = 2$ , 齿轮的基本参数:  $m = 4 \text{ mm}$ ,  $\alpha = 20^\circ$ ,  $h_a^* = 1.0$ 。按标准中心距  $a = 120 \text{ mm}$  安装时, 求:

① 齿数  $Z_1$ 、 $Z_2$ ;

② 啮合角  $\alpha'$  ；

③ 节圆直径  $d_1'$ 、 $d_2'$

解:

1、因为  $a=120\text{mm}$ ,  $i_{12}=Z_2/Z_1=2$ ,  $m=4\text{mm}$

所以  $120=4(Z_1+Z_2)/2$ , 得  $Z_1=20$ ,  $Z_2=40$  (4 分)

2、因为按标准中心距安装, 所以  $\alpha'=\alpha=20^\circ$  (3 分)

3、 $d_1'=d_1=mZ_1=4*20=80\text{mm}$

$d_2'=d_2=mZ_2=4*40=160\text{mm}$  (3 分)

5、已知一对外啮合标准直齿轮传动, 其齿数  $z_1=24$ ,  $z_2=110$ , 模数  $m=3\text{mm}$ , 压力角  $\alpha=20^\circ$ , 正常齿制、试求:

1) 两齿轮的分度圆直径  $d_1$ 、 $d_2$ ;

2) 两齿轮的齿顶圆直径  $d_{a1}$ 、 $d_{a2}$ ;

3) 齿高  $h$ ;

4) 标准中心距  $a$ ;

5) 若实际中心距  $a'=204\text{mm}$ , 试求两轮的节圆直径  $d_1'$ 、 $d_2'$ 。

解: 1)  $d_1=mz_1=3\times 24=72\text{ mm}$ ,  $d_2=mz_2=3\times 110=330\text{ mm}$  ;

2)  $d_{a1}=d_1+2h_a=m(z_1+2h_a^*)=3(24+2)=78\text{ mm}$

$d_{a2}=d_2+2h_a=m(z_2+2h_a^*)=3(110+2)=336\text{ mm}$

3)  $h=h_a+h_f=m(2h_a^*+c^*)=3(2+0.25)=6.75\text{ mm}$

4)  $a=\frac{m}{2}(z_1+z_2)=\frac{3}{2}(24+110)=201\text{ mm}$

5)  $a\cos\alpha=a'\cos\alpha'$ ,  $\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha'}=\frac{a'}{a}=\frac{204}{201}=1.015$

$d_1'=\frac{d_{b1}}{\cos\alpha'}=\frac{d_1\cos\alpha}{\cos\alpha'}=72\times 1.015=73.08\text{ mm}$

$d_2'=\frac{d_{b2}}{\cos\alpha'}=\frac{d_2\cos\alpha}{\cos\alpha'}=110\times 1.015=111.65\text{ mm}$

## 第11章 齿轮系及其设计

### I. 填空题

1平面定轴轮系传动比的大小等于  $i_{lk}=(-1)^m \frac{A}{B}$

$A$ 为各从动轮齿数的乘积;  $B$ 为各主动轮齿数的乘积; 从动轮的回转方向可用 注明正负号 方法来确定。

2所谓定轴轮系是指 各齿轮的轴线相对机架都是固定的, 而周转轮系是指 至少一个齿轮的几何轴线相对机架不是固定的。

3在周转轮系中, 轴线固定的齿轮称为 中心轮; 兼有自转和公转的齿轮称为 行星轮; 而这种齿轮的动轴线所在的构件称为 行星架(系杆、转臂)。

4、按照轮系运转时轴线位置是否固定, 将轮系分为定轴轮系、复合轮系 和周转轮系三大类。

5、按照自由度的数目周转轮系又分为 差动轮系 和 行星轮系。

#### IV. 计算题

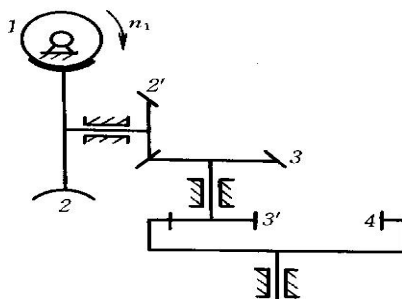
1在图示轮系中, 已知: 蜗杆为单头且右旋, 转速 $n_1 = 1440 \text{ r/min}$ , 转动方向如图示, 其余各轮齿数为:  $z_2 = 40$ ,  $z_{2'} = 20$ ,  $z_3 = 30$ ,  $z_{3'} = 18$ ,  $z_4 = 54$ , 试:

(1) 说明轮系属于何种类型; (2) 计算齿轮4的转速 $n_4$ ; (3) 在图中标出齿轮4的转动方向。

(1) 定轴轮系

$$(2) \quad n_4 = \frac{z_1 \cdot z_{2'} \cdot z_{3'} \cdot n_1}{z_2 \cdot z_3 \cdot z_4} = \frac{1 \times 20 \times 18}{40 \times 30 \times 54} \times 1440 = 8 \text{ r/min}$$

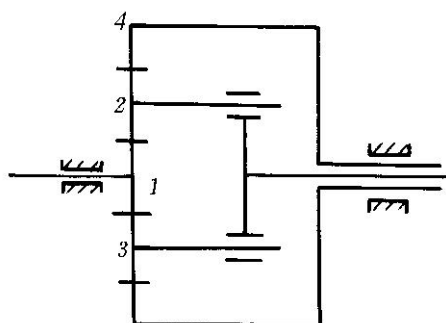
(3)  $n_4$ 方向 $\leftarrow$ 。



2在图示轮系中, 所有齿轮均为标准齿轮, 又知齿数 $z_1 = 30$ ,  $z_4 = 68$ 。试问:

(1)  $z_2 = ?$ ,  $z_3 = ?$  (2) 该轮系属于何种轮系?

$$(1) \quad z_4 = z_1 + 2z_2$$



$$z_2 = z_3 = (z_4 - z_1) / 2 = (68 - 30) / 2 = 19$$

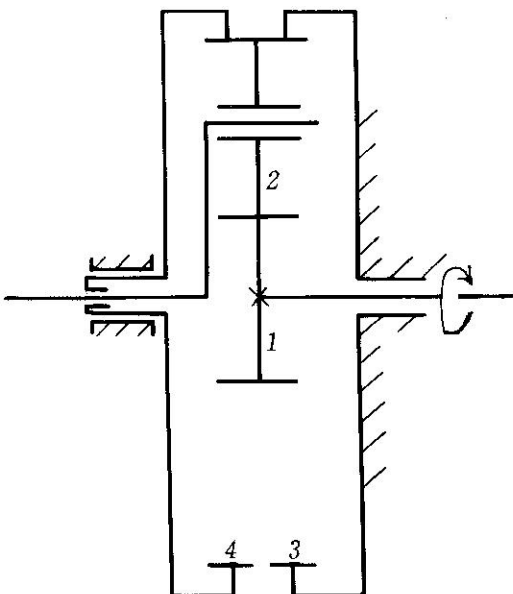
(2) 属于差

动轮系。

#### VI. 计算题

7在图示轮系中, 轮3和轮4同时和轮2啮合, 已知 $z_1 = z_2 = 20$ ,  $z_3 = 60$ ,  $z_4 = 58$ , 求传动比 $i_{14}$ 。

这是一个复合周转轮系, 其中1、2、3、H和4、2、3、H分别组成一个独立的基本行星轮系。



(1) 对于1、2、3、H组成的行星轮系

$$i_{1H} = 1 - i_{13}^H = 1 - \left(-\frac{z_3}{z_1}\right) = 1 + \frac{z_3}{z_1} \quad (1)$$

(2) 对于4、2、3、H组成的行星轮系

$$i_{4H} = 1 - i_{43}^H = 1 - \frac{z_3}{z_4} \quad (2)$$

(3) 由式①、②得

$$i_{14} = \frac{i_{1H}}{i_{4H}} = \frac{1 + \frac{z_3}{z_1}}{1 - \frac{z_3}{z_4}} = \frac{1 + \frac{60}{20}}{1 - \frac{60}{58}} = -116$$

12图示为里程表中的齿轮传动, 已知各轮的齿数为 $z_1 = 17$ ,  $z_2 = 68$ ,  $z_3 = 23$ ,

$z_4 = 19$ ,  $z_{4'} = 20$ ,  $z_5 = 24$ 。试求传动比 $i_{15}$ 。

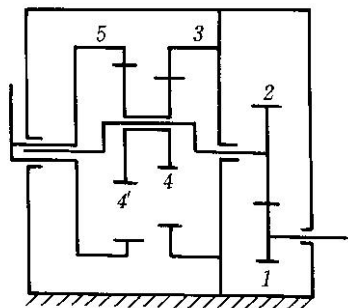
(1) 齿轮 $z_1$ 、 $z_2$ 为定轴轮系。

$$i_{12} = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{68}{17} = -4$$

(2) 齿轮 $z_3$ 、 $z_4$ 、 $z_4'$ 、 $z_5$ 、 $H$ 组成行星轮系。

$$\begin{aligned} i_{5H} &= 1 - i_{53}^H = 1 - \frac{z_4 z_3}{z_5 z_4} = 1 - \frac{20 \times 23}{24 \times 19} \\ &= -\frac{1}{114} \end{aligned}$$

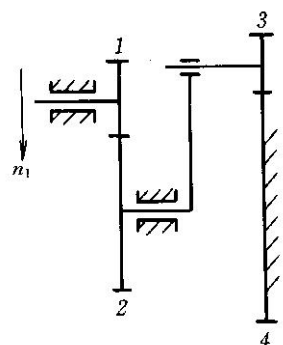
$$(3) i_{15} = i_{12} \cdot i_{H5} = (-4) \times (-114) = 456$$



15 已知图示轮系中各轮的齿数 $z_1 = 20$ ， $z_2 = 40$ ， $z_3 = 15$ ， $z_4 = 60$ ，轮 $I$ 的转速为 $n_1 = 120 \text{ r/min}$ ，转向如图。试求轮 $3$ 的转速 $n_3$ 的大小和转向。

$I$ 、 $2$ 为定轴轮系； $3$ 、 $4$ 、 $2$ 为周转轮系；

(设 $n_1 \downarrow$ 为“+”。)



$$(1) i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{40}{20} = -2$$

$$n_2 = -\frac{1}{2} \times 120 = -60 \text{ r/min}$$

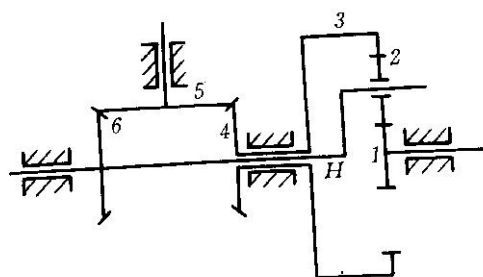
$$(2) i_{34}^2 = \frac{n_3 - n_2}{n_4 - n_2} = -\frac{z_4}{z_3} = -\frac{60}{15} = -4$$

$$\frac{n_3 + 60}{60} = -4$$

$$(3) n_3 = -300 \text{ r/min}$$

方向 $\uparrow$ 。

17 在图示轮系中，已知各轮齿数为 $z_1 = 22$ ， $z_3 = 88$ ， $z_4 = z_6$ 。试求传动比 $i_{16}$ 。

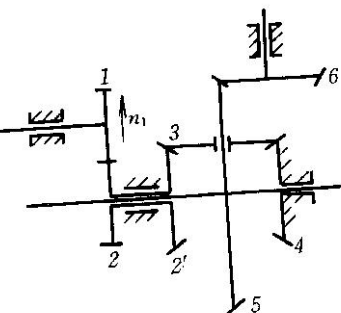


$$(1) i_{13}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = -\frac{z_3}{z_1} = -\frac{88}{22} = -4$$

$$(2) i_{46} = \frac{n_4}{n_6} = \frac{n_3}{n_H} = -\frac{z_6}{z_4} = -1$$

$$(3) n_3 = -n_H \text{ 代入 (1) 得 } i_{16} = i_{1H} = 9。$$

18 在图示轮系中，已知各轮齿数为 $z_1 = 15$ ， $z_2 = 30$ ， $z_2' = z_4 = 30$ ， $z_5 = 40$ ， $z_6 = 20$ 。 $n_1 = 1440 \text{ r/min}$ （其转向如图中箭头所示），试求轮 $6$ 的转速 $n_6$ 的大小及方向（方向用箭头标在图上）。



$$(1) i_{12} = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{30}{15} = -2$$

$$(2) i_{2'4}^5 = \frac{n_{2'} - n_5}{n_4 - n_5} = -\frac{z_3 z_4}{z_2' z_3} = -\frac{30}{30} = -1$$

$$i_{2'5} = 2$$

$n_5$ 和 $n_{2'}$ 同向 $\downarrow$ 。

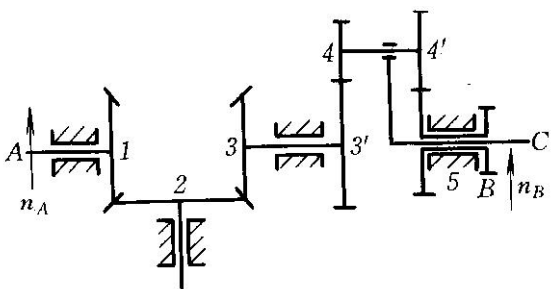
$$i_{56} = \frac{z_6}{z_5} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

$$(3) \quad i_{16} = |i_{12}| \cdot |i_{25}| \cdot |i_{56}| = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 2$$

$$n_6 = \frac{n_1}{i_{16}} = \frac{1440}{2} = 720 \text{ r/min}$$

方向 $\rightarrow$ 。

19在图示轮系中，各轮齿数为 $z_1, z_2, z_3, z_{3'}, z_4, z_{4'}, z_5$ ， $A$ 和轴 $B$ 的为转速 $n_A$ 和 $n_B$ ，且它们的转向相同。试求轴 $C$ 的转速 $n_C$ 的大小。

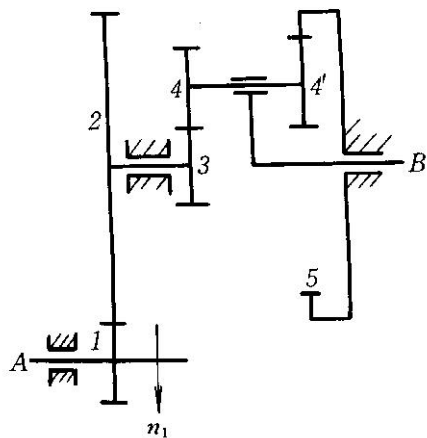


$$(1) \quad i_{13} = \frac{n_1}{n_3} = -\frac{z_3}{z_1}$$

$$(2) \quad i_{3'5}^H = \frac{n_{3'} - n_H}{n_5 - n_H} = -\frac{z_4 \cdot z_5}{z_{3'} \cdot z_{4'}}$$

$$(3) \quad n_C = \frac{-\left(\frac{z_1}{z_3}\right)z_3 z_{4'} n_1 + z_4 z_5 n_B}{z_4 z_5 + z_{3'} z_{4'}}$$

22图示轮系中，已知 $z_1 = z_3 = z_4 = z_{4'} = 20$ ， $z_2 = 80$ ， $z_5 = 60$ 。若 $n_A = 1000 \text{ r/min}$ ，求 $n_B$ 的大小及方向。



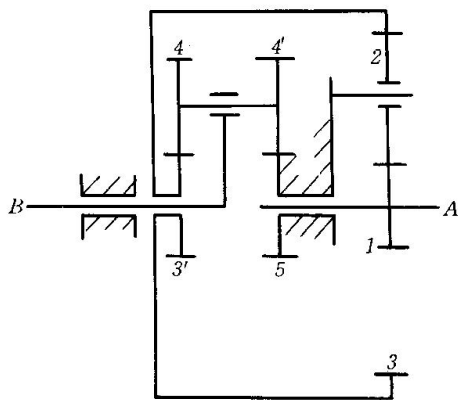
$$(1) \quad n_2 = -\frac{z_1}{z_2} n_1 = -\frac{20}{80} \times 1000 = -250 \text{ r/min} \quad \uparrow n_2 = n_3$$

$$(2) \quad i_{35}^H = \frac{n_3 - n_H}{0 - n_H} = 1 - \frac{n_3}{n_H} = -\frac{z_4 z_5}{z_{3'} z_{4'}} = -\frac{20 \times 60}{20 \times 20} = -3$$

$$(3) \quad \frac{n_3}{n_H} = 4 \quad n_B = n_H = \frac{1}{4} n_3 = \frac{1}{4} \times (-250) = -62.5 \text{ r/min}$$

$n \uparrow$

23图示轮系中，已知各轮齿数，试求轮系的传动比 $i_{AB}$ 。（写成齿数比的形式）



(1)  $B$ 为系杆

$$i_{3'5}^H = \frac{n_3 - n_H}{n_5 - n_H} = \frac{z_4 z_5}{z_3 z_4'}$$

$$\frac{n_3}{n_H} = 1 - \frac{z_4 z_5}{z_3 z_4'}$$

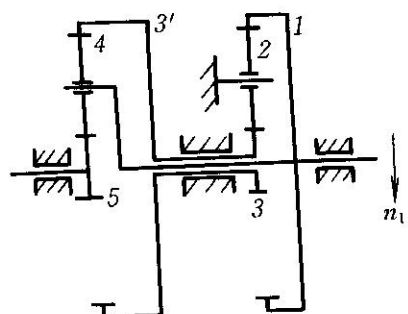
$$i_{13} = \frac{n_1}{n_3} = -\frac{z_3}{z_1}$$

(2)

$$i_{AB} = i_{1H} = i_{13} i_{3H} = \frac{z_3}{z_1} \left( \frac{z_4 z_5}{z_3 z_4'} - 1 \right)$$

(3)

24在图示轮系中, 已知各轮的齿数 $z_1 = z_{3'} = 80$ ,  $z_3 = z_5 = 20$ , 及齿轮1的转速 $n_1 = 70 \text{ r/min}$ , 方向如图示。试求齿轮5的转速 $n_5$ 的大小及方向。



(1) 1、2、3为定轴轮系。

3'、4、5、H为差动轮系。

$$i_{13} = \frac{n_1}{n_3} = -\frac{z_3}{z_1}$$

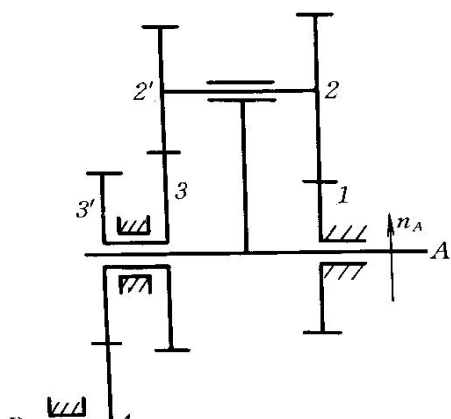
$$(2) \quad \frac{70}{n_3} = -\frac{20}{80} = -\frac{1}{4} \quad n_3 = -280 \text{ r/min} \uparrow$$

$$(3) \quad i_{3'5}^H = \frac{n_{3'} - n_H}{n_5 - n_H} = -\frac{z_5}{z_{3'}}$$

$$\frac{-280 - 70}{n_5 - 70} = -\frac{20}{80}$$

$$(4) n_5 = 1470 \text{ r/min} \downarrow$$

25图示轮系中, 已知 $z_1 = 24$ ,  $z_2 = 26$ ,  $z_{2'} = 20$ ,  $z_3 = 30$ ,  $z_{3'} = 26$ ,  $z_4 = 28$ 。若 $n_A = 1000 \text{ r/min}$ , 求 $n_B$ 的大小及方向。



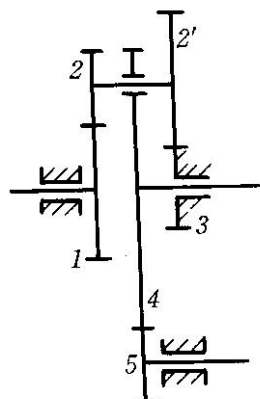
$$(1) \quad i_{31}^H = \frac{n_3 - n_H}{n_1 - n_H} = 1 - \frac{n_3}{n_H} = \frac{z_2 z_1}{z_3 z_2} = \frac{20 \times 24}{30 \times 26} = \frac{8}{13}$$

$$n_H = n_A = 1000 \quad n_3 = \frac{5000}{13}$$

$$(2) \quad i_{43'} = \frac{n_4}{n_{3'}} = -\frac{z_{3'}}{z_4}$$

$$(3) \quad n_B = n_4 = -\frac{z_{3'}}{z_4} n_3 = -\frac{26}{28} \times \frac{5000}{13} = -357.14 \text{ r/min} \downarrow$$

28在图示轮系中, 已知各轮的齿数为 $z_1 = z_{2'} = 40$ ,  $z_2 = z_3 = z_5 = 20$ ,  $z_4 = 80$ , 试判断该轮系属何种类型, 并计算传动比 $i_{15}$ 。



(1) 行星轮系: 2、2'、1、3、4(H)

定轴轮系: 4、5

$$(2) \quad i_{13}^4 = \frac{\omega_1 - \omega_4}{\omega_3 - \omega_4} = \frac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}} = \frac{20 \times 20}{40 \times 40} = \frac{1}{4}$$



$$\omega_3 = 0 \quad \omega_1 - \omega_4 = -\frac{\omega_4}{4} \quad \omega_1 = \frac{3}{4} \omega_4$$

$$(3) \quad i_{45} = \frac{\omega_4}{\omega_5} = -\frac{z_5}{z_4} = -\frac{20}{80} = -\frac{1}{4} \omega_4 = -\frac{\omega_5}{4}$$

$$\omega_1 = \frac{3}{4} \times \left(-\frac{\omega_5}{4}\right) = -\frac{3}{16} \omega_5$$

$$(4) \quad i_{15} = \frac{\omega_1}{\omega_5} = -\frac{3}{16}$$