

高等数学第九单元测试卷

班级_____姓名_____

一、填空题

1、二元函数 $z = \frac{1}{\sqrt{x+y}} + \frac{1}{\sqrt{x-y}}$ 的定义域是_____.

2、二元函数 $z = \sqrt{x+\sqrt{y}}$ 的定义域是_____.

3、二元函数的极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} \frac{\sin(xy)}{x} =$ _____.

4、二元函数的极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 1}} \frac{1+xy}{x^2+y^2} =$ _____.

5、已知 $f(x,y) = \frac{xy}{x^2+y^2}$ ，则 $f(tx,ty) =$ _____.

6、已知 $f(x,y,z) = x^y + y^z + z^x$ ，则 $f(xy, x+y, x-y) =$ _____.

7、已知 $f(x,y) = x^y$ ，则 $\frac{\partial f}{\partial x}$ _____

8、已知 $f(x,y) = x^y$ ，则 $\frac{\partial f}{\partial y}$ _____

9、已知 $z = f(x,y) = \frac{y}{x}$ ，则 $dz =$ _____

10、已知 $z = f(x,y) = \sin(xy)$ ，则 $dz|_{(\pi,1)} =$ _____

11、已知 $z = f(x,y) = x^2 + y^2$ ，则 $f(x,y)$ 在 $(1,1)$ 处当 $\Delta x = 0.1, \Delta y = 0.2$ 时，

$dz =$ _____

12、设 $u = xy + \frac{y}{x}$ ，则 $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} =$ _____

13、设 $u = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ ，则 $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} =$ _____

14、设 $z = u^2 + v^2$ ，而 $u = x + y$ ， $v = x - y$ 。则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____，

$\frac{\partial z}{\partial y} =$ _____

15、设 $z = uv$ ，而 $u = x + y$ ， $v = x - y$ 。则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____，

$\frac{\partial z}{\partial y} =$ _____

- 16、设 $\sin x + \sin y = xy$ ，则 $\frac{dy}{dx} =$ _____
- 17、设 $\arctan(x+y) - y = \frac{1}{x+y}$ ，则 $\frac{dx}{dy} =$ _____
- 18、设 $x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$ ，则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$ _____
- 19、设曲线 $\Gamma: x = \cos t, y = \sin t, z = 2t$ ，曲线在 $t = \pi$ 处的切线为 _____，曲线在 $t = \pi$ 处的法平面为 _____。
- 20、设曲面 $z = xy$ ，则曲线在 $(1, 2, 2)$ 处的切平面 _____，
曲线在 $(1, 2, 2)$ 处的法线 _____
- 21、函数 $z = 3x^2 + 4y^2$ 在点 $(0, 0)$ 处有极 _____ 值
- 22、函数 $z = -\sqrt{x^2 + y^2}$ 在点 $(0, 0)$ 处有极 _____ 值
- 23、 $f(x, y)$ 在点 (x, y) 可微分是 $f(x, y)$ 在该点连续的 _____ 条件， $f(x, y)$ 在点 (x, y) 连续是 $f(x, y)$ 在该点可微分的 _____ 条件。（充分、必要、充要）
- 24、 $z = f(x, y)$ 在点 (x, y) 的偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 存在是 $f(x, y)$ 在该点可微分的 _____ 条件。 $z = f(x, y)$ 在点 (x, y) 可微分是函数在该点的偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 存在的 _____ 条件。（充分、必要、充要）
- 25、 $z = f(x, y)$ 的偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 在点 (x, y) 存在且连续是 $f(x, y)$ 在该点可微分的 _____ 条件。（充分、必要、充要）
- 26、函数 $z = f(x, y)$ 的两个二阶混合偏导数 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 及 $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ 在区域 D 内连续是这两个二阶混合偏导数在区域 D 内相等的 _____ 条件。（充分、必要、充要）

二、选择题

- 1、有且仅有一个间断点的函数（ ）
- (A) $\frac{y}{x}$; (B) $e^{-x} \ln(x^2 + y^2)$; (C) $\frac{x}{x+y}$; (D) $\arctan(xy)$.
- 2、下列极限存在的是（ ）
- (A) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x}{x+y}$; (B) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1}{x+y}$; (C) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2}{x+y}$; (D) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} x \sin \frac{1}{x+y}$.
- 3、函数 $z = f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处具有偏导数是它在该点存在全微分的（ ）

- (A) 必要而非充分条件；(B) 充分而非必要条件；
(C) 充分必要条件；(D) 既非充分又非必要条件.

4、设 $z = y^x$ ，则 $\left(\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}\right)_{(2,1)} = (\quad)$

- (A) 2；(B) $1 + \ln 2$ ；(C) 0；(D) 1.

5、已知 $\frac{\partial f}{\partial x} > 0$ ，则 (\quad)

- (A) $f(x, y)$ 关于 x 为单调递增；(B) $f(x, y) > 0$ ；

(C) $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} > 0$ ；(D) $f(x, y) = x(y^2 + 1)$.

6、在点 P 处，函数 f 可微的充分条件是 (\quad)

- (A) f 的全部二阶偏导数均连续；(B) f 连续；

- (C) f 的全部一阶偏导数均连续；(D) f 连续且一阶偏导数均存在.

7、肯定不能成为某二元函数 $f(x, y)$ 全微分的是 (\quad)

- (A) $ydx + xdy$ ；(B) $ydx - xdy$ ；(C) $x dx + y dy$ ；(D) $x dx - y dy$.

8、使得 $df = \Delta f$ 的函数 f 是 (\quad)

- (A) $ax + by + c$ ；(B) $\sin xy$ ；(C) $e^x + e^y$ ；(D) $x^2 + y^2$.

9、设函数 $u = \varphi(x + y)$ ，写法错误的是 (\quad)

- (A) $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$ ；(B) $\frac{\partial(\varphi(x + y))}{\partial x}$ ；(C) $\varphi'(x + y)$ ；(D) $\frac{\partial u}{\partial x}$.

10、设函数 $z = f(x, y, z)$ ，则 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 为 (\quad)

- (A) $\frac{\partial f}{\partial x}$ ；(B) $\frac{\frac{\partial f}{\partial y}}{\frac{\partial f}{\partial x}}$ ；(C) $\frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{1 - \frac{\partial f}{\partial z}}$ ；(D) $\frac{\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial x}}{1 - \frac{\partial f}{\partial z}}$.

11、曲面 $z = F(x, y, z)$ 的一个法向量为 (\quad)

- (A) $\{F_x, F_y, F_z - 1\}$ ；(B) $\{F_x - 1, F_y - 1, F_z - 1\}$ ；(C) $\{F_x, F_y, F_z\}$ ；(D) $\{-F_x, -F_y, -1\}$.

12、设函数 $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ ，则错误的命题是 (\quad)

- (A) $(0, 0)$ 是驻点；(B) $(0, 0)$ 是极值点；(C) $(0, 0)$ 是最小值点；(D) $(0, 0)$ 是极小值点.

13、设函数 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 的某个邻域内有定义，且 $f_x(0,0)=3$ ， $f_y(0,0)=-1$ ，则有 ()

(A) $dz|_{(0,0)} = 3dx - dy$;

(B) 曲面 $z = f(x,y)$ 在点 $(0,0,f(0,0))$ 的一个法向量为 $(3,-1,1)$;

(C) 曲线 $\begin{cases} z = f(x,y) \\ y = 0 \end{cases}$ 在点 $(0,0,f(0,0))$ 的一个切向量为 $(1,0,3)$;

(D) 曲线 $\begin{cases} z = f(x,y) \\ y = 0 \end{cases}$ 在点 $(0,0,f(0,0))$ 的一个切向量为 $(3,0,1)$.

三、计算解答

1、求极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{\sqrt{xy+1}-1}$.

2、求极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)}{\sin(x^2 + y^2)}$.

3、求一阶偏导 $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$.

4、求一阶偏导 $z = \tan \frac{x}{y} + \ln 2$.

5、求全部二阶偏导 $z = \sin^2(ax + by)$.

6、 $f(x,y)=\arctan\frac{x+y}{1-xy}$, 求 $f'_x(0,0)$.

7、 计算全微分 $z=\sec(xy)+\sqrt{x}$.

8、 计算函数 $z=\ln\sqrt{1+x^2+y^2}$ 在点 $(1,1)$ 处的微分 dz .

9、 求函数 $z=\frac{y}{x}$ 当 $x=2, y=1, \Delta x=0.1, \Delta y=0.2$ 时, $\Delta z, dz$.

10、 $z=u^v$, 而 $u=x^2+y^2$, $v=xy$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

11、 $u=f(x, x^2, e^{-x})$, 求 $\frac{du}{dx}$.

12、 $x^2+2y^2+3z^2+xy-z-9=0$, 在 $x=1, y=-2, z=1$ 处的 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

13、求由方程组确定的隐函数的偏导 $\begin{cases} x = u + v \\ y = u^2 + v^2 \end{cases}$, 求 $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}$.

14、求曲线 $\Gamma: \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 1 \end{cases}$ 在点 $M_0\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$ 处的切线和法平面.

15、求曲线 $x = t, y = t^2, z = t^3$ 上的点, 使该点的切线平行于平面: $x + 2y + z = 4$.

16. 求旋转椭球面 $3x^2 + y^2 + z^2 = 16$ 上点 $(-1, -2, 3)$ 处的切平面与 xOy 面的夹角的余弦.