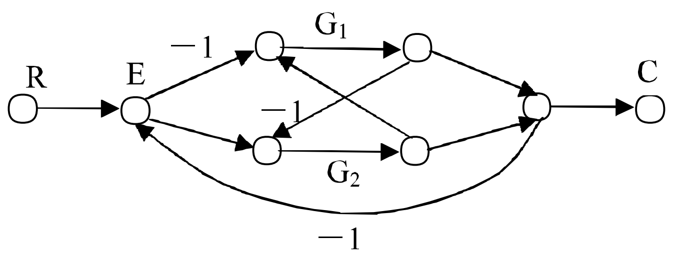
自动控制原理答案十

一、已知系统信号流图，用梅逊增益公式求传递函数 C(s)/R(s)。



解：R 对 C 作用时，由信号流程图，有四条前向通路，五个回路：

$$\Delta = 1 - G_1 + G_2 + G_1G_2 + G_2G_1 + G_1G_2 = 1 - G_1 + G_2 + 3G_1G_2$$

$P_1 = -G_1$，　　$\Delta_1 = 1$；　　$P_2 = G_2$，　　$\Delta_2 = 1$；

$P_3 = (-G_1)(-G_2)$，　　$\Delta_3 = 1$；　　$P_4 = G_2G_1$，　　$\Delta_4 = 1$；

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{-G_1 + G_2 + 2G_1G_2}{1 - G_1 + G_2 + 3G_1G_2}$$

二、系统特征方程为：$s^5+3s^4+12s^3+20s^2+35s+25=0$，试求系统在 S 右半平面的根数及虚根值：

解：由系统特征方程列劳斯表如下：

	s^5	1	12	35
	s^4	3	20	25
	s^3	$\frac{36-20}{3}=16/3$	$\frac{105-25}{3}=80/3$	0
	s^2	$\frac{320/3-240/3}{16/3}=5$	25	
（原）	s^1	$\frac{5\times 80/3-16/3\times 25}{5}=0$	0	出现了全零行，要构造辅助方程。

由全零行的上一行构造辅助方程为：$5s^2+25=0$

辅助方程求导得：$10s=0$

故原全零行替代为：

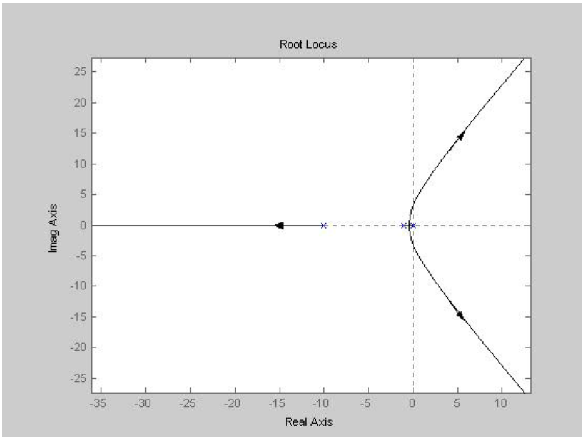
（新）	s^1	10	0
	s^0	25	

表中第一列元素没有变号，故右半 S 平面没有闭环极点，系统稳定。

对辅助方程 $5s^2+25=0$ 求解得：$s_{1,2}=\pm j\sqrt{5}$

即：系统有两个虚根。

三、单位反馈控制系统开环传递函数为：$G(s)=\dfrac{K^*}{s(s+1)(s+10)}$，试概略绘出相应的闭环根轨迹图（要求确定分离点坐标 d、与虚轴交点），并求产生纯虚根的开环增益。



解：（1）解：

① 渐近线：

$$\sigma_\alpha=-\frac{11}{3}$$

$$\varphi=\pm\frac{\pi}{3}，\ \pi$$

② 分离点：

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{d+1}+\frac{1}{d+10}=0$$

解得：

$$d_1=-0.487 \quad d_2=-0.685 \quad （舍去 d_2）$$

③ 与虚轴交点：

$$D(s)=s(s+1)(s+10)+K^*=s^3+11s^2+10s+K^*=0$$

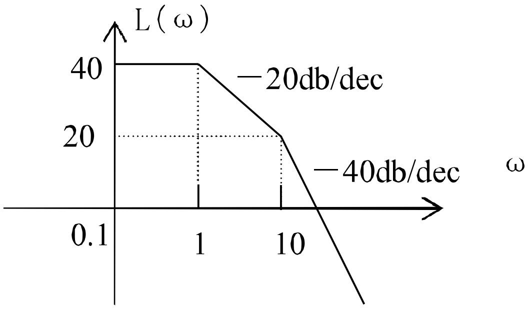
令：$s=j\omega$，得：

$$\begin{cases}\mathrm{Im}[D(s)]=-\omega^3+10\omega=0\\ \mathrm{Re}[D(s)]=-11\omega^2+K^*=0\end{cases} \quad 得出：\begin{cases}\omega=\sqrt{10}\\ K^*=110\end{cases}$$

故：产生纯虚根的开环增益为：

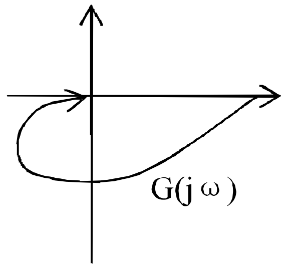
$$K=\frac{K^*}{10}=11$$

四、 已知最小相位系统的对数幅频渐近特性曲线如图所示，试确定系统的开环传递函数，并用奈氏判据判断其闭环稳定性。



解：依图可写出：

$$G（s）=\frac{K}{(\frac{s}{\omega_1}+1)(\frac{s}{\omega_2}+1)}$$



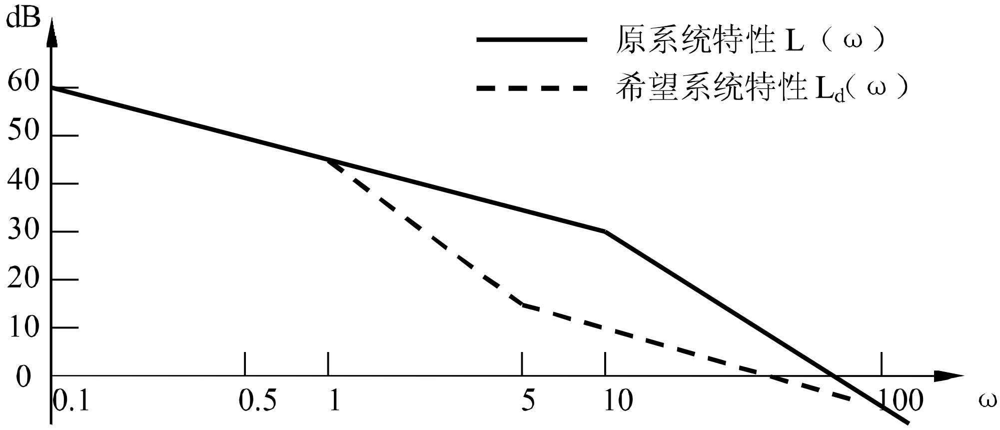
其中参数：

∵　20lgK=L(ω)=40db　　　∴　K=100

$$则：G（s）=\frac{100}{(\frac{1}{\omega_1}s+1)(\frac{1}{\omega_2}s+1)}=\frac{100}{(s+1)(0.1s+1)}$$

作出幅相曲线如图，由图可知，P=0， N=0, Z=P－2N=0, 系统闭环稳定。

五、已知一系统串联校正前后对数频率特性如图，求校正环节的传递函数。



解：

$$G（s）=\frac{(s/5+1)(s/10+1)}{(s+1)(s/100+1)}$$

六、设有单位反馈误差采样的离散系统，连续部分传递函数为：$G(s)=\frac{1}{s^2(s+5)}$

输入 $r(t)=1(t)$, 采样周期 $T=1(s)$。试求：输出 z 变换 C（z）及采样瞬时的输出响应 $c^*(t)$；

解：（1）$G(z)=Z\left[\frac{1}{s^2(s+5)}\right]=\frac{1}{5}\left[\frac{z}{(z-1)^2}-\frac{z(1-e^{-5})}{5(z-1)(z-e^{-5})}\right]$

$$=\frac{[(4+e^{-5})z+1-6e^{-5})z}{25(z-1)^2(z-e^{-5})}$$

$$\therefore \quad \phi(z)=\frac{G(z)}{1+G(z)}=\frac{\left(4+e^{-5}\right)z^{2}+\left(1-6z^{-5}\right)z}{25(z-1)^{2}\left(z-e^{-5}\right)+\left(4+e^{-5}\right)z^{2}+\left(1-6z^{-5}\right)z}$$

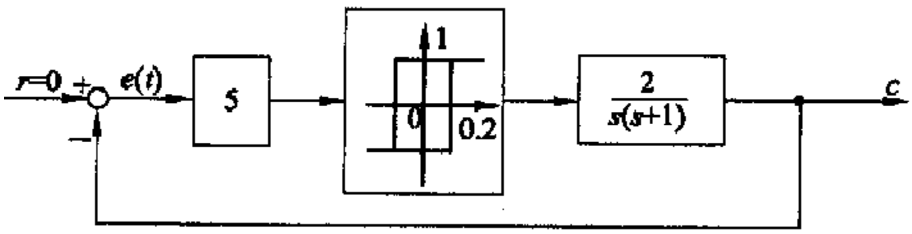
$$=\frac{3.9933z^{2}+0.9596z}{25z^{3}-46.1747z^{2}+26.2966z-0.1684}$$

$$C(z)=\phi(z)R(z)=\phi(z)\frac{z}{z-1}=\frac{(0.1597z+0.03838)z^{2}}{z^{4}-2.847z^{3}+2.899z^{2}-1.0586z+0.006736}$$

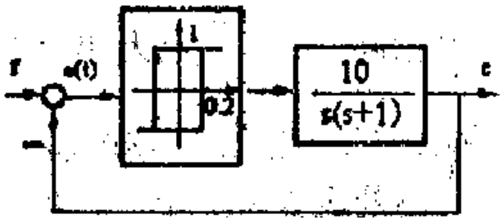
$$=0.1597z^{-1}+0.4585z^{-2}+0.842z^{-3}+1.235z^{-4}+\cdots$$

故：（2）：$c^{*}(t)=0.1597\delta(t-T)+0.4585\delta(t-2T)+0.842\delta(t-3T)+1.235\delta(t-4T)+\cdots$

七、 非线性系统如图所示，试用描述函数法分析周期运动的稳定性，并确定系统输出信号振荡的振幅和频率。



解：将系统结构图等效变换为图所示：



$$G(j\omega)=\frac{10}{j\omega(j\omega+1)}=\frac{-10}{\omega^{2}+1}-j\frac{10}{\omega(\omega^{2}+1)}$$

$$N(A)=\frac{4}{\pi A}\sqrt{1-\left(\frac{0.2}{A}\right)^{2}}-j\frac{4\times 0.2}{\pi A^{2}}$$

$$=\frac{4}{\pi A}\left[\sqrt{1-\left(\frac{0.2}{A}\right)^{2}}-j\frac{0.2}{A}\right]$$

$$\frac{-1}{N(A)}=\frac{-\pi A}{4}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{0.2}{A}\right)^{2}}-j\frac{0.2}{A}}$$

$$=\frac{-\pi A}{4}\frac{\sqrt{1-\left(\frac{0.2}{A}\right)^{2}}-j\frac{0.2}{A}}{1-\left(\frac{0.2}{A}\right)^{2}+\left(\frac{0.2}{A}\right)^{2}}=\frac{-\pi A}{4}\sqrt{1-\left(\frac{0.2}{A}\right)^{2}}-j\frac{0.2\pi}{4}$$

令 G(jω)与 $\frac{-1}{N(A)}$ 的实部、虚部分别相等得：

$$\frac{10}{\omega^{2}+1}=\frac{\pi A}{4}\sqrt{1-\left(\frac{0.2}{A}\right)^{2}} \qquad ①$$

$$\frac{10}{\omega(\omega^{2}+1)}=\frac{0.2\pi}{4}=0.157 \qquad ②$$

①②两式联立求解得：ω =3.91，A=0.161