# 自动控制原理答案九

一、

**解** (1) $$\Phi_e(s)=\frac{1-\dfrac{K_2s+1}{s}G_1(s)}{1+\dfrac{K_1(K_2s+1)}{s(s+1)}}=\frac{(s+1)[s-(K_2s+1)G_1(s)]}{s^2+(K_1K_2+1)s+K_1}$$

………………………………………………… 5 分

令

$$D(s)=s^2+(K_1K_2+1)s+K_1=(s+5+j5)(s+5-j5)=s^2+10s+50$$

比较系数得

$$K_1=50\qquad K_2=9/50$$

……………………………………………….. 5 分

(2) 依题意令 $\Phi_e(s)=0$，得

$$G_1(s)=\frac{s}{K_2s+1}$$ ……………………………….. 5 分

(3) $$\Phi_m(s)=\frac{-(K_2s+1)+\dfrac{(K_2s+1)}{s}G_2(s)}{1+\dfrac{K_1(K_2s+1)}{s(s+1)}}=\frac{(s+1)(K_2s+1)[-s+G_2(s)]}{s^2+(K_1K_2+1)s+K_1}$$

令 $\Phi_m(s)=0$，得

$$G_2(s)=s$$

………………………………………………… 5 分

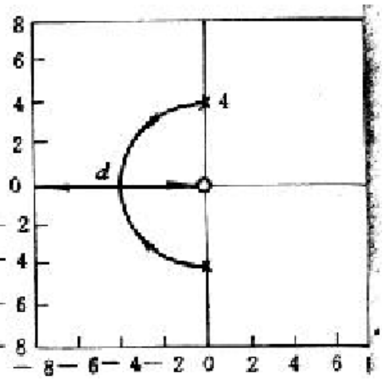
二、 解 闭环特征多项式

$$D(s)=s^2+as+16$$

构造等效开环传递函数

$$G^*(s)=\frac{as}{s^2+16}$$ ………………………………3 分

画出根轨迹如图 (画根轨迹步骤省略,可根据情况从下面 10 分当中酌情给分,但不超过 5 分)




………………………………………………… 10 分

(2) 点$(-\sqrt{3},j)$到原点的距离为$\sqrt{3+1}=2\neq 4$，故不在根轨迹上。

………………………………………………… 3 分

(3) $D(s) = s^2 + as + 16 = s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2$

$$\begin{cases} \omega_n = \sqrt{16} = 4 \\ \xi = \dfrac{a}{2\omega_n} \end{cases}$$

令 $\xi = 0.5$，得

$$a = \omega_n = 4$$

……………………………………………………4 分

三、

解 $G(s) = \dfrac{K^*(s+\omega_2)}{s(s+\omega_1)(s+\omega_3)(s+\omega_4)} = \dfrac{\dfrac{\omega_c^2\omega_2}{\omega_1\omega_3}(\dfrac{s}{\omega_2}+1)}{s(\dfrac{s}{\omega_1}+1)(\dfrac{s}{\omega_3}+1)(\dfrac{s}{\omega_4}+1)}$

由 $K = \dfrac{\omega_c^2\omega_2}{\omega_1\omega_3}$ 可以得到，开环幅频特性曲线初始段斜率为 $-20$dB/dec，与横轴交于

$$\omega_{k_1} = \frac{\omega_c^2\omega_2}{\omega_1\omega_3}$$

……………………………………………………3 分

经 $\omega_1$ 点幅频特性曲线斜率变为 $-40$dB/dec，其延长线和横轴交点为

$$\omega_{k_2} = \sqrt{\omega_{k_1}\omega_1} = \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_3}}\omega_c$$

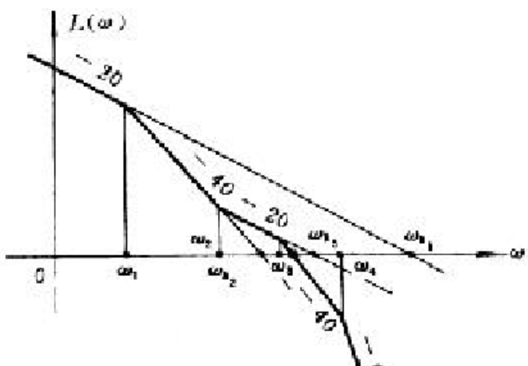
由 $\omega_2 < \omega_3$ 可得 $\omega_{k_2} < \omega_c$，因此 $\omega_2$ 在 $\omega_c$ 左侧。在 $\omega_2$ 点，对数幅频特性曲线斜率变为 $-20$dB/dec，和横轴交点为 $\omega_{k_3} = \omega_c^2/\omega_3$，由于 $\omega_3 < \omega_{k_3}$ 所以 $\omega_3 < \omega_c$

……………………………………………………3 分

在 $\omega = \omega_3$ 处，对数幅频特性曲线斜率变为 $-40$ dB/dec，和横轴交点为 $\omega = \omega_c$。由

$$|G(j\omega_c)| = \frac{K^* \cdot \dfrac{\omega_c}{\omega_2}}{\omega_c \cdot \dfrac{\omega_c}{\omega_1} \cdot \dfrac{\omega_c}{\omega_3}} = 1$$

可知，$\omega_4 > \omega_c$，故可做出对数幅频特性曲线 ……………………………………………………3 分




……………………………………………………6 分

四、 解 对于未校正系统

$$L(\omega)=\begin{cases}20\lg\dfrac{40}{\omega} & \omega<5\\ 20\lg\dfrac{40}{\omega\times0.2\omega} & 5<\omega<16\\ 20\lg\dfrac{40}{\omega\times0.2\omega\times0.0625\omega} & \omega>16\end{cases}$$

解得 $$\omega'_c=14$$

$$\gamma'=180^\circ-90^\circ-\mathrm{arctg}(0.2\omega'_c)-\mathrm{arctg}(0.0625\omega'_c)=-21.3^\circ<\gamma^*$$

…………………………………………………3 分

在 $\omega<5$ 的低频段中，$K=-20$ dB/dec，不满足性能要求，需选用滞后网络进行校正。

………………………………………………..2 分

设 $$\varphi_{G_c}(j\omega''_c)=-5^\circ$$

$$180^\circ-90^\circ-\mathrm{arctg}(0.2\omega''_c)-\mathrm{arctg}(0.0625\omega''_c)-5^\circ=50^\circ$$

$$\mathrm{arctg}(0.2\omega''_c)+\mathrm{arctg}(0.0625\omega''_c)=35^\circ$$

求得 $$\omega''_c=2.5$$

$$\frac{40}{\omega''_c}\times\frac{1}{a}=1\qquad a=16$$

$$-\mathrm{tg}[\varphi_{G_c}(j\omega''_c)]=\frac{1}{T\omega''_c}\qquad T=4.6$$

故校正后 $$G'(s)=\frac{40}{s(0.2s+1)(0.0625s+1)}\cdot\frac{4.6s+1}{73.6s+1}$$

………………………………………………… 6 分

验证 $H''_g$

$$-30=\begin{cases}20\lg\dfrac{40}{\omega_1}\times\dfrac{1}{a} & \omega_1<5\\ 20\lg\dfrac{40}{0.2\omega_1^2}\times\dfrac{1}{a} & 5<\omega_1<16\\ 20\lg\dfrac{40}{0.2\times0.0625\omega_1^3}\times\dfrac{1}{a} & \omega_1>16\end{cases}$$

解得 $$\omega_1=18.5$$

$$\varphi(j\omega_1)>-180^\circ$$

幅值裕量满足要求。

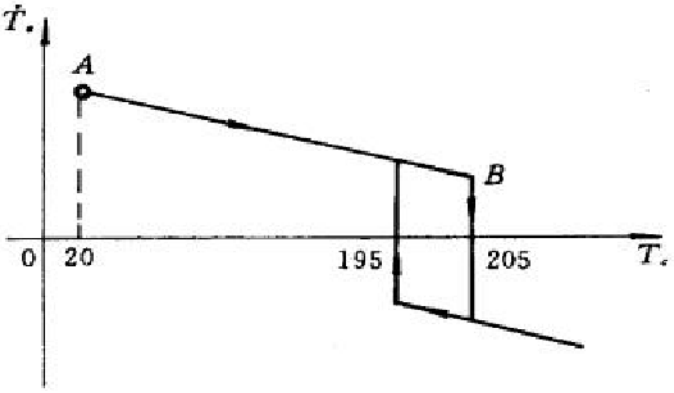
………………………………………………..4 分

五、 解 山图可得系统分段微分方程为

$$100\dot{T}_c+T_c=\begin{cases}6.05\begin{cases}T_c<195\\ T_c<205\end{cases} & \dot{T}_c>0\\ 0\begin{cases}T_c>205\\ T_c>195\end{cases} & \dot{T}_c<0\end{cases}$$

……………………………………………………..6 分

相应的相轨迹如图所示. 相轨迹在开关线上跳至另一条相轨迹




…………………………………………………9 分

六、　解　闭环系统脉冲传递函数为

$$\Phi(z)=\frac{C(z)}{R(z)}=\frac{G(z)}{1+G(z)}$$

而　$G(z)=(1-z^{-1})Z\left[\frac{1}{s^2(s+1)}\right]=$

$(1-z^{-1})\left[\frac{z}{(z-1)^2}-\frac{z}{z-1}+\frac{z}{z-e^{-1}}\right]=\frac{e^{-1}z+1-2e^{-1}}{z^2-(1+e^{-1})z+e^{-1}}$

…………………………………………………………5 分

$$R(z)=Z\left[\frac{1}{s}\right]=\frac{z}{z-1}$$

所以　$C(z)=\frac{G(z)R(z)}{1+G(z)}=\frac{\frac{0.368z+0.264}{z^2-1.368z+0.368}}{1+\frac{0.368z+0.264}{z^2-1.368z+0.368}}\cdot\frac{z}{z-1}=$

$\frac{0.368z+0.264}{z^2-z+0.632}\cdot\frac{z}{z-1}=$

$\frac{0.368z^2+0.264z}{z^3-2z^2+1.632z-0.632}=$

$0.368z^{-1}+z^{-2}+1.34z^{-3}+1.34z^{-4}+1.147z^{-5}+$

$0.894z^{-6}+0.802z^{-7}+0.866z^{-8}+\cdots$

…………………………………………………………6 分

$c(0)=0$　$c(T)=0.368$　$c(2T)=1.000$　$c(3T)=1.340$

$c(4T)=1.340$　$c(5T)=1.147$　$c(6T)=0.894$　$c(7T)=0.802$

$c(8T)=0.866$　……

…………………………………………………………4 分