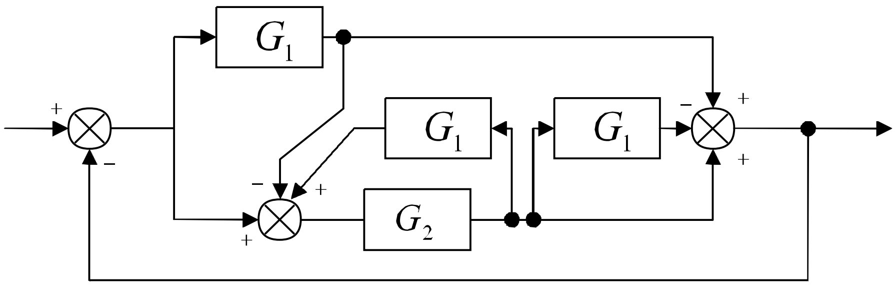
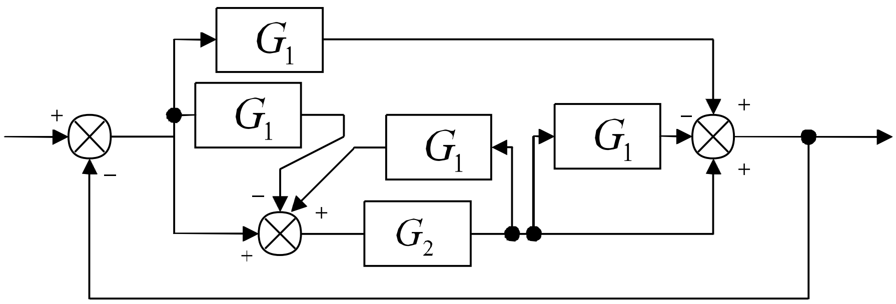
# 自动控制原理答案二十二

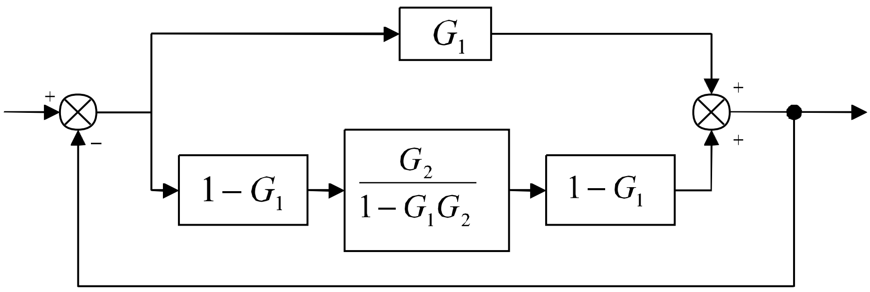
一、方框图化简法




（1）3 分




（2）3 分



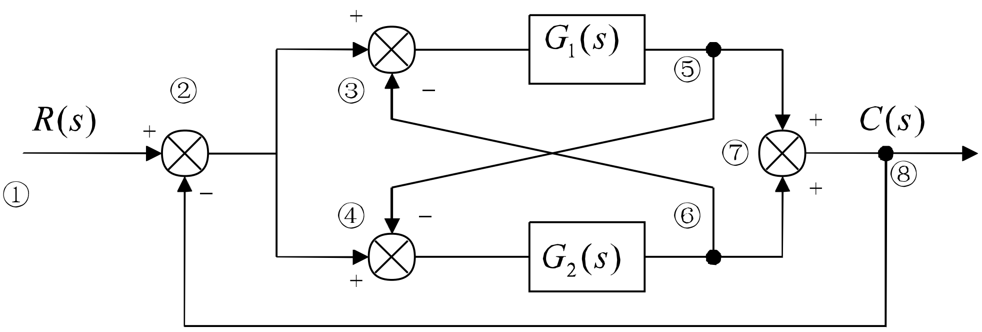

（3）2 分

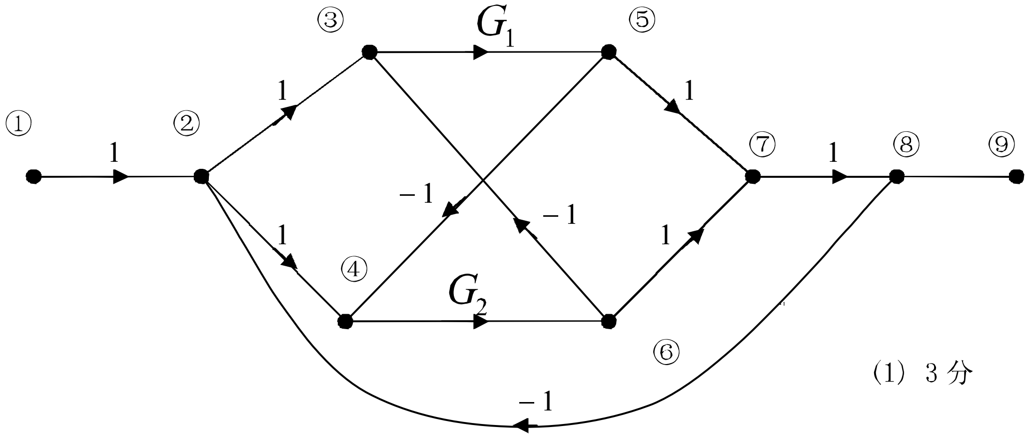
$$G = G_1 + (1-G_1)(\frac{G_2}{1-G_1G_2})(1-G_1) = \frac{G_1+G_2-2G_1G_2}{1-G_1G_2} \qquad (4)$$

$$\Phi(s) = \frac{G}{1+G} = \frac{G_1+G_2-2G_1G_2}{1+G_1+G_2-3G_1G_2} \qquad (5)$$

(4)、(5)共 2 分

2．信号流图法




（1）3 分

环路：②③⑤⑦⑧②：$L_1 = -G_1$

②④⑥⑦⑧②：$L_2 = -G_2$

②③⑤④⑥⑦⑧②：$L_3 = G_1 G_2$

②④⑥③⑤⑦⑧②：$L_4 = G_1 G_2$

③⑤④⑥③：$L_5 = G_1 G_2$

$\Delta = 1 - L_1 - L_2 - L_3 - L_4 - L_5 = 1 + G_1 + G_2 - 3G_1 G_2$ (3 分)

前向通道：①②③⑤⑦⑧⑨：$P_1 = G_1 \quad \Delta_1 = 1$

①②④⑥⑦⑧⑨：$P_2 = G_2 \quad \Delta_2 = 1$

①②③⑤④⑥⑦⑧⑨：$P_3 = -G_1 G_2 \quad \Delta_3 = 1$

①②④⑥③⑤⑦⑧⑨：$P_4 = -G_1 G_2 \quad \Delta_4 = 1$ （2 分）

$$\Phi(s) = \frac{\sum_i P_i \Delta_i}{\Delta} = \frac{G_1 + G_2 - 2G_1 G_2}{1 + G_1 + G_2 - 3G_1 G_2}$$ （2 分）

二、

$$\sigma_p = e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}} = 0.163 \rightarrow \zeta = 0.5$$ （2 分）

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} = 1 \rightarrow \omega_n = 3.63$$ （2 分）

$$G = K\frac{\dfrac{10}{s(s+1)}}{1+\dfrac{10}{s(s+1)}\tau s} = \frac{10K}{s(s+10\tau+1)}$$

或$\Phi = \dfrac{G}{1+G} = \dfrac{10K}{s^2+(10\tau+1)s+10K}$ （2 分）

$$\rightarrow \begin{cases} 2\zeta\omega_n = 10\tau+1 \\ \omega_n^2 = 10K \end{cases}$$ （2 分）

$$\rightarrow K = 1.32 \quad \tau = 0.263$$ （2 分）

三、

$$\Phi(s) = \frac{G}{1+G} = \frac{K}{T_1T_2s^3+(T_1+T_2)s^2+s+K}$$

$$D(s) = T_1T_2s^3+(T_1+T_2)s^2+s+K$$ （2 分）

劳斯表：

$$\begin{array}{lll} s^3 & T_1T_2 & 1 \\ s^2 & T_1+T_2 & K \\ s^1 & \dfrac{T_1+T_2-T_1T_2K}{T_1+T_2} & \\ s^0 & K & \end{array}$$ （3 分）

系统临界稳定，故$\dfrac{T_1+T_2-T_1T_2K}{T_1+T_2} = 0$ （3 分）

$$\rightarrow K = \frac{T_1+T_2}{T_1T_2} = \frac{1}{T_1}+\frac{1}{T_2}$$ （2 分）

四、

1．$e_{rss}(\infty)$

$$\Phi_{ER}(s)=\frac{1}{1+\frac{1}{s(s+1)}\frac{1}{s+2}}=\frac{s^3+3s^2+2s}{s^3+3s^2+2s+1}$$ （2 分）

$$R(s)=\frac{2}{s^2}$$ （1 分）

1）．终值定理

山劳斯判据判断得知 $\Phi_{ER}(s)$ 的极点全部位于 S 平面左半部，可用终值定理：(1 分)

$$e_{rss}(\infty)=\lim_{s\to 0}sE_R(s)=\lim_{s\to 0}s\Phi_{ER}(s)R(s)=4$$ （1 分）

2）．泰勒展开

$\ddot{r}(t)=0$，故只需要前两项

$$\Phi_{ER}(s)=\Phi_{ER}(0)+\dot{\Phi}_{ER}(0)s+\cdots=0+2s+\cdots$$ （1 分）

$$e_{rss}(\infty)=\Phi_{ER}(0)r(t)+\dot{\Phi}_{ER}(0)\dot{r}(t)+\cdots=0\bullet 2t+2\bullet 2=4$$ （1 分）

3）．长除法

$\ddot{r}(t)=0$，故只需要前两项

$$\Phi_{ER}(s)=0+2s+\cdots$$ （1 分）

$$e_{rss}(\infty)=0\bullet 2t+2\bullet 2=4$$ （1 分）

2．$e_{fss}(\infty)$

$$\Phi_{EF}(s)=-\Phi_F(s)=-\frac{\frac{1}{s+2}}{1+\frac{1}{s(s+1)}\frac{1}{s+2}}=-\frac{s^2+s}{s^3+3s^2+2s+1}$$ （2 分）

$$F(s)=-\frac{1}{s}$$ （1 分）

1）．终值定理

山劳斯判据判断得知 $\Phi_{EF}(s)$ 的极点全部位于 S 平面左半部，可用终值定理：(1 分)

$$e_{fss}(\infty)=\lim_{s\to 0}sE_F(s)=\lim_{s\to 0}s\Phi_{ER}(s)R(s)=0$$ （1 分）

2）．泰勒展开

$\dot{r}(t)=0$，故只需要第一项

$\Phi_{EF}(s)=\Phi_{EF}(0)+\cdots=0+\cdots$ （1 分）

$e_{fss}(\infty)=\Phi_{EF}(0)f(t)+\cdots=0\bullet(-1)=0$ （1 分）

3）．长除法

$\dot{r}(t)=0$，故只需要第一项

$\Phi_{EF}(s)=0+\cdots$ （1 分）

$e_{fss}(\infty)=0\bullet(-1)+\cdots=0$ （1 分）

注：以上任何一种方法都可以得分

五、

山题设条件得知系统为 II 型 （2 分）

$e(t)=r(t)-c(t)$

故 $E(s)=R(s)-C(s)$ （2 分）

$$\Phi_E(s)=1-\Phi(s)=1-(\tau s+b)\frac{\dfrac{K}{(T_1s+1)(T_2s+1)}}{1+\dfrac{K}{(T_1s+1)(T_2s+1)}}$$ （2 分）

$$=\frac{T_1T_2s^2+(T_1+T_2-K\tau)s+1+K-Kb}{T_1T_2s^2+(T_1+T_2)s+1+K}$$

系统为 II 型，故有

$T_1+T_2-K\tau=0\rightarrow\tau=\dfrac{T_1+T_2}{K}$ （2 分）

$1+K-Kb=0\rightarrow b=\dfrac{1+K}{K}$ （2 分）

六、

开环零极点分别为：$z_1=-4$ 、$p_1=-2$ 、$p_1=0$ 有两条分支 （2 分）

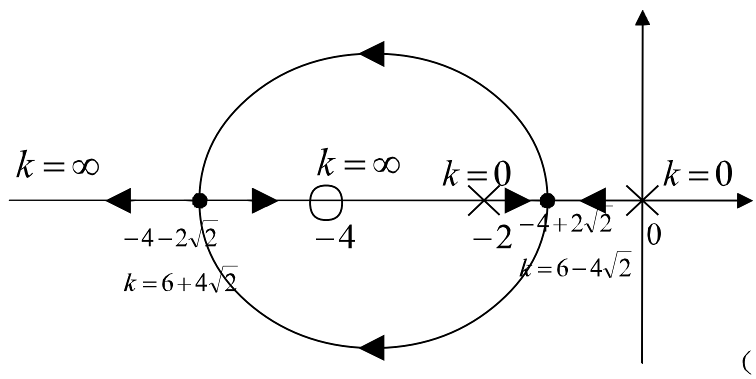
渐近线：

$$\sigma_a=\frac{\sum_{i=1}^{n}p_i-\sum_{j=1}^{m}z_j}{n-m}=\frac{0-2-(-4)}{2-1}=2$$ （1 分）

$$\varphi_a=\frac{(2l+1)\pi}{n-m}\quad(l=0)\qquad 故\ \varphi_a=\pi$$ （1 分）

分离点会合点

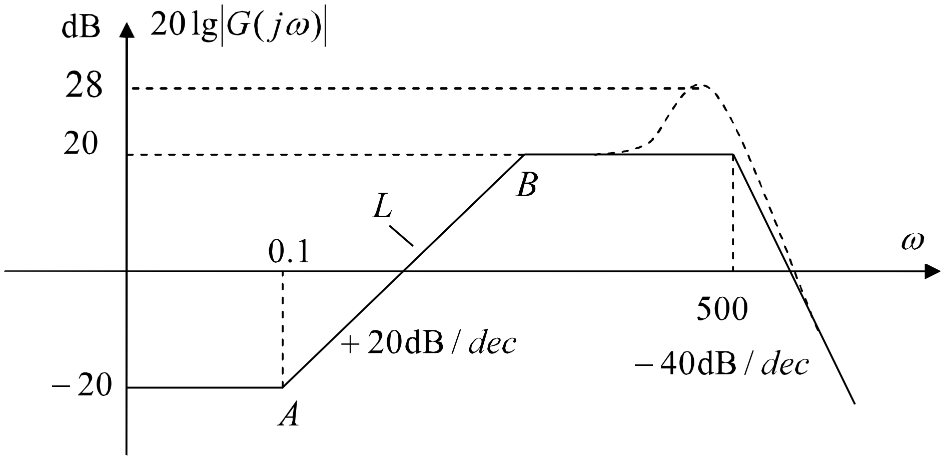
$$\frac{dk}{ds}=0\rightarrow s_1=-4+2\sqrt{2},k_1=6-4\sqrt{2}，\ s_2=-4-2\sqrt{2},k_2=6+4\sqrt{2}$$ （2 分）




（2 分）

系统没有超调则根为实数根，故当 $0<k<6-4\sqrt{2}$ 和 $k>6+4\sqrt{2}$ 时，系统无超调（2 分）

七




山斜率和 A 点坐标得直线 L 的方程为：$L(\omega)=20(\lg\omega-\lg 0.1)-20\lg 10$

代入 B 点纵坐标 $20\lg 10 = 20(\lg\omega_B - \lg 0.1) - 20\lg 10$

得 B 点横坐标 $\omega_B = 10$ （2 分）

则系统的开环传递函数为

$$G(s) = \frac{K(10s+1)}{(0.1s+1)(0.002^2 s^2 + 2\times\zeta\times 0.002s+1)}$$ （3 分）

$\omega = 1$ 在直线 L 上，当 $\omega = 1$ 时，代入直线 L 的方程得

$$20\lg K = 20(\lg 1 - \lg 0.1) - 20\lg 10 \rightarrow K = 1$$ （2 分）

二阶环节相对谐振峰值：

$$28 - 20 = 20\lg\frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} \rightarrow \zeta = 0.2, \zeta = 0.98\text{(舍去)}$$ （2 分）

故 $G(s) = \dfrac{(10s+1)}{(0.1s+1)(0.002^2 s^2 + 2\times 0.2\times 0.002s+1)}$

八． $G(j\omega) = \dfrac{1}{j\omega(1+j2\omega)} = -\dfrac{2}{4\omega^2+1} - j\dfrac{1}{4\omega^3+\omega} = U(\omega) + jV(\omega)$

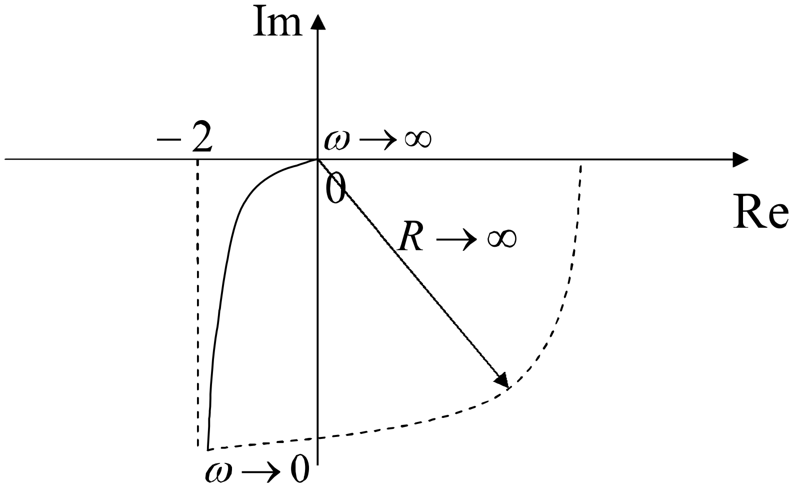
$$|G(j\omega)| = \frac{1}{\omega\sqrt{1+4\omega^2}}$$

$$\angle G(j\omega) = -\frac{\pi}{2} - tg^{-1}2\omega$$ （2 分）

| $\omega$ | $\lvert G(j\omega)\rvert$ | $\angle G(j\omega)$ | $U(\omega)$ | $V(\omega)$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | $\infty$ | $-\frac{\pi}{2}$ | $-2$ | $\infty$ |
| $\infty$ | 0 | $-\pi$ | 0 | 0 |

（4 分）

（2 分）




$P=0$ 且 Nyquist 在（－1，j0）左侧正负穿越次数之差为零等于 $P/2$，系统稳定。（2 分）

九．

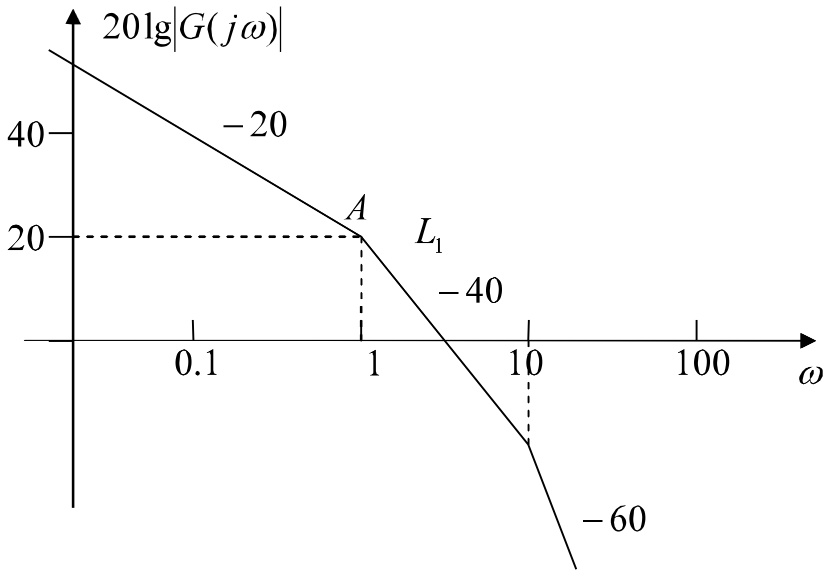
$\gamma = 180^{\circ} + \angle G(j\omega_c) = 180^{\circ} + tg^{-1}\tau\omega_c - 180^{\circ} = 45^{\circ} \to \tau\omega_c = 1$ (1) (4 分)

$\left|G(j\omega_c)\right| = \dfrac{\sqrt{1+\tau^2\omega_c^2}}{\omega_c^2} = 1$ (2) (4 分)

由(1)、(2)解得 $\omega_c = \sqrt{\sqrt{2}}$，$\tau = 1/\sqrt{\sqrt{2}}$

十．

系统为 I 型，对单位匀速输入信号的稳态误差为 $1/K = 0.1 \to K = 10$（2 分）



系统 Bode 图中，系统低频段过点$(\lg 1, 20\lg K)$

故点 $A$ 的坐标为$(\lg 1, 20\lg 10)$

直线 $L_1$ 方程为 $L_1(\omega) = -40(\lg\omega - \lg 1) + 20\lg 10$

得 $\omega_c = \sqrt{10}$ （3 分）

相位裕度为 $\gamma = 180^\circ - 90^\circ - tg^{-1}\omega_c - tg^{-1}0.1\omega_c = 0^\circ$ （3 分）

而山题设条件

$\omega_c' < 1 < \omega_c$，则应该选择串联滞后校正 （2 分）