自动控制原理答案二十九

一、解：　$\sum L_i = -G_1G_2H_1 - G_1G_2G_3 - G_4H_2 - G_1G_5$

$\sum L_iL_j = (-G_1G_2H_1)(-G_4H_2) = G_1G_2G_4H_1H_2$

$P_1 = G_1G_2G_3G_4 \qquad \Delta_1 = 1$

$P_2 = G_1G_4G_5 \qquad \Delta_2 = 1$

$P_3 = G_6 \qquad \Delta_3 = 1 + G_4H_2$

$$\Delta = 1 - \sum L_i + \sum L_iL_j = 1 + G_1G_2H_1 + G_1G_2G_3 + G_4H_2 + G_1G_5 + G_1G_2G_4H_1H_2$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\sum P_i\Delta_i}{\Delta} = \frac{G_1G_2G_3G_4 + G_1G_4G_5 + G_6(1 + G_4H_2)}{1 + G_1G_2H_1 + G_1G_2G_3 + G_4H_2 + G_1G_5 + G_1G_2G_4H_1H_2}$$

二、解：山结构图可得系统的特征方程为

$s^3 + \tau s^2 + (2+K)s + 1 + K = 0$

于是可构造劳斯表如下：

S^3	1	$2+K$
S^2	τ	$1+K$
S	$2+k-\frac{1+k}{\tau}$	
S^0	$1+k$	

根据题意，闭环系统存在一对共轭纯虚根 $P_{1,2} = \pm 2j$。这意味着劳斯表的S^1行全为零元素，

即 $2+k-\frac{1+k}{\tau} = 0$。山辅助方程

$A(s) = \tau S^2 + 1 + k = 0$

解得一对共轭纯虚根为　$p1,2 = \pm j\sqrt{\frac{1+k}{\tau}} = \pm 2j$

联立求解下列方程组

$$\begin{cases} 2+k-\frac{1+k}{\tau} = 0 \\ \sqrt{\frac{1+k}{\tau}} = 2 \end{cases}$$

则可求对系统产生$\omega = 2rad/s$的持续振荡时，参数 K 和 T 的取值为

$\tau = 0.75 \qquad$ K=2

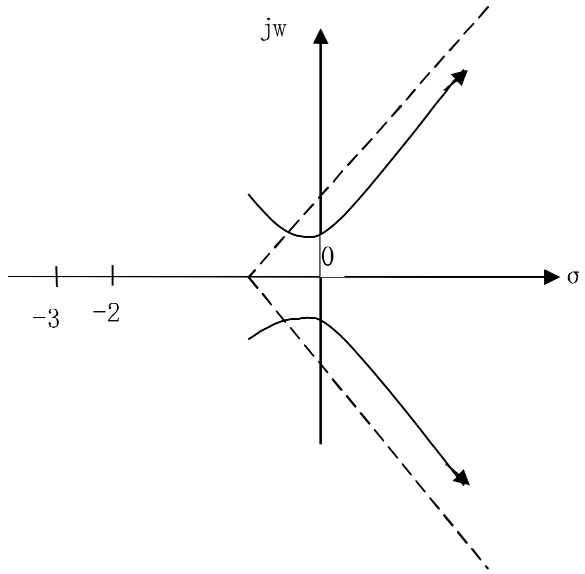
三、解：⑴ 开环极点：0，-3，-1+j 和-1-j

开环零点：-2

渐近线：$\begin{cases} \sigma = -1 \\ \theta = \pm 60^0, 180^0 \end{cases}$

与虚轴的交点：$\begin{cases} W = \pm 1.614 \\ K = 2.34 \end{cases}$

根轨迹如图所示：



⑵ $0 < K < 2.34$

四、解：

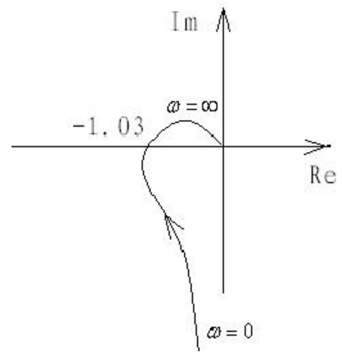


图 5-6

$$G(s) = \frac{86}{s(1+0.02s)(1+0.03s)}$$

$s \to j\omega$

$$G(j\omega) = \frac{86}{j\omega(1+0.02j\omega)(1+0.03j\omega)} = \frac{-43\omega + j86(0.006\omega^2 - 1)}{\omega[1+(0.02\omega)^2][1+(0.03\omega)^2]}$$

与实轴交点

$0.006\omega^2$-1=0 ω=40.825

G(j40.8)=-1.032>1

作极坐标图如图 5-6 所示。

∴N= -2，山奈奎斯特稳定判据：Z =P –N=0-(-2)=2 ∴系统不稳定。

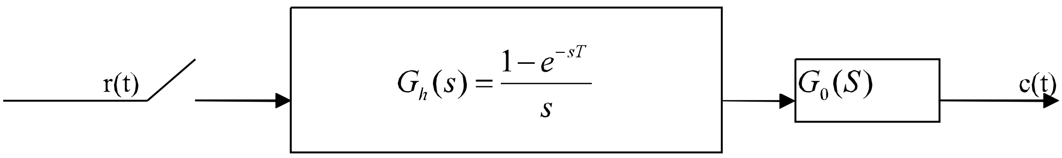
（2） $G(j\omega) = \dfrac{-Kj(1-j\omega T_1)(1-j\omega T_2)}{\omega(1+\omega^2 T_1^2)(1+\omega^2 T_2^2)} = \dfrac{-K\omega(T_1+T_2) + jK(T_1 T_2 \omega^2 - 1)}{\omega(1+\omega^2 T_1^2)(1+\omega^2 T_2^2)}$

令 $K(T_1 T_2 \omega^2 - 1) = 0$ 求得 $\omega^2 = \dfrac{1}{T_1 T_2}$ 代入实部，使其小于－1

$$\frac{K(T_1+T_2)}{(1+\omega^2 T_1{}^2)(1+\omega^2 T_2{}^2)}<1$$

求得系统稳定 K 和T_1, T_2应保持下式关系如下： $\frac{KT_1T_2}{(T_1+T_2)}<1$

五、解：



$$\frac{G_0(S)}{S}=\frac{a}{s^2(s+a)}=\frac{1}{s^2}-\frac{1}{a}(\frac{1}{s}-\frac{1}{s+a})$$

$$Z\left[\frac{G_0(S)}{S}\right]=\frac{TZ}{(Z-1)^2}-\frac{1}{a}(\frac{Z}{Z-1}-\frac{Z}{Z-e^{-aT}})$$

$$=\frac{\frac{1}{a}Z\left[\left(e^{-aT}+aT-1\right)Z+\left(1-aTe^{-aT}-e^{-aT}\right)\right]}{\left(Z-1\right)^2\left(Z-e^{-aT}\right)}$$

六、解：

（1） 山 M_C=[B AB]=$\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & -2\end{bmatrix}$ 知系统可控

山 M_0= $\begin{bmatrix}C\\ CA\end{bmatrix}$= $\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix}$知道系统可观测

（2） W(s)=C(SI-A) $^{-1}$B=$\begin{bmatrix}2 & 0\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}s & -1\\ 0 & s+2\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}=\frac{2}{s(s+2)}$

(3) $e^{At}=L^{-1}\left[(sI-1)^{-1}\right]=\ L^{-1}\begin{bmatrix}\frac{1}{s} & \frac{1}{s(s+2)}\\ 0 & \frac{1}{s+2}\end{bmatrix}=\ L^{-1}\begin{bmatrix}\frac{1}{s} & \frac{1}{2s}-\frac{1}{2}\frac{1}{(s+2)}\\ 0 & \frac{1}{s+2}\end{bmatrix}=\ \begin{bmatrix}\frac{1}{s} & \frac{1}{2}-\frac{e^{-2t}}{2}\\ 0 & e^{-2t}\end{bmatrix}$