波动光学 第四讲

15.9 衍射光栅和光栅光谱

一. 衍射光栅

二. 光栅方程

三. 缺级现象

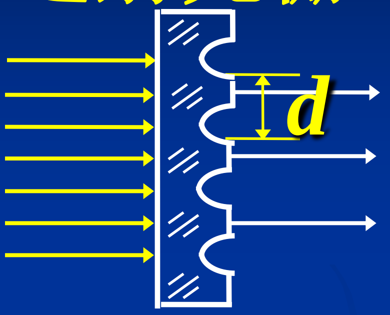
四. 暗纹条件

五. 光栅光谱

一. 衍射光栅(diffraction grating)

大量等宽等间距的平行狭缝(或反射面)构成的光学元件。

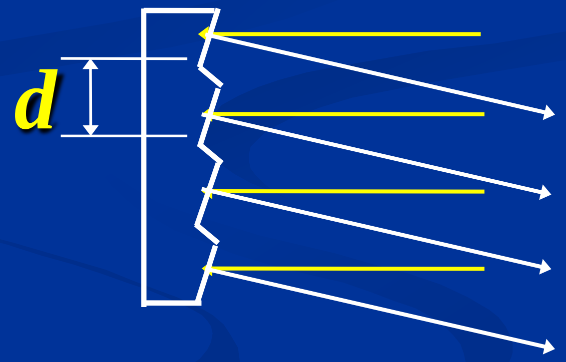
透射光栅



a—透光（或反光）部分宽度

b —不透光(或不反光)部分宽度

反射光栅



光栅常数(grating constant)

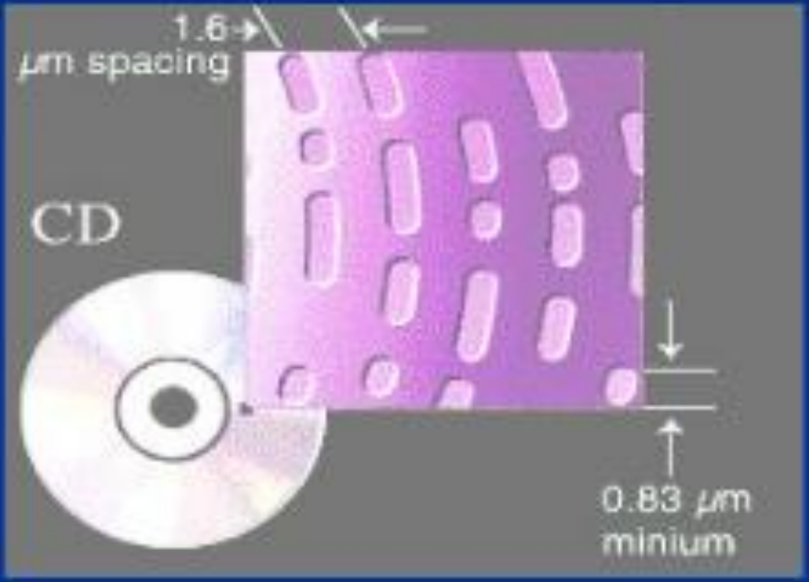
$d=a+b$

单位长度的狭缝数 ——— 栅栏数= $\dfrac{1}{a+b}$

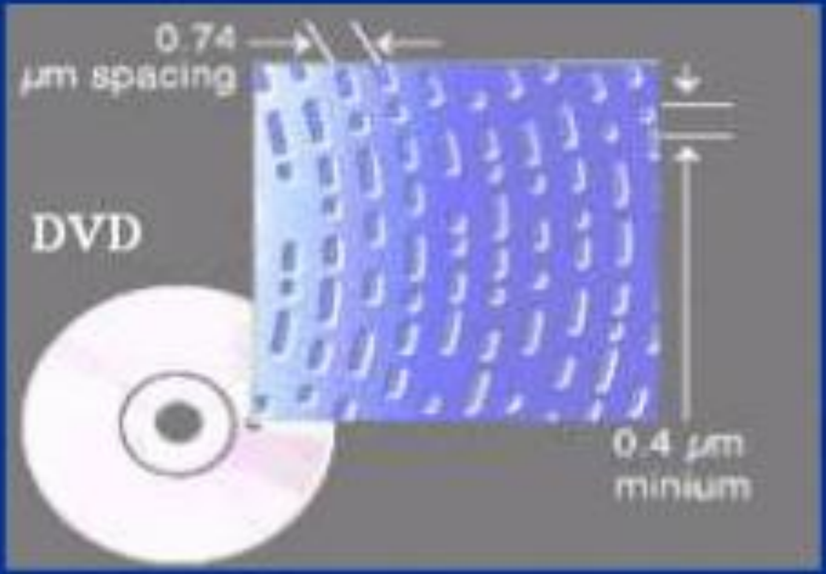
光盘——信息坑呈螺旋型轨迹分布

沿径向方向相当于一维光栅

光道间隔密度——光栅常数d



CD轨道

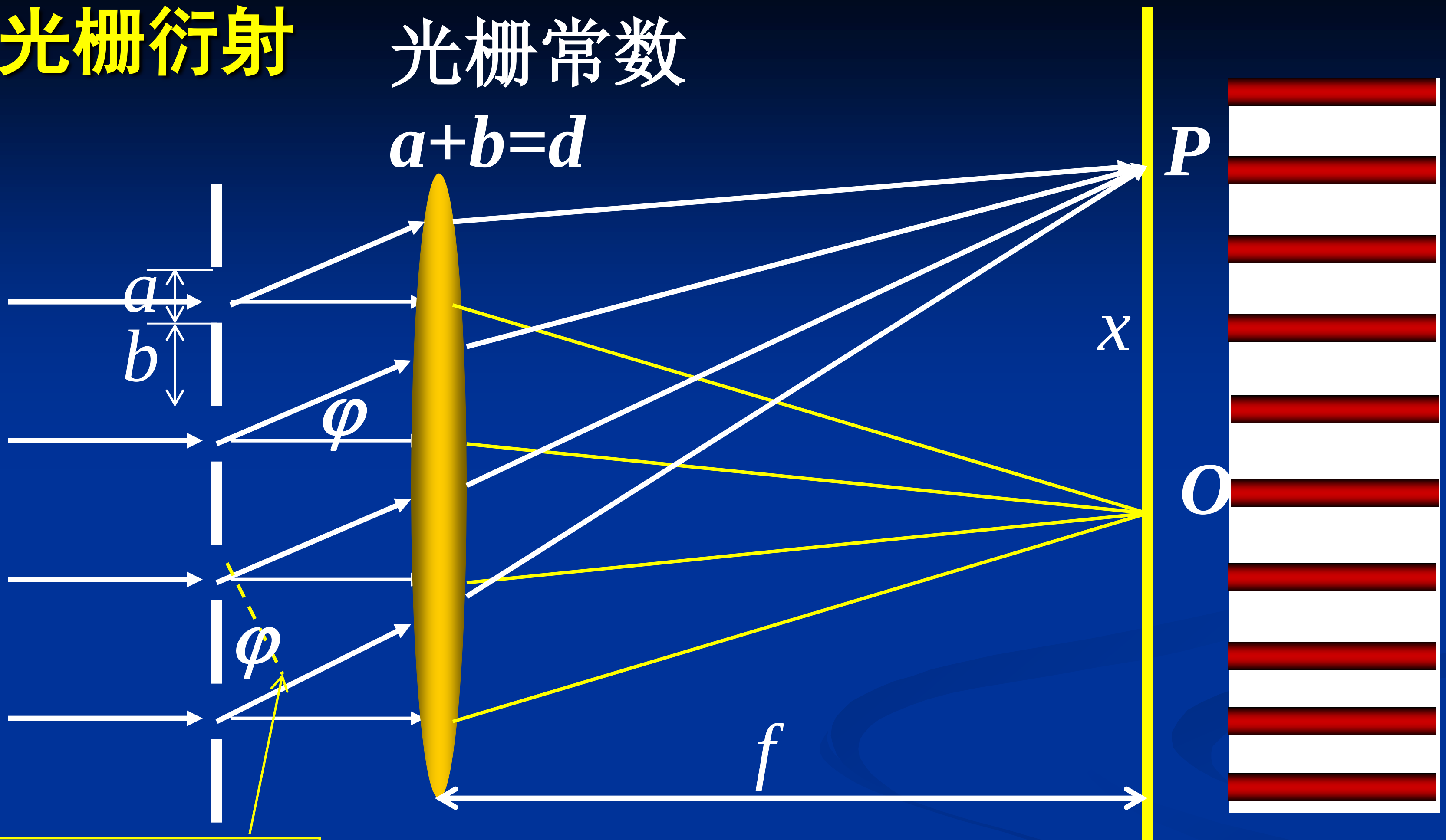


DVD轨道

轨道间距和坑点长度不同

数据存储密度不同

光栅衍射



$(a+b)\sin\varphi$

光栅方程：$\boxed{(a+b)\sin\varphi = \pm k\lambda}$ 主极大明纹

$k = 0, 1, 2, \cdots$

(grating equation)

二、光栅方程

$$(a+b)\sin\varphi = \pm k\lambda$$

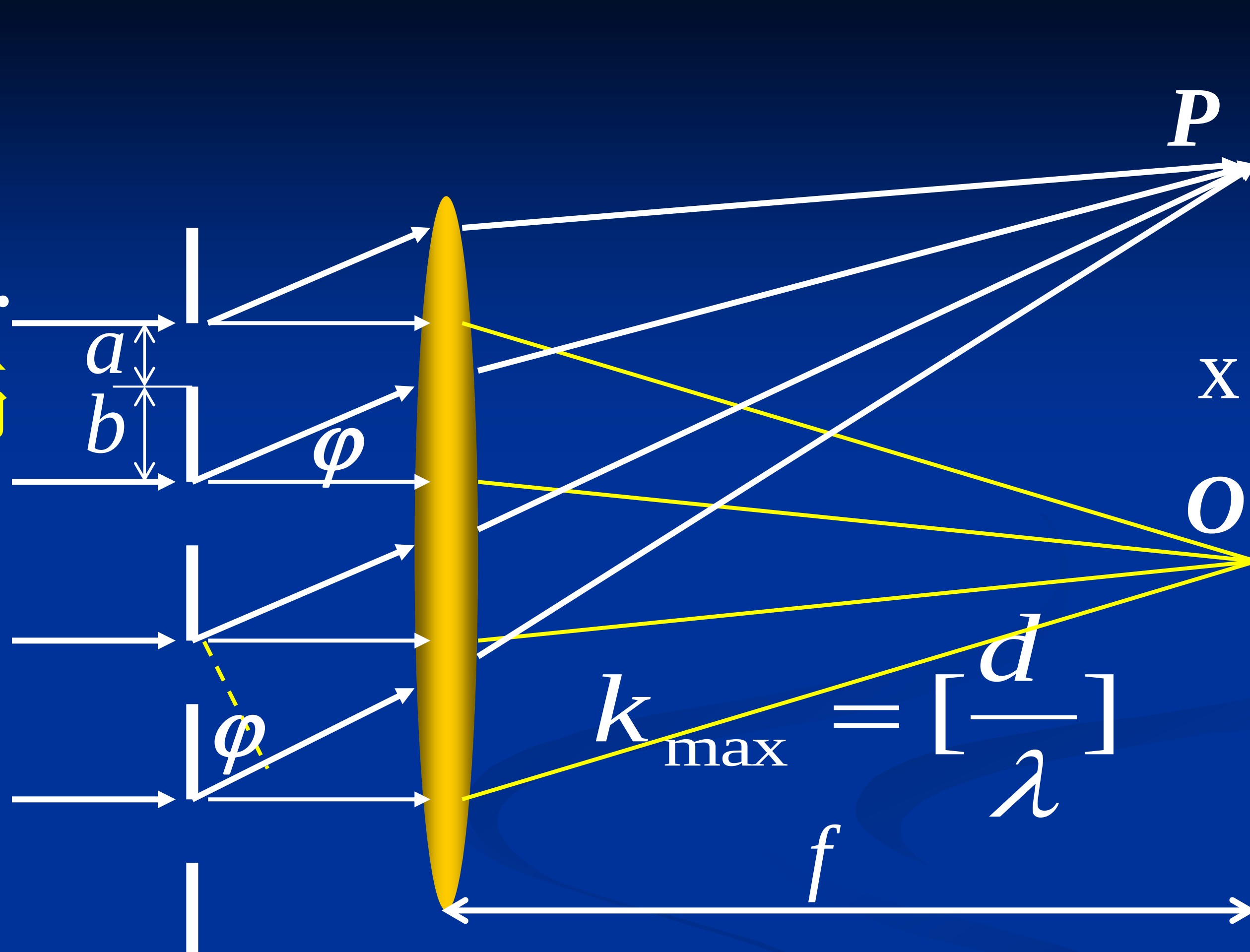
k=0，1，2，…

相邻明纹角间隔

$$\Delta\varphi = \varphi_{k+1} - \varphi_k \approx \frac{\lambda}{d}$$

相邻明纹间距

$$\Delta x = f\Delta\varphi = \frac{f\lambda}{d}$$



$$k_{max} = [\frac{d}{\lambda}]$$

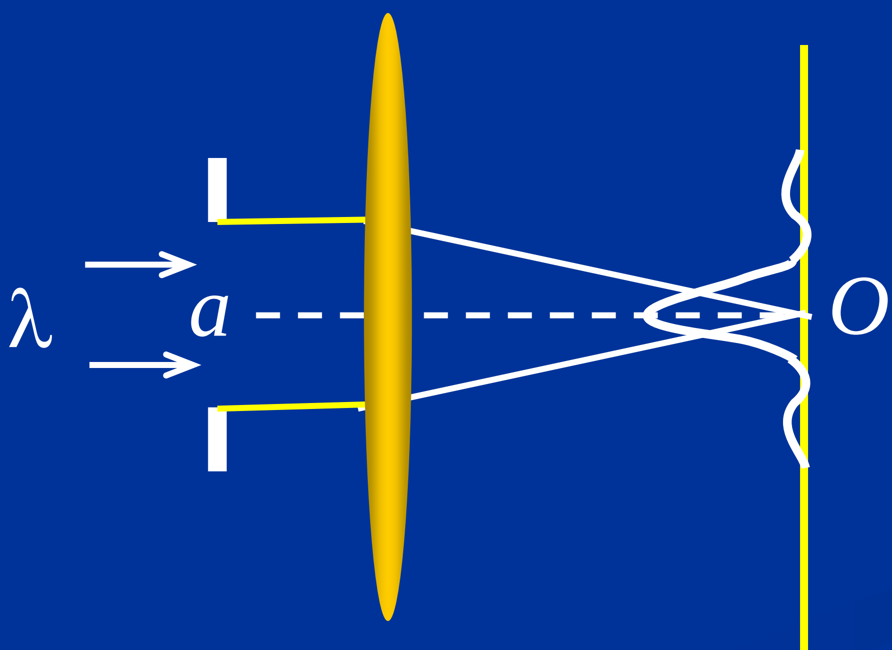
- d越小，条纹间隔越大；

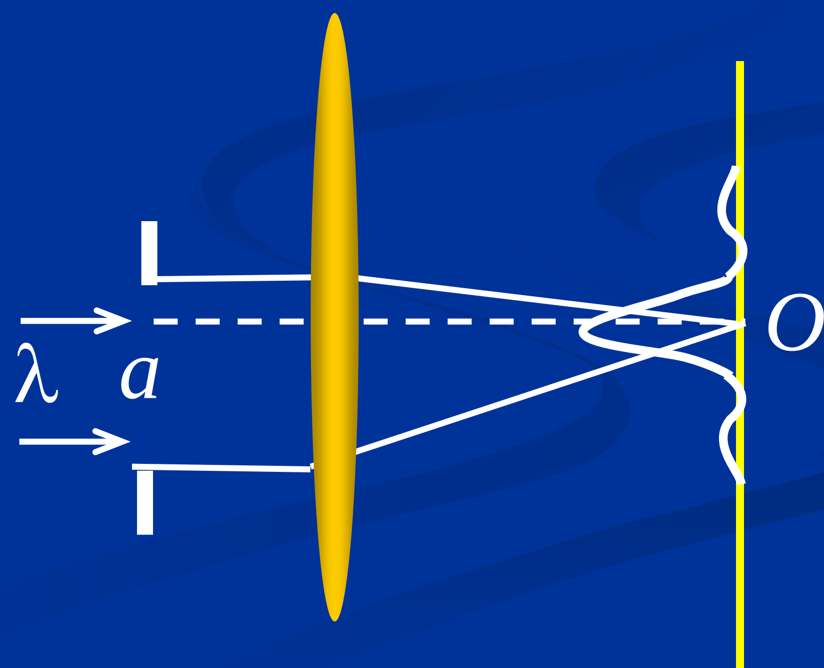
- 由于$|\sin\varphi| \leq 1$, 最大干涉级次 $k_{max} = [\frac{d}{\lambda}]$

光栅衍射条纹的成因

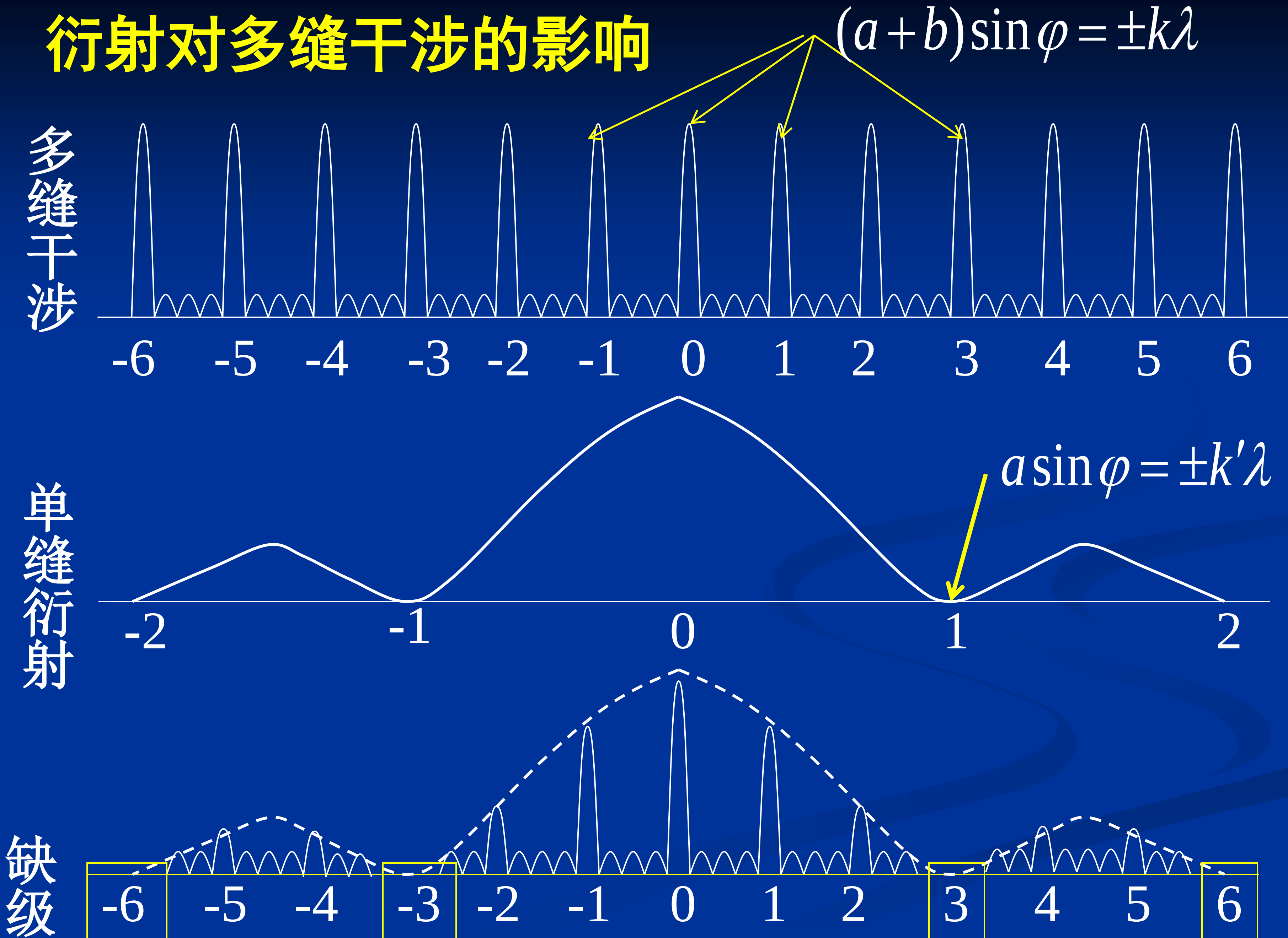
光栅衍射 { 单缝衍射 — 缝面上无穷子波叠加
多缝干涉 — N条缝出射的光叠加

单缝衍射



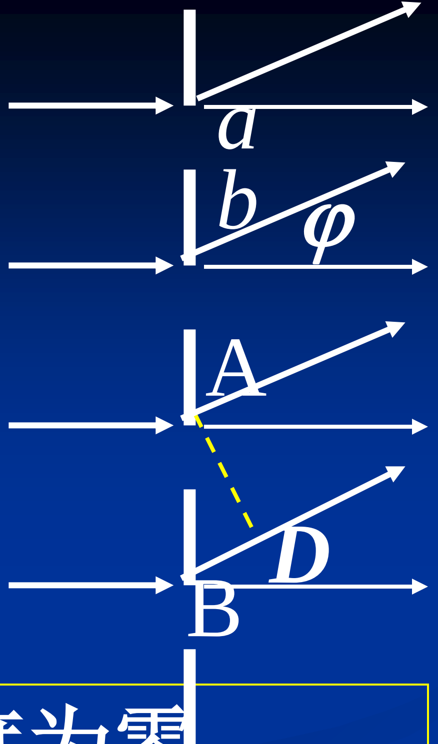


衍射对多缝干涉的影响



$(a+b)\sin\varphi=\pm k\lambda$
多缝干涉
-6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6
$a\sin\varphi=\pm k'\lambda$
单缝衍射
-2 -1 0 1 2
缺级
-6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6

三、缺级现象



若φ同时满足

$$\begin{cases} d\sin\varphi = (a+b)\sin\varphi = \pm k\lambda \\ a\sin\varphi = \pm k'\lambda \end{cases}$$

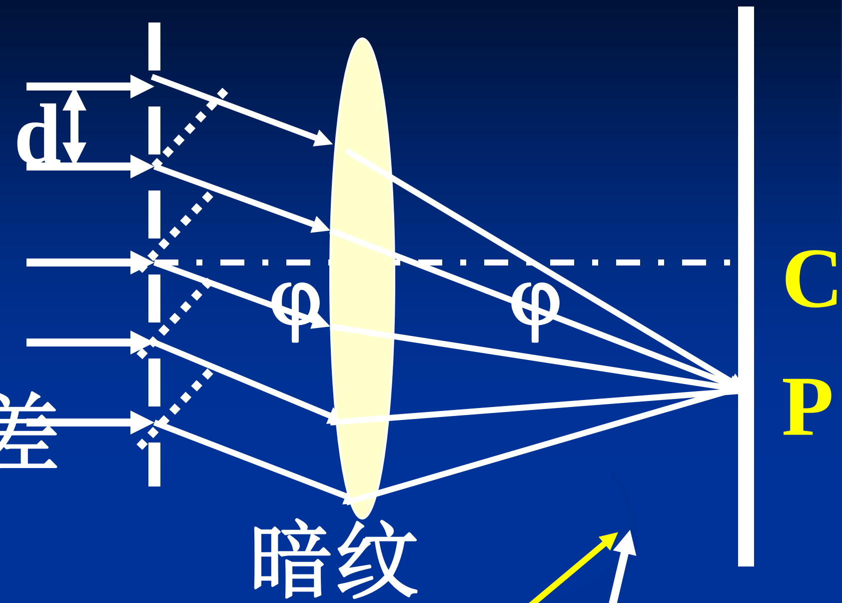
$$\Rightarrow \quad k = \frac{a+b}{a}k', \quad k' = 1,2,\cdots$$

在φ衍射方向上单缝的衍射强度为零，
各缝间的干涉是加强的，
该方向的总光强度**I=0+0+0+……**。
实际上明纹不出现，称为光栅的缺级。

当$d=a+b=3a$，则$k=3k'(k'=1,2,\ldots)$的主极大缺级。
$d=(5/3)a$，则$k=(5/3)k'(k'=3,6,\ldots)$即$k=5,10,\ldots$的各极主极大缺级。

四、暗纹条件

多缝干涉可以用N个相位差相同、振幅相同的振幅矢量的叠加表示！



相邻缝沿φ角出射光的相位差

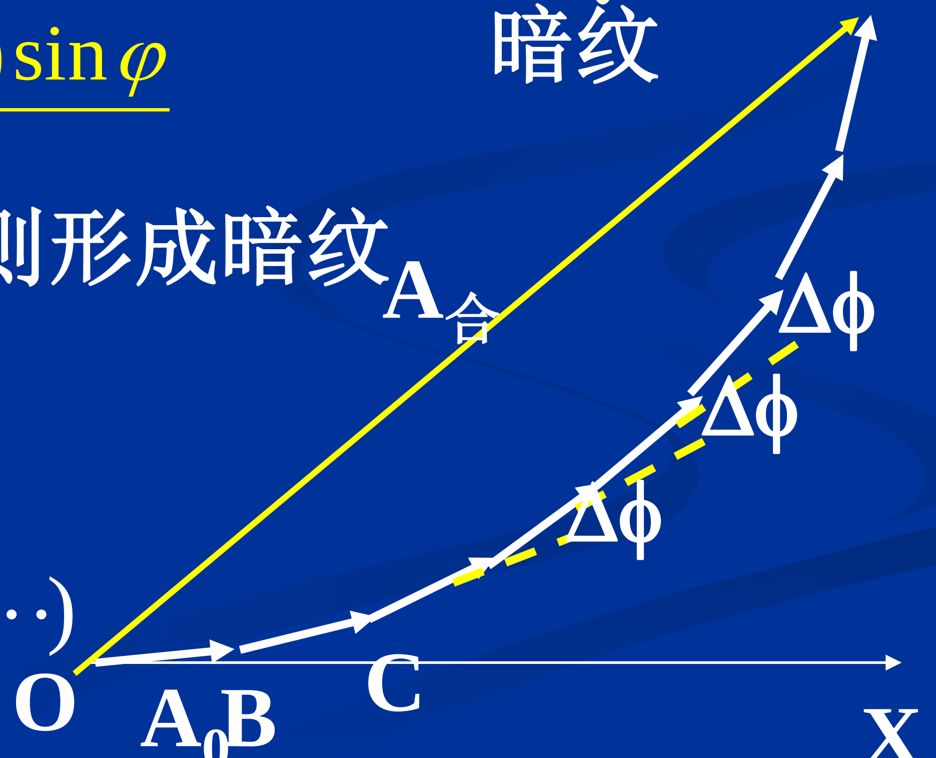
$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta = \frac{2\pi(a+b)\sin\varphi}{\lambda}$$

当N个矢量首尾相接则形成暗纹

$$N\Delta\phi = \pm m\cdot 2\pi$$

即$N(a+b)\sin\varphi = \pm m\lambda$

$(m = 1, 2\cdots \mathrm{N}\text{-}1, \mathrm{N}+1, \cdots)$



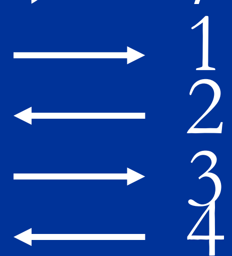
暗纹条件

$$N(a+b)\sin\varphi=\pm m\lambda\ (m=1,2\cdots \mathrm{N}-1,\mathrm{N}+1,\cdots)$$

相邻主极大之间有（*N-1*）条暗纹，相应的有（*N-2*）个光强很小的次极大。

以4条缝的光栅为例

$$(a+b)\sin\varphi=0\text{或}\lambda$$



$$(a+b)\sin\varphi=\frac{\lambda}{2}$$

$$(a+b)\sin\varphi=\frac{\lambda}{4}$$

$$(a+b)\sin\varphi=\frac{3\lambda}{4}$$

光 栅 衍 射

N=2

比较光强

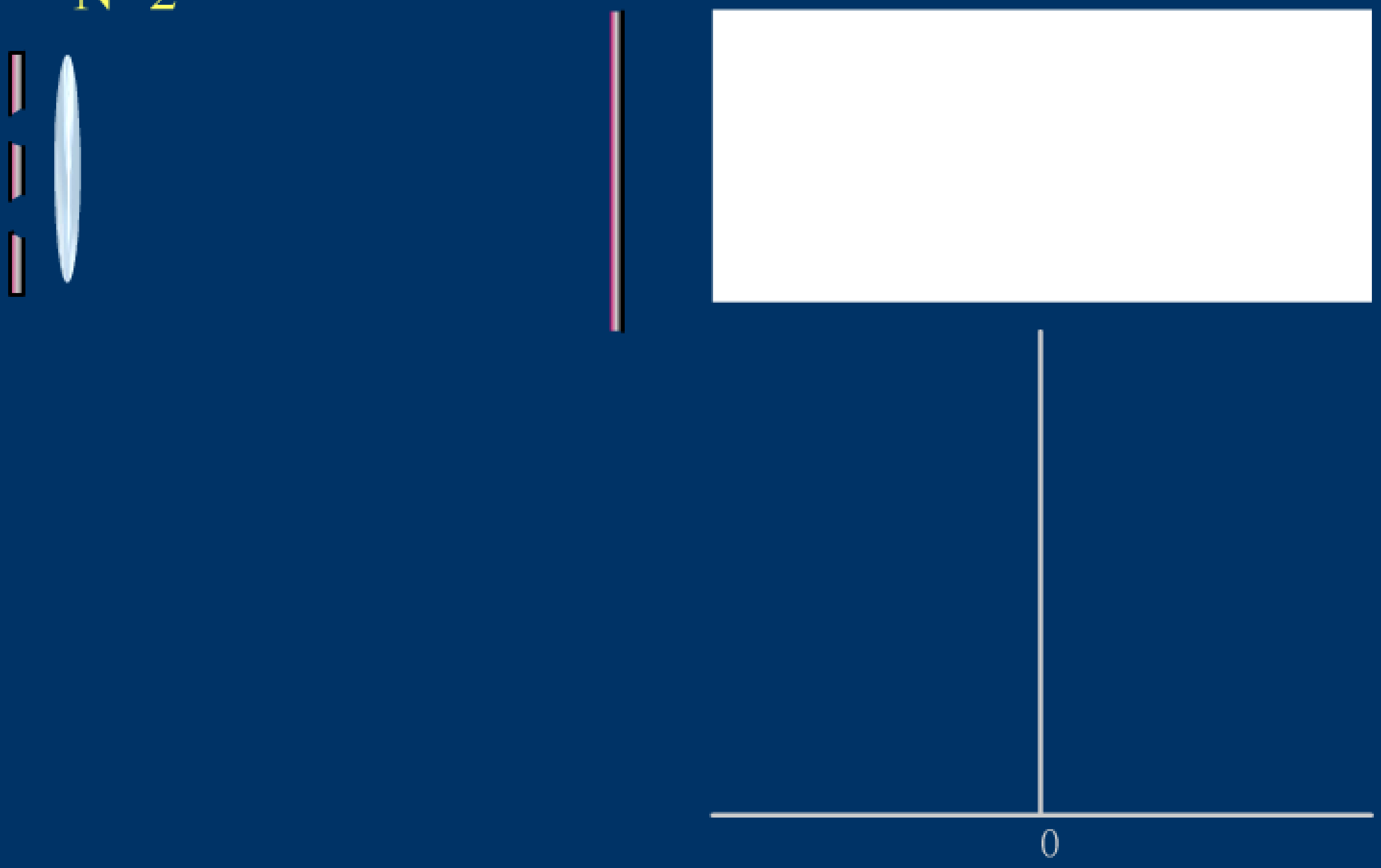
比较条纹

N=2

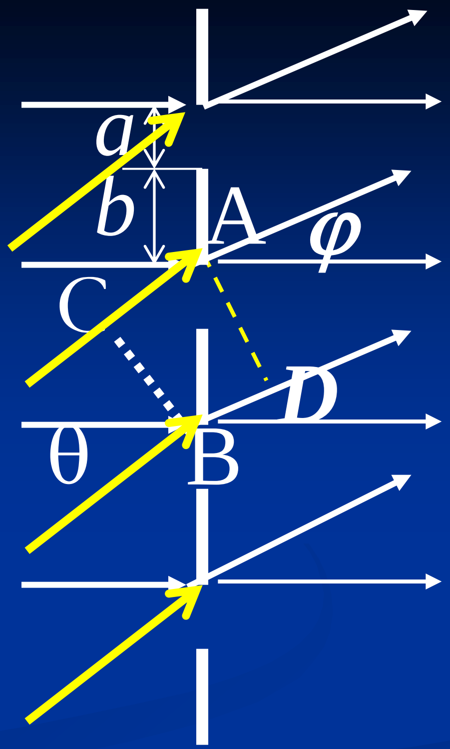
N=3

N=4

N=20



注：斜入射时,相邻光束的光程差不仅发生在光栅之后还发生在光栅前。



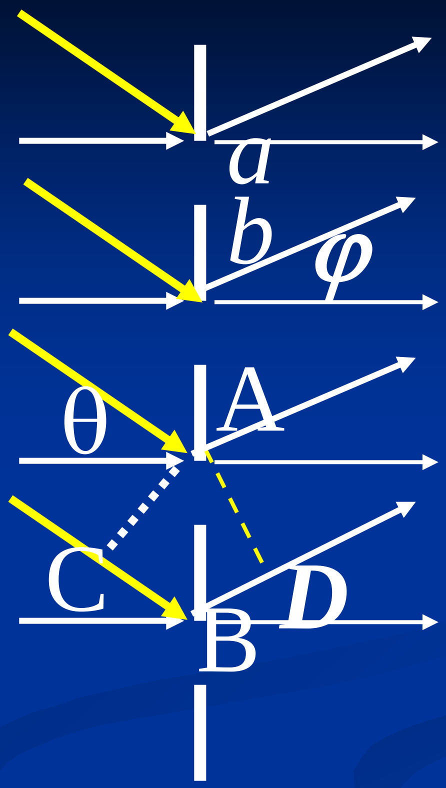
1）当入射光束与衍射光束分列法线异侧

$$\delta = BD - AC = (a+b)\sin\varphi - (a+b)\sin\theta$$

$$= (a+b)(\sin\varphi - \sin\theta) = k\lambda,$$

$k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$

2）当入射光束与衍射光束在法线同侧



$\delta = CB + BD$

$= (a+b)(\sin\varphi + \sin\theta) = k\lambda$

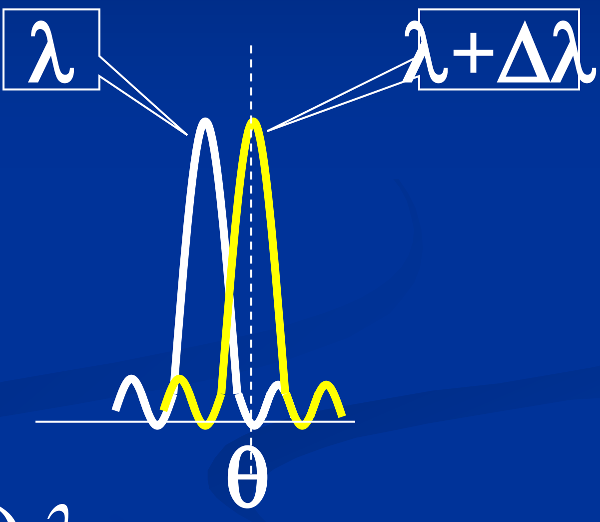
3） $(a+b)(\sin\varphi \pm \sin\theta) = k\lambda$

φ、θ在法线同侧时取“+”，反之取“-”

光栅的分辨本领

光栅的分辨本领又称为色分辨本领,用**R**表示

$$R=\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$



当波长$\lambda+\Delta\lambda$的第k级明纹与波长λ的$k+1$级暗纹相重合,即

$$(a+b)\sin\varphi=k(\lambda+\Delta\lambda)$$

同时 $$N(a+b)\sin\varphi=(kN+1)\lambda$$

可得 $$\lambda=kN\Delta\lambda \qquad \therefore R=\frac{\lambda}{\Delta\lambda}=kN$$

光栅的分辨本领正比于总缝数

五、衍射光谱

当用复色光照射光栅，得到按波长由小到大排列的彩色条纹，称光栅光谱。

1、第*k*级光谱的角宽度

设复色光的波长范围由$\lambda_1 \rightarrow \lambda_2$

$$\left.\begin{aligned} d\sin\varphi_{1k} &= k\lambda_1 \\ d\sin\varphi_{2k} &= k\lambda_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta\varphi_k = \frac{k}{d}(\lambda_2 - \lambda_1)$$

第*k*级光谱在屏幕上的宽度为

$$\Delta x \approx f\Delta\varphi_k = f\frac{k}{d}(\lambda_2 - \lambda_1)$$

2、重叠

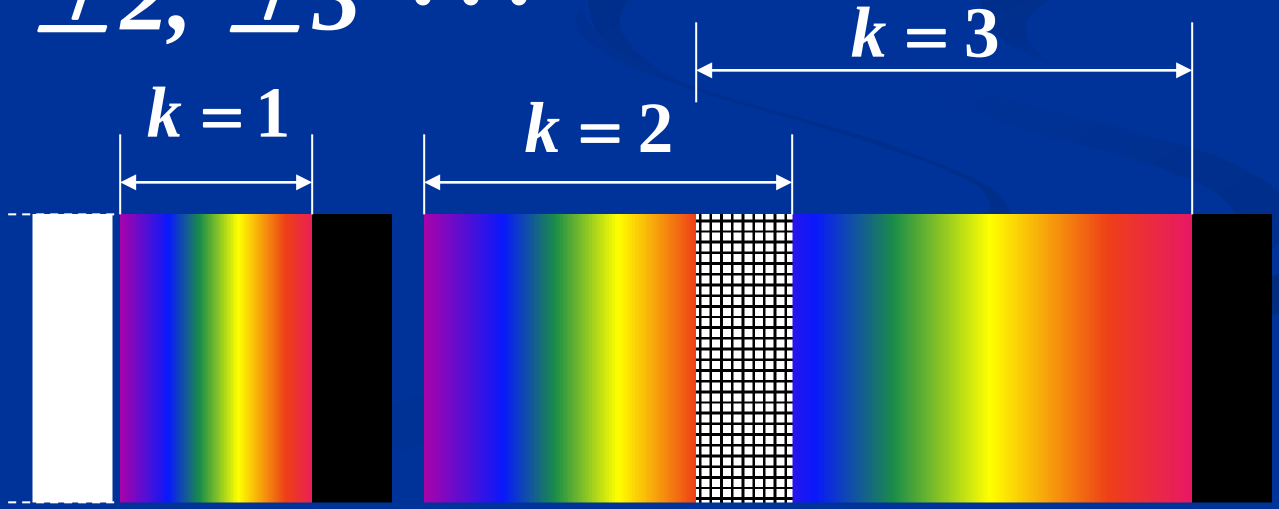
不同波长的光主极大出现在同一位置——重叠现象。

$$d\sin\varphi = 2\times 6000\times 10^{-7} = 3\times 4000\times 10^{-7}$$

3. 光栅光谱

光栅方程 $d\sin\varphi = k\lambda$

$k=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \cdots$



光栅立体印刷——在二维的平面图像上直接观察出三维立体图像。

观察物体时，左右眼从不同角度观察形成视觉差异.产生远近感和立体感。

从两个以上不同的观察点取得景物的一组图像合成出立体图片。

立体光栅的应用：立体图片

例15.11 已知某光栅的d=3a，当用λ=0.6μm的光垂直照射该光栅，可在30°方向上观察到第二级明纹，问：(1)当用λ=0.55μm的光垂直照射此光栅共可见到几级明条纹？（2）当用λ=0.55μm与光栅平面间夹角为30°的入射光时，最多能看到第几级光谱？共可见几条明条纹？

解：（1） $d\sin 30° = 2\lambda \Rightarrow d = \dfrac{2\lambda}{\sin 30°} = 2.4\mu m$

$$d\sin 90° = k_m\lambda' \Rightarrow k_m = \frac{d\sin 90°}{\lambda'} = \frac{2.4}{0.55} = 4.36$$

故最多可见第四级明条纹，3的倍数的级次缺级，

0, ±1，±2， ±4

（2）斜入射时光栅方程为：

$$d(\sin\theta \pm \sin\varphi) = \mathrm{k}\lambda'$$

最多能看到的级次

$$k = \frac{\mathrm{d}(\sin\theta + \sin 90°)}{\lambda'} = \frac{2.4\times 1.5}{0.55} = 6.54$$

$$k' = \frac{\mathrm{d}(\sin\theta - \sin 90°)}{\lambda'} = -\frac{2.4\times 0.5}{0.55} = -2.18$$

3的倍数的级次缺级，最大能看到+5、−2级，共可见到k=0, ±1， ±2, , 4, 5共七条明纹

例、一束平行光垂直入射到某个光栅上，该光束有两种波长λ_1=4400Å，λ_2=6600Å。实验发现，两种波长的谱线(不计中央明纹)第二次重合于衍射角φ=60^{0}的方向上，求此光栅的光栅常数d。

解： $d\sin\varphi_1 = k_1\lambda_1 \quad d\sin\varphi_2 = k_2\lambda_2$

$$\frac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2} = \frac{k_1\lambda_1}{k_2\lambda_2} = \frac{2k_1}{3k_2}$$

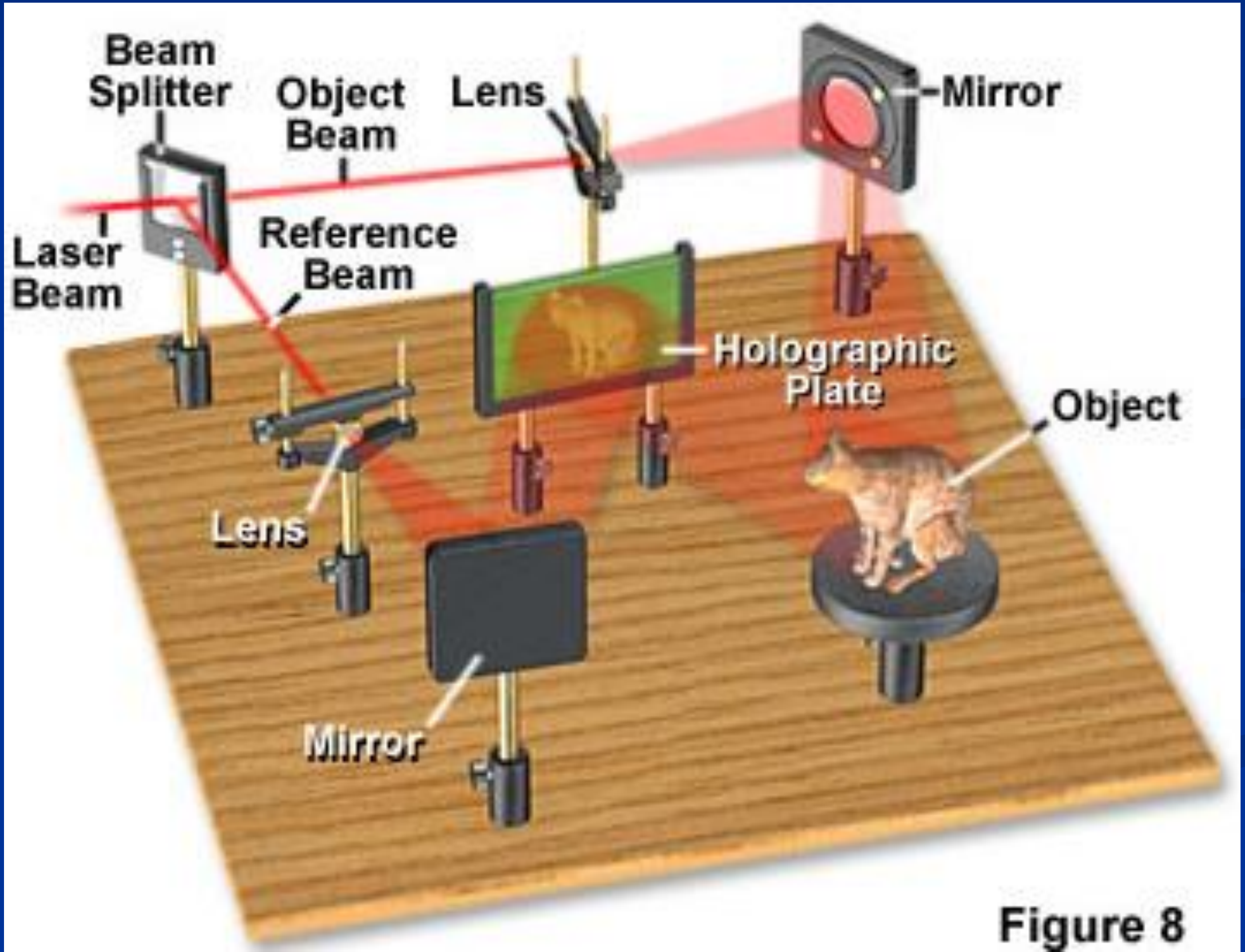
两谱线重合，$\varphi_1 = \varphi_2$，所以$\frac{k_1}{k_2} = \frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \cdots$

第二次重合k_1=6,k_2=4

$$d\sin 60^0 = 6\lambda_1 \quad d = 3.05\times 10^{-3} mm$$

全息(Holography) 照相

- 1948年，英国物理学家Dennis Gabor 发明全息术，获得1970年Nobel 物理奖。



全息照相光路

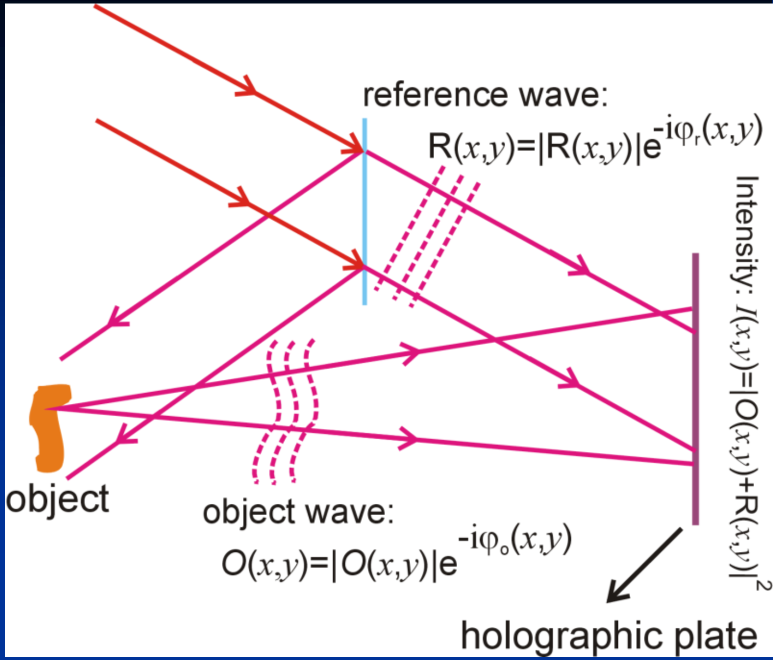
全息的特点：

1）真正的立体像；

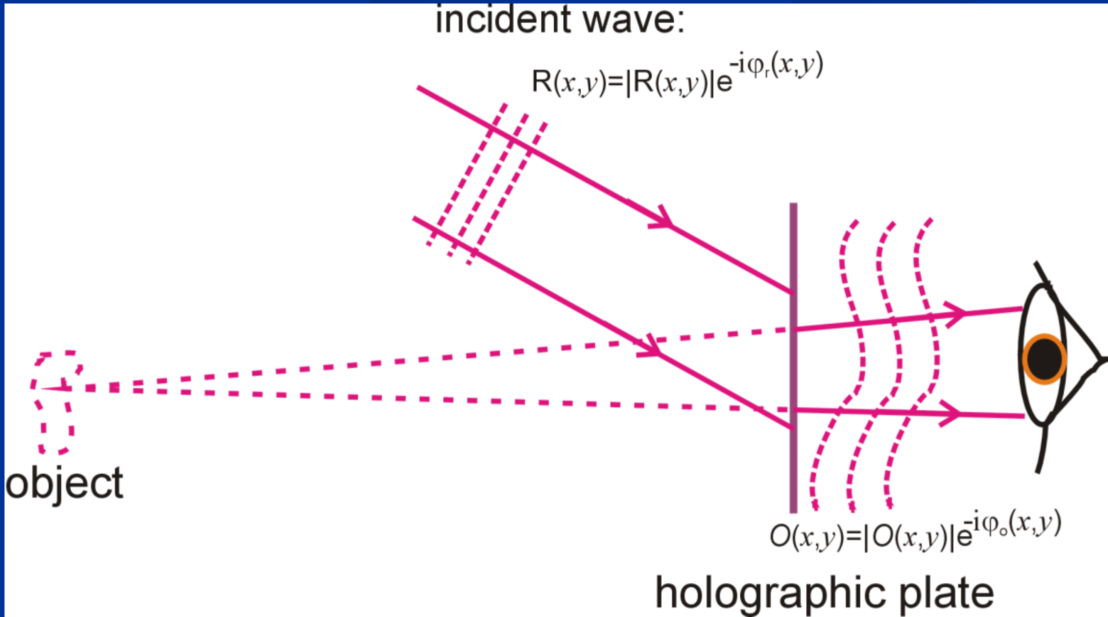
2）局部底片仍可再现全部像

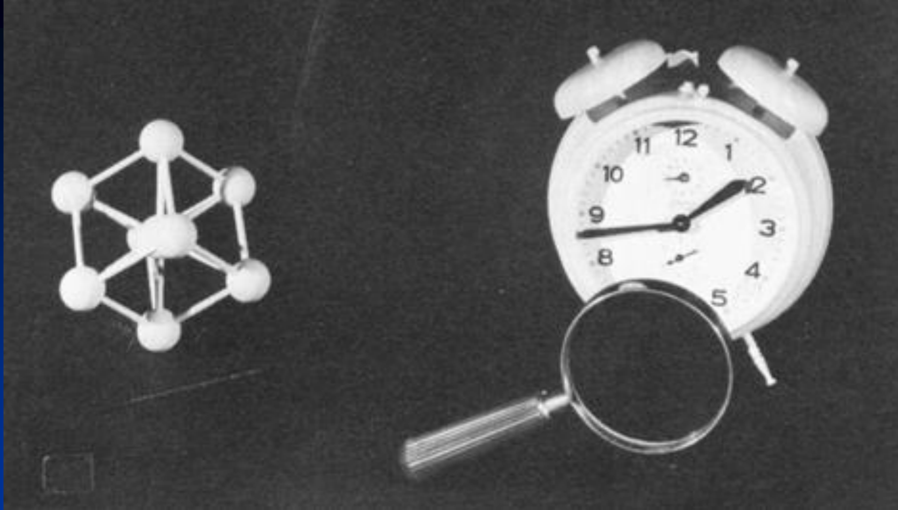
3）可重复曝光，一张底片可

记录多幅像(如一万幅）

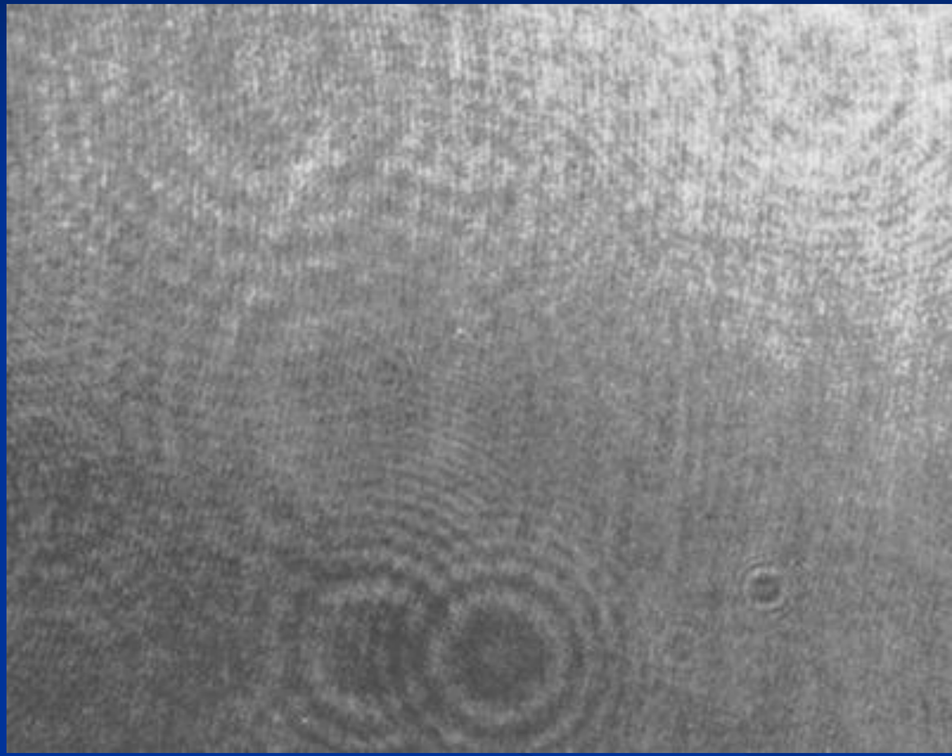


缺点：要求相干光源、特殊底片和防震工作台。

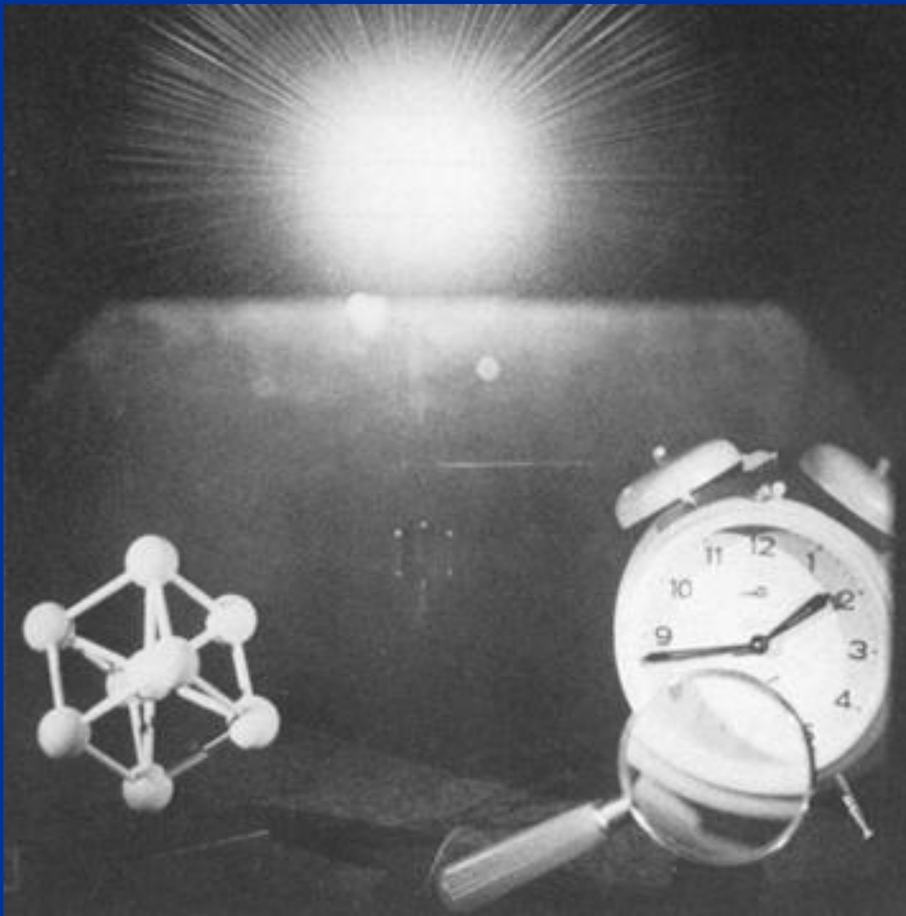




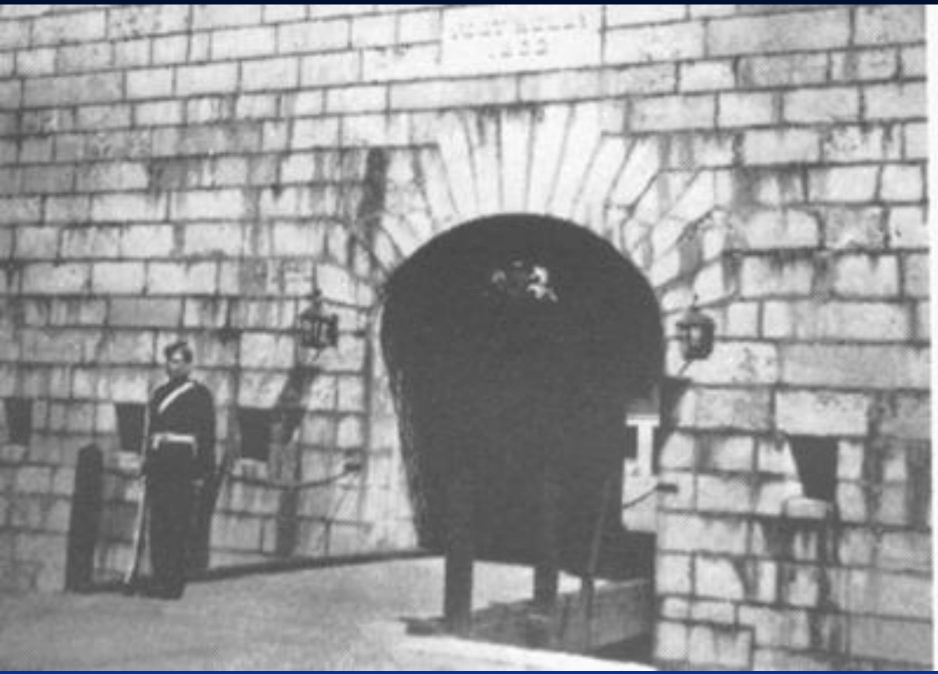
立体物

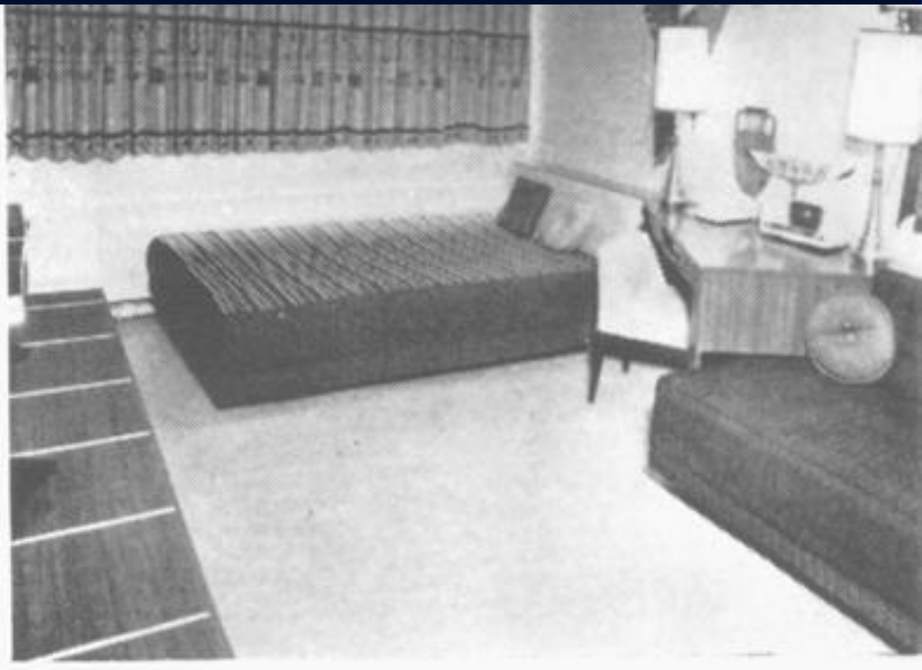


全息图



立体像





图示：一幅全息图再现两幅不同的像