江 西 理 工 大 学 期 终 考 试 卷 A

试卷编号:

20　　- 20　学年第 二 学期	考试性质(正考、补考或其它):[正考]
课程名称: 高等数学(二)	考试方式(开卷、闭卷):[闭卷]
考试时间: 2018 年 6 月 27 日 9:00－10:40	试卷类别(A、B):[A]共 三 大面

温 馨 提 示

请考生自觉遵守考试纪律,争做文明诚信的大学生。如有违犯考试纪律,将严格按照《江西理工大学学生违纪处分规定》处理。

班级＿＿＿＿＿＿＿＿ 一卡通号＿＿＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿＿＿

题号	一	二	三	总 分
得分				

一、选择题(请将正确答案编码填入下表中,每小题3分,共24分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

1. 微分方程$y''-6y'+9y=(6x^2+2)e^x$的待定特解得一个形式可为(A)

(A) $y^*=(ax^2+bx+c)e^x$　(B) $y^*=x(ax^2+bx+c)e^x$

(C) $y^*=x^2(ax^2+bx+c)e^x$　(D) $y^*=x^2(x^2+1)e^x$

2. 设向量$\vec{a}$的三个方向角为α、β、γ,且已知$\alpha=60°$、$\beta=120°$,则$\gamma=$(C)

(A) 120°　(B) 60°　(C) 45°　(D) 30°

3. 设$z=\mathrm{arctan}e^{xy}$,则$\dfrac{\partial z}{\partial y}=$(D)

(A) $-\dfrac{xe^{xy}}{\sqrt{1-e^{2xy}}}$　(B) $\dfrac{xe^{xy}}{\sqrt{1-e^{2xy}}}$　(C) $-\dfrac{xe^{xy}}{1+e^{2xy}}$　(D) $\dfrac{xe^{xy}}{1+e^{2xy}}$

4. D为平面区域$x^2+y^2\leqslant 4$,利用二重积分的性质,$\iint\limits_D (x^2+4y^2+9)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$的最佳估值区间为(B)

(A) $[36\pi,52\pi]$　(B) $[36\pi,100\pi]$　(C) $[52\pi,100\pi]$　(D) $[9\pi,25\pi]$

5. 设$\Omega=\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\leqslant 2,\ x\geqslant 0\}$,则以下等式错误的是(B)

(A) $\iiint\limits_\Omega x^2y\,\mathrm{d}v=0$　(B) $\iiint\limits_\Omega (x+y)\mathrm{d}v=0$　(C) $\iiint\limits_\Omega z\,\mathrm{d}v=0$　(D) $\iiint\limits_\Omega xy\,\mathrm{d}v=0$

6. 设L为直线$y=y_0$上从点$A(0,y_0)$到点$B(3,y_0)$的有向直线段,则$\int_L 2\mathrm{d}y=$(D)

(A) 6　(B) $6y_0$　(C) $3y_0$　(D) 0

7. Σ为平面$x+y+z=1$与三坐标面所围区域表面的外侧,则

$\iint\limits_\Sigma (2y+3z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(x+2z)\mathrm{d}z\mathrm{d}x+(y+1)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$(A)

(A) 0　(B) $\dfrac{1}{6}$　(C) $\dfrac{2}{3}$　(D) $\dfrac{5}{3}$

8. 交错级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{1}{3^{n-1}}$(C)

(A) 发散　(B) 条件收敛　(C) 绝对收敛　(D) 无法确定

二、填空题(请将正确答案填写在以下相应的横线上,每空3分,共24分)

1. ＿＿＿＿＿＿ 2. ＿＿＿＿＿＿ 3. ＿＿＿＿＿＿

4. ＿＿＿＿＿＿ 5. ＿＿＿＿＿＿ 6. ＿＿＿＿＿＿

7. ＿＿＿＿＿＿ 8. ＿＿＿＿＿＿

1. 以$y_1=e^x$,$y_2=xe^x$为特解的阶数最低的常系数齐次线性微分方程是 $y''-2y'+y=0$.

2. 直线L: $\begin{cases}x=3t-2\\ y=t+2\\ z=2t-1\end{cases}$ 和平面π: $2x+3y+3z-8=0$的交点是 $\left(-\dfrac{1}{5},\dfrac{13}{5},\dfrac{1}{5}\right)$.

3. 设$z=xy^3$,则$\mathrm{d}z=$ $y^3\mathrm{d}x+3xy^2\mathrm{d}y$.

4. 交换二次积分的积分次序后,$\int_0^2\mathrm{d}y\int_{y^2}^{2y}f(x,y)\mathrm{d}x=$ $\int_0^4\mathrm{d}x\int_{\frac{x}{2}}^{\sqrt{x}}f(x,y)\mathrm{d}y$.

5. 设$\Omega=\{-1\leqslant x\leqslant 1,\ -1\leqslant y\leqslant 3,\ 0\leqslant z\leqslant 2\}$，则$\iiint\limits_{\Omega}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z=$ $\underline{\ 16\ }$.

6. 设L为由三点$(0,0)$，$(3,0)$，$(3,2)$围成的平面区域D的正向边界曲线，由格林公式知

$\int_L(3x-y+4)\mathrm{d}x+(5y+3x-6)\mathrm{d}y=$ $\underline{\ 12\ }$.

4. 设Σ是上半圆锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}(0\leqslant z\leqslant 1)$，则曲面积分$\iint\limits_{\Sigma}(x^2+y^2)\mathrm{d}S=$ $\underline{\ \dfrac{\sqrt{2}}{2}\pi\ }$.

6. 级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{1}{n(n+1)}-\dfrac{1}{2^n}\right)$的和为$\underline{\ 0\ }$.

三、综合题(请写出求解过程，8小题，共52分)

1. 求方程$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\dfrac{xy}{1+x^2}$的通解.(6分)

$$\frac{\mathrm{d}y}{y}=\frac{x}{1+x^2}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}x^2}{1+x^2}$$

$$\ln|y|=\frac{1}{2}\ln|1+x^2|+\frac{1}{2}\ln C=\frac{1}{2}\ln|C(1+x^2)|$$

$y=C\sqrt{1+x^2}$ (C为任意常数)

2. 设$z=\ln(x^2-y)$，而$y=\tan x$，求$\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}$.(6分)

$$z=\ln(x^2-\tan x)$$

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}=\frac{2x-\sec^2x}{x^2-\tan x}$$

3. 计算$\iint\limits_D(x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，$D$为曲线$x^2-2x+y^2=0$，$y=0$围成的在第一象限的闭区域.(6分)

曲线$x^2-2x+y^2=0$化为极坐标形式$\rho=2\cos\theta$

$$\iint\limits_D(x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^{2\cos\theta}\rho^3\mathrm{d}\rho=\int_0^{\frac{\pi}{2}}4\cos^4\theta\,\mathrm{d}\theta=4\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{2}=\frac{3}{4}\pi$$

4. 计算三重积分$\iiint\limits_{\Omega}z\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是由圆锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$与球面$z=\sqrt{2-x^2-y^2}$围成的区域.(6分)

圆锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$与球面$z=\sqrt{2-x^2-y^2}$交于$\begin{cases}x^2+y^2=1\\ z=1\end{cases}$

$$\iiint\limits_{\Omega}z\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z=\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin\varphi\cos\varphi\,\mathrm{d}\varphi\int_0^{\sqrt{2}}r^3\mathrm{d}r=2\pi\cdot\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin\varphi\,\mathrm{d}\sin\varphi\cdot\left.\frac{r^4}{4}\right|_0^{\sqrt{2}}=2\pi\frac{1}{2}\sin^2\varphi\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi}{2}$$

5. 用高斯公式计算$\oiint\limits_{\Sigma}(a^2x+x^3)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y^3\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z^3\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$\Sigma$为球面$x^2+y^2+z^2=a^2$，取外侧.(8分)

设Ω为球面所围的区域

$$\oiint\limits_{\Sigma}(a^2x+x^3)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y^3\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z^3\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\iiint\limits_{\Omega}a^2+3(x^2+y^2+z^2)\mathrm{d}v$$

$$=a^2\iiint\limits_{\Omega}\mathrm{d}v+3\iiint\limits_{\Omega}x^2+y^2+z^2\mathrm{d}v=\frac{4}{3}\pi a^5+3\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{\pi}\sin\varphi\,\mathrm{d}\varphi\int_0^a r^4\mathrm{d}r$$

$$=\frac{4}{3}\pi a^5+3\cdot2\pi\cdot2\cdot\frac{a^5}{5}=\frac{56}{15}\pi a^5$$

6. 用格林公式计算$\oint_C x^2y\,\mathrm{d}x-xy^2\mathrm{d}y$，其中$C$为圆周$x^2+y^2=4$，取正向.(8分)

设D为圆周所围的区域

$$\oint_C x^2y\,\mathrm{d}x-xy^2\mathrm{d}y=-\iint\limits_D y^2+x^2\mathrm{d}\sigma$$

$$=-\iint\limits_D\rho^3\mathrm{d}\rho\mathrm{d}\theta$$

$$=-\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^2\rho^3\mathrm{d}\rho=-8\pi$$

7. 判断级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{2^{n-1}(2n-1)}$的敛散性.(6分)

$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{\dfrac{1}{2^{n-1}(2n-1)}}=\dfrac{1}{2}<1$，级数收敛

8. 在区间$(-1,1)$内求幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n}$的和函数$s(x)$.(6分)

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}=\sum_{n=1}^{\infty}\int_0^x x^{n-1}\mathrm{d}x=\int_0^x\sum_{n=1}^{\infty}x^{n-1}\mathrm{d}x$$

$$=\int_0^x\frac{1}{1-x}\mathrm{d}x=-\ln|1-x|$$

$s(x)=-\ln|1-x|\quad x\in(-1,1)$