

江西理工大学学期终考试卷

试卷编号:

20 — 20 学年第 一 学期	考试性质 (正考、补考或其它): [正考]
课程名称: <u>高等数学 (一)</u>	考试方式 (开卷、闭卷): [闭卷]
考试时间: _____ 年 _____ 月 _____ 日	试卷类别 (A、B): [B] 共 四 大题
<p style="text-align: center;">温 馨 提 示</p> <p>请考生自觉遵守考试纪律, 争做文明诚信的大学生。如有违犯考试纪律, 将严格按照《江西理工大学学生违纪处分暂行规定》处理。</p>	

班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____ 参考答案 _____

题号	一	二	三	四	总 分
得分					

一、选择题 (请将正确答案编码填入下表中, 每小题 3 分, 共 30 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	D	B	A	C	A	C	B	A	D

二、填空题 (请将正确答案填写在以下相应的横线上, 每空 3 分, 共 30 分)

1. $\frac{4}{3}$

2. $\frac{x^2 \cos x^3}{\sqrt[3]{\sin^2 x^3}} dx$

3. $\frac{(-1)^n n!}{(x-1)^{n+1}}$

4. 3; 2

5. $y = 0$

6. $\frac{1}{x} + \frac{\cos 2x}{x}$

7. 8

8. $\frac{\pi}{2}$

9. $y = 1 + Ce^{-x^2}$

10. $x^2 y = C$

三、计算题（请写出求解过程，6 小题，共 30 分）

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} \right)^{\sin x}$.

解 原式 $= \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\ln \left(\frac{1}{x} \right)^{\sin x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{x \ln \left(\frac{1}{x} \right)}$ 3 分

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{-x \ln x} = e^{\lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{\ln x}{1/x}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1/x}{-1/x^2}}$$
 4 分

$$= e^0 = 1.$$
 5 分

2. $\begin{cases} x = 2e^t \\ y = te^t \end{cases}$, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

解 $\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{e^t(1+t)}{2e^t} = \frac{1}{2}(1+t)$, 3 分

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d}{dx} \frac{1}{2}(1+t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{d(1+t)/dt}{dx/dt} = \frac{1}{2e^t}.$$
 5 分

3. $\int \sin^5 x \, dx$.

解 $\int \sin^5 x \, dx = -\int \sin^4 x \, d \cos x$ 2 分

$$= -\int (1 - \cos^2 x)^2 \, d \cos x = -\int (1 + \cos^4 x - 2 \cos^2 x) \, d \cos x$$
 4 分

$$= -\left[\cos x + \frac{1}{5} \cos^5 x - \frac{2}{3} \cos^3 x + C \right]$$

$$= -\cos x - \frac{1}{5} \cos^5 x + \frac{2}{3} \cos^3 x + C.$$
 5 分

4. $\int x \ln(1+x) dx$.

解 原式 $= \frac{1}{2} x^2 \ln(1+x) - \int \frac{1}{2} x^2 \cdot \frac{1}{1+x} dx$ 2 分

$= \frac{1}{2} x^2 \ln(1+x) - \frac{1}{2} \int \frac{x^2 - 1 + 1}{1+x} dx = \frac{1}{2} x^2 \ln(1+x) - \frac{1}{2} \int \left[x - 1 + \frac{1}{1+x} \right] dx$ 4 分

$= \frac{1}{2} x^2 \ln(1+x) - \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} (x-1)^2 + \ln(1+x) \right] + C$

$= \frac{1}{2} x^2 \ln(1+x) - \frac{1}{4} (x-1)^2 - \frac{1}{2} \ln(1+x) + C$. 5 分

5. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \sin 2x} dx$.

解 原式 $= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{(\cos x - \sin x)^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos x - \sin x| dx$ 3 分

$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x) dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - \cos x) dx$ 4 分

$= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{2} - 1) = 2(\sqrt{2} - 1)$. 5 分

6. $\int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx$.

解 原式 $\stackrel{\text{令 } x=\sin t}{=} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 t \cos^2 t dt$ 2 分

$= \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 2t dt = \frac{1}{8} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 4t) dt$ 4 分

$= \frac{1}{8} \left[t - \frac{1}{4} \sin 4t \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{16}$. 5 分

四、(10 分) 设曲线 $x = y^2$ ($0 \leq x \leq 1$) 和直线 $x = 1, y = 0$ 围成平面图形 D ,

(1) 求 D 的面积; (2) 求 D 绕 y 轴旋转而成的旋转体的体积.

解 (1) D 的面积 $S = \int_0^1 (1 - y^2) dy$ 3 分

$$= \left[y - \frac{1}{3} y^3 \right]_0^1 = \frac{2}{3}. \quad 5 \text{ 分}$$

$$\text{或 } D \text{ 的面积 } S = \int_0^1 \sqrt{x} dx = \left[\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right]_0^1 = \frac{2}{3}.$$

(2) $V_y = \pi - \pi \int_0^1 y^4 dy$ 8 分

$$= \pi - \frac{\pi}{5} = \frac{4\pi}{5}. \quad 10 \text{ 分}$$