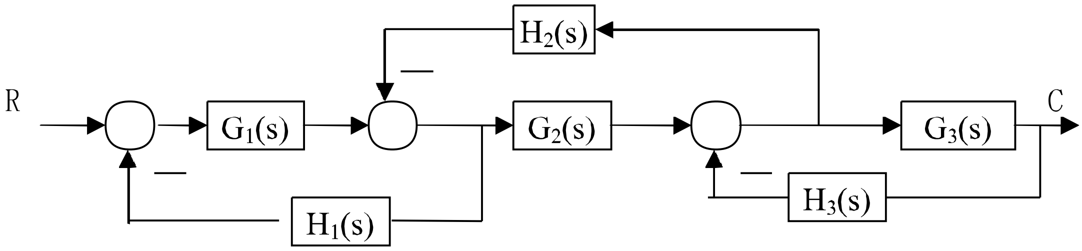
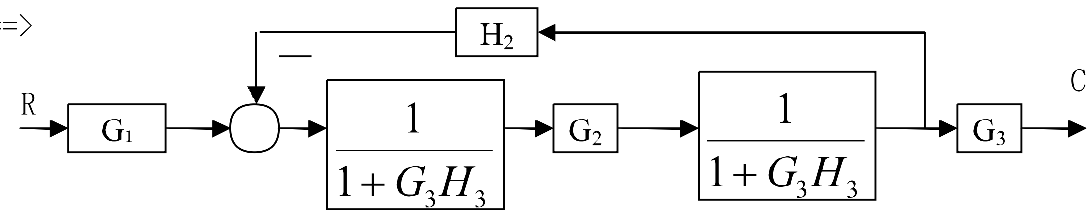
自动控制原理答案八

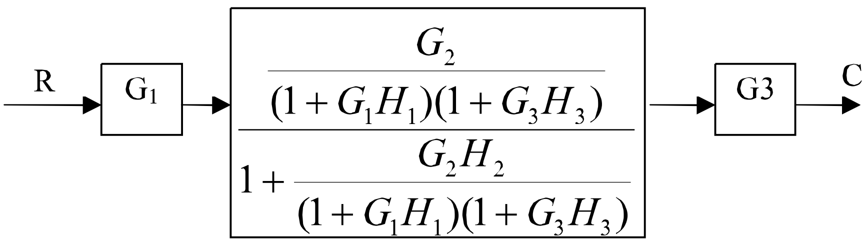
一、　控制系统结构图如图所示。试通过结构图等效变换求系统传递函数 C(s)/R(s)。



解：==>

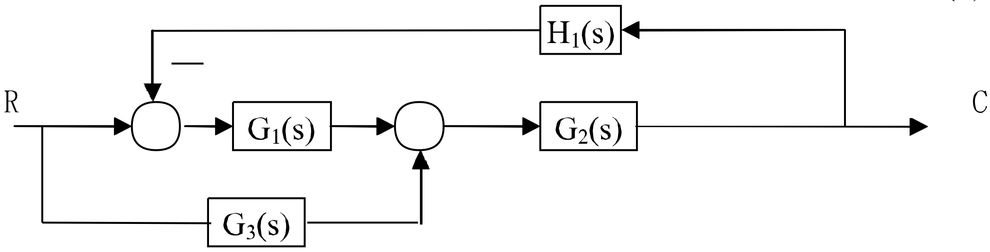


==>

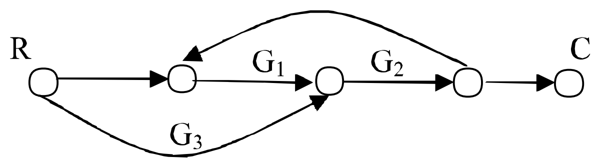


$$\therefore \phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G_1G_2G_3}{(1+G_1H_1)(1+G_3H_3)+G_2H_2}=\frac{G_1G_2G_3}{1+G_1G_3H_1H_3+G_1H_1+G_2H_2+G_3H_3}$$

二、试绘制系统结构图对应的信号流图，并用梅逊增益公式求传递函数 C(S)/R(s)。



解：对应的系统信号流图为：



从信号流图可见，此系统有两条前向通路，一个回路。

$\Delta = 1 + G_1 G_2 H_1$

$P_1 = G_1 G_2 \quad \Delta_1 = 1; \qquad P_2 = G_3 G_2 \quad \Delta_2 = 1$

$$\therefore \quad \Phi(S) = \frac{P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2}{\Delta} = \frac{G_1 G_2 + G_2 G_3}{1 + G_1 G_2 H_1}$$

三、已知单位反馈系统的开环传递函数为：G(s)= $\frac{K}{s(s+10)(s+5)}$；

试求：（1）使系统稳定的 K 值范围；

（2）K=500，输入为 r(t)=2t 时，系统的稳态误差。

解：① 判断稳定性：D（s）= s(s+10)(s+5)+K=$s^3+15s^2+50s+K$

S3	1	50
S2	15	K
S1	$\frac{15\times 50-K}{15}$	0
S0	K	

令劳斯表中首列系数全部大于零以保证系统稳定：

$$\begin{cases} K>0 \\ \frac{15\times 50-K}{15}>0 \end{cases} \qquad \therefore \quad 0<K<750$$

②用静态误差系数法：依题意：K=500/50=10，v=1，

$r\ (t)$=2t 时，　　$e_{ss} = \frac{2}{K_p} = \frac{2}{10} = 0.2$

四、设单位反馈控制系统的开环传递函数为 ：$G(s) = \frac{K^*}{s(s+1)(s+10)}$；绘制根轨迹（要求确定分离点、与虚轴的交点），并求产生纯虚根的开环增益.

解：①　渐近线：$\sigma_\alpha = -\frac{11}{3}$　　　$\varphi = \pm\frac{\pi}{3}$，$\pi$

②　分离点：　$\frac{1}{d} + \frac{1}{d+1} + \frac{1}{d+10} = 0$

解得：　d1=-0.478　　d2=-6.85(舍去)

③　与虚轴交点：

$D(s) = s(s+1)(s+10) + K^* = s^3 + 11s^2 + 10s + K^* = 0$

令：$s = j\omega$，得:

$$\begin{cases} \mathrm{Im}\left[D(s)\right] = -\omega^3 + 10\omega = 0 \\ \mathrm{Re}\left[D(s)\right] = -11\omega^2 + K^* = 0 \end{cases} \quad 得出：\begin{cases} \omega = \sqrt{10} \\ K^* = 110 \end{cases}$$

故：产生纯虚根的开环增益为：

$$K = \frac{K^*}{10} = 11$$ 闭环根轨迹如图所示。

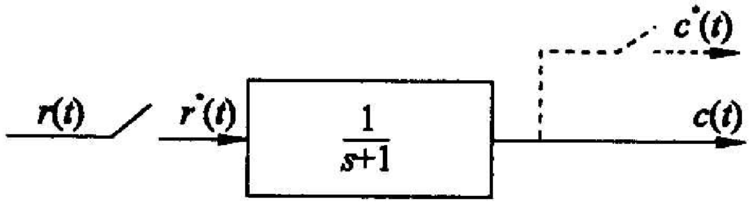
五、已知系统开环传递函数为：G（s）=$\dfrac{K}{s^2(Ts+1)}$（参数 K>0，T＞0）绘制开环幅相曲线，并判断系统的闭环稳定性。

解：∵　P=0，N=－1；

∴　Z=P－2N =0－2 •（－1）=2

故：系统在虚轴右边有 2 个根，系统不稳定。

六、开环离散系统如图,其中$r(t)=1(t)$,采样周期$T=2(s)$。试求采样瞬时的输出响应$c^*(t)$。



解：　用一般 Z 变换法：

$$\mathrm{C}(z) = Z\left[\frac{1}{s+1}\right]R(z) = \frac{z}{z-e^{-T}} \cdot \frac{z}{z-1} = \frac{z^2}{(z-1)(z-e^{-2})}$$

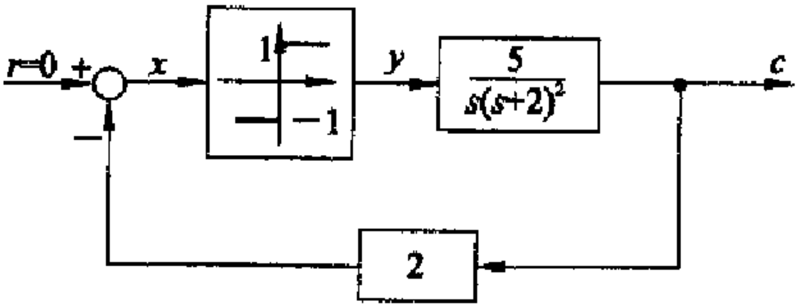
$$\mathrm{R}es\left[C(z)\cdot z^{n-1}\right]_{z\to 1} = \lim_{z\to 1}\frac{z^{n+1}}{z-e^{-2}} = 1.1565$$

$$\mathrm{Re}\,s\left[C(z)\cdot z^{n-1}\right]_{z\to e^{-2}} = \lim_{z\to e^{-2}}\frac{z^{n+1}}{z-1} = -1.1565e^{-2n-2}$$

$$c(nT) = 1.1565\left(1-e^{-2(n+1)}\right),\quad c^*(t) = \delta(T) + 1.1353\delta(t-T) + 1.1536\delta(t-2T) + \cdots$$

七、用描述函数法判断图示系统是否存在自振，若存在，试确定自振的振幅和频率。

已知：N（A）＝4／πA



解：$N(A)=\dfrac{4}{\pi A}$，　$\dfrac{-1}{N(A)}=\dfrac{-\pi A}{4}$

作图如图所示：可见 D 点是稳定的自振点，由自振条件：$N(A)G(j\omega)=-1$，

即：　$-\dfrac{-4}{\pi A}=\dfrac{-j\omega(j\omega+2)^2}{10}=\dfrac{-4\omega^2}{10}+\dfrac{j\omega(4-\omega^2)}{10}$

令虚部为零，解得：$\omega=2$；

代入实部，解得：A=0.796。

故：得出自振参数为：A=0.796，$\omega=2$。