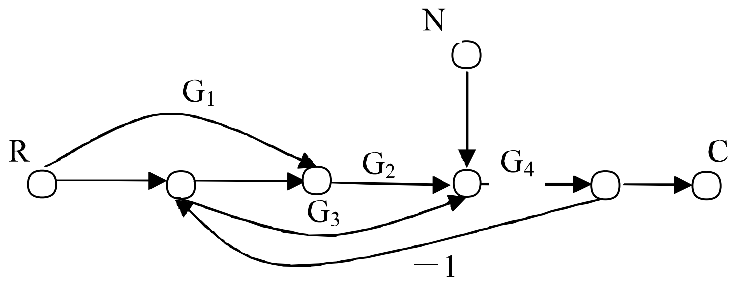
自动控制原理答案四

一、已知系统信号流图，用梅逊增益公式求传递函数 C(s)/R(s)。



解：由信号流程图，存在三条前向通路，两个回路：

$$\Delta = 1 + G_2G_4 + G_3G_4$$

$P_1 = G_2G_4$，　$\Delta_1 = 1$；　　　$P_2 = G_1G_2G_4$，　$\Delta_2 = 1$；

$P_3 = G_3G_4$，　$\Delta_3 = 1$

$$\frac{C(s)}{R(S)} = \frac{G_2G_4 + G_1G_2G_4 + G_3G_4}{1 + G_2G_4 + G_3G_4}$$

二、已知系统特征方程如下，试求系统在 S 右半平面的根数及虚根值：

$$s^6+4s^5-4s^4+4s^3-7s^2-8s+10=0;$$

解：由系统特征方程列劳斯表如下：

	s^6	1	−4	−7	10
	s^5	4	4	−8	
	s^4	$\frac{-16-4}{4}=-5$	$\frac{-28+8}{4}=-5$	10	
（原）	s^3	$\frac{-5\times4+5\times4}{-5}=0$	$\frac{-5\times(-8)+4\times10}{-5}=0$	出现了全零行，要构造辅助方程。	

由全零行的上一行构造辅助方程为：$-5s^4-5s^2+10=0$

辅助方程求导得：$-20s^3-10s=0$。

故原全零行替代为：

（新）	s^3	−20	−10
	s^2	$\frac{100-50}{-20}=-2.5$	10
	s^1	$\frac{25+200}{-2.5}=-90$	0

s^0　　10

表中第一列元素变号两次，故右半 S 平面有两个闭环极点，系统不稳定。

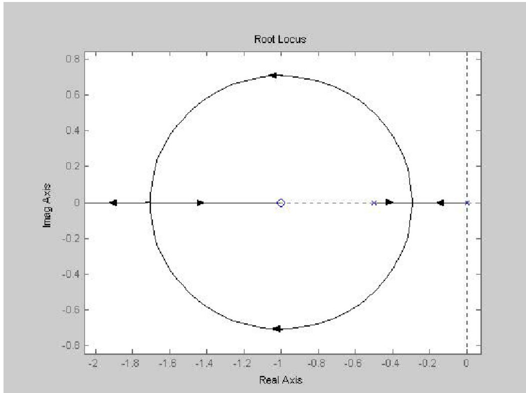
对辅助方程$-5s^4-5s^2+10=0$ 化简得：（s^2-1）（s^2+2）=0　　①

由 D(s)/辅助方程得余因式为:（s－1）（s＋5）=0　　②

求解①、②得到系统的根为：$s_{1,2}=\pm 1$，$s_{3,4}=\pm j\sqrt{2}$，$s_5=1$，$s_6=-5$

故：系统有两个虚根

三、单位反馈控制系统开环传递函数为：$G(s)=\dfrac{K(s+1)}{s(2s+1)}$，试概略绘出相应的闭环根轨迹图（要求确定分离点坐标 d）。



解：

① n=2，根轨迹有两条分支；

② 起点：p1=0；　p2=－0.5；

终点：z=－1，－∞；

③ 实轴上根轨迹：　0→－0.5，　－1→－∞；

④ 分离点：∵ $\dfrac{1}{d}+\dfrac{1}{d+0.5}=\dfrac{1}{d+1}$　　∴ $d^2+2d+0.5=0$

解得：$\begin{cases} d_1=-0.29 \\ d_2=-1.707 \end{cases}$

故：概略绘出相应的闭环根轨迹如图所示。

四、已知系统开环传递函数为：G（s）$=\dfrac{K}{s(Ts+1)(s+1)}$；，T>0，　K=10 时，

试根据奈氏稳定判据，确定其闭环稳定 T 值的范围。

解：$G(j\omega)=G(s)|_{s=j\omega}=\dfrac{(\omega^2T-1)Kj-(T+1)\omega K}{\omega(1+\omega^2T^2)(1+\omega^2)}$

令:虚部为 0，即: $\omega^2T-1=0$　　∴　$\omega=1/\sqrt{T}$

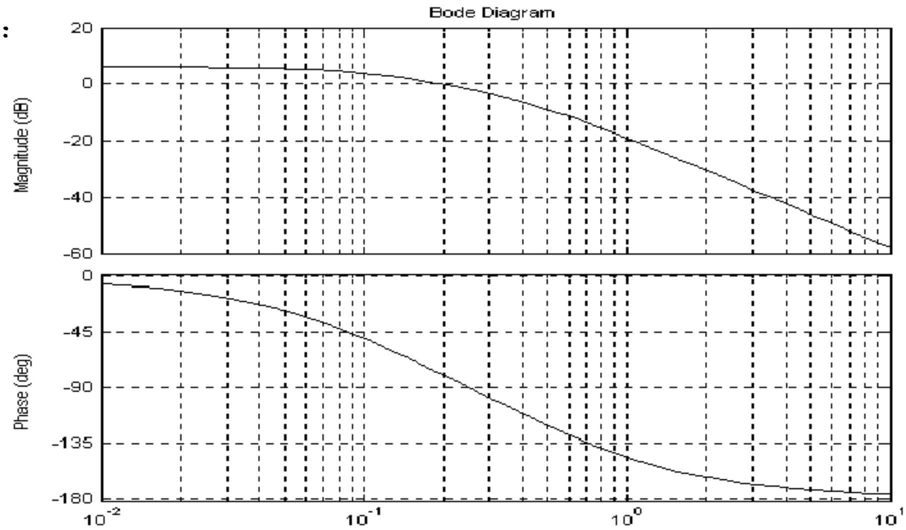
实部为：$R_e=-\dfrac{K\omega(T+1)}{\omega(1+\omega^2)(1+\omega^2T^2)}=-\dfrac{K}{1+1/T}$

为使系统稳定，实部应大于－1，　即：幅相曲线不包含（－1，j0）点。

当 K=10 时：$-\dfrac{K}{1+1/T}>-1 \quad \Rightarrow \quad 0<\mathrm{T}<\dfrac{1}{9}$

五、绘制下列传递函数的对数幅频渐近特性曲线：$G(s)=\dfrac{2}{(2s+1)(8s+1)}$。

解：



六、已知脉冲传递函数为：$G(z)=\dfrac{C(z)}{R(z)}=\dfrac{0.53+0.1z^{-1}}{1-0.37z^{-1}}$，其中 $R(z)=\dfrac{z}{(z-1)}$，试求 $c(nT)$。

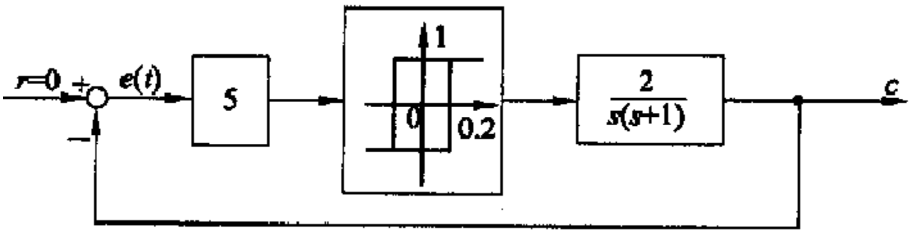
解：$\mathrm{C}(z)=G(z)R(z)=\dfrac{(0.53+0.1z^{-1})z}{(1-0.37z^{-1})(z-1)}=\dfrac{(0.53z+0.1)z}{(z-0.37)(z-1)}$

$$c(nT)=\sum \operatorname{Res}\left[C(z)\cdot z^{n-1}\right]$$

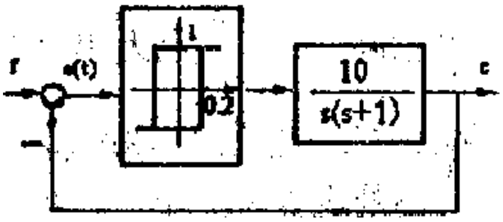
$$=\frac{(0.53z+0.1)z^{n}}{z-0.37}\bigg|_{z=1}+\frac{(0.53z+0.1)z^{n}}{z-1}\bigg|_{z=0.37}$$

$$=1-\frac{0.269}{0.63}(0.37)^{n}=1-0.47(0.37)^{n}$$

七、非线性系统如图所示，试用描述函数法分析周期运动的稳定性，并确定系统输出信号振荡的振幅和频率。（$N(A)=\dfrac{4}{\pi A}\sqrt{1-(\dfrac{0.2}{A})^{2}}-j\dfrac{4\times 0.2}{\pi A^{2}}$）



解：将系统结构图等效变换为图解 8-18 所示：



G（jω）$=\dfrac{10}{j\omega(j\omega+1)}=\dfrac{-10}{\omega^2+1}-j\dfrac{10}{\omega(\omega^2+1)}$

N(A) $=\dfrac{4}{\pi A}\sqrt{1-(\dfrac{0.2}{A})^2}-j\dfrac{4\times0.2}{\pi A^2}$

$=\dfrac{4}{\pi A}\left[\sqrt{1-(\dfrac{0.2}{A})^2}-j\dfrac{0.2}{A}\right]$

$$\frac{-1}{N(A)}=\frac{-\pi A}{4}\frac{1}{\sqrt{1-(\frac{0.2}{A})^2}-j\frac{0.2}{A}}=\frac{-\pi A}{4}\frac{\sqrt{1-(\frac{0.2}{A})^2}-j\frac{0.2}{A}}{1-(\frac{0.2}{A})^2+(\frac{0.2}{A})^2}=\frac{-\pi A}{4}\sqrt{1-(\frac{0.2}{A})^2}-j\frac{0.2\pi}{4}$$

令 G(jω)与 $\dfrac{-1}{N(A)}$ 的实部、虚部分别相等得：

$$\frac{10}{\omega^2+1}=\frac{\pi A}{4}\sqrt{1-\left(\frac{0.2}{A}\right)^2} \qquad ①$$

$$\frac{10}{\omega(\omega^2+1)}=\frac{0.2\pi}{4}=0.157 \qquad ②$$

①②两式联立求解得：ω =3.91，A=0.161