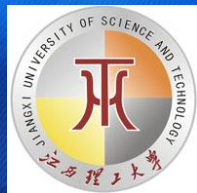


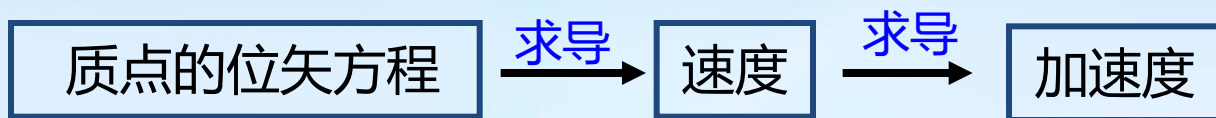
# 力学第三讲

## 运动学的两类基本问题

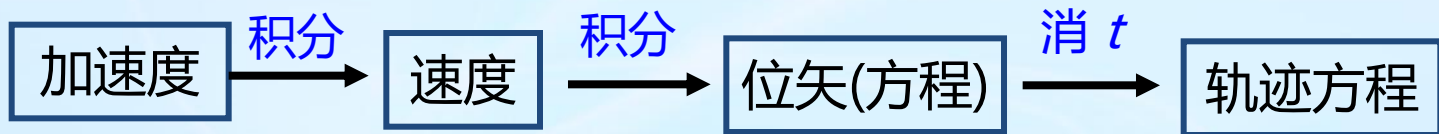


# 两类问题概述

## 第一类问题:



## 第二类问题:



- 注: 1、通常化为分量形式进行计算;  
2、注意小结一些数学运算技巧;  
3、注意矢量的书写规范;

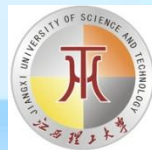


## 一、由位矢方程求速度、加速度

**例1：**已知一质点的位矢方程为

$$\vec{r} = 2t\vec{i} + (2 - t^2)\vec{j} \quad (SI)$$

- 求：
- (1) 质点的轨迹；
  - (2)  $t = 0s$  及  $t = 2s$  时刻，质点的位置矢量；
  - (3) 从  $t = 0s$  到  $t = 2s$  过程中，质点的位移；
  - (4) 任意时刻，质点的速度；
  - (5) 任意时刻，质点的加速度。



# 一、由位矢方程求速度、加速度

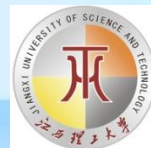
## 小 结

若已知质点的位矢方程（运动学方程）：

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

或：  $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$  (直角坐标系中的分量式)

$$\vec{r}(t) \xrightarrow{\text{求导}} \vec{v}(t) \xrightarrow{\text{求导}} \vec{a}(t)$$

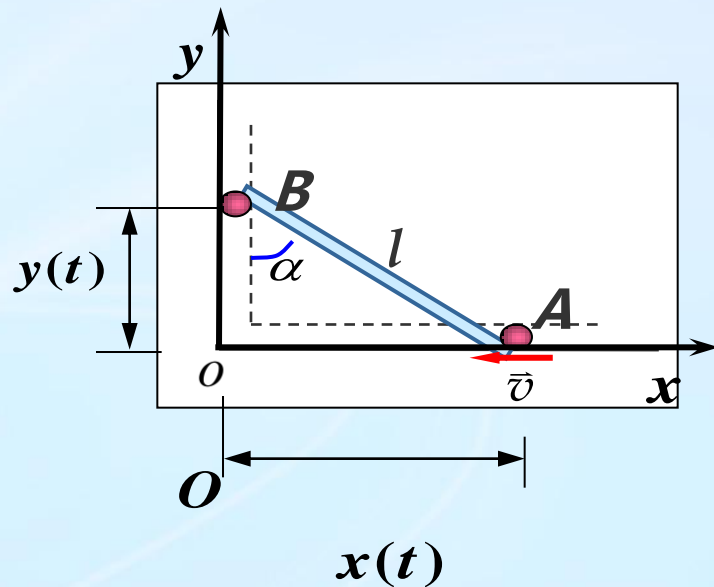


# 一、由位矢方程求速度、加速度

**例2:** 如图所示,  $A$ 、 $B$  两物体由一长为  $l$  的刚性细杆相连,  $A$ 、 $B$  两物体可在光滑轨道上滑行. 如物体  $A$  以恒定的速率  $v$  向左滑行, 当  $\alpha = 60^\circ$  时, 物体  $B$  的速率为多少?

## 小 结

若不显知质点的位矢方程,  
应先建立适当的坐标系,  
再利用运动中的几何关系、  
初始条件等, 求出质点的  
坐标随时间变化的函数关系。



## 二、由位矢方程求速度、位矢方程

**例3** 质点沿 $x$ 轴运动, 已知:  $a_x = -A \cos t \quad (m / s^2)$

$t = 0 s$ 时,  $v_{0x} = 0 \quad (m / s), \quad x_0 = A \quad (m)$

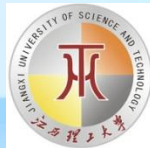
求: 该质点的速度与运动学方程。

类型1: 已知 $a_x(t)$ , 求 $v_x(t)$ 与 $x(t)$ 等

思路: 由  $a_x = \frac{dv_x}{dt} \longrightarrow dv_x = a_x(t) dt$

$$\longrightarrow \int_{v_{0x}}^{v_x} dv_x = \int_0^t a_x(t) dt \longrightarrow v_x(t) = v_{0x} + \int_0^t a_x(t) dt$$

同理可得:  $x(t) = x_0 + \int_0^t v_x(t) dt$



## 二、由位矢方程求速度、位矢方程

**例4** 质点沿 $x$ 轴运动, 已知:  $a_x = -k v_x \quad (m / s^2)$

$K$ 为正常量, 初始速度与坐标分别为  $v_{0x}, x_0$

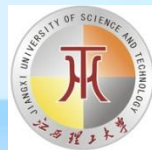
求: 该质点的速度与运动学方程。

**思路: 由**

$$a_x(v_x) = \frac{dv_x}{dt} \longrightarrow \frac{dv_x}{a_x(v_x)} = dt$$

$$\longrightarrow \int_{v_{0x}}^{v_x} \frac{dv_x}{a_x(v_x)} = \int_0^t dt \longrightarrow v_x = v_x(t)$$

**再由速度的定义可得:**  $x(t) = x_0 + \int_0^t v_x(t) dt$





## 二、由位矢方程求速度、位矢方程

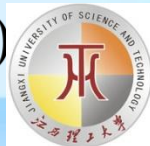
**例5** 已知：一质点沿 $x$ 轴运动，且  $a_x = -\omega^2 x$  (SI)，  
设初始时速率为  $v_{0x}$ ，  $x_0 = 0$  (m)

求：  $v(x) = ?$       $x(t) = ?$

**思路：**  $a_x(x) = \frac{dv_x}{dt}$      两边乘以  $dx$

$$\longrightarrow a_x(x) dx = \frac{dv_x}{dt} \cdot dx = \frac{dx}{dt} \cdot dv_x = v_x \cdot dv_x$$

$$\longrightarrow \int_{v_{0x}}^{v_x} v_x dv_x = \int_{x_0}^x a_x(x) dx \longrightarrow v_x = v_x(x)$$





## 二、由位矢方程求速度、位矢方程

**例5** 已知：一质点沿 $x$ 轴运动，且  $a_x = -\omega^2 x$  (SI)，  
设初始时速率为  $v_0$ ，  $x_0 = 0$  (m)  
求：  $v(x) = ?$   $x(t) = ?$

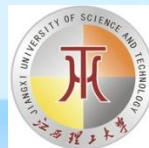
类型4: 已知  $v_x(x)$ ，求  $x(t)$

思路：由

$$v_x(x) = \frac{dx}{dt} \longrightarrow \frac{dx}{v_x(x)} = dt$$

$$\longrightarrow \int_{x_0}^x \frac{dx}{v_x(x)} = \int_0^t dt$$

$$\longrightarrow x = x(t)$$



## 随堂讨论

1、质点作曲线运动， $\vec{r}$  表示位置矢量， $s$  表示路程。

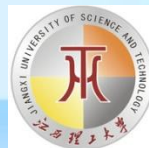
$\vec{v}$  表示速度， $\vec{a}$  表示加速度，则下列表达式中正确的是：

(1)  $\frac{dr}{dt} = v$

(2)  $\frac{dv}{dt} = a$

(3)  $\frac{ds}{dt} = v$

(4)  $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$



2、(1)  $\left| \frac{d\vec{v}}{dt} \right| = 0$  的运动是什么运动?

——  $a = |\vec{a}| = 0$  —— 匀速直线运动

(2)  $\frac{d|\vec{v}|}{dt} = 0$  的运动是什么运动?

——  $a_{\tau} = \frac{dv}{dt} = 0$  —— 匀速率运动

