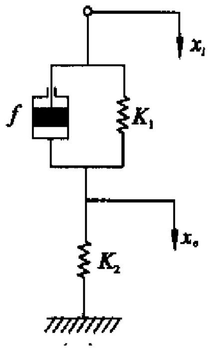
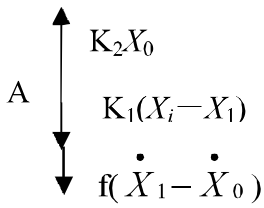
自动控制原理答案十四

一、设机械系统如图所示，其中 Xi 是输入位移，Xo 是输出位移，试列写系统的微分方程式。



解：质点受力图为：

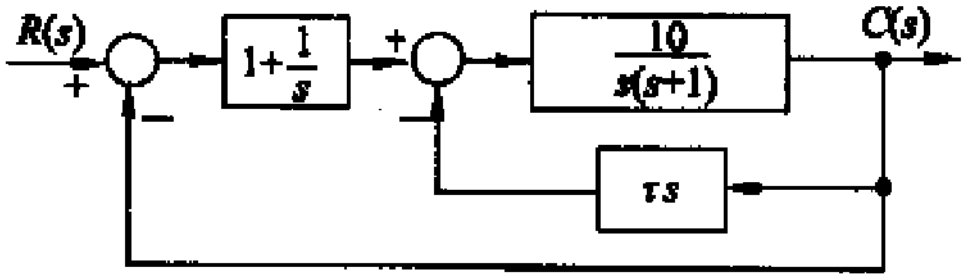


$\because f(\dot{X}_i-\dot{X}_0)+K_1(X_i-X_0)-K_2X_0=0$　　（合力为 0）

$\therefore f\dot{X}_0+(K_1+K_2)X_0 = f\dot{X}_i+K_1X_i$

$$G(s)=\frac{X_0(s)}{X_i(s)}=\frac{fs+K_1}{fs+K_1+K_2}$$

二、 已知系统结构图如图所示。试用劳斯稳定判据确定能使系统稳定的反馈参数 τ 的取值范围。



解：依结构图，用梅逊公式可得：

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{(1+\frac{1}{s})(\frac{10}{s(s+1)})}{1+\frac{10\tau_s}{s(s+1)}+(1+\frac{1}{s})(\frac{10}{s(s+1)})}=\frac{10(s+1)}{s^3+(1+10\tau_s)s^2+10s+10}$$

即：系统的闭环特征方程为：

$D(s)=s^3+(1+10\tau_s)s^2+10S+10$

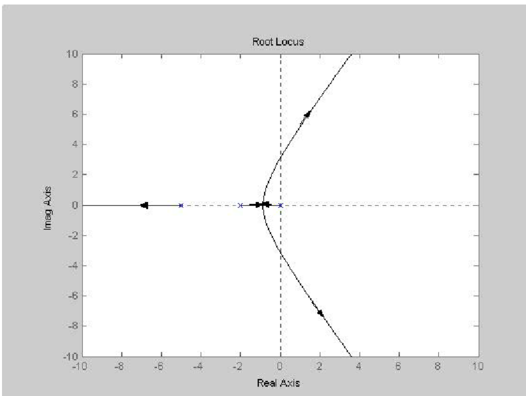
故：列系统的劳斯表如下：

S^3	1	10	
S^2	$1+10\tau_s$	10	==> $\tau_s>-0.1$
S	$\frac{10(1+10\tau_s)-10}{1+10\tau_s}$		==> $\tau_s>0$
S^0	10		

可见，τ_s的稳定范围为：$\tau_s>0$

三、 设单位反馈控制系统开环传递函数为 $G(s)=\frac{K}{s(0.2s+1)(0.5s+1)}$，试概略绘出相应的闭环根轨迹图（要求确定分离点坐标 d）：

解：其中K^*——根轨迹增益，K——开环增益



① 根轨迹：n=3,根轨迹有三条分支；

② 起点：P1=0，P2=－2，P3=－5；

终点：三条根轨迹趋向于无穷远；

③ 实轴上根轨迹：$0\rightarrow-2$，$0\rightarrow-\infty$

④ 渐近线：n－m=3 条

$$\sigma_a=\frac{\sum Pi-\sum Zi}{n-m}=-\frac{7}{3},$$

$$\varphi_a=\frac{\pm(2K+1)\pi}{n-m}=\pm\frac{\pi}{3},$$

π；

⑤　分离点：

∵　$D(s)=s^3+7s^2+10s+10K=0$；

$$\frac{dD(s)}{ds}=3S^2+14S+10=0;$$

解得：　$s_1=-3.79$　（舍去 s_1）　$s_2=-0.88$

⑥　与虚轴交点：$D(s)=s^3+7s^2+10s+10k=0$

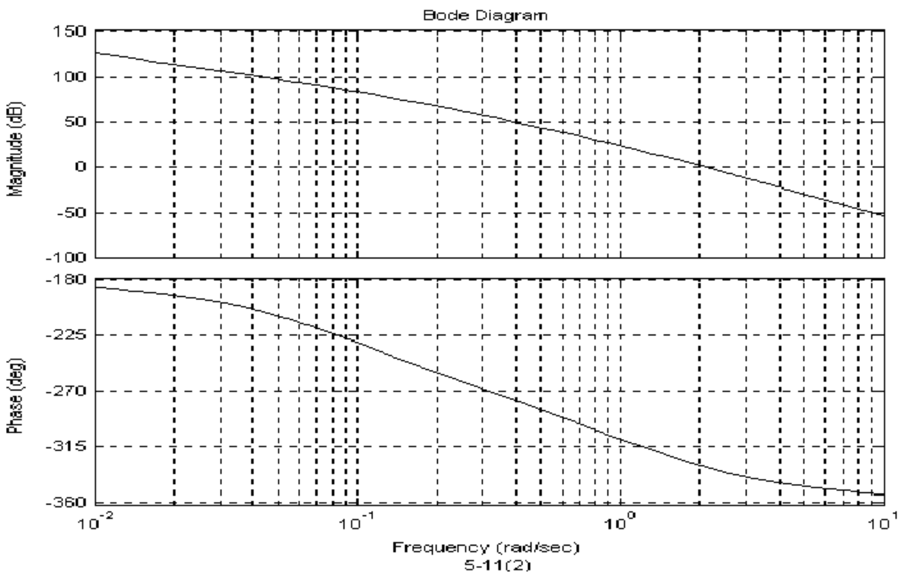
令：$s=j\omega$，得：

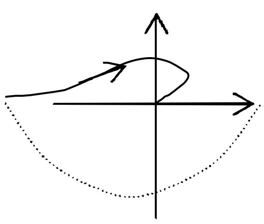
$$\begin{cases}\mathrm{Im}[D(s)]=-\omega^3+10\omega=0\\ \mathrm{Re}[D(s)]=-7\omega^2+10K=0\end{cases}\qquad\begin{cases}\omega=\sqrt{10}\\ K=7\end{cases}$$

故：概略绘出相应的闭环根轨迹如图所示。

四、绘制开环传递函数为 $G(s)=\dfrac{200}{s^2(s+1)(10s+1)}$ 的对数幅频渐近特性曲线和幅相曲线，并判断稳定性。

解：

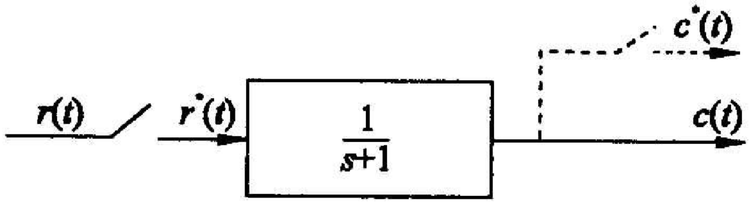




P=0，N=－1，

Z=P－2N=2，闭环不稳定。

五、已知开环离散系统如图所示，其中$r(t)=1(t)$,采样周期$T=2(s)$，试求$c^*(t)$。



解：$C(z)=Z\left[\dfrac{1}{s+1}\right]R(z)=\dfrac{z}{z-e^{-T}}\cdot\dfrac{z}{z-1}=\dfrac{z^2}{(z-1)(z-e^{-2})}$

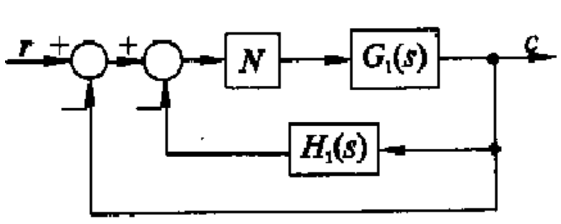
$$\mathrm{Res}\left[C(z)\cdot z^{n-1}\right]_{z\to1}=\lim_{z\to1}\frac{z^{n+1}}{z-e^{-2}}=1.1565$$

$$\mathrm{Res}\left[C(z)\cdot z^{n-1}\right]_{z\to e^{-2}}=\lim_{z\to e^{-2}}\frac{z^{n+1}}{z-1}=-1.1565e^{-2n-2}$$

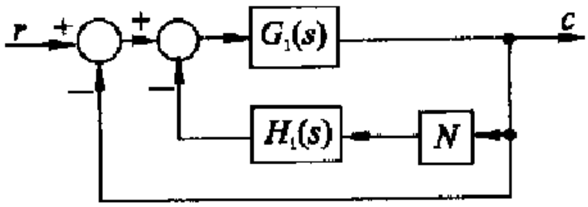
$$c(nT)=1.1565\left(1-e^{-2(n+1)}\right)$$

$$c^*(t)=\delta(T)+1.1353\delta(t-T)+1.1536\delta(t-2T)+\cdots$$

六、将图所示非线性系统简化成典型结构图形式，并写出线性部分的传递函数。



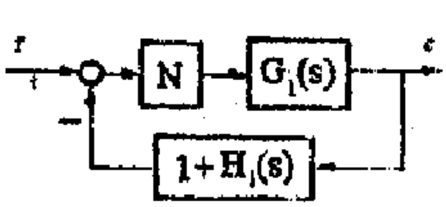
(a)



(b)

（a）解:

将系统结构图等效为图解 8-14-1 所示:

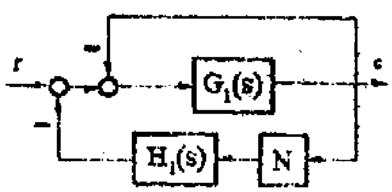


故：线性部分的传递函数为：

$G(s)=G_1(s)[1+H_1(s)]$

（b）解

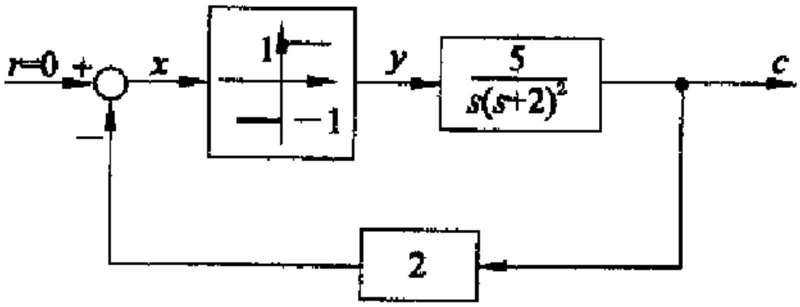
将系统结构图等效为图解 8-14-2 所示:



故：线性部分的传递函数为：

$$G(s)=H_1(S)\frac{G_1(s)}{1+G_1(s)}$$

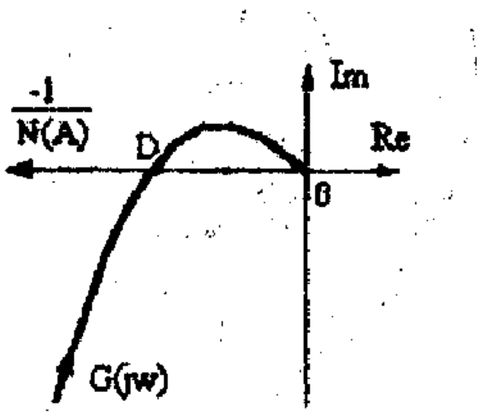
七、试用描述函数说明图示系统必然存在自振，并确定自振振幅和频率。



解：

$N(A)=\dfrac{4}{\pi A}$，　$\dfrac{-1}{N(A)}=\dfrac{-\pi A}{4}$

作图如图所示：



可见 D 点是稳定的自振点，由自振条件：

$N(A)G(j\omega) = -1$

$N(A) = \dfrac{-1}{G(j\omega)}$

即：

$$-\frac{-4}{\pi A} = \frac{-j\omega(j\omega+2)^2}{10} = \frac{-4\omega^2}{10} + \frac{j\omega(4-\omega^2)}{10}$$

令虚部为零，解得：$\omega=2$；

代入实部，解得：A=0.796。

故：得出自振参数为：A=0.796，$\omega=2$。