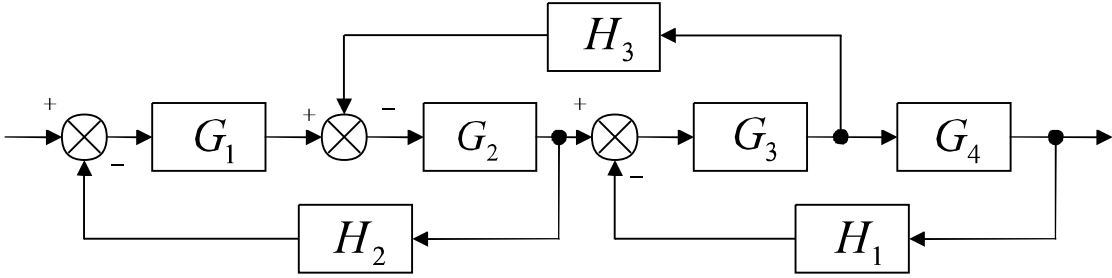
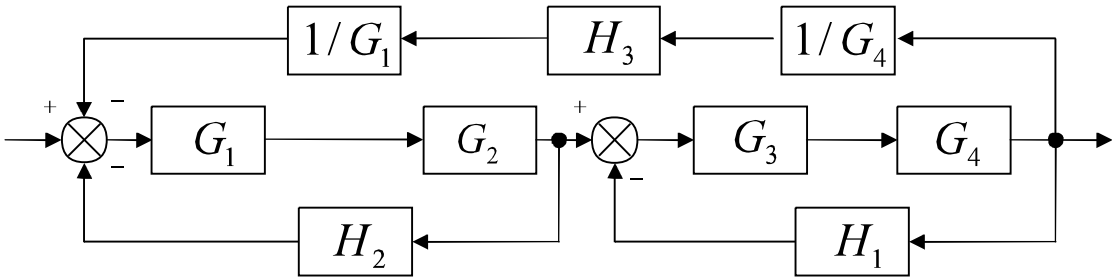


自动控制原理答案二十四

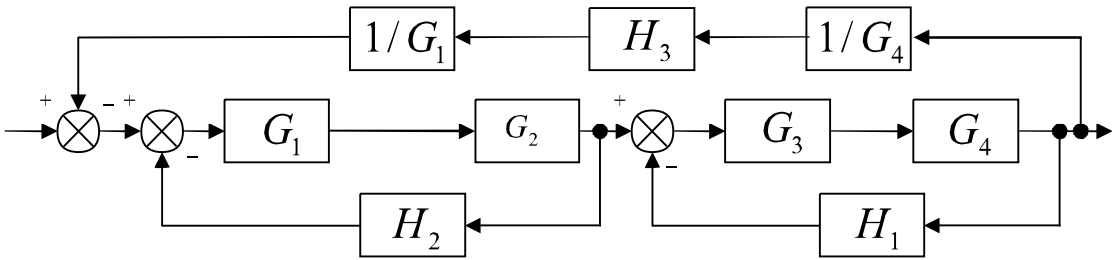
一、



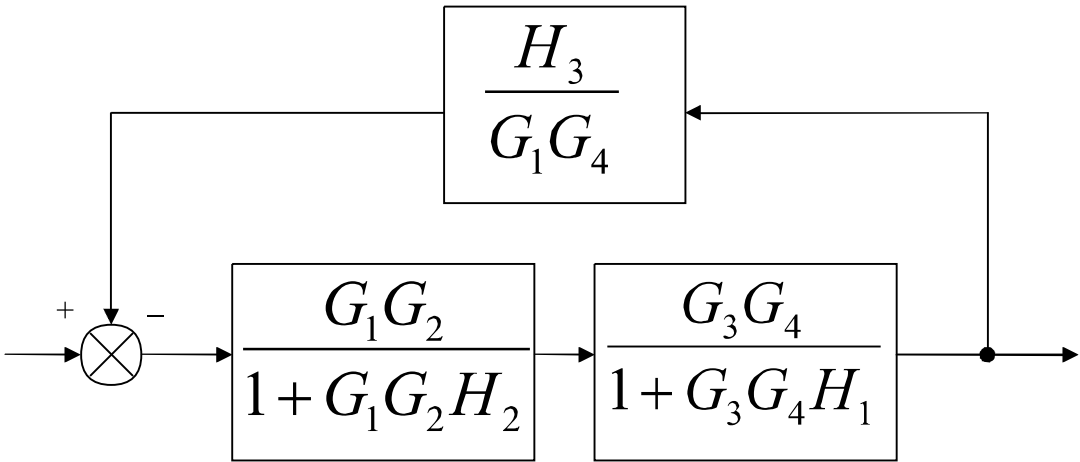
(2 分)



(2 分)



(2 分)



(2 分)

得到 $C(s)/R(s) = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4}{(1 + G_1 G_2 H_2)(1 + G_3 G_4 H_1) + G_2 G_3 H_3}$ (2 分)

梅森图 (略) 依照梅森公式

二、

$R(s) = 1/s$; (2 分)

$C(s) = \frac{\omega_n^2}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} \cdot \frac{1}{s}$ (2 分)

因为 $c(t) = 1 - 1.25e^{-1.2t} \sin(1.6t + 53.1^\circ)$ 所以系统是欠阻尼状态。

$C(t) = 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega_d t + \phi) \quad (t \geq 0)$ (2 分), 且 $\phi = \arctan \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}$ (2 分)

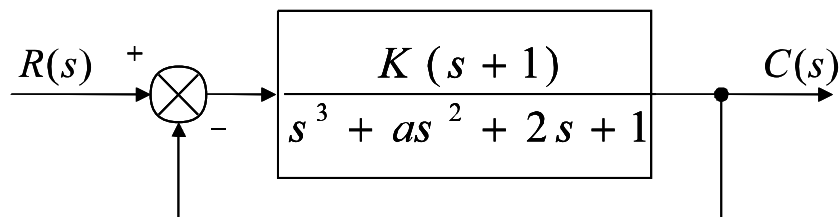
得到 $\xi = 0.6$, $\omega_n = 2$ (2 分)

(2)

$\sigma_p = e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} = 9.5\%$, $t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = 1.96s$, $t_s = 2.5(\Delta=5\%), 3.33(\Delta=2\%)$

(第 (2) 问公式每式 1 分, 答案 2 分, 共 5 分)

三、



由上式得到:

$D(s) = s^3 + as^2 + (2+K)s + 1 + K$ (2 分)

劳思表:

s^3	1	$2+K$
s^2	a	$1+K$

$$s \quad \frac{a(2+K)-K-1}{a}$$

$$s^0 \quad (2 \text{ 分})$$

出现等幅震荡则 $a(2+K)-K-1=0$ 则 $a=\frac{K+1}{K+2}$ (2 分)

辅助方程: $as^2+1+K=0$ 求导得劳思表:

$$s^3 \quad 1 \quad 2+K$$

$$s^2 \quad a \quad 1+K$$

$$s \quad 2a \quad 0$$

$$s^0 \quad 1+K \quad (2 \text{ 分})$$

$\omega_n = 2 \text{ rad/s}$ 所以带入辅助方程得 $K=2$, $a=3/4$ (2 分)

四、

$e(t) = r(t) - c(t)$ 得

因为 $E(s)=R(s)-C(s)$, 得:

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \phi_e(s) = 1 - \phi(s) = 1 - \frac{(\tau s + b) \bullet \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}}{1 + \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}} = 1 - \frac{C(s)}{R(s)} \quad (4 \text{ 分})$$

由上式可得:

$$\phi_e(s) = \frac{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2)s + 1 + K - K\tau s - bK}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2)s + 1 + K} = 1 - \frac{C(s)}{R(s)} \quad (4 \text{ 分})$$

得到: $b = \frac{1+K}{K}$, $\tau = \frac{T_1 + T_2}{K}$ (2 分)

五、 $G(s) = \frac{K}{s(s^2 + s + 1)}$

令 $s(s^2 + s + 1) = 0$ 得到:

$$p_1=0, p_{2,3} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}j \quad (2 \text{ 分})$$

根轨迹分支有 3 只;

三条根轨迹终点均为无穷远; (2 分)

$n=3, m=0$, 实轴交点坐标是:

$\sigma_p = -1/3$, 渐近线与实轴夹角分别是:

60° 、 180° 、 300° (2 分)

闭环系统的特征方程是

$(s^3 + s^2 + s)' = 0$ 求导并使其为 0 得到

$$s_1 = -\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3}j \quad s_2 = -\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{2}}{3}j \quad (2 \text{ 分})$$

与虚轴交点:

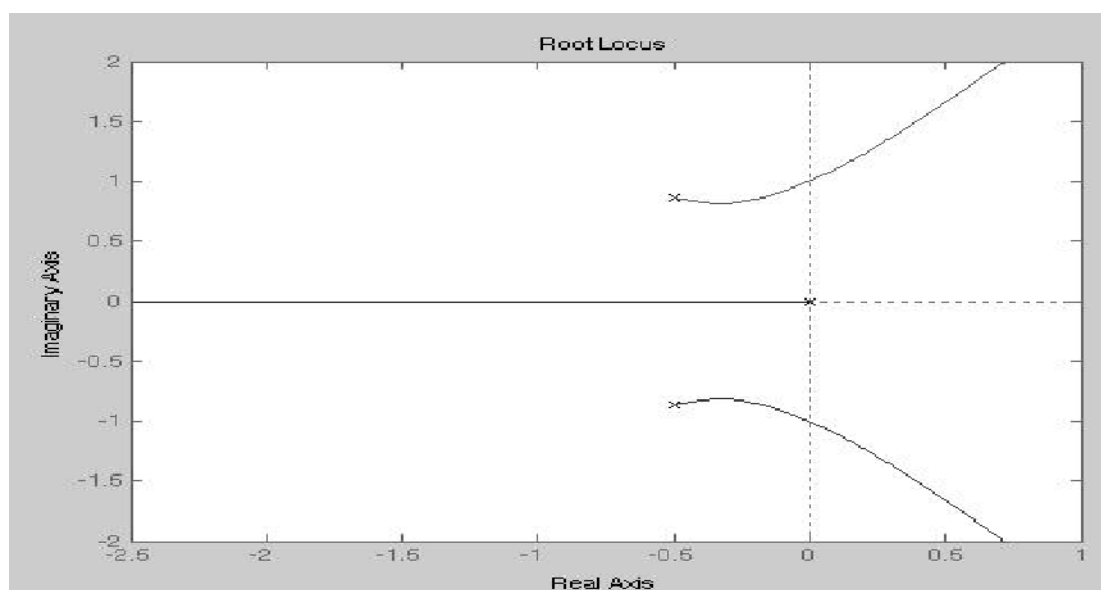
$$1 + G(j\omega)H(j\omega) = 0$$

$$\omega = \pm 1, K = 1 \quad (2 \text{ 分})$$

出射角:

$$\theta_{p_2} = -(2l+1)\pi - \angle(p_2 - p_1) - \angle(p_2 - p_3) = -\frac{\pi}{6}$$

$$\theta_{p_3} = \frac{\pi}{6} \quad (2 \text{ 分})$$



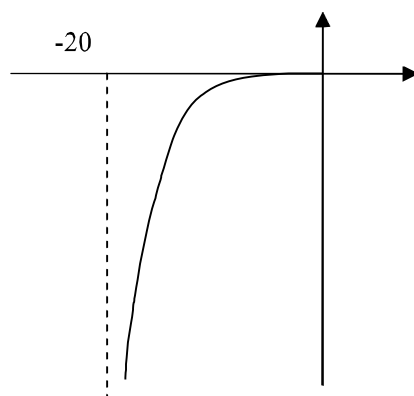
(3 分)

六、

$$G(j\omega) = \frac{-20\omega^2 - j10\omega}{4\omega^4 + \omega^2} = \frac{-20}{4\omega^2 + 1} + j\frac{-10}{4\omega^3 + \omega} = U(\omega) + jV(\omega) \quad (2 \text{ 分})$$

$$|G(j\omega)| = \frac{10}{\omega\sqrt{4\omega^2 + 1}}, \quad \angle G(j\omega) = -\frac{\pi}{2} - \text{tg}^{-1}2\omega \quad (2 \text{ 分})$$

	$ G(j\omega) $	$\angle G(j\omega)$	$U(\omega)$	$V(\omega)$
$\omega \rightarrow 0$	∞	$-\frac{\pi}{2}$	-20	$-\infty$
$\omega \rightarrow \infty$	0	$-\pi$	0	0



(表 2 分)

(图 2 分)

由此穿越次数得出：系统是稳定的。(2 分)

七、 $G(s) = \frac{\tau s + 1}{s^2}$

$\gamma = +45^\circ$

则 $G(j\omega_c) = -135^\circ$ (4 分)

即： $-\tan^{-1}\tau\omega_c - 180^\circ = -135^\circ$ (2 分)

且： $\frac{\sqrt{(\tau\omega_c)^2 + 1}}{\omega_c^2} = 1$ (2 分)

得到： $\tau = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}}} = 0.84$ (2 分)

八、

$N(A) = \frac{4}{\pi A}$ 则： $-\frac{1}{N(A)} = -\frac{\pi A}{4}$ (2 分)

$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega(j\omega + 1)(j\omega + 2)}$; (2 分)

令 $G(j\omega) = -\frac{1}{N(A)}$ 得:

$$-3\omega^2 + (2\omega - \omega^3)j = -\frac{4}{\pi A} \quad (4 \text{ 分})$$

得到:

$$\omega = \sqrt{2}, A_0 = \frac{2}{3\pi} \quad (2 \text{ 分})$$

九、

由开环传函求出:

$$\begin{aligned} G(z) &= (1-z^{-1}) Z\left[\frac{1}{s^2(s+1)}\right] \\ &= \frac{(e^{-T} + T - 1)z + (1 - e^{-T} - Te^{-T})}{(z-1)(z-e^{-T})} \quad (4 \text{ 分}) \end{aligned}$$

相应特征方程:

$$z^2 - z + 0.632 = 0$$

$$\text{得 } z_{1,2} = 0.5 \pm 0.618i, 0.5 \mp 0.618i \quad (4 \text{ 分})$$

$$|z_{1,2}| = 0.795 < 1 \quad \text{所以该系统是稳定的。} \quad (2 \text{ 分})$$

或者用另外一种方法:

将 $z = \frac{\omega+1}{\omega-1}$ 进行平面映射。

$$0.632\omega^2 + 0.736\omega + 2.632 = 0 \quad (2 \text{ 分})$$

根据劳思表:

$$\begin{array}{ccc} \omega^2 & 0.632 & 2.632 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \omega^1 & 0.736 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \omega^0 & 2.632 & \end{array} \quad (2 \text{ 分})$$

由劳思表可以看出系统是稳定的。(2 分)