江 西 理 工 大 学

《高等数学》第十单元测试卷

班级________________学号________________姓名________________

一、填空题(每小题3分，共24分)

1. 设函数$z=f(x,y)$在闭区域D上连续，σ是D的面积，则在D上至少存在一点(ξ,η)使得$\iint_D f(x,y)\mathrm{d}\sigma=$______________.

2. 计算$\iint_D xy\,\mathrm{d}\sigma=$______________，其中$D$是由直线$y=1$，$x=2$，$y=x$所围成的闭区域.

3. 设D是顶点分别为$(0,0)$，$(1,0)$，$(1,2)$，$(0,1)$的直边梯形，计算$\iint_D(1+x)y\,\mathrm{d}\sigma=$__________.

4. 改变下列二次积分的积分次序：

$$\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^{2y}f(x,y)\mathrm{d}x+\int_1^3\mathrm{d}y\int_0^{3-y}f(x,y)\mathrm{d}x=\underline{\qquad\qquad\qquad}.$$

5. 把下列二重积分表示为极坐标形式的二次积分：

$$\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant 2x}f(x^2+y^2,\arctan(y/x))\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\underline{\qquad\qquad\qquad}.$$

6. 二重积分$\iint_D \mathrm{e}^{-x^2-y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$______________，其中$D$是由中心在原点，半径为$a$的圆周所围成的闭区域.

7. 将下列三重积分化为柱面坐标系下的三次积分：

$$\iiint_\Omega f(x,y,z)\mathrm{d}V=\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad},$$

其中Ω为曲面$z=x^2+y^2$及平面$z=1$所围成的闭区域.

8. Ω为三个坐标面及平面$x+2y+z=1$所围成的闭区域，则$\iiint_\Omega x\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z=$__________.

二、选择题(每小题3分，共21分)

1. D_1，D_2，D_3，D_4分别是单位圆$x^2+y^2\leqslant 1$在一、二、三、四象限的部分，则$\iint_{D_1}x^2y\,\mathrm{d}\sigma=($　　$)$.

(A) $\iint_{D_2}x^2y\,\mathrm{d}\sigma$　(B) $\iint_{D_3}x^2y\,\mathrm{d}\sigma$　(C) $\iint_{D_4}x^2y\,\mathrm{d}\sigma$　(D) 0

2. $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\leqslant 1,\ x\geqslant -1/2\}$，则$\iint_D(x^2+y^2)\mathrm{d}\sigma=($　　$)$.

(A) $\int_{-1/2}^1\mathrm{d}x\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}(x^2+y^2)\mathrm{d}y$　(B) $\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}y\int_{-1/2}^1(x^2+y^2)\mathrm{d}x$

(C) $\int_{-1/2}^1\mathrm{d}x\int_{-1/2}^{\sqrt{1-x^2}}(x^2+y^2)\mathrm{d}y$　(D) $\int_{-1/2}^1\mathrm{d}x\int_{-1}^1(x^2+y^2)\mathrm{d}y$

3. Ω由不等式确定：$z\geqslant\sqrt{x^2+y^2}$，$x^2+y^2+(z-1)^2\leqslant 1$，则$\iiint_\Omega f(x,y,z)\mathrm{d}V=($　　$)$.

(A) $\int_0^2\mathrm{d}z\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant 1}f(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$　(B) $\int_0^2\mathrm{d}z\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant z^2}f(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

(C) $\int_0^2\mathrm{d}z\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant 2z-z^2}f(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$　(D) $\int_1^2\mathrm{d}z\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant 2z-z^2}f(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y+\int_0^1\mathrm{d}z\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant z^2}f(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

4. Ω为单位球：$x^2+y^2+z^2\leqslant 1$，则$\iiint_\Omega\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z=($　　$)$.

(A) $\iiint_\Omega\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$　(B) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^\pi\mathrm{d}\varphi\int_0^1 r^3\sin\varphi\,\mathrm{d}r$

(C) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^\pi\mathrm{d}\varphi\int_0^1 r^3\sin\theta\,\mathrm{d}r$　(D) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi\int_0^1 r^3\sin\varphi\,\mathrm{d}r$

5. Ω由不等式确定：$x^2+y^2+z^2\leqslant 1$，$z\geqslant\sqrt{x^2+y^2}$，则$\iiint_\Omega z\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\neq($　　$)$.

(A) $\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant 1/2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{1-x^2-y^2}}z\,\mathrm{d}z$　(B) $\int_0^1\mathrm{d}z\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant z^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

(C) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{1/\sqrt{2}}\rho\,\mathrm{d}\rho\int_\rho^{\sqrt{1-\rho^2}}z\,\mathrm{d}z$　(D) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{\pi/4}\mathrm{d}\varphi\int_0^1\frac{1}{2}r^3\sin 2\varphi\,\mathrm{d}r$

6. 设有空间闭区域$\Omega_1=\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\leqslant R^2,\ z\geqslant 0\}$，$\Omega_2=\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\leqslant R^2,\ x\geqslant 0,\ y\geqslant 0,\ z\geqslant 0\}$，则有($\quad$).

(A) $\iiint_{\Omega_1}x\,\mathrm{d}V=4\iiint_{\Omega_2}x\,\mathrm{d}V$　(B) $\iiint_{\Omega_1}y\,\mathrm{d}V=4\iiint_{\Omega_2}y\,\mathrm{d}V$

(C) $\iiint_{\Omega_1}z\,\mathrm{d}V=4\iiint_{\Omega_2}z\,\mathrm{d}V$　(D) $\iiint_{\Omega_1}xyz\,\mathrm{d}V=4\iiint_{\Omega_2}xyz\,\mathrm{d}V$

7. 设有平面闭区域$D=\{(x,y)\,|\,-a\leqslant x\leqslant a,\ x\leqslant y\leqslant a\}$，$D_1=\{(x,y)\,|\,0\leqslant x\leqslant a,\ x\leqslant y\leqslant a\}$，则$\iint_D(xy+\cos x\sin y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=($　　$)$.

(A) $2\iint_{D_1}\cos x\sin y\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$　(B) $2\iint_{D_1}xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

(C) $4\iint_{D_1}(xy+\cos x\sin y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$　(D) 0

三、解答题(共55分)

1. 计算$\iint_D (x^2+y^2-x)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$D$是由直线$y=x$，$y=2$及直线$y=2x$所围成的闭区域. (10分)

2. 计算$\iint_D \mathrm{e}^{x^2+y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$D$是由$x^2+y^2=4$所围成的闭区域. (8分)

3. 求锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$被柱面$z^2=2x$所割下部分面积. (10分)

4. 计算$\iiint_\Omega z\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是$z=x^2+y^2$与平面$z=4$所围成的闭区域. (10分)

5. 计算$\iiint_\Omega z\sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是$y=-\sqrt{2x-x^2}$与平面$z=0$，$z=1$，$y=0$所围成的闭区域. (10分)

6. 计算$\iiint_\Omega (x^2+y^2+z^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$\Omega$是球面$x^2+y^2+z^2=1$所围成的闭区域. (7分)