# 8.2 电容 电容器

# ※ 孤立导体的电容

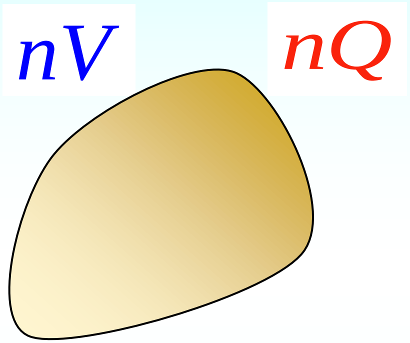
孤立导体的电容$C$:

一个带有电荷为 $Q$ 的孤立导体,其电势为$V$,则有:

$$\boxed{C = \frac{Q}{V}}$$

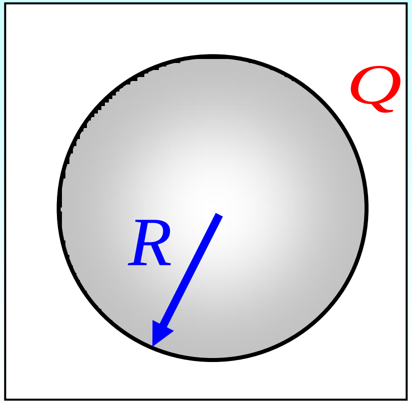
电容的单位:法拉(F)

$$1F = 10^6 \mu F = 10^{12} pF$$




注意:$C$ 的值只与导体的形状、大小及周围的环境有关,而与其带电量的多少无关。

## 例　孤立导体球的电容




$$E=\begin{cases}0 & (r<R)\\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (r>R)\end{cases}$$

解：
$$V=\int_R^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{r}$$
$$=\int_R^{\infty}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr$$
$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

由定义：
$$\boxed{C=\frac{Q}{V}=4\pi\varepsilon_0 R}$$

欲得到 $1F$ 的电容

孤立导体球的半径 $R=?$

$$R=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}=9\times10^9 m$$
$$\approx 10^3 R_E$$

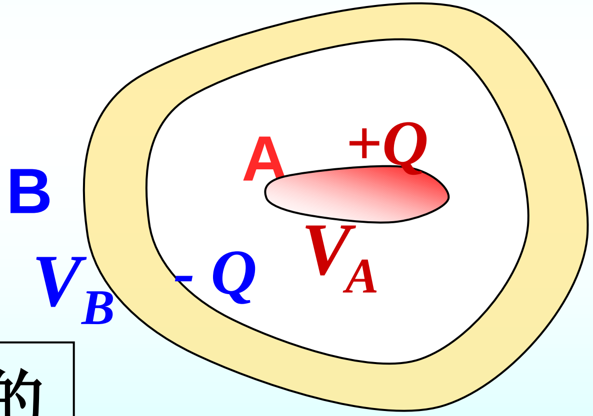
# ※ 电容器的电容

## 1、电容器

彼此绝缘相距很近的两导体构成的系统

电容器的电容：

$$C=\frac{Q}{V_A-V_B}=\frac{Q}{U_{AB}}$$




*C* 与导体的形状、相对位置、其间的电介质有关，与所带电荷量无关.

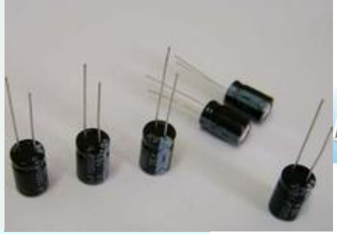
## 2、电容器分类

**按形状：** 柱型、球型、平行板电容器

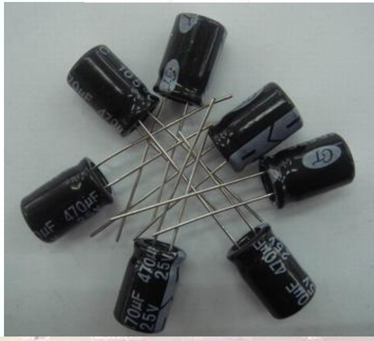
**按型式：** 固定、可变、半可变电容器

**按介质：** 空气、塑料、云母、陶瓷等

**特点：** 非孤立导体，由两极板组成

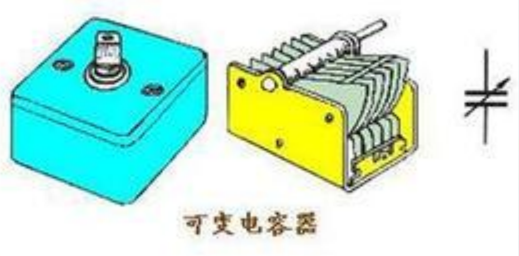













## 3、电容器电容的计算

$$C=\frac{Q}{V_A-V_B}=\frac{Q}{U_{AB}}$$

**步骤**

1）设两极板分别带电量 $\pm Q$

2）求两极板间的电场强度 $\vec{E}$

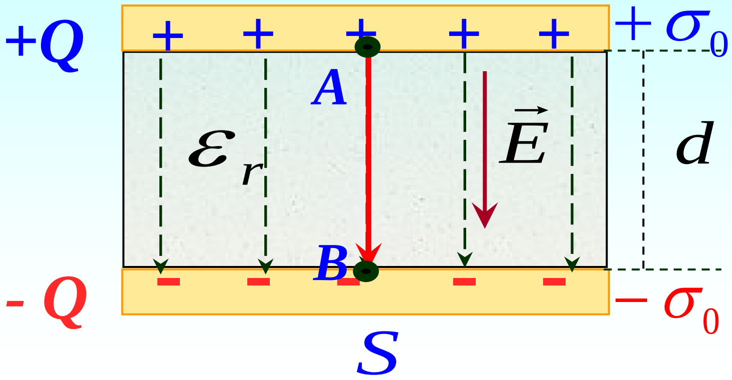
3）求两极板间的电势差 $U$

4）由定义 $C=Q/U$ 求 $C$

## 1) 平板电容器的电容

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon_r} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon}$$

$$E = \frac{Q}{\varepsilon S}$$




$$U_{AB} = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$= \int_A^B E dl = E\int_A^B dl = Ed = \frac{Qd}{\varepsilon S}$$

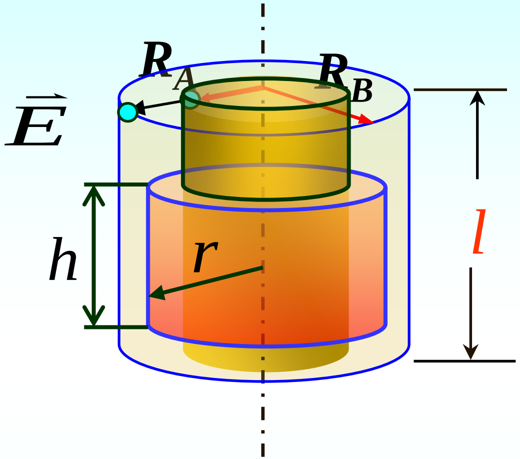
$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{Q}{U_{AB}}$$

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d} = \frac{\varepsilon S}{d}}$$

## 2) 同轴柱形电容器的电容

长为$l$，内半径为 $R_A$ ，外半径为 $R_B$

$$R_B - R_A << l$$




设带电为±Q： $\boxed{\lambda = \dfrac{Q}{l}}$

由高斯定理： $E \cdot 2\pi r \cdot h = \lambda \cdot h / \varepsilon_0$

$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}}$$

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_A^B \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$U_{AB} = \int_{R_A}^{R_B} \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda}{r} \mathrm{d}r = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{R_B}{R_A} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l} \ln\frac{R_B}{R_A}$$

$$\boxed{C = \frac{Q}{U_{AB}} = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln\dfrac{R_B}{R_A}}}$$

## 3）同心球形电容器的电容

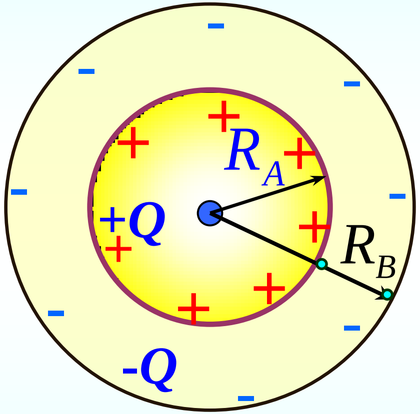
设内球面半径$R_A$，外球面半径$R_B$，

$$\boxed{E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2},\quad R_A<r<R_B}$$

$$U_{AB}=V_A-V_B=\int_{R_A}^{R_B}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}$$

$$=\int_{R_A}^{R_B}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dr}{r^2}$$

$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_A}-\frac{1}{R_B}\right)$$




$$C=\frac{Q}{U_{AB}}$$

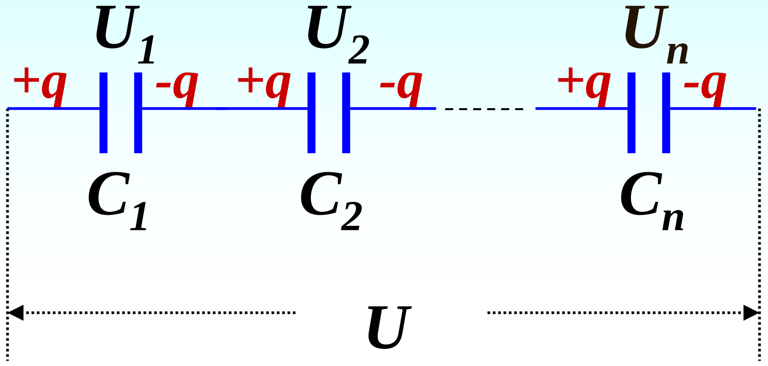
$$C=4\pi\varepsilon_0\frac{R_AR_B}{R_B-R_A}$$

#  ※ 电容器的串联和并联

## 1、电容器的串联

$$\boxed{\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots+\frac{1}{C_n}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}}$$

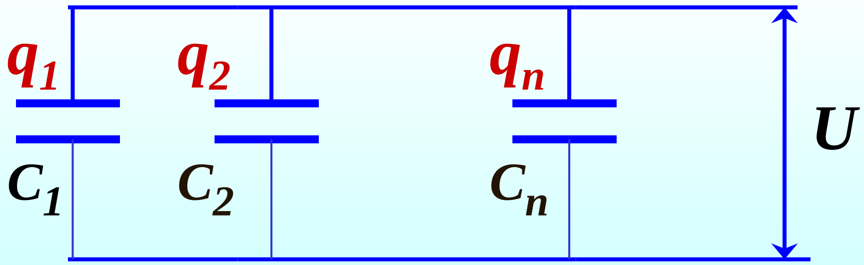
$$q_1=q_2=q_i \quad U=U_1+U_2+\cdots+U_n$$



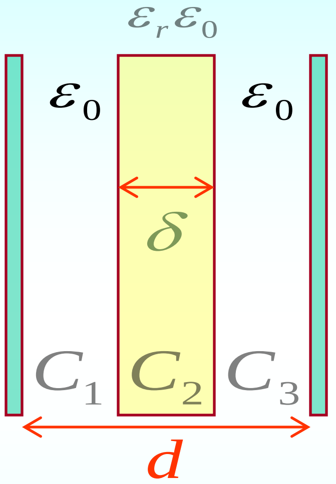

## 2、电容器的并联

$$\boxed{C=C_1+C_2+\cdots+C_n=\sum_{i=1}^{n}C_i}$$

$$q=q_1+q_2+\cdots+q_n \quad U=U_1=U_i$$



**例题:** 平板电容器极板间的距离为$d$，保持极板上的电荷不变，把相对介电常数为$\varepsilon_r$厚度为$\delta$($<d$)的玻璃板插入极板间，求无玻璃板时和插入玻璃板后极板间电势差的比。




**解** 看成三个电容器串联

$$\frac{1}{C'}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}=\frac{x_1}{\varepsilon_0 S}+\frac{\delta}{\varepsilon_0\varepsilon_r S}+\frac{x_2}{\varepsilon_0 S}$$

$$C'=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{\varepsilon_r(d-\delta)+\delta}\qquad C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

在极板上电荷不变的情况下,两板间的电势差与电容成反比

$$\boxed{C=\frac{Q}{U}}$$

$$\frac{U}{U'}=\frac{C'}{C}=\frac{\varepsilon_r d}{\varepsilon_r(d-\delta)+\delta}$$

思考：如果将厚度为$\delta$金属板插入两极板间, 重新计算.