江 西 理 工 大 学 期 中 考 试 卷

试卷编号：

20　　— 20　　学年第 二 学期	考试性质（正考、补考或其它）：[正考]
课程名称：____高等数学（二）______	考试方式(开卷、闭卷)：[闭卷]
考试时间:________ 年____月____日	试卷类别(A、B):[B] 共 三 大题

温 馨 提 示

请考生自觉遵守考试纪律，争做文明诚信的大学生。如有违犯考试纪律，将严格按照《江西理工大学学生违纪处分暂行规定》处理。

班级________________ 学号 ____________ 姓名___参考答案________

题号	一	二	三	总　　分
得分				

一、填空题（请将正确答案填写在以下相应的横线上，每空 4 分，共 20 分）

1．$6xy^2+6x^2y$　　2．$(x-3)^2+(x+1)^2+(x-1)^2=21$　　3．$2x+4y-3z-3=0$

4．$\dfrac{dx+dy}{3}$　　5．$2+2\sqrt{3}$

二、选择题（请将正确答案编码填入下表中，每小题 4 分，共 20 分）

题号	1	2	3	4	5
答案	C	B	A	B	D

三、计算题（请写出求解过程，7 小题，共 60 分）

1. 计算 $\iint\limits_D (|x-y|+2)dxdy$，其中 D: 圆域 $x^2+y^2\le 1$ 中第一象限中的部分. （7 分）

解：原式 $=\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta\int_0^1[r(\cos\theta-\sin\theta)+2]rdr+\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta\int_0^1[r(\sin\theta-\cos\theta)+2]rdr$ 4 分

$$=-\frac{2}{3}+\frac{2\sqrt{2}}{3}+\frac{\pi}{2}=\frac{2}{3}(\sqrt{2}-1)+\frac{\pi}{2}.$$ 7 分

2. 设函数 f 具有二阶连续的偏导数， $u=f(xy,\ x+3y)$，求 $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$.（8 分）

解：$\frac{\partial u}{\partial x}=yf_1'+f_2'$, 4 分

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=f_1'+y(xf_{11}''+3f_{12}'')+(xf_{21}''+3f_{22}'')=f_1'+xyf_{11}''+(x+3y)f_{12}''+3f_{22}''$$ 8 分

3. 求由上半球面 $z=\sqrt{8-x^2-y^2}$ 和锥面 $z=\sqrt{3(x^2+y^2)}$ 所围成的立体在 xOy 面上的投影. （7 分）

解：两式联立 $\begin{cases} z=\sqrt{8-x^2-y^2} \\ z=\sqrt{3(x^2+y^2)} \end{cases}$，消去 z 得 $x^2+y^2=2$， 3 分

故投影曲线方程为：$\begin{cases} x^2+y^2=2 \\ z=0 \end{cases}$， 5 分

所以投影区域为：$\begin{cases} x^2+y^2\le 2 \\ z=0 \end{cases}$. 7 分

4. 试在直线 $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$ 上求与点 $M(3, 2, 6)$距离最小的点 P.（8 分）

解：过M且垂直于已知直线的平面为：

$$(x-3)+2(y-2)-(z-6)=0 \qquad (1)$$ 3 分

所给直线的参数方程为 $\begin{cases} x=t \\ y=-7+2t \\ z=1-t \end{cases}$，代入式（1）求得 $t=\dfrac{8}{3}$， 6 分

故求得已知直线与平面（1）的交点为 $\left(\dfrac{8}{3}, -\dfrac{5}{3}, -\dfrac{5}{3}\right)$， 7 分

即求得已知直线上与点 $M(3, 2, 6)$距离最小的点为 $P\left(\dfrac{8}{3}, -\dfrac{5}{3}, -\dfrac{5}{3}\right)$. 8 分

5. 求微分方程 $y''+5y'+4y=xe^{-x}$ 的通解.（10 分）

解：原方程对应的齐次线性微分方程的特征方程为 $r^2+5r+4=0$，

特征根为 $r_1=-1,\ r_2=-4$，

原方程对应的齐次线性微分方程的通解为 $Y=C_1e^{-x}+C_2e^{-4x}$. 5 分

由于 $\lambda=-1$为特征单实根，

故原方程有形如 $y^*=x(Ax+B)e^{-x}$ 的特解， 7 分

代入原方程得 : $A=\dfrac{1}{6},\quad B=-\dfrac{1}{9}$，

所以原方程的通解为 $y=C_1e^{-x}+C_2e^{-4x}+x\left(\dfrac{1}{6}x-\dfrac{1}{9}\right)e^{-x}$. 10 分

6. 设 $e^z=xyz$，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.（10 分）

解： 令 $F=e^z-xyz$，$\dfrac{\partial F}{\partial x}=-yz$，$\dfrac{\partial F}{\partial y}=-xz$，$\dfrac{\partial F}{\partial z}=xy(z-1)$, 3 分

则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=-\dfrac{\partial F}{\partial x}\Big/\dfrac{\partial F}{\partial z}=\dfrac{z}{x(z-1)}$， $\dfrac{\partial z}{\partial y}=-\dfrac{\partial F}{\partial y}\Big/\dfrac{\partial F}{\partial z}=\dfrac{z}{y(z-1)}$ 6 分

$$\therefore \frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{z}{x(z-1)}\right)$$

$$=\frac{1}{x}\cdot\frac{z_y(z-1)-z\cdot z_y}{(z-1)^2}$$ 8 分

$$=\frac{1}{x}\cdot\frac{-z_y}{(z-1)^2}=-\frac{z}{xy(z-1)^3}.$$ 10 分

7. 求曲线 $\begin{cases}x=t-\cos t\\ y=3+\sin 2t\\ z=1+\cos 3t\end{cases}$ 在点 $\left(\dfrac{\pi}{2},3,1\right)$ 处的切线方程和法平面方程. （10 分）

解：点 $\left(\dfrac{\pi}{2},3,1\right)$ 所对应的参数值 $t=\dfrac{\pi}{2}$, 2 分

$x'_t=1+\sin t$， $y'_t=2\cos 2t$， $z'_t=-3\sin 3t$ ，$x'_t|_{t=\frac{\pi}{2}}=2$， $y'_t|_{t=\frac{\pi}{2}}=-2$， $z'_t|_{t=\frac{\pi}{2}}=3$ ，

故曲线在点 $\left(\dfrac{\pi}{2},3,1\right)$ 处的切向量为 $\vec{T}=\{2,\ -2,\ 3\}$, 6 分

因此所求切线方程为 $\dfrac{x-\frac{\pi}{2}}{2}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$ 8 分

法平面方程为 $2(x-\dfrac{\pi}{2})-2(y-3)+3(z-1)=0$,

即 $2x-2y+3z-\pi+3=0$. 10 分