

9.6 带电粒子在电磁场中的运动

9.6 带电粒子在电磁场中的运动

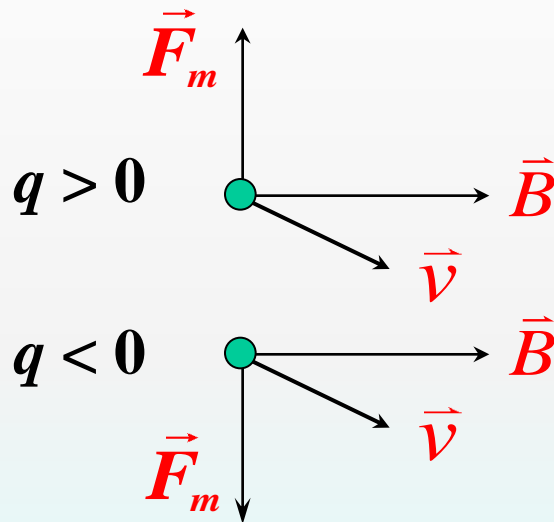
一、洛伦兹力

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

大小 $F_m = qvB \sin \theta$

方向 $q > 0$, 与 $\vec{v} \times \vec{B}$ 同向

$q < 0$, 与 $\vec{v} \times \vec{B}$ 反向



注意

$$\because \vec{F} \perp \vec{v}, \therefore p = \vec{F} \cdot \vec{v} = 0$$

即：洛伦兹力永远不做功

二、带电粒子在电磁场中的运动

1. 带电粒子在匀强电场中运动

(1) $\vec{v} = 0$ or $\vec{v} // \vec{E}$ \Rightarrow 匀加速直线运动

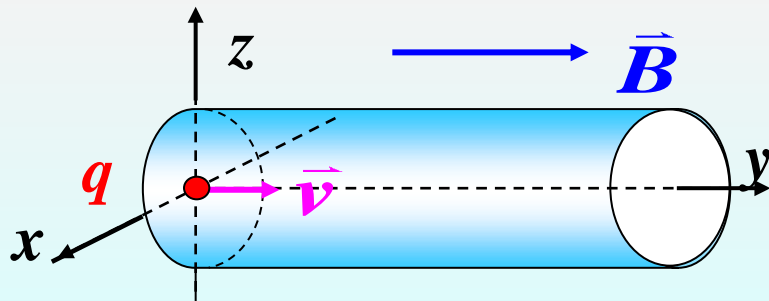
(2) $(\vec{v}, \vec{E}) = \theta$ \Rightarrow 抛体运动

2. 带电粒子在匀强磁场中运动

(1) $\vec{v} // \vec{B}$

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = 0$$

\Rightarrow 匀速直线运动



$$(2) \quad \vec{v} \perp \vec{B}$$

$$F = qvB = \frac{mv^2}{R}$$

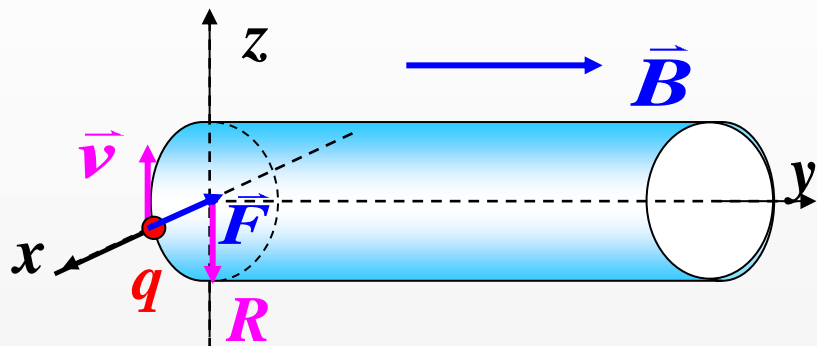
→ 匀速率圆周运动

回旋半径 $R = \frac{mv}{qB}$

回旋周期 $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$

当 $v \ll c$, $m = \text{const.}$

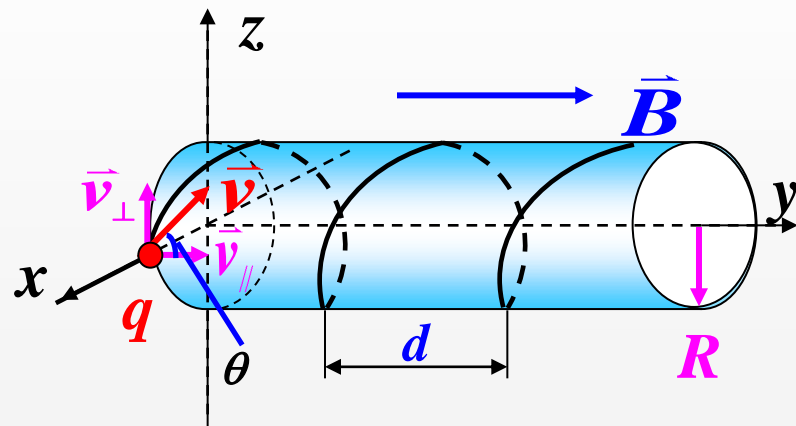
周期与速度和半径无关



(3) \vec{v} 与 \vec{B} 成 θ 角

$$\vec{v} = \vec{v}_{\perp} + \vec{v}_{\parallel}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} v_{\perp} = v \sin \theta & F_m = qv_{\perp}B \\ \text{匀速率圆周运动} & \\ v_{\parallel} = v \cos \theta & F_m = 0 \\ \text{匀速直线运动} & \end{array} \right.$$



合成

等距螺旋线运动

$$R = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{mv \sin \theta}{qB}$$

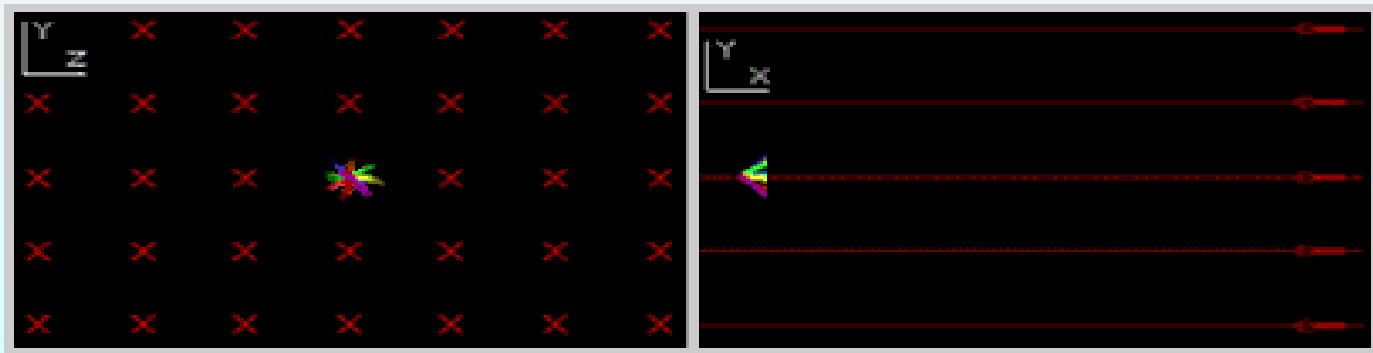
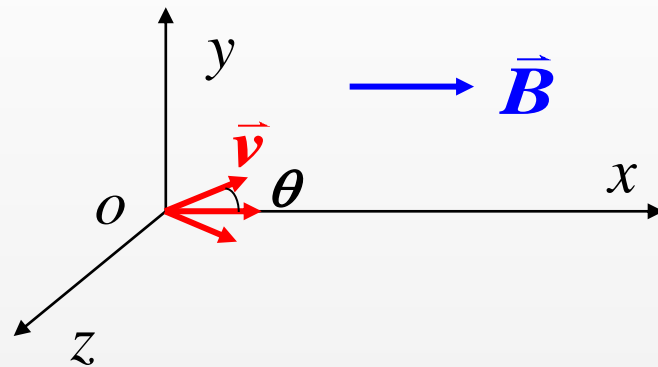
$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$d = v_{\parallel} T = \frac{2\pi m}{qB} v \cos \theta$$

应用： 磁聚焦 θ 很小且 v 近似相等

$$\begin{cases} v_{\perp} = v \sin \theta \approx v \theta \\ v_{\parallel} = v \cos \theta \approx v \end{cases}$$

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \quad d = v_{\parallel} T = \frac{2\pi m}{qB} v$$



引申：非匀强磁场的应用

磁镜效应

➤ 横向磁约束

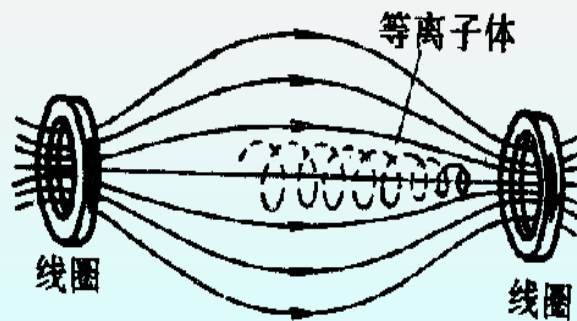
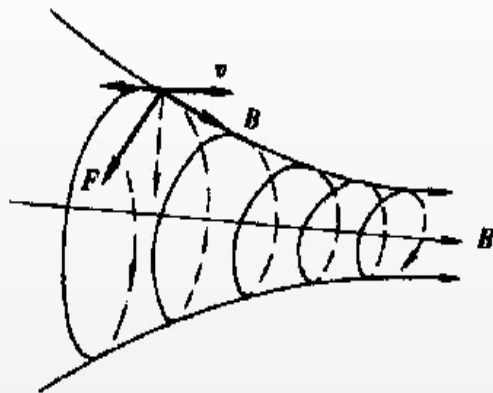
——约束带电粒子在一根磁场线附近

➤ 纵向磁约束

——使粒子运动发生“反射”

磁约束

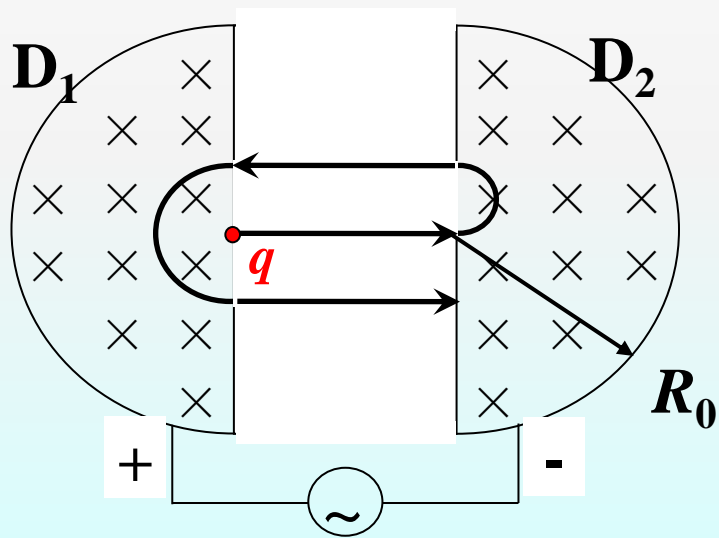
——利用磁镜效应来约束受控
热核反应中的等离子体





3: 带电粒子在电磁场中运动

(1) 回旋加速器



$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

D_1, D_2 为两个电极铜盘

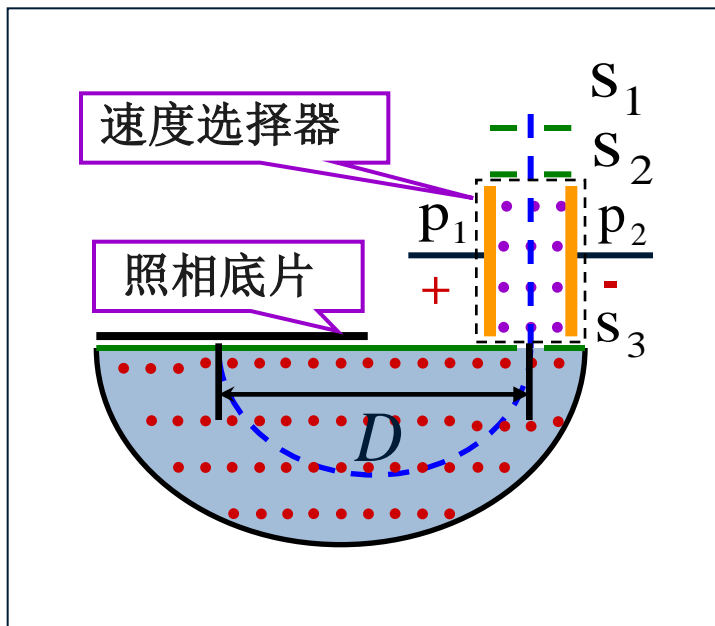
{ 两极之间: 匀加速直线运动
铜盘内: 半个周期的匀速率
圆周运动

特点: 粒子的回旋频率和两极所加的电频率相同

$$f = \frac{qB}{2\pi m}$$

$$v = \frac{qBR_0}{m}$$

(2) 质谱仪



通过速度选择器的条件:

$$\left. \begin{aligned} F_e &= qE \\ F_m &= qvB_0 \end{aligned} \right\} F_e = F_m$$
$$\Rightarrow v = \frac{E}{B_0}$$

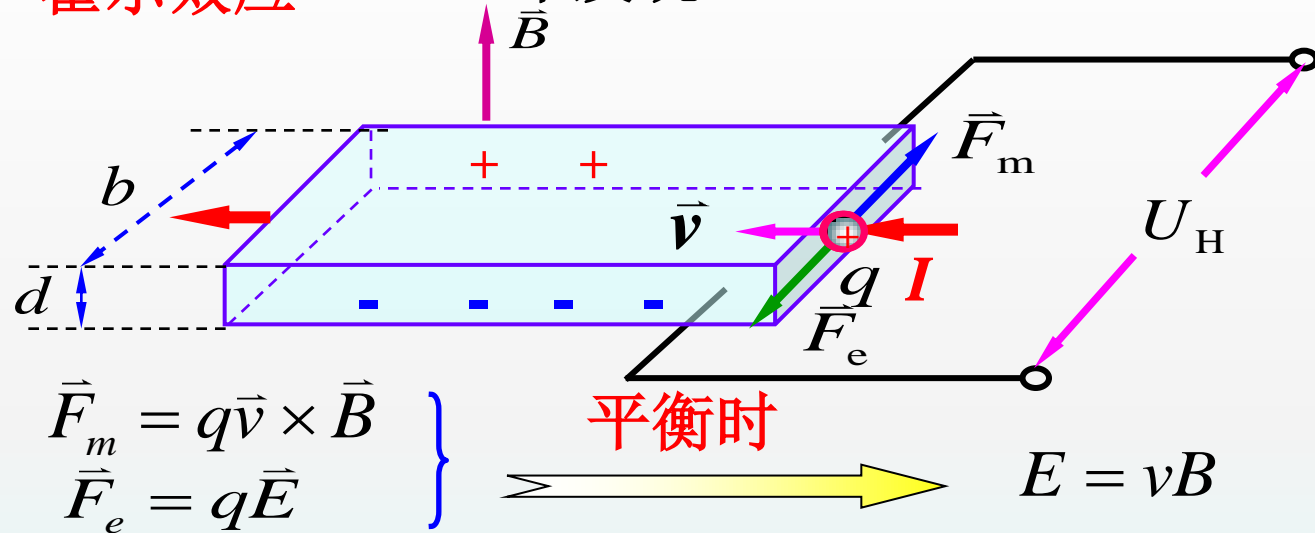
$$\text{若 } v < \frac{E}{B_0} \quad F_m < F_e$$

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{mE}{qBB_0}$$

$$R = D/2$$

$$\frac{q}{m} = \frac{2E}{DBB_0}$$

(3) 霍尔效应 (1879年发现)



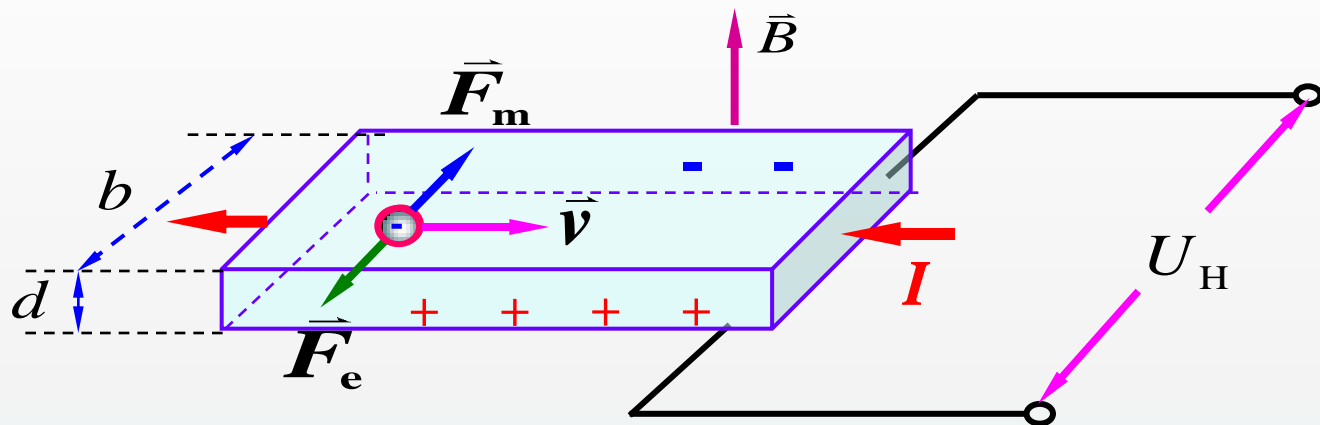
$$\left. \begin{aligned} U_H &= bE = bvB \\ I &= qnvS \\ S &= bd \end{aligned} \right\}$$

$$U_H = \frac{1}{nq} \frac{IB}{d}$$

$$R_H = \frac{1}{nq}$$

霍尔系数

思考： 若载流子 $q < 0$ ，情况如何？



- 应用：
- (1) 测量半导体特征 (n, q)
 - (2) 霍尔传感器
 - (3) 磁流体船

$$U_H = \frac{1}{nq} \frac{IB}{d}$$



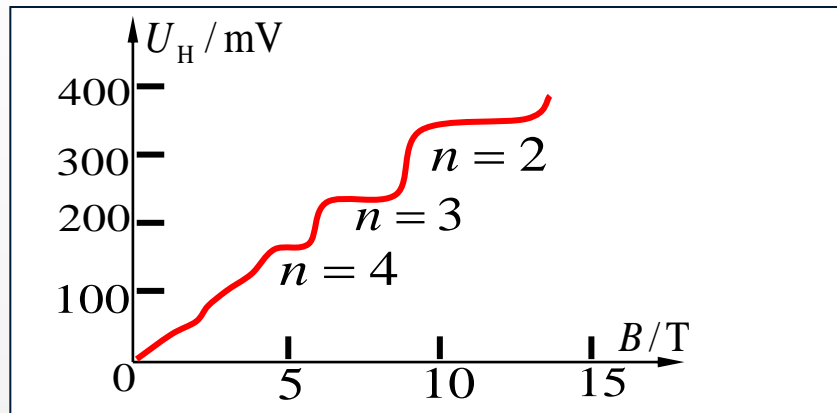
磁流体船的基本原理

相关发展：

- (1) 1879年，霍尔发现了“霍尔效应”
- (2) 1980年，冯·克利青发现“量子霍尔效应”
- (3) 1982年，崔琦、施特默和劳克林发现了“分数量子霍尔效应”
- (4) 2006年，张首晟提出了“量子自旋霍尔效应”

量子霍尔效应

1980年，冯·克利青在极低温、强磁场下



霍尔电阻

$$R'_H = \frac{U_H}{I}$$

$$R'_H = \frac{h}{ne^2} \quad (n = 1, 2, \dots)$$