**《计算统计》作业4（Due 10th Week）**

假设样本是由如下混合分布生成:

（1）

其中, 参数是第一个正态总体的占比(未知). 如果我们对于的先验分布是, 可得到其后验密度

（2）

公式(2) 所对应的的分布可以使用MCMC 方法进行抽样. 本习题的目标是研究Metropolis-Hastings 算法中推荐转移概率密度的选择对于目标密度(2) 的抽样效率影响.

1. 从混合分布(1) 中生成200 个随机数, 令 .
2. 将任务1 生成200 个随机数作为样本，写出似然函数.
3. 将任务1 生成200 个随机数作为样本，将independent proposal, 例如, 作为Metropolis-Hastings 算法转移分布的推荐密度, 实现后验密度(2) 的重复抽样.
4. 将任务1 生成200 个随机数作为样本，将random walk proposal, 例如, 作为Metropolis-Hastings 算法转移分布的推荐密度, 实现后验密度(2) 的重复抽样.
5. 比较任务3和4 的MCMC 算法对的估计（提示：首先分别删去前500 个抽样值）.
6. 比较任务3 和4 的MCMC 算法的收敛性和有效性.