第四章
贪心算法

Peng Du, 2021/12

课程大纲

- 什么是贪心策略
- 贪心策略只能对特定问题得到最优解
- 贪心策略的构造和证明
- 简单例题：连续背包问题。
- 简单例题：雪糕的最大数量。
- 复杂例题：跳跃游戏。
- 复杂例题：移掉 K 位数字。
- 复杂例题："区间覆盖/会议选择"问题。

什么是贪心策略

- 自然的解决优化问题的方法。
- 尝试用每次选择局部最优的策略来达到全局最优。
- 优点:效率高而且容易实现。
- 缺点:普通的贪心策略无法达到全局最优，而能达到全局最优的贪心策略难以寻找或者不存在。

贪心策略只能对特定问题得到最优解

换硬币问题: 给定钱的总数和有哪几种硬币，问最少用几个硬币可以换出这个总数。

例子：假设硬币有1分，5分，10分，1元四种，那么贪心策略就是成立的，也就是说尽量用较大面值的来换。

例子：假设硬币有1分，10分，25分三种，那么贪心策略就不成立，比如30分应该换成3个10分最好，而换成1个25分和5个1分就不是最优解了。

贪心策略的构造和证明

核心思考方法：对于想象中的对手给出的一个解，你需要说明“如果你第一步或者最后一步像我这样选择岂不是更好(或者一样好)？”，这一般可以尝试通过调整对手的解来说明。

核心思考方法说明“有以贪心选择开始或结束的最优解”

做出贪心选择后，原问题变成求一个子问题最优的问题(最优子结构性质)。

在子问题上，核心思考方法提供的证明仍然适用，所以可以继续做贪心选择。由归纳法可以证明贪心算法成立。

简单例题 - 连续背包问题

连续背包问题：有n件物品和一个载荷能力为W的背包。第i件物品的重量是Wi，价值是Vi。求解将哪些物品的部分(也就是说物品可分割)装入背包可使这些物品的总重量不超过背包容量，且价值总和最大。

对手的解: 5块金，20块银，25块铜。
我给出的解: 把5块银换成5块金岂不是更好？

简单例题 - 雪糕的最大数量

1833. 雪糕的最大数量

难度 中等 82 收藏 分享 切换为英文 接收动态 反馈

夏日炎炎，小男孩 Tony 想买一些雪糕消消暑。

商店中新到 `n` 支雪糕，用长度为 `n` 的数组 `costs` 表示雪糕的定价，其中 `costs[i]` 表示第 `i` 支雪糕的现金价格。Tony 一共有 `coins` 现金可以用于消费，他想要买尽可能多的雪糕。

给你价格数组 `costs` 和现金量 `coins` ，请你计算并返回 Tony 用 `coins` 现金能够买到的雪糕的 **最大数量** 。

注意： Tony 可以按任意顺序购买雪糕。

示例 1：

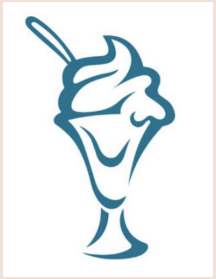
```
输入：costs = [1,3,2,4,1], coins = 7
输出：4
解释：Tony 可以买下标为 0、1、2、4 的雪糕，总价为 1 + 3 + 2 + 1 = 7
```

输入数据
(共有11元钱)


3元


3元

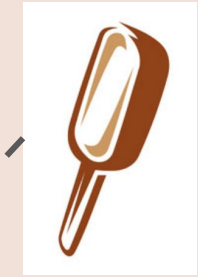

5元

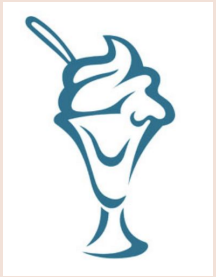

6元


8元

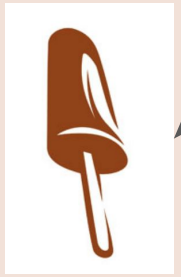
对手的解:

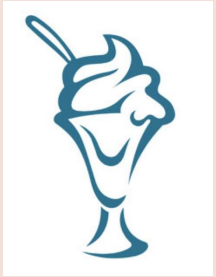
3元小于5元，是不是买更便宜的雪糕会更好？





我给出的解:





复杂例题 - 跳跃游戏

45. 跳跃游戏 II

难度 中等 1332 收藏 分享 切换为英文 接收动态 反馈

给你一个非负整数数组 `nums` ，你最初位于数组的第一个位置。

数组中的每个元素代表你在该位置可以跳跃的最大长度。

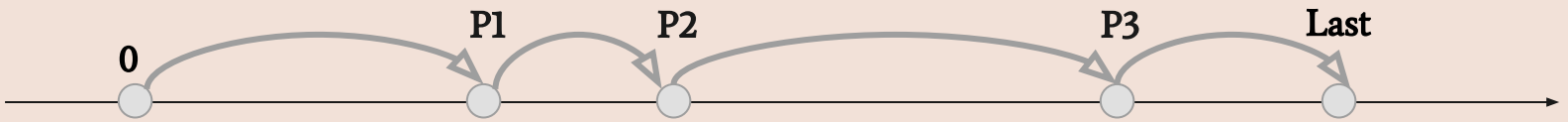
你的目标是使用最少的跳跃次数到达数组的最后一个位置。

假设你总是可以到达数组的最后一个位置。

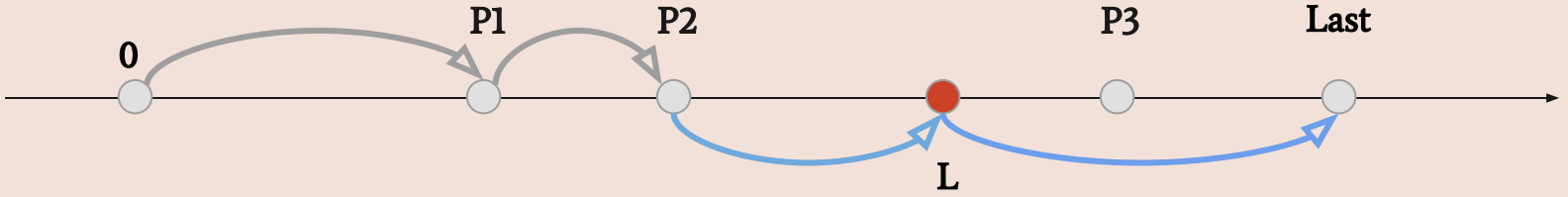
示例 1:

输入: nums = [2,3,1,1,4]
输出: 2
解释: 跳到最后一个位置的最小跳跃数是 2。
从下标为 0 跳到下标为 1 的位置，跳 1 步，然后跳 3 步到达数组的最后一个位置。

跳跃游戏 - 贪心策略一



对手的解



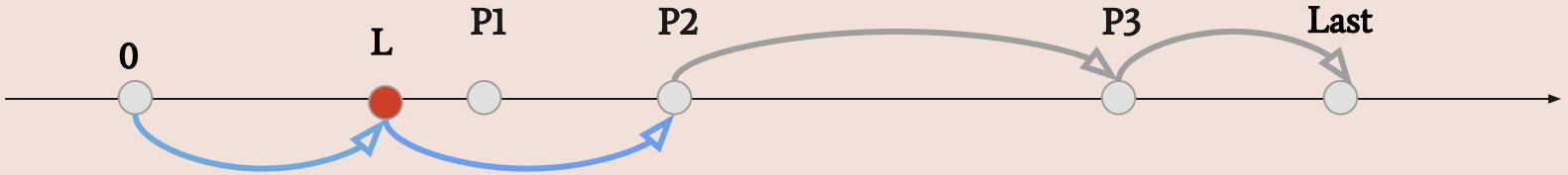
如果L是能跳到Last最靠左的位置，那么最后一步选择从L走岂不是更好(或者至少一样好)，换句话说，0->P1->P2->L->Last仍然是一个可行解。

跳跃游戏 - 贪心策略一的程序

```
// 最差复杂度为O(n^2)
int jump(vector<int>& nums) {
    int count = 0, last_loc = nums.size()-1;
    while (last_loc > 0) {
        for (int i = 0; i < last_loc; i++) {
            if (i + nums[i] >= last_loc) {
                count++;
                last_loc = i;
                break;
            }
        }
    }
    return count;
}
```

跳跃游戏 - 贪心策略二

对手的解

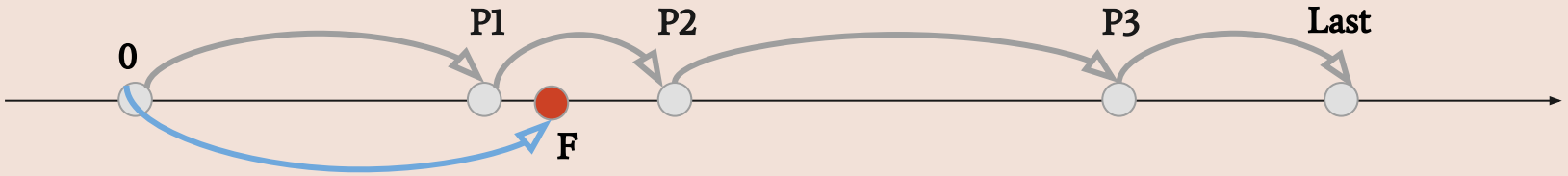


如果L是在0能跳到的点里面，能跳到最远位置的点，那么第一步选择跳到L岂不是更好(或者至少一样好)，换句话说，0->L->P2->P3->Last仍然是一个可行解。

跳跃游戏 - 贪心策略二的程序

```
// 最差复杂度为O(n)
int jump(vector<int>& nums) {
    int cur_end = 0, max_reachable = 0, count = 0;
    for(int i = 0; i < nums.size()-1; i++){
        max_reachable = max(max_reachable, i+nums[i]);
        if(i == cur_end){
            count++;
            cur_end = max_reachable;
        }
    }
    return count;
}
```

跳跃游戏 - 不可行的贪心策略



思考: 如果贪心策略是每次尽量跳到最远的位置(例如0到F)，是否可行？

复杂例题 - 移掉K位数字

402. 移掉 K 位数字

难度 中等 705 收藏 分享 切换为英文 接收动态 反馈

给你一个以字符串表示的非负整数 `num` 和一个整数 `k` ，移除这个数中的 `k` 位数字，使得剩下的数字最小。请你以字符串形式返回这个最小的数字。

示例 1：

```
输入：num = "1432219", k = 3
输出："1219"
解释：移除掉三个数字 4, 3, 和 2 形成一个新的最小的数字 1219 。
```

示例 2：

```
输入：num = "10200", k = 1
输出："200"
解释：移掉首位的 1 剩下的数字为 200. 注意输出不能有任何前导零。
```

输入数据: 1 4 5 3 7 2 6

对手的解: 1 4 5 3 7 2 6

因为5>4，是不是把5删掉会更好？

我给出更好的解: 1 4 5 3 7 2 6

线索一：第一个删的元素后不应该紧接着一个更大的未删元素。

输入数据: 1 4 5 3 7 2 6

对手的解: 1 4 5 3 7 2 6

因为5>3，是不是把5删掉会更好？

我给出更好的解: 1 4 5 3 7 2 6

线索二：第一个删的元素前不应该出现递减的两个元素。

输入数据:

1	4	5	3	7	2	6

1	4	5	3	7	2	6

贪心策略:选取从左往右看，第一个下行的元素。

实现:可以用堆栈来得到O(n)的算法。

复杂例题 - 会议选择

435. 无重叠区间

难度 中等 567 收藏 分享 切换为英文 接收动态 反馈

给定一个区间的集合，找到需要移除区间的最小数量，使剩余区间互不重叠。

注意:

1. 可以认为区间的终点总是大于它的起点。
2. 区间 [1,2] 和 [2,3] 的边界相互“接触”，但没有相互重叠。

示例 1:

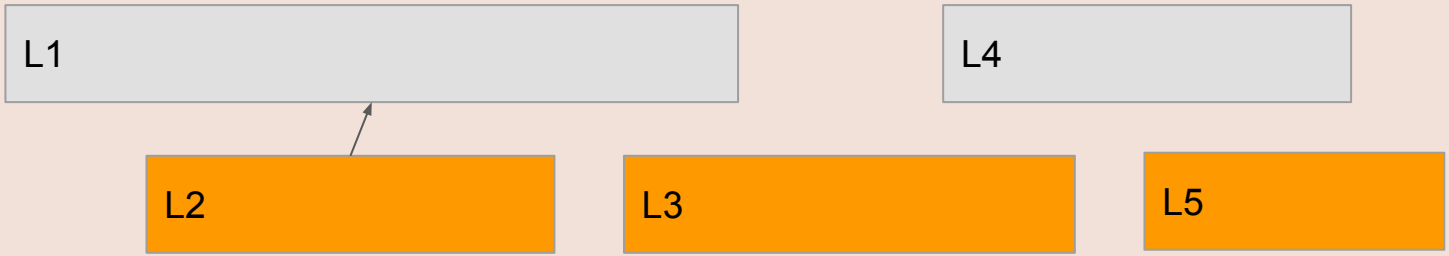
输入: [[1,2], [2,3], [3,4], [1,3]]

输出: 1

解释: 移除 [1,3] 后，剩下的区间没有重叠。

现实模型: 给定一系列会议的开始和结束时间，问最多可以参加多少个不重叠的会议。

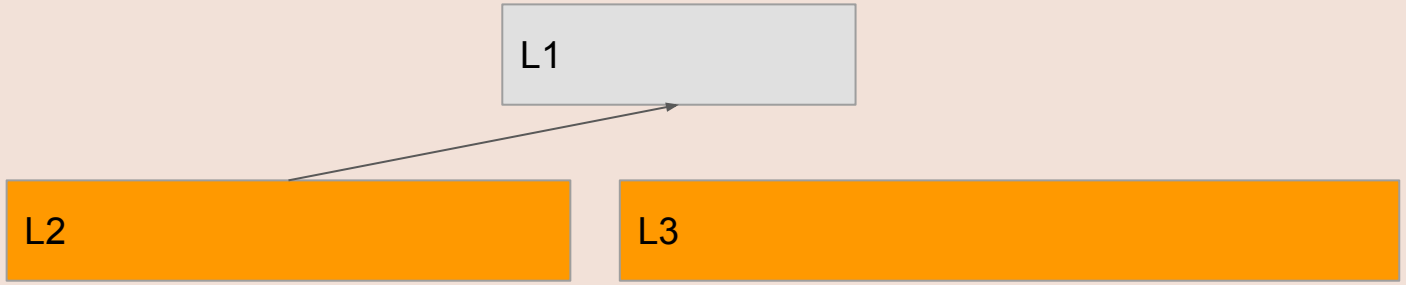
会议选择 - 不可行的贪心策略一



候选的贪心算法: 优先选择开始时间早的会议。

对手的解: "L2, L3, L5"，第一步贪心选择可以保证更好(或者至少一样好)吗？

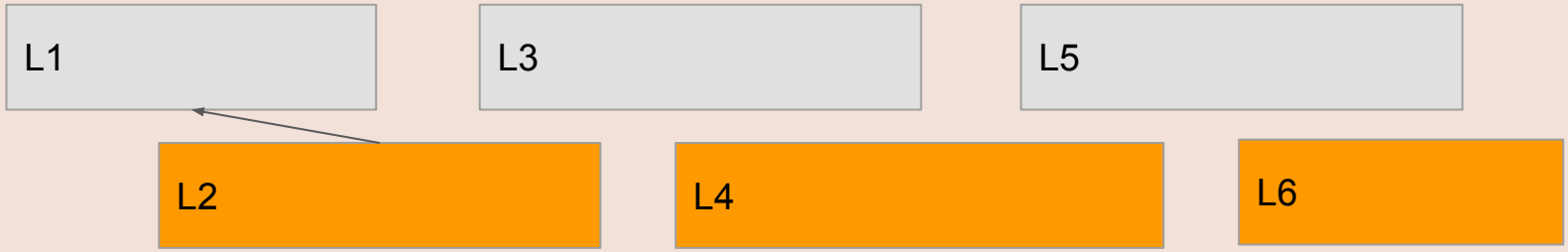
会议选择 - 不可行的贪心策略二



候选的贪心算法: 优先选择持续时间短的会议。

对手的解: ”L2, L3”，第一步贪心选择可以保证更好(或者至少一样好)吗？

会议选择 - 可行的贪心策略



候选的贪心算法: 优先选择结束时间早的会议。

对手的解: "L2, L4, L6"，第一步贪心选择可以保证更好(或者至少一样好)吗？

注意: L2换成L1后，"L1, L4, L6"仍然是一个可行解。

课后题目

- **常见的面试题目：**买卖股票的最佳时机 II
- **常见的面试题目：**买卖股票的最佳时机含手续费
- **经典问题：**课程表III
- **会议选择题目的变种：**最多可以参加的会议数目
- **较难的问题：**分发糖果
- **较难的问题：**K连续位的最小翻转次数
- **力扣的问题列表：**贪心知识点题库