

РГР по дискретной математике

Четвертая задача

Ахметшин Б. Р. – М8О-103Б-22 – 2 вариант

Май, 2023

Дано

а) 1 0 0 1

б) 1 0 1 1 1 0 1

в) 0 1 1 1 0 0 0

Задание

Рассматривается $(4, 7)$ — код Хэмминга. Для слова а) определить соответствующее ему кодовое слово. Пусть при приеме каждого из слов б), в) возможно была допущена ошибка (не более чем в одной позиции). Определить наличие и положение ошибки. Какие слова были переданы? Какие слова были закодированы?

Решение

По условию $(m, n) = (4, 7) \Rightarrow r = 3$

$b = b_1 \dots b_7$, где b_1, b_2, b_4 - вспомогательные символы, остальные - символы сообщения

Вспомогательная матрица $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$b \cdot M^T = 0 \Rightarrow \begin{cases} b_4 + b_5 + b_6 + b_7 = 0 \\ b_2 + b_3 + b_6 + b_7 = 0 \\ b_1 + b_3 + b_5 + b_7 = 0 \end{cases}$$

Пункт а

$$a = 1001 = b_3 b_5 b_6 b_7 \Rightarrow \begin{cases} b_4 + 0 + 0 + 1 = 0 \\ b_2 + 1 + 0 + 1 = 0 \\ b_1 + 1 + 0 + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow b_4 = 1, b_2 = 0, b_1 = 0 \Rightarrow \mathbf{b = 0011001}$$

Пункт б

$a = 1011101$

$$a \cdot M^T \Rightarrow \begin{cases} 1 + 1 + 0 + 1 = 1 \\ 0 + 1 + 0 + 1 = 0 \\ 1 + 1 + 1 + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{— не все значения равны нулю, следовательно есть ошибка:}$$

$100_2 = 4_{10}$, следовательно ошибка в четвертой позиции слова, тогда изначальное переданное слово было

равно **1010101**, а закодированное слово было **1101**
Закодированное слово было **1101**

Пункт в

$$a = 0111000$$

$$a \cdot M^T \Rightarrow \begin{cases} 1 + 0 + 0 + 0 = 1 \\ 1 + 1 + 0 + 0 = 0 \\ 0 + 1 + 0 + 0 = 1 \end{cases} \quad - \text{ не все значения равны нулю, следовательно есть ошибка:}$$

$101_2 = 5_{10}$, следовательно ошибка в пятой позиции слова, тогда изначальное переданное слово было равно **0111100**, а закодированное слово было **1100**

Ответ

1. **b = 0011001**
2. **1101**
3. **1100**