РГР по дискретной математике Третья задача

Ахметшин. Б.Р. – M8O-103Б-22 – 2 вариант Апрель, 2023

Дано

H = <(1243), (23)>

Задание

Определить для заданной подгруппы $H \subset S_4$:

- 1. элементы из H
- 2. левые смежные классы группы S_4 по H
- 3. правые смежные классы группы S_4 по H
- 4. является ли H нормальной подгруппой

Решение

Пункт 1

(1243)(23) = (12)(34), (23)(1243) = (13)(24)

•	π_0	(1243)	(23)	(12)(34)	(13)(24)	(14)	(1342)	(14)(23)
$\begin{array}{c} \pi_0 \\ (1243) \\ (23) \\ (12)(34) \\ (13)(24) \end{array}$	$\begin{array}{c c} & \pi_0 \\ \hline (1243) \\ (23) \\ (12)(34) \\ (13)(24) \\ \end{array}$	(1243) (14)(23) (13)(24) (23) (14)	$ \begin{array}{c} (23) \\ (12)(34) \\ \pi_0 \\ (1243) \\ (1324) \end{array} $	$ \begin{array}{c} (12)(34) \\ (14) \\ (1324) \\ \pi_0 \\ (14)(23) \end{array} $	$ \begin{array}{c} (13)(24) \\ (23) \\ (1243) \\ (14)(23) \\ \pi_0 \end{array} $	(14) (13)(24) (14)(23) (1342) (1243)	$ \begin{array}{c} (1342) \\ \pi_0 \\ (12)(34) \\ (14) \\ (23) \end{array} $	(14)(23) (1342) (14) (13)(24) (12)(34)
(14) (1342) $(14)(23)$	(14) (1342) (14)(23)	$(12)(34)$ π_0 (1342)	(14)(23) $(13)(24)$ (14)	(1243) (23) $(13)(24)$	(1342) (14) $(12)(34)$	π_0 (12)(34) (23)	$ \begin{array}{c} (13)(24) \\ (14)(23) \\ (1243) \end{array} $	(23) (1243) π_0

 $H = \{\pi_0, (14), (23), (12)(34), (13)(24), (14)(23), (1243), (1342)\}$

Пункт 2

Классы эквиваленции левых смежных классов H

- 1. $\pi_0 \cdot H = \{\pi_0, (14), (23), (12)(34), (13)(24), (14)(23), (1243), (1342)\}$
- $2. \ (34) \cdot H = \{(34), (134), (243), (12), (1423), (1324), (123), (142)\}$
- $3. \ (234) \cdot H = \{(234), (1234), (24), (132), (143), (124), (13), (1432)\}$

Пункт 3

Классы эквиваленции правых смежных классов H

1.
$$H \cdot \pi_0 = \{\pi_0, (14), (23), (12)(34), (13)(24), (14)(23), (1243), (1342)\}$$

$$2. \ H \cdot (34) = \{(34), (134), (243), (12), (1423), (1324), (123), (142)\}$$

3.
$$H \cdot (234) = \{(234), (1234), (24), (132), (143), (124), (13), (1432)\}$$

Пункт 4

Hявляется нормальной подгруппой, так как $\Pi \mathrm{CK} = \Pi \mathrm{CK}$