РГР по дискретной математике
Пятая задача

Ахметшин Б. Р. – М8О-103Б-22 – 2 вариант

Май, 2023

Дано

Целые числа $<$Z, +, $\times>$

Задание

Определить, является ли полем или кольцом заданная алгебраическая структура. Проверить, существуют ли делители нуля.

Решение

Сложение

1. Коммутативность, ассоциативность, замкнутость - по аксиомам сложения
2. Единичный елемент: $e = 0$
3. Обратный элемент: $\forall a \in Z\ \exists \overline{a} : a + \overline{a} = \overline{a} + a = e$

$\Rightarrow < Z, + >$ - коммутативная группа

Умножение

1. Коммутативность, ассоциативность, замкнутость - по аксиомам умножения
2. Единичный элемент $e = 1$
3. Обратный элемент существует только для единицы: $a \in Z\ \exists \overline{a} \Rightarrow a = e$

$\Rightarrow < Z, \times >$ - коммутативный моноид

Дистрибутивность

Дистрибутивность умножения по сложению: $\forall a, b, c \in Z : a \times (b + c) = a \times b + a \times c$.
Дистрибутивности сложения по умножению нет.

Делители нуля

Делителей нуля нет.

Ответ

$< Z, +, \times >$ - коммутативное кольцо.