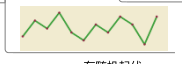



https://woaielf.github.io/  
—— made by ZY

# 时间序列分析及预测

**时间序列**  
定义 一个变量在「连续时点或连续时期上」测量的观测值的序列  
分析目的 给未来的时间序列提供预测值

## 时间序列的模式

**水平模式**  
定义 数据 围绕 一个不变的均值 上下波动  
平稳时间序列 不变的均值  
平稳时间序列 变异性随时间推移保持不变  
  
**趋势模式**  
定义 有随机起伏 但在较长一段时间内 逐步改变 or 移动到相对较高 or 较低的值  
  
**季节模式** 数据的变化可以归结到「季节 / 时间（早晚）」变化  
**趋势与季节模式** 并存  
**循环模式** 持续时间超过一年 在趋势线上下交替

## 预测精度

**预测方法**  
朴素预测法 用最近一周的销量作为下一周的预测值  
过去数值平均数法 用所有历史数据平均值作为下一期预测值  
... (后续)  
**预测误差** 预测误差 = 实际值 - 预测值  
平均绝对误差 MAE MAE = 预测误差「绝对值」的平均数  
均方误差 MSE MSE = 预测误差「平方和」的平均数  
平均绝对百分数误差 MAPE 百分数误差 = 预测误差 / 实际值 \* 100%  
MAPE = 百分数误差的「绝对值」的平均数

## 平滑方法

**三大类**  
目的 消除时间序列的随机波动  
适用条件 适合「水平模式」 没有明显的「趋势、循环或者季节」影响 否则需要经过修正  
**移动平均法**  
定义 使用最近 k 期数据值的平均数作为下一时期的预测值  
“移动” 每次有新观测值 → 替代最旧的观测值 → 计算最新的平均值  
公式 
$$F_{t+1} = \frac{\sum_{k=1}^k (\text{most recent } k \text{ data values})}{k} = \frac{Y_t + Y_{t-1} + \dots + Y_{t-k+1}}{k}$$
  
k 值选择 较小 追踪更快  
较大 消除随机波动更有效  
预测精度的测度 MAE、MSE、MAPE  
**加权移动平均法**  
使用方法 时期 近 大权重  
远 小权重  
★ 权重之和为 1  
预测精度的测度 MSE 使之最小的权重组合  
**指数平滑法**  
方程 
$$F_{t+1} = \alpha Y_t + (1 - \alpha) F_t$$
  
α 选择 时间序列随机波动 大, 多 α 选小 大多预测误差由随机波动引起  
小, 少 α 选大 不希望预测 过度反应和过快调整  
★ 使 MSE 最小 预测误差更可能表示序列水平改变 迅速调整预测 对改变的条件反应更迅速  
内涵 属于「加权移动平均法」的特例 选定 α 观测值越远, 权重越小  
任何预测值  $F_{t+1}$  所有时间序列过去数值的加权平均数  
预测精度的测度 MSE 使之最小的 α

## 时间序列分解法

**两种模型**  
加法分解模型 
$$Y_t = \text{Trend}_t + \text{Seasonal}_t + \text{Irregular}_t$$
  
乘法分解模型 
$$Y_t = \text{Trend}_t \times \text{Seasonal}_t \times \text{Irregular}_t$$
  
★ 更常用! 季节影响随时间发生改变 适用  
两个移动平均数的均值 计算 中心化移动平均数  
作为「趋势值」  
Seasonal × Irregular<sub>t</sub> 计算 季节-不规则值  
真实值 / 中心化移动平均数 计算 季节指数  
季节-不规则值的平均数 计算 季节指数  
剔除季节影响的时间序列 消除季节影响的时间序列  
将每一个「原始时间序列」观测值除以相应的「季节指数」  
确定趋势 利用消除季节影响的时间序列  
$$Y_t = \text{Trend}_t \times \text{Cyclical}_t \times \text{Seasonal}_t \times \text{Irregular}_t$$
 循环成分

## 季节性和趋势

3 个虚拟变量 将季节作为「分类变量」 没有趋势的季节性  
$$\hat{Y}_t = b_0 + b_1 \text{Qtr1} + b_2 \text{Qtr2} + b_3 \text{Qtr3}$$
  
Qtr1 = { 1 if Quarter 1, 0 otherwise }  
Qtr2 = { 1 if Quarter 2, 0 otherwise }  
Qtr3 = { 1 if Quarter 3, 0 otherwise }  
季节性趋势 
$$\hat{Y}_t = b_0 + b_1 \text{Qtr1} + b_2 \text{Qtr2} + b_3 \text{Qtr3} + b_4 t$$
  
Month1 = { 1 if January, 0 otherwise }  
Month2 = { 1 if February, 0 otherwise }  
Month11 = { 1 if November, 0 otherwise }  
11 个虚拟变量 基于月度数据的模型

## 趋势推测法

**三大类**  
适合「趋势模式」 适用条件  
**线性趋势方程**  
线性趋势回归  
线性趋势线的斜率 
$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}$$
  
线性趋势线的截距 
$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{t}$$
  
$$T_t = b_0 + b_1 t$$
  
t 期线性趋势预测值 
$$T_t$$
  
在用趋势方程预测前, 应该先进行「统计显著性检验」  
**Holt 线性指数平滑**  
Holt 线性指数平滑方程  
水平平滑常数 α  
斜率平滑常数 β  
向前 k 期的预测值 
$$F_{t+k}$$
  
二次趋势方程 
$$T_t = b_0 + b_1 t + b_2 t^2$$
  
指数趋势方程 
$$T_t = b_0(b_1)^t$$