//欧拉函数是小于x的整数中与x互质的数的个数，一般用φ(x)表示。特殊的，φ(1)=1。

void euler(int n)//计算1到n的欧拉函数值

{

phi[1]=1;//1要特判

for (int i=2;i<=n;i++)

{

if (flag[i]==0)//这代表i是质数

{

prime[++num]=i;

phi[i]=i-1;

}

for (int j=1;j<=num&&prime[j]\*i<=n;j++)//经典的欧拉筛写法

{

flag[i\*prime[j]]=1;//先把这个合数标记掉

if (i%prime[j]==0)

{

phi[i\*prime[j]]=phi[i]\*prime[j];//若prime[j]是i的质因子，则根据计算公式，i已经包括i\*prime[j]的所有质因子

break;//经典欧拉筛的核心语句，这样能保证每个数只会被自己最小的因子筛掉一次

}

else phi[i\*prime[j]]=phi[i]\*phi[prime[j]];//利用了欧拉函数是个积性函数的性质

}

}

}

在数论中，欧拉定理,（也称费马-欧拉定理）是一个关于同余的性质定理。了解欧拉定理之前先来看一下费马小定理：

　　　　a是不能被质数p整除的正整数，则有a^(p-1) ≡ 1 (mod p)

　　欧拉给出了推广形式

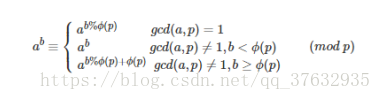
　　　　若n，a为正整数且互质，则IMG_256，其中φ(n)表示小于等于n的数中与n互质的数的数目。可以看出费马小定理是欧拉定理的一种特殊情况。

　　首先看一个基本的例子。令a = 3，n = 5，这两个数是互素的。比5小的正整数中与5互素的数有1、2、3和4，所以φ(5)=4。计算:a^{φ(n)} = 3^4 =81，而81= 80 + 1 Ξ 1 （mod 5）。与定理结果相符。

　　然后使用欧拉定理实现简化幂的模运算。比如计算7^{222}的个位数，实际是求7^{222}被10除的余数。7和10[互素]，且φ(10)=4。由欧拉定理知7^4Ξ1(mod 10)。所以7^{222}=(7^4)^55\*(7^2)Ξ1^{55}\*7^2Ξ49Ξ9 (mod 10)。于是该7^{222}的个位数就是9。

　　最后将欧拉定理拓展到a和m不互质的情况

IMG_256



质数a的欧拉函数=a-1。