Algorithm-Complexity

Creator: X.Cuong Le

1. Tính toán độ phức tạp thuật toán cho bài toán Fibonacci sử dụng vòng lặp (*Fibonacci by Loop*)**

```
for (let i = 2; i<=n; i++){
        answer = last + nextToLast;
        nextToLast = answer;
        last = answer;
}
```

Dễ thấy rằng độ phức tạp của bài toán là tuyến tính O(n). Cụ thể hơn, số phép so sánh là n (so sánh với điều kiện i<=n), số phép gán là 3n + 1 (kể cả những phép gán khởi tạo ban đầu cho vòng for)

Bảng kiểm thử black box trên lí thuyết:

STT	Giá trị n	Số phép so sánh cần thực hiện	Số phép gán cần thực hiện
1	5	5	16
2	7	7	22
3	9	9	28
4	12	12	37
5	15	15	46
6	18	18	55
7	25	25	76
8	30	30	91
9	40	40	121
10	45	45	136

Cài đặt giải thuật với biến đếm phép gán và phép so sánh ta được:

STT	Giá trị n	Kết quả	Số phép gán đã thực hiện	Số phép so sánh đã thực hiện
1	5	8	16	5
2	7	21	22	7
3	9	55	28	9
4	12	233	37	12

STT	Giá trị n	Kết quả	Số phép gán đã thực hiện	Số phép so sánh đã thực hiện
5	15	987	46	15
6	18	4181	55	18
7	25	121393	76	25
8	30	1346269	91	30
9	40	165580141	121	40
10	45	1836311903	136	45

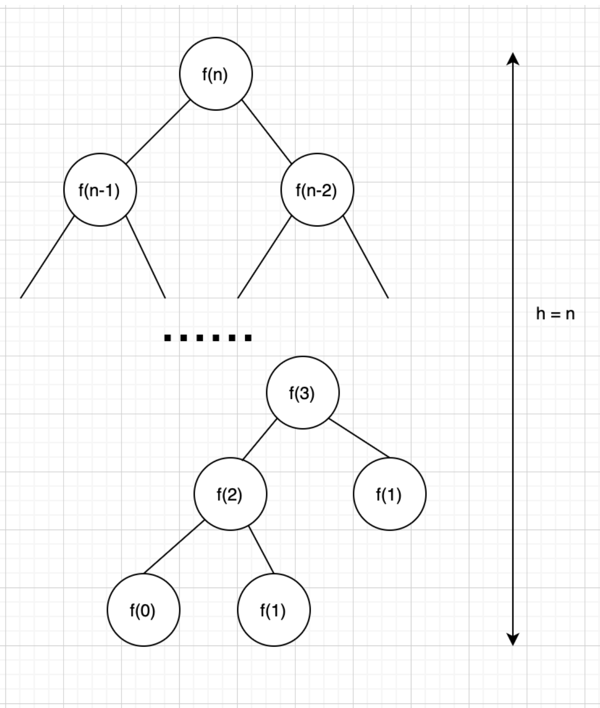
> Kết luận: Bảng dự đoán Blackbox khớp vài bảng chạy thực tế trong bài toán giải Fibonacci bằng vòng lặp.

2. Tính toán độ phức tạp thuật toán cho bài toán Fibonacci sử dụng đệ quy (*Fibonacci by Recursion*)

Tính toán trên lí thuyết:

```
fibonacci = (n) => {
    if (n <= 1)
        return 1;
    return fibonacci(n-1) + fibonacci(n-2);
}
console.log(fibonacci(5));
```

Theo giải thuật trên, để tính được f(n) ta cần gọi hàm đệ quy để thực hiện phép toán cộng cho f(n-1) và f(n-2). Dễ dàng nhận thấy số các phép toán (+) của bài toán đệ quy trên là 1/2 số các nút của cây đệ quy trong hình vẽ phía dưới.



Từ lập luận đó, ta có thể suy ra được:

> Trên lý thuyết số phép toán cộng cần thực hiện là: 2^{n-2}

(Do lớp lá của cây chỉ có 2 node và có thể tính cho 2 node thiếu bên phải của lớp thứ liền kế lớp lá để ra được kết qủa $2^{n-2} - 1$)

Dựa vào điều kiện bài toán, số phép tính so sánh (<=1) sẽ bằng số node lá của cây cộng với tổng số node trên cây:

> Trên lý thuyết, số phép so sánh là: 2^(n-1)

*Các công thức trên chỉ áp dụng khi thoả điều kiện **n>=2***

Các giá trị kiểm thử hộp đen trên lí thuyết

STT	Giá trị n	Số phép cộng cần thực hiện 2^(n-2)-1	Số phép so sánh cần thực hiện 2^(n-1)
1	5	7	16
2	7	31	64
3	9	127	256
4	12	1023	2048
5	15	8191	16384
6	18	65535	131072
7	25	8388607	16777216
8	30	268435455	536870912
9	40	274877906943	549755813888
10	45	8796093022207	17592186044416

Kết quả thực tế:

Bảng tính ghi kết quả số lượng các phép so sánh (compare) và số phép cộng (addition) sau khi chạy giải thuật

STT	Giá trị n	Kết quả trả về	Số phép so sánh đã thực hiện	Số phép cộng đã thực hiện
1	5	8	15	7
2	7	21	41	20
3	9	55	109	54
4	12	233	465	232
5	15	987	1973	986
6	18	4181	8361	4180
7	25	121393	242785	121392

STT	Giá trị n	Kết quả trả về	Số phép so sánh đã thực hiện	Số phép cộng đã thực hiện
8	30	1346269	2692537	1346268
9	40	165580141	331160281	165580140
10	45	1836311903	3672623805	1836311902

> Kết luận: Có thể thấy rằng kết quả dự đoán trên lí thuyết về số lượng các phép toán và phép so sánh cần thực hiện trên lí thuyết khác hơn hẳn so với số lượng thực cần.