1 路途

1.1 30 pts

设 A 为邻接矩阵，$f_{i,j,k}$ 表示从 i 到 j 路径长为 k 的方案数。

转移方程：$f_{i,j,k} = \sum\limits_{mid=1}^{n} f_{i,mid,k-1} * A_{mid,j}$。

时间复杂度 $O(n^3qr)$。

1.2 50 pts

注意到长度每增加 1，相当于原矩阵乘上了 A。

那么 s 到 t 长度为 k 的路径数为 $A^k_{s,t}$。

矩阵快速幂计算 A^l，然后依次乘上 $r-l$ 次 A 即可得到 $l \sim r$ 的所有矩阵。

时间复杂度 $O(n^3q((r-l)+\log n))$。

1.3 70 pts

可能需要一点点的卡常技巧。

1.4 100 pts

$$\sum_{i=l}^{r} A^i = A^l(\textstyle\sum_{i=0}^{r-l} A^i)$$

因为 $r-l \leq 200$，我们可以预处理这 200 个前缀和。

时间复杂度 $O(n^3((r-l)+q\log n))$

2 好数

2.1 30 pts

可以表示的数不超过上界，直接搜索或者枚举判断。

2.2 60 pts

打表发现可以表示的数很少，在 10^6 左右。

搜索时避免一些无用的搜索即可通过。

2.3 100 pts

此时可以表示的数在 10^{12} 左右。

折半搜索，把集合拆成大小接近的两个集合，然后分别搜索出能够表示的数。

一个合法的数肯定能够唯一对应这两个集合中的两个数的乘积。

对于一个集合中的每一个数，在另一个集合中二分找到不超过上界的数的个数和最大的数即可。

3 世界杯

3.1 30 pts

如果两个球队彼此之间没有严格的大于小于关系，我们就把他们连边。

最后形成若干个联通块，联通块与联通块之间有严格的大于小于关系，联通块内部任何一支球队都有可能最后剩下。

最后可能获胜的球队的是权值最大的那个联通块的大小。

依次加入每个点，暴力连边合并即可，时间复杂度 $O(n^2k)$。

3.2 $k = 1$

可能获胜的球队数目恒为 1。

3.3 100 pts

考虑从前到后依次加入一个点时，有若干个联通块，联通块之间有严格的大于小于关系。与当前点有连边的联通块肯定与当前点没有严格的大小于关系，那么联通块有用的值就是每个特征值的最大最小值。而且注意到能合并的联通块肯定是个区间，我们二分这个区间然后合并即可。

用平衡树维护，时间复杂度 $O(nk\log n)$。