



## مسئله‌ی ۱. تحلیل پیچیدگی - ۴۰ نمره

پیچیدگی توابع زیر را تحلیل کنید

(الف)

$$f(n) = \lg(n!)$$

(ب)

$$T(n) = 3T\left(\frac{n}{3}\right) + \sqrt{n}$$

## مسئله‌ی ۲. skyline - ۶۰ نمره

$n$  ساختمان مستطیل شکل در یک شهر دو بعدی داده شده‌اند. هر ساختمان با  $(Li, Hi, Ri)$  مشخص می‌شود که به ترتیب از چپ به راست نشان دهنده‌ی مختصات شروع ساختمان (سمت چپ)، ارتفاع آن و مختصات انتهای ساختمان (سمت راست) است. اگر مستقیم به این ساختمان‌ها نگاه کنیم برخی خطوط قابل رویت نیستند. با پاک کردن آن خطوط، اسکایلاین ساختمان‌ها به دست می‌آید. به عبارت دیگر اسکایلاین برابر است با ناحیه‌ای که توسط این مستطیل‌ها اشغال شده است (اجتماع آن‌ها).

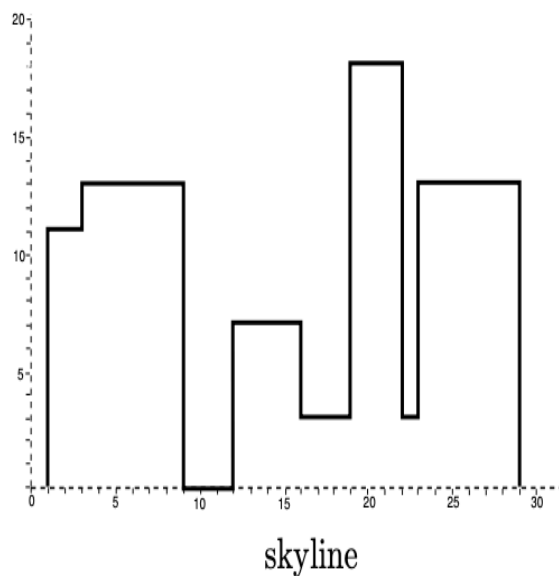
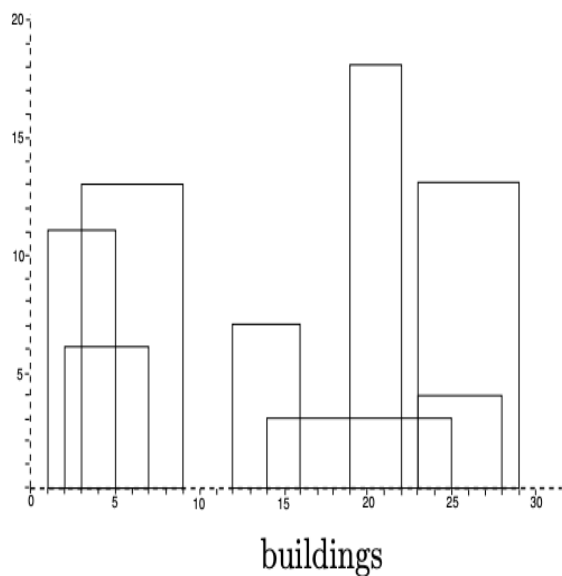
الگوریتمی پیشنهاد دهید که اسکایلاین  $n$  ساختمان را در زمان  $O(n \log n)$  به دست آورد.

مثال:

در ابتدا مشخصات ساختمان‌ها داده می‌شود:

$$\{(3, 13, 9), (1, 11, 5), (12, 7, 16), (14, 3, 25), (19, 18, 22), (2, 6, 7), (23, 13, 29), (23, 4, 28)\}$$

جواب، اسکایلاین به صورت یک سری مختصات  $x$  است که با ارتفاع‌های مختلف به هم وصل شده‌اند. (از چپ به راست)



$skyline : \{1, 11, 3, 13, 9, 0, 12, 7, 16, 3, 19, 18, 22, 3, 23, 13, 29, 0\}$

اسکایلاین به ترتیب  $x$  ها است.

از  $x = 1$  تا  $x = 3$  با ارتفاع ۱۱، از  $x = 3$  تا  $x = 9$  با ارتفاع ۱۳ و...

### مسئله ۳. قضیه اصلی - ۵۰ نمره

آیا می‌توان قضیه اصلی را برای تابع زیر استفاده کرد؟ چرا؟

$$T(n) = 4T\left(\frac{n}{4}\right) + n^2 \lg n$$

تابعی مانند  $f(n)$  ارائه دهید که  $T(n) \in O(f(n))$

(موفق باشید :)