



## ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

نیم‌سال دوم ۹۷-۹۸

دانشکده مهندسی کامپیوتر

دانشگاه صنعتی شریف

دکتر علی شریفی زارچی

**مدرس**

روزبه مشکین‌نژاد، محمدرضا احمدخانی

**طراحان تمرین**

سپهر زمانی، پویان شیرزادیان، سینا ریسمانچیان،  
سیدسجاد کاهانی

**طراحان سربرگ**

عملی سوم

**تمرین**

درخت، ترای و درخت جستجوی دودویی

**مباحث**

۹ فروردین ۱۳۹۸، ساعت ۲۳

**مهلت ارسال**

- پاسخ سؤال‌های این تمرین را به‌صورت جداگانه در قالب یک فایل Python در کوئرا آپلود کنید.
- به ازای هر روز دیرکرد در بارگذاری تمرین‌ها، طبق سیلابس درس بخشی از نمره را از دست خواهید داد.
- سعی کنید تا ۲۴ ساعت پیش از پایان موعد تحویل، سؤالات و ابهامات خود را در پیاتزا مطرح کنید.

## سرورهای edu

- محدودیت زمان: ۲/۵ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

تعدادی از دانشجویان معترض، تصمیم به خراب کردن سرورهای edu گرفته‌اند. تعداد سرورهای edu برابر  $n$  است. این سرورها در مکان‌های مختلفی از دانشگاه قرار گرفته‌اند. دو سرور edu تنها می‌توانند با یک کابل به هم متصل باشند. در مجموع  $n - 1$  کابل، سرورهای edu را به هم متصل می‌کند. علاوه بر این، هر دو سرور edu توسط مسیری از کابل‌ها به هم متصل‌اند.

در ابتدا همه سرورها آنلاین هستند. همچنین همه سرورها یک قدرت دفاعی دارند که با  $a_i$  نشان داده می‌شود. دو سرور edu با یکدیگر همسایه هستند، اگر با یک کابل به هم متصل باشند. همچنین دو سرور  $i$  و  $j$  با یکدیگر تقریباً همسایه هستند اگر سروری مانند سرور  $k$  وجود داشته باشد که هم  $i$  و  $k$  همسایه باشند و هم  $j$  و  $k$ .

وقتی دانشجویان معترض یک سرور را خراب می‌کنند، آن سرور آفلاین می‌شود، و قدرت دفاعی سرورهایی که با آن همسایه یا تقریباً همسایه هستند، یک واحد افزایش پیدا می‌کند.

دانشجویان معترض - که خود یک قدرت خراب‌کاری دارند - با خراب کردن یک سرور کار خود را آغاز می‌کنند. (قدرت دفاعی این سرور باید کوچکتر مساوی قدرت خراب‌کاری دانشجویان باشد.) پس از آن، آن‌ها به خراب کردن سرورها ادامه می‌دهند تا اینکه همه سرورها خراب شوند. اما آن‌ها تنها زمانی می‌توانند یک سرور جدید به نام  $s$  را خراب کنند که آن سرور شرایط زیر را داشته باشد:

۱. سرور  $s$  قبلاً خراب نشده باشد. یعنی سرور  $s$  آنلاین باشد.
۲. سرور  $s$  همسایه یک سرور آفلاین باشد.
۳. قدرت دفاعی سرور  $s$  کوچکتر مساوی قدرت خراب‌کاری دانشجویان باشد.

حالا شما باید حداقل مقدار قدرت خراب‌کاری را تعیین کنید تا دانشجویان بتوانند با استفاده از آن تمامی سرورها را خراب کنند.

## ورودی

در اولین خط ورودی  $n$  می‌آید.

$$1 \leq n \leq 3 \times 10^5$$

در خط دوم ورودی،  $n$  عدد می‌آید که برابر  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  است. عدد  $i$  نشان دهنده قدرت دفاعی سرور  $i$  ام است.

$$-10^9 \leq a_i \leq 10^9$$

در  $n - 1$  خط بعدی نحوه متصل شدن سرورها به هم می‌آید. با فرض اینکه شماره سروری که در ریشه درخت قرار گرفته 1 است، با شروع  $i$  از 2، در خط  $i - 1$  ام، پدر سرور  $i$  ام آمده است.

$$1 \leq p_i \leq n$$

## خروجی

تنها یک عدد چاپ کنید. حداقل قدرت دفاعی که دانشجویان باید داشته باشند تا بتوانند همه سرورهای edu را خراب کنند.

## ورودی و خروجی نمونه

### ورودی نمونه ۱

```
5
1 2 3 4 5
1
2
3
4
```

### خروجی نمونه ۱

```
5
```

میتوان با قدرت خراب‌کاری 5 همه‌ی سرورهای edu را خراب کرد:

- ابتدا قدرت دفاعی سرورها برابر  $[1,2,3,4,5]$  است.
- دانشجویان سرور 5 را خراب می‌کنند. حالا قدرت دفاعی سرورها برابر  $[1,2,4,5,0]$  می‌شود. 0 یعنی آفلاین.
- بعد سرور 4 را خراب می‌کنند. قدرت دفاعی سرورها:  $[1,3,5,0,0]$ .
- بعد از آن، سرور 3 را خراب می‌کنند. قدرت دفاعی سرورها:  $[2,4,0,0,0]$ .
- بعد سرور 2 را خراب می‌کنند. قدرت دفاعی سرورها:  $[3,0,0,0,0]$ .
- در نهایت سرور 1 را خراب می‌کنند.

### ورودی نمونه ۲

```
7
38 -29 87 93 39 28 -55
1
```

2  
2  
2  
7  
1

## خروجی نمونه ۲

93

دانشجویان می‌توانند به ترتیب سرورهای 4، 2، 3، 1، 5، 7 و 6 را خراب کنند.

## پرررو!

- محدودیت زمان: ۵/۵ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

علی اوپی ملقب به علی ترکیبی عاشق سوالات سخت و چالش‌دار است. او جدیداً در درس سلطان خلیلی به سوالی برخورد کرده و از شما تقاضای کمک دارد. قضیه از این قرار است که سلطان خلیلی دو درخت دودویی کامل را به علی ترکیبی داده و از او خواسته که سعی کند تا بصیرت خاصی داشته باشد. تقاضای سلطان این است که علی ترکیبی بتواند با نگاه کردن به یک درخت دودویی بگوید که حداقل با چند جابه‌جایی (swap) می‌توان آن درخت دودویی را به یک درخت جست و جوی دودویی (BST) تبدیل کرد.

## ورودی

به شما شکل آرایه‌ای از درخت دودویی داده می‌شود. هر درخت دارای  $N$  راس است که هر راس مقداری منحصر به فرد به صورت  $a_i$  دارد. ریشه‌ی درخت در  $a_1$  می‌آید. فرزند چپ ریشه در  $a_2$  و فرزند راست ریشه در  $a_3$  می‌آید. به طور کلی فرزند سمت چپ راس  $k$  دارای مقدار  $a_{2k}$  و فرزند سمت راستش دارای مقدار  $a_{2k+1}$  است. در خط اول ورودی  $N$  (برابر با تعداد راس‌ها) و در خط دوم آن آرایه‌ی  $a$  داده می‌شود. ( $a_i$  برابر با مقداری که به راس  $i$  نسبت داده می‌شود)

## خروجی

در نهایت برنامه‌ی شما باید به ازای هر تست کیس، تعداد مینیمم swap‌هایی (دو راس را انتخاب می‌کند و مقادیر آن‌ها را عوض می‌کند) را چاپ کند که درخت اولیه را به BST تبدیل می‌کند.

## مثال

### ورودی نمونه ۱

```
3
1 2 3
```

### خروجی نمونه ۱

```
1
```



## لغت‌نامه خوب!

- محدودیت زمان: ۴ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۵۱۲ مگابایت

به شما تعداد زیادی لغت از یک لغت‌نامه داده شده است. پس از آن به شما تعدادی query داده می‌شود. در هر query یک رشته به نام  $s$  می‌آید. شما باید رشته‌ای از لغت‌نامه را پیدا کنید که بیشترین بار تکرار شده و  $s$  پیشوند آن است.

## ورودی

در اولین خط ورودی عدد  $n$  می‌آید که نشان دهنده تعداد لغت‌های موجود در لغت‌نامه است. در  $n$  خط بعدی، لغت‌های لغت‌نامه داده می‌شود.

در خط بعدی یک عدد  $q$  می‌آید که نشان‌دهنده تعداد queryهاست. در هر یک از  $q$  خط بعدی، یک رشته می‌آید.

$$1 \leq n \leq 5 \times 10^5$$

$$1 \leq q \leq 10^5$$

$$1 \leq \text{word length} \leq 10$$

همچنین تمامی لغت‌ها تنها از حروف کوچک انگلیسی تشکیل شده اند.

## خروجی

به ازای هر رشته  $s$  که در هر query می‌آید، لغتی از لغت‌نامه را خروجی دهید که بیشترین بار تکرار شده و  $s$  پیشوند آن است. همچنین در کنار آن، تعداد تکرارهای آن لغت را چاپ کنید.

اگر چند لغت دارای شرایط گفته شده بودند، لغتی را در خروجی چاپ کنید که از نظر الفبایی کوچکتر است. اگر هیچ لغتی شرایط گفته شده را نداشت، 1- را چاپ کنید.

## مثال

### ورودی نمونه ۱

```
10
apple
banana
orange
```

```
applet
banana
oriental
orange
oriental
applet
bangalore
8
ban
bang
app
or
oriental
apple
hobbits
oranges
```

خروجی نمونه ۱

```
banana
2
bangalore
1
applet
2
orange
2
oriental
2
applet
2
-1
-1
```



## ارتش آزادی بخش pubg

- محدودیت زمان: ۵ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

به تازگی pubg بخش جدیدی اضافه کرده که می‌توان در آن ارتش تشکیل داد و به نبرد با دیگر ارتش‌ها رفت. پس از انتشار این قابلیت جدید، تعدادی هکر خدانشناس، ارتش‌های متعددی تشکیل دادند تا "زمین بازی" این قسمت از بازی را به تسخیر درآورند. آراد با مشاهده این وضعیت، تصمیم گرفت که ارتش آزادی بخش pubg را به وجود بیاورد. تنها مشکل او این است که نمی‌داند چه کسی را به عنوان فرمانده انتخاب کند. بنابراین او از شما می‌خواهد تا در این کار به او کمک کنید. هر کدام از سربازهای این ارتش یک شخصیت  $P_i$  دارد. هر کدام از افرادی که او می‌خواهد به عنوان فرمانده انتخاب کند علاوه بر  $P_i$ ، یک توانایی مدیریت  $L_i$  دارند. سرباز  $i$  به فرمانده  $j$  احترام می‌گذارد اگر

$$P_i \oplus P_j < L_j$$

باشد. در ابتدا ارتش آراد خالی است. به طور کلی سه رویداد می‌تواند روی این ارتش تاثیر بگذارد:

- یک سرباز به ارتش آراد ملحق شود:

$$1 \ P_i$$

- یک سرباز ارتش را ترک کند:

$$2 \ P_i$$

- آراد سعی می‌کند یک فرمانده استخدام کند.

$$3 \ P_i \ L_i$$

شما باید به ازای هر رویداد از نوع سوم، تعداد سربازهایی را که به آن فرمانده احترام می‌گذارند چاپ کنید.

## ورودی

در اولین خط ورودی  $q$  می‌آید ( $1 \leq q \leq 10^5$ ) که نشان دهنده تعداد رویدادهاست. پس از آن،  $q$  خط می‌آید. در هر خط یک رویداد می‌آید:

- $1 \ P_i$

یک سرباز با شخصیت  $P_i$  به ارتش آزادی بخش ملحق می‌شود. ( $1 \leq P_i \leq 10^8$ )

- $2 P_i$

یک سرباز با شخصیت  $P_i$  ارتش آزادی بخش را ترک می‌کند. ( $1 \leq P_i \leq 10^8$ )

- $3 P_i L_i$

آراد سعی می‌کند یک فرمانده با شخصیت  $P_i$  و توانایی مدیریت  $L_i$  استخدام کند.

$$1 \leq P_i, L_i \leq 10^8$$

## خروجی

به ازای هر رویداد از نوع سوم، در یک خط پاسخ آن را چاپ کنید.

## مثال

### ورودی نمونه ۱

```
5
1 3
1 4
3 6 3
2 4
3 6 3
```

### خروجی نمونه ۱

```
1
0
```

در مورد رویداد نوع سوم که اول آمده، چون  $6 \oplus 4 = 2 < 3$  و  $6 \oplus 3 = 5 > 3$ ، تنها یک سرباز به فرمانده‌ای که آراد می‌خواهد استخدام کند، احترام می‌گذارد.