



## ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

نیم‌سال دوم ۹۷-۹۸

دانشکده مهندسی کامپیوتر

دانشگاه صنعتی شریف

---

دکتر علی شریفی زارچی	<b>مدرس</b>
حسین ابراهیمی، آریا کوثری	<b>طراحان تمرین</b>
سپهر زمانی، پویان شیرزادیان، سینا ریسمانچیان، سیدسجاد کاهانی	<b>طراحان سربرگ</b>
عملی ششم	<b>تمرین</b>
الگوریتم‌های گراف	<b>مباحث</b>
۸ خرداد ۱۳۹۸، ساعت ۲۳	<b>مهلت ارسال</b>

- پاسخ سؤال‌های این تمرین را به‌صورت جداگانه در قالب یک فایل Python در کوئرا آپلود کنید.
- به ازای هر روز دیرکرد در بارگذاری تمرین‌ها، طبق سیلابس درس بخشی از نمره را از دست خواهید داد.
- سعی کنید تا ۲۴ ساعت پیش از پایان موعد تحویل، سؤالات و ابهامات خود را در پیاتزا مطرح کنید.

## قتل بی‌رحمانه‌ی بنا

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

پس از تحقیقات فراوان، سرانجام مشخص شد که بنا توسط بدخواهانش منفجر شده و تکه‌های او به شهرهای مختلف کیلین‌دشت پرت شده‌است.

کیلین‌دشت  $n$  شهر دارد که از 1 تا  $n$  شماره‌گذاری شده‌اند. تعدادی از این شهرها به وسیله‌ی جاده‌هایی به طور مستقیم به هم متصل شده‌اند. نحوه‌ی اتصال این شهرها به گونه‌ای است که بین هر دو شهر از طریق جاده‌ها مسیر یکتایی وجود دارد (بنابراین گراف این شهر درخت است). همچنین فاصله‌ی هر دو شهر را برابر با تعداد جاده‌هایی که باید طی شود تا از یکی از آن دو شهر به دیگری برسیم تعریف می‌کنیم.

با توجه به بُرد مواد منفجره‌ی استفاده شده، دادستانی می‌داند که اگر بنا در شهر  $v$  منفجر شده باشد، تکه‌های بدن او در شهرهایی ممکن است بیفتند که فاصله‌ی آن‌ها تا  $v$ ، حداکثر  $d$  باشد. همچنین دادستانی در  $m$  تا از شهرها تکه‌هایی از بنا را پیدا کرده‌است. حال با توجه به این اطلاعات، دادستانی قصد دارد شهر  $v$  (محل انفجار) را پیدا کند و تحقیقات را در آن شهر ادامه دهد. متأسفانه با توجه به اطلاعات موجود ممکن است نتوان شهر محل انفجار را به طور دقیق مشخص کرد و چند شهر کاندیدای محل انفجار باشند. بنابراین دادستانی قصد دارد ابتدا تعداد شهرهایی را پیدا کند که انفجار می‌تواند در آن‌ها انجام شده باشد.

## ورودی

در خط اول ورودی، سه عدد  $n$  و  $m$  و  $d$  داده می‌شود که به ترتیب تعداد شهرهای کیلین‌دشت، تعداد شهرهای حاوی یکی از تکه‌های بنا و برد مواد منفجره‌ی استفاده شده است.

در خط بعد  $m$  عدد می‌آیند که شماره‌ی شهرهایی هستند که در آن‌ها تکه‌هایی پیدا شده است.

در هرکدام از  $n - 1$  خط بعد اطلاعات جاده‌ها می‌آیند. به این شکل که در هر خط یک جفت عدد می‌آیند که شماره‌ی شهرهایی هستند که بین آن‌ها جاده وجود دارد.

$$1 \leq n, m, d \leq 10\,000$$

## خروجی

در تنها خط خروجی تعداد شهرهایی را چاپ کنید که می‌توانند محل احتمالی ترورشدن بنا باشند. اگر با شرایط داده‌شده شهری نمی‌توانست کاندید باشد، 0 چاپ کنید.

## ورودی و خروجی نمونه

### ورودی نمونه

6 2 3  
1 2  
1 5  
2 3  
3 4  
4 5  
5 6

### خروجی نمونه

3

انفجار ممکن است در شهر های ۳ و ۴ و ۵ انجام شده باشد چرا که فاصله ی هرکدام از آنها تا شهر های ۱ و ۲ حداکثر ۳ است.

## روییای محمود

- محدودیت زمان: ۰/۷۵ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

اسفندیار یک درخت است. محمود که یک گراف جهت‌دار است، دوست دارد مانند اسفندیار یک درخت باشد. اما متأسفانه او به دلیل جهت‌دار بودن، امکان درخت شدن را ندارد. پس او تصمیم می‌گیرد حداقل یک گراف جهت‌دار بدون دور (DAG) بشود.

برای تبدیل شدن به یک گراف جهت‌دار بدون دور، ممکن است نیاز باشد که تعدادی از یال‌های محمود از بین بروند. از آن‌جا که محمود گراف بسیار حساسی است، نمی‌تواند از دست دادن بیش از یک یال را تحمل کند.

برنامه‌ای بنویسید که مشخص کند آیا محمود می‌تواند یک گراف جهت‌دار بدون دور بشود؟

## ورودی

در خط اول ورودی دو عدد  $n$  و  $m$  آمده است که تعداد راس‌ها و یال‌های محمود را نشان می‌دهد.

در  $m$  خط بعدی در هر خط به ترتیب دو عدد  $u$  و  $v$  آمده‌اند که نشان‌دهنده وجود یال جهت‌داری از راس  $u$  به راس  $v$  است.

$$1 \leq n \leq 700$$

$$0 \leq m \leq 20000$$

## خروجی

اگر محمود می‌تواند با حذف حداکثر یک یال تبدیل به یک گراف جهت‌دار بدون دور شود YES و در غیر این صورت NO را چاپ کنید.

## ورودی و خروجی نمونه

### ورودی نمونه ۱

```
3 4
1 3
2 1
3 2
2 3
```

## خروجی نمونه ۱

YES

با حذف یال راس ۳ به راس ۲، دور جهت‌داری باقی نمی‌ماند.

## ورودی نمونه ۲

3 4  
1 3  
2 1  
3 2  
2 3  
1 2

## خروجی نمونه ۲

NO

## ورودی نمونه ۳

4 4  
1 2  
2 3  
3 4  
1 4

## خروجی نمونه ۳

YES

محمود از ابتدا یک گراف جهت‌دار بدون دور است.

## توجه

شما ممکن است برنامه‌ای ساده بنویسید که صرفاً شامل یک دستور چاپ YES یا NO باشد و با این کار بیش از نصف نمره را بگیرید! اما در بررسی‌های بعدی به این قبیل پاسخ‌ها نمره‌ای تعلق نخواهد گرفت!

## داستان سمی

- محدودیت زمان: ۵/۵ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

اکبر انسانی سمی است؛ بدین معنا که عاشق طبیعت و به خصوص حیوانات است. به همین دلیل تصمیم می‌گیرد که در داخل خانه‌اش طویله‌ای درست کند و از انواع حیوانات در داخل آن نگهداری کند؛ اما چون اکبر مدافع حقوق و آزادی حیوانات است تصمیم می‌گیرد که در طویله را همیشه باز نگه دارد و یک همزیستی مسالمت آمیز را با حیوانات تجربه کند. اما این کار عواقبی در پی دارد.

در یک روز بهاری که امتحانات میان‌ترم اکبر تمام شده است، او به خانه‌اش می‌آید تا در آرامش خاطر به تماشای یک فیلم جدی بنشیند. اما متوجه می‌شود که یکی از حیوانات تعدادی از دکمه‌های روی کنترل تلویزیون را خورده‌است. تلویزیون اکبر شامل ۱۰۰ کانال است و کنترل تلویزیون شامل دکمه‌های ۰ تا ۹، -، بالا و پایین می‌باشد. دکمه‌های بالا و پایین، کانال تلویزیون را یکی زیاد یا کم می‌کنند و برای رفتن به کانالی به صورت مستقیم اگر شماره کانال دو رقمی باشد باید اول دکمه‌ی - را فشار دهیم. مثلاً برای رفتن به کانال ۸۵ به صورت مستقیم، باید به ترتیب سه دکمه‌ی -، ۸ و ۵ را زد. ولی برای رفتن به کانال ۶ تنها کافیست تا دکمه ۶ را بزنیم. تلویزیون اکبر این قابلیت را نیز دارد که با زدن دکمه بالا از کانال ۹۹ به ۰ و همچنین با دکمه پایین از ۰ به ۹۹ برود.

حال اکبر می‌خواهد با دکمه‌های باقی‌مانده با کمترین تعداد زدن دکمه از کانال جاری ( $X$ ) به کانالی که فیلم در آن پخش می‌شود برود ( $Y$ ). به اکبر کمک کنید!

## ورودی

در چهار خط اول ورودی وضعیت دکمه‌های کنترل به ترتیب نشان داده شده آمده است. (۱ یعنی سالم و ۰ یعنی خراب)

۱	۲	۳	up
۴	۵	۶	down
۷	۸	۹	
-	۰		

در خط آخر دو عدد  $X$  و  $Y$  آمده که به ترتیب کانالی که روی آن هستیم و کانالی که می‌خواهیم به آن برویم می‌باشند.

$$0 \leq X, Y \leq 99$$

## خروجی

در تنها خط خروجی، کمترین تعداد زدن دکمه‌ها را چاپ کنید و اگر رفتن به کانال مذکور امکان پذیر نمی‌باشد، 1- را چاپ کنید.

## ورودی و خروجی نمونه

### ورودی نمونه ۱

```
1 1 1 1
1 1 1 1
1 1 1
1 1
23 52
```

### خروجی نمونه ۱

```
3
```

### ورودی نمونه ۲

```
0 0 1 1
1 1 1 1
1 1 1
1 1
23 52
```

### خروجی نمونه ۲

```
4
```