Билет 1	**Билет 2**	**Билет 3**	**Билет 4**
Билет 5	**Билет 6**	**Билет 7**	**Билет 8**
Билет 9	**Билет 10**	**Билет 11**	**Билет 12**
Билет 13	**Билет 14**	**Билет 15**	**Билет 16**
Билет 17	**Билет 18**	**Билет 19**	**Билет 20**
Билет 21	**Билет 22**	**Билет 23**	**Билет 24**
Билет 25	**Билет 26**	**Билет 27**	

Билет 1

1. $A = \int_a^b dA = \int_a^b F ds \cos\alpha = \int_a^b \bar{F}_\tau d\bar{s}$. Изменение кинетической энергии системы равно работе всех внутренних и внешних сил, действующих на тела системы. $T_2 - T_1 = \sum_i A_i,$

2. **Момент импульса материальной точки** относительно точки О определяется векторным произведением

$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$, где $\vec{r}$ — радиус-вектор, проведенный из точки О, $\vec{p} = m\vec{v}$ — импульс материальной точки. Дж*с

3. $$E_{пот} = -\int dA = \int -(\vec{F}; \vec{dx}) = \int +G\frac{Mm}{x^2}dx = +GMm\int_{R+r}^{\infty}\frac{dx}{x^2} = \frac{GMm}{R+r} = gm(R+r) = 25 МДж$$

Билет 2

1. $x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{10})$. Гармонический осциллятор:

Кинетическая энергия записывается в виде

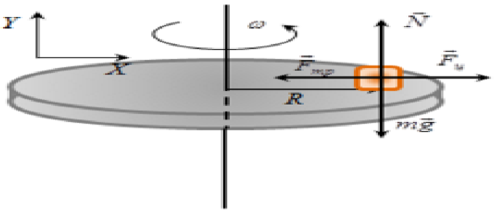
$$T = \frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi),$$

и потенциальная энергия есть

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi),$$

тогда полная энергия имеет постоянное значение $E = \frac{1}{2}kA^2.$ Найдем импульс гармонического осциллятора. Продифференцируем выражение $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$ по t и, умножив полученный результат на массу осциллятора, получим: $p = m\dot{x} = -Am\omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha)$

2. Моментом силы относительно полюса называется физическая величина, определяемая векторным произведением радиус вектора , проведенного из данного полюса к точке приложения силы на вектор силы F. ньютон-метр



Решение:

На тело действуют 4 силы: сила тяжести, центростремительная сила, возникающая из-за вращения тела, сила реакции опоры и сила трения. 2- й закон Ньютона запишется в виде:

$$\bar{F} = 0$$

где равнодействующая сила:

$$\bar{F} = m\bar{g} + \bar{F}_ц + \bar{N} + \bar{F}_{тр}$$

Проекция на ось X:

$$F_ц - F_{тр} = 0$$

Проекция на ось Y:

$$-mg + N = 0$$
$$N = mg$$

Сила трения по определению

$$F_{тр} = kN = kmg$$

Центростремительная сила

$$F_ц = \frac{mv^2}{R}$$

Тогда

$$\frac{mv^2}{R} = kmg$$

Связь линейной и угловой скорости

$$v = \omega R$$

Связь угловой скорости и частоты вращения

$$\omega = 2\pi n$$

$$n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v}{2\pi R}$$
$$v = 2\pi R n$$

Коэффициент трения

$$k = \frac{v^2}{Rg} = \frac{4\pi^2 R^2 n^2}{Rg} = \frac{4\pi^2 R n^2}{g} = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 0,2 \cdot 0,5^2}{9,8} = 0,2$$

Ответ: $k = 0,2$

Билет 3

1. $$K_{вращ} = \frac{\omega^2}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2 = \frac{I\omega^2}{2}.$$,

2. Фаза колебаний полная — аргумент периодической функции, описывающей колебательный или волновой процесс. Гц

3. Дано:
$m = 4,6 \cdot 10^{-26}$ кг
$V = 600$ м/с
$F\Delta t$ - ?

Решение:
$F\Delta t = m\Delta V$
ЗСИ:
$m\bar{V} = -mv + P_{ст}$
$P_{ст} = 2mV$
$P_{ст} = F\Delta t = 2mV = 4,6 \cdot 600 \cdot 10^{-26} = 2,76 \cdot 10^{-23} \cdot 2 = 5,52 \cdot 10^{-23}$

Ответ: $F\Delta t = 2mV = \cdot 10^{-23}$ Н·с.

Билет №4

№1.1

Пусть на твердое тело, имеющее неподвижную ось вращения z (рис. 321), действует система заданных сил $\bar{F}_1^e, \bar{F}_2^e, \ldots, \bar{F}_n^e$. Одновременно на тело действуют реакции подшипников $\bar{R}_A$ и $\bar{R}_B$. Чтобы исключить из уравнения движения эти наперед не известные силы, воспользуемся теоремой моментов относительно оси z (см. § 116). Так как моменты сил $\bar{R}_A$ и $\bar{R}_B$ относительно оси z равны нулю, то получим

$$\frac{dK_z}{dt} = M_z, \text{ где } M_z = \Sigma m_z(\bar{F}_k^e).$$

Будем в дальнейшем величину M_z называть *вращающим моментом.*

Подставляя в предыдущее равенство значение $K_z = J_z\omega$, найдем

$$J_z\frac{d\omega}{dt} = M_z \text{ или } J_z\frac{d^2\varphi}{dt^2} = M_z. \qquad (66)$$

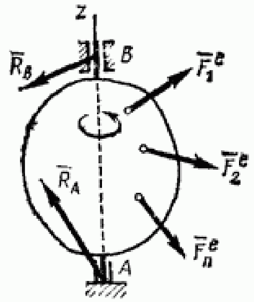
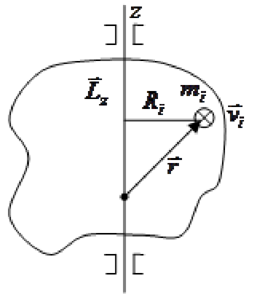


Рис. 321

Уравнение (66) представляет собой *дифференциальное уравнение вращательного движения твердого тела.* Из него следует, что *произведение момента инерции тела относительно оси вращения на угловое ускорение равно вращающемуся моменту:*

$$J_z\varepsilon = M_z. \qquad (66')$$

№1.2



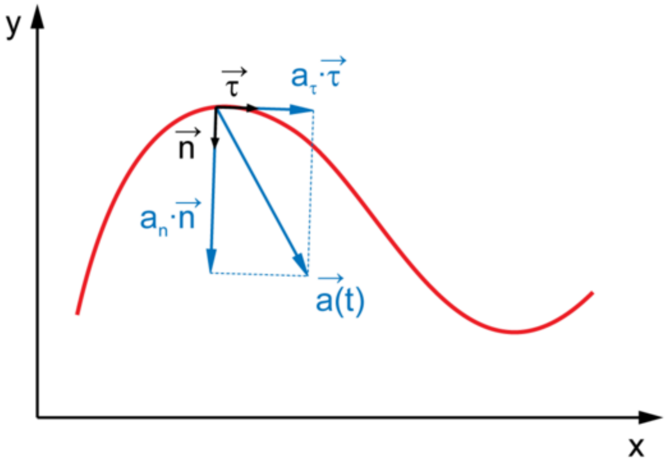
Рассмотрим твердое тело, которое может вращаться вокруг неподвижной оси z. Абсолютно твердое тело можно рассматривать как систему материальных частиц с неизменным расстоянием между ними. Возьмем на оси вращения т. О. Относительно нее момент импульса i-ой частицы с радиусом-вектором r_i равен: $L_i = [\vec{r}_i m_i \vec{v}_i] = m_i[\vec{r}_i \vec{v}_i]$; Или

$L_i = m_i v_i R_i$, где R расстояние от точки до оси Z; Момент импульса всего тела относительно оси Z можно записать:

$\vec{L} = \sum \vec{L}_i \Rightarrow L_z = \sum L_{iz} = \sum R_i p_i = \sum m_i v_i R_i = \left(\sum m_i R_i^2\right)\omega_z$; т.к. $v_i = \varpi_z R_i$

Величина $I_z = \sum m_i R_i^2$ называется моментом инерции твердого тела относительно оси Z.

№2

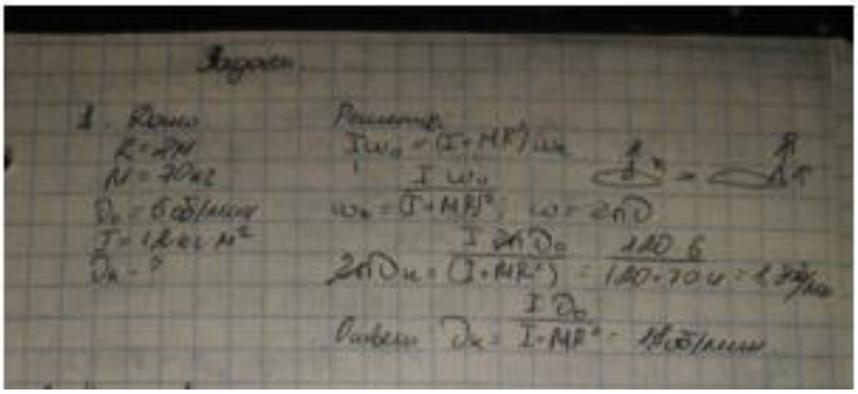


Величину тангенциального ускорения — в смысле проекции вектора ускорения на единичный касательный вектор траектории — можно выразить так:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}$$

Выражается в м/(с^2)

№3



Билет №5

№1.1

Пространство, в котором действуют консервативные силы, называется потенциальным полем. Каждой точке потенциального поля соответствует некоторое значение силы F, действующей на тело, и некоторое значение потенциальной энергии U. Значит, между силой F и U должна быть связь , с другой стороны, dA = –dU, следовательно Fdr=-dU, отсюда: $\vec{F} = -\frac{dU}{d\vec{r}}$

Проекции вектора силы на оси координат: $F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}; \quad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}; \quad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}.$

Вектор силы можно записать через проекции: $\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\mathbf{k}\right)$, F = –grad U,

где $\mathrm{grad} = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k}$.

Градиент – это вектор, показывающий направление наибыстрейшего изменения функции. Следовательно, вектор направлен в сторону наибыстрейшего уменьшения U.

№1.2

Потенциальная энергия упругой деформации (пружины)

Найдём работу, совершаемую при деформации упругой пружины.
Сила упругости Fупр = –kx, где k – коэффициент упругости. Сила непостоянна, поэтому элементарная работа dA = Fdx = –kxdx.

(Знак минус говорит о том, что работа совершена над пружиной). Тогда $A = \int dA = -\int_{x_1}^{x_2} kx dx = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}$,

т.е. A = U1 – U2. Примем: U2 = 0, U = U1, тогда $U = \frac{kx^2}{2}$.

На рис. 5.5 показана диаграмма потенциальной энергии пружины.

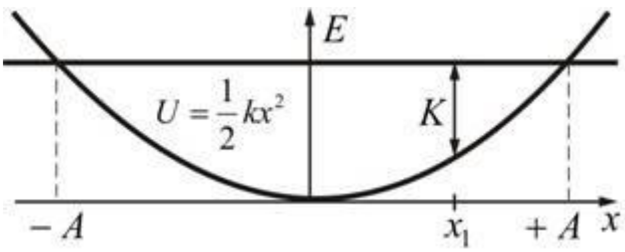


Рис. 5.5
Здесь E = K + U – полная механическая энергия системы, К – кинетическая энергия в точке x1.

Потенциальная энергия при гравитационном взаимодействии

Работа тела при падении A = mgh, или A = U – U0.
Условились считать, что на поверхности Земли h = 0, U0 = 0. Тогда A = U, т.е. A = mgh.

Для случая гравитационного взаимодействия между массами M и m, находящимися на расстоянии r друг от друга, потенциальную энергию можно найти по формуле $U = -\gamma \frac{Mm}{r}$.

На рис. 5.4 изображена диаграмма потенциальной энергии гравитационного притяжения масс M и m.

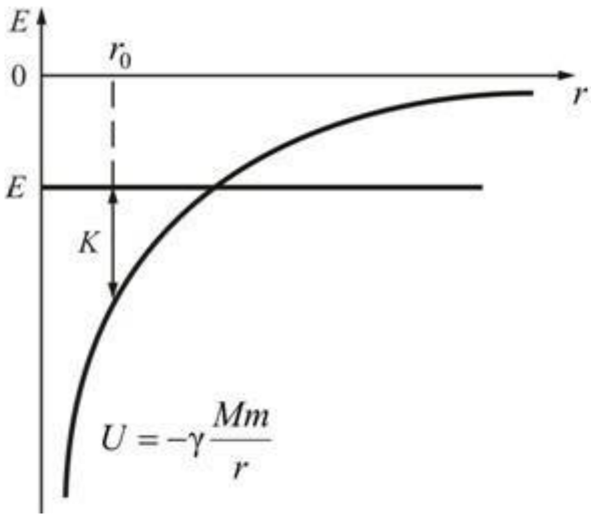


Рис. 5.4
Здесь полная энергия E = K + E. Отсюда легко найти кинетическую энергию: K = E – U.

№2

Нормальное ускорение – это составляющая вектора ускорения, направленная вдоль нормали к траектории движения в данной точке на траектории движения тела. То есть вектор нормального ускорения перпендикулярен линейной скорости движения (см. рис. 1.10). Нормальное ускорение характеризует изменение скорости по направлению и обозначается буквой $\vec{a}_n$. Вектор нормального ускорения направлен по радиусу кривизны траектории. (**м/с²**)

№3

Дано:	Решение:
$M_З = 5{,}976 \cdot 10^{24}$ кг $R_З = 6{,}378164 \cdot 10^6$ м V_2- ?	Для того чтобы тело удалилось от Земли, необходимо, чтобы кинетическая энергия тела была достаточна для преодоления гравитационной потенциальной энергии, т.е.

$$\frac{mv^2}{2} \geq \frac{\gamma mM}{R}$$

Используя закон всемирного тяготения, находим силу притяжения Земли и тела массы m

$$F = \gamma \frac{mM}{R^2}$$

С другой стороны

$$F = mg$$

У поверхности Земли

$$g = \gamma \frac{M}{R^2}$$

поэтому

$$\frac{mv^2}{2} \geq mgR$$

Откуда вторая космическая скорость

$$v \geq \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 6{,}378164 \cdot 10^6} = 11180{,}9 \ \frac{м}{с}$$

Ответ: $v \geq 11180{,}9 \ \frac{м}{с}$

Билет №6

№1

Любые сложные периодические колебания $s=f(t)$ можно представить в виде суперпозиции одновременно совершающихся гармонических колебаний с различными амплитудами, начальными фазами, а также частотами, кратными циклической частоте ω_0:

$$s=f(t)=\frac{A_0}{2}+A_1\cos(\omega_0 t+\varphi_1)+A_2\cos(2\omega_0 t+\varphi_2)+\ldots+A_n\cos(n\omega_0 t+\varphi_n). \qquad (144.5)$$

Представление периодической функции в виде (144.5) связывают с понятием **гармонического анализа сложного периодического колебания,** или **разложения Фурье.*** Слагаемые ряда Фурье, определяющие гармонические колебания с частотами ω_0, $2\omega_0$, $3\omega_0$, ..., называются **первой** (или **основной**), **второй, третьей** и т. д. **гармониками** сложного периодического колебания.

№2

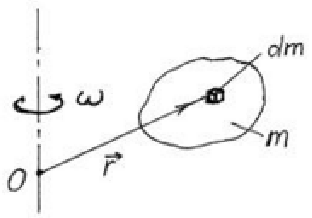
Если твёрдое тело вращается с угловой скоростью $\vec{\omega}$ вокруг точки О , то **моментимпульса тела относительно неподвижной точки О**

$$\vec{L} = \int_m [\vec{r},\vec{\upsilon}]\,dm = \int_m [\vec{r},[\vec{\omega},\vec{r}]]\,dm$$

. где

$\vec{r}$ – радиус-вектор, проведённый из точки О в малый элемент тела массой *dm* ;

$\vec{\upsilon} = [\vec{\omega},\vec{r}]$ – скорость этого элемента тела.



Поскольку $[\vec{r},[\vec{\omega},\vec{r}]] = r^2\cdot\vec{\omega} - (\vec{\omega}\cdot\vec{r})\cdot\vec{r}$ – векторы $\vec{L}$ и $\vec{\omega}$ в общем случае не совпадают по направлению

$$\vec{L} = \vec{\omega}\cdot\int_m r^2 dm - \int_m (\vec{\omega}\cdot\vec{r})\vec{r}\,dm$$

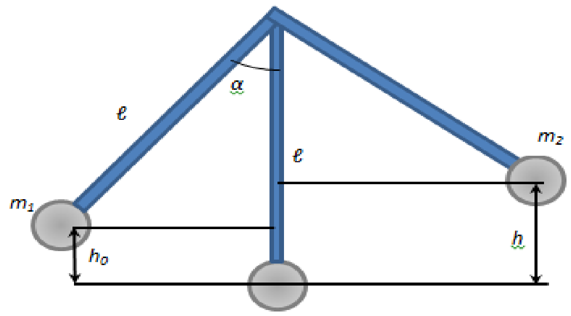
№3

Дано:

$m_1 = 0{,}2$ кг
$m_2 = 0{,}1$ кг
$h_0 = 4{,}5$ см $= 4{,}5\cdot 10^{-2}$м
а) упругий
б) неупругий

h -?

Решение:



Закон сохранения энергии

$$W_{П1} = W_{К1}$$

$$m_1 g h_0 = \frac{m_1 v_1^2}{2}$$

Скорость первого шара перед ударом

$$v_1 = \sqrt{2 g h_0}$$

Закон сохранения импульса (ЗСИ): импульс системы остается постоянным при любых взаимодействиях внутри системы:

$$m_1\vec{v}_1 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$$

Проекция на ось x:

$$m_1 v_1 = -m_1 u_1 + m_2 u_2$$

Скорость тел после соударения

$$u_1 = \frac{2m_2 v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} = \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}$$

$$u_2 = \frac{2m_1 v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2} = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Закон сохранения энергии

$W'_{K1} = W'_{П1}$

$\frac{m_1 u_1^2}{2} = m_1 g h_1$

Высота, на которую поднимется первый шар после удара

$$h_1 = \frac{u_1^2}{2g} = \frac{1}{2g}\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 v_1^2 = \frac{1}{2g}\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 2gh_0 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 h_0 =$$

$$= \left(\frac{0,2 - 0,1}{0,2 + 0,1}\right)^2 \cdot 4,5 \cdot 10^{-2} = 0,005\ м$$

Закон сохранения энергии

$W_{K2} = W_{П2}$

$\frac{m_2 u_2^2}{2} = m_2 g h_2$

Высота, на которую поднимется второй шар после удара

$$h_2 = \frac{u_2^2}{2g} = \frac{1}{2g}\left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 v_1^2 = \frac{1}{2g}\left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 2gh_0 = \frac{4m_1^2 h_0}{(m_1 + m_2)^2} =$$

$$= \frac{4 \cdot 4,5 \cdot 10^{-2} \cdot 0,2^2}{(0,2 + 0,1)^2} = 0,08\ м$$

Билет 7

1)Момент инерции Стержня -

Прямой тонкий стержень длины l и массы m	Ось перпендикулярна к стержню и проходит через его центр масс	$\frac{1}{12}ml^2$

Обруча - L = m*R^2

Диска - $I_x = I_y = \frac{mr^2}{4}$

Шара - $I = \frac{2mr^2}{5}$

2) Согласно теореме Штейнера (теореме Гюйгенса-Штейнера), момент инерции тела J относительно произвольной оси равен сумме момента инерции этого тела J_c относительно оси, проходящей через центр масс тела параллельно рассматриваемой оси, и произведения массы тела m на квадрат расстояния d между осями:

$J = J_c + md^2$, где m — полная масса тела.

3)

10. Дано:
$h = 1,2$ м
v – ?

Решение:
$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$
$I = \frac{1}{2}mR^2$
$mgh = \frac{mR^2\omega^2}{4} + \frac{mv^2}{2}$, $R^2\omega^2 = v^2$
$mgh = \frac{3mv^2}{4}$
$v^2 = \frac{4gh}{3}$ ⇒ $v = 2\sqrt{\frac{gh}{3}} = 2\sqrt{\frac{12}{3}} = 4$ м/с
Ответ: $v = 2\sqrt{\frac{gh}{3}} = 4$ м/с

Билет 8

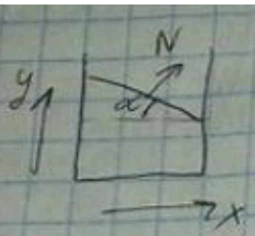
1) Уравнение $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ описывает изменение движения тела конечных размеров под действием силы при отсутствии деформации и если оно движется поступательно. Для точки это уравнение справедливо всегда, поэтому его можно рассматривать как основной закон движения материальной точки.
2)

Моментом импульса относительно неподвижной оси z называется скалярная величина L_z, равная проекции на эту ось вектора момента импульса, определенного относительно произвольной точки O данной оси. Значение момента импульса L_z не зависит от положения точки O на оси z.

3)

11. Дано:
$a = 2,4$ м/с²
α – ?

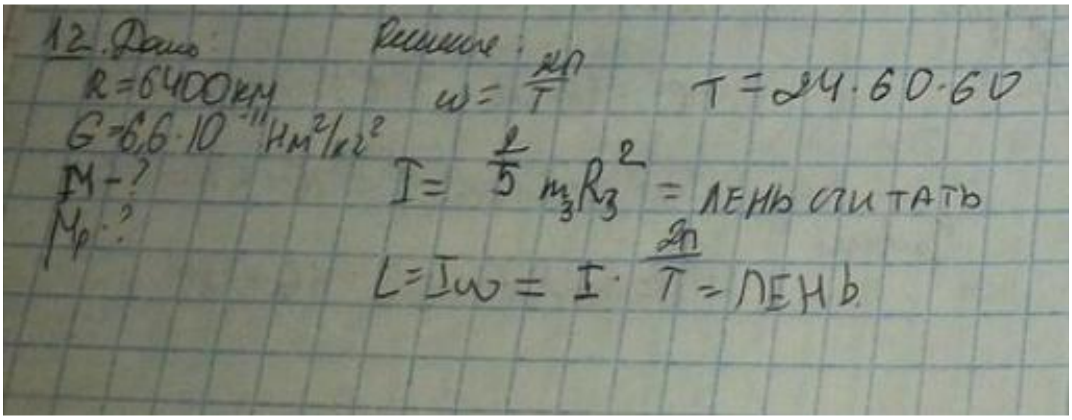
Решение:
$\vec{F} = m\vec{a}$ – II з.Н.
x: $ma = N\sin\alpha$
y: $mg = N\cos\alpha$
$N = \frac{mg}{\cos\alpha}$
$a = \frac{N\sin\alpha}{m} = \frac{mg\sin\alpha}{m\cos\alpha} = g\,tg\alpha$
⇒ $\alpha = arctg\frac{a}{g} = arctg\frac{2,4}{9,8} = arctg\,0,24$



Билет 9

1) Сумма кинетической и потенциальной энергии тел, составляющих замкнутую систему и взаимодействующих между собой силами тяготения и силами упругости, остается неизменной.
2) **-**криваявфазовомпространстве, составленнаяизточек, представляющихсостояние*динамическойсистемы*впоследоват. моментывременивтечениевсеговремениэволюции.

3)



12. Дано:
R=6400км
G=6,6·10^-11 Нм²/кг²
M - ?
M_р - ?

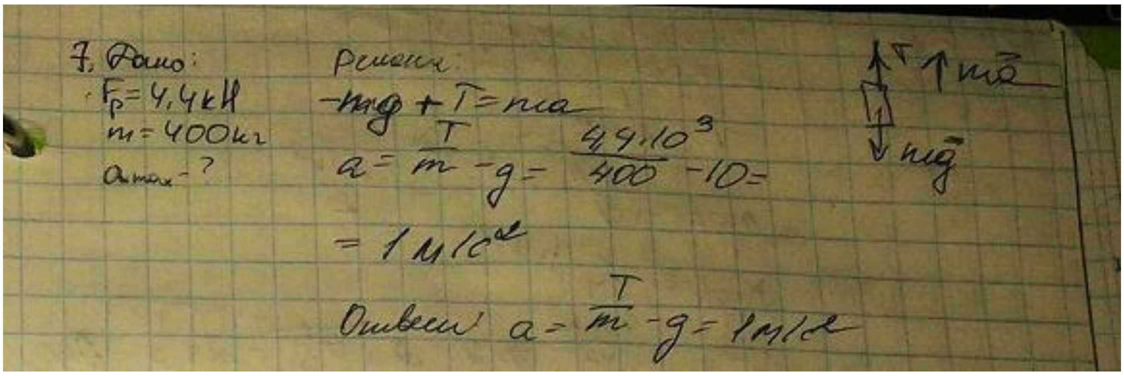
Решение:
$\omega = \frac{2\pi}{T}$ $T = 24\cdot60\cdot60$

$I = \frac{2}{5} m_з R_з^2$ = лень считать

$L = I\omega = I\cdot\frac{2\pi}{T}$ = лень

Билет 10

1. **Моментимпульса** - векторная физическая величина, равная произведению радиус-вектора, проведенного от оси вращения к точке приложения импульса, на вектор этого импульса
$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p},$
2. **Угловая скорость вращения твёрдого тела относительно неподвижной оси** - предел (при Δt → 0) отношения малого углового перемещения Δφ к малому промежутку времени Δt
$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$
Измеряется в рад/с.
3.



7. Дано:
F_p=4,4кН
m=400кг
a_{max} - ?

Решение:
$-mg + T = ma$

$a = \frac{T}{m} - g = \frac{4{,}4\cdot10^3}{400} - 10 =$

$= 1$ м/с²

Ответ: $a = \frac{T}{m} - g = 1$ м/с²

Билет 11

1. **Центр масс механической системы (МС)** – точка, масса которой равна массе всей системы, авектор ускорения центра масс (в инерциальной системе отсчета) определяется только внешними силами, действующими на систему. Поэтому при нахождении закона движения системы точек можно считать, что вектор равнодействующей внешних сил приложен к центрумасс системы.
Положение центра масс (центра инерции) системы материальных точек в классической механике определяется следующим образом
$$\vec{r}_c = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i},$$
Уравнение изменения импульса МС:

$$\Delta\vec{p}_C = \int_{t_{НАЧ}}^{t_{КОНЕЧ}} \vec{F}^{ВНЕШ} dt .$$

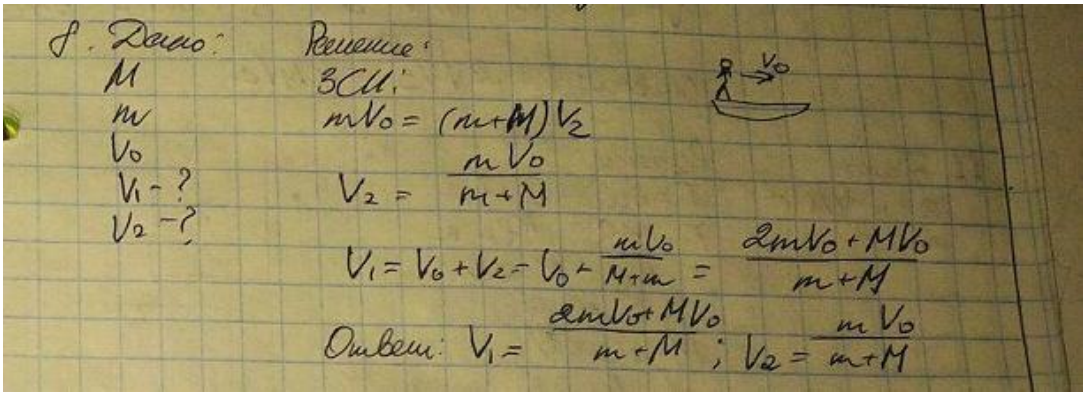
Закон сохранения импульса МС: в замкнутой системе векторная сумма импульсов всех тел, входящих в систему, остается постоянной при любых взаимодействиях тел этой системы между собой.

2. **Угловое ускорение вращения твердого тела относительно неподвижной оси** - псевдовекторная физическая величина, равная первой производной от псевдовектора угловой скорости по времени.

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Измеряется в рад/с^2.

3.



8. Дано:
M
m
V_0
V_1 - ?
V_2 - ?

Решение:
ЗСИ:
$mV_0 = (m+M)V_2$
$V_2 = \frac{mV_0}{m+M}$
$V_1 = V_0 + V_2 - V_0 + \frac{mV_0}{M+m} = \frac{2mV_0 + MV_0}{m+M}$
Ответ: $V_1 = \frac{2mV_0+MV_0}{m+M}$; $V_2 = \frac{mV_0}{m+M}$

Билет 12

1. **Потенциальная энергия притяжения двух материальных точек**

1) Найдем потенциальную энергию для силы гравитационного взаимодействия $F_{ГРАВ} = G\frac{m_1m_2}{R^2}$.

Пусть $\vec{R}$ – радиус-вектор, откладываемый от материальной точки m_1. Тогда вектор гравитационной силы, действующей на материальную точку m_2, направлен в противоположную сторону $\vec{F}_{ГРАВ} = -G\frac{m_1m_2}{R^2}\vec{e}_{\vec{R}}$, где $\vec{e}_{\vec{R}} = \left(\frac{\vec{R}}{R}\right)$ - единичный вектор направления для вектора $\vec{R}$.

Должно выполняться равенство

$$\int_{Путь} \left(\vec{F}, d\vec{r}\right) = W_{ПОТ}^{НАЧ} - W_{ПОТ}^{КОН}.$$

Этот интеграл не должен зависеть от траектории, поэтому будем интегрировать вдоль радиус-вектора $d\vec{r} = d\vec{R}$. Так как векторы $\vec{F}_{ГРАВ}$ и $d\vec{R}$ направлены противоположно, то $\left(\vec{F}_{ГРАВ}, d\vec{r}\right) = -F_{ГРАВ}dR$.

$$\int_{Путь} \left(\vec{F}_{ГРАВ}, d\vec{r}\right) = \int_{R_{НАЧ}}^{R_{КОН}} \left(-F_{ГРАВ}dR\right) = \int_{R_{НАЧ}}^{R_{КОН}} \left(-G\frac{m_1m_2}{R^2}dR\right) = G\frac{m_1m_2}{R}\Bigg|_{R_{НАЧ}}^{R_{КОН}} = G\frac{m_1m_2}{R_{КОН}} - G\frac{m_1m_2}{R_{НАЧ}}$$

Сравниваем: $W_{ПОТ}^{НАЧ} - W_{ПОТ}^{КОН} = G\frac{m_1m_2}{R_{КОН}} - G\frac{m_1m_2}{R_{НАЧ}}$.

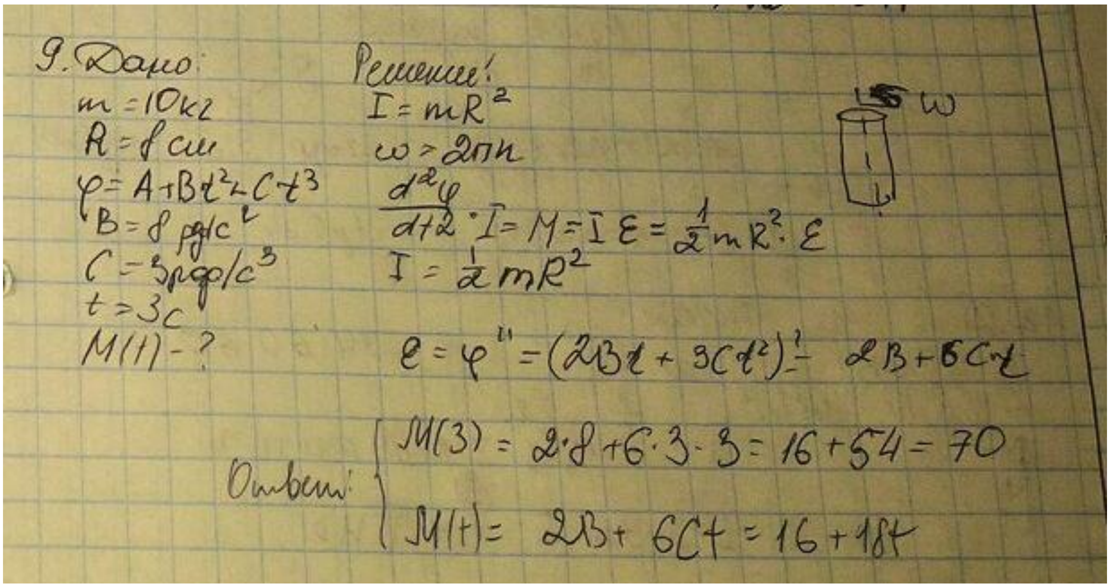
Так потенциальная энергия гравитационного взаимодействия определяется

$$W_{ПОТ.ГРАВ} = -G\frac{m_1m_2}{R} + C.$$

Потенциальная энергия упругих деформаций - растяжение или сжатие пружины приводит к запасанию ее потенциальной энергии упругой деформации. Возвращение пружины к положению равновесия приводит к высвобождениюзапасенной энергии упругой деформации.

$$E_p = \frac{kx^2}{2}$$

2. **Импульс механической системы** - векторная физическая величина, являющаяся мерой механического движения тела.
$$\vec{p} = m\vec{v}.$$
Измеряется в кг $\cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}$
3.


9. Дано:
$m = 10$ кг
$R = 8$ см
$\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$
$B = 8$ рад/с^2
$C = 3$ рад/с^3
$t = 3$ с
$M(t)$ - ?

Решение:
$I = mR^2$
$\omega = 2\pi n$
$\frac{d^2\varphi}{dt^2} \cdot I = M = I\varepsilon = \frac{1}{2}mR^2 \cdot \varepsilon$
$I = \frac{1}{2}mR^2$
$\varepsilon = \varphi'' = (2Bt + 3Ct^2)' = 2B + 6Ct$

Ответ: $M(3) = 2 \cdot 8 + 6 \cdot 3 \cdot 3 = 16 + 54 = 70$
$M(t) = 2B + 6Ct = 16 + 18t$

Билет 13

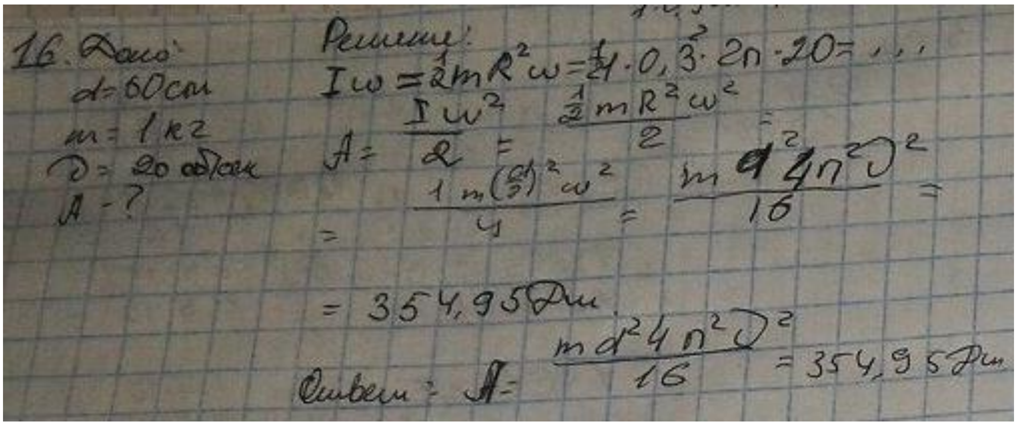
1. Консервативные силы. Работа силы тяжести. Работа упругой силы.

В физике консервативные силы (потенциальные силы) — это силы, работа которых не зависит от вида траектории, точки приложения этих сил и закона их движения, и определяется только начальным и конечным положением этой точки.
Работа силы тяжести$A = mg(h_1 - h_2)$.
Работа упругой силы $A = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx = -k \int_{x_1}^{x_2} x dx = -(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2})$

2. Дайте определение времени релаксации затухающих колебаний. Укажите единица измерения этой величины в СИ.
Временем релаксации называют промежуток времени, за который амплитуда затухающих колебаний уменьшается в е раз (е - основание натурального логарифма). Измеряется в секундах.

3. Диск диаметром равным 60 см и массой равной 1 кг вращается вокруг оси, проходящей через центр перпендикулярно его плоскости с частотой равно 20 об/с. Какую работу надо совершить, чтобы остановить

диск?



16. Дано:
$d = 60$ см
$m = 1$ кг
$\nu = 20$ об/сек
A - ?

Решение:
$I\omega = \frac{1}{2}mR^2\omega = \frac{1}{2}1\cdot 0,3^2\cdot 2\pi\cdot 20 = \ldots$
$A = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{\frac{1}{2}mR^2\omega^2}{2} = \frac{1m(\frac{d}{2})^2\omega^2}{4} = \frac{m d^2 4\pi^2\nu^2}{16} =$
$= 354,95$ Дж
Ответ: $A = \frac{m d^2 4\pi^2\nu^2}{16} = 354,95$ Дж

Билет 14

1. Гармонические колебания. Векторная диаграмма. Сложение гармонических колебаний одного направления равных частот.

Гармонические колебания — колебания, при которых физическая величина изменяется с течением времени по гармоническому (синусоидальному, косинусоидальному) закону.

Существует геометрический способ представления гармонических колебаний, заключающийся в изображении колебаний в виде векторов на плоскости. Полученная таким образом схема называется векторной диаграммой (рис. 7.4).

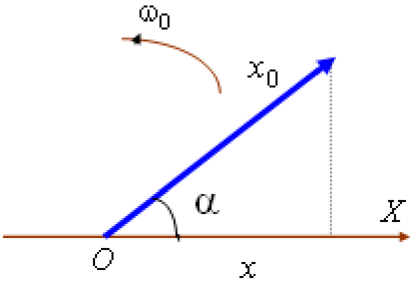


Рис. 7.4 Представление гармонического колебания с помощью вектора

Выберем ось X. Из точки O, взятой на этой оси, отложим вектор длины x_0, образующий с осью угол α. Если привести этот вектор во вращение с угловой скоростью ω_0, то проекция конца вектора на ось X будет меняться со временем по закону $x = x_0\cos(\omega_0 t + \alpha)$. Следовательно, проекция конца вектора на ось будет совершать гармонические колебания с амплитудой, равной длине вектора; с круговой частотой, равной угловой скорости вращения, и с начальной фазой, равной углу, образованному вектором с осью *X* в начальный момент времени.

Векторная диаграмма дает возможность свести сложение колебаний к геометрическому суммированию векторов.

Рассмотрим сложение двух гармонических колебаний одинакового направления и одинаковой частоты, которые имеют следующий вид:

$$x_1 = x_{01}\cos(\omega_0 t + \alpha_1)$$

$$x_2 = x_{02}\cos(\omega_0 t + \alpha_2).$$

Представим оба колебания с помощью векторов $\vec{x}_{01}$ и $\vec{x}_{02}$ (рис. 7.5). Построим по правилу сложения векторов результирующий вектор $\vec{x}_0$. Легко увидеть, что проекция этого вектора на ось x равна сумме проекций слагаемых векторов $x = x_1 + x_2$. Следовательно, вектор $\vec{x}_0$ представляет собой результирующее колебание. Этот вектор вращается с той же угловой скоростью ω_0, что и векторы $\vec{x}_{01}$, $\vec{x}_{02}$, так что результирующее движение будет гармоническим

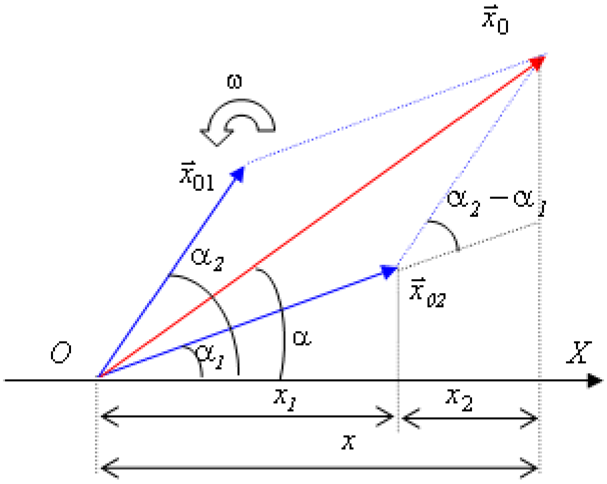


Рис. 7.5. Сложение гармонических колебаний

колебанием с частотой ω_0, амплитудой x_0 и начальной фазой α. По теореме косинусов квадрат амплитуды результирующего колебания будет равен

$$x_0^2 = x_{01}^2 + x_{02}^2 + 2x_{01}x_{02}\cos(\alpha_2 - \alpha_1) \quad (7.3)$$

.

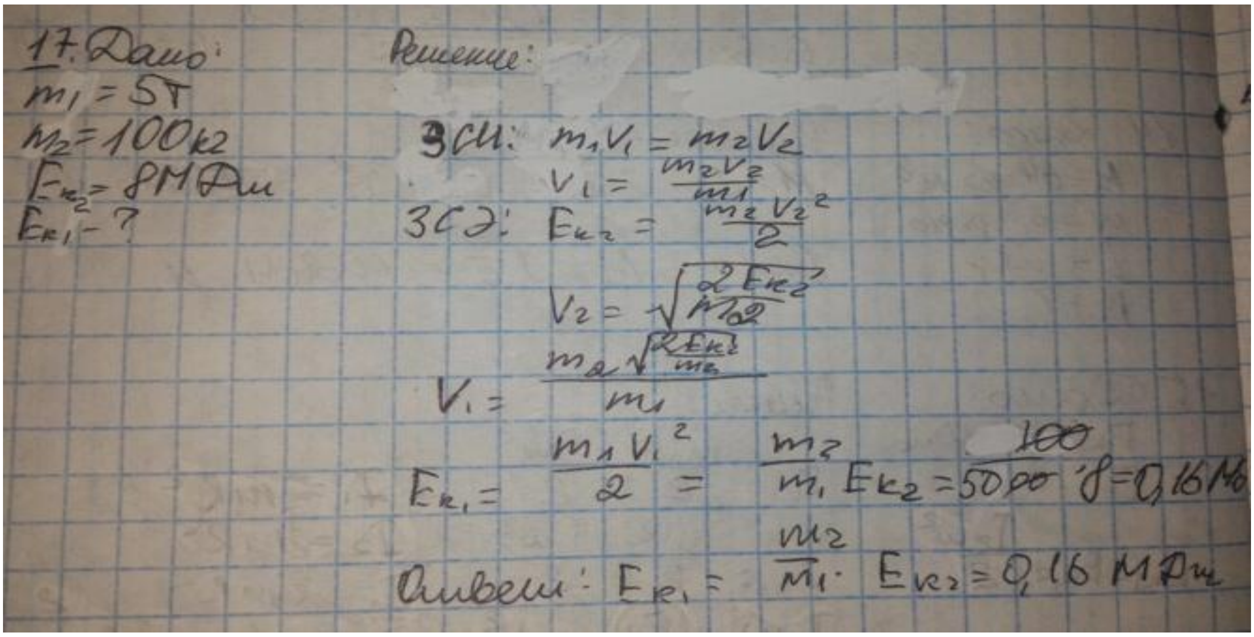
Из рис. 7.5 видно, что начальная фаза результирующего колебания будет равна

$$tg\alpha = \frac{x_{01}\sin\alpha_1 + x_{02}\sin\alpha_2}{x_{01}\cos\alpha_1 + x_{02}\cos\alpha_2}$$

2. Дайте определение момента силы относительно оси. Укажите единицы измерения этой величины в СИ.

Момент силы — векторная физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора, проведённого от оси вращения к точке приложения силы, на вектор этой силы. Характеризует вращательное действие силы на твёрдое тело.Моментом силы относительно оси называется скалярная величина, равная проекции на эту ось векторного момента силы относительно любой точки на оси.СИ: измеряется в кг*м^2/с^2 = Н*м.

3. Из орудия массой 5 т при выстреле вылетает снаряд массой 100 кг. Кинетическая энергия снаряда при вылете 8 МДж. Какую кинетическую энергию получает орудие вследствие отдачи?



Билет 15

1. Закон сохранения механической энергии механической системы.

Полная механическая энергия замкнутой системы тел, между которыми действуют только консервативные силы, остаётся постоянной.

В консервативной системе все силы, действующие на тело, потенциальны и, следовательно, могут быть представлены в виде

$$\vec{F} = -\nabla U(\vec{r}),$$

где$U(\vec{r})$— потенциальная энергия материальной точки. Тогда II закон Ньютона:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla U(\vec{r}),$$

где m — масса частицы, $\vec{v}$— вектор её скорости. Скалярно домножив обе части данного уравнения на скорость частицы и приняв во внимание, что $\vec{v} = d\vec{r}/dt$,получаем

$$mv\frac{d\vec{r}}{dt} = -\nabla U(\vec{r})\frac{d\vec{r}}{dt}$$

Путём элементарных операций получаем

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{mv^2}{2} + U(\vec{r})\right] = 0$$

Отсюда следует, что выражение, стоящее под знаком дифференцирования по времени, сохраняется. Это выражение и называется механической энергией материальной точки.

2. Дайте определение кинетической энергии твердого тела при его вращении вокруг неподвижной оси. Укажите единицы измерения этой величины в СИ.

Вращение тела вокруг неподвижной оси. Пусть тело вращается вокруг неподвижной оси, которую мы назовем осью z. Линейная скорость элементарной массы Δm_i может быть представлена в виде

$$v_i = R_i\omega,$$

где R_i — расстояние Δm_i от оси z. Следовательно, кинетическая энергия i-й элементарной массы равна

$$\Delta T_i = \frac{\Delta m_i v_i^2}{2} = \frac{1}{2}\Delta m_i R_i^2\omega^2.$$

Кинетическая энергия тела слагается из кинетических энергий его частей:

$$T = \sum \Delta T_i = \frac{1}{2}\omega^2 \sum \Delta m_i R_i^2.$$

Сумма в правой части этого соотношения представляет собой момент инерции тела I_z относительно оси вращения. Таким образом, кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, равна

$$T = \frac{I_z\omega^2}{2}. \qquad (40.1)$$

3. Шарик массой m=20 г внедряется с начальной скоростью V=20 м/с в очень массивную мишень с песком, которая движется навстречу шарику со скоростью U=10 м/с. Оценить какое количество теплоты выделится при полном торможении шарика.

$\leftarrow MV_1$

$\rightarrow mV_2$

Сцм.

$$\Delta E = \frac{p^2}{2m_1} + \frac{p^2}{2m_2} \cong \frac{m_1}{2}(v_1+v_2)^2$$

$\vec{p} \rightarrow \quad \leftarrow \vec{p}$

не обмениваются энергией

ЛСО.

$$V = \frac{MV_1 - mV_2}{M+m} = \left(V_1 - \frac{m}{M}V_2\right)\left(1+\frac{m}{M}\right)^{-1} = \left(V_1 - \frac{m}{M}V_2\right)\left(1-\frac{m}{M}\right) = V_1 - \frac{m}{M}V_2 - \frac{m}{M}V_1$$

$$\Delta E = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{mv^2}{2} + \frac{MV_1^2}{2} - \frac{MV^2}{2} = \frac{m}{2}\left(V_2^2 - \left(V_1 - \frac{m}{M}V_2 - \frac{m}{M}V_1\right)^2\right) +$$

$$+ \frac{M}{2}\left(V_1^2 - \left(V_1 - \frac{m}{M}V_2 - \frac{m}{M}V_1\right)^2\right) = \frac{m}{2}\left(V_2^2 - V_1^2\right) + \frac{M}{2}\left(V_1^2 - V_1^2 + 2V_1(V_1+V_2)\frac{m}{M}\right) =$$

$$= \frac{m}{2}\left(V_2^2 - V_1^2\right) + \frac{M}{2}\cdot 2V_1(V_1+V_2)\frac{m}{M} = \frac{m}{2}\left(V_2^2 - V_1^2 + 2V_1^2 + 2V_1V_2\right) =$$

$$= \frac{m}{2}\left(V_2^2 + V_1^2 + 2V_1V_2\right) = \frac{m}{2}(V_1+V_2)^2$$

Билет 16

1. **Момент силы относительно оси** - векторная физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора, проведённого от оси вращения к точке приложения силы, на вектор этой силы.Момент силы относительно оси равен алгебраическому моменту проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную этой оси относительно точки пересечения оси с плоскостью, то есть

   $$M_z(F) = M_o(F') = F'h'$$

   Момент импульса МС относительно неподвижной оси - скалярная величина, равная проекции на эту ось вектора момента импульса, определенного относительно произвольной точки 0 данной оси. Значение момента импульса не зависит от положения точки 0 на оси z.

   $$L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i v_i r_i.$$

   Основное уравнение динамики вращательного движения

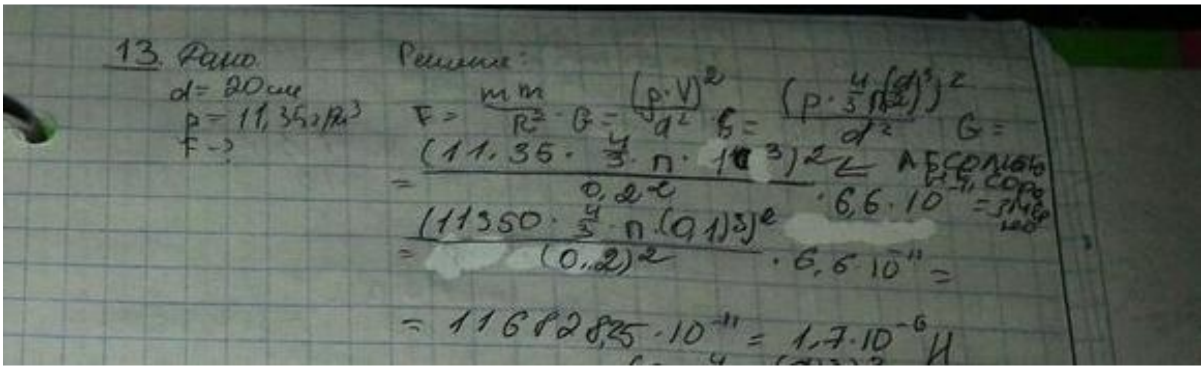
   $$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

2. **Вектор ускорения -** векторная величина, определяющая быстроту изменения скорости тела, то есть первая производная от скорости по времени и показывающая на сколько изменяется вектор скорости тела при его движении за единицу времени.

   $$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

   Измеряется в м/с^2

3.



Билет 17

1) Момент силы - векторная физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора, проведённого от оси вращения к точке приложения силы, на вектор этой силы. Характеризует вращательное действие силы на твёрдое тело.

Моментом импульса относительно неподвижной оси z называется скалярная величина Lz, равная проекции на эту ось вектора момента импульса, определенного относительно произвольной точки 0 данной оси, характеризует количество вращательного движения.

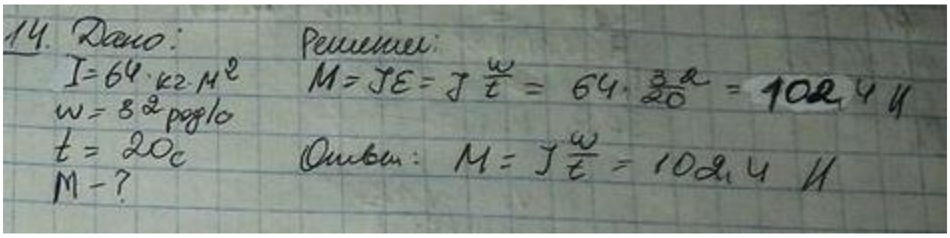
$$\vec{M}_0(\vec{F}) = \frac{d}{dt}\vec{L} \quad . (8.4)$$

Здесь: $\vec{M}_0(\vec{F})$ — векторная сумма моментов всех внешних сил относительно центра 0;

$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} [\vec{r}_i \vec{p}_i]$ — момент импульса силы относительно того же центра.

Уравнение моментов показывает, что изменение момента импульса системы может произойти только в результате действия момента внешних сил. Если внешние силы отсутствуют или их вращающий момент равен нулю $\vec{M}_0(\vec{F})$ = 0, то момент импульса системы остаётся неизменным во времени:

2) Вектор перемещения – это направленный отрезок прямой, соединяющий начальное положение тела с его конечным положением. Перемещение – величина векторная. Вектор перемещения направлен от начальной точки движения к конечной. Модуль вектора перемещения – это длина отрезка, который соединяет начальную и конечную точки движения. (м).

3) 

14. Дано:
$I = 64$ кг·м²
$w = 8^2$ рад/с
$t = 20$ с
M – ?

Решение:
$M = J\varepsilon = J\frac{\omega}{t} = 64 \cdot \frac{3^2}{20} = 102{,}4$ Н

Ответ: $M = J\frac{\omega}{t} = 102{,}4$ Н

Билет 18

1) ***Перемещением*** тела называют направленный отрезок прямой, соединяющий начальное положение тела с его конечным положением.Ускорение есть векторная физическая величина, определяемая как отношение

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2},$$

малого изменения скорости $\Delta\vec{v}$ к малому промежутку времени Δt, за который произошло это изменение:

Равномерным прямолинейным движением называют движение, при котором материальная точка за любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения вдоль данной данной прямой линии. Скорость равномерного движения определяется по формуле:

Радиус кривизны RR **траектории в точке** AA — радиус окружности, по дуге которой точка движется в данный момент времени. При этом центр этой окружности называется центром кривизны.

Физическая величина, характеризующая изменение скорости по направлению, – **нормальное ускорение.**

$$\vec{a}_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}_n}{\Delta t}.$$

Физическая величина, характеризующая изменение скорости по модулю, – **тангенциальное ускорение.**

$$\vec{a}_\tau = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}_\tau}{\Delta t}.$$

2) Момент инерции материальной точки относительно неподвижной оси равен произведению массы этой точки на квадрат расстояния r_i от точки до оси вращения:

$J_i = m_i r_i^2$ СИ: кг·м^2

3)

5. Дано:
$E_{k1} = 40$ Дж
E_{k2} - ?

Решение

$E_{k1} = \frac{mV^2}{2} + \frac{I_1\omega^2}{2}$ $\quad I_1 = mR^2$

$E_{k2} = \frac{mV^2}{2} + \frac{I_2\omega^2}{2}$ $\quad I_2 = \frac{1}{2}mR^2$

$E_{k1} = \frac{mV^2}{2} + \frac{mR^2V^2}{2R^2} = mV^2$

$E_{k2} = \frac{mV^2}{2} + \frac{1}{2}\frac{mR^2V^2}{2R^2} = \frac{3}{4}mV^2$

$\Rightarrow E_{k2} = \frac{3}{4}E_1 = 30$ Дж

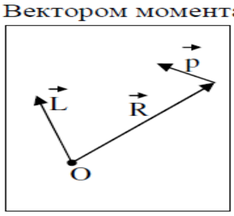
Ответ: $E_{k2} = \frac{3}{4}E_{k1} = 30$ Дж

Билет 19

1)

Вектор момента импульса

Вектором момента импульса относительно точки О называется $\vec{L} = \vec{R} \times \vec{p}$,



где $\vec{R}$ - радиус-вектор из точки О, $\vec{p} = m\vec{v}$ - вектор импульса точки. Вектор $\vec{L}$ направлен перпендикулярно к плоскости векторов $\vec{R}$ и $\vec{p}$. Точку О иногда называют *полюсом*.

Найдем производную от вектора момента импульса

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{R}}{dt} \times \vec{p} + \vec{R} \times \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

Первое слагаемое в правой части: $\frac{d\vec{R}}{dt} \times \vec{p} = \vec{v} \times (m\vec{v}) = \vec{0}$. Так как в инерци-

альной системе отсчета по второму закону Ньютона (в импульсной форме) $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$, то второе слагаемое имеет вид $\vec{R} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{R} \times \vec{F}$.

Величина $\vec{M}_O(\vec{F}) = \vec{R} \times \vec{F}$ называется *моментом силы* $\vec{F}$ относительно точки О.

Момент импульса механической системы.

Рассмотрим суммарный момент импульса системы относительно некоторой точки О.

$$\vec{L} = \sum_i \vec{L}_i = \sum_i \vec{R}_i \times \vec{p}_i$$

$$\frac{dL_x}{dt} = \sum_i M_{Ox}\left(\vec{F}_i^{\,ВНЕШ}\right), \quad \frac{dL_y}{dt} = \sum_i M_{Oy}\left(\vec{F}_i^{\,ВНЕШ}\right), \quad \frac{dL_z}{dt} = \sum_i M_{Oz}\left(\vec{F}_i^{\,ВНЕШ}\right).$$

Производная от вектора суммарного момента импульса системы равна векторной сумме моментов внешних сил, действующих на систему.

2)

6. Сила сопротивления движению тела в жидкости или газе.

При движении тела в вязкой среде на него действует сила сопротивления. Сила сопротивления всегда направлена против *относительного* движения тела в жидкости или газе. Для сферических тел можно считать, что она приложена к центру сферы. Величина силы зависит от величины площади поперечного сечения тела S, а также от скорости тела V. В общем случае величину силы сопротивления можно представить в виде

$$F_{СОПР} = \alpha \cdot S \cdot v^N,$$

где α - коэффициент, зависящий от свойств жидкости и формы тела, показатель степени N определяется параметрами движения. При малых скоростях движения N=1.

Ньютон

Дано:

$v = 3$ м/с

$S = 20,4$ м

μ - ?

Решение:

Закон сохранения энергии для диссипативных систем

$\Delta W = A_{F_{внеш}}$.

или

$$\frac{mv^2}{2} = F_{тр}S.$$

Сила трения

$$F_{тр} = \mu N$$

Сила реакции опоры

$N = mg$

Тогда

$$\frac{mv^2}{2} = \mu mgS$$

Коэффициент трения

$$\mu = \frac{v^2}{2gS} = \frac{3^2}{2 \cdot 9,8 \cdot 20,4} = 2,25 \cdot 10^{-2}.$$

Ответ: $\mu = 2,25 \cdot 10^{-2}$.

3)

Билет 20

1)

Сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний равных и кратных частот

Рассмотрим колебания точки одновременно по двум взаимно перпендикулярным направлениям.

$$x = A_x\, cos\left(\omega_x t + \alpha_x\right),\;\; y = A_y\, sin\left(\omega_y t + \alpha_y\right).$$

Отметим, что при $\alpha_x=\alpha_y$ фазы колебаний сдвинуты на $\pi/2$.

1) Пусть частоты колебаний одинаковые $\omega_x = \omega_y := \omega$

Обозначим $\alpha_y = \alpha_x + \delta$. Получим уравнение траектории

$$\frac{x}{A_x} = cos\left(\omega t + \alpha_x\right),\;\; \frac{y}{A_y} = sin\left(\omega t + \alpha_x + \delta\right) = sin\left(\omega t + \alpha_x\right)cos\,\delta + cos\left(\omega t + \alpha_x\right)sin\,\delta$$

$$\frac{y}{A_y} = \sqrt{1-\left(\frac{x}{A_x}\right)^2}\,cos\,\delta + \frac{x}{A_x}sin\,\delta,\;\; \left(\frac{y}{A_y} - \frac{x}{A_x}sin\,\delta\right)^2 = \left(1-\left(\frac{x}{A_x}\right)^2\right)cos^2\delta$$

$$\left(\frac{y}{A_y}\right)^2 - 2\frac{x}{A_x}\frac{y}{A_y}sin\,\delta + \left(\frac{x}{A_x}\right)^2 = cos^2\delta.$$

Это уравнение линии *второго порядка на плоскости.*

Если $\delta=0$ (фазы колебаний сдвинуты на $\Delta\varphi=\frac{\pi}{2}$), то получаем эллипс $\left(\frac{y}{A_y}\right)^2 + \left(\frac{x}{A_x}\right)^2 = 1$.

Если $\delta=\pm\frac{\pi}{2}$ (фазы колебаний сдвинуты на $\Delta\varphi=0$ или π), то получаем отрезок прямой.

2) Фигуры для некоторых других соотношений частот и разности фаз показаны на рис. Соотношение частот колебаний по фигуре можно определить из соотношения

2)

Момент импульса твердого тела относительно оси есть сумма моментов импульса отдельных его точек:

$$L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i v_i r_i.$$

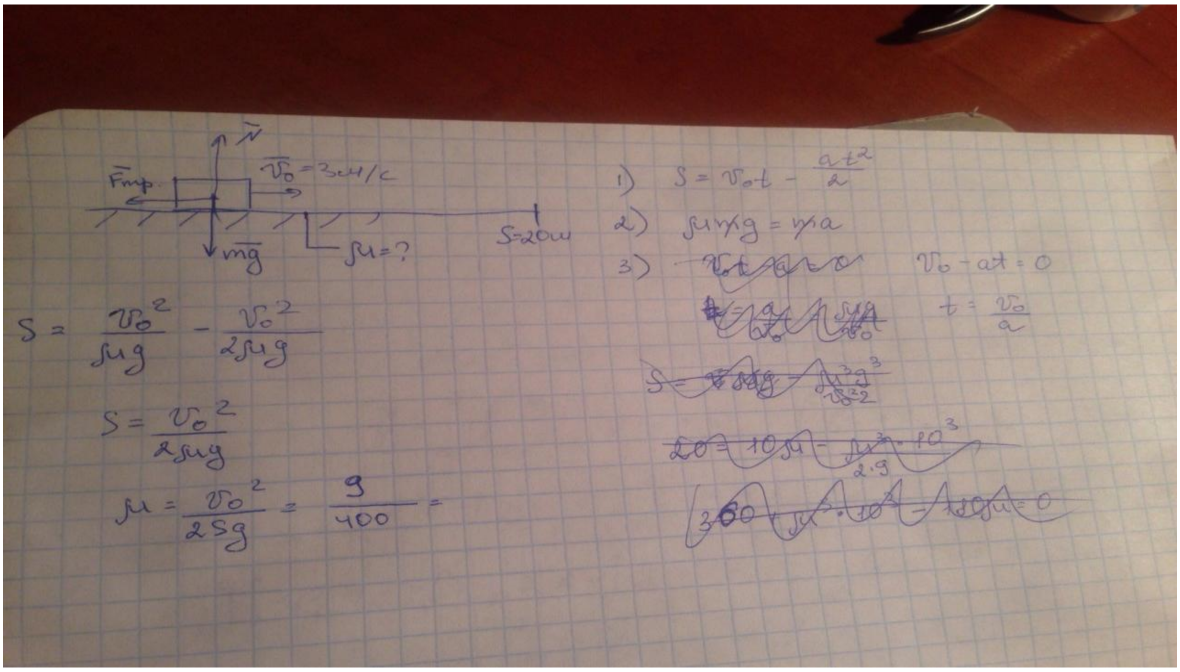
Учитывая связь между линейной и угловой скоростями ($v_i = \omega r_i$), получим следующее выражение для момента импульса тела относительно неподвижной оси:

$$L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 \omega = \omega \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 = J_z \omega, \qquad (4.12)$$

т.е. момент импульса твердого тела относительно оси равен произведению момента инерции тела относительно той же оси на угловую скорость.

СИ $м^2 \cdot кг \cdot с^{-1}$

3)

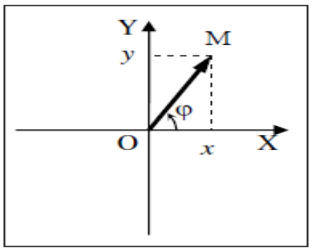


Билет 21

1)

Векторная диаграмма.

Рассмотрим радиус-вектор точки M, вращающейся вокруг начала координат с угловой скоростью ω. Тогда угол между радиус-вектором и осью X меняется с течением времени по закону $\varphi = \omega t + \varphi_0$, где φ_0 – его начальное значение. Пусть длина радиус-вектора $|OM| = A$



Координаты точки M:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$y = A\sin(\omega t + \varphi_0)$$

описывают колебания осциллятора вдоль осей.

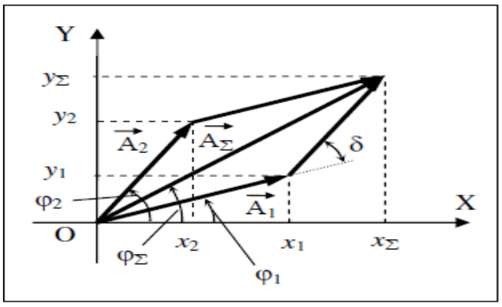
Данная форма представления колебаний называется амплитудной (векторной) диаграммой.

Рассмотрим сложение двух колебаний одного направления: два осциллятора совершают колебания вдоль оси X с циклическими частотами ω_1 и ω_2

$$x_1 = A_1\cos(\omega_1 t + \alpha_1) \text{ и } x_2 = A_2\cos(\omega_2 t + \alpha_2).$$

Зададим эти колебания на векторной диаграмме с помощью векторов.

1-е колебание задаётся вектором $\vec{A}_1$, который вращается вокруг начала координат с постоянной угловой скоростью ω_1, угол вращения меняется по закону $\varphi_1 = \omega_1 t + \alpha_1$.



2-е колебание задаётся вектором $\vec{A}_2$, соответственно, угол $\varphi_2 = \omega_2 t + \alpha_2$.

Тогда результирующему колебанию $x_\Sigma = x_1 + x_2$ сопоставим вектор $\vec{A}_\Sigma = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$ с фазой $\varphi_\Sigma = \omega_\Sigma t + \alpha_\Sigma$

По теореме косинусов

$$A_\Sigma^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos(\pi - \delta)$$

Учтем, что $\cos(\pi - \delta) = -\cos\delta$,

$$\delta = \varphi_2 - \varphi_1 = (\omega_2 - \omega_1)t + \alpha_2 - \alpha_1, \text{ тогда}$$

$$A_\Sigma^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos((\omega_2 - \omega_1)t + \alpha_2 - \alpha_1)$$

$$tg\varphi_\Sigma = \frac{y_\Sigma}{x_\Sigma} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2} \text{ или}$$

$$tg(\omega_\Sigma t + \alpha_\Sigma) = \frac{A_1\sin(\omega_1 t + \alpha_1) + A_2\sin(\omega_2 t + \alpha_2)}{A_1\cos(\omega_1 t + \alpha_1) + A_2\cos(\omega_2 t + \alpha_2)}.$$

Соответственно, $tg(\alpha_\Sigma) = \dfrac{A_1\sin(\alpha_1) + A_2\sin(\alpha_2)}{A_1\cos(\alpha_1) + A_2\cos(\alpha_2)}$.

Остановимся подробнее на двух частных случаях.

1) Пусть $A_1 = A_2 := A$, $\omega_1 = \omega_2 := \omega$. Тогда $A_\Sigma^2 = 2A^2 + 2A^2\cos(\alpha_2 - \alpha_1) = 2A^2(1 + \cos(\alpha_2 - \alpha_1))$.

2)

КВАЗИУПРУГАЯ СИЛА — направленная к центру O сила, модуль к-рой пропорционален расстоянию r от центра O до точки приложения силы ($F = -cr$), где c — постоянный коэф., численно равный силе, действующей на единице расстояния. К. с. является силой центральной и потенциальной с силовой ф-цией $U = -0{,}5\,cr^2$. Примерами К. с. служат силы упругости, возникающие при малых деформациях упругих тел (отсюда и сам термин «К. с.»). Приближённо К. с. можно также считать касательную составляющую силы тяжести, действующей на матем. маятник при малых его отклонениях от вертикали. Для материальной точки, находящейся под действием К. с., центр O является положением её устойчивого равновесия. Выведенная из этого положения точка будет в зависимости от нач. условий или совершать около O прямолинейные гармонич. колебания, или описывать эллипс (в частности, окружность). *С. М. Тарг.*

Ньютоны

Дано:
n =5 об/с
$W_К$=60 Дж
L -?

Решение:

Кинетическая энергия вращающегося тела

$$W_к = \frac{J\varpi^2}{2}.$$

Угловая скорость

$$\varpi = 2\pi n.$$

Момент инерции

$$J = \frac{2W_к}{\varpi^2} = \frac{2W_к}{4\pi^2 n^2}.$$

Момент импульса L вала

$$L = J\varpi = \frac{2W_к}{4\pi^2 n^2}\cdot 2\pi n = \frac{W_к}{\pi n} = \frac{60}{3{,}14\cdot 5} = 3{,}82\ кг\cdot\frac{м^2}{с}.$$

Ответ: $L = 3{,}82\ кг\cdot\frac{м^2}{с}.$

3)

Билет №22

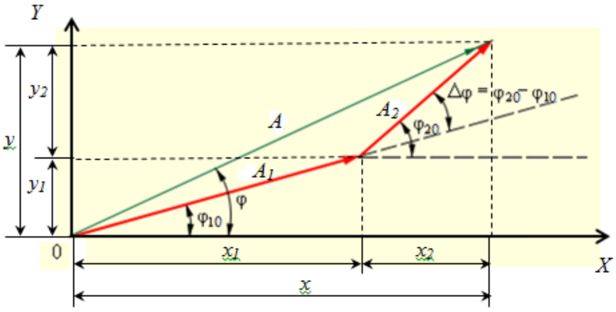
№1

2. Сложение двух гармонических колебаний одинакового направления и одинаковой частоты.

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{10}),$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_{20}),$$

$$x = x_1 + x_2 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{10}) + A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_{20})$$



Результирующий вектор $\vec{A}$ равен

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$$

Находится по правилу параллелограмма, его проекция на ось X равна

$$X = X_1 + X_2.$$

Длина результирующего вектора или амплитуда результирующего колебания находится по теореме косинусов и равна

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_{20} - \varphi_{10})}$$

Начальная фаза результирующего колебания определяется из условия

$$tg\varphi_0 = \frac{Y_{10} + Y_{20}}{X_{10} + X_{20}} = \frac{A_1 \sin\varphi_{10} + A_2 \sin\varphi_{20}}{A_1 \cos\varphi_{10} + A_2 \cos\varphi_{20}}.$$

При сложении двух гармонически колебаний с одинаковой частотой и одинакового направления, результирующее движение есть также гармоническое колебание с тем же периодом и с амплитудой А, лежащей в пределах

$$|A_2 - A_1| \le A \le A_2 + A_1.$$

Колебания, у которых $\varphi_{10} = \varphi_{20}$, $A = A_1 + A_2$называются синфазными.

Колебания, у которых $\varphi_{10} - \varphi_{20} = \pi$, $A = |A_2 - A_1|$называются противофазными.

В случае, если $A_1 = A_2$, то при $\varphi_{10} = \varphi_{20}$ $A = 2A_1$, при $\varphi_{10} - \varphi_{20} = \pi$, $A = |A_2 - A_1| = 0$.

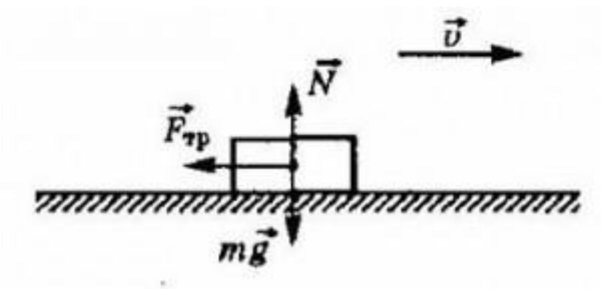
№2

Коэффициент трения скольжения — отношение силы трения к нормальной составляющей внешних сил, действующих на поверхности тела.

$$\mu = \frac{F}{N}$$

Коэффициент трения скольжения выводится из формулы силы трения скольжения

$$F = \mu N$$



Так как сила реакции опоры, это масса умножить на ускорение свободного падения, то формула коэффициента получается:

$\mu = \frac{F}{mg}$ **Безразмерная величина**

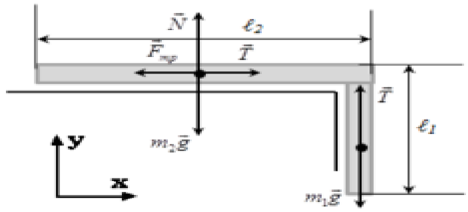
№3

Дано:

$\ell_1 = \frac{1}{4}\ell$

k - ?

Решение:



2-й закон Ньютона для части каната, лежащей на столе, запишется в виде

$$m_2\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_{тр} = 0$$

Проекция на ось X:

$$-F_{тр} + T = 0$$

Проекция на ось Y:

$$N - mg = 0$$

Сила трения

$F_{тр} = kN = kmg$

$T = kmg$ (1)

2-й закон Ньютона для свисающей части каната запишется в виде

$$m_1\vec{g} + \vec{T} = 0$$

Проекция на ось Y:

$$T - m_1 g = 0$$

$T = m_1 g$ (2)

Приравнивая (1) и (2)

$km_2 g = m_1 g$

находим

$$k = \frac{m_1}{m_2} = \frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{\frac{1}{4}\ell}{\frac{3}{4}\ell} = 0,33$$

Ответ: $k = 0,33$

Билет №23

№1

Пространство, в котором действуют консервативные силы, называется потенциальным полем. Каждой точке потенциального поля соответствует некоторое значение силы F, действующей на тело, и некоторое значение потенциальной энергии U. Значит, между силой F и U должна быть связь , с другой стороны, dA = –dU, следовательно Fdr=-dU, отсюда: $\vec{F} = -\frac{dU}{d\vec{r}}$

Проекции вектора силы на оси координат: $F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}; \quad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}; \quad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}.$

Вектор силы можно записать через проекции: $\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\mathbf{k}\right)$, F = –grad U,

где $\mathrm{grad} = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k}$.

Градиент – это вектор, показывающий направление наибыстрейшего изменения функции. Следовательно, вектор направлен в сторону наибыстрейшего уменьшения U.

№1.2

Потенциальная энергия упругой деформации (пружины)

Найдём работу, совершаемую при деформации упругой пружины.
Сила упругости Fупр = –kx, где k – коэффициент упругости. Сила непостоянна, поэтому элементарная работа dA = Fdx = –kxdx.

(Знак минус говорит о том, что работа совершена над пружиной). Тогда $A = \int dA = -\int_{x_1}^{x_2} kx dx = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}$,

т.е. A = U1 – U2. Примем: U2 = 0, U = U1, тогда $U = \frac{kx^2}{2}$.

На рис. 5.5 показана диаграмма потенциальной энергии пружины.

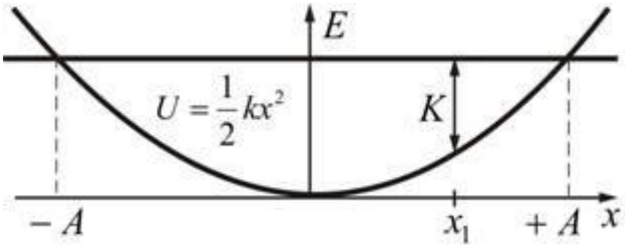


Рис. 5.5
Здесь E = K + U – полная механическая энергия системы, K – кинетическая энергия в точке x1.

Потенциальная энергия при гравитационном взаимодействии

Работа тела при падении A = mgh, или A = U – U0.
Условились считать, что на поверхности Земли h = 0, U0 = 0. Тогда A = U, т.е. A = mgh.

Для случая гравитационного взаимодействия между массами M и m, находящимися на расстоянии r друг от друга, потенциальную энергию можно найти по формуле $U = -\gamma \frac{Mm}{r}$.

На рис. 5.4 изображена диаграмма потенциальной энергии гравитационного притяжения масс M и m.

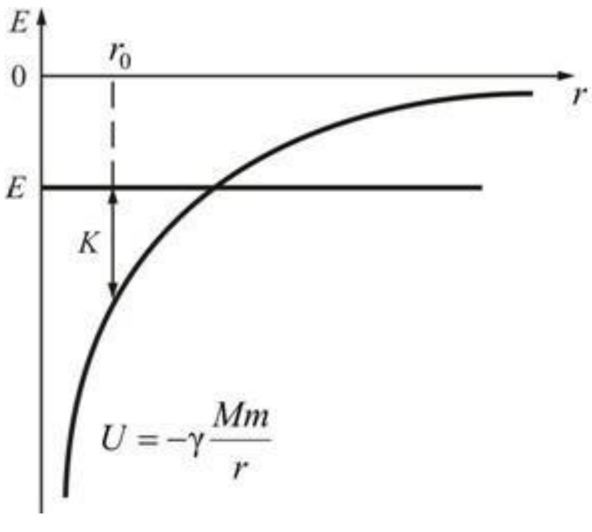


Рис. 5.4
Здесь полная энергия E = K + E. Отсюда легко найти кинетическую энергию: K = E – U.

№2

(Затухание колебаний) - постепенное ослабевание собственных колебаний, обусловленное потерями энергии колебательной системой и приводящее к уменьшению амплитуды колебаний.

№3

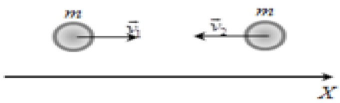
Мяч, летящий со скоростью v_1 = 15 м/с, отбрасывается ударом ракетки в противоположном направлении со скоростью v_2 = 20 м/с. Найти изменение импульса $m\Delta v$ мяча, если известно, что изменение его кинетической энергии ΔW = 8,75 Дж.

Дано:

$v_1 = 15$ м/с
$v_2 = 20$ м/с
$\Delta W = 8{,}75$ Дж

$m\Delta v$ - ?

Решение:



Изменение импульса мяча

$\Delta p = mv_1 - (-mv_2) = m(v_1 + v_2)$.

Изменение кинетической энергии

$$\Delta W_K = \frac{m}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right).$$

Масса мяча

$$m = \frac{2\Delta W_K}{v_2^2 - v_1^2}.$$

Изменение импульса мяча

$$\Delta p = m(v_1 + v_2) = \frac{2\Delta W_K}{v_2^2 - v_1^2}(v_1 + v_2) = \frac{2\Delta W_K}{v_2 - v_1} = \frac{2 \cdot 8{,}75}{20 - 15} = 3{,}5\ кг \cdot \frac{м}{с}.$$

Ответ: $\Delta p = 3{,}5\ кг \cdot \frac{м}{с}$.

Билет 24

№1.1

Физи́ческиймая́тник — осциллятор, представляющий собой твёрдое тело, совершающее колебания в поле каких-либо сил относительно точки, не являющейся центром масс этого тела, или неподвижной оси, перпендикулярной направлению действия сил и не проходящей через центр масс этого тела.

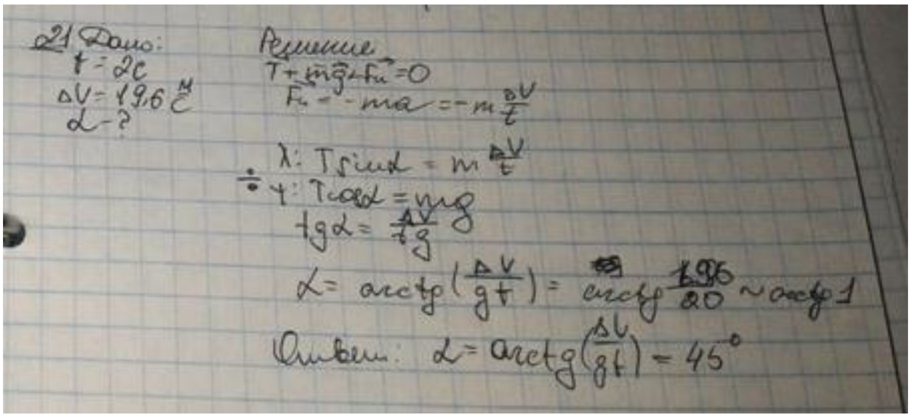
№1.2

КВАЗИУПРУ́ГАЯ СИ́ЛА — напра́вленная к центру O сила, модуль к-рой пропорционален расстоянию r от центра O до точки приложения силы ($F = -cr$), где c — постоянный коэф., численно равный силе, действующей на единице расстояния. К. с. является силой центральной и потенциальной с силовой ф-цией $U = -0{,}5\,cr^2$. Примерами К. с. служат силы упругости, возникающие при малых деформациях упругих тел (отсюда и сам термин «К. с.»). Приближённо К. с. можно также считать касательную составляющую силы тяжести, действующей на матем. маятник при малых его отклонениях от вертикали. Для материальной точки, находящейся под действием К. с., центр O является положением её устойчивого равновесия. Выведенная из этого положения точка будет в зависимости от нач. условий или совершать около O прямолинейные гармонич. колебания, или описывать эллипс (в частности, окружность). *С. М. Тарг.*

№2

Мо́щность — физическая величина, равная в общем случае скорости изменения, преобразования, передачи или потребления энергиисистемы. В более узком смысле мощность равна отношению работы, выполняемой за некоторый промежуток времени, к этому промежутку времени. Измеряется в Ваттах.

№3


21 Дано:
$t = 2с$
$\Delta V = 19{,}6 \frac{м}{с}$
α - ?

Решение
$\vec{T} + m\vec{g} + \vec{F_и} = 0$
$F_и = -ma = -m\frac{\Delta V}{t}$
x: $T\sin\alpha = m\frac{\Delta V}{t}$
y: $T\cos\alpha = mg$
$tg\alpha = \frac{\Delta V}{tg}$
$\alpha = arctg\left(\frac{\Delta V}{gt}\right) = arctg\frac{19{,}6}{20} \sim arctg 1$
Ответ: $\alpha = arctg\left(\frac{\Delta V}{gt}\right) = 45°$

Билет 25

№1

Центром масс механической системы называется такая геометрическая точка С, сконцентрируя в которой (мысленно) всей механической системы, получим, что ее статический момент массы равен статическому моменту массы всей меха системы, т.е. $M\otimes r_c = \sum m_j \otimes r_j$ (1.1)

Отсюда
$$\bar{r}_c = \frac{\sum_{j=1}^{n} m_j \cdot \bar{r}_j}{\sum_{j=1}^{n} m_j}. \qquad (1.2)$$

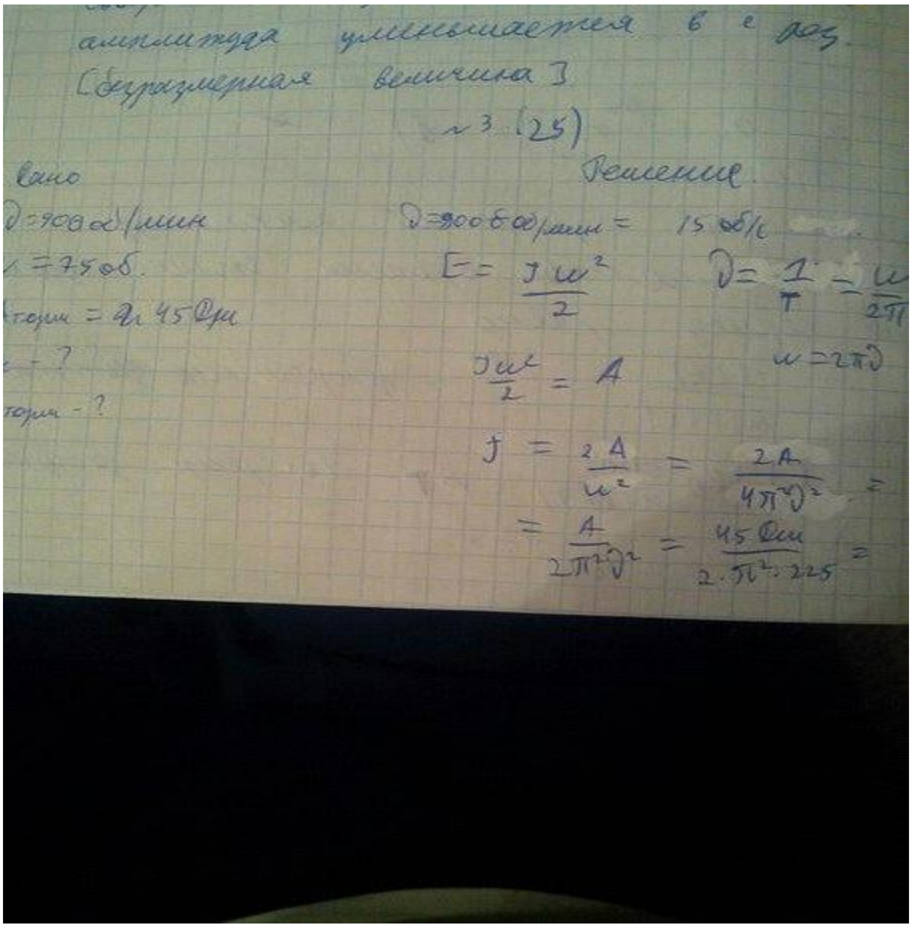
скорость центра масс
$$\vec{v}_c = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{M} = \frac{\sum \vec{p}_i}{M}.$$

№2

Логарифми́ческий декреме́нт колеба́ний (декреме́нт затуха́ния; от лат. decrementum — «уменьшение, убыль») — безра физическая величина, описывающая уменьшение амплитуды колебательного процесса и равная натуральному логари отношения двух последовательных амплитуд колеблющейся величины x в одну и ту же сторону:

$$\lambda = \ln \frac{x_0}{x_1}.$$

№3


амплитуда уменьшается в e раз.
[безразмерная величина]
№3 (25)
Дано
$\nu = 900$ об/мин
$N = 75$ об.
$A_{торм} = 44{,}45$ Дж
t - ?
$M_{торм}$ - ?
Решение
$\nu = 900$ об/мин $= 15$ об/с
$E = \frac{J\omega^2}{2}$
$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$
$\omega = 2\pi\nu$
$\frac{J\omega^2}{2} = A$
$J = \frac{2A}{\omega^2} = \frac{2A}{(4\pi^2\nu^2)} =$
$= \frac{A}{2\pi^2\nu^2} = \frac{45\ Дж}{2\cdot\pi^2\cdot 225} =$

Билет 26

№1

$$\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \omega R$$

$$\vec{\upsilon} = \left[\vec{\omega}\ \vec{R}\right]$$

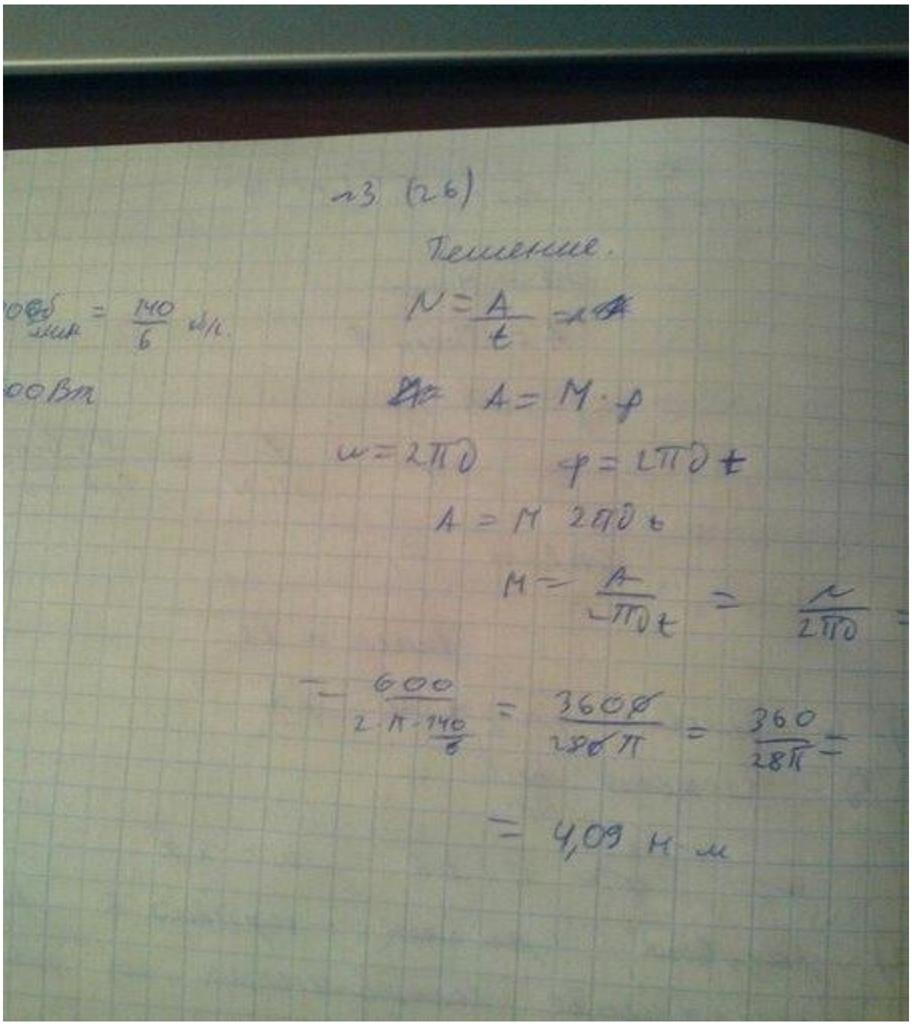
$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}, \quad [\varepsilon] = 1\frac{рад}{c^2}.$$

$$\Delta S = R\Delta\varphi, \quad \upsilon = R\omega, \quad a_\tau = \varepsilon R, \quad a_n = \omega^2 R$$

№2

В физике колебаний на оси абсцисс фазовой плоскости откладывается значения параметра x, а на оси ординат – первая производная x по времени (что, очевидно, связывает ось ординат с импульсом. См. Фазовое пространство).[2]Каждая точка фазовой плоскости отражает одно состояние системы и называется фазовой, изображающей или представляющей точкой.[3] Изменение состояния системы отображается на фазовой плоскости движением этой точки. След от движения изображающей точки называется фазовой траекторией.

№3



Билет 27

№1

Свободными или собственными называются такие колебания, которые происходят в системе, предоставленной самой себе, после того как она была выведена из положения равновесия.

Примером могут служить колебания шарика, подвешенного на нити. Для того чтобы вызвать колебания, нужно либо толкнуть шарик, либо, отведя в сторону, отпустить его. При толчке шарику сообщается кинетическая энергия, а при отклонении - потенциальная.

Свободные колебания совершаются за счет первоначального запаса энергии.

Свободные колебания могут быть незатухающими только при отсутствии силы трения. В противном случае первоначальный запас энергии будет расходоваться на ее преодоление, и размах колебаний будет уменьшаться.

В физике колебаний на оси абсцисс фазовой плоскости откладывается значения параметра x, а на оси ординат – первая производная x по времени (что, очевидно, связывает ось ординат с импульсом. См. Фазовое пространство).[2]

Каждая точка фазовой плоскости отражает одно состояние системы и называется фазовой, изображающей или представляющей точкой.[3] Изменение состояния системы отображается на фазовой плоскости движением этой точки. След от движения изображающей точки называется фазовой траекторией

$$p_x = m\text{v}_x = m\dot{x} = -m\omega A\,sin(\,\omega t + \alpha)$$

$$\langle p_x \rangle = \lim_{t\to\infty}\left(\frac{1}{t}\int_0^t p_x dt \right) = \lim_{t\to\infty}\left(\frac{1}{t}\int_0^t \left(-m\omega A\,sin(\,\omega t + \alpha) \right) dt \right) = \lim_{t\to\infty}\left(\frac{1}{t} mA\left(cos(\,\omega t + \alpha) - cos(\,\alpha) \right) \right) = 0$$

$$W_K = \frac{m\text{v}_x^2}{2} = \frac{p_x^2}{2m}$$

$$\langle W_K \rangle = \lim_{t\to\infty}\left(\frac{1}{t}\int_0^t \frac{p_x^2}{2m} dt \right) = \lim_{t\to\infty}\left(\frac{1}{t}\int_0^t \frac{m\omega^2 A^2\, sin^2(\,\omega t + \alpha)}{2} dt \right) =$$

$$= \lim_{t\to\infty}\left(\frac{1}{t}\frac{m\omega^2 A^2}{2}\int_0^t \frac{1 - cos\left[2(\,\omega t + \alpha)\right]}{2} dt \right) = \lim_{t\to\infty}\left(\frac{1}{t}\frac{m\omega^2 A^2}{4}\left(t - \frac{1}{2\omega}\left(sin\left[2(\,\omega t + \alpha)\right] - sin[2\alpha] \right) \right) \right)$$

$$W_\Pi = \frac{kx^2}{2}$$

$$\langle W_\Pi \rangle = \lim_{t\to\infty}\left(\frac{1}{t}\int_0^t \frac{kx^2}{2} dt \right) = \lim_{t\to\infty}\left(\frac{1}{t}\int_0^t \frac{kA^2\, cos^2(\,\omega t + \alpha)}{2} dt \right) =$$

$$= \lim_{t\to\infty}\left(\frac{1}{t}\frac{kA^2}{2}\int_0^t \frac{1 + cos\left[2(\,\omega t + \alpha)\right]}{2} dt \right) = \lim_{t\to\infty}\left(\frac{1}{t}\frac{kA^2}{4}\left(t + \frac{1}{2\omega}\left(sin\left[2(\,\omega t + \alpha)\right] - sin[2\alpha] \right) \right) \right)$$

$$\langle W_\Pi \rangle = \frac{kA^2}{4}$$

$$\langle W_{MEX} \rangle = \langle W_K + W_\Pi \rangle = \langle W_K \rangle + \langle W_\Pi \rangle = \frac{kA^2}{2}$$

№2

Коэффициент трения скольжения — отношение силы трения к нормальной составляющей внешних сил, действующих на поверхности тела. безразмерный.

№3

$$\ddot{x} + \omega_0 x = 0$$

$$E_к = \frac{mv^2(t)}{2} = \frac{m\omega^2A^2}{2}\sin^2(\omega t+\varphi)$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2(t) = \frac{kA^2}{2}\cos(\omega t+\varphi)$$

$$E = E_к + U = \frac{1}{2}kA^2$$

№2.

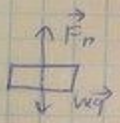
безразм. коэф. пропорц. зависит от природы и состояния трущихся поверхнос

№3. (27

$m = 100$ кг.

$h = 4$ м

$t = 2$ с.



$F_п - mg = ma$ $\quad F_п = m(a+g)$

$\cancel{A = \int \vec{F}_п d\vec{r}}$ $\quad A = F_п \cdot h$

$h = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2h}{t^2}$

$A = m\left(g + \frac{2h}{t^2}\right) \cdot h = 4{,}72$ кДж