Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»

Рубежно-контрольный лист № 1 из 3 « 09 » июня 2020 г.

Дисциплина Линейная алгебра

Мероприятие Рубежный контроль

Студент Петраков Станислав Альбертович

Группа РКБ-26Б Вариант № 16

Проверяющий Тюленев Андрей Всеволодович, кафедра ФН1

оценка	подпись

заполняется проверяющим

№1

u'-? $u = xy + yz - xz$ в т. $M(1;1;1)$ в напр. вект. $\overline{MN}$, где $N(3;2;1)$

max знач. произв по направл. в т. M

$MN(2;1;0)$

1) $\overline{MN_0} = \frac{\overline{MN}}{|\overline{MN}|} = \frac{2i+j}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}i + \frac{1}{\sqrt{5}}j$

Напр. cos:

$\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$ $\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\frac{\partial u}{\partial l_{MN}} = u'_x(M)\cos\alpha + u'_y(M)\cos\beta + u'_z(M)\cos\gamma$

$u'_x = y - z$ $u'_x(M) = 0$

$u'_y = x + z$ $u'_y(M) = 2$

$u'_z = y - x$ $u'_z(M) = 0$

$\frac{\partial u}{\partial l_{MN}} = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

2) $\operatorname{grad} u = u'_x(M) \cdot \bar{i} + u'_y(M)\bar{j} + u'_z(M)\bar{k} = 2j$

$\frac{\partial u}{\partial l_{grad}} = |\operatorname{grad} u(M)| = \sqrt{4} = 2$

Ответ: $\frac{2}{\sqrt{5}}$; 2

№3

$f(x;y) = -\frac{1}{3}x^3 + 2xy - y^2 + 8y + 1$

$f'_x = -x^2 + 2y$

$f'_y = 2x - 2y + 8$

$\begin{cases} -x^2 + 2y = 0 \\ 2x - 2y + 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2y = x^2 ;\ y = \frac{x^2}{2}$

$\Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$

$x_1 = -2 \qquad x_2 = 4$

$\Downarrow \qquad \Downarrow$

$y = 2 \qquad y = 8$

Точки $(-2;2)$ $(4;8)$

$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -2x \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -2 \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 2 \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 2$

$(-2;2): \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = -12 < 0$ - точка максимума

$(4;8): \begin{pmatrix} -8 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = 12 > 0$ - точка минимума

№6

$\frac{du}{dt}$ - ?

$u = z \cdot \operatorname{arctg}(xy)$

$x = 7^{\cos t}$; $y = t\sqrt{t}$; $z = \operatorname{ctg}(t)$

$u = \operatorname{ctg}(t)\operatorname{arctg}(7^{\cos t} \cdot t \cdot \sqrt{t})$

$\frac{du}{dt} = \operatorname{ctg}(t)\left(\operatorname{arctg}(7^{\cos t} \cdot t\sqrt{t})\right)' + \operatorname{arctg}(7^{\cos t} \cdot t\sqrt{t})(\operatorname{ctg} t)'$

$(\operatorname{ctg} t)' = -\frac{1}{\sin^2 t}$

$\left(\operatorname{arctg}(7^{\cos t} \cdot t\sqrt{t})\right)' = \frac{\left(7^{\cos t}\, t\sqrt{t}\right)'}{1 + 7^{2\cos t}\, t^3}$

$\left(7^{\cos t} \cdot t^{\frac{3}{2}}\right)' = t^{\frac{3}{2}}\left(7^{\cos t}\right)' + 7^{\cos t} \cdot \frac{3}{2}\sqrt{t}$

$\left(7^{\cos t}\right)' = 7^{\cos t}\log(7)(\cos t)' = -7^{\cos t}\log(7)\sin t$

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»

Рубежно-контрольный лист № 2 из 3 «09» июня 2020 г.

Дисциплина Линейная алгебра

Мероприятие Рубежный контроль

Студент Петраков Станислав Альбертович

Группа РК6-26Б Вариант № 16

Проверяющий Тюленев Андрей Всеволодович, кафедра ФН1

оценка	подпись

заполняется проверяющим

$$\frac{du}{dt} = -\operatorname{arctg}\left(7^{\cos t} \cdot t\sqrt{t}\right)\frac{1}{\sin^2 t} + \operatorname{ctg} t \, \frac{7^{\cos t}\frac{3}{2}\sqrt{t} - t^{\frac{3}{2}} 7^{\cos t}\log(7)\sin t}{1 + 7^{2\cos t} t^3}$$

№5

для ф-ии $(xy)^z - \arcsin\frac{\sqrt{z}}{x^2+y} = \frac{y}{\sqrt{x}} - \frac{\pi}{3} = f(x; y; z)$

найти $\frac{\partial z}{\partial x}$; $\frac{\partial z}{\partial y}$ в точке $M(1; 1; 3)$.

$$f'_x = y^z \cdot z \cdot x^{z-1} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{z}{(x^2+y)^2}}}\sqrt{z}\,(-1)\frac{1}{(x^2+y)^2} \cdot 2x - y\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{x^3}} =$$

$$= y^z \cdot z \cdot x^{z-1} + \frac{\sqrt{z} \cdot 2x}{(x^2+y)^2}\sqrt{\frac{(x^2+y)^2}{(x^2+y)^2 - z}} + \frac{y}{2\sqrt{x^3}}$$

$$f'_x(M) = 1^3 \cdot 3 \cdot 1^{3-1} + \frac{\sqrt{3} \cdot 2 \cdot 1}{(1^2+1)^2}\sqrt{\frac{(1^2+1)^2}{(1^2+1)^2 - 3}} + \frac{1}{2\sqrt{1^3}} =$$

$$= 3 + \frac{2\sqrt{3}}{4}\cancel{\sqrt{\frac{4}{4-3}}} + \frac{1}{2} = \frac{7}{2} + \sqrt{3} = \frac{7 + 2\sqrt{3}}{2}$$

$$f'_y = x^z \cdot z \cdot y^{z-1} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{z}{(x^2+y)^2}}} \cdot \sqrt{z}\,(-1) \cdot \frac{1}{(x^2+y)^2} - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$f'_y(M) = 1^3 \cdot 3 \cdot 1^2 + \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{3}{(1+1)^2}}} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{(1+1)^2} - \frac{1}{1} =$$

$$= 3 + \frac{2\sqrt{3}}{4} - 1 = 2 + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4 + \sqrt{3}}{2}$$

$$f'_z = (xy)^z \cdot \ln xy - \frac{1}{\sqrt{1-\frac{z}{(x^2+y)^2}}} \cdot \frac{1}{x^2+y} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{z}}$$

$$f'_z(M) = (1\cdot1)^3 \cdot \ln(1\cdot1) - \frac{1}{\sqrt{1-\frac{3}{4}}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} =$$

$$= 0 - \frac{2}{\cancel{2}\cdot 2 \cdot \sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x}(M) = -\frac{(7+2\sqrt{3})\,\overset{3}{\cancel{6}}}{\cancel{2}\cdot\sqrt{3}} = -(7+2\sqrt{3})\sqrt{3} = -7\sqrt{3}-6$$

$$\frac{\partial z}{\partial y}(M) = -\frac{(4+\sqrt{3})\,\overset{3}{\cancel{6}}}{\cancel{2}\ \sqrt{3}} = -(4+\sqrt{3})\sqrt{3} = -4\sqrt{3}+3$$

№4

На пов-ти $x^4+y^4-z^4-1=0$ найти точки, в котор касат. плоскость параллельна $x+8y-z+2=0$ Сост. ур-е нормали к пов-ти в этих точках.

Ур-е касат. в точке $(x_0; y_0; z_0)$:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x-x_0) + \frac{\partial f}{\partial y}(y-y_0) + \frac{\partial f}{\partial z}(z-z_0) = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 4x^3 \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 4y^3 \quad \frac{\partial f}{\partial z} = -4z^3$$

Чтобы 2пл-ти были парал., нужно чтобы выполнялось условие: $\overline{n}_1 \parallel \overline{n}_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$

$$\frac{4x^3}{1} = \frac{4y^3}{8} = \frac{-4z^3}{-1}$$

$$\begin{cases} 32x^3 = 4y^3 \\ -4y^3 = -4\cdot 8\cdot z^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x^3 = y^3 \\ y^3 = 8z^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 = \frac{y^3}{8} \\ z^3 = \frac{y^3}{8} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{y}{2} \\ z = \frac{y}{2} \end{cases} \quad \cancel{\frac{y^4}{16}} + y^4 - \cancel{\frac{y^4}{16}} - 1 = 0 \Rightarrow y = \pm 1$$

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»

Рубежно-контрольный лист № 3 из 3 «09» июня 2020 г.

Дисциплина Линейная алгебра

Мероприятие Рубежный контроль

Студент Петраков Станислав Альбертович

Группа РКБ-26Б Вариант № 16

Проверяющий Тюленев Андрей Всеволодович кафедра ФН1

оценка	подпись

заполняется проверяющим

Ответ: 1) точки $\left(\frac{1}{2}; 1; \frac{1}{2}\right)$ и $\left(-\frac{1}{2}; -1; -\frac{1}{2}\right)$

2) Ур-я нормалей в этих точках:

$$\frac{x-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}} \text{ для т. } \left(\frac{1}{2}; 1; \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{x+\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \text{ для т. } \left(-\frac{1}{2}; -1; -\frac{1}{2}\right)$$