Лабораторная работа №3 (М104)

Оборотный маятник

Цель: определить ускорение свободного падения g по измерению колебаний оборот. маят.

Теория:

Момент силы $\overline{F}$ относит. неподвиж. оси.

$\overline{M} = [\overline{r}; \overline{F}]$

$\overline{M}$ ⊥ плоскости $\overline{r}$ и $\overline{F}$

$M = rF\sin\alpha = F \cdot l$

l - плечо силы $\overline{F}$

Относительно неподвижных осей:

Главн. момент внешних сил: $\overline{M}^{внешн} = \sum_{i=1}^{n} [\overline{r}_i; \overline{F}_i^{внешн}]$

Момент импульса $\overline{L}_i = \overline{L}_i [\overline{r}_i; \overline{p}_i]$

Момент импульса механ. сист.: $\overline{L} = \sum_{i=1}^{n} [\overline{r}_i; \overline{p}_i]$

Отн. оси:

Момент импульса тела - проекция на эту ось вектора момента имп. относ. любой точки на оси

Ур-е динамики тела:

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z^{внешн.}; \quad L_z = \sum m_i r_{iz}^2 \omega, \text{ где } r \text{ - радиус}$$

Момент инерции мех. системы отн. оси вращ

$$J_z = \sum_{i=1}^{n} m_i r_{iz}^2$$

$$J_z = \int_m r^2 dm = \int_V \rho r^2 dV$$

Если тело не деформир.:

$$J_z \frac{d\omega}{dt} = M_z^{внешн} \quad ; \quad J_z \frac{d^2\varphi}{dt^2} = M_z^{внешн.}$$

Момент инерции - мера инертности тела при его вращении.

Теорема Штейнера: $J_z = J_c + md^2$

Гармонич. колеб.: $\xi(t) = A\sin(\omega_0 t + \varphi_{01})$

φ_0 - нач. фаза колеб. $\xi(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi_{02})$

$\varphi_{02} = \varphi_{01} - \frac{\pi}{2}$

ω_0 - циклич. частота не затух. гарм. колеб.

$A = \xi_{max} = const$

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} + \omega_0^2 \xi = 0 \quad \left(\frac{b}{a} = \omega_0^2\right)$$

Физ. маятник — твердое тело, котор. может вращ. под действ. тд вокруг неподвиж. гориз. оси.

Ур-е вращ. движ.: $J\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgd_c \sin\theta$

ащ:

$\sin\theta \approx \theta$: $\theta = \theta_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{J}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgd}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_m}{g}}$$ (при мат. маятн.)

Приведен. длина $l_{пр} (= l_m)$: $l_{пр} = \frac{J}{md} = d + \frac{J_c}{ml}$

Длина l, см	60	58	56	54	52	50	48	46	44	42	40	38	36	34
Период T_2, с	1,396	1,38	1,365	1,353	1,342	1,331	1,328	1,328	1,332	1,344	1,367	1,408	1,466	1,559

А) $l_{пр} = 9 \pm 3$ см ; $g = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 l_{пр}$

$$g = \frac{4\pi^2}{(0,6)^2} \cdot 0,09 \approx 9,87 \frac{м}{с^2}$$

Погрешность:

$$\Delta g = g\sqrt{\left(\frac{\Delta T^2}{T^2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l_{пр}^2}{l_{пр}^2}\right)^2}$$

$$\Delta g = 9,87\sqrt{1,76 + 1} = 11,68 \frac{м}{с^2}$$

О.т.в.: $9,87 \pm 11,68 \frac{м}{с^2}$

Б)

Длина l, см	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
Период T_1, с	1,607	1,5	1,425	1,382	1,353	1,338	1,33	1,329	1,334	1,345	1,358	1,371	1,381	1,407

$l_{пр} = 48 \pm 0,1$ см

$T = 1,329$ с

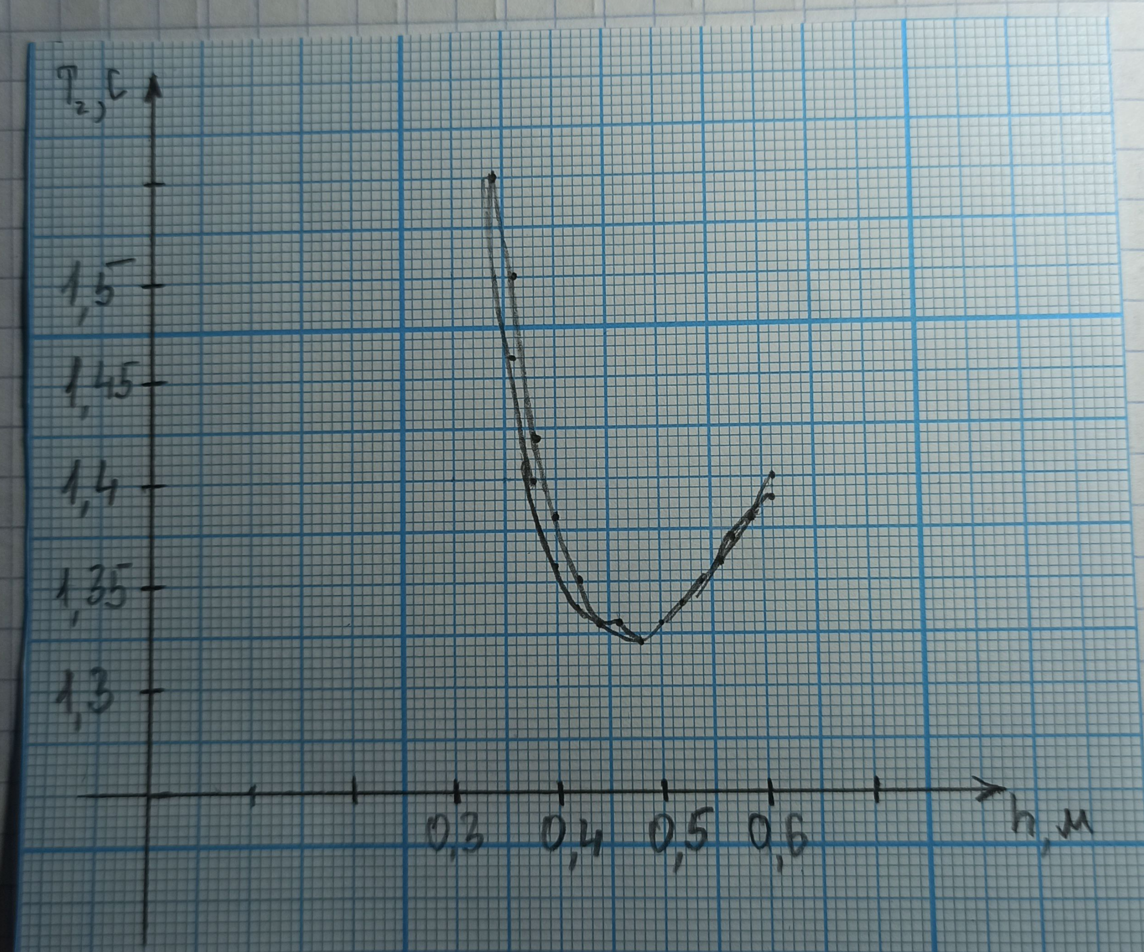
$$g = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 l_{пр}$$

$$g = \frac{4\pi^2}{(1,329)^2}\cdot 0,48 = 10,73\ \frac{м}{с^2}$$

$$\Delta g = g\sqrt{\left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l_{пр}}{l}\right)^2}$$

$$\Delta g = 10,73\sqrt{0,0459} \approx 2,3\ \frac{м}{с^2}$$

Отв.: $10,73 \pm 2,3\ \frac{м}{с^2}$



Ответы на контрольные вопросы

1. Ур-е динамики тела, вращающегося с угловой скоростью $\vec{\omega}$ вокруг z неподв. оси: $\frac{dL_z}{dt} = M_z^{внеш}$

$L_z = \sum m_i r_{iz}^2 \omega$

r_{iz} - радиус окр. по котор. движ. мат. точка

2) Гармонич. колеб. - периодические колеб. вида:

$\xi(t) = A\sin(\omega_0 t + \varphi_{01})$ или $\xi(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi_{02})$

Диф. ур-е гармон. колеб.: $a\dfrac{d^2\xi}{dt^2} + b\xi = 0$; $\dfrac{b}{a} = \omega_0^2$

3) Приведен. длина - длина мат. маятника, имеющего такой же период колеб., что и физ. маятник.

4) Если физ. маятник перевернуть и заставить совершать малые колебания вокруг оси $O'Z$ (O' - центр качания), то период колеб. не изменится.