Рубежно-контрольный лист № 1 **из** 3 «06» июня 2020 г.

Дисциплина Интегралы и дифф. уравнения

Мероприятие Рубежный контроль

Студент Петраков Станислав

Группа РК6-26Б Вариант № 16

Проверяющий Савин Александр Сергеевич, кафедра ФН1

оценка	подпись
заполняется проверяющим	

№2

$y'' \cdot y = 2(y')^2$ нелинейное дифф. ур-е 2-го порядка

$y' = p(y)$

$y'' = p'p$

$p' \cdot p \cdot y = 2p^2$

$\frac{dp}{dy} y = 2p$

$\frac{1}{p} dp = \frac{2}{y} dy$

$\int \frac{1}{p} dp = \int \frac{2}{y} dy$

$\ln p = 2\ln y + \ln C_1$

$\ln p = \ln C_1 y^2$

$p = C_1 y^2$

$\frac{dy}{dx} = C_1 y^2$

$\frac{1}{C_1 y^2} dy = 1 dx$

$\int \frac{1}{C_1 y^2} dy = \int 1 dx$

$-\frac{1}{C_1 y} = x + C_2$

$x = -\frac{1}{C_1 y} + C_2$

Ответ: $-\frac{1}{C_1 y} + C_2$

№3

$y'' - 6y' + 9y = \sqrt{x}\, e^{3x}$ линейное дифф. ур-е 2-го порядка

$y'' - 6y' + 9y = 0$

$\lambda^2 - 6\lambda + 9$

$(\lambda - 3)^2 = 0$

$\lambda = 3$

$y = C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x}$ – Общ. решение

$y = C_1(x) e^{3x} + C_2(x) x e^{3x}$

$y_1' = (e^{3x})' = 3e^{3x}$

$y_2' = (x e^{3x})' = e^{3x} + 3x e^{3x}$

$$W = \begin{vmatrix} e^{3x} & x e^{3x} \\ 3e^{3x} & e^{3x} + 3x e^{3x} \end{vmatrix} = e^{6x} + 3x e^{6x} - 3x e^{6x} = e^{6x}$$

$$C_1 = \frac{x e^{3x} \cdot \sqrt{x}\, e^{3x}}{e^{6x}} = x\sqrt{x} \quad ; C_1(x) = \frac{x^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} + C_1 = \frac{2x^2\sqrt{x}}{5} + C_1$$

$$C_2' = \frac{e^{3x} \cdot \sqrt{x}\, e^{3x}}{e^{6x}} = \sqrt{x} \quad ; C_2(x) = \frac{2x\sqrt{x}}{3} + C_2$$

$y = \frac{2}{5} x^2 \sqrt{x}\, e^{3x} + \frac{2}{3} x^2 \sqrt{x}\, e^{3x} + C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x}$

$y = C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x} + \frac{16}{15} x^2 \sqrt{x}\, e^{3x}$

Ответ: $C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x} + \frac{16}{15} x^2 \sqrt{x}\, e^{3x}$

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»

Рубежно-контрольный лист № 2 **из** 3 «06» июня 2020 г.

Дисциплина: Интегралы и дифф. уравнения

Мероприятие: Рубежный контроль

Студент: Петрасов Станислав

Группа: РКБ-26Б Вариант № 16

Проверяющий: Савин Александр Сергеевич, кафедра ФН1

оценка	подпись
заполняется проверяющим	

№1

$$y'' = \frac{\cos x}{\cos(y')}\ ;\ y(0) = 1\ ;\ y'(0) = 0$$

нелинейное дифф. ур-е 2-го порядка

$y' = p\ ;\ y'' = p'$

$$p' = \frac{\cos x}{\cos p}$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\cos x}{\cos p}$$

$\cos p\, dp = \cos x\, dx$

$\int \cos p\, dp = \int \cos x\, dx$

$\sin p = \sin x + C_1$

$p_1 = \arcsin(\sin x + C_1) + 2\pi n$ $\quad$ $p_2 = \pi - \arcsin(\sin x + C_1) + 2\pi n$

$y' = \arcsin(\sin x + C_1) + 2\pi n$ $\quad$ $y' = \pi - \arcsin(\sin x + C_1) + 2\pi n$ ОО2

Подставим $y'(0) = 0$

$0 = \arcsin(\sin 0 + C_1) + 2\pi n$ $\quad$ $0 = \pi - \arcsin(\sin 0 + C_1) + 2\pi n$

$\begin{cases} 2\pi n = 0 \Rightarrow n = 0 \\ \sin 0 + C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = 0 \text{ верно} \\ n \in \mathbb{Z} \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} \pi + 2\pi n = 0 \Rightarrow n = -\frac{1}{2} \text{ не уд} \\ n \in \mathbb{Z} \\ \sin 0 + C_1 = 0 \end{cases}$ $\quad \varnothing$

$y' = \arcsin(\sin x)$

$$\frac{dy}{dx} = \arcsin(\sin x)$$

$dy = \arcsin(\sin x)\, dx$

$\int dy = \int \arcsin(\sin x)\, dx$

$$y = x \cdot \arcsin\left(\sin(x) - \frac{x^2}{2} \cdot \operatorname{sign}(\cos(x))\right) + C_1$$

$$1 = 0 \cdot \ldots + C_1 \Rightarrow C_1 = 1$$

$$\underline{\underline{y = x \cdot \arcsin\left(\sin(x) - \frac{x^2}{2} \cdot \operatorname{sign}(\cos(x))\right) + 1}}$$

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»

Рубежно-контрольный лист № 3 **из** 3 «06» июня 2020 г.

Дисциплина Интегралы и диф. уравнения

Мероприятие Рубежный контроль

Студент Петраков Станислав

Группа РК6-26Б Вариант № 16

Проверяющий Савин Александр Сергеевич, кафедра ФН1

оценка	подпись
заполняется проверяющим	

№4

$y'' + 9y = 2 + 2x + x^2 + e^{3x}$ Линейное ДУ 2-го порядка

$y'' + 9y = 0$

$\lambda^2 + 9 = 0$

$D < 0 \Rightarrow \lambda = \pm 3i$

$y_1(x) = C_1 e^{3ix}$; $y_2(x) = C_2 e^{-3ix}$

$y(x) = y_1(x) + y_2(x)$

$y(x) = C_1(\cos 3x + i\sin 3x) + C_2(\cos 3x - i\sin 3x)$

$y(x) = (C_1 + C_2)\cos 3x + i(C_1 - C_2)\sin 3x$

$\begin{cases} C_1 = C_1 + C_2 \\ C_2 = i(C_1 - C_2) \end{cases}$

$y(x) = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x i$

$y'' + 9y = x^2 + 2x + 2$; $yp_1(x) = a_1 + a_2 x + a_3 x^2$ – частн. реш.

$y'' + 9y = 3^{ex}$; $yp_2(x) = a_4 e^{3x}$ – частн. реш.

$yp(x) = yp_1(x) + yp_2(x) = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 e^{3x}$

$y''px = 2a_3 + 9a_4 e^{3x}$

$y''px + 9yp = e^{3x} + x^2 + 2x + 2$

$2a_3 + 9a_4 e^{3x} + 9(a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 e^{3x}) = e^{3x} + x^2 + 2x + 2$

$9a_1 + 2a_3 + 18a_4 e^{3x} + 9a_2 x + 9a_3 x^2 = 2 + e^{3x} + 2x + x^2$

$$\left\{\begin{array}{ll} 9a_1 + 2a_3 = 2 & \\ 18a_4 = 1 & \Rightarrow a_4 = \frac{1}{18} \\ 9a_2 = 2 & \Rightarrow a_2 = \frac{2}{9} \\ 9a_3 = 1 & \Rightarrow a_3 = \frac{1}{9} \end{array}\right| \Rightarrow a_1 = \frac{16}{81}$$

$$y_p(x) = \frac{e^{3x}}{18} + \frac{x^2}{9} + \frac{2x}{9} + \frac{16}{81}$$

$$y(x) = y_c(x) + y_p(x) = \frac{e^{3x}}{18} + \frac{x^2}{9} + \frac{2x}{9} + C_1 \cdot \cos(3x) + C_2 \sin(3x) + \frac{16}{81}$$

Ответ: $y = \frac{e^{3x}}{18} + \frac{x^2}{9} + \frac{2x}{9} + C_1 \cos(3x) + C_2 \sin(3x) + \frac{16}{81}$