Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«Московский Государственный Технический Университет имени Н. Э. Баумана»

Национальный исследовательский университет техники и технологий (МГТУ им. Н. Э. Баумана)

Факультет: **«Робототехника и комплексная автоматизация» (РК-6)**

Кафедра: **«Прикладная механика» (РК-2)**

ОТЧЕТ

По дисциплине

«Прикладная механика»

Лабораторная работа № 2

«Расчет статически-неопределимой балки методом конечных элементов»

Выполнил студент

Группы РК6-33Б: **Кузнецов Д.С.**

Проверил

кандидат технических наук: **Шашурин Г. В.**

МОСКВА 2019

Расчетная схема и исходные данные

Задача:

Составить конечно-элементную программу для расчета статически-неопределимой балки и проверить корректность ее работы с использованием SiemensNX.

Исходные данные:

Материал балки: сталь (модуль Юнга E=2e11Па).

Сечение балки: прямоугольное (см. рисунок 1).

Геометрические параметры балки: l=0.1м, b=10мм, h=20мм

Величина нагрузки: F=10Н.

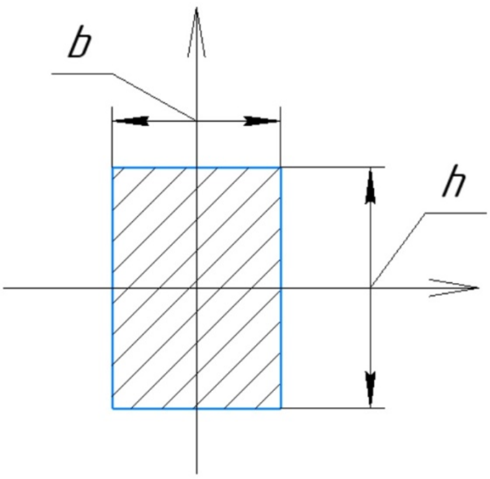

Рисунок 1. Поперечное сечение балки

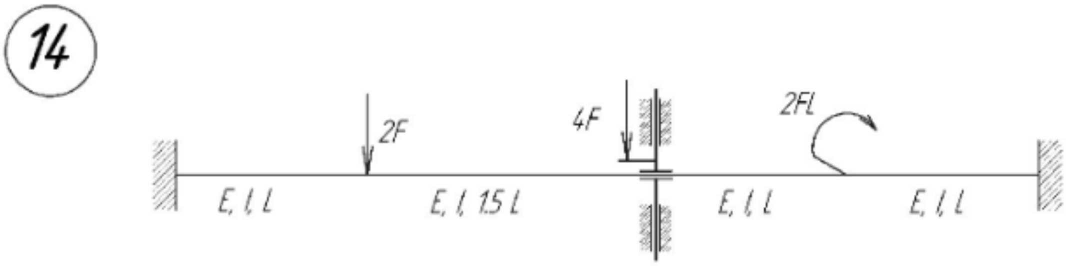

Рисунок 2. Балка.

Описание алгоритма работы составленной КЭ-программы на языке Matlab:

1) Конечно-элементное разбиение системы, выбор глобальной системы координат (СК), назначение числа балочных конечных элементов (КЭ)системы N_el, определение количества узлов N_node, общего количества степеней свободы *n*.
2) Составление матриц жесткости отдельных конечных элементов. Для каждого конечного элемента балки составляется матрица жесткости в его локальной системе координат вида:

$$[K_{elem}^{i}] = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{l^3} & \cdots & \frac{6EI}{l^2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{6EI}{l^2} & \cdots & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix}_{4x4}$$

где *i*–номер текущего КЭ, *i*= 1 ... N_el; $[Kelemi]$ –матрица жесткости i-го КЭ. в его локальной системе координат; E, I, l –параметры балочного КЭ(модуль Юнга, длина, геометрический момент инерции, соответственно).

3) Составление таблицы индексов. Для заданной балочной системы составляется таблица индексов вида:

№ конечного элемента	1’ (номер первого узла локальной с.к. в глобальной с.к.)	2’ (номер второго узла локальной с.к. в глобальной с.к.)
1	1	…
…	…	…
i	**j**	**k**
…	…	…
N_el	…	N_node

Таблица 1. Таблица индексов (составлена для системы, представленной на рисунке 3)

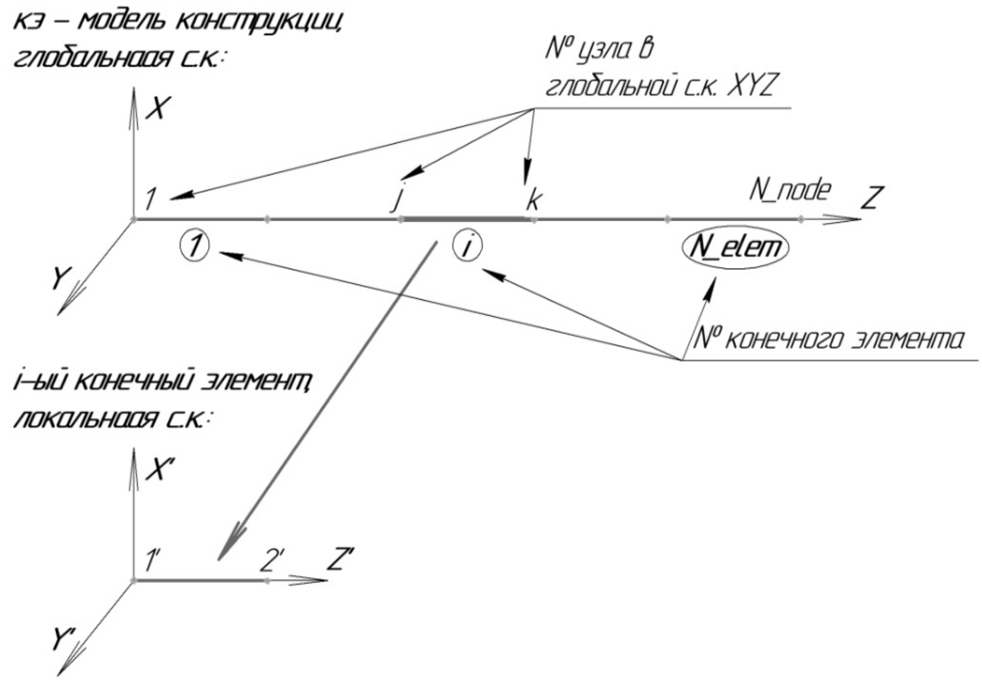

Рисунок 3. Определение номеров узлов в глобальной системе координат для балочного конечного элемента под номером i

4) Операция ансамблирования. В соответствии с таблицей индексов составляется глобальная матрица жесткости всей конструкции из матриц жесткости отдельных КЭ, сформированных в пункте 2:

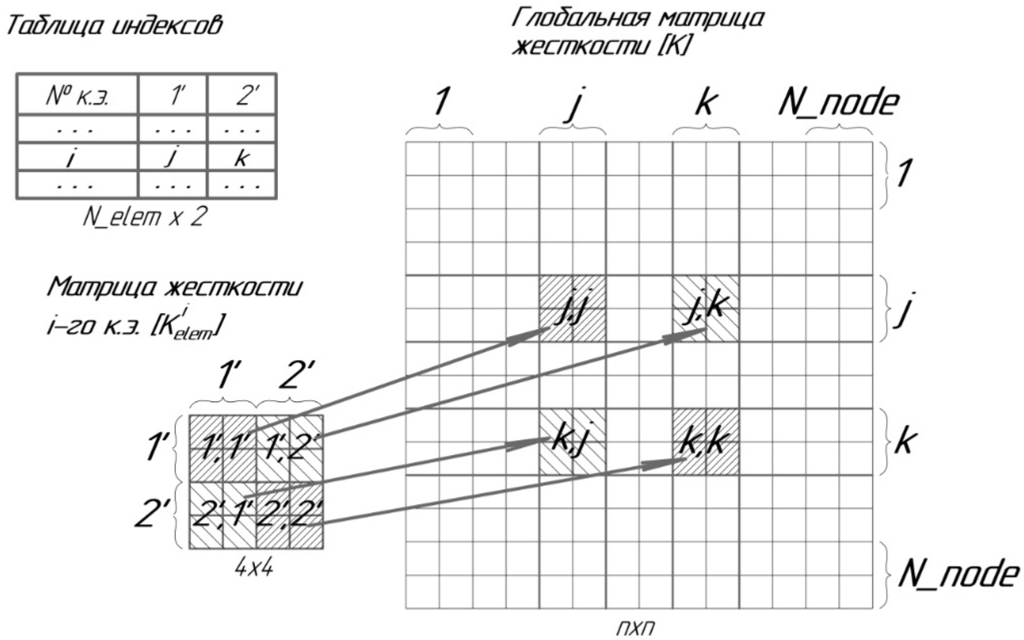

Рисунок 4. Алгоритм операции ансамблирования глобальной матрицы жесткости [K]

5) Наложение кинематических граничных условий, модификация матрицы жесткости Учет кинематических граничных условий (ГУ)проходит согласно следующей последовательности:

-идентифицируются закрепления, представленные в балочной системе (шарниры, заделки, ограничители поворота);
-определяются номера закрепленных степеней свободы;
-для каждой из закрепленных степеней свободы производится операция модификации матрицы жесткости согласно алгоритму, представленному на рисунке ниже (точный способ учета кинематических граничных условий). Итогом учета кинематических граничных условий является модифицированная матрица жесткости $[Kmod]$.

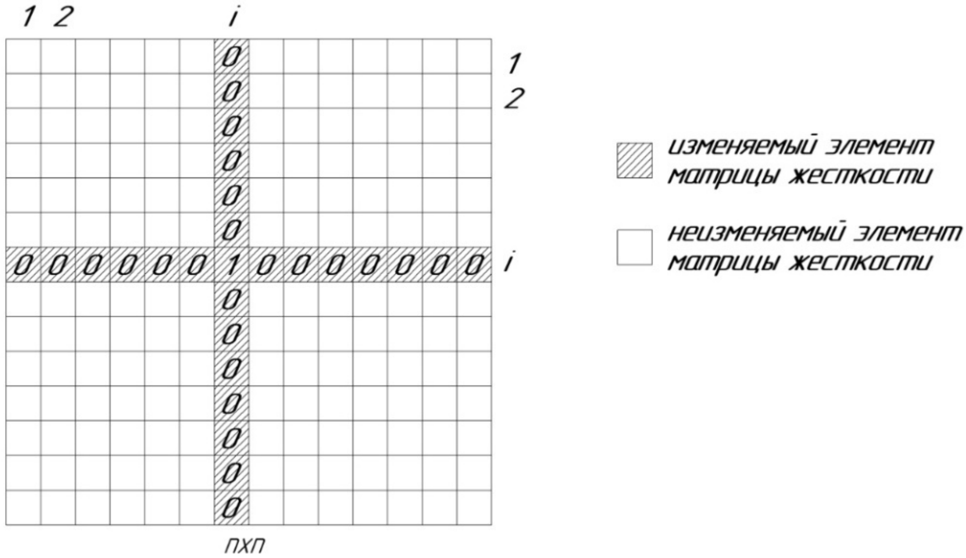

Рисунок 5. Модификация матрицы жесткости, точный метод учета кинематических граничных условий

6) Составление вектора внешних узловых усилий $\{f\}$ Вектор внешних узловых усилий $\{f\}$ –вектор-столбец размерностью $nx1$. В данном векторе представлены все силовые факторы (силы и изгибающие моменты), внешние по отношению к системе. Знак элементов, входящих в вектор $\{f\}$, определяется согласно следующим правилам:
-сила положительна, если она на направлена по положительному направлению оси глобальной системы координат;
-момент положителен, если он вращает против часовой стрелки относительно положительного направления оси глобальной системы координат.
7) Решение СЛАУ, определение вектора узловых перемещений. Производится решение СЛАУ вида: $[Kmod] * \{u\} = \{f\}$ Вектор узловых перемещений определяется как: $\{u\} = inv([Kmod]) * \{f\}$. Вектор узловых перемещений $\{u\}$ содержит в себе обобщенные перемещения узлов балочной системы (вертикальные перемещения, углы поворота). При работе в системе СИ

вертикальные перемещения имеют размерность метр, углы поворота – радиан.

Текст программы:

```
function main

format long;
h = 20; %высота поперечного сечения(мм)
b = 10; %ширина поперечного сечения(мм)
Jy = b*h^3/12; %момент инерции относительно оси Y(мм^4)
l = 100; %длина отрезка(мм)
E = 72e6; %модуль упругости
F = 10; %сила(Н)

N_el = 4;
N_nodes = N_el + 1; %количество конечных элементов
E_el = E*[1, 1, 1, 1]; %вектор модулей упругости
L_el = l*[1, 1.5, 1, 1]; %вектор длин элементов
N_node_dof = 2; %количество степеней свободы системы

U = [0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0] %Вектор узловых перемещений
f_Node = [0, 0, -2*F, 0, -4*F, 0, 0, -2*F*l, 0, 0] %Вектор узловых сил

%------------------------------------------------------------------

Index_M = [1:4; 3:6; 5:8; 7:10]
K_g = zeros(N_nodes*N_node_dof)

for i = 1:1:N_el
K_loc = K_el_calc(L_el(i), E_el(i), Jy)
%Записываем локальную матрицу жёсткости по координатам из матрицы индек-
сов
for j=1:N_el
for k=1:N_el
K_g(Index_M(i, j),Index_M(i, k)) = K_g(Index_M(i, j),Index_M(i, k))+K_loc(j,k);
end
end
end

for i = 1:1:size(U, 2) %обнуление i-го столбца и строки
if (U(i) == 0)
K_g(i, :) = 0.0;
K_g(:, i) = 0.0;
```

```
K_g(i,i) = 1;
end
end

U = pinv(K_g)*f_Node';

U
end

%инициализация матрицы жесткости
function K = K_el_calc(l, E, J)

K = [12*E*J/(l^3), 6*E*J/(l^2), -12*E*J/(l^3), 6*E*J/(l^2);
6*E*J/(l^2), 4*E*J/l, -6*E*J/(l^2), 2*E*J/l;
-12*E*J/(l^3), -6*E*J/(l^2), 12*E*J/(l^3), -6*E*J/(l^2);
6*E*J/(l^2), 2*E*J/l, -6*E*J/(l^2), 4*E*J/l];
```

Результаты расчета в Matlab:

0
0

-0.133597883597858
-0.001845238095238

-0.294312169312109
0.000000000000000

-0.147156084656055
0.001686507936508

0
0

Описание выполнения расчета заданной системы в SiemensNX:

1) Создание геометрии: построение линии (из 4 отрезков) и задание координат точек.
2) Создание конечно-элементной модели.
3) Построение конечно-элементной сетки.
4) Задание нужного поперечного сечения: тип, размеры, материал.
5) Задание ограничений и нагрузок.
6) Решение, ознакомление с результатами.
7) Внесение изменений в модель.

Результаты расчета в SiemensNX:

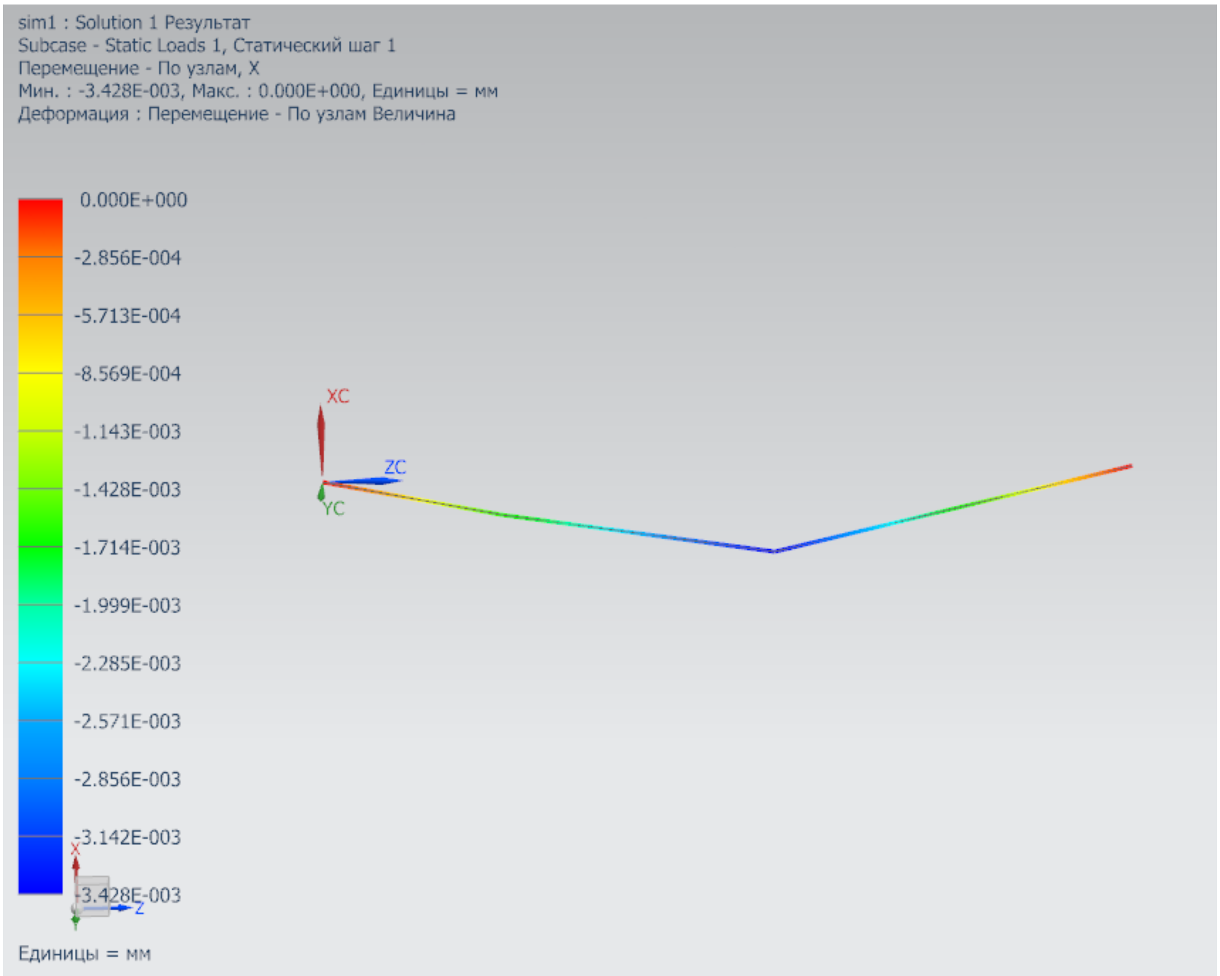

Рисунок 6.1. Линейное перемещение

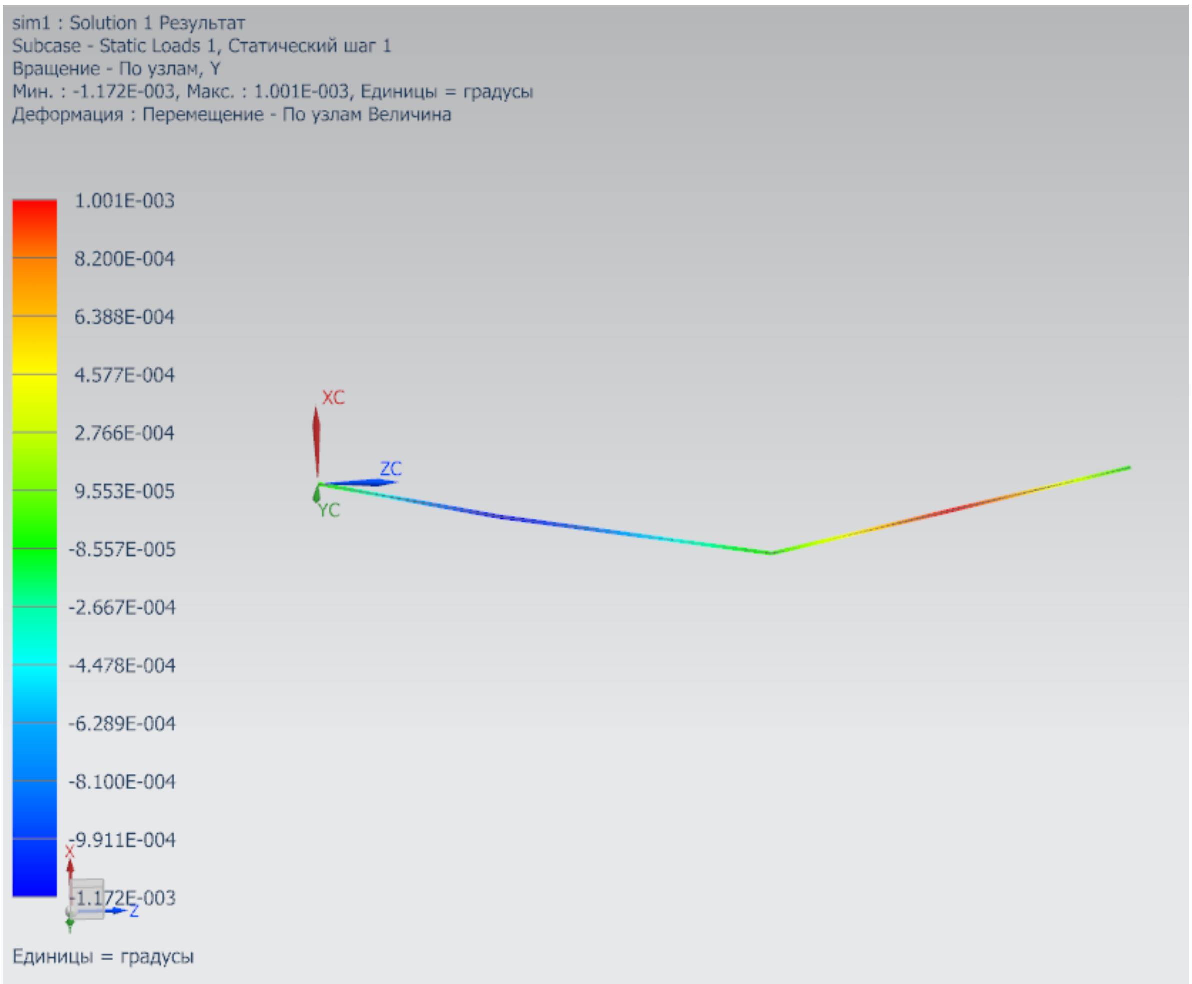

Рисунок 6.2. Угловое перемещение

Сравнение результатов:

Номер узла	Линейное перемещение, мм		Угловое перемещение, ^{0}	
	MATLAB	SIEMENS NX	MATLAB	SIEMENS NX
1	0.0	0.0	0.0	0.0
2	-0.001335978835978	-0.001594	-0.0001845238095238	-0.0001172
3	-0.002943121693121	-0.003428	0.0	0.0
4	-0.001471560846555	-0.001714	0.001686507936508	0.001001
5	0.0	0.0	0.0	0.0

Таблица 2. Сравнение результатов вычислений

Вывод:

Из приведенных выше данных можно сделать вывод о том, что при решении двумя методами (в NX и в MatLab) были получены примерно одинаковые результаты. Различия в значениях результатов можно объяснить тем, что при решении задачи в MatLab мы используем двумерное пространство, соответственно, матрица жесткости будет иметь размерность 4x4, тогда как NX считает задачу в трехмерном пространстве, то есть матрицы, составленные решателем NX имеют размерность 6x6. Также погрешности возникают в результате округлений, так как программы считают не простые, а десятичные дроби.