Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»

Рубежно-контрольный лист № 1 из 1 « 24 » апреля 20 20 г.

Дисциплина Интегралы и дифф. уравнения
Мероприятие Рубежный контроль
Студент Петраков Станислав Альбертович
Группа РК6-26Б Вариант № 16
Проверяющий Савин Александр Сергеевич, кафедра ФН1

____	____
оценка	подпись
заполняется проверяющим	

№1

1. Вращение прямой в декартовых:

кривая $y=f(x)$ $a \le x \le b$, вокруг OX

$$S = 2\pi \int_a^b f(x)\sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$$

2. —"— в полярных

$r=r(\varphi)$, $\alpha \le \varphi \le \beta$, вокруг OX

$$S = 2\pi \int_\alpha^\beta r\sin\varphi \sqrt{r^2+(r')^2}\,d\varphi$$

3. —"— парам. ур-е:

$x=x(t)$; $y=y(t)$; $a \le t \le b$. вокруг OX

$$S = 2\pi \int_a^b y(t)\sqrt{(x'(t))^2+(y'(t))^2}\,dt$$

№2

Исслед. на сходимость:

$$\int_1^{+\infty} \frac{e^{\cos x}}{\sqrt{x^3+1}}\,dx$$

$e^{\cos x}$ - ограничена, т.к. $-1 \le \cos x \le 1$
$\sqrt{x^3+1}$ - бесконечно большая
$\Rightarrow$ при делении

у нас получ. 0 $\Rightarrow$ сходится

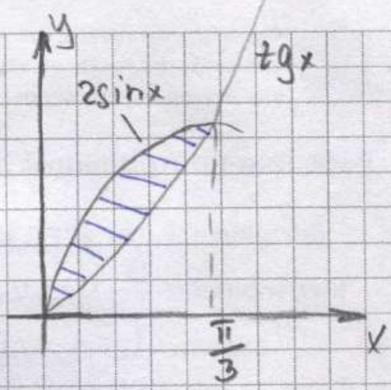
(при $x \to +\infty$, $f(x) \sim x^{\frac{3}{2}}$

№3

$y = tg\,x$

$y = 2\sin x \qquad 0 \le x \le \frac{\pi}{3}$

$S - ?$



$S = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (2\sin x - tg\,x)\,dx =$

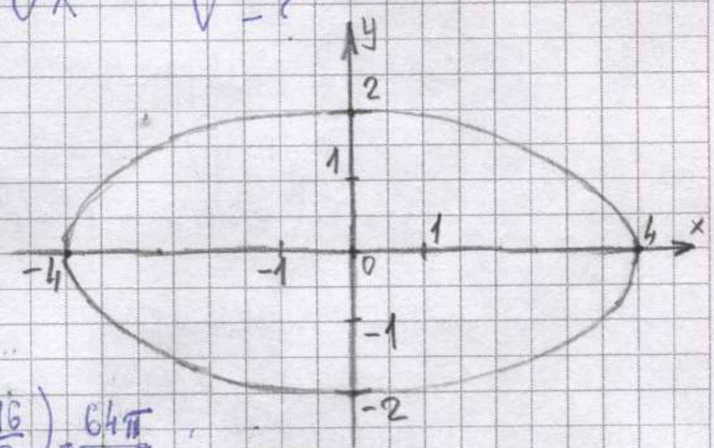
$= \left(-2\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}}\right) + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos x}\, d\cos x = \left(-2\cos x + \ln\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}}\right) =$

$= \ln\frac{1}{2} - 1 - 0 + 2 = 1 + \ln\frac{1}{2}$

Ответ: $1 + \ln\frac{1}{2}$

№4

$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ вокруг Ox $\quad V - ?$



$y^2 = 4 - \frac{x^2}{4}$

$V = \pi \int_a^b y^2\,dx$

$V = 2\pi \int_0^4 \left(4 - \frac{x^2}{4}\right) dx =$

$= 2\pi\left(4x - \frac{x^3}{12}\Big|_0^4\right) = 2\pi\left(16 - \frac{16}{3}\right) = \frac{64\pi}{3}$

Ответ: $\frac{64\pi}{3}$

№5

Длина дуги $\rho = 2(1 - \cos\varphi)$, внутри $\rho = 3$ $\quad l - ?$

$l = \int_\alpha^\beta \sqrt{(\rho(\varphi))^2 + (\rho'(\varphi))^2}\,d\varphi$

$2(1 - \cos\varphi) = 3 \quad \varphi = \pm\frac{\pi}{3}$; $\rho(\varphi)' = 2\sin\varphi$

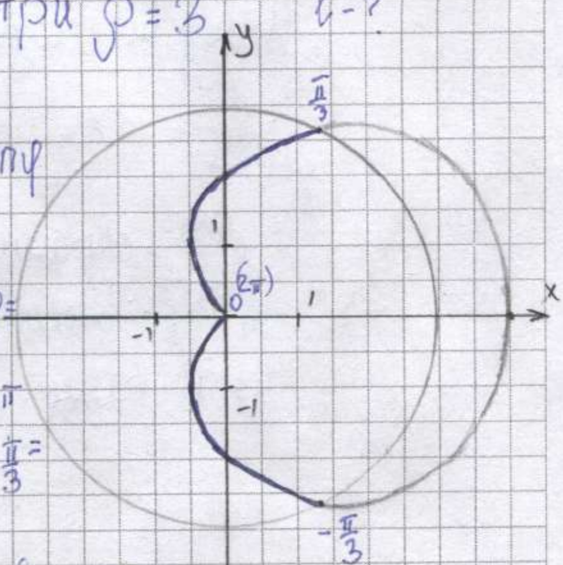
$\alpha = \frac{\pi}{3}$; $\beta = 2\pi$, потом умн на 2

$(\rho(\varphi))^2 + (\rho'(\varphi))^2 = 4 - 8\cos\varphi + 4\cos^2\varphi + 4\sin^2\varphi =$

$= 8 - 8\cos\varphi$

$l = 2\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} (8 - 8\cos\varphi)\,\varphi = 2\left(8\varphi - 8\sin\varphi\Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\pi}\right) =$

$= 2\left(-\frac{8\pi}{3} + 4\sqrt{3} + 8\pi + 0\right) = \frac{32\pi}{3} + 8\sqrt{3}$



Ответ: $\frac{32\pi}{3} + 8\sqrt{3}$