

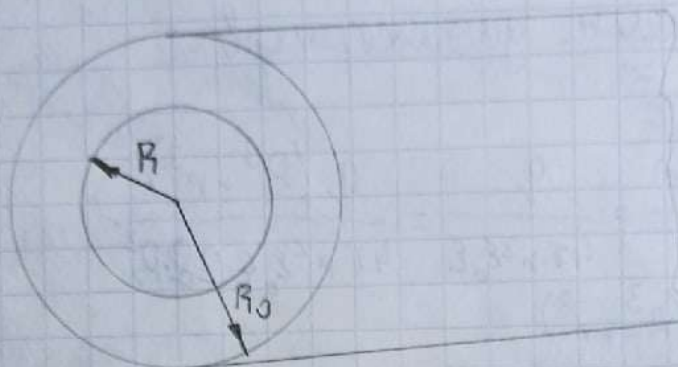
№ 1.2

$$\frac{R_0}{R} = \frac{3}{1}$$

и

$$n = 3$$

$$\epsilon = \frac{R_0^n + R^n}{R^n + r^n}$$



- 1) Построить зависимости $\frac{D(r)}{D(R)}$, $\frac{E(r)}{E(R)}$, где $r \in [R; R_0]$
- 2) Построить E , D , D между слоями конденс.
- 3) Найти σ_1' , σ_2' ; $\rho'(r)$; E_{max} ; C

Решение: $R_0 = 3R$

$$1) \epsilon = f(r) = \frac{R_0^3 + R^3}{R^3 + r^3} = \frac{27R^3 + R^3}{R^3 + r^3} = \frac{28R^3}{R^3 + r^3}$$

- 2) По т. Гаусса для вектора электр. смещения \vec{D} :

$$\oint_S (\vec{D} \cdot d\vec{S}) = q$$

$$\oint_S (\vec{D} \cdot d\vec{S}) = \oint_S D_n dS = q$$

$S = 4\pi r^2$

$$D(r) \cdot 4\pi r^2 = q$$

$$D(r) = \frac{q}{4\pi r^2}, \text{ где } R < r < R_0$$

3) Связь напряжен. $\vec{E}(r)$ и $D(r)$ электрост. смещен.

\vec{D} для линейн. диэлектриков

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$$

$$E(r) = \frac{D(r)}{\epsilon_0 \epsilon} = \frac{q}{4\pi r^2 \epsilon_0 \epsilon} = \frac{q(R^3 + r^3)}{4\pi r^2 \epsilon_0 \epsilon \cdot 28R^3}$$

$$E(r) = \frac{q(R^3 + r^3)}{4 \cdot 28 \pi r^2 \epsilon_0 \epsilon R^3}$$

$$4) C = \frac{q}{U}$$

$$A = \frac{q}{4 \cdot 28 \pi \epsilon_0 R^3} \quad U = \psi(R) - \psi(R_0) = \int_R^{R_0} E(r) dr$$

$$= \int_R^{R_0} \frac{q(R^3 + r^3)}{28 \cdot 4 \pi r^2 \epsilon_0 \epsilon R^3} dr = \frac{q}{28 \cdot 4 \pi \epsilon_0 R^3} \int_R^{R_0} \frac{(R^3 + r^3)}{r^2} dr = A \left(\int_R^{R_0} \frac{R^3}{r^2} dr + \int_R^{R_0} r dr \right) =$$

$$= A \left(R^3 \cdot \frac{1}{(-1)r^1} \Big|_R^{R_0} + \frac{r^2}{2} \Big|_R^{R_0} \right) = A \left(-R^3 \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R} \right) + \frac{R_0^2}{2} - \frac{R^2}{2} \right) =$$

$$= AR^2 \frac{28}{6} = \frac{q}{28 \cdot 4 \cdot \pi \epsilon_0 R^3} R^2 \cdot \frac{28}{6} = \frac{q}{24 \pi \epsilon_0 R}$$

$$q = 24 \pi \epsilon_0 R U$$

$$\bullet D(r) = \frac{24 \pi \epsilon_0 R U}{4 \pi r^2} = \frac{6 \epsilon_0 R U}{r^2}$$

$$\bullet E(r) = \frac{R^3 + r^3}{28 \cdot 4 \cdot \pi r^2 \cdot \epsilon_0 R^2} \cdot 24 \pi \epsilon_0 R U = \frac{3(R^3 + r^3)U}{14 r^2 R^2}$$

$$5) P = \epsilon_0 k E^2$$

$$k = \epsilon - 1 = \frac{28 R^3}{R^3 + r^3} - 1 = \frac{27 R^3 - r^3}{R^3 + r^3}$$

$$\bullet P = \epsilon_0 \frac{27(R^3 - r^3)}{R^3 + r^3} \cdot \frac{3(R^3 + r^3)U}{14 r^2 R^2} = \frac{27 \cdot 3 (R^3 - r^3) U \cdot \epsilon_0}{14 \cdot r^2 \cdot R^2}$$

$$6) \sigma_1' = P(R) = 0$$

$$\sigma_2' = P(R_0) = \frac{27 \cdot 3 \cdot (R^3 - 27R^3) \cdot 4\epsilon_0}{14 \cdot 9 \cdot R^2 R^2} = \frac{27 \cdot 3 \cdot (-26) \cdot 4\epsilon_0}{14 \cdot 9 \cdot R}$$

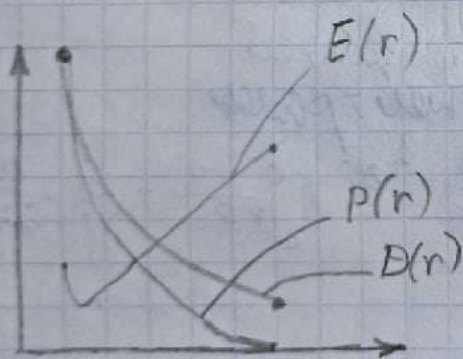
$$7) \operatorname{div} \vec{P} = -\rho' \Rightarrow \operatorname{div} \vec{P} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 P(r))}{\partial r} = \frac{1}{r^2} \left(\frac{27 \cdot 3 (R^3 - r^3) \cdot 4\epsilon_0}{14 R^2} \right)'_r =$$

$$= \frac{27 \cdot 3 \cdot 4\epsilon_0}{14 R^2} (-3r^2) \frac{1}{r^2} = - \frac{27 \cdot 3 \cdot 4\epsilon_0}{14 R^2}$$

$$\bullet \rho' = \frac{27 \cdot 9 \cdot 4\epsilon_0}{14 R^2}$$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{24\pi\epsilon_0 R U}{U}$$

$$\bullet \underline{C = 24\pi\epsilon_0 R}$$



1. Доказать электронейтральность
2. Нарисовать силовые линии с учетом плотности и направления

№1

Должно выполняться: $\int_{3R} \rho' dV + \int_{3R} \rho dS = 0$

$$\int_0^{3R} \frac{27 \cdot 11 \cdot \epsilon_0 \cdot 9}{14 A^2} \cdot 2\pi r dr + \int_0^{3R} \frac{27 \cdot 3(-26) \cdot 11 \cdot \epsilon_0}{14 \cdot 9 A} \cdot 2\pi r dr =$$

$$= \frac{27 \cdot 9 \cdot 11 \cdot \epsilon_0}{14 A^2} \cdot 2\pi \int_0^{3R} r dr - \frac{27 \cdot 3 \cdot 26 \cdot 11 \cdot \epsilon_0}{14 \cdot 9 A} \cdot 2\pi \int_0^{3R} r dr =$$

$$= \frac{27 \cdot 9 \cdot 11 \cdot \epsilon_0}{14 A^2} \cdot 2\pi \left[\frac{r^2}{2} \right]_0^{3R} - \frac{27 \cdot 3 \cdot 26 \cdot 11 \cdot \epsilon_0}{14 \cdot 9 A} \cdot 2\pi \left[\frac{r^2}{2} \right]_0^{3R} = 0 \rightarrow$$

\Rightarrow Электронейтральность

№2

