C4 Закон сохран. энергии в механике

$m\frac{d\vec{v}}{dt} = F$ - 2з. Н. для мат. точки

$\vec{v}$ напр. по кас.

$d\vec{r} = \vec{v}\,dt$ направлен тоже по кас. к траектории

вект. пол приращ.

$$\int_{путь} \left(m\frac{d\vec{v}}{dt}, d\vec{r}\right) = \int_{путь} (F, d\vec{r})$$

$$W_{\substack{конеч \\ кин}} - W_{\substack{конеч \\ кин}} = A$$

Теорема об изм. кин. энергии.

Изм. кин. энергии мат. точки на участке пути равно работе, действ. на нее сил на этом участке

$v_i = \omega r_{i\perp}$; $r_{i\perp}$ - ρ от точки до оси вращ.

вел. скор. вращ. точки вокруг оси

мом. инерции тела отн. оси вращ.

$$W_{\substack{вращ. \\ кин}} = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum_i \frac{m_i \omega^2 r_{i\perp}^2}{2} = \frac{\omega^2}{2}\sum_i m_i r_{i\perp}^2 = \frac{\omega^2}{2} I_z$$

$$W_{системы} = \frac{m_c v_c^2}{2} + W_{\substack{отн \\ кин}}$$

Теорема Кёнига

Полная кинетич. энергия тела (системы точек) = сумме кинетич. энергии движ. центра масс и кинетич. энергии движен. отн. центра масс.

Потенциальная энергия для консервативной ~~системы~~ силы - ~~...~~ физ. величина, зависящая только положения точки (тела) относит. друг. тел, уменьшение которой равно работе соотв. силы, действ. на точку (тело)

$$W_{\substack{потенц \\ нач}} - W_{\substack{потенц \\ кон}} = A$$

Мощность силы

Средняя мощность F – отн работы этой силы к интервалу времени, за которое совершена работа.

$$P_{ср} = \frac{A}{\Delta t} \; [Вт]$$

Мгновенная мощность – мощность этой силы за малый промежуток времени $P = \left(\frac{\vec{F}d\vec{r}}{dt}\right) = (\vec{F}, \vec{v})$

Следствие: Если $\vec{F} \perp \vec{v}$ в кажд. момент времени => => работа данной силы равна нулю.

№ 1148 (1.158)

m α v_0	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$
$P_{ср}$ – ? P – ?	1) $\langle P \rangle = \frac{A}{\tau} = \frac{m\vec{g}\Delta\vec{r}}{\tau}$; $\Delta\vec{r}$ – смещ. всё время полета т.к. $m\vec{g} \perp \Delta\vec{r}$ => $\langle P \rangle = 0$ 2) $P = m\vec{g}\vec{v} = mg(gt - v_0 \sin\alpha)$

№ 1164 (1.180)

l k m	1) $E_{пот} = \frac{k\Delta l^2}{2}$ – потенц энерг. пруж $E_{тяж} = mg(l + \Delta l)$ ЗСЭ: $E_{пот} = E_{тяж}$
Δl_{max} – ? ΔE – ?	$\frac{k\Delta l_{max}}{2} = mg(l + \Delta l_{max})$

$$\Delta l_{max} = \frac{mg \pm \sqrt{m^2g^2 + 2mgkl}}{k}$$

$\Delta l_{max} = \; - \;$ не подходит

$$\Delta l_{max} = \frac{mg(1 + \sqrt{\frac{2kl}{mg} + 1}}{k}$$

2) По 1 з. Ньютона:

$$k l_{стац} = mg$$

$$l_{стац} = \frac{mg}{k}$$

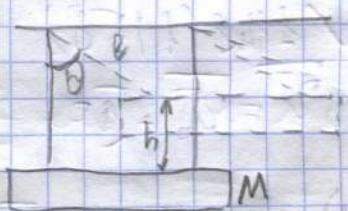
$$\Delta E = mg(l - l_{стац}) - \frac{k l_{стац}^2}{2}$$

$$\Delta E = mgl + \frac{mg^2}{k} - \frac{k(mg)^2}{k^2} = mgl + \frac{(mg)^2}{2k}$$

$$\Delta E = mgl\left(1 + \frac{mg}{2kl}\right)$$

№1.176 (1.194)

m
M
l
θ
$m \ll M$
v_0 - ?
η - ?



1) ЗСИ: $mv = (M+m)v_1 \overset{m \ll M}{=} Mv_1$

$$v_1 = \frac{mv}{M}$$

E после удара

$$\frac{(M+m)v_1^2}{2} = \frac{Mv_1^2}{2} = \frac{M}{2}\frac{m^2v^2}{M^2} = \frac{(mv)^2}{2M}$$

Далее тело под $\Rightarrow E_{кин} \to E_{пот}$

$$\frac{(mv)^2}{2M} \; Mgh$$

$$Mgh = Mgl(1 - \cos\theta) = 2Mgl\sin^2\frac{\theta}{2}$$

$$\frac{(mv)^2}{2M} = 2Mgh\sin^2\frac{\theta}{2}$$

$$v^2 = \frac{4M^2gh\sin^2\frac{\theta}{2}}{m^2}$$

$$v = \frac{2M}{m}\sin\frac{\theta}{2}\sqrt{gl}$$

г) Часть мех в тепл.

ЗСЭ: $\frac{mv^2}{2} = \frac{Mv_1^2}{2} + Q$

$Q = \frac{mv^2}{2} - \frac{(mv)^2}{2M}$

$\eta = \frac{Q}{\frac{mv^2}{2}} = \left(\frac{mv^2}{2} - \frac{(mv)^2}{2M}\right)\cdot\frac{2}{mv^2} = 1-\frac{m}{M}$

$\eta = 1-\frac{m}{M}$

№1.191 (1.211)

Дано
m_1
m_2
v_1
v_2
p - ?
$E_{кин}$ - ?

$\bar{p} = \mu|\bar{v}_1 - \bar{v}_2|$

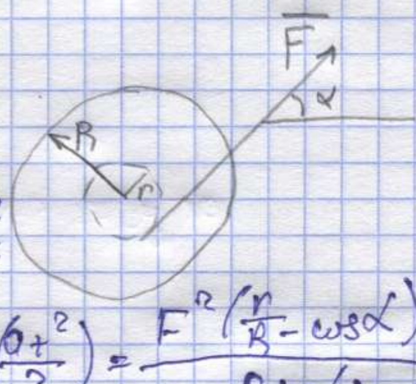
$p = \mu\sqrt{v_1^2+v_2^2}$, $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}$

$E_{кин} = \frac{1}{2}\mu|\bar{v}_1-\bar{v}_2|^2$

$p = \frac{m_1 m_2\sqrt{v_1^2+v_2^2}}{m_1+m_2}$; $E_{кин} = \frac{1}{2}\cdot\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}\cdot|\bar{v}_1-\bar{v}_2|^2$

№1.292 (б)

Дано
m
r
$I=\gamma mR^2$
F
α
A за t



$A = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{\gamma mR^2\omega^2}{2} =$

$= \frac{mv^2}{2} + \frac{\gamma mR^2 v^2}{2R^2} = \frac{m}{2}(1+\gamma)v^2 =$

$= \frac{m}{2}(1+\gamma)2ax = \frac{m}{2}(1+\gamma)2a\left(\frac{at^2}{2}\right) = \frac{F^2\left(\frac{r}{R}-\cos\alpha\right)^2 t^2}{2m(\gamma+1)}$