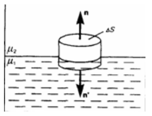
# БИЛЕТ 1

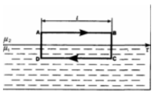
***1) Магнитное поле в веществе. Намагниченность вещества. Связь векторов напряженности, намагниченности и индукции магнитного поля. Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость. Диамагнетики, парамагнетики, ферромагнетики. Поле на границе раздела магнетиков.***

Если в магнитное поле, образованное токами в проводах, ввести то или иное вещество, поле изменится. Это объясняется тем, что всякое вещество является магнетиком, т.е. способно под действием магнитного поля намагничиваться - приобретать магнитный момент. Намагниченное вещество создает свое магнитное поле B', которое вместе с первичным полем $B_0$, обусловленным токами проводимости, образует результирующее поле**B= B'+ $B_0$**



Степень намагничивания магнетика характеризуется магнитным моментом единицы объема. Эту величину называют **намагниченностью** и обозначают J. $\boldsymbol{J = \frac{1}{\Delta V}\sum p_m = n < p_m >}$, гдеΔ- беск. малый объем в окрестности данной точки, $\boldsymbol{p_m}$-магнитный момент отдельной молекулы.,n-концентрация молекул, $\boldsymbol{< p_m >}$- средний магнитный момент одной молекулы

Связь векторов индукции намагниченности и напряженности $\boldsymbol{J = \chi H}$ $\boldsymbol{B = \mu\mu_0 H}$ ,где $\boldsymbol{\chi}$- магнитная восприимчивость, $\boldsymbol{\mu}$-магнитная проницаемость.( $\boldsymbol{\mu = 1+\chi}$) **Парамагнетики** ($\boldsymbol{\mu} > 1, \chi > 0,\ \boldsymbol{J \uparrow\uparrow H}$), **диамагнетики** ($\boldsymbol{\mu} < 1, \chi < 0,\ \boldsymbol{J \uparrow\downarrow H}$)



- **Условия на границе раздела двух сред.**

$\oint \boldsymbol{Bds = 0}$ , $\oint \boldsymbol{Hdl = I}$

$\boldsymbol{B_{2n}\Delta S + B_{1n'}\Delta S = 0}$, $\quad \boldsymbol{B_{1n'} = -B_{1n}}, \Rightarrow \quad \boldsymbol{B_{2n} = B_{1n}}$

$\boldsymbol{H_{2\tau}l + H_{1\tau'}l = i_N l}$, $\quad \boldsymbol{H_{1\tau'} = -H_{1\tau} \Rightarrow H_{2\tau} - H_{1\tau} = i_N}$, **если на разделе магнетиков тока проводимости нет (i=0) то** $\boldsymbol{H_{2\tau} = H_{1\tau}\frac{H_{n1}}{H_{n2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}}$

**Ферромагнетики** – это вещества, обладающие самопроизвольной намагниченностью, которая сильно изменяется под влиянием внешних воздействий – магнитного поля, деформации, температуры. Для ферромагнетиков характерно явление магнитно гистерезиса: связь между B и H и J и H оказывается неоднозначной, а определяется предшествующей историей намагничивания ферр-ка. На рисунке петля гистерезиса.

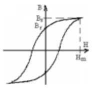
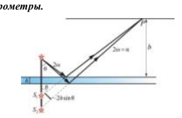



Рис. 2.9

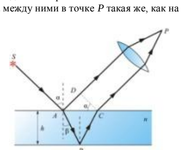
***2) Интерференция света в тонких плёнках. Интерференц. полосы равной толщины и наклона. Применение интерференции, интерферометры.***

**Интерференция в тонких пленках**. В любую точку *P*, находящуюся с той же стороны от пластинки, что и источник, приходят два луча. Эти лучи образуют интерференционную картину.



**Полосы равного наклона** В этом случае оба луча, идущие от *S* к *P*, порождены одним падающим лучом и после отражения от передней и задней поверхностей пластинки параллельны друг другу. Оптическая разность хода между ними в точке *P* такая же, как на линии *DC*:$\Delta = n|AB| + |BC| - |AD|$ .

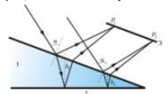
Так как|AB|=|BC|=2h/cosb, |AD|=2htgbsina, sina=nsinb, :Δ= $2nhcosb$




при отражении волны от верхней поверхности пластинки в соответствии с формулами Френеля ее фаза изменяется на π. Поэтому разность фаз δ складываемых волн в точке *P* равна:

$\boldsymbol{\sigma} = \frac{4\pi h\sqrt{n^2 - sin^2\alpha}}{\lambda 0 \pm \pi}$светлые полосы расположены в местах, для которых $\frac{2nhcos\beta \pm \lambda 0}{2} = \boldsymbol{2m\lambda o}$. .

Полоса, соответствующая данному порядку интерференции, обусловлена светом, падающим на пластинку под вполне определенным углом α. Поэтому такие полосы называют *интерференционными* ***полосами равного наклона.***



**Полосы равной толщины.** Результат интерференции в точках P1 и P2 экрана определяется по известной формуле Δ= $\boldsymbol{2b\sqrt{n^2 - sin^2\alpha}} \pm \frac{\lambda o}{2}$ , подставляя в неё толщину пленки в месте падения луча ( b1 или b2 ). Свет обязательно должен быть параллельным: если одновременно будут изменяться два параметра *b* и α, то устойчивой интерференционной картины не будет.

**Применение интерференции**

Нанесение на линзы пленок для уменьшения потерь при прохождении света через объектив - наз. просветление оптики. **Интерферометр** — измерительный прибор, принцип действия которого основан на явлении интерференции. Принцип действия интерферометра заключается в следующем: пучок электромагнитного излучения (света, радиоволн и т. п.) с помощью того или иного устройства пространственно разделяется на два или большее количество когерентных пучков. Каждый из пучков проходит различные оптические пути и возвращается на экран, создавая интерференционную картину, по которой можно установить смещение фаз пучков.

***3) Магнитный поток через неподвижный контур с сопротивлением R изменяется в течение времени τ по закону Φ = αt(t-τ), где α - известная постоянная. Найти количество теплоты, выделившееся в контуре за это время. Магнитным полем индукционного тока пренебречь.***

3.313

Дано: $\Phi = at(\tau - t)$; $R; \tau$; $Q = ?$

Решение:

$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -a(\tau - 2t)$

$P = \mathcal{E}I = \mathcal{E}\cdot\frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}^2}{R}$

$Q = \int_0^\tau P\,dt = \int_0^\tau \frac{a^2}{R}(\tau - 2t)^2 dt = \frac{a^2}{R}\int_0^\tau(\tau^2 - 4\tau t + 4t^2)dt = $

$= \frac{a^2}{R}\left(\tau^2 t - 4\tau\frac{t^2}{2} + \frac{4t^3}{3}\right)\Big|_0^\tau = \frac{a^2}{R}\left(\tau^3 - 2\tau^3 + \frac{4}{3}\tau^3\right) = \frac{a^2\tau^3}{3R}$

Ответ: $Q = \frac{a^2\tau^3}{3R}$

***4) Бесконечная плоскость заряжена отрицательно с поверхностной плотностью σ = 35,4нКл/м². По направлению силовой линии поля, созданного плоскостью, летит электрон. Определить минимальное расстояние $l_{min}$ на которое может подойти к плоскости электрон, если на расстоянии $l_0$=5см он имел кинетическую энергию T = 80эВ.***

Дано:

$\sigma = 35{,}4\cdot 10^{-9}$ Кл/м²

$l_0 = 0{,}05$ м

$T = 80$ эВ

$l_{min}$ - ?

Решение:

$eU = T$

$eEl = T; l = \frac{T}{eE}$

$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}; l = \frac{2\varepsilon_0 T}{e\sigma}$

$l_{min} = l_0 - l = l_0 - \frac{2\varepsilon_0 T}{e\sigma} = 0{,}04$м

Ответ: 0,04 м.

# БИЛЕТ 2

***1) Вектор напряжённости магнитного поля. Принцип суперпозиции полей. Теорема о циркуляции напряжённости магнитного поля в интегр. и диффер. формах.***

В магнетиках, помещённых в магнитное поле возникают токи намагничивания, поэтому циркуляция вектора В определяется не только токами проводимости, но и токами намагничивания $\oint\boldsymbol{\overline{B}\ d\overline{l} = \mu o(I + I')}$ . Циркуляция намагниченности $\oint\boldsymbol{\overline{J}\,d\overline{l} = I'}$ ,

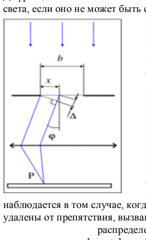
$\oint(\frac{\overline{B}}{\mu 0} - \overline{J})\,\boldsymbol{d\overline{l} = I}$ , отсюда вектор напряжённости (А\м) $\boldsymbol{\overline{H} = (\frac{\overline{B}}{\mu 0} - \overline{J})}$.

Теорема о циркуляции: Циркуляция вектора *H* по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости, охватываемых этим контуром. $\oint\boldsymbol{\overline{H}d\overline{l} = I}$ **инт.форма,** $\boldsymbol{\overline{\nabla}\times\ \overline{H} = \overline{J}}$ **диф.форма,** ротор *H* равен плотности тока проводимости.

Принцип суперпозиции: магнитное поле, создаваемое несколькими движущимися зарядами или токами равно векторной сумме магн. полей, создаваемым каждым зарядом или током в отдельности. $\boldsymbol{\overline{B}\Sigma = \sum\overline{B}i}$

***2) Дифракция Фраунгофера на щели. Предельный переход от волновой оптики к геометрической.***

Дифракция – это явление отклонения от прямолинейного распространения света, если оно не может быть следствием отражения, преломления или изгибания



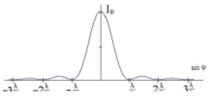

световых лучей, вызванным пространственным изменением показателя преломления. При этом отклонение от законов геометрической оптики тем меньше, чем меньше длина волны света. Рассмотрим дифракционную картину от узкой длинной щели шириной b, на которую нормально падает плоская волна. Элементарные участки волнового фронта в форме узких длинных полосок, параллельных краям щели, становятся источниками вторичных цилиндрических волн. Разобьем волновую поверхность в щели на маленькие участки dx, каждый из них в точке P создает колебание **dA=K$a_0$cos(ωt-k▲) где▲=xsinφ**– геометрическая разность хода лучей от края щели и от луча на расстоянии x от края.**Дифракция Фраунгофера** наблюдается в том случае, когда источник света и точка наблюдения бесконечно удалены от препятствия, вызвавшего дифракцию.

распределение интенсивности(sin):

**asinφ=+-λm-min; asinφ=+-(2m+1)λm-max**

Геометрическая оптика является приближенным предельным случаем, в кот-ый переходит волновая оптика, когда длина свет волны стремится к нулю.

При построении методами геометрической оптики размеры щели и изображения на (параллельно расположенном) экране будут одинаковыми независимо от расстояния l между экраном и перегородкой со щелью.Если строить изображение щели методом волновой оптики, то граница тени соответствует первому минимуму, положение которого определяется углом φ≈λ/b. Следовательно, если величина lλ/b²<<1 , то результаты построения методами волновой и геометрической оптики практически совпадают.




***3) Провод, имеющий форму параболы y = кх², находится в однородном магнитном поле B, перпендикулярном плоскости Oxy. Из вершины параболы перемещают поступательно и без начальной скорости проводящую перемычку (параллельную оси (Ox) с постоянным ускорением* а. *Найти ЭДС индукции в образовавшемся контуре, как функцию y.***

3.288

$y = k\cdot x^2$ $\quad \varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt}$ $\quad \Phi = B\cdot S$ $\quad x = \sqrt{\frac{y}{k}}$ $\quad U = 2\cdot\varepsilon$ (т. к. интегрирование только по одной ветви параболы)

B

t = 0

1. v = const $\quad$ 1. $v\cdot t = y$ $\quad S(t) = \int_0^{v\cdot t}\sqrt{\frac{y}{k}}dy = \frac{2}{3}\cdot\left(v\cdot\frac{t}{k}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot k$ $\quad \varepsilon = \frac{d}{dt}B\cdot\frac{2}{3}\cdot\left(v\cdot\frac{t}{k}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot k = B\cdot\sqrt{v\cdot\frac{t}{k}}\cdot v = B\cdot v\cdot\sqrt{\frac{y}{k}}$

2. a = const

$U_1 = 2\cdot B\cdot v\cdot\sqrt{\frac{y}{k}}$

2. $y = \frac{a\cdot t^2}{2}$

$S(t) = \int_0^{\frac{a\cdot t^2}{2}}\sqrt{\frac{y}{k}}dy = \frac{1}{6}\cdot\sqrt{2}\cdot\left(a\cdot\frac{t^2}{k}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot k$ $\quad \varepsilon = \frac{d}{dt}\frac{1}{6}\cdot\sqrt{2}\cdot\left(a\cdot\frac{t^2}{k}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot k\cdot B = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\left(a\cdot\frac{t^2}{k}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot a\cdot t\cdot B = \sqrt{\frac{2a}{k}}\cdot\frac{a\cdot t^2}{2} = \sqrt{\frac{2a}{k}}\cdot y\cdot B$ $\quad U_2 = \sqrt{\frac{8a}{k}}\cdot y\cdot B$

● **9.1. Э. д. с. индукции.** *Провод, имеющий форму параболы $y = kx^2$, находится в однородном магнитном поле* **B**, *перпендикулярном плоскости XY. Из вершины параболы перемещают поступательно и без начальной скорости перемычку с постоянным ускорением a* (рис. 9.17). *Найти э. д. с. индукции в образовавшемся контуре как функцию координаты y.*

Решение. По определению $\mathcal{E}_i = -d\Phi/dt$. Выбрав нормаль **n** к плоскости контура в направлении вектора **B**, запишем: $d\Phi = B\,dS$, где $dS = 2x\,dy$. Теперь учтем, что $x = \sqrt{y/k}$, тогда

$$\mathcal{E}_i = -B\cdot 2\sqrt{y/k}\,dy/dt.$$

При движении с постоянным ускорением скорость $dy/dt = \sqrt{2ay}$, поэтому

$$\mathcal{E}_i = -By\sqrt{8a/k}.$$

Из полученной формулы видно, что $\mathcal{E}_i \propto y$. Знак минус показывает, что $\mathcal{E}_i$ на рисунке действует против часовой стрелки.

***4) Определить заряд Q прошедший по проводу с сопротивлением R = 3Ом при равномерном нарастании напряжения на концах провода от $U_0$ = 2В до U = 4В в течение t = 20с.***

Решение. Так как сила тока в проводе изменяется, то воспользоваться для подсчета заряда формулой $Q = It$ нельзя. Поэтому возьмем дифференциал заряда $dQ = I\,dt$ и проинтегрируем:

$$Q = \int_0^t I\,dt. \tag{1}$$

Выразив силу тока по закону Ома, получим

$$Q = \int_0^t \frac{U}{R}\,dt. \tag{2}$$

Напряжение $U$ в данном случае переменное. В силу равномерности нарастания оно может быть выражено формулой

$$U = U_0 + kt, \tag{3}$$

где $k$ — коэффициент пропорциональности. Подставив это выражение $U$ в формулу (2), найдем

$$Q = \int_0^t\left(\frac{U_0}{R} + \frac{kt}{R}\right)dt = \frac{U_0}{R}\int_0^t dt + \frac{k}{R}\int_0^t t\,dt.$$

Проинтегрировав, получим

$$Q = \frac{U_0 t}{R} + \frac{kt^2}{2R} = \frac{t}{2R}(2U_0 + kt). \tag{4}$$

Значение коэффициента пропорциональности $k$ найдем из формулы (3), если заметим, что при $t = 20$ с $U = 4$ В:

$k = (U - U_0)/t = 0{,}1$ В/с.

Подставив значения величин в формулу (4), найдем

$Q = 20$ Кл.

# БИЛЕТ 3

***1) Магнитное поле в веществе. Намагниченность вещества. Связь век-ов индукции магн поля, намагниченности и напряжённости магн поля. Магнитная восприимчивость и проницаемость. Диамагнетики, парамагнетики, ферромагнетики. Поле на границе раздела магнетиков.***

Если несущие ток провода находятся в какой-либо среде, магнитное поле изменится. Это из-за того, что любое вещество является магнетиком (способно под действием магнитного поля приобретать магнитный момент(намагничиваться)). Намагниченное вещ-во создаёт магнитное поле B`. $B_o$-магнитное поле, обусловленное токами. **B= B`+$B_o$.**

Степень намагничивания магнетика хар-ся магнитным моментом на единицу объёма - намагниченность. Вектор намагниченности характеризует магнитные сво-ва вещества(магнетика).

$\boldsymbol{\overline{J}} = \frac{\sum_{\Delta V}\overline{P}m}{\Delta V}$(А/м)

Связь векторов

$\oint\boldsymbol{\overline{J}\,d\overline{l} = I'}$ , где I-ток проводимости, I`-ток намагничивания

$\oint\boldsymbol{\overline{B}\ d\overline{l} = \mu o(I + I')}$ $\oint(\frac{\overline{B}}{\mu 0} - \overline{J})\,\boldsymbol{d\overline{l} = I}$, отсюда вектор напряжённости (А\м)$\boldsymbol{\overline{H} = (\frac{\overline{B}}{\mu 0} - \overline{J})}$, $\oint\boldsymbol{\overline{H}d\overline{l} = I}$ ,$\boldsymbol{\overline{\nabla}\times\ \overline{H} = \overline{j}}$

$\boldsymbol{\overline{J} = x\overline{H}}x -$ магнитная восприимчивость $\boldsymbol{B = \mu\mu 0H}$, где $\mu = 1 + x$ - магнитная проницаемость.

1) Диамагнетики – это магнетики, у которых магнитная восприимчивость принимает отрицательные значения, но при этом выполняется **0<μ=1+x<1.** **Так как** $\boldsymbol{\overline{J} = x\overline{H} = x\left(\frac{\overline{B}}{\mu o} - \overline{J}\right)}$, **откуда** $\boldsymbol{\overline{J} = \frac{x}{1+x}\frac{\overline{B}}{\mu o}}$, то у диамагнетиков вектор намагниченности направлен против вектора индукции магнитного поля. Диамагнетики выталкиваются из области сильного магнитного поля.

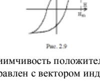


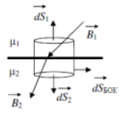
Рис. 2.9

2) Парамагнетики – магнетики, у которых магнитная восприимчивость положительна, но не принимает больших значений. Вектор намагниченности сонаправлен с вектором индукции.

3) Ферромагнетики – это вещества, обладающие самопроизвольной намагниченностью, которая сильно изменяется под влиянием внешних воздействий – магнитного поля, деформации, температуры. Для ферромагнетиков характерно явление магнитно гистерезиса: связь между B и H и J и H оказывается неоднозначной, а определяется предшествующей историей намагничивания ферр-ка. На рисунке петля гистерезиса.

**Соотношения для векторов магнитного поля на границе раздела магнетиков.**

Рассмотрим плоскую границу раздела двух магнетиков, с обеих сторон от которой магнитное поле можно считать однородным. По теореме Гаусса для магнитного поля $\oiint_S\ \boldsymbol{(\overline{B}, d\overline{S}) = 0}$. В качестве поверхности S возьмём прямой цилиндр, основания которого параллельны границе, и граница делит этот цилиндр пополам. Тогда $\oiint_S\ \boldsymbol{(\overline{B}, d\overline{S})} = \iint_{S1}\boldsymbol{(\overline{B}, d\overline{S})} + \iint_{S2}\boldsymbol{(\overline{B}, d\overline{S})} + \iint_{S\text{бок}}\boldsymbol{(\overline{B}, d\overline{S}) = 0}$. При стягивании цилиндра к границе $\iint_{S\text{бок}}\boldsymbol{(\overline{B}, d\overline{S}) \to 0}$ поэтому $\oiint_S\ \boldsymbol{(\overline{B}, d\overline{S})} \to \boldsymbol{(B2n - B1n)S}\text{осн} = \boldsymbol{0}$. Таким образом, на границе должно выполняться соотношение




B2n=B1n, **при переходе через границу раздела магнетиков нормальная составляющая вектора индукции магнитного поля не изменяется.**

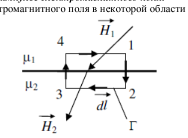
Для H:В качестве замкнутой траектории рассмотрим прямоугольник, две стороны которого параллельны границе раздела магнетиков, и граница делит прямоугольник пополам. Выбираем направление в контуре обхода по часовой стрелке. Тогда $\oint_\Gamma\ \boldsymbol{(\overline{H}, d\overline{l})} = \oint_1^2\boldsymbol{(\overline{H}, d\overline{l})} + \oint_2^3\boldsymbol{(\overline{H}, d\overline{l})} + \oint_3^4\boldsymbol{(\overline{H}, d\overline{l})} + \oint_4^1\boldsymbol{(\overline{H}, d\overline{l})} = \sum_k \boldsymbol{I}\text{ст\_}\boldsymbol{k}$

При стягивание контуры от 2-3 и 4-1 стремятся к 0. Поэтому $\boldsymbol{H1t - H2t} = \frac{\sum_k I\text{ст}_k}{l} = \boldsymbol{i}$пов.

Изменение величины касательной проекции вектора напряженности магнитного поля при переходе через границу равно линейной плотности токов проводимости на границе. Если $i$пов $= 0$, то при переходе через границу раздела магнетиков (при отсутствии тока) касательная составляющая вектора напряжённости магнитного поля остаётся неизменной.

***2) Теорема Пойтинга. Вектор Пойтинга. Энергия и импульс электромагнитного поля.***

Теорема Пойнтинга: скорость изменения энергии электромагнитного поля в некоторой области равна, с обратным законом, сумме мощности выделения теплоты и потока ветора Пойтинга через границу области, ориентированную наружу.




$$-\frac{\partial W}{\partial t} = -\oiint_S(\overline{\Pi}, d\overline{S}) + \frac{\partial Q}{\partial t}$$

Вектор Пойнтинга - это вектор плотности потока энергии электромагнитного поля. Вектор Пойнтинга S можно определить через векторное произведение двух векторов: $\boldsymbol{S = E \times H}$. Направлен по движению волны.

Модуль вектора Пойнтинга равен количеству энергии, переносимой через единичную площадь, нормальную к S, в единицу времени. Своим направлением вектор определяет направление переноса энергии. Поскольку тангенциальные компоненты E и H к границе раздела двух сред непрерывны, то нормальная составляющая вектора S непрерывна на границе двух сред.

Энергия и импульс электромагнитного поля

Объемн пл. *w* энергии эм. волны складывается из объемных эл. и магн. полей:

$\boldsymbol{w_{\text{эл}} = w_{\text{м}}}$.

Умножив плотность энергии *w* на скорость *v* распространения волны в среде, получим $\boldsymbol{S = wv = EH -}$ модуль плотности потока энергии:

Тах как векторы **E** и **H** взаимно перпендикулярны и образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему, то направление вектора [**EH**] совпадает с направлением переноса энергии, а модуль этого вектора равен ***EH***.

Импульс электромагнитного поля: $\boldsymbol{p = \frac{w}{c}}$

***3) Ток текущий по длинному прямому соленоиду, радиус сечения которого R, меняют так, что магнитное поле внутри соленоида возрастает со временем по закону B = βt², где β — постоянная. Найти плотность тока смещения как функцию расстояния r от оси соленоида.***

**3.236** Ток, проходящий по обмотке длинного прямого соленоида радиусом $R$, изменяют так, что магнитное поле внутри соленоида растет со временем по закону $B = At^2$, где $A$ — некоторая постоянная. Определите плотность тока смещения как функцию расстояния $r$ от оси соленоида. Постройте график зависимости $j_{\text{см}}(r)$.

| *Дано* | *Решение* |
|---|---|
| $R$<br>$B = At^2$<br>$A = \text{const}$<br>$j_{\text{см}}(r)$ — ? | $j_{\text{см}} = \frac{\partial D}{\partial t}$,<br>$\oint_L \mathbf{E}\,d\mathbf{l} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\,d\mathbf{S}$,<br>$B = At^2$, $\quad \frac{\partial B}{\partial t} = 2At$; |

$r < R$, $\quad 2\pi rE = \pi r^2\cdot 2At$, $\quad E = Atr$, $\quad j_{\text{см}} = -\varepsilon_0 Ar$;

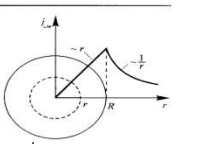
$r > R$, $\quad 2\pi rE = \pi R^2\cdot 2At$, $\quad E = \frac{R^2 At}{r}$, $\quad j_{\text{см}} = \frac{\varepsilon_0 AR^2}{r}$;

$r = R$, $\quad E = AtR$, $\quad j_{\text{см}} = \varepsilon_0 AR$.

*Ответ* $\quad j_{\text{см}} = -\varepsilon_0 Ar\ (r < R)$;

$j_{\text{см}} = \frac{\varepsilon_0 AR^2}{r}\ (r > R)$;

$j_{\text{см}} = \varepsilon_0 AR\ (r = R)$.




***4) Система состоит из шара радиуса R, заряженного сферически - симметрично, и окружающей среды, заполненной зарядом с объемной плотностью ρ = α/r, где α - постоянная, r - расстояние от центра шара. Пренебрегая влиянием вещества, найти заряд шара, при котором модуль напряженности электрического поля вне шара не зависит от r. Чему равна эта напряженность?***

№3.26

Дано: $R$; $\rho = \frac{\alpha}{r}$; $E(r) = \text{const}$; $q = ?$; $E = ?$

Решение:

По т. Гаусса:

$E\cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} + \frac{1}{\varepsilon_0}\int_R^r \frac{\alpha}{r}4\pi r^2 dr$

$\frac{4\pi\alpha}{2\varepsilon_0}(r^2 - R^2) = \frac{2\pi\alpha}{\varepsilon_0}(r^2 - R^2)$

$E\cdot\varepsilon_0 4\pi r^2 = q + 2\pi\alpha r^2 - 2\pi\alpha R^2$

$E = \frac{\alpha}{2\varepsilon_0} + \frac{q - 2\pi\alpha R^2}{4\varepsilon_0\pi r^2}$ - не зависит от r

при $q = 2\pi\alpha R^2$. При этом $E = \frac{\alpha}{2\varepsilon_0}$

Ответ: $q = 2\pi\alpha R^2$ ; $E = \frac{\alpha}{2\varepsilon_0}$

# БИЛЕТ 4

***1) Работа электростатического поля при перемещении зарядов. Потенциал электростатического поля. Связь напряженности и потенциала. Уравнение Пуассона.***

**Работа при перемещении $Q_0$ из точки 1 в точку 2:**

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{QQ_0}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r1}^{r2}\frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{QQ_0}{r_1} - \frac{QQ_0}{r_2}\right)$$

не зависит от траектории перемещения. Следовательно эл.стат. поле точечного заряда является потенциальным, а эл.стат. силы - консервативными.

**Потенциал поля.**

Потенциальная энергия заряда $Q_0$ в поле заряда Q на расстоянии r:

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{QQ_0}{r}$$

. Если поле создано системой точечных зарядов, то энергия заряда $Q_0$ равна сумме его потенциальных энергий, создаваемых каждым зарядом в отдельности.

$$U = \sum_{i=1}^{n} U_i = Q_0\sum_{i=1}^{n}\frac{Q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$

Потенциал в какой-либо точке эл.стат. поля есть физическая величина, определяемая потенциальной энергией положительного заряда, помещённого в эту точку.

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}.$$

Разность потенциалов двух точек равна работе при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_l\, dl$$

**Связь напряженности и потенциала.**

Работа по перемещению единичного положительного заряда вдоль оси X равна

при $x_2 - x_1 = dx$ $E_x dx = \varphi_2 - \varphi_1 = -d\varphi \Rightarrow E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}$, повторив это для осей y,z,

получим:

$$E = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}i + \frac{\partial\varphi}{\partial y}j + \frac{\partial\varphi}{\partial z}k\right) \quad\Rightarrow\quad E = -grad\,\varphi$$

Эквипотенциальная поверхность – поверхность во всех точках которой потенциал имеет одно и тоже значение.

**Уравнение Пауссона.**

$\nabla^2\varphi = -\rho/\varepsilon_0$, где $\nabla^2$- div(grad $\varphi$) - скаляр.

***2) Электромагнитная индукция. Закон Фарадея. Правило Ленца. Самоиндукция. Взаимная индукция. Энергия и плотность энергии магнитного поля.***

**ЭМ индукция –** явление возникновения электрического тока в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока, охватываемого этим контуром.

**Закон Фарадея**

Величина ЭДС определяется скоростью изменения магнитного потока:

$\varepsilon_i = -\frac{d}{dt}\iint_S (\vec{B}, d\vec{S})$

**Правило Ленца:** индукционный ток направлен так, чтобы создаваемое им магнитное поле компенсировало изменение магнитного потока.

Из интегральной формы закона электромагнитной индукции (закона Фарадея)

$$\oint_\Gamma \left(\vec{E}_{CT}, d\vec{l}\right) = -\frac{d}{dt}\iint_S \left(\vec{B}, d\vec{S}\right)$$

с помощью теоремы Стокса $\oint_\Gamma \left(\vec{E}_{CT}, d\vec{l}\right) = \iint_S \left(rot\left(\vec{E}_{CT}\right), d\vec{S}\right)$ можно получить дифференциальную форму

$$rot\left(\vec{E}_{CT}\right) = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}.$$

*При изменении во времени индукции магнитного поля в данной точке пространства, в окрестности этой точки появится поле сторонних сил, ротор векторов которого пропорционален скорости изменения вектора магнитной индукции.*

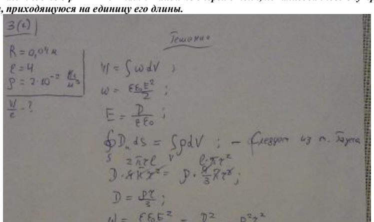
При изменении силы тока I в контуре будет изменяться и магнитный поток через площадку контура Ф, поэтому в контуре появится индукционный ток, направление которого определяется правилом Ленца. Это явление называется **самоиндукцией**.

$\varepsilon_{si} = -L\frac{dI}{dt}$, где L – индуктивность - коэффициент пропорциональности в выражении.

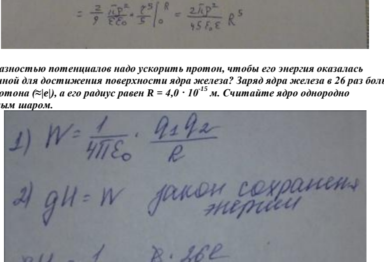
Энергия магнитного поля, создаваемая в катушке индуктивности L электрическим током силой I, определяется формулой $W_M = \frac{LI^2}{2}$. Индуктивность катушки $L = \mu\mu_0\frac{N^2}{l}\pi R^2$, индукция магнитного поля в катушке $B = \mu\mu_0\frac{N}{l}I$, напряженность магнитного поля $H = \frac{B}{\mu\mu_0} = \frac{N}{l}I$. Тогда $W_M = \frac{1}{2}VBH$. Объемная плотность энергии $w = \frac{BH}{2} = \frac{(\vec{B},\vec{H})}{2}$

Явление возникновения ЭДС в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется взаимной индукцией. Рассмотрим два неподвижных контура (1 и 2), расположенных достаточно близко друг от друга. Обозначим через $\Phi_{21}$ ту часть потока, которая пронизывает контур 2. Если ток $I_1$ изменяется, то в контуре 2 индуцируется ЭДС $\varepsilon_{12}$, которая по закону Фарадея равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока $\Phi_{21}$, созданного током в первом контуре и пронизывающего второй: $\varepsilon_1 = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}$

***3) Длинный цилиндр радиусом R = 4см из диэлектрика (ε = 4) заряжен по объему с постоянной объемной плотностью ρ = 2 · 10^-8 Кл/м^3. Найдите энергию поля, локализованного внутри цилиндра, приходящуюся на единицу его длины.***



***4.Какой разностью потенциалов надо ускорить протон, чтобы его энергия оказалась достаточной для достижения поверхности ядра железа? Заряд ядра железа в 26 раз больше заряда протона (≈|e|), а его радиус равен R = 4,0 · 10^-15 м. Считайте ядро однородно заряженным шаром.***



# БИЛЕТ 5

***1) Вектор индукции магнитного поля. Закон Био-Савара-Лапласа. Принцип суперпозиции магнитных полей. Теорема о циркуляции вектора индукции магнитного поля в интегральной и дифференциальной формах.***

Магнитное поле характеризуется вектором магнитной индукции $\vec{B}$. Величина индукции измеряется в Теслах. Силовой линией магнитного поля называется линия в пространстве, касательная к которой в каждой точке направлена как вектор $\vec{B}$.

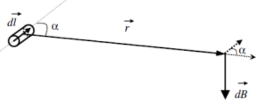
**Закон Био-Саввара:** Закон Био-Савара-Лапласа определяет величину модуля вектора магнитной индукции в точке, выбранной произвольно находящейся в магнитном поле. Поле при этом создано постоянным током на некотором участке.

**Формулировка закона Био-Савара-Лапласа имеет вид:** При прохождении постоянного тока по замкнутому контуру, находящемуся в вакууме, для точки, отстоящей на расстоянии $r_0$, от контура магнитная индукция будет иметь вид.

$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I(d\vec{l}\times\vec{r})}{r^3}$, Величина вектора: $dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\sin\alpha$, где

dl — Вектор, по модулю равный длине dl элемента проводника и совпадающий по направлению с током;

r — Расстояние от провода до точки, где мы вычисляем магнитную индукцию.



Для магнитного поля, как и для электрического, **справедлив принцип суперпозиции:** магнитная индукция результирующего поля, создаваемого несколькими токами или движущимися зарядами, равна векторной сумме магнитных индукций складываемых полей, создаваемых каждым током или движущимся зарядом в отдельности:

$$B = \sum B$$

**Теорема о циркуляции:**

Циркуляция вектора индукции магнитного поля по любому ориентированному замкнутому контуру пропорциональна алгебраической сумме токов, пронизывающих ориентированную площадку, ограниченную контуром. Ориентация контура и площадки согласованны правилом правого винта. Коэф-т пропорциональности - магнитная постоянная.

$$\oint (\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0\sum_k I_k$$

Теорема о циркуляции в интегральном виде: $\oint_\Gamma (\vec{B}, d\vec{l}) = \iint_s (rot(\vec{B}), d\vec{S}) = \mu_0\iint_s (\vec{j}, d\vec{S})$

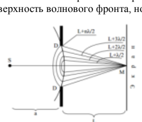
В дифференциальной форме: $rot(\vec{B}) = \mu_0\vec{j}$

***2) Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля. Дифракция на круглом отверстии и круглом диске.***

Дифракция - это явление отклонения света от прямолинейного прохождения, если оно не может быть следствием отражения, преломления или изгибания световых лучей, вызванным пространственным изменением показателя преломления. При этом отклонение от законов геометрической оптики тем меньше, чем меньше длина волны света.

- **Принцип Гюйгенса-Френеля**

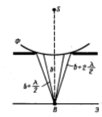
следует рассматривать как рецепт приближенного решения дифракционных задач. В основе его лежит допущение о том, что каждый элемент поверхности волнового фронта можно рассматривать как источник вторичных волн, распространяющихся во всех направлениях. Эти волны когерентны, так как они возбуждены одной и той же первичной волной. Результирующее поле в точке наблюдения P может быть найдено как результат интерференции вторичных волн. В качестве поверхности вторичных источников может быть выбрана не только поверхность волнового фронта, но и любая другая замкнутая поверхность. При этом фазы и амплитуды вторичных волн определяются значениями фазы и амплитуды первичной волны.



- **Метод зон Френеля.**

Френель предложил мысленно разбить волн фронт в месте расположения преграды на кольцевые зоны или полосы-зоны в случае дифракции от щели. Размеры зон выбирают таким образом, чтобы расстояния от краев соседних зон до точки M отличались на λ/2.Если в отверстии DD укладывается четное число зон (n=2k), то в точке M наблюдается интерференционный минимум. Когда n - нечетное, то в точке M – светло(интерференционный максимум), т.к. одна зона остается негашеной (n=2k+1).

- **Дифракция Френеля на кругом отверстии:**



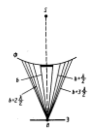
часть волновой поверхности Ф на зоны Френеля. Вид дифракционной картины будет зависеть от количества зон Френеля, укладывающихся в отверстии. Амплитуда результирующего колебания в точке B равна: $A = A_1/2 +- A_m/2$(плюс для нечетных m, минус - для четных). Дифракционная картина от круглого отверстия вблизи точки B будет иметь вид чередующихся светлых и темных колец.

- **Дифракция Френеля на диске**

Пусть диск закрывает m первых зон Френеля. Тогда амплитуда результирующего колебания в точке B равна: $\mathbf{A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - .. = A_{m+1}/2 + (A_{m+1}/2 - A_{m+2} + A_{m+3}/2..)}$.

Т.к. слагаемое в скобках равно 0, то $\mathbf{A = A_{m+1}/2}$.

Следовательно, в точке B всегда будет светлое пятно, окруженное концентрическими светлыми и темными кольцами, а интенсивность убывает с расстоянием от центров картины.

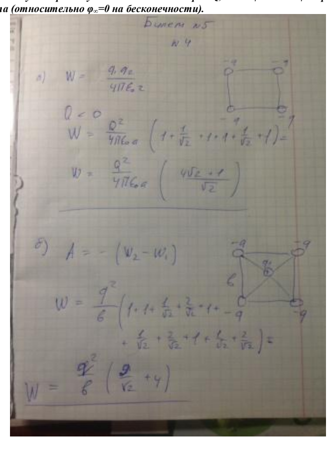


***3) Определите энергию протона, который движется в однородном магнитном поле с индукцией B по винтовой линии радиусом R и шагом «винта» h.***

Разложим скорость протона $\vec{v}$ на две составляющие: $\vec{v}_\tau$, направленную вдоль поля, и $\vec{v}_n$, направленную перпендикулярно к полю. Проекция траектории электрона на плоскость, перпендикулярную к индукции $\vec{B}$, представляет собой окружность, радиус которой определяется формулой $R = \frac{mv_n}{eB} = \frac{m(v\sin\alpha)}{eB}$ (см. задачу 11.69). Отсюда $v = \frac{eBR}{m\sin\alpha}$. Кинетическая энергия протона $W = \frac{mv^2}{2}$. Подставляя выражение для $v$, получим $W = \frac{e^2B^2R^2}{2m\sin^2\alpha}$. Подставляя числовые данные, получим $W = 6{,}9\cdot10^{-17}$ Дж или $W = 431$ эВ.



***4) Четыре равных точечных заряда Q расположены в вершинах квадрата со стороной b. а) Чему равна электрическая энергия системы? б) Какую потенциальную энергию будет иметь пятый заряд Q, помещенный в центре квадрата (относительно $\varphi_\infty$=0 на бесконечности).***



# БИЛЕТ 6

***1) Электрический заряд. Закон Кулона. Напряженность электростатического поля. Принцип суперпозиции.***

**Электрический заряд.** Наряду с массой, одним из свойств частиц вещества яв-ся электрический заряд. Различают два вида электрического заряда: положительный и отрицательный. О наличии заряда у тела судят по его взаимодействию с другими заряженными частицами. При этом одноименно заряженные тела отталкиваются, разноименные притягиваются.

Элементарным зарядом наз-ся абсолютная величина электрического заряда электрона или ядра атома водорода-протона. В СИ величина элементарного заряда равна $e = 1.6*10^{-19}$Кл. Любой электрический заряд кратен элементарному заряду.

Электрические заряды могут появляться или исчезать только попарно. Отсюда следует: закон сохранения электрического заряда – сумма зарядов в замкнутой(изолированной) системе остается постоянной.

Точечным электрическим зарядом наз-ся заряженное тело, размерами которого(в условиях данной задачи) можно пренебречь.

**Закон Кулона.** Опыт показывает, что взаимодействие точечных зарядов определяется законом Кулона: $\mathbf{F = k\frac{|q_1 * q_2|}{R^2}}$, где $\mathbf{k = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}}$ - постоянный коэффициент.

Два точечных неподвижных заряда, находящихся на расстояние R друг от друга взаимодействуют друг с другом с силой, величина которой пропорциональная произведение величин зарядов и обратно пропорциональная квадрату расстояния между ними.

Для закона Кулона справедливо утверждение: вектор силы, действующий на точечный заряд со стороны остальных зарядов равен векторной сумме сил, действующих со стороны каждого заряда в отдельности $\vec{F} = \sum_i \vec{F_i}$.

**Напряженность электростатического поля.** По современным представлениям электрические заряды взаимодействуют посредством некоторой материальной субстанции, которая наз-ся электрическое поле и яв-ся одной из форм проявления электромагнитного поля.

Электрическое поле характеризуется силовой характеристикой – вектором напряженности, который определяется как отношение вектора силы, действующей на точечный заряд q, помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$.

Величина напряженности измеряется $\frac{\text{Н}}{\text{Кл}}$ или $\frac{\text{В}}{\text{м}}$. Зная напряженность в данной точке можно найти силу, действующую на заряд $\vec{F} = q * \vec{E}$. Отсюда видно, что на положительно заряженные частицы сила действует по направлению вектора напряженности электрического поля, а на отрицательно заряженные – против.

Правило: чтобы найти направление вектора напряженности электрического поля в данной точке, надо поместить в эту точку положительный заряд. Тогда вектор напряженности будет направлен так же как и вектор силы, действующей на заряд.

**Принцип суперпозиций для электрического поля:** Вектор напряженности поля, создаваемого системой зарядов, равен векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым из зарядов в отдельности: $\vec{E} = \sum_i \vec{F_i}$.

Это следует из того, что силы складываются как векторы $\vec{F} = \sum_i \vec{F_i}$, поэтому $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{\sum_i \vec{F_i}}{q} = \sum_i \frac{\vec{F_i}}{q} = \sum_i \vec{E_i}$.

***2) Дифракция рентгеновских лучей. Формула Вульфа-Брэггов. Понятие о рентгеноструктурном анализе.***

В природе в роли дифракционных решёток выступают вещества, имеющие кристаллическую структуру. Для таких веществ характерно упорядоченное расположение атомов или молекул в пространстве. При их облучении электромагнитными волнами последние испытывают явление дифракции на атомах или молекулах, в результате становится возможными наблюдать перераспределение интенсивности падающей волны. В кристаллах в роли щелей выступают атомы или молекулы, а период решётки определяется межатомным расстоянием d. Учитывая, что порядок величины $d = 10^{-8}$ м, для увеличения разрешающей способности и дисперсии дифр решетки расстояние между щелями $d << \lambda$ поэтому необходимо использовать электромагнитные волны с очень малой длиной волны. Для этой цели подходят электромагнитные волны рентгеновского диапазона с длиной волны $\lambda = 10^{-12}$

Изучение структуры кристаллических, а также поликристаллических веществ с помощью явления дифракции электромагнитных волн рентгеновского диапазона составляет сущность рентгеноструктурного анализа**.**

-формула Вульфа - Брэггов**.** Из этой формулы следует, что при известной длине волны и порядке наблюдаемого дифракционного макс расстояние между кристаллическими плоскостями d может быть найдено из формулы: $d = 0.5m\lambda/\sin\theta$

**-Рентгеноструктурный анализ**

Спектральный состав излучения, т. е. измерение его длин волн, можно определить с помощью формулы Вульфа-Брэггов.

**-Метод Лауэ**, в котором узкий пучок рентгеновского излучения направляется на исследуемый монокристалл. В результате на помещенной за кристаллом фотопластинке получается система пятен-максимумов. А по расстояниям между максимумами и их интенсивности можно расшифровать структуру данного кристалла.

**-Метод Дебая-Шерера** используется узкий пучок мон-кого рентгеновского изл. и образец в виде поликристалла. Исследуемый кристалл предварительно измельчают в порошок, и из него прессуется образец в виде стерженька.

Рентгенограмма образца, полученная по этому методу — дебайграмма — имеет вид системы концентрических колец. Ее расшифровка также позволяет определить структуру кристалла.

***3) На длинный соленоид, имеющий диаметр сечения d = 5 см и содержащий n = 20 витков на 1 см длины, плотно надет круговой виток из медного провода сечением S=1,0 мм2. Найти ток в витке, если ток в обмотке соленоида увеличивают с постоянной скоростью I = 100А/С. Магнитным полем индукционного тока пренебречь. Удельное сопротивление меди ρ = 16 нОм·м.***

Задача

На длинный прямой соленоид, имеющий диаметр сечения d=5см и содержащий n=20 витков на один сантиметр длины, плотно надет круговой виток из медного провода сечением S=1 мм2. Найти ток в витке, если ток в обмотке соленоида увеличивается с постоянной скоростью I'=100 A/с. Индуктивностью витка пренебречь. (Иродов №3.309)

**Дано:**

$d = 5\cdot10^{-2}$ м

$n = \frac{20}{1\cdot10^{-2}}$ м$^{-1}$

$S = 1\cdot10^{-3\cdot2}$ м$^2$

$I' = 100$ А/с $\qquad \rho = 1.6\cdot10^{-8}$ Ом м

**Найти:**

I-?

**Решение:**

Магнитное в центре длинного соленоида:

$$B = \mu_0 n I \qquad (1)$$

Изменение потока через виток

$$\frac{d\Phi}{dt} = S\cdot B'$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\pi\cdot d^2}{4}\cdot\mu_0\cdot n\cdot I' \qquad (2)$$

ЭДС индукции в витке (по модулю)

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt}$$

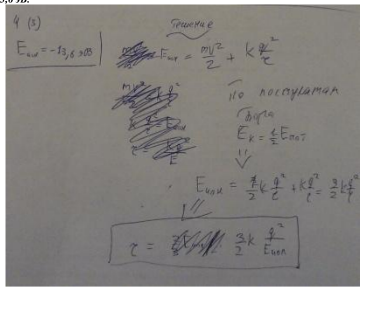
$$I\cdot R = \frac{\pi\cdot d^2}{4}\cdot\mu_0\cdot n\cdot I'$$

$$I\cdot\rho\cdot\frac{\pi\cdot d}{S} = \frac{\pi\cdot d^2}{4}\cdot\mu_0\cdot n\cdot I'$$

$$I = \frac{1}{4}\cdot\frac{\mu_0\cdot n\cdot I'\cdot d\cdot S}{\rho} \qquad (3)$$

$I = 0.196$ А

***4) В модели атома водорода Бора электрон вращается вокруг ядра (протона) по круговой орбите радиусом r. Определите r, зная, что энергия ионизации (т.е. энергия, необходимая для отрыва электрона) по результатам измерения равна $E_{ион}$ = -13,6 эВ.***



# БИЛЕТ 7

***1) Вектор индукции магнитного поля. Закон Био-Савара-Лапласа. Принцип суперпозиции магнитных полей. Теорема о циркуляции вектора индукции магнитного поля в интегральной и дифференциальной формах.***

Магнитное поле характеризуется вектором магнитной индукции $\vec{B}$. Величина индукции измеряется в Теслах. Силовой линией магнитного поля называется линия в пространстве, касательная к которой в каждой точке направлена как вектор $\vec{B}$.

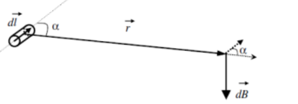
**Закон Био-Саввара:** Закон Био-Савара-Лапласа определяет величину модуля вектора магнитной индукции в точке, выбранной произвольно находящейся в магнитном поле. Поле при этом создано постоянным током на некотором участке.

**Формулировка закона Био-Савара-Лапласа имеет вид:** При прохождении постоянного тока по замкнутому контуру, находящемуся в вакууме, для точки, отстоящей на расстоянии $r_0$, от контура магнитная индукция будет иметь вид.

$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I(d\vec{l}\times\vec{r})}{r^3}$, Величина вектора: $dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\sin\alpha$, где

dl — Вектор, по модулю равный длине dl элемента проводника и совпадающий по направлению с током;

r — Расстояние от провода до точки, где мы вычисляем магнитную индукцию.




Для магнитного поля, как и для электрического, **справедлив принцип суперпозиции:** магнитная индукция результирующего поля, создаваемого несколькими токами или движущимися зарядами, равна векторной сумме магнитных индукций складываемых полей, создаваемых каждым током или движущимся зарядом в отдельности:

$$B = \sum_{ss}^{s=I} B^s$$

**Теорема о циркуляции:**

Циркуляция вектора индукции магнитного поля по любому ориентированному замкнутому контуру пропорциональна алгебраической сумме токов, пронизывающих ориентированную площадку, ограниченную контуром. Ориентация контура и площадки согласованны правилом правого винта. Коэф-т пропорциональности - магнитная постоянная.

$$\oint(\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 \sum_k I_k$$

Теорема о циркуляции в интегральном виде: $\oint_\Gamma (\vec{B}, d\vec{l}) = \iint_s (rot(\vec{B}), d\vec{S}) = \mu_0 \iint_s (\vec{j}, d\vec{S})$

В дифференциальной форме: $rot(\vec{B})=\mu_0\vec{j}$

***2) Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля. Дифракция на круглом отверстии и круглом диске.***

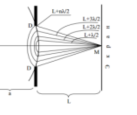
Дифракция - это явление отклонения света от прямолинейного прохождения, если оно не может быть следствием отражения, преломления или изгибания световых лучей, вызванным пространственным изменением показателя преломления. При этом отклонение от законов геометрической оптики тем меньше, чем меньше длина волны света.

- **Принцип Гюйгенса-Френеля**

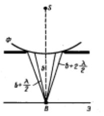
следует рассматривать как рецепт приближенного решения дифракционных задач. В основе его лежит допущение о том, что каждый элемент поверхности волнового фронта можно рассматривать как источник вторичных волн, распространяющихся во всех направлениях. Эти волны когерентны, так как они возбуждены одной и той же первичной волной. Результирующее поле в точке наблюдения P может быть найдено как результат интерференции вторичных волн. В качестве поверхности вторичных источников может быть выбрана не только поверхность волнового фронта, но и любая другая замкнутая поверхность. При этом фазы и амплитуды вторичных волн определяются значениями фазы и амплитуды первичной волны.

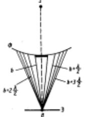
- **Метод зон Френеля.**

Френель предложил мысленно разбить волн фронт в месте расположения преграды на кольцевые зоны или полосы-зоны в случае дифракции от щели. Размеры зон выбирают таким образом, чтобы расстояния от краев соседних зон до точки M отличались на λ/2.Если в отверстии DD укладывается четное число зон (n=2k), то в точке M наблюдается интерференционный минимум. Когда n - нечетное, то в точке M – светло(интерференционный максимум), т.к. одна зона остается негашеной (n=2k+1).




- **Дифракция Френеля на кругом отверстии:** часть волновой поверхности Φ на зоны Френеля. Вид дифракционной картины будет зависеть от количества зон Френеля, укладывающихся в отверстии. Амплитуда результирующего колебания в точке B равна: $A=A_1/2+-A_m/2$(плюс для нечетных m, минус - для четных). Дифракционная картина от круглого отверстия вблизи точки B будет иметь вид чередующихся светлых и темных колец.



- **Дифракция Френеля на диске**

Пусть диск закрывает m первых зон Френеля. Тогда амплитуда результирующего колебания в точке B равна: $A=A_{m+1}-A_{m+2}+A_{m+3}-..=A_{m+1}/2+(A_{m+1}/2-A_{m+2}+A_{m+3}/2..)$.
Т.к. слагаемое в скобках равно 0, то $A=A_{m+1}/2$. Следовательно, в точке B всегда будет светлое пятно, окруженное концентрическими светлыми и темными кольцами, а интенсивность убывает с расстоянием от центров картины.

***3) Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено слюдой (ε = 7). Площадь пластин конденсатора составляет 50 см². Определить поверхностную плотность связанных зарядов на слюде, если пластины конденсатора притягивают друг друга с силой 1 мН.***

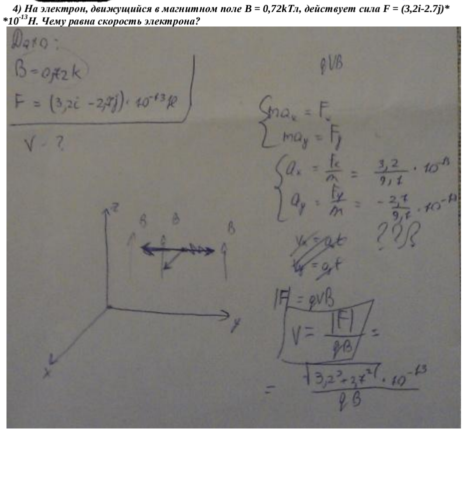
| Дано | Решение |
|---|---|
| $\varepsilon = 7$<br>$S = 50$ см² $= 5\cdot 10^{-3}$ м²<br>$F = 1$ мН $= 10^{-3}$ Н | $Q = \sigma S$, $\quad |F| = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0\varepsilon S} = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0\varepsilon}$, |
| $\sigma'$ — ? | $\sigma = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0\varepsilon F}{S}}$, $\quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon} = \sqrt{\frac{2F}{\varepsilon_0\varepsilon S}}$, |

$$\sigma' = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E = (\varepsilon - 1)\sqrt{\frac{2F\varepsilon_0}{\varepsilon S}}.$$

**Ответ** $\sigma' = 4{,}27$ мкКл/м².



***4) На электрон, движущийся в магнитном поле B = 0,72kТл, действует сила F = (3,2i-2.7j)**10⁻¹³Н. Чему равна скорость электрона?***




# БИЛЕТ 8

***1) Теорема о циркуляции вектора индукции магнитного поля в интегральной и дифференциальной формах. Расчет магнитного поля тороида и соленоида.***

Циркуляция вектора индукции магн. поля по любому ориентированному замкн. контуру пропорциональна сумме токов, пронизывающих ориентированную площадку, огранич. контуром. Ориентация контура и площадки согласованны правилом правого винта.

Коэф-т проп-сти - магн. постоянная. $\oint(\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 \sum_k I_k$

**Теорема о циркуляции:**

Циркуляция вектора индукции магнитного поля по любому ориентированному замкнутому контуру пропорциональна алгебраической сумме токов, пронизывающих ориентированную площадку, ограниченную контуром. Ориентация контура и площадки согласованны правилом правого винта. Коэф-т пропорциональности - магнитная постоянная.

$$\oint(\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 \sum_k I_k$$

Теорема о циркуляции в интегральном виде: $\oint_\Gamma (\vec{B}, d\vec{l}) = \iint_s (rot(\vec{B}), d\vec{S}) = \mu_0 \iint_s (\vec{j}, d\vec{S})$

В дифференциальной форме: $rot(\vec{B})=\mu_0\vec{j}$

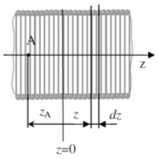
**Расчет для соленоида:** Введем вдоль оси соленоида ось z. Выделим в соленоиде сеч., коорд-ту кот. примем за 0(z=0). Пусть точка A имеет коорд-ту $Z_a$. Небол. часть соленоида, длина кот. dz, и кот. находится в сеч. с коорд-той , содержит dN=ndz витков.

Эта часть создает в точке A индукцию магн. поля, вел. кот.: $dB = \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2dN}{(R^2+x^2)^{3/2}}$

$$Ba = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2ndz}{(R^2+(z-z_a)^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{2}IR^2n\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dz}{(R^2+(z-z_a)^2)^{3/2}}$$

**Делаем замену y=Z-Zₐ и получаем** $\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dz}{(R^2+(z-z_a)^2)^{3/2}} = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dy}{(R^2+(y)^2)^{3/2}} = 2/R^2$

$B_a = \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2n}{}\frac{2}{R^2}$ заметим, что индукция не зависит от радиуса соленоида.



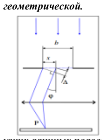

**Расчет для тороида**: пусть число витков в тороиде N, а сила тока I. Рассмотрим циркуляцию вектора индукции вдоль контура Γ радиуса r(R1<r<R2), совпад. с одной из силовых линий: Вдоль Γ величина B постоянна.

Откуда внутри тороида $B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$.

Предположим, что диаметр сеч.тороидальной части много меньше внутреннего радиуса. Если ввести плотность намотки на внутреннем радиусе $n = \frac{N}{2\pi R_1}$, то

$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} = \frac{\mu_0 NI}{2\pi R_1}\frac{R_1}{r} = \mu_0 nI\left(\frac{r+x}{r}\right) = \mu_0 nI(1+\frac{x}{r})$, но т.к. **x<d<<$R_1$<rB≈$\mu_0 n$I**

***2) Диффракция Фраунгофера на щели. Предельный переход от волновой оптики к геометрической.***




Дифракция – это явление отклонения от прямолинейного распространения света, если оно не может быть следствием отражения, преломления или изгибания световых лучей, вызванным пространственным изменением показателя преломления. При этом отклонение от законов геометрической оптики тем меньше, чем меньше длина волны света. Рассмотрим дифракционную картину от узкой длинной щели шириной b, на которую нормально падает плоская волна. Элементарные участки волнового фронта в форме узких длинных полосок, параллельных краям щели, становятся источниками вторичных цилиндрических волн. Разобьем волновую поверхность в щели на маленькие участки dx, каждый из них в точке P создает колебание **dA=Ka₀cos(ωt-k▲) где ▲=xsinφ**– геометрическая разность хода лучей от края щели и от луча на расстоянии x от края.**Дифракция Фраунгофера**

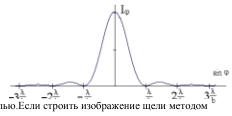
наблюдается в том случае, когда источник света и точка наблюдения бесконечно удалены от препятствия, вызвавшего дифракцию.

распределение интенсивности(sin):

**asinφ=+-λm-min;   asinφ=+-(2m+1)λm-max**

Геометрическая оптика является приближенным предельным случаем, в кот-ый переходит волновая оптика, когда длина свет волны стремится к нулю.

При построении методами геометрической оптики размеры щели и изображения на (параллельно расположенном) экране будут одинаковыми независимо от расстояния l между экраном и перегородкой со щелью.Если строить изображение щели методом волновой оптики, то граница тени соответствует первому минимуму, положение которого определяется углом φ≈λ/b. Следовательно, если величина $l\lambda/b^2 << 1$ , то результаты построения методами волновой и геометрической оптики практически совпадают.




***3)***

**В вакууме распространяется плоская гармоническая линейно поляризованная электромагнитная волна частоты ω. Интенсивность волны равна $I$. Найдем амплитудное значение плотности тока смещения в этой волне.**

По определению, плотность тока смещения $\mathbf{j}_{см} = \partial\mathbf{D}/\partial t$, где $\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E}$. Пусть $\mathbf{E} = \mathbf{E}_m\cos(\omega t - kx)$, тогда амплитудное значение плотности тока смещения $j_{см\ макс} = \varepsilon_0\omega E$. Остается найти $E_m$. Это делается с помощью формулы (2.25):

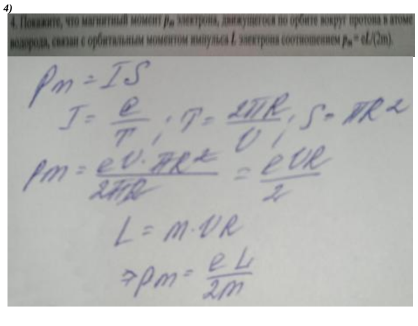
$$E_m = \sqrt{2I\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}},$$

и мы получим из предыдущих двух формул, что

$$j_{см\ макс} = \omega\sqrt{2\varepsilon_0 I/c},$$

где $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$.

***4)***




# БИЛЕТ 9

***1) Поток вектора магнитной индукции. Теорема Гаусса для магнитного поля. Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле.***

**Поток вектора магнитной индукции,** пронизывающий площадку S — это величина, равная:

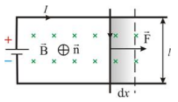
$$\Phi_m = \int \vec{B}\,d\vec{s}, \qquad [\text{Вб}]$$

**Теорема Гаусса для магнитной индукции:**

**в интегральной форме:** $\Phi_B = \oint_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S} = 0$,

**в дифференциальной форме:** $\nabla\cdot\mathbf{B} = 0$.

Она свидетельствует о том, что в природе не существует магнитных зарядов - физических объектов, на которых бы начинались или заканчивались линии магнитной индукции.

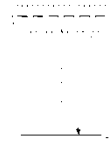



**Работа**, совершаемая проводником с током при перемещении, численно равна произведению тока на магнитный поток, пересечённый этим проводником:

$$dA = I\,d\Phi$$

***2) Дифракционная решетка. Спектральные характеристики дифракционной решетки.***

**Дифракционная решетка** — оптический прибор, представляет собой совокупность большого числа регулярно расположенных штрихов (щелей), нанесённых на некоторую поверхность.



Для того, чтобы в точке $P$ наблюдался интерференционный максимум, разность хода Δ : $\Delta = d\sin\theta_m = \pm\lambda m$ (*)

Здесь $d$ – период решетки, $m$ – целое число. В точках где это условие выполнено, располагаются ***главные максимумы*** дифракционной картины.

В фокальной плоскости линзы расстояние $y_m$ от максимума $m = 0$ до максимума $m$-го порядка при малых углах дифракции равно: $y_m = m\frac{\lambda}{\alpha}F$ где F- фокусное расстояние

Дифракционные минимумы: $b\sin\theta = \pm\lambda m$

Распределение интенсивности при дифракции монохромат. света:

$$I = I_0\frac{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}{\frac{\delta^2}{2}}\frac{\sin^2\left(\frac{N\gamma}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)}, \text{ где } \delta = 2\pi D\sin\left(\frac{\theta}{\lambda}\right);\ \gamma = 2\pi d\sin\left(\frac{\theta}{\lambda}\right)$$

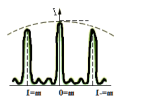
**Спектральные характеристики**

**Угловая дисперсия:** Характеризует степень пространственногоразделения волн с различными длинами $\lambda$, п

о определению:$D=d\vartheta/d\lambda$,

дифференцируя (*): $\frac{\partial\theta}{\partial\lambda} = \frac{m}{d\cos\theta}$, чем меньше период дисперсии d,

тем больше угловая дисперсия.




**разрешающая способность $R = \lambda/\delta\lambda$ , где $\delta\lambda$ –** наим. разность длин волн спектральных линий, при которой эти линии воспринимаются раздельно(разрешаются). **Критерий Рэлея:** спектральные линии с разными $\lambda$, но одинаковой интенсивности, считаются разрешенными, если главный макс. одной линии совпадает с первым мин. другой.


$$d\sin\theta_m = (\lambda+\delta\lambda)m = \left(m+\frac{1}{N}\right)\lambda \Rightarrow \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN.$$

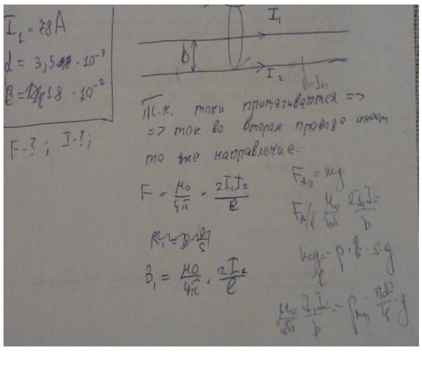
Справедливо когда: 1. интенсивность обоих максимумов одинакова. 2. Расширение линий обусловлено только дифракцией. 3. Падающий на решетку свет имеет ширину когерентности превышающую размер решетки.

**область дисперсии $\Delta\lambda=\lambda/m$,** $\Delta\lambda$ - ширина спектрального аппарата при котором еще нет перекрытия спектров соседних порядков.

***3) Радиус длинного парамагнитного сердечника соленоида R = 1,0 см. Соленоид содержит n = 10 витков на 1см длины. Обмотка выполнена из медного провода сечением S = 1,0 мм². Через какое время в обмотке соленоида выделится количество теплоты, равное энергии магнитного поля в сердечнике, если она подключена к источнику постоянного напряжения? Удельное сопротивление меди ρ = 16 нОм м.***

Пусть соленоид таков, что его длина много больше диаметра сердечника. Выделим в соленоиде вдали от его краев элемент длины
l = 1 см = 0,01 м, обмотка которого содержит n = 10 витков. Индуктивность такого элемента
$L = \mu\mu_0 n^2 S/l = \pi\mu\mu_0 n^2 r^2/l$,
где S – площадь поперечного сечения, r – радиус сердечника;
энергия магнитного поля в сердечнике при I = const
$W = LI^2/2 = \pi\mu\mu_0 n^2 r^2 I^2/l$. (1)
Предположим, что обмотка соленоида выполнена из проволоки круглого сечения.
Тогда при площади поперечного сечения a = 1 см² = $1\cdot 10^{-4}$ м² радиус сечения провода равен
$c = V(a/\pi) = V((1\cdot 10^{-4}/\pi) \sim 0{,}564\cdot 10^{-2}$ (м).
Диаметр сечения провода составляет тогда $d = 2c = 2\cdot 0{,}564\cdot 10^{-2} \sim 1{,}13\cdot 10^{-2}$ (м), и на длине l = 0,01 м десять витков уложены быть не могут. Поэтому ограничимся предположением о том, что обмотка выполнена плотно, т. е. витки проволоки уложены без зазоров, форма сечения проволоки неизвестна, а длина проволоки b приблизительно равна произведению числа витков на длину периметра поперечного сечения сердечника, т. е.
$b \sim 2\pi rn$.
Сопротивление обмотки
$R = \rho b/a$;
количество теплоты, выделившейся в обмотке,
$Q = I^2Rt = I^2t\rho b/a$. (2)
По условию задачи Q = W. Тогда, приравнивая в ыражения (1) и (2), получаем
$I^2t\rho b/a = \pi\mu\mu_0 n^2 r^2 I^2/l$,
$t\rho b/a = \pi\mu\mu_0 n^2 r^2/l$,
откуда выводим
$t = \pi\mu\mu_0 n^2 r^2 a/(l\rho b) = \pi\mu\mu_0 n^2 r^2 a/(2\pi rnl\rho) = \mu\mu_0 nra/(2l\rho)$. (3)
Подставим в формулу (3) числовые значения величин: μ > 1 (для парамагнетика), $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м, n = 10,
r = 0,01 м, a = $1\cdot 10^{-4}$ м², l = 0,1 м, ρ = $1{,}72\cdot 10^{-8}$ Ом · м и найдем
$t > 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 10\cdot 0{,}01\cdot 1\cdot 10^{-4}/(2\cdot 0{,}1\cdot 1{,}72\cdot 10^{-8}) \sim 3{,}65\cdot 10^{-3}$ (с).
Поскольку материал парамагнетика в условии не указан, точное значение врем ени определить невозможно.
Ответ: $t > 3{,}65\cdot 10^{-3}$ с.

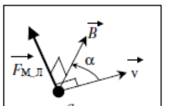
***4)По длинному горизонтальному проводнику течет ток $I_1$ = 78 А. Второй медный проводник диаметром d = 3,5 мм удерживается магнитными силами параллельно первому на расстоянии l = 18 см под ним:***
***а)Какова сила и направление тока во втором проводнике?***
***б)Находится ли второй проводник в устойчивом равновесии?***



# БИЛЕТ 10

***1) Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях. Эффект Холла.***

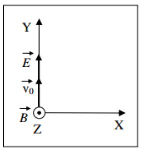
Опыт показывает, что на заряженную частицу, которая движется в магнитном поле, действует сила, которая называется магнитной **силой Лоренца.**




Если скорость частицы v, заряд частицы q, индукция магнитного поля B, то вектор магнитной силы Лоренца определяется соотношением: $F_{м\_л}=q(v\times B)$

Так как вектор магнитной силы Лоренца перпендикулярен скорости, то её мощность и работа равна нулю. Поэтому кинетическая энергия (и величина скорости) заряженной частицы, движущейся только в магнитном поле остается постоянной. Но в классической механике вектор силы не зависит от системы отсчёта. Опыт показывает, что таким вектором силы является $\boldsymbol{F_л = qE + q(v\times B)}$. Это называется силой Лоренца. Здесь E - вектор напряжённости электрического поля. В частном случае, когда частица движется только в магнитном поле (т.е. E = 0), сила Лоренца совпадает с магнитной силой Лоренца. Однако, если перейти в систему отсчёта, где частица в данный момент времени покоится ( v = 0), то в этой системе будет $F_{л\_м}=0$. Но вектор силы Лоренца не должен измениться, поэтому

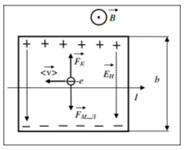
$$q(v\times B)=qE'+q(0\times B')=qE'$$




Рассмотрим движение положительно заряженной частицы в скрещенных электрическом и магнитном полях, для случая, когда $E\perp B$. Масса частицы m. **E=(0,E,0), B=(0,0,B), $v_0$=(0,$v_0$,0)**. Предположим, что в начальный момент времени (t=0) частица находилась в начале координат. Уравнение динамики (второй закон Ньютона) для частицы: **ma= qE + q(v×B); $v\times B=e_x(v_yB_z-v_zB_y) + e_y(v_zB_x-v_xB_z)+ e_z(v_xB_y-v_yB_x)$,** где **($e_x$,$e_y$,$e_z$)** - орты декартовой системы координат), то, учитывая заданные значения, в координатах уравнение динамики примут вид: **$Ma_x=qv_yB$; $Ma_y=qE - qv_xB$; $Ma_z=0$;**

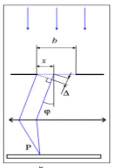
Скорость будет **$v_x=E/B+ \sqrt{(E/B)^2+(v_0)^2} * \sin(qBt/m – \mathrm{arctg}(E/Bv_0))$;**
**$V_y=\sqrt{(E/B)^2+(v_0)^2} * \sin(qBt/m – \mathrm{arctg}(E/Bv_0))$; $v_z=0$;** траектория частицы **$R_c= m/(qB)\sqrt{(E/B)^2+(v_0)^2}$**, центр тяжести которой движется со скоростью **$v_c=E/B$.**

**Эффект Холла.** Помещаем в однородное магнитное поле (металлический) проводник выполненный в виде прямоугольного параллелепипеда так, чтобы силовые линии магнитного поля были направлены перпендикулярно одной из пар граней. Затем через вторую пару граней пропускаем электрический ток. Тогда между третьей парой граней появится напряжение. Это явление называется **эффектом Холла** или гальваномагнитным явлением. Напряжение Холла между гранями $U_H=R_HbjB$, где $R_H$ – постоянная Холла, b – расстоянии между гранями, между которыми возникает напряжение, j – величина плотности тока, B – величина магнитной индукции. Эффект наблюдается не только в металлах, но и в полупроводниках. По знаку постоянной Холла судят о знаке заряда носителей. Эффект Холла используется, например, в приборах регистрирующих магнитные поля. Замечание. Магнетосопротивление (магниторезистивный эффект) — изменение электрического сопротивления вещества в магнитном поле. Все проводники в той или иной мере обладают магнетосопротивлением. Явление качественно можно объяснить действием магнитной силы Лоренца на движущиеся носители тока.




***2) Диффракция Фраунгофера на щели. Предельный переход от волновой оптики к геометрической.***

Дифракция – это явление отклонения от прямолинейного распространения света, если оно не может быть следствием отражения, преломления или изгибания световых лучей, вызванным пространственным изменением показателя преломления. При этом отклонение от законов геометрической оптики тем меньше, чем меньше длина волны света.

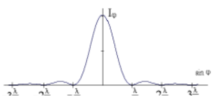



Рассмотрим дифракционную картину от узкой длинной щели шириной b, на которую нормально падает плоская волна. Элементарные участки волнового фронта в форме узких длинных полосок, параллельных краям щели, становятся источниками вторичных цилиндрических волн. Разобьем волновую поверхность в щели на маленькие участки dx, каждый из них в точке P создает колебание **$dA=Ka_0\cos(\omega t-k\blacktriangle)$ где $\blacktriangle$=xsinφ**– геометрическая разность хода лучей от края щели и от луча на расстоянии x от края.**Дифракция Фраунгофера** наблюдается в том случае, когда источник света и точка наблюдения бесконечно удалены от препятствия, вызвавшего дифракцию.

распределение интенсивности(sin):

**asinφ=+-λm-min;** **asinφ=+-(2m+1)λm-max**

Геометрическая оптика является приближенным предельным случаем, в кот-ый переходит волновая оптика, когда длина свет волны стремится к нулю.




При построении методами геометрической оптики размеры щели и изображения на (параллельно расположенном) экране будут одинаковыми независимо от расстояния l между экраном и перегородкой со щелью.Если строить изображение щели методом волновой оптики, то граница тени соответствует первому минимуму, положение которого определяется углом φ≈λ/b. Следовательно, если величина $l\lambda/b^2<<1$ , то результаты построения методами волновой и геометрической оптики практически совпадают.

***3)***

**345** Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено парафином (ε = 2). Расстояние между пластинами d = 8,85 мм. Какую разность потенциалов необходимо подать на пластины, чтобы поверхностная плотность связанных зарядов на парафине составляла 0,1 нКл/см²?

Билет 10.
Задача №3

$d = 8{,}85$ мм $= 8{,}85\cdot10^{-3}$ м
$\sigma = 0{,}1\ \frac{нКл}{см^2} = 0{,}1\cdot10^{-5}\ \frac{Кл}{м^2}$
$\varepsilon = 2$
$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}\ \frac{Кл}{Н\cdot м^2}$

$U = ?$

$U = E\cdot d$
$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\cdot\varepsilon_0} = \frac{0{,}1\cdot10^{-5}}{2\cdot8{,}85\cdot10^{-12}}$
$U = \frac{0{,}1\cdot10^{-5}\cdot8{,}85\cdot10^{-3}}{2\cdot8{,}85\cdot10^{-12}} = \frac{0{,}1\cdot10^{4}}{2} = \frac{1000}{2} = 500\ (В)$

~~Задача №4~~

***4)Сила тока в проводнике сопротивлением R=20 Ом нарастает в течение времени Δt = 2с по линейному закону от $I_1$ = 0А до $I_{max}$ = 6А. Определить количество теплоты $Q_1$, выделившееся в этом проводнике за первую секунду и $Q_2$ − за вторую, а также найти отношение этих количеств теплот $Q_2/Q_1$.***

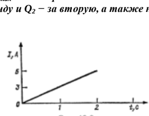



Рис. 19.3

Р е ш е н и е. Закон Джоуля — Ленца $Q=I^2Rt$ применим в случае постоянного тока ($I$=const). Если же сила тока в проводнике изменяется, то указанный закон справедлив для бесконечно малого промежутка времени и записывается в виде

$$dQ=I^2R\,dt. \quad (1)$$

Здесь сила тока $I$ является некоторой функцией времени. В нашем случае

$$I=kt, \quad (2)$$

где $k$ — коэффициент пропорциональности, равный отношению приращения силы тока к интервалу времени, за который произошло это приращение:

$$k=\Delta I/\Delta t.$$

С учетом равенства (2) формула (1) примет вид

$$dQ=k^2Rt^2dt. \quad (3)$$

Для определения количества теплоты, выделившегося за конечный промежуток времени $\Delta t$, выражение (3) следует проинтегрировать в пределах от $t_1$ до $t_2$:

$$Q=k^2R\int_{t_1}^{t_2}t^2\,dt=\frac{1}{3}k^2R\,(t_2^3-t_1^3).$$

При определении количества теплоты, выделившегося за первую секунду, пределы интегрирования $t_1=0$, $t_2=1$ с и, следовательно,

$Q_1=60$ Дж,

а за вторую секунду — пределы интегрирования $t_1=1$ с, $t_2=2$ с и тогда

$Q_2=420$ Дж.

Следовательно,

$Q_2/Q_1=7$,

т. е. за вторую секунду выделится теплоты в 7 раз больше, чем за первую секунду.

# БИЛЕТ 11

***1) Поток вектора магнитной индукции. Теорема Гаусса для магнитного поля. Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле.***

**Поток вектора магнитной индукции,** пронизывающий площадку S — это величина, равная:

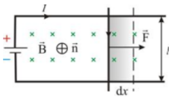
$$\boldsymbol{\Phi_m = \int \vec{B}\,d\vec{s}}, \qquad [Вб]$$

**Теорема Гаусса для магнитной индукции:**

**в интегральной форме:** $\Phi_B = \oint_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S} = 0,$

**в дифференциальной форме:** $\nabla\cdot\mathbf{B} = 0.$

Она свидетельствует о том, что в природе не существует магнитных зарядов - физических объектов, на которых бы начинались или заканчивались линии магнитной индукции.

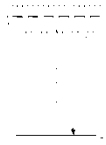



**Работа**, совершаемая проводником с током при перемещении, численно равна произведению тока на магнитный поток, пересечённый этим проводником:

$$\boldsymbol{dA = I\,d\Phi}$$

***2) Дифракционная решетка. Спектральные характеристики дифракционной решетки.***

**Дифракционная решетка** — оптический прибор, представляет собой совокупность большого числа регулярно расположенных штрихов (щелей), нанесённых на некоторую поверхность.



Для того, чтобы в точке *P* наблюдался интерференционный максимум, разность хода Δ : Δ= $d\sin\theta_m = \pm\lambda m$ (*)

Здесь *d* – период решетки, *m* – целое число. В точках где это условие выполнено, располагаются ***главные максимумы*** дифракционной картины.

В фокальной плоскости линзы расстояние $y_m$ от максимума *m* = 0 до максимума *m*-го порядка при малых углах дифракции равно: $\boldsymbol{y_m = m\frac{\lambda}{\alpha}F}$ где F-фокусное расстояние

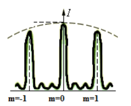
Дифракционные минимумы: $\boldsymbol{b\sin\theta = \pm\lambda m}$

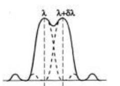
Распределение интенсивности при дифракции монохромат. света:

$$I = I_0\frac{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}{\frac{\delta^2}{2}}\frac{\sin^2\left(\frac{N\gamma}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)},\ \text{где}\ \delta = 2\pi D\sin\left(\frac{\theta}{\lambda}\right);\ \gamma = 2\pi d\sin\left(\frac{\theta}{\lambda}\right)$$

**Спектральные характеристики**

**Угловая дисперсия:** Характеризует степень Пространственного разделения волн с различными длинами $\lambda$, по определению:**D=dϑ/dλ,**




дифференцируя (*): $\frac{\partial\theta}{\partial\lambda} = \frac{m}{d\cos\theta}$, чем меньше период дисперсии d,

тем больше угловая дисперсия.

**разрешающая способность $R = \lambda/\delta\lambda$ , где δλ –** наим. разность длин волн спектральных линий, при которой эти линии воспринимаются раздельно(разрешаются). **Критерий Рэлея**: спектральные линии с разными $\boldsymbol{\lambda}$, но одинаковой интенсивности, считаются разрешенными, если главный макс. одной линии совпадает с первым мин. другой.

$$\boldsymbol{d\sin\theta_m = (\lambda + \delta\lambda)m = \left(m + \frac{1}{N}\right)\lambda \ \Rightarrow\ \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN.}$$

Справедливо когда: 1. интенсивность обоих максимумов одинакова. 2. Расширение линий обусловлено только дифракцией. 3. Падающий на решетку свет имеет ширину когерентности превышающую размер решетки.

**область дисперсии Δλ=λ/m,** Δλ - ширина спектрального аппарата при котором еще нет перекрытия спектров соседних порядков.

***3)***

3. Свет с длиной волны λ = 0,55 мкм падает нормально на поверхность стеклянного (n = 1,5) клина. В отраженном свете наблюдают систему интерференционных полос, причем, расстояние между соседними темными полосами Δx = 0,21 мм. Определить угол между гранями клина (1 рад = 3,4′ · 10³)

При нормальном падении оптическая разность хода

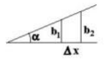
$$\Delta = 2bn,$$

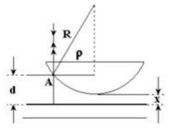
где b – толщина клина в том месте, где наблюдают максимум m – го порядка;

n – показатель преломления стекла.

$$2b_1n = m\lambda$$
$$2b_2n = (m+1)\lambda$$
$$2(b_2 - b_1)n = \lambda;\ b_2 - b_1 = \frac{\lambda}{2K}$$

Из рисунка




$$\mathrm{tg}\alpha \approx \alpha = \frac{b_2 - b_1}{\Delta x};\ \alpha = \frac{\lambda}{2n\Delta x};$$

$$\Rightarrow\ \alpha = 9\cdot10^{-4}\ \text{радиан}$$

***4)***

4. Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено последовательно двумя диэлектрическими слоями 1 и 2 толщины $d_1$ и $d_2$ и проницаемости $\varepsilon_1$ и $\varepsilon_2$. Площадь каждой обкладки равна S. Найти плотность σ′ связанных зарядов на границе раздела слоев, если напряжение на конденсаторе равно *U* и электрическое поле направлено от слоя 1 к слою 2.

Задача № 3.103

!!! Ответ в издании 1979г. указан неверно!!!

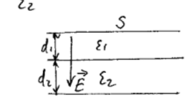
Ёмкость конденсатора:

$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ $\quad C_1 = \frac{\varepsilon_1\varepsilon_0 S}{d_1}$ $\quad C_2 = \frac{\varepsilon_2\varepsilon_0 S}{d_2}$

$\frac{1}{C} = \frac{d_1}{\varepsilon_1\varepsilon_0 S} + \frac{d_2}{\varepsilon_2\varepsilon_0 S} \Rightarrow C = \frac{\varepsilon_0^2 S^2\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_0 S(\varepsilon_2 d_1 + d_2\varepsilon_1)} =$

$= \frac{\varepsilon_0 S\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2} = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}}.$

напряжение на конденсаторах:




$U = E_1 d_1 + E_2 d_2$, т.к.

$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \Rightarrow E_2 = \frac{\varepsilon_1 E_1}{\varepsilon_2}.$

$U = E_1 d_1 + \frac{\varepsilon_1 E_1 d_2}{\varepsilon_2} = E_1\left(d_1 + \frac{\varepsilon_1 d_2}{\varepsilon_2}\right) = E_1\left(\frac{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}{\varepsilon_2}\right)$

$E_1 = \frac{\varepsilon_2 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}$ и $E_2 = \frac{\varepsilon_1 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}.$

$\sigma_1'$ в первом диэлектрике:

$\sigma_1' = \varkappa_1\varepsilon_0 E_1 = (\varepsilon_1 - 1)\varepsilon_0 E_1 = \frac{(\varepsilon_1 - 1)\varepsilon_0\varepsilon_2 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}$

$\sigma_2'$ во втором диэлектрике:

$\sigma_2' = \varkappa_2\varepsilon_0 E_2 = (\varepsilon_2 - 1)\varepsilon_0 E_2 = \frac{(\varepsilon_2 - 1)\varepsilon_0\varepsilon_1 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}$

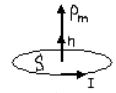
На границе: $\sigma' = \sigma_1' - \sigma_2' = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\varepsilon_0 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}.$

# БИЛЕТ 12

***1) Проводник с током в магнитном поле. Закон Ампера. Контур с током в магнитном поле. Магнитный момент контура с током.***

Каждый носитель тока испытывает действие магнитной силы, которое передается проводнику, по которому заряды движутся. В результате магнитное поле действует с определенной силой на проводник с током (силой Ампера). Найдём это силу. Пусть объемная плотность заряда равна ρ.В объёме dV находится заряд $\boldsymbol{dq = \rho dV}$. Тогда сила $\boldsymbol{dF = \rho[uB]dV}$. (из$\boldsymbol{F = q[vB]}$) Так как плотность тока $\boldsymbol{j = \rho u}$, то $\boldsymbol{dF = [jB]dV}$. Если ток течет по тонкому проводнику, то согласно рис.: $\boldsymbol{jdV = Idl}$ и $\boldsymbol{dF = I[dl, B]}$ ,где dl — вектор, совпадающий по направлению с током и характеризующий элемент длины тонкого проводника. Сила Ампера, действующая на контур с током равна: $\boldsymbol{F = \oint[dl, B]}$

Если контур с током плоский и его размеры малы - элементарный. Магнитный момент $\boldsymbol{p_m = ISn}$. На элеметраный контур с током в неоднородном магн. поле действует сила $\boldsymbol{F = p_m\frac{\partial B}{\partial n}}$. Т.к. результирующая сил по замкнутому контуру равна нулю, в однородном магнитном поле, для произвольной формы контура с током момент сил не зависит от выбранной точки и равен $\boldsymbol{N = [p_mB]}$




***2) Интерференция электромагнитных волн. Расчет интерференционной картины с двумя когерентными источниками. Пространственно временная когерентность.***

**Интерференция волн** – взаимное усиление или ослабление когерентных волн при их наложении друг на друга, что приводит к перераспределению энергии колебаний, устойчивому во времени. Применительно к электромагнитным волнам это означает, что плоскости поляризации волн должны быть одинаковыми. Рассмотрим такие две плоские электромагнитные волны, распространяющиеся в разных направлениях, у которых плоскости поляризации параллельны оси Z.

Пусть амплитуды волн одинаковые. Вдоль лучей уравнения волн будут иметь вид

$$E_1 = E_0\cos(\omega_1 t - k_1 l_1 + \varphi_1),$$

$$E_2 = E_0\cos(\omega_2 t - k_2 l_2 + \varphi_2)$$

По принципу суперпозиции волновых полей

$E=E_1+E_2=$ $E_0\cos(\omega_1 t - k_1 l_1 + \varphi_1)$ +

$E_0\cos(\omega_2 t - k_2 l_2 + \varphi_2)$

E=2

$$E_0\cos\left(\frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2}t - \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)\cos\left(\frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2}t - \frac{k_1 l_1 + k_2 l_2}{2} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$$

Если амплитуду результирующей волны записать в виде

$$A = 2E_0\left|\cos\left(\frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2}t - \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)\right|$$

то суперпозиция волн описывается уравнением

E=A $\left|\cos\left(\frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2}t - \frac{k_1 l_1 + k_2 l_2}{2} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} + \theta\right)\right|$, где

$\theta = 0$ при $\cos\left(\frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2}t - \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \geq 0$, $\theta = \pi$ при

$$\cos\left(\frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2}t - \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) < 0$$

Амплитуда результирующей волны $A=2E_0$

$$\left|\cos\left(\cos\left(\frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2}t - \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)\right)\right|$$

не будет зависеть от времени в случае, если частоты волн совпадают $\omega_1=\omega_2$ и величина

$\varphi_1 - \varphi_2$ не зависит от времени.

Когерентными называются волны, разность фаз которых не зависит от времени.

**Пространственная когерентность** — когерентность колебаний, которые совершаются в один и тот же момент времени в разных точках плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. Рассмотрим две разные точки одной волновой поверхности в один и тот же момент времени. Максимальное расстояние (вдоль этой поверхности), на котором излучение в точках ещё являются когерентными, называется радиусом пространственной когерентности.

$$\rho \approx \frac{\lambda}{\gamma}$$

Начальная фаза волны естественного света меняется спонтанно, то разность фаз двух волн одинаковой частоты, испущенных из одной и той же точке волновой поверхности, но в разное время, вообще говоря, будет меняться во времени. Т.е. волны не будут являться когерентными. В этом случае говорят о временной когерентности.

$$t_K = \frac{l_K}{c} = \frac{\lambda^2}{c\Delta\lambda}.$$

***3) В некоторой точке А внутри однородного диэлектрика с проницаемостью ε =2,5 плотность стороннего заряда ρ = 50 мкл/м³. Найти в этой точке плотность связанных зарядов.***

$\varepsilon = 2{,}5$
$\rho_{стор} = 50\ мкл/м^2$
$\rho_{связ}$ - ?

$\mathrm{div}(D) = \rho_{стор};$
$D = \varepsilon_0\varepsilon E \Rightarrow \mathrm{div}(\varepsilon\varepsilon_0 E) = \varepsilon_0\varepsilon\,\mathrm{div}(E) =$
$= \rho_{стор} \Rightarrow \mathrm{div}(E) = \frac{\rho_{стор}}{\varepsilon_0\varepsilon};$
$\mathrm{div}(E) = \frac{\rho_{связ} + \rho_{стор}}{\varepsilon_0} \Rightarrow \frac{\rho_{стор}}{\varepsilon_0\varepsilon} =$
$= \frac{\rho_{стор} + \rho_{связан.}}{\varepsilon_0} \Rightarrow$
$\rho_{связан} = \rho_{стор}\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon}$

***4) Металлический шар радиусом R = 3см несет заряд Q = 20 нКл. Шар окружен слоем парафина(ε = 2) толщиной d = 2 см. Определить энергию W электрического поля, заключенную в слое диэлектрика.***

Р е ш е н и е. Так как поле, созданное заряженным шаром, является неоднородным, то энергия поля в слое диэлектрика распределена неравномерно. Однако объемная плотность энергии будет одинакова во всех точках, отстоящих на равных расстояниях от центра сферы, так как поле заряженного шара обладает сферической симметрией.


Рис. 18.1

Выразим энергию в элементарном сферическом слое диэлектрика объемом $dV$:

$$dW=w\,dV,$$

где $w$ — объемная плотность энергии (рис. 18.1).

Полная энергия выразится интегралом

$$W=\int w\,dV=4\pi\int_R^{R+d} wr^2\,dr, \quad (1)$$

где $r$ — радиус элементарного сферического слоя; $dr$ — его толщина. Объемная плотность энергии определяется по формуле $w=\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2$, где $E$ — напряженность поля. В нашем случае $E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$ и, следовательно,

$$w=\frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0\varepsilon r^4}.$$

Подставив это выражение плотности в формулу (1) и вынеся за знак интеграла постоянные величины, получим

$$W=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int_R^{R+d}\frac{dr}{r^2}=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R+d}\right)=\frac{Q^2d}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon R(R+d)}.$$

Произведя вычисления по этой формуле, найдем $W=12$ мкДж.

# БИЛЕТ 13

***1) Теорема Гаусса при наличии диэлектрика. Теорема Гаусса для вектора поляризованности. Связь поляризованности с плотностью связанных зарядов.***

Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике: $\oint_s \vec{D}\, d\vec{s} = \sum_{i=1}^{n} Q_i$, **где** $D = \varepsilon\varepsilon_0 E$

Теорема Гаусса для вектора поляризованности:
итегральная форма: поток вектора P через поверхность S, ограничивающую объем V, связан с полным связанным зарядом q' в объеме соотношением

$$\oint \vec{P}\, d\vec{s} = -q'$$

дифференциальная форма: $\mathbf{div}\,\vec{P} = -\rho'$ - она же и устанавливает связь между поляризованностью и плотностью связанных зарядов.

***2) Шкала электромагнитных излучений. Оптическое излучение, его интенсивность. Интерференция электромагнитных волн.***

Электромагнитные волны, обладая широким диапазоном частот (или длин волн), отличаются по способам их генерации и регистрации, а так же по своим свойствам.
Э.м. волны условно делятся на: • радиоволны ($\lambda > 50$ мкм)
• световые волны: - инфракрасные волны ($770$ нм $< \lambda < 1$ мм)
- видимый свет ($380$ нм $< \lambda < 770$ нм)
- ультрафиолет излучение ($10$ нм $< \lambda < 380$ нм)
• рентгеновское излучение ($0{,}01$ нм $< \lambda < 100$ нм)
• $\gamma$-излучение ($\lambda < 0{,}01$ нм)
$\Rightarrow$ инфракрасное, световое, или ультрафиолет излучения сост. оптическую область спектра э.м. волн. Для исслед. применяют линзы, дифрак. решетки, призмы, диафрагмы. Оптический спектр занимает диап. длин от 2 мм до 10 нм. Ширина опт. диапазона $\lambda$ - 76 нм - 2 мм)
Расчет интенсивности световой, плоской монохромат. волны с амплитудой $E_m$ в однородн. среде с $\varepsilon$ и $\mu$: $J = 0{,}5\, n E_m^2/\varepsilon_0 = 0{,}5\, \varepsilon_0 n H_m^2$ [$n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ - коэф. прелом.

**Интерференция волн** – взаимное усиление или ослабление когерентных волн при их наложении друг на друга, что приводит к перераспределению энергии колебаний, устойчивому во времени. Применительно к электромагнитным волнам это означает, что плоскости поляризации волн должны быть одинаковыми. Рассмотрим такие две плоские электромагнитные волны, распространяющиеся в разных направлениях, у которых плоскости поляризации параллельны оси Z.

***3)***

**5.47.** При сдвиге подвижного зеркала интерферометра Майкельсона на $\delta = 0{,}00275$ см через поле зрения наблюдателя проходит $N = 100$ интерференционных полос. Найти длину волны $\lambda$ света, используемого в интерферометре.

Ответ.

$$\lambda = \frac{2\delta}{N} = 5500\text{Å}.$$

***4) Кольцо массой m = 5 10^-3 кг, радиусом R = 5 10^-2 м с током I = 2A расположено горизонтально в магнитном поле, магнитная индукция которого меняется с высотой. Найдите градиент магнитного поля в точке, где кольцо находится в состоянии равновесия.***

Задача №4 (Вар 13)

Дано:
$m = 5 \cdot 10^{-3}$ кг
$R = 5 \cdot 10^{-2}$ м
$I = 2$ A
$\frac{dB}{dx}$

Решение
$$\frac{dB}{dx} = \frac{mg}{I\pi R^2} = \frac{5\cdot 10^{-3}\cdot 9{,}8}{5\cdot 10^{-2}\cdot 3{,}14\cdot 2}$$
$$\frac{dB}{dx} = \frac{49}{31{,}4}\cdot 10^{-1} = 0{,}156 \approx 0{,}16$$

# БИЛЕТ 14

***1) Поле вблизи поверхности проводника. Энергия системы неподвижных зарядов. Электроёмкость. Энергия заряженного проводника. Плотность энергии электростатического поля.***


При внесении проводника во $\vec{E}_{внеш} \Rightarrow$ перераспределение зар-в $\Rightarrow$ в проводнике индуцируется $\vec{E}_{инд}$
условие равновесия зарядов: $\vec{F} = q\vec{E}_{внут} = q(\vec{E}_{внеш} + \vec{E}_{инд}) = \vec{0}$
$\Rightarrow \vec{E}_{внутр} = \vec{E}_{внеш} + \vec{E}_{инд} = \vec{0} \Rightarrow \vec{E}_{внутр} = -grad(\varphi_0) = \vec{0} \Rightarrow$
$\Rightarrow \varphi_0 = const$, т.е. пов. проводника - эквипотенциальная и силовые лини $\perp \forall$ точки.

Энергия зар. проводника определяется как энергия системы зарядов $\boxed{W = \frac{1}{2}\sum_i q_i\varphi_i}$ у проводника $\varphi = const$ $\boxed{W = \frac{1}{2}q\varphi}$
для 2-х проводников $\boxed{W = \frac{1}{2}q_1\varphi_1 + \frac{1}{2}q_2\varphi_2 = \frac{q}{2}|\varphi_1 - \varphi_2|}$ $(q_1 = -q_2)$
Напряжение - $U = |\varphi_1 - \varphi_2|$
$q = C\cdot\varphi$, C - электроёмкость проводника $C = \frac{q}{\varphi} = [\Phi = \frac{Кл}{В}]$
$\boxed{плоскит\ C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}}$ $\boxed{цилинд.\ C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{R_2}{R_1}}}$ конденсатора $C = \frac{q}{U}$ $\boxed{сферич.\ C = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}}$

Плотность энергии $\omega = \frac{W}{V}$, $W_{конд} = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}(E\cdot d)^2 = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}\cdot Sd \Rightarrow$
$\boxed{\omega = \frac{\varepsilon_0 E^2\cdot Sd}{2}/S\cdot d = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}}$
$\omega = \frac{dW}{dV}$, в в-ве $w = \frac{(\vec{E}, \vec{D})}{2}$, в однородном диэл. $\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E} \Rightarrow$
$\Rightarrow \boxed{\omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}}$

***2) Интерференция электромагнитных волн. Расчет интерференционной картины с двумя когерентными источниками. Пространственно временная когерентность.***

**Интерференция волн** – взаимное усиление или ослабление когерентных волн при их наложении друг на друга, что приводит к перераспределению энергии колебаний, устойчивому во времени.
Применительно к электромагнитным волнам это означает, что плоскости поляризации волн должны быть одинаковыми. Рассмотрим такие две плоские электромагнитные волны, распространяющиеся в разных направлениях, у которых плоскости поляризации параллельны оси Z.
Пусть амплитуды волн одинаковые. Вдоль лучей уравнения волн будут иметь вид

$$E_1 = E_0\cos(\omega_1 t - k_1 l_1 + \varphi_1),$$
$$E_2 = E_0\cos(\omega_2 t - k_2 l_2 + \varphi_2)$$

По принципу суперпозиции волновых полей

$E = E_1 + E_2 = E_0\cos(\omega_1 t - k_1 l_1 + \varphi_1) + E_0\cos(\omega_2 t - k_2 l_2 + \varphi_2)$

E=2
$$E_0\cos\left(\frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2}t - \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)\cos\left(\frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2}t - \frac{k_1 l_1 + k_2 l_2}{2} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$$

Если амплитуду результирующей волны записать в виде

$$A = 2E_0\left|\cos\left(\frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2}t - \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)\right|$$

то суперпозиция волн описывается уравнением

E=A $\left|\cos\left(\frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2}t - \frac{k_1 l_1 + k_2 l_2}{2} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} + \theta\right)\right|$, где

$\theta = 0$ при $\cos\left(\frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2}t - \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \geq 0$. $\theta = \pi$ при

$$\cos\left(\frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2}t - \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) < 0$$

Амплитуда результирующей волны A=2E₀

$$\left|\cos(\cos\left(\frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2}t - \frac{k_1 l_1 - k_2 l_2}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right))\right|$$

не будет зависеть от времени в случае, если частоты волн совпадают $\omega_1 = \omega_2$ и величина $\varphi_1 - \varphi_2$ не зависит от времени.

Когерентными называются волны, разность фаз которых не зависит от времени.
**Пространственная когерентность** — когерентность колебаний, которые совершаются в один и тот же момент времени в разных точках плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. Рассмотрим две разные точки одной волновой поверхности в один и тот же момент времени. Максимальное расстояние (вдоль этой поверхности), на котором излучение в точках ещё являются когерентными, называется радиусом пространственной когерентности.

$$\rho \approx \frac{\lambda}{\gamma}$$

Начальная фаза волны естественного света меняется спонтанно, то разность фаз двух волн одинаковой частоты, испущенных из одной и той же точке волновой поверхности, но в разное время, вообще говоря, будет меняться во времени. Т.е. волны не будут являться когерентными. В этом случае говорят о временной когерентности.

$$t_K = \frac{l_K}{c} = \frac{\lambda^2}{c\Delta\lambda}.$$

***3) Принимая орбиту электрона в невозбужденном атоме водорода за окружность радиусом R = 53пм, определить магнитную индукцию поля, создаваемого в центре орбиты.***

**3.138** Согласно теории Бора, электрон в атоме водорода движется вокруг ядра по круговой орбите радиусом $r = 52{,}8$ пм. Определите магнитную индукцию $B$ поля, создаваемого электроном в центре круговой орбите

| Дано | Решение |
|---|---|
| $= 52{,}8$ пм $= 5{,}28\cdot 10^{-11}$ м <br> — ? | $\mathbf{B} = \frac{\mu_0\mu Q[\mathbf{v}\,\mathbf{r}]}{4\pi r^3}$, $(\widehat{\mathbf{v},\mathbf{r}}) = \frac{\pi}{2}$, $\mu = 1$, $\lvert Q\rvert = e$. <br> $B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{ev}{r^2}$, $\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2}$, $v = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 rm}}$. |

$$B = \frac{\mu_0 e^2}{8\pi r^2\sqrt{\pi\varepsilon_0 rm}}.$$

**Ответ** $B = 1{,}25\ 10^{-23}$ Тл

***4) В опыте Юнга расстояние между соседними интерференционными максимумами на экране оказалось равным Δy = 0,5мм. Определить длину волны падающего света, если расстояние между источниками d = 3мм, а расстояние от источника до экрана b = 3м.***

Дано:
$\Delta y = 0{,}5$ мм
$d = 3$ мм
$b = 3$ м
$\lambda$ - ?

Решение.
$\Delta = \pm m\lambda$ $(m = 0 \ldots n)$
$\Delta = \frac{yd}{l}$
$y = \pm m\frac{b}{d}\lambda$ $\Delta y = \frac{b}{d}\lambda$
$\frac{yd}{l} = \pm m\lambda$
$\lambda = \frac{d\Delta y}{b} = \frac{3\cdot 0{,}5}{1000} = 0{,}015$
$\lambda = 0{,}015$

# БИЛЕТ 15

***1) Электрический ток. Сила и плотность тока. Электрическое поле в проводнике с током. Сторонние силы. Закон Ома и Джоуля-Ленца в дифференциальной и интегральной формах.***

**Сила тока** определяется количеством заряда, проходящим через поперечное сечение проводника за единицу времени. **I=dQ/dt.**
**Плотность тока** - физическая величина определяемая силой тока проходящего через единицу площади поперечного сечения проводника.
$j = \frac{dI}{dS}$ $I = \frac{dQ}{dt} = ne < v > S \Rightarrow j = ne < v >$
**Закон Ома.** Сила тока прямо пропорциональна напряжению на концах проводника и обратно пропорциональна сопротивлению. **I=U/R**. Для полной цепи: $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ **R=ρl/S** В дифференциальной форме: $j = \sigma E$.
Обобщенный закон (инт. форма):
$j = \sigma(E + E^*)$, где $E^*$ – поле сторонних сил. Для неоднородного участка цепи: $RI = \varphi_1 - \varphi_1 + \varepsilon_{12}$
**Сторонние силы** - силы не электростатического происхождения, действующие на заряды со стороны источников тока и вызывающие перемещение электрических зарядов внутри источника постоянного тока.
**Закон Джоуля-Ленца.** Если ток идёт по неподвижному проводнику, то вся работа идёт на нагревание и по закону сохранения энергии: dQ=dA.

$A' = \Delta W + Q$, т.к. $\Delta W = 0 \Rightarrow A = Q$, $A_{кул} = |\varphi_1 - \varphi_2||q| = U\cdot I\cdot dt$
$\Rightarrow \boxed{dQ = UI\cdot dt = I^2 R\cdot dt = \frac{U^2}{R}dt}$ - закон Джоуля Ленца (инт.)
$\delta Q = I^2 R\,dt = j^2\rho\, S\, l\cdot dt$ $\Rightarrow \boxed{j^2\rho = \frac{dQ}{V\cdot dt} = q}$ закон Дж.-Л. (диф.)
$\qquad\qquad\qquad\qquad\quad = V$

сторонние силы - силы действующие на заряд отличные от кулоновских, тоже совершают работу $A_{стор}$.
(ЭДС): $\boxed{\mathcal{E} = \frac{A_{стор}}{q}}$ $[= В]$ $\boxed{\mathcal{E} = \int(\vec{E}_{стор}, \vec{dl})}$

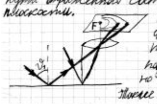
**Электродвижущая сила** ε источника тока называют физическую скалярную величину, равную работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда вдоль замкнутой цепи $\varepsilon = \frac{Astor}{q}\varepsilon_{12} = \int_1^2 E^* dl$.
**Линии тока** - линии, в каждой точке которых касательная имеет направление вектора поля в этой точке.
Если ток постоянный заряд внутри однородного проводника равен нулю. $\oint \sigma E dS = 0$ E вблизи поверхности проводника составляет (при наличии тока) некоторый не равный нулю угол а

***2) Интерференция света в тонких плёнках. Интерференционные полосы равной толщины и наклона. Применение интерференции, интерферометры.***

**2. Интерференция света в тонких пленках. Интерференционные полосы равной толщины и равного наклона. Применение интерференции, интерферометры.**


$\Delta = n(AB + BC) - AD$
$AB = BC = \frac{2b}{\cos\theta'}$
$AD = 2b\cdot tg\,\theta'\cdot\sin\theta$ $\Rightarrow \boxed{\Delta = 2nb\cos\theta'}$
$\sin\theta = n\cdot\sin\theta' \Rightarrow \boxed{\Delta = 2b\sqrt{n^2 - \sin^2\theta} - \frac{\lambda}{2}}$
Если 1 и 2 - когерентны, то max: $\boxed{2b\sqrt{n^2 - \sin^2\theta} - \frac{\lambda}{2} = m\lambda}$

При падении плоской волны на плоскопараллельную тонкую пластинку интенсивность отраж. света зависит от угла падения. Изменяя этот угол, мы можем наблюдать чередование max и min отражённого света.
Используя рассеянный монохр. свет (он созд. волны падающие на пластину под разными углами) на пути отражённого света - линза и экран в фокальной плоскости.




Полоса данного порядка интерференции обусловлена светом, падающим на пластину под одним и тем же углом θ, но с разных направлений.
Такие полосы - полосы равного наклона

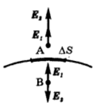
Клиновидные пластинки


Разность хода лучей, отразившихся от различных участков клина - неодинакова, в области локализации интерференции появляются светлые и тёмные полосы, параллельные ребру клина. Каждая из таких полос возникает в результате отражений от участков клина с одинаковой толщиной, поэтому их наз. - полосами равной толщины.

Интерферометры - оптический прибор, принцип действия которого основан на разделении пучка света на два или несколько когерентных пучков, которые проходят различные оптические пути, а затем сводятся вместе.
Применяются для измерения длины волны спектральных линий, их структуры, абс. показ. преломления, измерения длин и перемещений тел.
1.) Интерферометр Майкельсона (Звёздный)
2.) Релея
3) Маха - Цендера
4) Жамена

***3) На сферической оболочке радиусом R равномерно распределен заряд Q. Используя закон сохранения энергии,найти электрическую силу, приходящуюся на единицу площади оболочки.***

**Решение 1.** Рассмотрим малый элемент поверхности $\Delta S$, на котором находится заряд $\Delta q = \frac{Q}{4\pi R^2}\Delta S$. Действующая на этот элемент сила $\Delta F = \Delta q\cdot E_1$, где $E_1$ — напряженность поля, которое создается *всеми остальными* зарядами, не находящимися на площадке $\Delta S$. Обозначим через $E_2$ напряженность поля заряда $\Delta q$ непосредственно у площадки $\Delta S$ и рассмотрим две очень близкие точки $A$ и $B$, лежащие по *разные* стороны от площадки $\Delta S$. Определим полную напряженность поля в этих точках (см. рисунок; считаем, что $Q > 0$): $E_A = E_1 + E_2 = k\frac{Q}{R^2}$; $E_B = E_1 - E_2 = 0$. Отсюда $E_1 = E_2 = k\frac{Q}{2R^2}$, т. е. очень малый элемент заряженной поверхности создает вблизи себя такое же поле, как и все остальные заряды, вместе взятые! (Этот вывод справедлив для заряженного проводника любой формы.) Таким образом, $\Delta F = \frac{Q}{4\pi R^2}\Delta S\cdot k\frac{Q}{2R^2}$;




***4) Определить магнитный момент электрона, движущегося по круговой орбите радиусом R = 0,53 10^-10 м вокруг протона (боровская модель атома водорода).***

**3.216** Принимая, что электрон в невозбужденном атоме водорода движется по круговой орбите радиусом $r = 52{,}8$ пм, определите: 1) магнитный момент $p_m$ эквивалентного кругового тока; 2) орбитальный механический момент $L_e$ электрона; 3) исходя из полученных числовых значений, гиромагнитное отношение орбитальных моментов, доказав, что оно совпадает со значением, определяемым универсальными постоянными.

| Дано | Решение |
|---|---|
| $= 1$ <br> $= 1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл <br> $= 52{,}8$ пм $= 52{,}8\cdot 10^{-11}$ м <br> $m = 9{,}11\cdot 10^{-31}$ кг <br> ) $p_m$ — ? <br> ) $L_e$ — ? <br> ) $g$ — ? | $\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, $v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 mr}}$, <br> $p_m = IS$, $I = \frac{e}{T}$, <br> $T = \frac{2\pi r}{v}$, $S = \pi r^2$, $p_m = \frac{evr}{2} = \frac{e^2}{4}\sqrt{\frac{r}{\pi\varepsilon_0 m}}$, <br> $L_e = mvr = \frac{e}{2}\sqrt{\frac{mr}{\pi\varepsilon_0}}$, $g = \frac{p_m}{L_e} = \frac{e}{2m}$. |

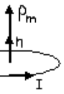
**Ответ** 1) $p_m = 9{,}25\cdot 10^{-24}$ А · м²;
2) $L_e = 1{,}05\cdot 10^{-34}$ кг · м²/с;
3) $g = 87{,}8$ ГКл/кг.

# БИЛЕТ 16

***1) Проводник с током в магнитном поле. Закон Ампера. Контур с током в магнитном поле. Магнитный момент контура с током.***

Каждый носитель тока испытывает действие магнитной силы, которое передается проводнику, по которому заряды движутся. В результате магнитное поле действует с определенной силой на проводник с током (силой Ампера). Найдём это силу. Пусть объемная плотность заряда равна ρ.В объёме dV находится заряд $dq = \rho dV$. Тогда сила $dF = \rho[uB]dV$. (из $F = q[vB]$) Так как плотность тока $j = \rho u$, то $dF = [jB]dV$. Если ток течет по тонкому проводнику, то согласно рис.: $jdV = Idl$ и $dF = I[dl, B]$ ,где dl — вектор, совпадающий по направлению с током и характеризующий элемент длины тонкого проводника.

Сила Ампера, действующая на контур с током равна: $F = \oint[dl, B]$




Если контур с током плоский и его размеры малы - элементарный. Магнитный момент $p_m = ISn$. На элеметраный контур с током в неоднородном магн. поле действует сила $F = p_m\frac{\partial B}{\partial n}$. Т.к. результирующая сил по замкнутому контуру равна нулю, в однородном магнитном поле, для произвольной формы контура с током момент сил не зависит от выбранной точки и равен $N = [p_m B]$

***2) Дифракционная решетка. Спектральные характеристики дифракционной решетки.***

**Дифракционная решетка** — оптический прибор, представляет собой совокупность большого числа регулярно расположенных штрихов (щелей), нанесённых на некоторую поверхность.

Для того, чтобы в точке *P* наблюдался интерференционный максимум, разность хода Δ : Δ= $d\sin\theta_m = \pm\lambda m$ (*)

Здесь *d* – период решетки, *m* – целое число. В точках где это условие выполнено, располагаются ***главные максимумы*** дифракционной картины.

В фокальной плоскости линзы расстояние $y_m$ от максимума *m* = 0 до максимума *m*-го порядка при малых углах дифракции равно: $y_m = m\frac{\lambda}{\alpha}F$ где F- фокусное расстояние

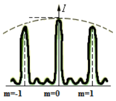
Дифракционные минимумы: $b\sin\theta = \pm\lambda m$

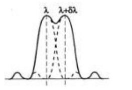
Распределение интенсивности при дифракции монохромат. света:

$$I = I_0\frac{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}{\frac{\delta^2}{2}}\frac{\sin^2\left(\frac{N\gamma}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)},\text{ где } \delta = 2\pi D\sin\left(\frac{\theta}{\lambda}\right);\ \gamma = 2\pi d\sin\left(\frac{\theta}{\lambda}\right)$$

**Спектральные характеристики**

**Угловая дисперсия:** Характеризует степень Пространственного разделения волн с различными




длинами λ, по определению:**D=dϑ/d**.

дифференцируя (*): $\frac{\partial\theta}{\partial\lambda} = \frac{m}{d\cos\theta}$, чем меньше период дисперсии d, тем больше угловая дисперсия.

**разрешающая способность $R = \lambda/\delta\lambda$ , где $\delta\lambda$** – наим. разность длин волн спектральных линий, при которой эти линии воспринимаются раздельно(разрешаются). **Критерий Рэлея**: спектральные линии с разными $\lambda$, но одинаковой интенсивности, считаются разрешенными, если главный макс. одной линии совпадает с первым мин. другой.

$$d\sin\theta_m = (\lambda + \delta\lambda)m = \left(m + \frac{1}{N}\right)\lambda \Rightarrow \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN.$$

Справедливо когда: 1. интенсивность обоих максимумов одинакова. 2. Расширение линий обусловлено только дифракцией. 3. Падающий на решетку свет имеет ширину когерентности превышающую размер решетки.

**область дисперсии Δλ=λ/m,** Δλ - ширина спектрального аппарата при котором еще нет перекрытия спектров соседних порядков.

***3) Предельный угол полного внутреннего отражения для некоторого вещества равен γ = 45º. Чему равен для этого вещества угол полной поляризации?***

4 Предельный угол полного отражения для некоторого вещества равен $\gamma = 45°$. Чему равен для этого вещества угол поляризации? 4

$n_1\sin\gamma = n_2$; $\sin\gamma = \frac{n_2}{n_1}$

$tg\,\theta_{бр} = \frac{n_2}{n_1}$; $tg\,\theta_{бр} = \sin\gamma$.

$\theta_{бр} = arctg(\sin\gamma)$

$\theta_{бр} \approx 35{,}3°$.

4 4

***4) Какая энергия запасена на единице длины коаксиального кабеля с проводниками радиусами $R_1$ и $R_2$ ($R_2$>$R_1$), когда силы тока I в проводниках одинаковы и токи направлены в противоположные стороны? Где плотность энергии максимальна?***

$\omega = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$; $B = \mu\mu_0 H$

$H = \frac{B}{\mu\mu_0}$; => $\omega = \frac{\mu\mu_0 B^2}{2\mu^2\mu_0^2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$

$B\cdot 2\pi r = \mu_0 I$

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$\omega = \frac{\mu_0^2 I^2}{4\pi^2 r^2}\cdot\frac{1}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2}$

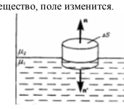
$W = \ell 2\pi\int_{R_1}^{R_2} r\,dr\cdot\frac{\mu_0}{8\pi^2}\frac{I^2}{r^2} = \ell\cdot 2\pi\cdot\frac{\mu_0}{8\pi^2}I^2\int\frac{dr}{r} =$

$\frac{W}{\ell} = \boxed{\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot I^2\cdot\ln\frac{R_2}{R_1}}$

# БИЛЕТ 17

***1) Магнитное поле в веществе. Намагниченность вещества. Связь векторов напряженности, намагниченности и индукции магнитного поля. Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость. Диамагнетики, парамагнетики, ферромагнетики. Поле на границе раздела магнетиков.***

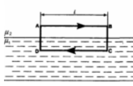
Если в магнитное поле, образованное токами в проводах, ввести то или иное вещество, поле изменится. Это объясняется тем, что всякое вещество является магнетиком, т.е. способно под действием магнитного поля намагничиваться - приобретать магнитный момент. Намагниченное вещество создает свое магнитное поле B', которое вместе с первичным полем $B_0$, обусловленным токами проводимости, образует результирующее поле**B= B'+ $B_0$**




Степень намагничивания магнетика характеризуется магнитным моментом единицы объема.

Эту величину называют **намагниченностью** и обозначают J. $J = \frac{1}{\Delta V}\sum p_m = n < p_m >$, гдеΔ- беск. малый объем в окрестности данной точки, $p_m$-магнитный момент отдельной молекулы.,n-концентрация молекул, $< p_m >$- средний магнитный момент одной молекулы

Связь векторов индукции намагниченности и напряженности $J = \chi H$ $B = \mu\mu_0 H$ ,где $\chi$- магнитная восприимчивость, $\mu$-магнитная проницаемость.( $\mu = 1 + \chi$) **Парамагнетики** ($\mu > 1, \chi > 0,\ J \uparrow\uparrow H$), **диамагнетики** ($\mu < 1, \chi < 0,\ J \uparrow\downarrow H$)




- **Условия на границе раздела двух сред.**

$\oint Bds = 0$ , $\oint Hdl = I$

$B_{2n}\Delta S + B_{1n'}\Delta S = 0,\quad B_{1n'} = -B_{1n}, \Rightarrow\quad B_{2n} = B_{1n}$

$H_{2\tau}l + H_{1\tau'}l = i_N l,\quad H_{1\tau'} = -H_{1\tau} \Rightarrow H_{2\tau} - H_{1\tau} = i_N$, **если на разделе магнетиков тока проводимости нет (i=0) то** $H_{2\tau} = H_{1\tau}\frac{H_{n1}}{H_{n2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}\frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$

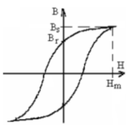



Рис. 2.9

**Ферромагнетики** – это вещества, обладающие самопроизвольной намагниченностью, которая сильно изменяется под влиянием внешних воздействий – магнитного поля, деформации, температуры. Для ферромагнетиков характерно явление магнитно гистерезиса: связь между B и H и J и H оказывается неоднозначной, а определяется предшествующей историей намагничивания ферр-ка. На рисунке петля гистерезиса.

***2) Дифракция рентгеновских лучей. Формула Вульфа-Брэггов. Понятие о рентгеноструктурном анализе.***

В природе в роли дифракционных решёток выступают вещества, имеющие кристаллическую структуру. Для таких веществ характерно упорядоченное расположение атомов или молекул в пространстве. При их облучении электромагнитными волнами последние испытывают явление дифракции на атомах или молекулах, в результате становится возможными наблюдать перераспределение интенсивности падающей волны. В кристаллах в роли щелей выступают атомы или молекулы, а период решётки определяется межатомным расстоянием d. Учитывая, что порядок величины d=$10^{-8}$ м, для увеличения разрешающей способности и дисперсии дифр решетки расстояние между щелями d<<λ поэтому необходимо использовать электромагнитные волны с очень малой длиной волны. Для этой цели подходят электромагнитные волны рентгеновского диапазона с длиной волны λ=$10^{-12}$

Изучение структуры кристаллических, а также поликристаллических веществ с помощью явления дифракции электромагнитных волн рентгеновского диапазона составляет сущность рентгеноструктурного анализа**.**

-формула Вульфа - Брэггов**.** Из этой формулы следует, что при известной длине волны и порядке наблюдаемого дифракционного макс расстояние между кристаллическими плоскостями d может быть найдено из формулы: d=0.5mλ/sinθ

**-Рентгеноструктурный анализ**

Спектральный состав излучения, т. е. измерение его длин волн, можно определить с помощью формулы Вульфа-Брэггов.

**-Метод Лауэ**, в котором узкий пучок рентгеновского излучения направляется на исследуемый монокристалл. В результате на помещенной за кристаллом фотопластинке получается система пятен-максимумов. А по расстояниям между максимумами и их интенсивности можно расшифровать структуру данного кристалла.

**-Метод Дебая-Шерера** используется узкий пучок мон-кого рентгеновского изл. и образец в виде поликристалла. Исследуемый кристалл предварительно измельчают в порошок, и из него прессуется образец в виде стерженька.

Рентгенограмма образца, полученная по этому методу — дебайграмма — имеет вид системы концентрических колец. Ее расшифровка также позволяет определить структуру кристалла.

***3) В обмотке соленоида, сопротивление которой R = 1,0Ом и индуктивность L = 20мГн, сила тока $I_0$ = 5,0А. Чему равна энергия магнитного поля соленоида через t = l,0мс после отключения источника?***

3 В обмотке соленоида сопротивление R = 1 Ом и индуктивность L = 20 мГн сила тока 5 А. Чему равна энергия магнитного поля соленоида через t = 1 мс после отключения источника.

$W = \frac{LI^2}{2}$; $I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$; $\tau = \frac{L}{R}$ - постоянная времени.

$I = I_0 e^{-\frac{tR}{L}}$

$W = \frac{L I_0^2 e^{-\frac{2tR}{L}}}{2}$;

***4) Катушка диаметром D = 25,0см состоит из N = 20 витков медной проволоки круглого сечения диаметром d = 2,0мм. Однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости катушки, изменяется со скоростью dB/dt = 6,55 $10^{-3}$Тл/с. Определите:***

***а)силу тока в катушке;***

***б)выделяемую в катушке мощность.***

$\Phi = NBS$; $\mathcal{E}_i = IR$; $\ell = \pi DN$

$R = \frac{\rho\ell}{S_n}$; $S_n = \frac{\pi d^2}{4}$; $S = \frac{\pi D^2}{4}$

$|\mathcal{E}_i| = \frac{d\Phi}{dt} = NS\frac{dB}{dt} = \frac{N\pi D^2}{4}\cdot\frac{dB}{dt}$

$I = \frac{N\pi D^2}{4R}\cdot\frac{dB}{dt} = \frac{\cancel{N}\pi D^{\cancel{2}}\cdot\pi d^2}{4\cdot\rho\cdot\cancel{\pi D}\cdot 4\cancel{N}}\cdot\frac{dB}{dt} =$

$= \frac{\pi\cdot 25\cdot 10^{-2}\cdot 4\cdot 10^{-6}}{16\cdot 16\cdot 10^{-9}}\cdot 6{,}55\cdot 10^{-3} = 0{,}08 A$

$P = \frac{\mathcal{E}_i^2}{R} = \frac{\pi d^2\cdot N^2\pi^2 D^4}{\rho\,\pi DN\cdot 4\cdot 16}\left(\frac{dB}{dt}\right)^2 =$

$= \frac{4\cdot 10^{-6}\cdot 20\cdot 3{,}14^2\cdot(25\cdot 10^{-2})^3}{16\cdot 10^{-9}\cdot 64}\cdot(6{,}55\cdot 10^{-3})^2 =$

$= 5{,}169\cdot 10^{-4}$ Вт $= 516{,}9$ мкВт

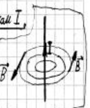
# БИЛЕТ 18

**1. Магнитное поле прямого и кругового токов.**

1) Магнитное поле от длинного тонкого провода с током I.


Найдём $\vec{B}$ на расст. R от провода.

$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I[d\vec{l}\times\vec{r}]}{r^3}}$ - в-р $\vec{B}$ от элемента $d\vec{l}$.

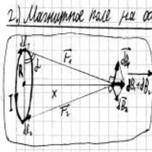



в-ры $d\vec{B}$ от всех $d\vec{l}$ ⊥ к плоскости $(d\vec{l}, \vec{r}) \Rightarrow$ от в-ра Σ к Σ величин: $\boxed{dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I\,dl\sin\alpha}{r^2}}$ $\vec{B} = \sum d\vec{B}$

$r = \sqrt{x^2 + R^2}$; $r\sin\alpha = R$; $dx = dl$

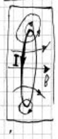
$B = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IR}{r^3}dx = \frac{\mu_0 IR}{4\pi}\left(\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{(R^2 + x^2)^{3/2}}\right) = \frac{\mu_0 IR}{4\pi}\cdot\left(\frac{2}{R^2}\right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \Rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}}$

2) Магнитное поле на оси контура с током I




$B = \sum_{dl} dB_{d\vec{l}}\cos\alpha$

$d\vec{l} \perp \vec{r} \Rightarrow \boxed{dB_{dl} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\cdot dl}$




$\sqrt{r = R^2 + x^2}$; $\cos\alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}}$.

$B = \sum dB_{dl}\cos\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\cos\alpha\sum_{dl} dl = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{r^2}\cos\alpha\cdot 2\pi R = \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$

$\boxed{B = \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}}} = \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{\vec{p}_m}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$, т.к. $\vec{p}_m = I\vec{S}_n$, $S = \pi R^2$

**2. Поляризация света. Естественный и поляризованный свет. Поляризаторы. Закон Малюса и закон Брюстера.**

Волну в кот. направл. колебаний светового в-ра $\vec{E}$ упорядочено к-либо образом наз. поляризованной.

Если колебания в-ра $\vec{E}$ происходят только в одной плоскости проходящей через луч - то наз. плоско- или линейнополяризованной волной.

Если ориентация в-ов $\vec{E}$ и $\vec{B}$ хаотически меняется со временем, так что в плоскости $\perp\vec{k}$ ($\vec{c}$), все направления равноправны - естественный свет.

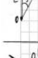
Если в-р $\vec{E}$ вращается вокруг напр. распростр. волны и при этом конец $\vec{E}$ описывает эллипс - эллиптическая поляриз.

Из естеств. света можно получить плоскополяриз. с помощью приборов - поляризаторов.

Частично поляриз. свет - в кот. колеб. одного направл. преобладают над другим.

степень поляризации: $\boxed{P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}}$, плоскопол. $I_{min} = 0$, $P = 1$, естеств. $I_{max} = I_{min}$, $P = 0$, эллиптич - не применимо.

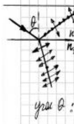
Поляриз. можно использ. как анализаторы - для определения хар-ра и степени поляриз. интересующего света.




P - плоскость пропускания

Анализатор пропускает только $\boxed{E = E_0\cos\varphi}$

$I \sim E^2 \Rightarrow \boxed{I = I_0\cos^2\varphi}$ - закон Малюса, $I_0$ - падающего плоскопол.




Если угол падения естеств. света на границу раздела двух прозрачн. диэл. ≠0, то отражённый и преломлённый лучи частично поляриз.

В отражённом свете колебания $\vec{E}$ ⊥ к пл-ти падения, в преломлённом преобладают ∥ к пл-ти падения.

угол θ: $\boxed{tg\,\theta = \frac{n_2}{n_1}}$ - закон Брюстера. Степень поляриз. P зависит от угла падения.

***3) К тонкому однородному проволочному кольцу радиусаR подводят ток J. Найти индукцию магнитного поля в центре кольца, если подводящие провода, делящие кольцо на две дуги длиной $l_1$ и $l_2$ расположены радиально и бесконечно длинные.***

*Решение*.

В основе этой задачи лежит формула для расчета магнитной индукции $B_1$ проводника с током $I_1$ длиной $l_1$, согнутым в виде дуги окружности радиуса *r* и подводящими проводами направленными строго радиально:

B1=μ04π · I1 · l1r2(1)

Выберем направление тока так, как указано на рис. По правилу правой руки определяем направления магнитных индукций $B_1$ (к нам) и $B_2$ (от нас.).

Тогда в проекции на ось *Y*, направленную к нам, из принципа суперпозиции полей получаем:

$B_y = B_1 – B_2$. (2)

Силы тока $I_1$ и $I_2$ найдем следующим образом. Участки $l_1$ и $l_2$ соединены параллельно, следовательно:

$I_1 + I_2 = I$, $I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2$,

где $R_1 = \rho \cdot l_1/S$ — сопротивление участка длиной $l_1$. Аналогично для сопротивления $R_2 = \rho \cdot l_2/S$. Тогда

$I_1 \cdot l_1 = I_2 \cdot l_2$ или (это можно не делать)

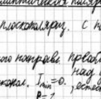
I1=I2 · l2l1, I2 · l2l1+I2=I, I2=I · l1l1+l2, I1=I · l2l1+l2.(3)

После подстановки уравнений (1) и (3) в (2) получаем

By=μ04π · r2 · (l1 · I1−l2 · I2)=0.

***4) Покажите, что индуктивность тора с прямоугольным сечением дается формулой L = $\mu_0 N^2$ h ln($R_2$/$R_1$)/(2π), где N-полное число витков, h-высота стороны сечения, $R_1$ и $R_2$-соответственно внутренний и внешний радиусы тора.***

$\Phi_1 = \int B\,dS$




$\Phi = N\cdot\Phi_1$

$B = \frac{\mu_0 IN}{2\pi\cdot x}$

$dS = h\cdot dx$

$\Phi_1 = \int_{R_1}^{R_2}\frac{\mu_0 IN}{2\pi\cdot x}\cdot h\cdot dx$

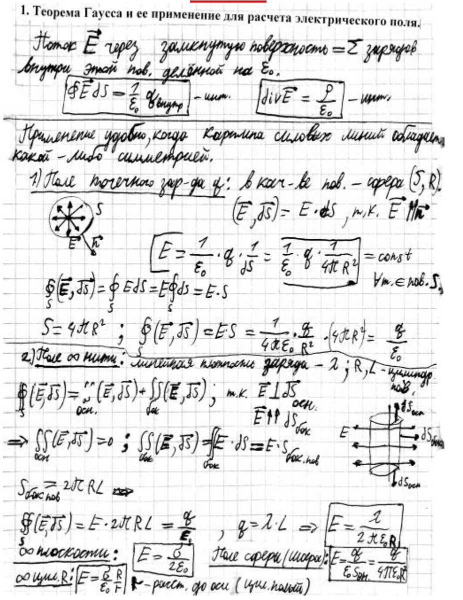
$\frac{\mu_0 INh}{2\pi}\cdot\ln\frac{R_2}{R_1}$

$\Phi = \Phi_1\cdot N = \frac{\mu_0 IN^2 h}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$

$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$

# БИЛЕТ 19

**1. Теорема Гаусса и ее применение для расчета электрического поля.**



Поток $\vec{E}$ через замкнутую поверхность $= \Sigma$ зарядов внутри этой пов. делённой на $\varepsilon_0$.

$\oint \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} q_{внутр}$ – инт. $\qquad div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ – инт.

Применение удобно, когда картина силовых линий обладает какой-либо симметрией.

1) Поле точечного зар-да q: в кач-ве пов. – сфера (S, R).

$(\vec{E}, d\vec{S}) = E \cdot dS$, т.к. $\vec{E} \uparrow\uparrow \vec{n}$

$E = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot q \cdot \frac{1}{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot q \cdot \frac{1}{4\pi R^2} = const \quad \forall m. \in пов. S$

$\oint_S (\vec{E}, d\vec{S}) = \oint_S E\,dS = E \oint_S dS = E \cdot S$

$S = 4\pi R^2$; $\oint (\vec{E}, d\vec{S}) = E \cdot S = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2} \cdot (4\pi R^2) = \frac{q}{\varepsilon_0}$

2) Поле ∞ нити: линейная плотность заряда – λ; R, L – цилиндр пов.

$\oint (\vec{E}, d\vec{S}) = \iint_{осн.} (\vec{E}, d\vec{S}) + \iint_{бок} (\vec{E}, d\vec{S})$; т.к. $\vec{E} \perp d\vec{S}_{осн.}$, $\vec{E} \uparrow\uparrow d\vec{S}_{бок}$

$\Rightarrow \iint_{осн} (\vec{E}, d\vec{S}) = 0$; $\iint_{бок} (\vec{E}, d\vec{S}) = \iint_{бок} E \cdot dS = E \cdot S_{бок.пов}$

$S_{бок.пов} = 2\pi RL$

$\oint_S (\vec{E}, d\vec{S}) = E \cdot 2\pi RL = \frac{q}{\varepsilon_0}$, $q = \lambda \cdot L \Rightarrow \boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}}$

∞ плоскости: $\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$ Поле сферы (шара): $\boxed{E = \frac{q}{\varepsilon_0 S_{вн.}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}}$

∞ цил. R: $\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \frac{R}{r}}$ r – расст. до оси (цил. поверх.)

***2) Электромагнитная индукция. Закон Фарадея. Правило Ленца. Самоиндукция. Взаимная индукция. Энергия и плотность энергии магнитного поля.***

**ЭМ индукция –** явление возникновения электрического тока в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока, охватываемого этим контуром.

**Закон Фарадея**

Величина ЭДС определяется скоростью изменения магнитного потока:

$\boldsymbol{\varepsilon_i = -\frac{d}{dt}\iint_S (\vec{B}, d\vec{S})}$

**Правило Ленца:** индукционный ток направлен так, чтобы создаваемое им магнитное поле компенсировало изменение магнитного потока.

Из интегральной формы закона электромагнитной индукции (закона Фарадея)

$$\oint_\Gamma (\vec{E}_{CT}, d\vec{l}) = -\frac{d}{dt}\iint_S (\vec{B}, d\vec{S})$$

с помощью теоремы Стокса $\oint_\Gamma (\vec{E}_{CT}, d\vec{l}) = \iint_S (rot(\vec{E}_{CT}), d\vec{S})$ можно получить дифференциальную форму

$$rot(\vec{E}_{CT}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

*При изменении во времени индукции магнитного поля в данной точке пространства, в окрестности этой точки появится поле сторонних сил, ротор векторов которого пропорционален скорости изменения вектора магнитной индукции.*

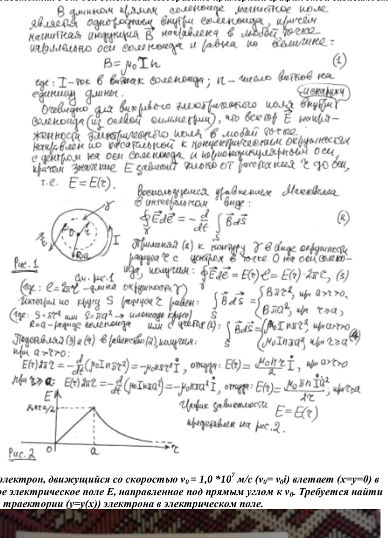
При изменении силы тока I в контуре будет изменяться и магнитный поток через площадку контура Ф, поэтому в контуре появится индукционный ток, направление которого определяется правилом Ленца. Это явление называется **самоиндукцией.**

$\boldsymbol{\varepsilon_{si} = -L\frac{dI}{dt}}$, где L – индуктивность - коэффициент пропорциональности в выражении**.**

Энергия магнитного поля, создаваемая в катушке индуктивности L электрическим током силой I, определяется формулой $\boldsymbol{W_M = \frac{LI^2}{2}}$. Индуктивность катушки $\boldsymbol{L = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l}\pi R^2}$, индукция магнитного поля в катушке $\boldsymbol{B = \mu\mu_0 \frac{N}{l} I}$, напряженность магнитного поля $\boldsymbol{H = \frac{B}{\mu\mu_0} = \frac{N}{l} I}$. Тогда $\boldsymbol{W_M = \frac{1}{2} VBH}$. Объемная плотность энергии $\boldsymbol{w = \frac{BH}{2} = \frac{(\vec{B}, \vec{H})}{2}}$

Явление возникновения ЭДС в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется взаимной индукцией. Рассмотрим два неподвижных контура (1 и 2), расположенных достаточно близко друг от друга. Обозначим через $\Phi_{21}$ ту часть потока, которая пронизывает контур 2. Если ток $I_1$ изменяется, то в контуре 2 индуцируется ЭДС $\varepsilon_{12}$, которая по закону Фарадея равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока $\Phi_{21}$, созданного током в первом контуре и пронизывающего второй: $\boldsymbol{\varepsilon_1 = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}}$

***3) В длинном соленоиде с радиусом сечения a и числом витков n на единицу длины изменяют ток с постоянной скоростью I А/С. Найти напряженность вихревого электрического поля как функцию расстояния r от оси соленоида. Изобразить примерный график этой зависимости.***



В длинном прямом соленоиде магнитное поле является однородным внутри соленоида, причём магнитная индукция $\vec{B}$ направлена в любой точке параллельно оси соленоида и равна по величине:

$B = \mu_0 I n$ (1)

где: I – ток в витках соленоида; n – число витков на единицу длины.

Очевидно для вихревого электрического поля внутри соленоида (из осевой симметрии), что вектор $\vec{E}$ напряжённости электрического поля в любой точке направлен по касательной к концентрическим окружностям с центром на оси соленоида и перпендикулярным оси, причём значение E зависит только от расстояния r до оси, т.е. $E = E(r)$.

Воспользуемся уравнением Максвелла в интегральном виде:

$\oint \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B} d\vec{S}$ (2)

Рис. 1

Применим (2) к контуру Γ в виде окружности радиуса r с центром в точке O на оси соленоида, получим: $\oint \vec{E} d\vec{l} = E(r)\ell = E(r)\,2\pi r$, (3)

(где: $\ell = 2\pi r$ – длина окружности Γ)

Интеграл по кругу S (внутри Γ) равен: $\int_S \vec{B} d\vec{S} = \begin{cases} B\pi r^2, & r \le a \\ B\pi a^2, & r \ge a \end{cases}$

$\int_S \vec{B} d\vec{S} = \begin{cases} \mu_0 I n \pi r^2, & r \le a \\ \mu_0 I n \pi a^2, & r \ge a \end{cases}$ (4)

Подставляя (3) и (4) в (2), получим:

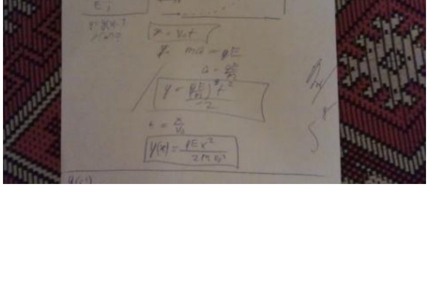
при $r \le a$: $E(r)\,2\pi r = -\frac{d}{dt}(\mu_0 I n \pi r^2)$, откуда: $E(r) = \frac{\mu_0 n r}{2}\dot{I}$

при $r \ge a$: $E(r)\,2\pi r = -\frac{d}{dt}(\mu_0 I n \pi a^2)$, откуда: $E(r) = \frac{\mu_0 n \dot{I} a^2}{2r}$

График зависимости $E = E(r)$ изображён на рис. 2.

Рис. 2

***4) Пусть электрон, движущийся со скоростью $v_0 = 1{,}0 \cdot 10^7$ м/с ($v_0 = v_0 i$) влетает (x=y=0) в однородное электрическое поле E, направленное под прямым углом к $v_0$. Требуется найти уравнение траектории (y=y(x)) электрона в электрическом поле.***



# БИЛЕТ 20

***1) Электрический заряд. Закон Кулона. Напряженность электростатического поля. Принцип суперпозиции.***

**Электрический заряд.** Наряду с массой, одним из свойств частиц вещества яв-ся электрический заряд. Различают два вида электрического заряда: положительный и отрицательный. О наличии заряда у тела судят по его взаимодействию с другими заряженными частицами. При этом одноименно заряженные тела отталкиваются, разноименные притягиваются.

Элементарным зарядом наз-ся абсолютная величина электрического заряда электрона или ядра атома водорода-протона. В СИ величина элементарного заряда равна $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$Кл. Любой электрический заряд кратен элементарному заряду.

Электрические заряды могут появляться или исчезать только попарно. Отсюда следует: закон сохранения электрического заряда – сумма зарядов в замкнутой(изолированной) системе остается постоянной.

Точечным электрическим зарядом наз-ся заряженное тело, размерами которого(в условиях данной задачи) можно пренебречь.

**Закон Кулона.** Опыт показывает, что взаимодействие точечных зарядов определяется законом Кулона: $\mathbf{F = k\frac{|q_1 * q_2|}{R^2}}$, где $\mathbf{k = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}}$ - постоянный коэффициент.

Два точечных неподвижных заряда, находящихся на расстояние R друг от друга взаимодействуют друг с другом с силой, величина которой пропорциональная произведение величин зарядов и обратно пропорциональная квадрату расстояния между ними.

Для закона Кулона справедливо утверждение: вектор силы, действующий на точечный заряд со стороны остальных зарядов равен векторной сумме сил, действующих со стороны каждого заряда в отдельности $\vec{F} = \sum_i \vec{F_i}$.

**Напряженность электростатического поля.** По современным представлениям электрические заряды взаимодействуют посредством некоторой материальной субстанции, которая наз-ся электрическое поле и яв-ся одной из форм проявления электромагнитного поля.

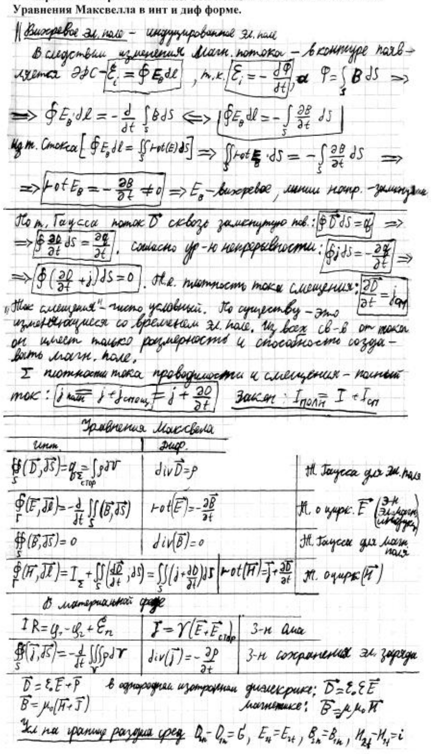
Электрическое поле характеризуется силовой характеристикой – вектором напряженности, который определяется как отношение вектора силы, действующей на точечный заряд q, помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$. Величина напряженности измеряется $\frac{Н}{Кл}$ или $\frac{В}{м}$. Зная напряженность в данной точке можно найти силу, действующую на заряд $\vec{F} = q * \vec{E}$. Отсюда видно, что на положительно заряженные частицы сила действует по направлению вектора напряженности электрического поля, а на отрицательно заряженные – против.

Правило: чтобы найти направление вектора напряженности электрического поля в данной точке, надо поместить в эту точку положительный заряд. Тогда вектор напряженности будет направлен так же как и вектор силы, действующей на заряд.

**Принцип суперпозиций для электрического поля:** Вектор напряженности поля, создаваемого системой зарядов, равен векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым из зарядов в отдельности: $\vec{E} = \sum_i \vec{F_i}$.

Это следует из того, что силы складываются как векторы $\vec{F} = \sum_i \vec{F_i}$, поэтому $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{\sum_i \vec{F_i}}{q} = \sum_i \frac{\vec{F_i}}{q} = \sum_i \vec{E_i}$.

**2. Вихревое электрическое поле. Ток смещения. Закон полного тока. Уравнения Максвелла в инт и диф форме.**



Вихревое эл. поле – индуцированное эл. поле

В следствии изменения магн. потока – в контуре появляется ЭДС – $\boxed{\mathcal{E}_i = \oint E\,dl}$, т.к. $\boxed{\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}}$ а $\Phi = \int_S B\,dS \Rightarrow$

$\Rightarrow \oint E_B\,dl = -\frac{d}{dt}\int_S B\,dS \Leftrightarrow \oint E_B\,dl = -\int_S \frac{\partial B}{\partial t} dS$

теор. Стокса $\left[\oint E_B\,dl = \iint rot(E)\,dS\right] \Rightarrow \int_S rot\,E_B \cdot dS = -\int_S \frac{\partial B}{\partial t} dS \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{rot\,E_B = -\frac{\partial B}{\partial t} \ne 0} \Rightarrow E_B$ – вихревое, линии напр. – замкнутые

Тео. Гаусса поток $\vec{D}$ сквозь замкнутую пов.: $\boxed{\oint \vec{D} dS = q} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\oint \frac{\partial D}{\partial t} dS = \frac{\partial q}{\partial t}}$. согласно ур-ю непрерывности: $\boxed{\oint j\,dS = -\frac{\partial q}{\partial t}}$

$\Rightarrow \boxed{\oint \left(\frac{\partial D}{\partial t} + j\right) dS = 0}$. т.к. плотность тока смещения: $\boxed{\frac{\partial D}{\partial t} = j_{см}}$

"Ток смещения" – чисто условный. По существу – это изменяющееся со временем эл. поле. Из всех св-в от токов он имеет только размерность и способность создавать магн. поле.

Σ плотности тока проводимости и смещения – полный ток: $\boxed{j_{полн} = j + j_{смещ} = j + \frac{\partial D}{\partial t}}$ Закон: $I_{полн} = I + I_{см}$

Уравнения Максвелла

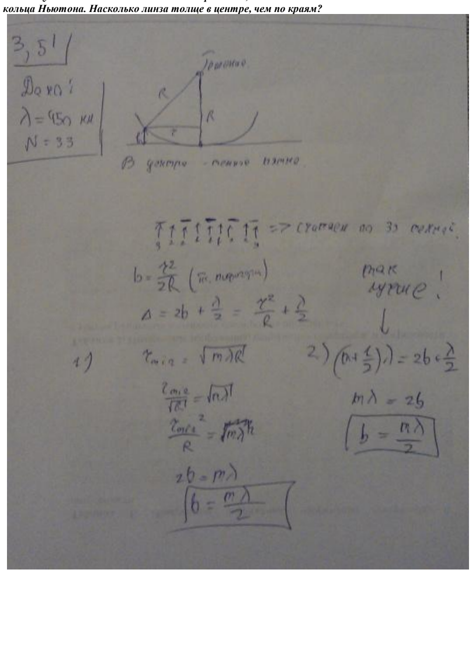
| инт | диф | |
|---|---|---|
| $\oint_S (\vec{D}, d\vec{S}) = q_{стор} = \int_V \rho\,dV$ | $div\vec{D} = \rho$ | Т. Гаусса для эл. поля |
| $\oint_\Gamma (\vec{E}, d\vec{l}) = -\frac{d}{dt}\iint_S (\vec{B}, d\vec{S})$ | $rot(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ | Т. о цирк. $\vec{E}$ (З-н электромагн. индукции) |
| $\oint_S (\vec{B}, d\vec{S}) = 0$ | $div(\vec{B}) = 0$ | Т. Гаусса для магн. поля |
| $\oint_\Gamma (\vec{H}, d\vec{l}) = I_\Sigma + \iint_S \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, d\vec{S}\right) = \iint_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) d\vec{S}$ | $rot(\vec{H}) = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ | Т. о цирк. $\vec{H}$ |
| В материальной форме | | |
| $IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}$ | $\vec{j} = \gamma(\vec{E} + \vec{E}_{стор})$ | З-н Ома |
| $\oint_S (\vec{j}, d\vec{S}) = -\frac{d}{dt}\iiint_V \rho\,dV$ | $div(\vec{j}) = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$ | З-н сохранения эл. заряда |

$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$ в однородном изотропном диэлектрике: $\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E}$

$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J})$ магнетике: $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$

Усл на границе раздела сред $D_{2n} - D_{1n} = \sigma$, $E_{1t} = E_{2t}$, $B_{2n} = B_{1n}$, $H_{2t} - H_{1t} = i$

***3) При нормальном падении света с длиной волны λ = 450нм на плоско-выпуклую линзу, находящуюся на плоской стеклянной поверхности, наблюдатель видит 33 светлых и 33 тёмных кольца Ньютона. Насколько линза толще в центре, чем по краям?***



3,5'

Дано:
λ = 450 нм
N = 33

В центре – темное пятно

=> считаем по 33 колец

$b = \frac{r^2}{2R}$ (т. пифагора)

$\Delta = 2b + \frac{\lambda}{2} = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2}$

так лучше!

1) $r_{min} = \sqrt{m\lambda R}$

2) $(m + \frac{1}{2})\lambda = 2b + \frac{\lambda}{2}$

$m\lambda = 2b$

$\boxed{b = \frac{m\lambda}{2}}$

# БИЛЕТ 20 (продолжение)

***4) Внутри шара, заряженного равномерно с объемной плотностью ρ имеется сферическая полость. Центр полости смещен относительно центра шара на расстоянии а. Пренебрегая влиянием вещества шара, найти напряженность E внутри полости.***

Задача

Внутри шара, заряженного равномерно с объемной плотностью ρ, им сферическая полость. Центр полости смещен относительно центра шара на расстоянии а. Пренебрегая влиянием вещества шара, найти напряженность внутри полости.

(И. Е. Иродов. Задачи по общей физике. 1979г, №3.28/ 4-ое издание, №

**Дано:**

а ρ

**Найти:**

E -?

**Решение:**

Рассмотрим простой заряженный равномерно шар без всяких полост Изучим поле внутри него. Очевидно, что направление поля совпадает с радиусом-вектором, проведенным из центра шара. Найдем величину поля, и теорему Остроградского-Гаусса:

$$\Phi = \int \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E \cdot S = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \cdot V$$

$$E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$$

В векторной форме:

$$\vec{E} = \frac{\rho \cdot \vec{r}}{3\varepsilon_0}$$

Наш шар можно представить как суперпозицию двух шаров, один из к равномерно заряжен плотностью -ρ и как раз находиться в месте полости. Т центре полости непряженность поля

$$\vec{E} = \frac{\rho \cdot \vec{a}}{3\varepsilon_0} + \frac{(-\rho) \cdot (\vec{0})}{3\varepsilon_0}$$

**Ответ:**

$$\vec{E} = \frac{\rho \cdot \vec{a}}{3\varepsilon_0}$$

# БИЛЕТ 21

***1) Вектор напряжённости магнитного поля. Принцип суперпозиции полей. Теорема о циркуляции напряжённости магнитного поля в интегр. и диффер. формах.***

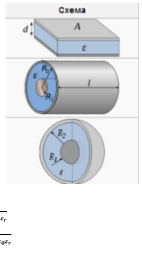
В магнетиках, помещённых в магнитное поле возникают токи намагничивания, поэтому циркуляция вектора В определяется не только токами проводимости, но и токами намагничивания $\oint \bar{B}\, d\bar{l} = \mu o(I + \grave{I})$ **.** Циркуляция намагниченности $\oint \bar{J}\, d\bar{l} = \grave{I}$ **,** $\oint (\frac{\bar{B}}{\mu 0} - \bar{J})\, d\bar{l} = \grave{I}$ **,** отсюда вектор напряжённости (А\м) $\bar{H} = (\frac{\bar{B}}{\mu 0} - \bar{J})$**.**

Теорема о циркуляции: Циркуляция вектора $H$ по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости, охватываемых этим контуром. $\oint \bar{H} d\bar{l} = I$ **инт.форма,** $\bar{\nabla} \times \bar{H} = \bar{J}$ **диф.форма,** ротор $H$ равен плотности тока проводимости.

Принцип суперпозиции: магнитное поле, создаваемое несколькими движущимися зарядами или токами равно векторной сумме магн. полей, создаваемым каждым зарядом или током в отдельности. $\bar{B}\Sigma = \sum \bar{B}i$

***2)Электроёмкость проводников и конденсаторов . Ёмкость плоского, цилиндрического и сферического конденсаторов.***

Сообщённый проводнику заряд q распределяется по его поверхности так, чтобы напряжённость поля внутри проводника была равна нулю. Отношение плотностей заряда в двух произвольных точках поверхности проводника при любой величине заряда будет одним и тем же. Отсюда вытекает, что потенциал уединённого проводника пропорционален находящемуся на нём заряду. q=C$\varphi$ . Коэффициент пропорциональности С между потенциалом и зарядом - *электроёмкость проводника* C=q/$\varphi$. (фарады Ф) = (1Кл/1 В). Конденсатор-система двух проводников, заряженных одинаковыми по величине и разными по знакам зарядами. Проводники - обкладки конденсатора. Электроёмкость конденсатора: C=q/U. Вывод ёмкостей:




**Сферического:** $U = |\varphi 1 - \varphi 2| = \left|\int_{R1}^{R2}(E, dl) = \int_{R1}^{R2} \frac{qdr}{4\pi\varepsilon 0 r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon 0}(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2})\right|$

**Цилиндрического:** $U = |\varphi 1 - \varphi 2| = \left|\int_{R1}^{R2}(E, dl) = \int_{R1}^{R2} \frac{qdr}{2\pi\varepsilon 0 L r^2} = \frac{q}{2\pi\varepsilon 0 L} \ln(\frac{R2}{R1})\right|$

**Плоский конденсатор**: $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 A}{d}; E = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}$;

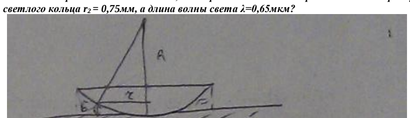
**Цилиндрический конденсатор**: $C = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \frac{1}{\ln(\frac{R_2}{R_1})}\ E(r) = \frac{Q}{2\pi r l \varepsilon_0 \varepsilon_r}$

**Сферический конденсатор**: $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})^{-1} E(r) = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r}$

**Сфера:** $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1 E(r) = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r}$

***3) В установке «кольца Ньютона» радиус выпуклой поверхности линзы равен R = 0,9м, а пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью. Чему равен показатель преломления жидкости, если при наблюдении в отраженном свете радиус второго светлого кольца $r_2$ = 0,75мм, а длина волны света λ=0,65мкм?***

1




$$R^2 = r^2 + (R - b)^2$$

$$\Delta = 2bn - \frac{\lambda}{2}$$

$$b = \frac{r^2}{2R}$$

$$\Delta = \frac{r^2}{R}n - \frac{\lambda}{2}$$

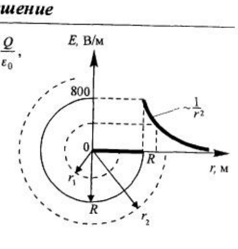
$$\frac{r^2}{R}n - \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$

$$n = \frac{\lambda(\frac{1}{2} + m)\cdot R}{r^2} =$$

$$\boxed{n = \frac{\frac{5}{2}\lambda R}{r^2}}$$

***4) Электрический заряд Q равномерно распределен по объему непроводящего шара радиусом R. Определите напряженность электрического поля: а)снаружи шара (r>R); б)внутри шара (r<R). Постройте график E(r).***

| *Дано* | *Решение* |
|---|---|
| $R$<br>$Q$<br>$r_1$ | $\oint_S E_n\, ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$, |
| $E_1$, $E_2$ — ?<br>$E(r)$ — ? | |




$\boxed{r_1 < R}$ $Q = 0$, $E_1 = 0$,

$\boxed{r_2 > R}$ $E_3 \cdot 4\pi r_2^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$, $E_3 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}$.

**Ответ** $E_1 = 0$,

# БИЛЕТ 22

***1) Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме. Применение теоремы Гаусса для расчета электростатических полей.***

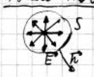
**1. Теорема Гаусса и ее применение для расчета электрического поля.**

Поток $\vec{E}$ через замкнутую поверхность = Σ зарядов внутри этой пов. делённой на $\varepsilon_0$.

$\boxed{\oint \vec{E} dS = \frac{1}{\varepsilon_0} q_{внутр}}$ – инт. $\boxed{div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$ – диф.

Применение удобно, когда картина силовых линий обладает какой-либо симметрией.

1) Поле точечного зар-да q: в кач-ве пов. – сфера (S, R).




$(\vec{E}, \vec{dS}) = E \cdot dS$, т.к. $\vec{E} \uparrow\uparrow \vec{n}$

$\boxed{E = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot q \cdot \frac{1}{dS} = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot q \cdot \frac{1}{4\pi R^2}} = const$ ∀т. ∈ пов. S,

$\oint_S (\vec{E}, \vec{dS}) = \oint_S E dS = E \oint_S dS = E \cdot S$

$S = 4\pi R^2$; $\oint_S (\vec{E}, \vec{dS}) = E \cdot S = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2} \cdot (4\pi R^2) = \frac{q}{\varepsilon_0}$

2) Поле ∞ нити: линейная плотность заряда – λ; R, L – цилиндр пов.

$\oint_S (\vec{E}, \vec{dS}) = \iint_{осн.} (\vec{E}, \vec{dS}) + \iint_{бок} (\vec{E}, \vec{dS})$; т.к. $\vec{E} \perp \vec{dS}_{осн.}$, $\vec{E} \uparrow\uparrow \vec{dS}_{бок}$


$\Rightarrow \iint_{осн} (\vec{E}, \vec{dS}) = 0$; $\iint_{бок} (\vec{E}, \vec{dS}) = \iint_{бок} E \cdot dS = E \cdot S_{бок. пов}$

$S_{бок. пов} = 2\pi R L \Rightarrow$

$\oint_S (\vec{E}, \vec{dS}) = E \cdot 2\pi R L = \frac{q}{\varepsilon_0}$, $q = \lambda \cdot L \Rightarrow \boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}}$

∞ плоскости: $\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$ Поле сферы (шара): $\boxed{E = \frac{q}{\varepsilon_0 S_{сф.}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}}$

∞ цил. R: $\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \frac{R}{r}}$ r – расст. до оси (цил. полый)

**2. Волновое уравнение для электромагнитного поля и его общее решение. Скорость распространения электромагнитных волн.**

Рассм. ур-я Максв. в вакууме при отсутствии зар и токов.

$\rho = 0$; $\vec{j} = \vec{0}$, $\varepsilon = 1$, $\mu = 1$; ур-я. $\begin{cases} div\vec{D} = 0 \\ rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ div\vec{B} = 0 \\ rot\vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{cases}$ учитывая

материальн. ур-я $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$, $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ $\Rightarrow \begin{cases} div\vec{E} = 0 & (1) \\ rot\vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} & (2) \\ div\vec{H} = 0 & (3) \\ rot\vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} & (4) \end{cases}$

из (2) $\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}(rot\vec{E}) = -\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \Rightarrow \boxed{rot\left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) = -\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}} \Rightarrow$

из (4) $\Rightarrow \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0} rot\vec{H}$

$\Leftrightarrow \boxed{rot(rot\vec{H}) = -\varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}}$, т.к. $rot(rot\vec{H}) = grad(div\vec{H}) - \Delta\vec{H}$

из (3) $div\vec{H} = 0$

$\Rightarrow -\varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = -\Delta\vec{H} \Leftrightarrow \boxed{\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0\mu_0} \Delta\vec{H}}$ – волновые ур-я, описывающие распространение эл-м. волн.

аналогично для $\vec{E}$ (начиная из (4), в (1) $div\vec{E} = 0$) $\Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0\mu_0} \Delta\vec{E}}$

$\Rightarrow$ фазовая ск. эл-магн волны в вакууме $= c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$

В среде с ε и μ: $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{n}$ – показ. преломления среды

$E_x = E_{0x} \sin(\omega_E t \mp (\vec{k}_E, \vec{r}) + \alpha_E)$ (для H-анал.), где $(\vec{k}, \vec{r}) = k_x x + k_y y + k_z z$

$r = (x, y, z)$ – рад. в-р т. где наход. волна $\vec{k} = (k_x; k_y; k_z)$; $k = |\vec{k}| = \frac{\omega}{v}$

$\sqrt{\mu\mu_0} H_0 = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E_0$, $\frac{E_0}{H_0} = Z_0 = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}}$ – волновое сопр. надо!?? на всякий!

***3) На дифракционную решетку с периодом 2 мкм падает нормально свет, пропущенный сквозь светофильтр. Фильтр пропускает волны длиной от 500 до 600 нм. Будут ли спектры различных порядков накладываться друг на друга?***

Запишем условие наложения двух соседних спектров *k* и (*k*+1) порядков для данных длин волн $\lambda_2$ и $\lambda_1$.

Они должны быть видны под одним углом $k\lambda_2 = (k+1)\lambda_1 = d \sin\varphi$. Отсюда

$$k = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{5 \cdot 10^{-7}}{6 \cdot 10^{-7} 5 \cdot 10^{-7}} = 5$$

Спектры данных линий могут перекрываться, начиная с *k* = 6. Определим максимальный порядок $k_{max}$, который дает данная решетка:

$$k_{max} = \frac{d \sin\varphi_{max}}{\lambda}$$

Для длины волны $\lambda_1$

$$k_{1max} = \frac{2 \cdot 10^{-5} \sin \pi/2}{5 \cdot 10^{-7}} = 4$$

Для длины волны $\lambda_2$

$$k_{2max} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot \sin \pi/2}{6 \cdot 10^{-7}} = 3{,}3 \cdots \approx 3$$

, (так как k целое число).

Следовательно, спектры длин волн $\lambda_1$ и $\lambda_2$ в данной решетке не перекрываются.

***4) Провод с сопротивлением R=1,00 Ом растянули по длине втрое. Чему теперь равно его сопротивление?***

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S},$$

$3 \cdot l_1 = l_2$

$R_2 = 3$ Ом

# БИЛЕТ 23

**1. Работа электростатического поля при перемещении зарядов. Потенциал электростатического поля. Связь напряженности и потенциала. Уравнение Пуассона.**

Потенциал поля в т. – энергетич. хар-ка эл. поля, отношение энер. вз-ия точечного заряда с полем W к величине этого заряда.

$\boxed{\varphi = \frac{W}{q}} = \left[\frac{Дж}{Кл} = В\right]$, $\varphi = \frac{W}{q} = k\frac{Q}{R}$.

Работа сил поля по перемещению зар. (Q-неподвижн.) $A = W_{п.нач} - W_{п.кон} = q\left(k\frac{Q}{R_н} - k\frac{Q}{R_к}\right)$

1) $\boxed{A = q(\varphi_н - \varphi_к)}$. Т.к. электр.-потенц. поле: $\boxed{\vec{E} = -grad(\varphi)}$ $(\vec{F} = -grad(W_п))$

Работа сил эл. статич. поля: $\boxed{A = \int_н^к (\vec{F}_{кул}, \vec{dl}) = q\int_н^к (\vec{E}, \vec{dl})}$ 2)

При $R_{кон} \to \infty$ $\varphi_{нач} = k\frac{Q}{R_н}$, т.е. потенц. т. поля – отношение работы сил поля по перемещ. зар. q на очень больш. расст. из данной точки к вел. этого зар.

Связь напр. $\vec{E}$ и $\varphi$: т.к. $\vec{F} = -grad(W_п) \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = -\frac{1}{q} grad(W_п) = -grad\left(\frac{W_п}{q}\right) = -grad(\varphi)}$ – диф.

$\Rightarrow q(\varphi_н - \varphi_к) = q\int_н^к (\vec{E}, \vec{dl}) \Leftrightarrow \boxed{\Delta\varphi = -\int_н^к (\vec{E}, \vec{dl})}$ – инт. $\Delta\varphi = \varphi_к - \varphi_н$

$\Rightarrow \oint (\vec{E}, \vec{dl}) = 0$. $[rot\vec{E} = 0]$

диф. т. Гаусса: $div(\vec{E}) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$, $\vec{E} = -grad(\varphi)$ $\Rightarrow div(grad(\varphi)) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$ – распред. потенц. по заданному расп. зар.

С декартовой СК: $div(grad(\varphi)) = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = \Delta\varphi$ опер. Лапласа

$\Rightarrow \boxed{\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}}$ – уравнение Пуассона

***2) Опорная и предметная световые волны. Запись и воспроизведение голограмм. Применение голографии.***

**Голография** (от греч. *holos* - весь, полный и *grapho* -пишу) - способ записи и восстановления волнового поля, основанный на регистрации интерференционной картины, которая образована волной, отражённой предметом, освещаемым источником света (**предметная волна**), и когерентной с ней волной, идущей непосредственно от источника света (**опорная волна**). Зарегистрированная интерференционная картина называется **голограммой**. Голограмма, освещённая опорной волной, создаёт такое же амплитудно-фазовое пространственное распределение волнового поля, которое создавала при записи предметная волна. Таким образом, в соответствии с принципом Гюйгенса - Френеля, голограмма преобразует опорную волну в копию предметной волны. Основы голографии были заложены в 1948г. физиком Денисом Габором (Великобритания). Однако отсутствие мощных источников когерентного света не позволило ему получить качественные голографические изображения. Второе рождение голография пережила в 1962 – 63 гг., когда американские физики Э. Лейт и Ю. Упатниекс применили в качестве источника света лазер и разработали схему с наклонным опорным пучком, а Ю. Н. Денисюк осуществил запись голограммы в трёхмерной среде, объединив, таким образом, идею Габора с цветной фотографией Липмана. К 1965 – 66 гг. были созданы теоретические и экспериментальные основы голографии. В последующие годы развитие голографии идёт главным образом по пути совершенствования её применений. **Принцип голографии**. Обычно для получения изображения какого-либо объекта фотографическим методом.

***3) Какова линейная дисперсия дифракционной решетки для длины волны 0,589 мкм в спектре 2-го порядка, если постоянная решетки 4 мкм, а фокусное расстояние проецирующей линзы 50 см.***

По формуле дифракционной решетки $d \sin\alpha = \lambda$ — (1). Кроме того, $\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{1}{d\cos\varphi}$ — (2) (см. задачу 16.51). Из (1) найдем $\sin\varphi = \frac{\lambda}{d}$ или $\cos\varphi = \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{d^2}}$ — (3). Подставляя (3) в (2), получим $\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{1}{d\sqrt{1 - \lambda^2/d^2}} = \frac{1}{\sqrt{d^2 - \lambda^2}}$. Отсюда

$$d = \sqrt{\frac{1}{(d\varphi/d\lambda)^2} + \lambda^2} = 5 \cdot 10^{-6}\ м.$$

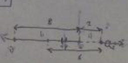


Линейная дисперсия $D$ дифракционной решетки определяется по формуле $D = F\frac{d\varphi}{d\lambda}$. Подставляя числовые данные, получим $D = 81$ мкм/(Н·м).



***4) На тонкой нити длиной l = 8см равномерно распределен заряд $Q_1$ = 350мкКл действующий силой F = 120мкН на точечный заряд $Q_2$ находящийся на продолжении той же нити на расстоянии r=6см от ее середины. Определить значение точечного заряда $Q_2$, если вся система находится в воздухе.***

4(е)



$l = 0{,}08$
$Q = 350$ мкКл
$F = 120$ мкН
$Q_2$ ?
$r = 0{,}06$

$dq = \tau dx$

$dF = k\frac{Q_2 dq}{(a+x)^2}$

$F = \int_{r_1}^{r_2} k\frac{Q_1 Q_2}{r^2} dr = kQ_1Q_2 \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2}$

$F = qE$

$dE = k\frac{dq}{r^2}$

$E = \int_{r_1}^{r_2} k\frac{dq}{r^2}$; $\lambda = \frac{dq}{dl}$; $dq = \lambda dl$

$F = \int_0^b k\frac{Q_2 \cdot \lambda}{(a+x)^2}dx = kQ_2\lambda\int_0^b \frac{d(a+x)}{(a+x)^2} =$

$= kQ_2\lambda \cdot \left(-\frac{1}{(a+x)}\right)\Big|_0^b = -kQ_2\lambda\left(\frac{1}{a+b} - \frac{1}{a}\right) =$

$= -kQ_2\lambda\left(\frac{1}{0{,}1} - \frac{1}{0{,}02}\right) = kQ_2\lambda \cdot 40$; $Q_2 = \frac{F}{k\lambda 40} = \frac{F \cdot l}{kQ_1 40}$

$\boxed{Q_2 = \frac{120 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}08}{40 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 350 \cdot 10^{-6}}}$

# БИЛЕТ 24

***1) Электростатическое поле в диэлектрике. Электрический диполь в электростатическом поле. Поляризованность. Свободные и связанные заряды. Вектор электрического смещения.***

При попадании диэлектрика в электрическое поле (создается заряженными плоскостями с поверхностной плотностью зарядов $\sigma$) происходит его поляризация. При этом на его гранях появляются связанные заряды $\sigma'$. Поверхностная плотность связанных зарядов меньше, чем плотность свободных. Результирующее поле внутри диэлектрика: $E = E_0 - E' = (\sigma - \sigma')/\varepsilon_0$.

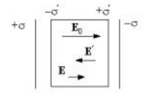
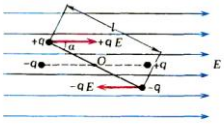



Рис. 2.5

На помещенный в электрическое поле диполь действуют две силы, равные по модулю и противоположные по направлению ($|F| = qE$). Так как они приложены к разным концам диполя, который схематично представляет собой два разноименных заряда $q$, соединенных на расстоянии $l$ друг с другом, создается вращательный момент: $M = 2qE \cdot \frac{l}{2}\sin\alpha = qE \cdot l\sin\alpha = p \cdot E \cdot \frac{l}{2}\sin\alpha$, где $p$ – дипольный момент.

Чтобы произвести количественное описание поляризации диэлектрика вводят векторную величину — **поляризованность**, которая определяется как дипольный момент единицы объема диэлектрика:




$$P = \frac{p_v}{V} = \frac{\sum_i p_i}{V}$$

Для описания электрического поля, в частности, в диэлектрике, вводят в рассмотрение **вектор электрического смещения (вектор электростатической индукции)** $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$

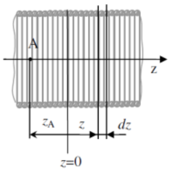
**В проводниках (например, в металлах) существуют свободные заряды, которые можно разделить. В диэлектриках заряды смещаются лишь в пределах отдельных молекул, поэтому их разделить нельзя. Это связанные заряды.**

***2) Теорема о циркуляции вектора индукции магнитного поля в интегральной и дифференциальной формах. Расчет магнитного поля тороида и соленоида.***

Циркуляция вектора индукции магн. поля по любому ориентированному замкн. контуру пропорциональна сумме токов, пронизывающих ориентированную площадку, огранич. контуром. Ориентация контура и площадки согласованны правилом правого винта. Коэф-т проп-сти - магн. постоянная. $\oint (\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 \sum_k I_k$

**Теорема о циркуляции:**

Циркуляция вектора индукции магнитного поля по любому ориентированному замкнутому контуру пропорциональна алгебраической сумме токов, пронизывающих ориентированную площадку, ограниченную контуром. Ориентация контура и площадки согласованны правилом правого винта. Коэф-т пропорциональности - магнитная постоянная.




$$\oint (\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 \sum_k I_k$$

Теорема о циркуляции в интегральном виде: $\oint_\Gamma (\vec{B}, d\vec{l}) = \iint_s (rot(\vec{B}), d\vec{S}) = \mu_0 \iint_s (\vec{j}, d\vec{S})$

В дифференциальной форме: $\mathbf{rot}\,\vec{B} = \mu_0\vec{j}$

**Расчет для соленоида:** Введем вдоль оси соленоида ось z. Выделим в соленоиде сеч., коорд-ту кот. примем за 0(z=0). Пусть точка А имеет коорд-ту $Z_a$. Небол. часть соленоида, длина кот. dz, и кот. находится в сеч. с коорд-той , содержит dN=ndz витков. Эта часть создает в точке А индукцию магн. поля, вел. кот.: $dB = \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2dN}{(R^2+x^2)^{3/2}}$

$$Ba = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2ndz}{(R^2+(z-z_a)^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2n}{} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{(R^2+(z-z_a)^2)^{3/2}}$$

**Делаем замену y=Z-$Z_a$ и получаем** $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{(R^2+(z-z_a)^2)^{3/2}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{(R^2+(y)^2)^{3/2}} = 2/R^2$

$B_a = \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2n}{}\frac{2}{R^2}$ заметим, что индукция не зависит от радиуса соленоида.

**Расчет для тороида**: пусть число витков в тороиде N, а сила тока I. Рассмотрим циркуляцию вектора индукции вдоль контура Г радиуса r(R1<r<R2), совпад. с одной из силовых линий: Вдоль Г величина В постоянна.

Откуда внутри тороида $B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$. Предположим, что диаметр сеч.тороидальной части много меньше внутреннего радиуса. Если ввести плотность намотки на внутреннем радиусе $n = \frac{N}{2\pi R_1}$, то

$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} = \frac{\mu_0 NI}{2\pi R_1}\frac{R_1}{r} = \mu_0 n I\left(\frac{r+x}{r}\right) = \mu_0 n I\left(1+\frac{x}{r}\right)$, но т.к. $x<d<<R_1<r$ $B \approx \mu_0 n I$

***3) Расстояние между вторым и четвертым светлыми кольцами Ньютона в отраженном свете равно Δr = 0,9мм. Определите радиус девятого темного кольца.***

Радиус k-го светлого кольца в отраженном свете

$r_k = \sqrt{(2k-1)R\frac{\lambda}{2}}$

$\Rightarrow \Delta r = r_4 - r_2 = \sqrt{7R\frac{\lambda}{2}} - \sqrt{3R\frac{\lambda}{2}} = \sqrt{R\lambda}\left(\sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{\frac{3}{2}}\right) = 0,9$ мм

Радиус k-го темного кольца в отраженном свете

$r_k = \sqrt{k\lambda R}$

$\Rightarrow r_9 = \sqrt{9}\sqrt{\lambda R} = 3\frac{0,9}{\sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{\frac{3}{2}}} = 4,179$ мм

***4) Определить потенциал электрического поля в центре кольца с внутренним радиусом $R_1$ = 20,9см и внешним радиусом $R_2$ = 40см, если на нем равномерно распределен заряд Q = 0,6мкКл.***

$dQ = \sigma dS \Rightarrow Q = \sigma\pi(R_2^2 - R_1^2)$

$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\varepsilon_0\varepsilon\pi(R_2^2 - R_1^2)}$

$\varphi_0 = \int_{R_1}^{R_2} E\,dR = \frac{Q}{2\varepsilon_0\varepsilon\pi(R_2^2 - R_1^2)} \cdot (R_2 - R_1)$