Лекция №2

Динамика

Закон сохранения импульса

Динамика изучает воздействие тел друг на друга с помощью силы

Сила – мера воздействия на тело со стороны других тел.

Виды взаимодействия:

1) Сильное (ядерное)
(удерживает ядро от распада)
$r_{взаимо.} = 10^{-15}$ м (почти размер ядра)

в 100р слабее 2) Электромагнитное
$r_{вз} = \infty$

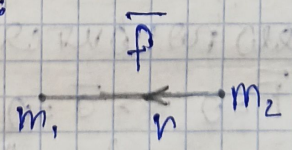
в 10^{10}р слабее 3) Слабое $r_{вз} = 10^{-18}$ м

в 10^{20} слабее 4) Гравитационное $r_{вз} = \infty$

Механ. взаимодействия сводятся к грав. и электромагн.

Примеры сил в механике:

1) Гравитац. (Взаим.) сила



$$f = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot \frac{\bar{r}}{r}$$

$$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \left[\frac{Н \cdot м^2}{кг^2}\right]$$

$f = mg$

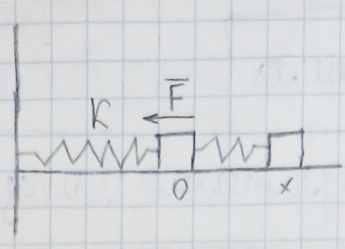
$g = \gamma \frac{M_З}{R_З^2}$ $R_З = 6480$ км ; $M_З = 6 \cdot 10^{24}$ кг

масса гравитационная

$$\frac{m_{гр}}{m_{ин}} = 1 \pm 10^{-12}$$

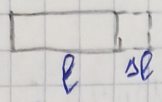
масса инерционная

2) Сила упругости



Закон Гука

$F_x = -kx$



$\frac{\Delta l}{l} = \varepsilon$ – отн. удлинение

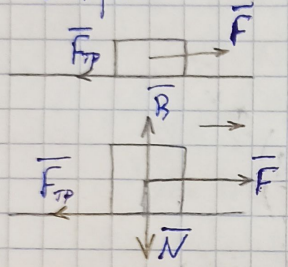
$\frac{F}{S} = \sigma$ напряжение

сечение стержня

$\sigma = E\varepsilon$

модуль Юнга

3) Сила трения



$\bar{F}_{тр} = -\bar{F}$ – сила трения покоя

$F_{трс} = \mu N$ – сила трения скольжения

$\bar{F}_{трс} = -\mu N \frac{\bar{v}}{v}$ (вектор. вид)

$\bar{F} = -\bar{v}$

α – хар-ет инерциальные св-ва среды

β – хар-ет ~~вязкость~~ вязкость св-ва среды

γ – хар-ет прочностные св-ва среды.

ИСО – система отсчета, в которой если на тело не действ. никакая сила, то тело покоится или движется равномерно, прямолинейно $\bar{F} = 0 \Rightarrow \bar{a} = 0$

НИСО, если не вып. условие ↑

Системы отсчета:

1) гелиоцентрическая (Солнце)
2) Геоцентрическая (Земля)
3) Лабораторная

Законы Ньютона:

1) ∃ ИСО

2) $\bar{a} = \frac{\bar{F}}{m}$ $(F = m\bar{a})$ для $a < c$

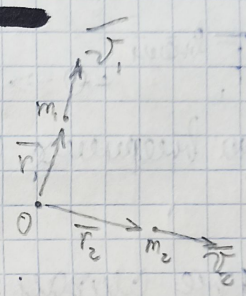
$\bar{p} = m\bar{v}$ или $\bar{p} = \frac{m\bar{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

$\frac{d\bar{p}}{dt} = \bar{F}$

3) Сила дейст в. = Сила противодействия

Механическая система

- совупн. тел. мех. (мат. точек)



$\bar{p} = \sum \bar{p}_i$

Центр. масс м.с. – характ-ся $\bar{r}_c$

$\bar{r}_c = \frac{\sum m_i \bar{r}_i}{\sum m_i}$

$\bar{r}_c = \frac{1}{M} \sum_{\Delta m_i \to 0} \Delta m_i \bar{r}_i \cdot \frac{1}{M} \int \bar{r}\, dm$

диф

$dm = \rho dV$

$\bar{v}_c = \frac{\sum m_i \bar{v}_i}{\sum m_i}$ $\bar{p} = \sum m_i \bar{v}_c$

Ур-е изменения импульса мех. системы

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{d(m_i \bar{v}_i)}{dt} = \bar{F}_i^{внешн} + \sum_k \bar{F}_{ik}^{внутр}$$

$$\sum_k \bar{F}_{ik}^{внутр} = 0$$

Для каждой внутр. силы есть своя сила противодейст в. → при сумме они сокращ-ся

$$\frac{d(\sum m_i \bar{v}_i)}{dt} = \sum F_i^{внешн} + 0$$

$$\frac{d\bar{p}}{dt} = \sum \bar{F}^{внешн}$$

$\bar{p} = M\bar{v}_c$ где $\sum m_i = M$

$M\bar{a}_c = \sum \bar{F}^{внешн}$ ~~ур-е движ. цен~~

Уравнение движения центра масс

Центр. масс движ как мат. точка, на которую все силы действ.

Механ. система замкнутая, если внеш. сил нет.

Если мех. система замкнута, то скорость ц. м. = const

Система ц.м. - система, котор. движ. также как точка ц.м.:

В этой системе ц.м. не движ $\Rightarrow \bar{p} = 0$

Если СО связ. с системой ц.м. инерц., то сист. ц.м. замкнута

Закон сохранения импульса механ. системы

Если $\sum \bar{F}_i^{внеш} = 0 \Rightarrow \bar{p} = const$

Сумма внешних сил = 0, то импульс мех. системы не меняется

Частные случаи:

1) $\sum F_x^{вн} = 0 \quad p_x = const$

2) $\frac{\Delta \bar{p}}{\Delta t} = \sum \bar{F}_i^{вн}$, т.е. $\Delta \bar{p} = \sum \bar{F}_i^{вн} \Delta t$

$\Delta t \to 0, \Delta \bar{p} \to 0$, если $\bar{F}$ невелика

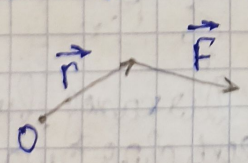
Закон сохранения момента импульса

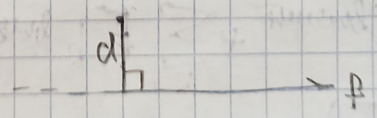
Момент силы = сила × плечо

$M = Fd$

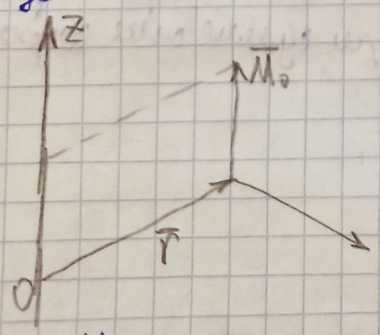
$\bar{M} = [\bar{r}, \bar{F}]$

общее





момент относ. оси



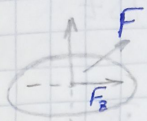
$M_{0z} = пр\, \bar{M}_0$ на OZ

$M_z = [\bar{r}_\perp ; \bar{F}_\perp]$

$M = 0$

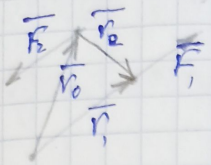
1. $\bar{F} \parallel OZ$

2.



$\sin\alpha = 0$

Момент пары сил $\bar{M}_0 = \sum \bar{M}_{i0}$ $\quad \bar{F}_2 = -\bar{F}_1$

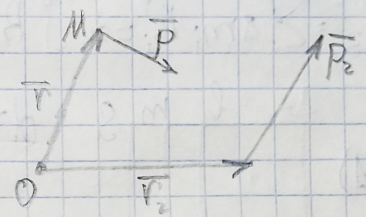


$$\bar{M}_0 = [\bar{r}_1, \bar{F}_1] + [\bar{r}_2; -\bar{F}_1] = [(\bar{r}_1 - \bar{r}_2); \bar{F}_1]$$

Для пары сил неважно от какой точки

$\bar{M}_{\text{пары сил}} = 0$ когда пара сил на 1 линии

Момент импульса



$\bar{L}_0 = [\bar{r}; \bar{p}]$

$\bar{L}_z = (\bar{L}_0)_z$ проец

$L_0 = \sum \bar{L}_{0i}$ $\quad [L] = м \cdot \frac{кг \cdot м \cdot с}{с^2} = кг \cdot м^2 \cdot с$

Постоянная Планка $\frac{h}{2}$ - min $\bar{L}$ $\quad h = 1{,}05 \cdot 10^{-3}$ кг·с

Связь $\bar{M}$ и $\bar{L}$: $\bar{F} = m\bar{a} = \frac{d\bar{p}}{dt}$ $\quad \bar{M}_0 = \frac{d\bar{L}_0}{dt}$

Уравнение моментов

$$\frac{d\bar{L}_0}{dt} = \left[\frac{d\bar{r}}{dt}; \bar{p}\right] + \left[\bar{r}; \frac{d\bar{p}}{dt}\right] = [\bar{v}; \bar{p}] + [\bar{r}; \bar{F}] = \bar{M}_0 \Rightarrow \bar{M}_0 = \frac{d\bar{L}_0}{dt}$$

$= 0$, и направл. в 1 сторону

Точка O неподвижна

Ур-е моментов для мех. системы

$$\sum \left(\frac{dL_{0i}}{dt} = \bar{M}_{0i}^{внеш.} + \bar{M}_{0i}^{внутр}\right) = \frac{dL_0}{dt} = \bar{M}_0^{внеш} + \bar{M}_0^{внутр} = 0$$

Закон сохр $\bar{L}$ мех системы

Если $\bar{M}_0^{внеш} = 0$, то $\bar{L}_0 = const$

Частные случаи:

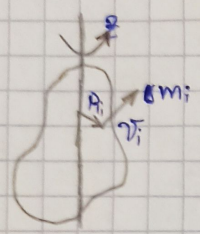
1) Если действуют центральные силы, то $\bar{L}_0 = const$

$M_0 = 0 = [\bar{r}; F(r)\frac{\bar{r}}{r}] = 0$

2) В замкнутой системе $\bar{L}_0 = const$ $\bar{F}(r) = F(r)\frac{\bar{r}}{r}$

Если в качестве O выбрать центр масс, то даже при его движении ур-е $\bar{M}_0 = \frac{d\bar{L}_0}{dt}$ будет верным

M_c работает и в не ИСО



$v_i = \omega R_i$

$L_{iz} = R_i \Delta m_i v_i = \Delta m_i R_i^2 \omega$

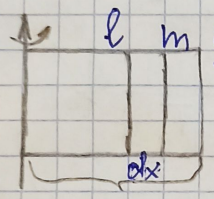
$L_z = \sum L_{iz} = (\sum \Delta m_i R_i^2)\omega = J_z \omega$

$J_z = \sum \Delta m_i R_i^2 \Rightarrow \int R^2 \rho dV$

$l = l$ (эл)

Примеры:

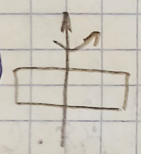
1)



$dV = S dx$ $J_z = \int_0^l x^2 \frac{m}{lS} \cdot S dx =$

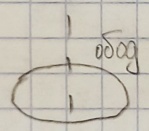
$= \frac{l^3}{3} \cdot \frac{m}{l} = \frac{ml^2}{3}$

2)



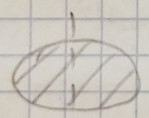
$J_z = J_c = \frac{ml^2}{12}$

3)



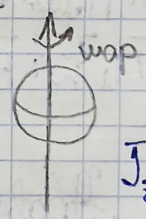
$J_z = mR^2$

4)



$J_z = \frac{mR^2}{2}$

5)



$J_z = \frac{2}{5} MR^2$

Теорема Штейнера

через центр масс

$J_z = J_c + md^2$

Ур-е моментов для вращ. тела

$L_z = J_z \omega$ $\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon$ $J_z \varepsilon = M_z$

Закон сохр. вращ. тел а (J_z)

Если $M_z^{внеш} = 0$, то $J_z = const$