

Задача 1.7. Для интерполяционных узлов $x_1, \dots, x_n \in [a; b]$ и $f(x) \in C^1[a; b]$ многочлен Эрмита, согласующийся с $f(x_i)$ и $f'(x_i)$, $i = 1, \dots, n$ имеет следующий вид:

$$H_{2n-1}(x) = \sum_{i=1}^n f(x_i) h_i(x) + \sum_{i=1}^n f'(x_i) \hat{h}_i(x), \quad (6)$$

где $h_i(x)$ и $\hat{h}_i(x)$ заданы как

$$h_i(x) = [1 - 2(x - x_i)l'_i(x_i)] l_i^2(x), \quad (7)$$

$$\hat{h}_i(x) = (x - x_i) l_i^2(x), \quad (8)$$

где l_i – базисные полинома Лагранжа $n - 1$ степени. Требуется найти выражение для многочлена Эрмита, проходящего через узлы $x_1 = 0$ и $x_2 = \frac{1}{2}$, для функции $f(x) = e^{2x}$.