Тело движ. по действ. квазиупругой силы

2 закон Ньютона: $ma_x = F_x$, где $F_x = -k_0(x - x_0)$

Введём ось x $(x_0 = 0)$ $\gg ma_x = -k_0 x$

$$\therefore \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0, \text{ где } \omega_0^2 = \frac{k_0}{m} > 0 -$$

линейное обыкновенное диф. ур-е $2^{го}$ порядка

Ур-е описыв. колебательный процесс

Его решение $x = A\cos(\omega_0 t + \alpha)$ или $x = A\sin(\omega_0 t + \beta)$

$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ — период колебаний; $\nu = \frac{1}{T}$ — частота колебаний;

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ — круговая (циклическая) частота

$A > 0$ — амплитуда колебаний

$(\omega_0 t + \alpha)$ — фаза колебаний

α — нач. фаза колебаний

$W_{мех} = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{k_0 x^2}{2} = const$ — механ. энергия

$\frac{dW_{мех}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{k_0 x^2}{2}\right) = 2m\frac{\dot{x}}{2}\ddot{x} + 2k_0\frac{x}{2}\dot{x} = m\dot{x}\ddot{x} + k_0 x\dot{x}$

— свободные незатухающие колебания

№ 4.25

$l = 0,2$ м

$k = 0,18$

$T - ?$

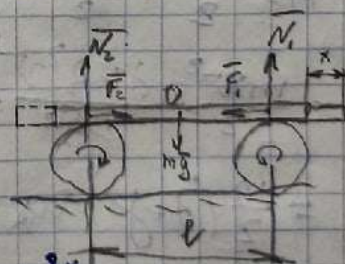$\begin{cases} N_1 = mg\dfrac{l+2x}{2l} \\ N_2 = mg\dfrac{l-2x}{2l} \end{cases}$ $N_1 > N_2$ $(0 \le x \le \frac{l}{2})$

$\Delta F = F_1 - F_2 = kN_1 - kN_2 = k(N_1 - N_2) = kmg\dfrac{2x}{l}$

$ma = -kmg\dfrac{2x}{l}$

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{2kg}} = \pi\sqrt{\dfrac{2l}{kg}} = 1,5$ с

Отв.: 1,5 с

R
l

$T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}\sqrt{1+\dfrac{k^2}{l^2}}$,

$T - ?$

$k^2 = \dfrac{2}{5}R^2$ — радиус кругового движ. сферы.

Если вода застынет — система будет представлять собой физ. маятник

При случае, когда вода разморожена.
Для идеальной жидкостей — математический маятник
(эл-ы жидкости должны иметь одинаковое ускорение;
появиться неуровновешанная пара сил, заставляющ.
жидк. двигаться, чтобы уравновесить различия)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$$

$$T_1 = T_0\sqrt{1+\dfrac{2}{5}\left(\dfrac{R}{l}\right)^2}$$

$$Отв.: T_0\sqrt{1+\dfrac{2}{5}\left(\dfrac{R}{l}\right)^2}$$

$l = 0,01$ м
$\beta = 0,02$

$t - ?$

Из $x = a_0^{-\beta t}\cos(\omega t + \alpha)$

$(x)_{t=0} = l = a_0\cos\alpha$

$0 = (\dot{x})_{t=0} = -\beta a_0\cos\alpha - \omega a_0\sin\alpha$

$tg\,\alpha = -\dfrac{\beta}{\omega}$ или $\cos\alpha = \dfrac{\omega}{\sqrt{\omega^2+\beta^2}}$

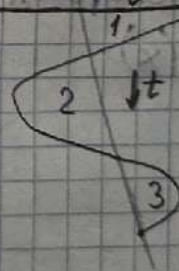и $x = \dfrac{l\sqrt{\omega^2+\beta^2}}{\omega}e^{-\beta t}\cos\left(\omega t - tg^{-1}\dfrac{\beta}{\omega}\right)$

$x = 0; t = \dfrac{1}{\omega}\left(n\pi + \dfrac{\pi}{2} + tg^{-1}\dfrac{\beta}{\omega}\right)$

Расстояние на $1^{ом}$ круге — l

Макс. смещение на $2^{ом}$ круге

$\dot{x} = \left(-\beta\cos\left(\omega t - tg^{-1}\dfrac{\beta}{\omega}\right) - \omega\sin\left(\omega t - tg^{-1}\dfrac{\beta}{\omega}\right)\right)$

$$x \cdot \frac{l\sqrt{\omega^2+\beta^2}}{\omega} \cdot e^{-\beta t} = 0$$

$$\ddot{x}_{max} = -a_0 \, e^{\frac{\pi\beta}{\omega}} + \ldots = l + \frac{2le^{-\frac{\pi\beta}{\omega}}}{1 - e^{-\frac{\pi\beta}{\omega}}} = l + \frac{2l}{e^{\frac{\pi\beta}{\omega}} - 1} =$$

$$= l \, \frac{e^{\frac{\pi\beta}{\omega}} + 1}{e^{\frac{\pi\beta}{\omega}} - 1} = l \, \frac{1 + e^{\frac{\pi}{2}}}{e^{\frac{\pi}{2}} - 1}$$

$$L = l \, \frac{1 + e^{\frac{\pi}{2}}}{e^{\frac{\pi}{2}} - 1} = 2 \, м$$

$$Отв.: \; 2 \, м$$

№ 4.177

$\xi = a\cos(\omega t - kx)$ | $\xi = a\cos(\omega t - kx)$

Изобразить:

При $t=0$: $\xi = a\cos(kx)$

для $t=0$:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -a\omega \sin(\omega t - kx)$$

1) $\xi; \; \frac{\partial \xi}{\partial x}; \; \frac{\partial \xi}{\partial t}$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = a\omega \sin kx$$

2) Направл. скор. среды где $\xi = 0$ ваши продол. и ваши поперечн.

Тогда $a\frac{\partial \xi}{\partial x} = a\omega \sin(\omega t - kx)$ и $t=0$

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = -ak\sin kx$$

3) $\rho(x)$

$\rho(x)$ $\frac{\partial \xi}{\partial t}$ $\frac{\partial \xi}{\partial x}$