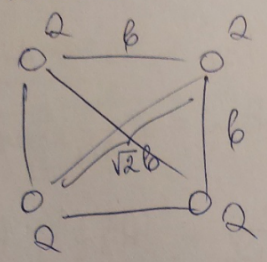
четыре равных точечных заряда

Дано:
Q, b
$\varphi_\infty = 0$

$W_{сист} - ?$
$W_p - ?$

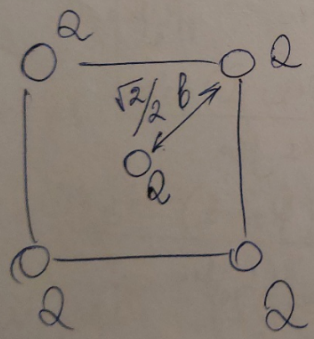
Решение:



а) $$W_{сист} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 b}\left[\overset{(12)}{1} + \overset{(13)}{\frac{1}{\sqrt{2}}} + \overset{(14)}{1} + \overset{(23)}{1} + \overset{(24)}{\frac{1}{\sqrt{2}}} + \overset{(34)}{1}\right] =$$

$$= \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 b}\cdot\left(4 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

б) $$W_p = \varphi Q, \quad \varphi = \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} \frac{q_j}{4\pi\varepsilon_0 r_{ij}}$$



$$\varphi = \frac{Q\cdot 2}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{2}b}\cdot 4 =$$

$$= \frac{2Q}{\pi\varepsilon_0\sqrt{2}b}$$

$$W_p = \frac{2Q^2}{\pi\varepsilon_0\sqrt{2}b}$$

Ответ: а) $\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 b}\left(4 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

два однородных изотропных магнетика

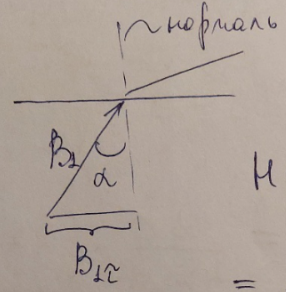
Дано:

$\mu_1, \mu_2,$

B_1, α

$i' - ?$

Решение



$$B_{1\tau} = B_1 \sin\alpha$$

$$B_{2\tau} = \frac{\mu_2}{\mu_1} B_{1\tau} = \frac{\mu_2}{\mu_1} B_1 \sin\alpha$$

$$H = \frac{B}{\mu\mu_0}; \quad H_{1\tau} = H_{2\tau} = \frac{B_1 \sin\alpha}{\mu_1\mu_0}; \quad \oint_L J\,dl = i'$$

$$H = \frac{B}{\mu_0} - J, \quad J = \frac{B}{\mu_0} - H = \frac{B}{\mu_0} - \frac{B}{\mu\mu_0}$$

$$J_{1\tau} = \frac{B_1 \sin\alpha}{\mu_0} - \frac{B_1 \sin\alpha}{\mu_1\mu_0} = \frac{B_1(\mu_1 - 1)\sin\alpha}{\mu_1\mu_0}$$

$$J_{2\tau} = \frac{\mu_2 B_1 \sin\alpha}{\mu_1\mu_0} - \frac{B_1 \sin\alpha}{\mu_1\mu_0} = \frac{B_1(\mu_2 - 1)\sin\alpha}{\mu_1\mu_0}$$

$$i' = \oint_L J\,dl = J_{2\tau} - J_{1\tau} = \frac{B_1(\mu_2 - \mu_1)\sin\alpha}{\mu_1\mu_0}$$

Ответ: $\frac{B_1(\mu_2 - \mu_1)\sin\alpha}{\mu_1\mu_0}$

потенциал поля внутри заряженного шара зависит

Дано:

$\varphi(r) = ar^4 + br^2 + c$

$\rho(r)$ – ?

Решение:

$\operatorname{div}\vec{E} = \rho/\varepsilon_0$, $\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi$

$\rho = \varepsilon_0 \operatorname{div}\vec{E}$, $\rho = \varepsilon_0 \operatorname{div}(-\operatorname{grad}(\varphi))$

$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$, $\varphi(r) = \varphi(x,y,z) =$

$= a(x^2+y^2+z^2)^2 + b(x^2+y^2+z^2) + c$

$\rho(r) = \rho(x,y,z) = -\varepsilon_0\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\varphi(r) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\varphi(r) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\varphi(r)\right) =$

$= -\varepsilon_0\left[a(12x^2+4(y^2+z^2)) + 2b + a(12y^2+4(x^2+z^2)) + 2b + \right.$

$\left. + a(12z^2+4(x^2+y^2)) + 2b\right] = (a16r^2 + 6b)\cdot(-\varepsilon_0) =$

$= (16ar^2 + 6b)\cdot(-\varepsilon_0)$

Ответ: $(16ar^2 + 6b)\cdot(-\varepsilon_0)$

на экране наблюдается интерференционная картина

Дано:

$\lambda = 600$ нм

$n = 1.6$

$d = 4$ мкм

k - ?

Решение:

$\Delta = nd - d$, $\Delta = k\lambda$

Тогда получаем:

$nd - d = k\lambda \Rightarrow k = \frac{d(n-1)}{\lambda}$

напряженность H магнитного поля

12.01.21

Дано:

$H = 150\ A/м$

$p_m = 1.5\ A \cdot м^2$

$R - ?$

$I - ?$

Решение:

$H = \frac{I}{2R}$, $p_m = IS$.

Т.к. виток круговой, то $S = \pi R^2$,

откуда $2R = \frac{I}{H} = \frac{p_m}{SH} = \frac{p_m}{\pi R^2 H} \Rightarrow$

$\Rightarrow R^3 = \frac{p_m}{2\pi H}$, $R = \sqrt[3]{\frac{p_m}{2\pi H}}$ (1)

$I = 2HR$ (2)

между пластинками плоского конденсатора

Дано:

$U = 400$ В

$h = 1.2$ см

$\varepsilon = 5$

$\sigma - ?$

$\sigma' - ?$

Решение: $U = Ed$, $E = \frac{U}{d} = \frac{U}{h}$ (1)

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0}$, $(d = h)$

(2)

Тогда из (1) и (2) получаем:

$\frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0} = \frac{U}{h}$; $\sigma = \frac{U \varepsilon \varepsilon_0}{h}$ (3)

$\sigma' = P = D - \varepsilon_0 E = \varepsilon \varepsilon_0 E - \varepsilon_0 E = (\varepsilon - 1) \varepsilon_0 E =$

$= \frac{U((\varepsilon - 1)\varepsilon_0)}{h}$ (4)

в центре шара из однородного диэлектрика

Дано:

$\varepsilon = 2.5$

$R = 10$ см

$q = 50$ мкКл

$\sigma' - ?$

$\rho' - ?$

Решение:

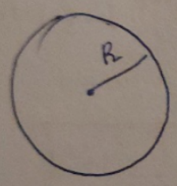
До поляризации объём диэлектрика был эл. нейтрален, значит, должен остаться таким и после

$$q'_S = -q'_V \quad . \quad q'_S = \oiint_S \sigma' dS$$

$$P = \sigma' \qquad q'_V = \iiint_V \rho' dV$$

$$\oiint_S P dS = -\iiint_V \rho' dV$$

$$P = D - \varepsilon_0 E = \varepsilon\varepsilon_0 E - \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 E(\varepsilon - 1) = \frac{q(\varepsilon-1)}{\varepsilon 4\pi r^2}$$



$$dS = 4\pi r dr$$

$$dV = \frac{4}{3}\pi r^2 dr$$

$$\oiint_S P dS = PS = \frac{\cancel{\varepsilon_0} q(\varepsilon-1)\cancel{4\pi r^2}}{\varepsilon \cancel{4\pi r^2} \cancel{\varepsilon_0}} = q\frac{(\varepsilon-1)}{\varepsilon} = \sigma' S$$

$$\sigma' S = -\rho' V = -\frac{4}{3}\pi r^3 \rho' = q\frac{(\varepsilon-1)}{\varepsilon}, \quad \rho' = -\frac{3q(\varepsilon-1)}{4\pi\varepsilon r^3}$$

Ответ: $\sigma' = \dfrac{q(\varepsilon-1)}{\varepsilon 4\pi r^2} =$

$$\rho' = -\frac{3q(\varepsilon-1)}{\varepsilon 4\pi r^3} =$$

два однородных изотропных диэлектрика с проницаемостями

Дано:

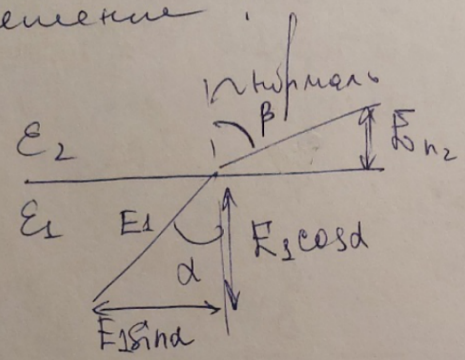
$\varepsilon_1, \varepsilon_2$

E_1, α

$\vec{E}_2$ - ?

E_2 - ?

Решение:



$$E_{n_2} = \frac{\varepsilon_1 E_{n_1}}{\varepsilon_2} = \frac{\varepsilon_1 E_1 \cos\alpha}{\varepsilon_2}$$

$$E_{\tau_2} = E_{\tau_1} = E_1 \sin\alpha$$

$$\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\alpha \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

$$E_2 = \sqrt{E_{1n}^2 + E_{2\tau}^2} = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)^2 E_1^2 \cos^2\alpha + E_1^2 \sin^2\alpha} =$$

$$= E_1 \sqrt{\frac{\varepsilon_1^2}{\varepsilon_2^2}\cos^2\alpha + \sin^2\alpha} = \frac{E_1}{\varepsilon_2}\sqrt{\varepsilon_1^2 \cos\alpha + \varepsilon_2^2 \sin^2\alpha}$$

Вектор $\vec{E}_2$ направлен под углом $\beta = \operatorname{arctg}\beta =$
$= \operatorname{arctg}\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\operatorname{tg}\alpha\right)$ к нормали поверхности раздела

Ответ: $\frac{E_1}{\varepsilon_2}\sqrt{\varepsilon_1^2 \cos\alpha + \varepsilon_2^2 \sin\alpha} = E_2$

направ. под углом $\beta = \operatorname{arctg}\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\operatorname{tg}\alpha\right)$

металлический шар радиусом 15 см

Дано:

$Q = 20$ нКл

$\varepsilon = 2$

$d = 5$ см

$R = 15$ см

$W - ?$

Решение:

$dW = w\,dV$, w – объёмная плотность энергии

$$W = \int dW = \int w\,dV = 4\pi \int_R^{R+d} w r^2 dr$$

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}, \quad E = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2},$$

$$w = \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon\varepsilon_0 r^4},$$

$$W = 4\pi \int_R^{R+d} \frac{r^2 Q^2 dr}{32\pi^2\varepsilon\varepsilon_0 r^4} = \frac{4\pi Q^2}{32\pi^2\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{-1}{r}\right)\Bigg|_R^{R+d} =$$

$$= \frac{Q^2 d}{8\pi\varepsilon\varepsilon_0 R(R+d)}$$

свет падает нормально на дифракционную решетку

Дано:

$\lambda = 672.8$ нм

$\delta\lambda = 0.02$ нм

$m = 3$

$L = 6.5$ см

n – ?

Решение:

Разрешающая способность решётки

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = 33640$$

$$R = mN \Rightarrow N = 11213$$

$$n = \frac{N}{L} = \frac{\lambda}{\delta\lambda m L} = 172$$

Ответ: 172

по проводнику круглого сечения

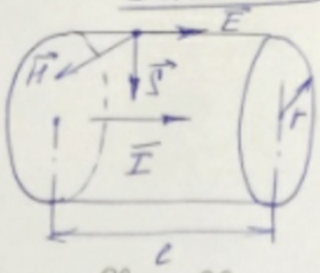
Дано:

r, ρ, I

t, l

Найти Φ – ?

Вывод 19



$$R = \frac{\rho l}{S} = \frac{\rho l}{2\pi r^2}$$

1) Теорема о циркуляции вектора напряжённости

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = I$$

$$H \cdot 2\pi r = I \qquad H = \frac{I}{2\pi r}$$

$$S = EH2\pi r l = \underbrace{2\pi r H}_{I} \cdot \underbrace{El}_{U} = UI$$

Вектор пойнтинга $\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]$, $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}$

По теореме о циркуляции: $\oint H dl = I \Rightarrow H = \frac{I}{2\pi r}$ $|\vec{S}| = EH = \frac{EI}{2\pi r}$,

а поток $\Phi = |\vec{S}| A = |\vec{S}| \cdot 2\pi r l = \frac{EI}{2\pi r} \cdot 2\pi r \cdot l = \underbrace{El}_{U} I = UI = I^2 R = Q$

A – площадь

$Q = I^2 R t = IUt$ – з-н Джоуля ленца

$$\boxed{\Phi = I^2 R = \frac{I^2 \rho l}{2\pi r^2} = Q}$$

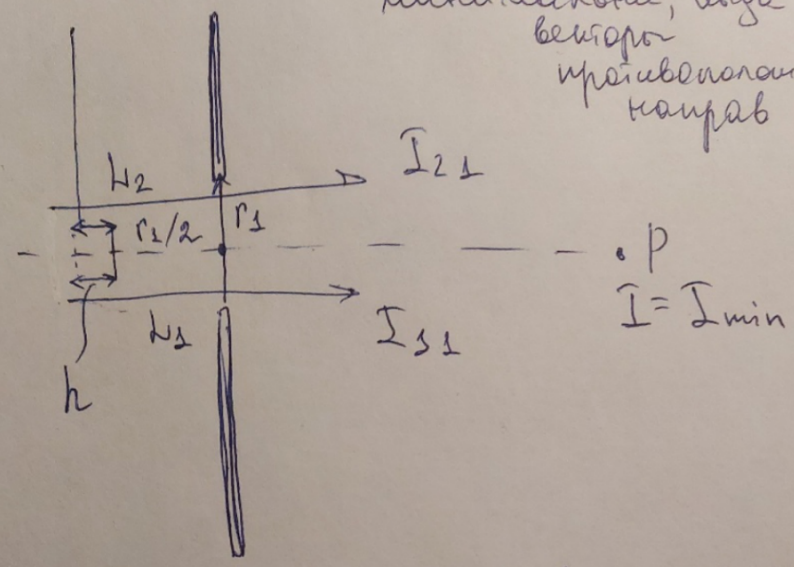
плоская световая волна, длина волны которой

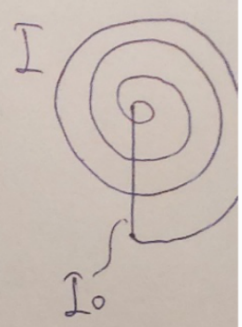
Дано:

λ, I_0, P

h - ?

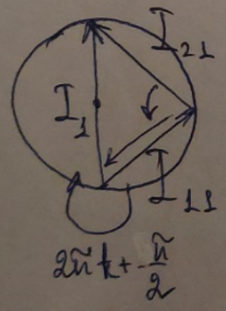
Решение: Амплитуда минимальна, когда векторы противополож. направ





$$\Delta = L_2 - L_1 = nl - h - nl + nh = h(n-1); \quad L_2 = nl, \quad L_1 = h + n(l-h)$$

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta}{\lambda}, \quad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)\cdot h$$



$$\Delta\varphi = 2\pi k + \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)h$$

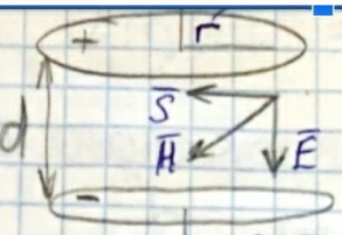
$$h = \left(k + \frac{1}{4}\right)\cdot\frac{\lambda}{(n-1)}$$: Ответ

пространство между обкладками плоского конденсатора

r

$U = U_0 \cos\omega t$

$H(r) - ?$



Ур. Максвелла — $\begin{cases} \oint \bar{H} d\bar{l} = \int \bar{j} d\bar{S} + \int \frac{\partial D}{\partial t} d\bar{S} \quad (*) \\ \bar{j} = \sigma \bar{E} \end{cases}$

$\bar{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \bar{E}; \; E = \frac{U}{d} = \frac{U_0 \cos\omega t}{d}$

$$D = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U_0 \cos\omega t}{d}$$

$$j = \frac{\sigma U_0 \cos\omega t}{d}; \quad \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{d} U_0 \omega (-\sin\omega t)$$

$(*)$

$$H\, 2\cdot\pi\cdot r = \frac{\sigma U_0 \cos\omega t}{d} \pi r^2 + \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{d} U_0 \omega (-\sin\omega t) \pi r^2$$

$$H = \frac{U_0 r}{2d} (\sigma \cos\omega t - \varepsilon\varepsilon_0 \omega \sin\omega t)$$

магнитный поток через неподвижный контур

Дано:
R
$\Phi = \alpha t(t - \tau)$
$\alpha = const$
Найти: $Q - ?$

Билет 25

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\alpha t^2 - \alpha\tau t}{dt} = -\alpha(\tau - 2t)$$

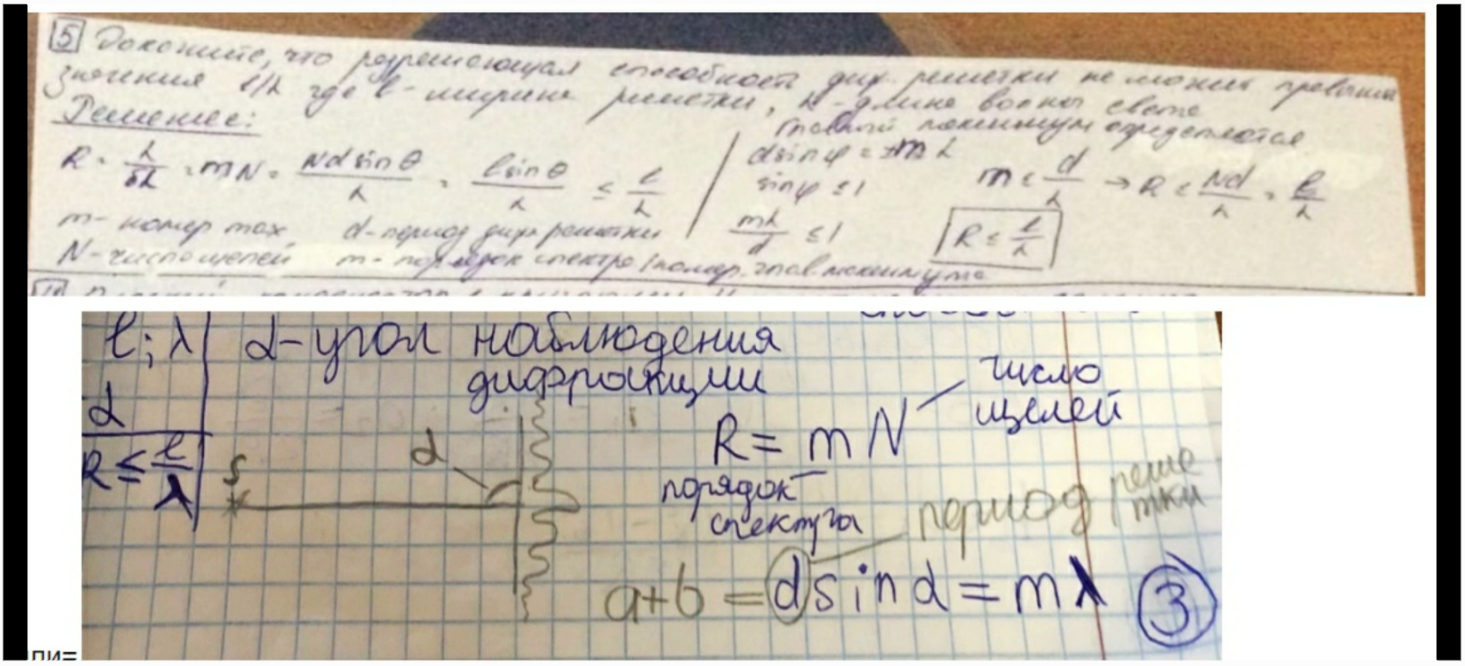
$$P = \mathcal{E} I = \frac{\mathcal{E}\cdot\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}^2}{R}$$

$$Q = \int_0^\tau P dt = \int_0^\tau \frac{\alpha^2}{R}(\tau - 2t)^2 dt = \frac{\alpha^2}{R}\int_0^\tau (\tau^2 - 4\tau t + 4t^2) dt = \frac{\alpha^2}{R}\left(\tau^2 t - \frac{4\tau t^2}{2} + \frac{4t^3}{3}\right)\Big|_0^\tau =$$

$$= \frac{\alpha^2}{R}\left(\tau^3 - 2\tau^3 + \frac{4}{3}\tau^3\right) = \frac{\alpha^2 \tau^3}{3R}$$

Ответ: $Q = \frac{\alpha^2 \tau^3}{3R}$

докажите, что разрешающая



на длинный соленоид

Дано:

$d = 5 \cdot 10^{-2}$ м

$n = \frac{20}{1 \cdot 10^{-2}}$ $м^{-1}$

$S = 1 \cdot 10^{-3 \cdot 2}$ $м^2$

$\Gamma = 100$ А/с $\rho = 1.6 \cdot 10^{-8}$ Ом м

Найти:

I-?

Решение:

Магнитное в центре длинного соленоида:

$$B = \mu_0 \cdot n \cdot I$$

Изменение потока через виток

$$\frac{d\Phi}{dt} = S \cdot B'$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \mu_0 \cdot n \cdot \Gamma$$

ЭДС индукции в витке (по модулю)

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt}$$

$$I \cdot R = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \mu_0 \cdot n \cdot \Gamma$$

$$I \cdot \rho \cdot \frac{\pi \cdot d}{S} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \mu_0 \cdot n \cdot \Gamma$$

$$I = \frac{1}{4} \cdot \frac{\mu_0 \cdot n \cdot \Gamma \cdot d \cdot S}{\rho}$$

$$I = 0.196 \quad A$$

какой должна быть толщина

Дано:

$\lambda_0 = 640$ нм

d_{min} – ?

$\Delta_{min} = \pm(2m+1)\frac{\lambda_0}{2}$ – условие мин. интерференции

$2d + \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}$

$2d = m\lambda_0$

$d = \frac{m}{2}\lambda_0$, $m_{min} = 1$

$d_{min} = \frac{\lambda_0}{2}$

стекло темное

$\Delta_{max} = \pm m\lambda_0$ – условие макс. интерфер.

$2d + \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0$

$2d = m\lambda_0 - \frac{\lambda_0}{2}$

$d = \lambda_0\left(\frac{m}{2} - \frac{1}{4}\right)$

$m_{min} = 1$

$d_{min} = \frac{\lambda_0}{4}$

стекло светлое

два длинных прямых провода

Предположим заряд одного провода на единицу длины равен q_l а второго соответственно - q_l. Будем считать ввиду того, что b>>a, что суммарное поле проводов есть поле двух заряженных нитей

$$E(r) = \frac{q_l}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot r} + \frac{q_l}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot(b-r)}$$

$$E(r) = \frac{q_l\cdot b}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r\cdot(b-r)}$$

Разность потенциалов

$$U = \int E(r)\,dr$$

$$U = \frac{q_l\cdot b}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\int_a^{b-a}\frac{1}{r\cdot(b-r)}\,dr$$

$$U = \frac{q_l\cdot b}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\left(2\cdot\frac{\ln(b-a)-\ln(a)}{b}\right)$$

$$U = \frac{q_l}{\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\ln\left(\frac{b}{a}-1\right)$$

$$U = \frac{q_l}{\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\ln\left(\frac{b}{a}-1\right)$$

Удельная емкость

$$C_l = \frac{q_l}{U}$$

$$C_l = \frac{\pi\cdot\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{b}{a}-1\right)}$$