Оглавление

Потенциал поля внутри заряженного шара зависит от расстояния

Дано:

$\varphi = ar^4 + br^2 + C$

$\rho(r) - ?$

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} + \frac{d^2\varphi}{dz^2} = \frac{-\rho}{\varepsilon_0}$$

$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ тогда

$$\varphi = a\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)^4 + b\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)^2 + C$$

$$\frac{-\rho}{\varepsilon_0} = \frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} + \frac{d^2\varphi}{dz^2}$$

$$a(x^2+y^2+z^2)^2 + b(x^2+y^2+z^2) + C$$

I

x: $4ax^3 + 4axy^2 + 4axz^2 + 2bx$

y: $4ax^2y + 4ay^3 + 4ayz^2 + 2by$

z: $4ax^2z + 4ay^2z + 4az^3 + 2bz$

II

x: $12ax^2 + 4ay^2 + 4az^2 + 2b$

y: $12ay^2 + 4ax^2 + 4az^2 + 2b$

z: $12az^2 + 4ay^2 + 4ax^2 + 2b$

$$12a(x^2+y^2+z^2) + 4a(x^2+y^2+z^2) + 4a(x^2+y^2+z^2) + 6b = \frac{-\rho}{\varepsilon}$$

$$12ar^2 + 8ar^2 + 6b = \frac{-\rho}{\varepsilon}$$

$\boxed{\rho = -(12ar^2 + 8ar^2 + 6b)\cdot\varepsilon}$ – ответ

В центре шара из однородного диэлектрика

№10

$\varepsilon = 2{,}5$; $R = 10$ см ; $q = 50$ мкКл $= 50 \cdot 10^{-6}$ Кл

$P = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E$

1) $\oint D\,dS = q_{своб}$

$D = \varepsilon\varepsilon_0 E$

$D \cdot 4\pi R^2 = q$

$E = \dfrac{D}{\varepsilon\varepsilon_0}$

$D = \dfrac{q}{4\pi R^2}$ ①

$P = \dfrac{(\varepsilon - 1)D}{\varepsilon}$ ②

① + ② $\Rightarrow P = \dfrac{(\varepsilon - 1)}{\varepsilon}\dfrac{q}{4\pi R^2}$

$P = \sigma = \dfrac{(\varepsilon - 1)q}{\varepsilon 4\pi R^2}$

$\oint P\,dS = -q = -\rho V$

$P \cdot 4\pi R^2 = -\rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$

$\rho = -\dfrac{(\varepsilon - 1)q \cdot 3}{\varepsilon 4\pi R^3}$

Или

... внутри шара

Дано:
$\varepsilon = 2.5$
$R = 10$ см
$q_б = 50$ мкКл

σ' – ?
ρ' – ?

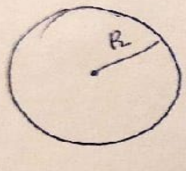
Решение:
До поляризации объем диэлектрика был эл. нейтрален, значит, должен оставаться таким и после

$q'_s = -q'_v$. $q'_s = \oiint_S \sigma'\,dS$

$P = \sigma'$ $q'_v = \iiint_V \rho'\,dV$

$\oiint_S P\,dS = -\iiint_V \rho'\,dV$

$P = D - \varepsilon_0 E = \varepsilon\varepsilon_0 E - \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 E(\varepsilon - 1) = \dfrac{q(\varepsilon - 1)}{\varepsilon 4\pi r^2}$



$dS = 4\pi r\,dr$
$dV = \frac{4}{3}\pi r^2\,dr$

$\oiint_S P\,dS = PS = \dfrac{\cancel{\varepsilon_0} q(\varepsilon - 1)\cancel{4\pi r^2}}{\varepsilon \cancel{4\pi r^2}\cancel{\varepsilon_0}} = q\left(\dfrac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\right) = \sigma' S$

$\sigma' S = -\rho' V = -\frac{4}{3}\pi r^3 \rho' = \dfrac{q(\varepsilon - 1)}{\varepsilon}$; $\rho' = -\dfrac{3q(\varepsilon - 1)}{4\pi\varepsilon r^3}$

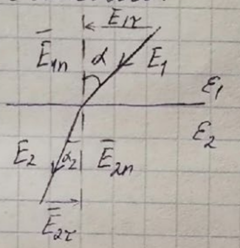
Ответ: $\sigma' = \dfrac{q(\varepsilon - 1)}{\varepsilon 4\pi r^2} =$

$\rho' = -\dfrac{3q(\varepsilon - 1)}{\varepsilon 4\pi r^3}$

Два однородных изотропных диэлектриков с проницаемостями е1 и е2

Дано:
$\varepsilon_1, \varepsilon_2$
E_1, α
$E_2 - ?$

Решение:



Усл. на границе:

$$D_{1n} = D_{2n}$$

$$\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}$$

$$E_{1n} = E_1 \cos\alpha$$

$$E_{2n} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} E_1 \cos\alpha$$

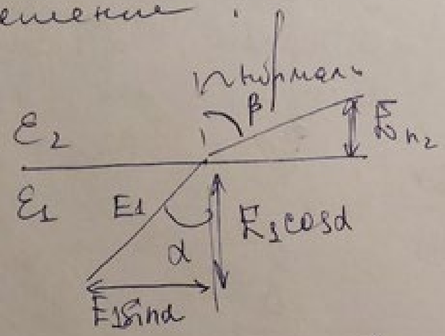
$$E_{1\tau} = E_{2\tau} = E_1 \sin\alpha$$

$$E_2 = \sqrt{E_{2n}^2 + E_{2\tau}^2} = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)^2 E_1^2 \cos^2\alpha + E_1^2 \sin^2\alpha} = E_1 \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)^2 \cos^2\alpha + \sin^2\alpha}$$

Или

Дано:
$\varepsilon_1, \varepsilon_2$
E_1, α
$\vec{E}_2 - ?$
$E_2 - ?$

Решение:



$$E_{n_2} = \frac{\varepsilon_1 E_{n_1}}{\varepsilon_2} = \frac{\varepsilon_1 E_1 \cos\alpha}{\varepsilon_2}$$

$$E_{\tau_2} = E_{\tau_1} = E_1 \sin\alpha$$

$$tg\,\beta = tg\,\alpha \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

$$E_2 = \sqrt{E_{1n}^2 + E_{2\tau}^2} = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)^2 E_1^2 \cos^2\alpha + E_1^2 \sin^2\alpha} =$$

$$= E_1 \sqrt{\frac{\varepsilon_1^2}{\varepsilon_2^2} \cos^2\alpha + \sin^2\alpha} = \frac{E_1}{\varepsilon_2} \sqrt{\varepsilon_1^2 \cos\alpha + \varepsilon_2^2 \sin^2\alpha}$$

Вектор $\vec{E}_2$ направлен под углом $\beta = arctg\,\cancel{tg\beta} = arctg\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} tg\alpha\right)$ к нормали поверхности раздела

Ответ: $\frac{E_1}{\varepsilon_2}\sqrt{\varepsilon_1^2 \cos\alpha + \varepsilon_2^2 \sin^2\alpha} = E_2$

направ. под углом $\beta = arctg\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} tg\alpha\right)$

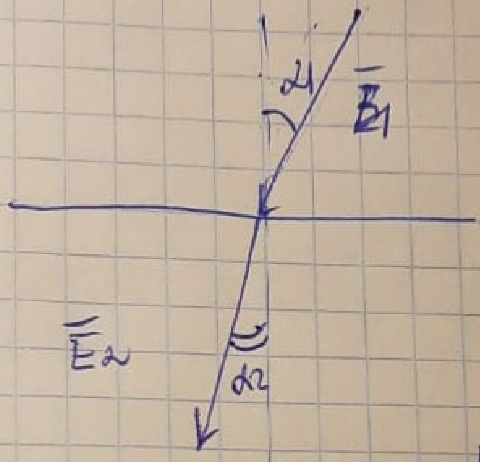
Или

3. Дано:

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \bar{E}_1, \alpha_1$

$\bar{E}_2$ - ?

Решение:



$E_{1t} = E_{2t}$

$tg\alpha_1 = \frac{E_{1t}}{E_{1n}}$

$tg\alpha_2 = \frac{E_{2t}}{E_{2n}}$

$\frac{tg\alpha_2}{tg\alpha_1} = \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$

$\Rightarrow \alpha_2 = arctg\left(\frac{tg\alpha_1 \cdot \varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)$

$E_1 \sin\alpha_1 = E_2 \cdot \sin\alpha_2$

$E_2 = \frac{E_1 \sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{E_1 \cdot \sin\alpha_1}{\sin\left(arctg\left(\frac{tg\alpha_1 \cdot \varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)\right)}$

Свет падает нормально на дифракционную

Дано: $m_{min}=3$

$L=6{,}5\cdot10^{-2}$ м

$\lambda=672{,}8\cdot10^{-9}$ м

$\delta\lambda=0{,}02\cdot10^{-9}$ м

n – ?

$$R=\frac{\lambda}{\delta\lambda}=mN$$

$$N=l\cdot n$$

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda}=mln$$

$$n=\frac{\lambda}{\delta\lambda}\cdot\frac{1}{ml}$$

$$n=\frac{672{,}8\cdot10^{-9}}{0{,}02\cdot10^{-9}}\cdot\frac{1}{3\cdot6{,}5\cdot10^{-2}}\approx172513 \text{ штрихов}$$

Ответ: 172513 штрихов

или

Свет падает нормально на

$L=6{,}5$ см

$\lambda=672{,}8$ нм

$\delta\lambda=0{,}02$ нм

$m=3$

d – ? n – ?

Разрешающая способность решетки:

$$R=\frac{\lambda}{\delta\lambda}=33640$$

$$R=mN \Rightarrow N=11213$$

$$Nd=L \Rightarrow d=5{,}8\cdot10^{-6}\text{ м}$$

$$0{,}005 \text{ мм}$$

$$n=\frac{N}{L}=\frac{11213}{65\text{ мм}}=172$$

Или

Дано:

$l=6{,}5\cdot10^{-2}$ м

$\lambda=672{,}8$ нм

$\delta\lambda=0{,}02$ нм

$m=3$

n – ?

$$R=\frac{\lambda}{\delta\lambda}=mN \Rightarrow N=\frac{\lambda}{\delta\lambda\cdot m}$$

$$N=l\cdot n \Rightarrow n=\frac{N}{l}=\frac{\lambda}{\delta\lambda m l}$$

$$n=\frac{672{,}8\cdot10^{-9}}{0{,}02\cdot10^{-9}}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6{,}5\cdot10^{-2}}=172\,512{,}8\,\frac{1}{\text{м}}$$

Ответ: число штрихов на 1 мм $n=172$.

Между пластинами плоского конденсатора заряженного до 400 В…

Дано:

$U = 400$ В

$h = 1.2$ см

$\varepsilon = 5$

σ – ?

σ' – ?

Решение:

$$E = \frac{U}{h} = \frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sigma = E\varepsilon\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U}{h}$$

$$\sigma' = P_n = D_n - \varepsilon_0 E =$$

$$= \varepsilon\varepsilon_0 E - \varepsilon_0 E =$$

$$= \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)U}{h}$$

Или

пластине.

Дано:

$h = 1{,}2$ см $= 12$ мм $= 12 \cdot 10^{-3}$ м

$\varepsilon = 5$

$U = 400$ В

1) $\sigma = ?$

2) $\sigma_{св} = ?$

$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м

$$E = \frac{U}{h}$$

Решение:

~~$\sigma = \varepsilon\varepsilon_0 E = D$~~

1) $\boxed{U = E \cdot h}$ потенц. между обкладками

$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}}$ напряж. поля между двумя пластинами.

$$U = \frac{\sigma \cdot h}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0} \Rightarrow \sigma = \frac{U \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0}{h} =$$

$$= \frac{400 \cdot 5 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}}{12 \cdot 10^{-3}} \approx 1{,}476 \cdot 10^{-6} =$$

Ответ(1) $\sigma = 1{,}48$ мкКл/м^2

2) $\sigma_{св} = P = \chi \varepsilon_0 E =$

$\varepsilon = 1 + \chi$ связь диэлектрич. прониц. и диэлект. восприимчивости

$$= (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E = (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 \cdot \frac{U}{h} = \frac{(5-1) \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12} \cdot 400}{12 \cdot 10^{-3}}$$

Ответ(2) $\sigma_{св} = 1{,}18 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2 $= 1{,}18$ мкКл/м^2

Два однородных изотропных магнетика с магнитными проницаемостями…

Дано:

$B_1, \alpha, \mu_1, \mu_2$

$i' - ?$

Решение: $B_{1\tau} = B_1 \cos\alpha$

$$B_{2\tau} = \frac{B_1 \cos\alpha\, \mu_2}{\mu_1},$$

$$H_{1\tau} = \frac{B_1 \cos\alpha}{\mu_1 \mu_0}, \quad H_{2\tau} = \frac{B_1 \cos\alpha}{\mu_2 \mu_0}$$

$$H = \frac{B}{\mu_0} - J, \quad J = \frac{B}{\mu_0} - H. \quad \oint_L J\,dl = i' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i' = J_{2\tau} - J_{1\tau} = \left(B_{2\tau}/\mu_0 - B_{1\tau}/\mu_0\right) - \left(H_{2\tau} - H_{1\tau}\right)$$

или

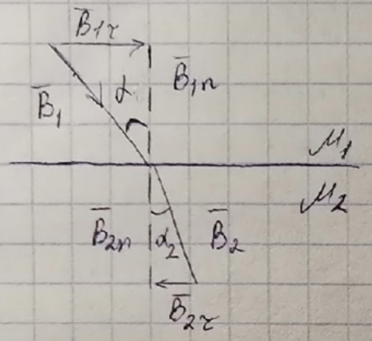
Дано:

μ_1, μ_2

B_1, α

$i' - ?$

Решение:



$$J_\tau = i'$$

$$J_\tau = \chi H_\tau = (\mu - 1) H_\tau$$

Усл. на границе:

$$H_{1\tau} = H_{2\tau}$$

$$\frac{B_{1\tau}}{\mu_1} = \frac{B_{2\tau}}{\mu_2} \Rightarrow \frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

$$B_{1\tau} = B_1 \sin\alpha$$

$$H_{1\tau} = H_{2\tau} = \frac{B_1 \sin\alpha}{\mu_1}$$

$$i' = J_{2\tau} - J_{1\tau} =$$

$$= (\mu_2 - 1) H_{2\tau} - (\mu_1 - 1) H_{1\tau} =$$

$$= (\mu_2 - \mu_1) \cdot \frac{B_1 \sin\alpha}{\mu_1}$$

Дано: | Решение:

$E_{1\tau}$

Или

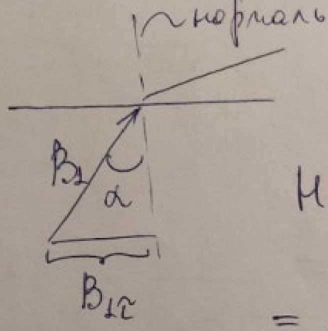
Дано:

$\mu_1, \mu_2,$

B_1, α

$i' - ?$

Решение



$$B_{1\tau} = B_1 \sin\alpha$$

$$B_{2\tau} = \frac{\mu_2}{\mu_1} B_{1\tau} = \frac{\mu_2}{\mu_1} B_1 \sin\alpha$$

$$H = \frac{B}{\mu\mu_0}; \quad H_{1\tau} = H_{2\tau} = \frac{B_1 \sin\alpha}{\mu_1\mu_0}; \quad \oint_L J\,dl = i'$$

$$H = \frac{B}{\mu_0} - J, \quad J = \frac{B}{\mu_0} - H = \frac{B}{\mu_0} - \frac{B}{\mu\mu_0}$$

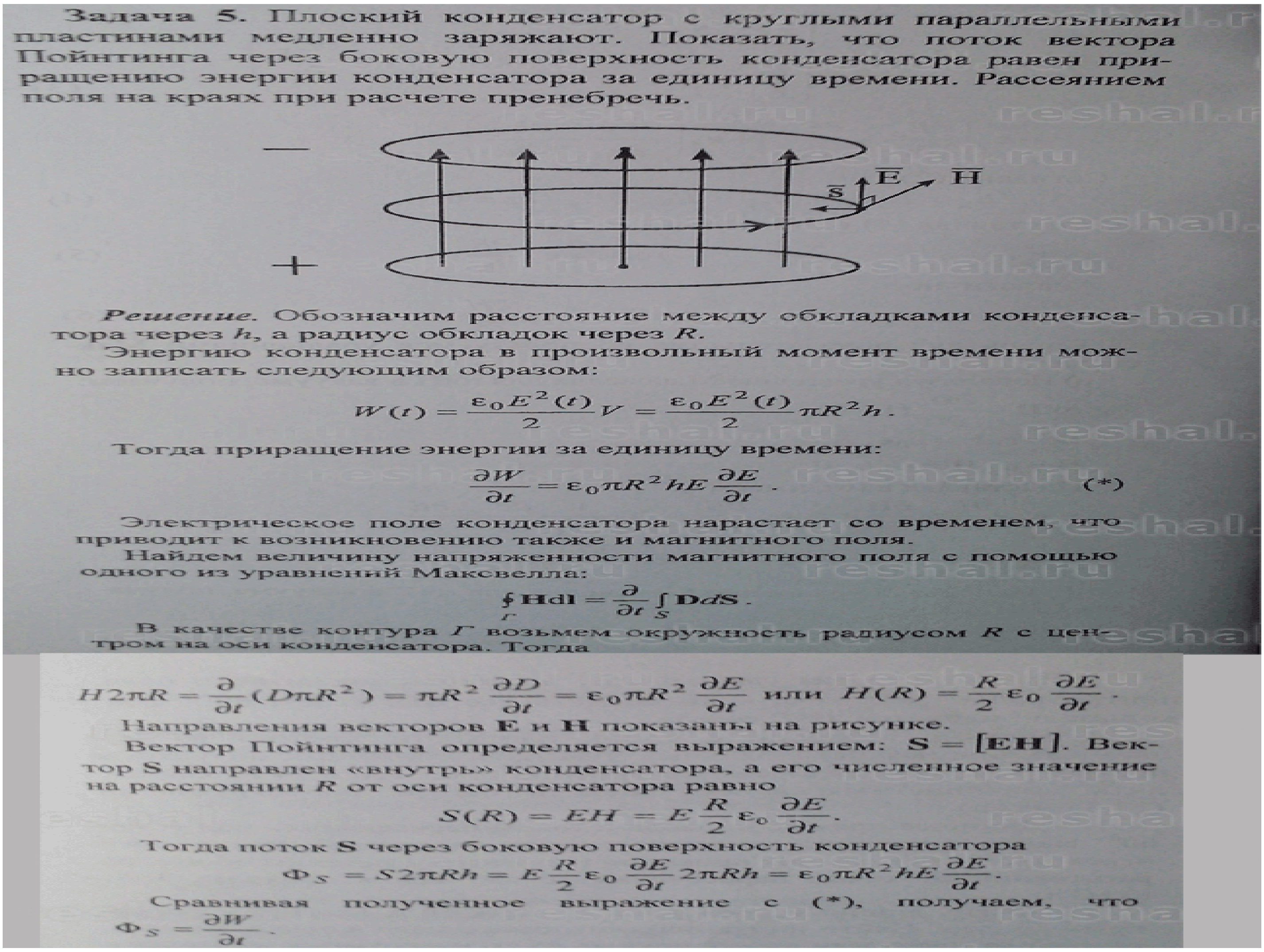
$$J_{1\tau} = \frac{B_1 \sin\alpha}{\mu_0} - \frac{B_1 \sin\alpha}{\mu_1\mu_0} = \frac{B_1(\mu_1 - 1)\sin\alpha}{\mu_1\mu_0}$$

$$J_{2\tau} = \frac{\mu_2 B_1 \sin\alpha}{\mu_1\mu_0} - \frac{B_1 \sin\alpha}{\mu_1\mu_0} = \frac{B_1(\mu_2 - 1)\sin\alpha}{\mu_1\mu_0}$$

$$i' = \oint_L J\,dl = J_{2\tau} - J_{1\tau} = \frac{B_1(\mu_2 - \mu_1)\sin\alpha}{\mu_1\mu_0}$$

Ответ: $\dfrac{B_1(\mu_2 - \mu_1)\sin\alpha}{\mu_1\mu_0}$

Плоский воздушный конденсатор с круглыми пластинами радиуса R медленно заряжают постоянным током. Показать, что вектор Пойнтинга через боковую поверхность конденсатора равно скорости приращения энергии W конденсатора



Задача 5. Плоский конденсатор с круглыми параллельными пластинами медленно заряжают. Показать, что поток вектора Пойнтинга через боковую поверхность конденсатора равен приращению энергии конденсатора за единицу времени. Рассеянием поля на краях при расчете пренебречь.

Решение. Обозначим расстояние между обкладками конденсатора через h, а радиус обкладок через R.

Энергию конденсатора в произвольный момент времени можно записать следующим образом:

$$W(t) = \frac{\varepsilon_0 E^2(t)}{2} V = \frac{\varepsilon_0 E^2(t)}{2} \pi R^2 h .$$

Тогда приращение энергии за единицу времени:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \varepsilon_0 \pi R^2 h E \frac{\partial E}{\partial t} . \qquad (*)$$

Электрическое поле конденсатора нарастает со временем, что приводит к возникновению также и магнитного поля.

Найдем величину напряженности магнитного поля с помощью одного из уравнений Максвелла:

$$\oint_\Gamma \mathbf{H} d\mathbf{l} = \frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{D} d\mathbf{S} .$$

В качестве контура Γ возьмем окружность радиусом R с центром на оси конденсатора. Тогда

$$H 2\pi R = \frac{\partial}{\partial t}(D \pi R^2) = \pi R^2 \frac{\partial D}{\partial t} = \varepsilon_0 \pi R^2 \frac{\partial E}{\partial t} \quad \text{или} \quad H(R) = \frac{R}{2} \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} .$$

Направления векторов **E** и **H** показаны на рисунке.

Вектор Пойнтинга определяется выражением: $\mathbf{S} = [\mathbf{E}\mathbf{H}]$. Вектор **S** направлен «внутрь» конденсатора, а его численное значение на расстоянии R от оси конденсатора равно

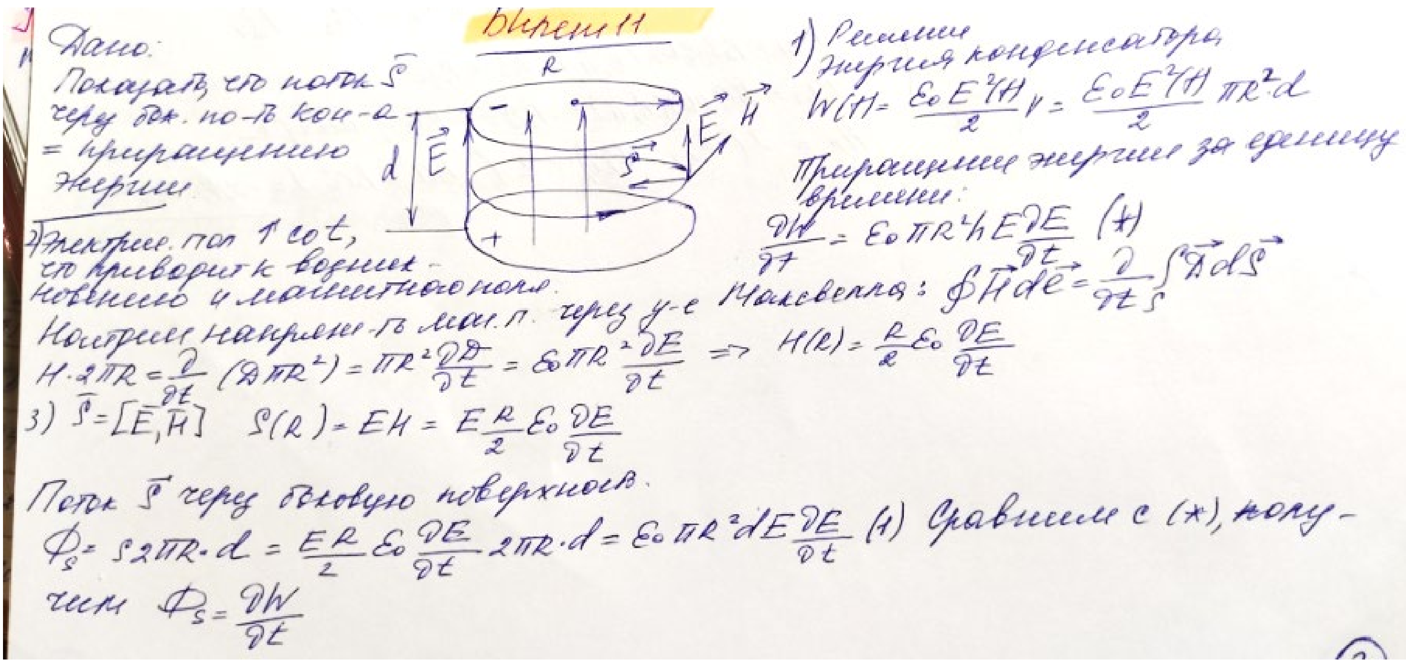
$$S(R) = EH = E \frac{R}{2} \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} .$$

Тогда поток **S** через боковую поверхность конденсатора

$$\Phi_S = S 2\pi R h = E \frac{R}{2} \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} 2\pi R h = \varepsilon_0 \pi R^2 h E \frac{\partial E}{\partial t} .$$

Сравнивая полученное выражение с (*), получаем, что $\Phi_S = \frac{\partial W}{\partial t}$.

Или



Дано:
Показать, что поток $\vec{S}$ через бок. пов-ть конд-а = приращению энергии

Вырезки

1) Решение
Энергия конденсатора
$W(t) = \frac{\varepsilon_0 E^2(t)}{2} V = \frac{\varepsilon_0 E^2(t)}{2} \pi R^2 d$
Приращение энергии за единицу времени:
$\frac{\partial W}{\partial t} = \varepsilon_0 \pi R^2 h E \frac{\partial E}{\partial t}$ (*)

2) Электрич. пол. ↑ со t, что приводит к возникновению и магнитного поля.
Найдем напряжен-ть маг. п. через у-е Максвелла: $\oint \vec{H} d\vec{l} = \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{D} d\vec{S}$
$H \cdot 2\pi R = \frac{\partial}{\partial t} (D \pi R^2) = \pi R^2 \frac{\partial D}{\partial t} = \varepsilon_0 \pi R^2 \frac{\partial E}{\partial t} \Rightarrow H(R) = \frac{R}{2} \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$

3) $\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}]$ $\quad S(R) = EH = E \frac{R}{2} \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$

Поток $\vec{S}$ через боковую поверхность.
$\Phi_S = S 2\pi R \cdot d = \frac{ER}{2} \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} 2\pi R \cdot d = \varepsilon_0 \pi R^2 d E \frac{\partial E}{\partial t}$ (1) Сравним с (*), получим $\Phi_S = \frac{\partial W}{\partial t}$

Проводник длиной l имеет сопротивление R=100 Ом. Чему равно сопротивление проводника из такого же металла длиной 3l, если объемы обоих проводников одинаковы

Дано:

$\rho_1 = \rho_2$

l_1; $R_1 = 100$ Ом

$l_2 = 3l_1$; $V_1 = V_2$

R_2 – ?

Решение:

1) $V_1 = V_2 \Rightarrow S_1 \cdot l_1 = S_2 \cdot l_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow S_1 \cdot l_1 = S_2 \cdot 3l_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow S_1 = 3S_2 \Rightarrow S_2 = \frac{S_1}{3}$

2) $R_1 = \frac{\rho_1 l_1}{S_1}$

$R_2 = \frac{\rho_2 l_2}{S_2} = \frac{\rho_1 \cdot 3l_1}{S_1/3} = \frac{9 \cdot \rho_1 l_1}{S_1} = 9R_1 =$

$= 9 \cdot 100$ Ом $= 900$ Ом

Плоская световая волна длина волны которой лямбда и интенсивность и нулевое падает нормально на большую стеклянную пластинку…

Дано: $\lambda, I_0, k=1$

$h - ?$

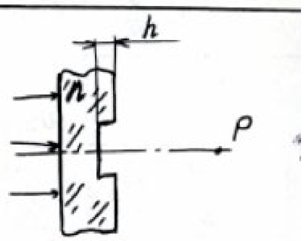
Решение: Первая зона Френеля:

$I_P = I_{min}$ при $\delta = \frac{7\pi}{4} + 2\pi m$, $m=1$

$\delta = \frac{2\pi h}{\lambda}(n-1)$

$\frac{2\pi h}{\lambda}\cdot(n-1) = \frac{7\pi}{4} + 2\pi m$

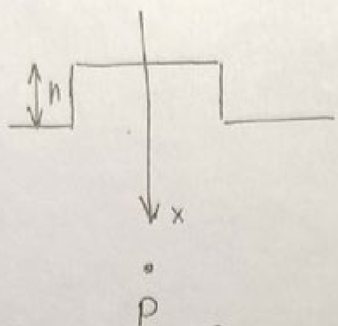
$\boxed{h = \frac{\lambda}{n-1}\left(\frac{7}{8}+m\right)}$ Ответ

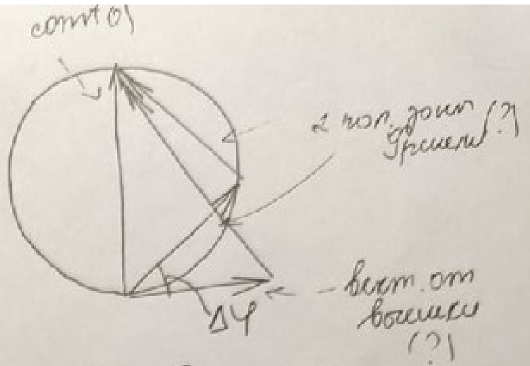


Или

Дано: λ, I_0, P

$h - ?$ при условии I_{min}





Уравнение волны для стекла и вакуума:

$$E = E_0\cdot\cos(\omega t - kr) \Rightarrow \begin{cases} E_{вак} = E_0\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) \\ E_{стекла} = E_0\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}nx\right) \end{cases}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_{вак} - \varphi_{стекл} = \frac{2\pi}{\lambda}h(n-1)$$

$\varphi_{вак} = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x$ $\quad \varphi_{стекл} = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda}nx$

Модули векторов, предст. половину 1ой зоны, равны $\sqrt{2}A_0$

Первонач. угол $\frac{\pi}{4}$.

$\vec{A}_p = \vec{A}_{1/2} + \vec{A}$ $\quad \vec{A}_p$ - вект. пр-ий дугу половину 1ой зоны

$$A_p^2 = 2A_0^2 + 2A_0^2 + 4A_0^2\cos\left(\pi - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + \Delta\varphi\right)$$

$$A_p^2 = 4A_0^2 - 4A_0^2\sin\Delta\varphi$$

Интенсивность min при $\sin\Delta\varphi = 1$, т.е.

$$\frac{2\pi h(n-1)}{\lambda} = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow h = \frac{\left(2k\pi + \frac{\pi}{2}\right)\lambda}{2\pi(n-1)} = \frac{2\left(k+\frac{1}{4}\right)\lambda}{2(n-1)} =$$

$$= \frac{\left(k+\frac{1}{4}\right)\lambda}{n-1}; \quad k = 0, 1, 2\ldots$$

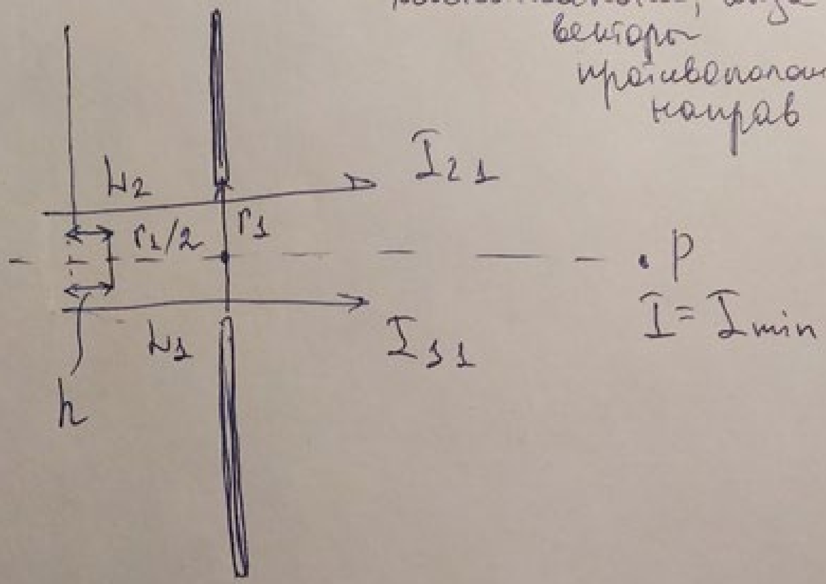
$I_{min} = 0.$

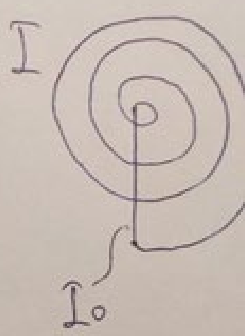
Или

Дано: λ, I_0, P

$h - ?$

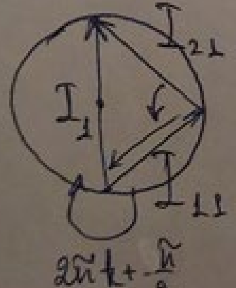
Решение: Амплитуда минимальна, когда векторы противополож. направ





$$\Delta = L_2 - L_1 = nl - h - nl + nh = h(n-1); \quad L_2 = nl, \quad L_1 = h + n(l - h)$$

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta}{\lambda}, \quad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)\cdot h$$



$\Delta\varphi =$

$$2\pi k + \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)h$$

$$h = \left(k + \frac{1}{4}\right)\cdot\frac{\lambda}{(n-1)}$$: Ответ

Напряженность H магнитного поля в центре кругового витка с магнитным моментом pm = 1,5 А*м2 равна 150 А/м. Определите: 1) радиус витка; 2) силу тока в витке.

Дано	Решение
$H = 150$ А/м $p_m = 1{,}5$ А · м²	$\left.\begin{array}{l} H = \dfrac{I}{2R} \\ p_m = IS \\ S = \pi R^2 \end{array}\right\}$, $\quad R = \sqrt[3]{\dfrac{p_m}{2\pi H}}$, $\quad I = 2RH$.
1) R — ? 2) I — ?	

Ответ 1) $R = 11{,}7$ см; 2) $I = 35{,}1$ А.

или

Дано:
$p_m = 1{,}5$ А·м²
$H = 150$ А/м

R – ? I – ?

Решение: $p_m = I \cdot S$, $S = \pi R^2 \rightarrow p_m = I\pi R^2$

$B = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$, $B = \mu_0 H \rightarrow \mu_0 H = \dfrac{\mu_0 I}{2R} \rightarrow H = \dfrac{I}{2R} \rightarrow I = 2RH$ $\Big\} \rightarrow p_m = 2R^3\pi H$

$\boxed{R = \sqrt[3]{\dfrac{p_m}{2\pi H}}} \rightarrow \boxed{I = 2H \cdot \sqrt[3]{\dfrac{p_m}{2\pi H}}}$ Ответ

Или

3. Напряженность **H** магнитного поля в центре кругового витка с магнитным моментом **$p_m = 1{,}5$ А·м²** равна **150 А/м**. Определить: 1) радиус витка; 2) силу тока в витке.

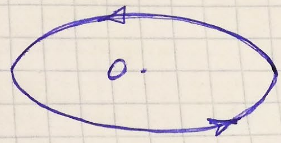
Дано:
$H = 150$ А/м
$p_m = 1{,}5$ А·м²

1) R – ?
2) I – ?

Решение: Магнитный момент: $\vec{p}_m = I \cdot S\vec{n}$

Площадь кругового витка: $S = \pi R^2$

$|\vec{p}_m| = p_m = I\pi R^2$



Для кругового витка в центре: $B = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$

$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$; $|\vec{B}| = \mu_0 H \rightarrow H = \dfrac{B}{\mu_0} = \dfrac{\mu_0 I}{\mu_0 2R} = \dfrac{I}{2R} \rightarrow I = 2RH$

$\mu = 1$

$\left.\begin{array}{l} p_m = I\pi R^2 \\ I = 2RH \end{array}\right\} \rightarrow p_m = 2\pi H R^3 \rightarrow \underline{R = \sqrt[3]{\dfrac{p_m}{2\pi H}}}$

$\underline{I = 2H\sqrt[3]{\dfrac{p_m}{2\pi H}}}$

$\boxed{\text{Ответ: 1) } R = \sqrt[3]{\dfrac{p_m}{2\pi H}}; \text{ 2) } I = 2H\sqrt[3]{\dfrac{p_m}{2\pi H}}}$

На экране наблюдается интерференционная картина в результате наложения лучей от двух конгерентных источников 600. Определите, на сколько полос сместится интерференционная картина, если на пути одного из лучей перпендикулярно ему поместить стеклянную пластину n=1,6 толщиной 4 мкм

③ Дано:

$\lambda = 600\text{ нм} = 6\cdot 10^{-7}\text{ м}$

$n = 1,6$

$d = 4\text{ мкм} = 4\cdot 10^{-6}\text{ м}$

$k - ?$

Решение:

Оптическая разность хода изменится на

$\Delta = nd - d$, $\Delta = k\lambda$

$nd - d = k\lambda$

$$k = \frac{nd-d}{\lambda} = \frac{1,6\cdot 4\cdot 10^{-6} - 4\cdot 10^{-6}}{6\cdot 10^{-7}} =$$

$= 0,4\cdot 10 = 4$

Ответ: 4.

или

Дано:

$\lambda = 600$ нм

$n = 1,6$

$d = 4$ мкм.

$\Delta m - ?$

Оптическая разность хода без пластины

$\Delta l_1 = \lambda m_1$

С пластинкой: $\Delta l_1 + d(n-1) = \lambda m_2$.

Тогда $m_1 = \frac{\Delta l_1}{\lambda}$, $m_2 = \frac{\Delta l_1 + d(n-1)}{\lambda}$.

$$\Delta m = \frac{\Delta l_1 + d(n-1) - \Delta l_1}{\lambda} = \frac{d(n-1)}{\lambda} =$$

$$= \frac{4\cdot 10^{-6}(1,6-1)}{6\cdot 10^{-9}} = 4 \text{ – ответ}$$

Металлический шар радиусом 15 несёт заряд 20. Шар окружен слоём парафина…(поменять значение R)

Решение. Так как поле, созданное заряженным шаром, является неоднородным, то энергия поля в слое диэлектрика распределена неравномерно. Однако объемная плотность энергии будет одинакова во всех точках, отстоящих на равных расстояниях от центра сферы, так как поле заряженного шара обладает сферической симметрией.

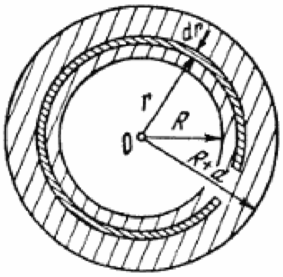


Рис. 18.1

Выразим энергию в элементарном сферическом слое диэлектрика объемом dV:

$$dW = w\,dV,$$

где w — объемная плотность энергии (рис. 18.1).

Полная энергия выразится интегралом

$$W = \int w\,dV = 4\pi \int_R^{R+d} wr^2\,dr, \qquad (1)$$

где r — радиус элементарного сферического слоя; dr — его толщина. Объемная плотность энергии определяется по формуле $w = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2$, где E — напряженность поля. В нашем случае $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$ и, следовательно,

$$w = \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0\varepsilon r^4}.$$

Подставив это выражение плотности в формулу (1) и вынеся за знак интеграла постоянные величины, получим

$$W = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int_R^{R+d}\frac{dr}{r^2} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+d}\right) = \frac{Q^2 d}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon R(R+d)}.$$

Произведя вычисления по этой формуле, найдем

$W = 12$ мкДж.

Или

Задача.

Дано:
$R = 15$ см
$Q = 20$ нКл
$\varepsilon = 2$
$d = 5$ см

$W - ?$

Решение:

Т.к. поле, созданное заряж. шаром, неоднородно

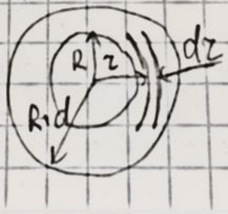
$w = dW/dV$

$$W = \int_V w\,dV = 4\pi\int_R^{R+d} w\cdot r^2\,dr; \quad w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}; \quad E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$$

$$w = \frac{Q^2}{32\,\varepsilon\varepsilon_0\pi^2 r^4} \qquad W = 4\pi\int_R^{R+d}\frac{Q^2\,dr}{32\pi^2\varepsilon\varepsilon_0 r^2} =$$

$$= \frac{4Q^2}{32\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\right)\Bigg|_R^{R+d} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{R+d} + \frac{1}{R}\right) = \frac{(20\cdot 10^{-9})^2}{8\cdot\pi\cdot 2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\left(-\frac{1}{0{,}15+0{,}05} + \frac{1}{0{,}15}\right)$$

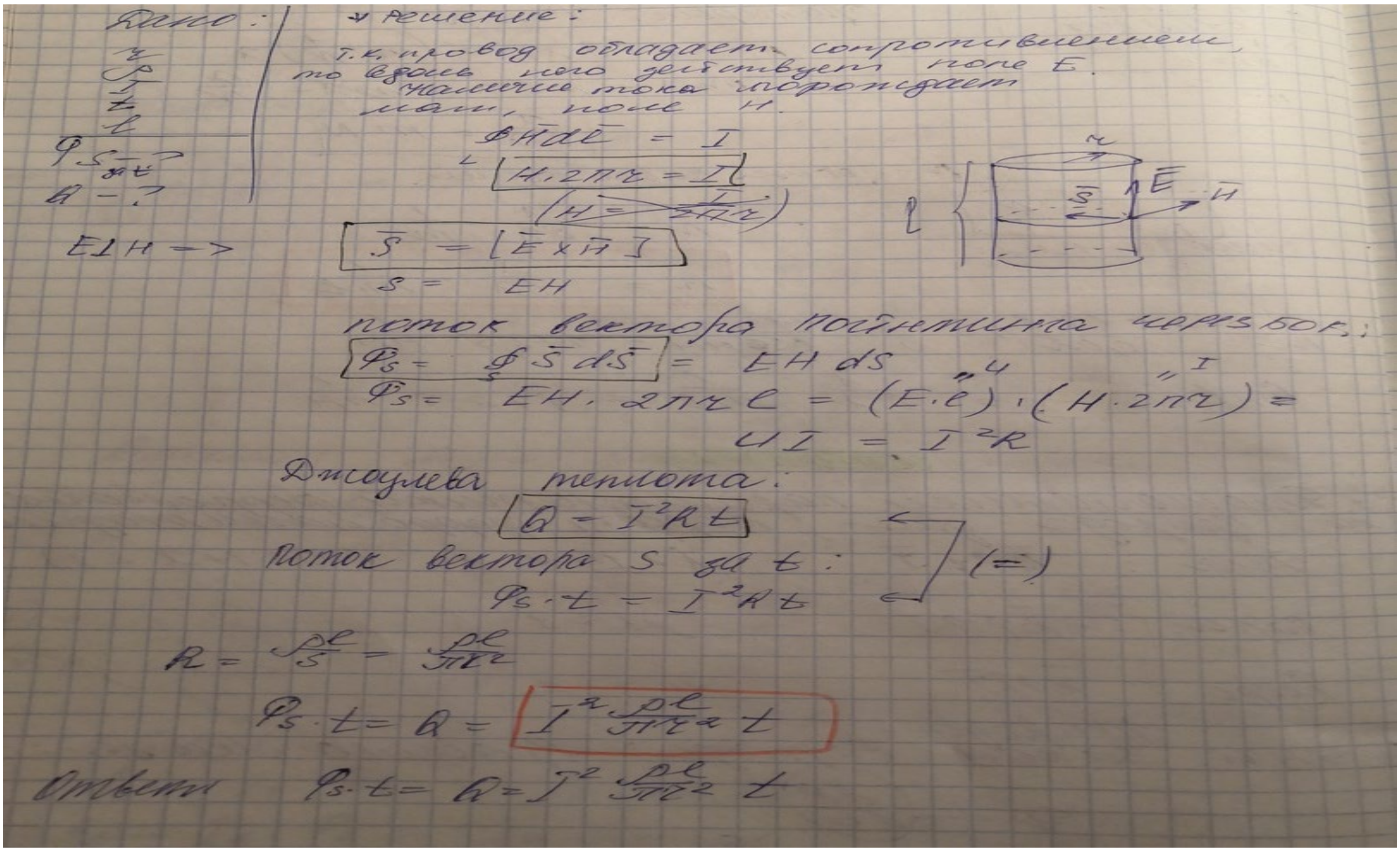
$$= 1{,}5\cdot 10^{-6}\ \text{Дж}$$



r - радиус элементарного сферического слоя диэл

=

По проводнику круглого сечения радиуса r и удельным сопротивлением ρ течет ток I. Вычислить поток вектора Пойнтинга за время t через боковую поверхность проводника длинной l и сравнить полученную величину с энергией Джоуля-Ленца, выделившейся за это время в объеме проводника той же длины.(не весь)


Дано: r, ρ, I, t, l

$\Phi_S \cdot t$ — ? Q — ?

$E \perp H$ =>

Решение:

Т.к. провод обладает сопротивлением, то вдоль него действует поле E. Наличие тока порождает магн. поле H.

$\oint \vec{H} d\vec{l} = I$

$\boxed{H \cdot 2\pi r = I}$

$H = \frac{I}{2\pi r}$

$\boxed{\vec{S} = [\vec{E} \times \vec{H}]}$

$S = EH$

поток вектора пойнтинга через бок.:

$\boxed{\Phi_S = \oint \vec{S} d\vec{S}} = EH\, dS$

$\Phi_S = EH \cdot 2\pi r l = (E \cdot l) \cdot (H \cdot 2\pi r) = UI = I^2 R$

Джоулева теплота:

$\boxed{Q = I^2 R t}$

Поток вектора S за t:

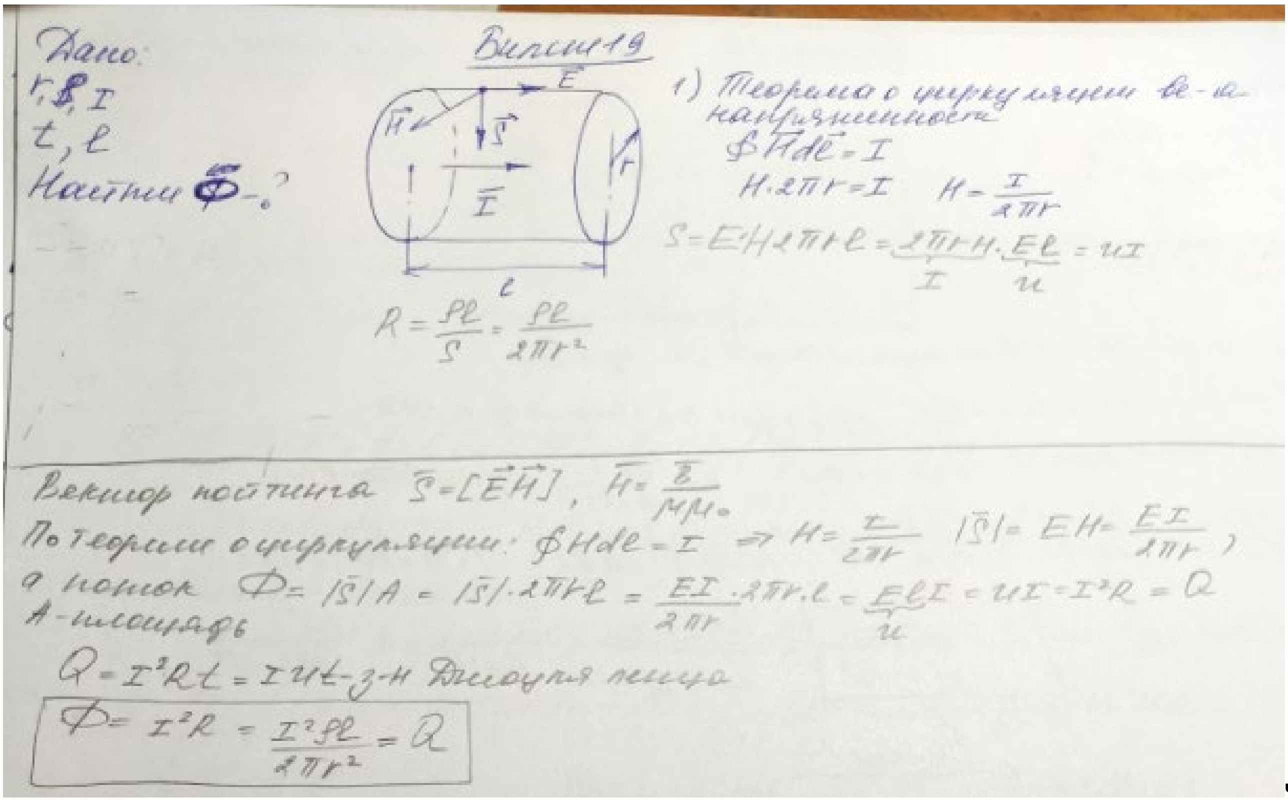
$\Phi_S \cdot t = I^2 R t$ (=)

$R = \frac{\rho l}{S} = \frac{\rho l}{\pi r^2}$

$\Phi_S \cdot t = Q = \boxed{I^2 \frac{\rho l}{\pi r^2} t}$

Ответ: $\Phi_S \cdot t = Q = I^2 \frac{\rho l}{\pi r^2} t$

Или


Дано: r, ρ, I, t, l

Найти Φ — ?

Билет 19

$R = \frac{\rho l}{S} = \frac{\rho l}{2\pi r^2}$

1) Теорема о циркуляции в-ра напряженности

$\oint \vec{H} d\vec{l} = I$

$H \cdot 2\pi r = I$ $H = \frac{I}{2\pi r}$

$S = E \cdot H 2\pi r l = \frac{2\pi r H}{I} \cdot \frac{El}{U} = UI$

Вектор пойнтинга $\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]$, $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}$

По теореме о циркуляции: $\oint H dl = I \Rightarrow H = \frac{I}{2\pi r}$ $|\vec{S}| = EH = \frac{EI}{2\pi r}$,

а поток $\Phi = |\vec{S}| A = |\vec{S}| \cdot 2\pi r l = \frac{EI}{2\pi r} \cdot 2\pi r \cdot l = \frac{ElI}{U} = UI = I^2 R = Q$

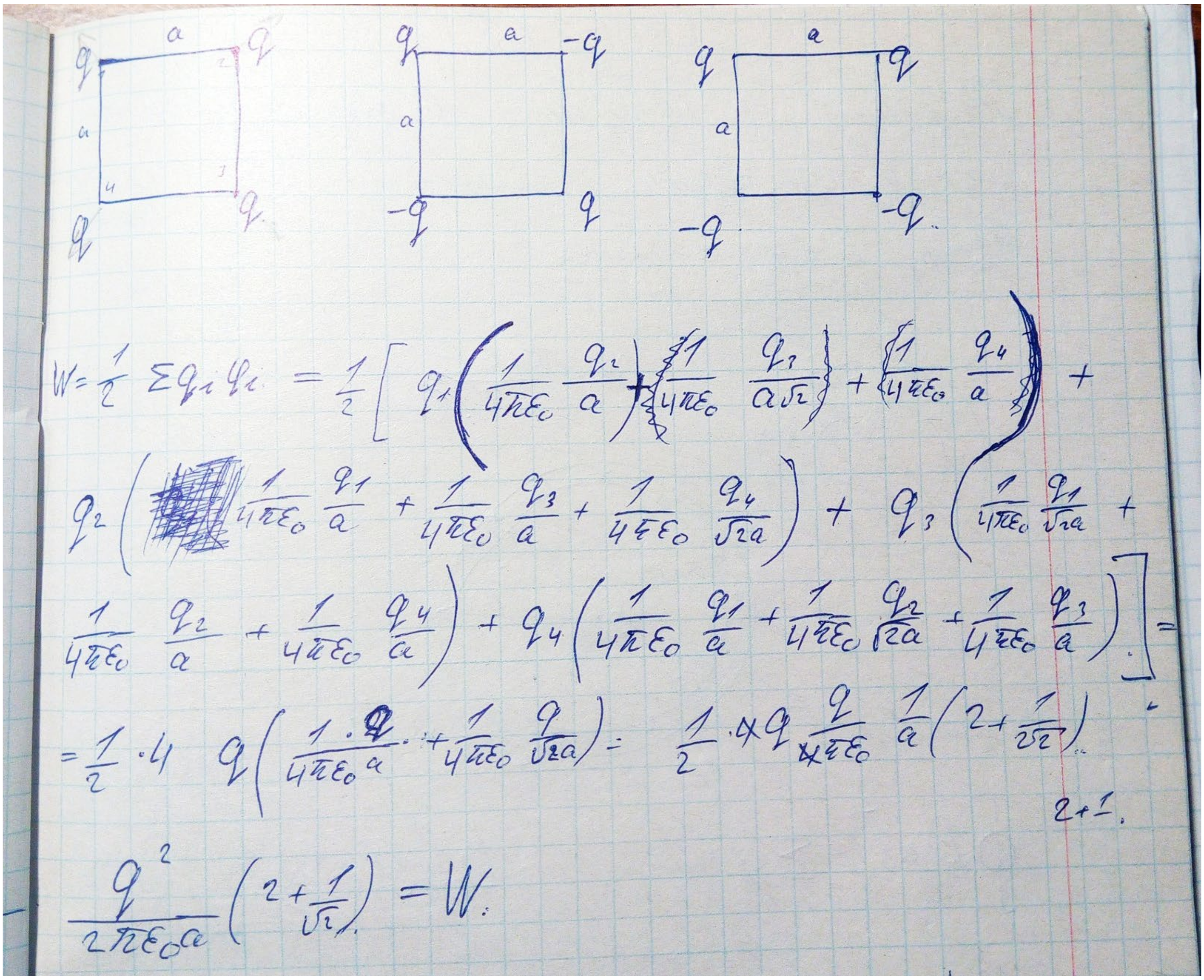
A - площадь

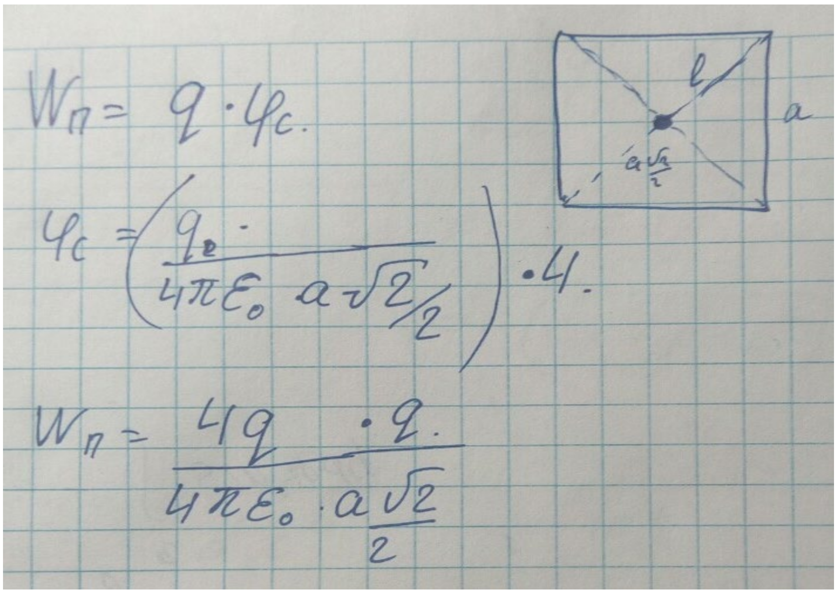
$Q = I^2 R t = IUt$ - з-н Джоуля Ленца

$\boxed{\Phi = I^2 R = \frac{I^2 \rho l}{2\pi r^2} = Q}$

чч

Четыре равных точечных заряда Q расположены в вершинах квадрата со стороной b. а) Чему равна электрическая энергия системы? б) Какую потенциальную энергию будет иметь пятый заряд Q, помещенный в центре квадрата (относительно φ∞=0 на бесконечности). W=k* Q^2/b(1+… ЗАРЯД В ЦЕНТРЕ ИМЕЕТ ПРОТИВОПОЛОЖНЫЙ ЗНАК Второй раз энергия найдена неверно





Или

Дано:

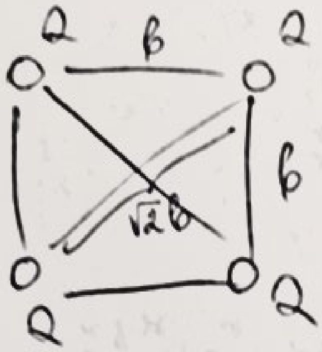
Q, b

$\varphi_\infty = 0$

$W_{собс}$ - ?

W_p - ?

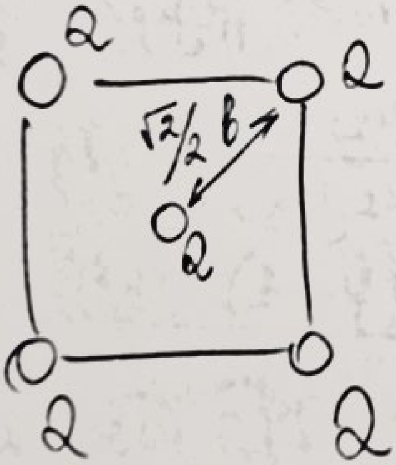
Решение:



а) $$W_{собс} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 b}\left[\overset{12}{1} + \overset{13}{\frac{1}{\sqrt{2}}} + \overset{14}{1} + \overset{23}{1} + \overset{24}{\frac{1}{\sqrt{2}}} + \overset{34}{1}\right] =$$

$$= \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 b}\cdot\left(4 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

б) $$W_p = \varphi Q, \quad \varphi = \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N} \frac{q_j}{4\pi\varepsilon_0 r_{ij}}$$



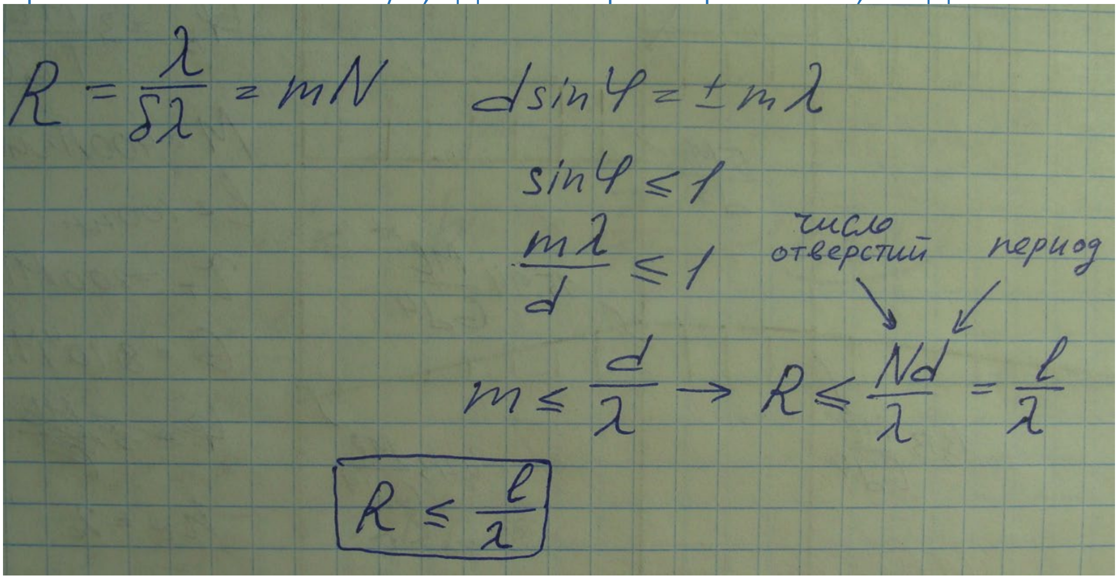
$$\varphi = \frac{Q\cdot 2}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{2}b}\cdot 4 =$$

$$= \frac{2Q}{\pi\varepsilon_0\sqrt{2}b}$$

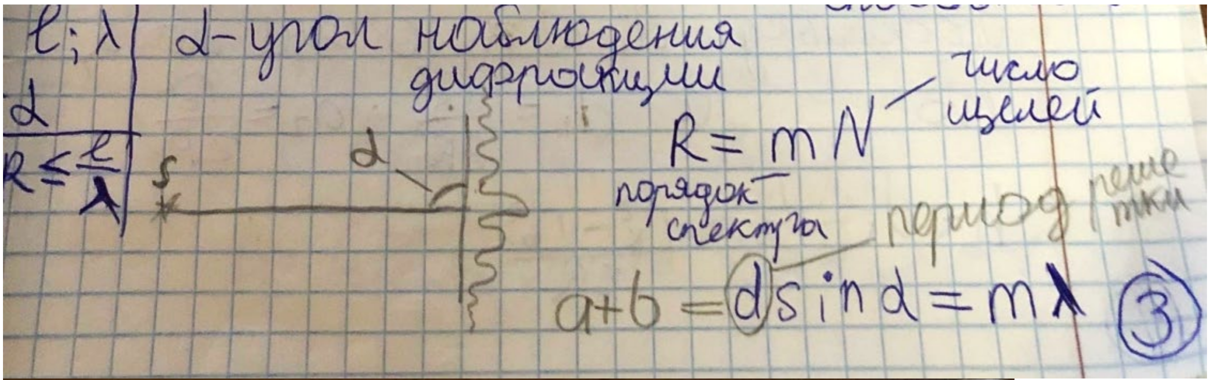
$$W_p = \frac{2Q^2}{\pi\varepsilon_0\sqrt{2}b}$$

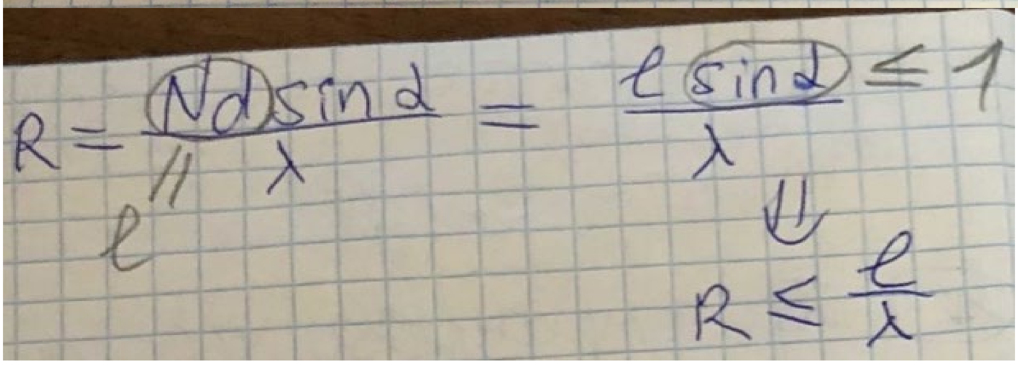
Ответ: а) $\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 b}\left(4 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Докажите, что разрешающая способность дифракционной решетки не может превысить значения l/λ, где l - ширина решетки, λ - длина волны света.

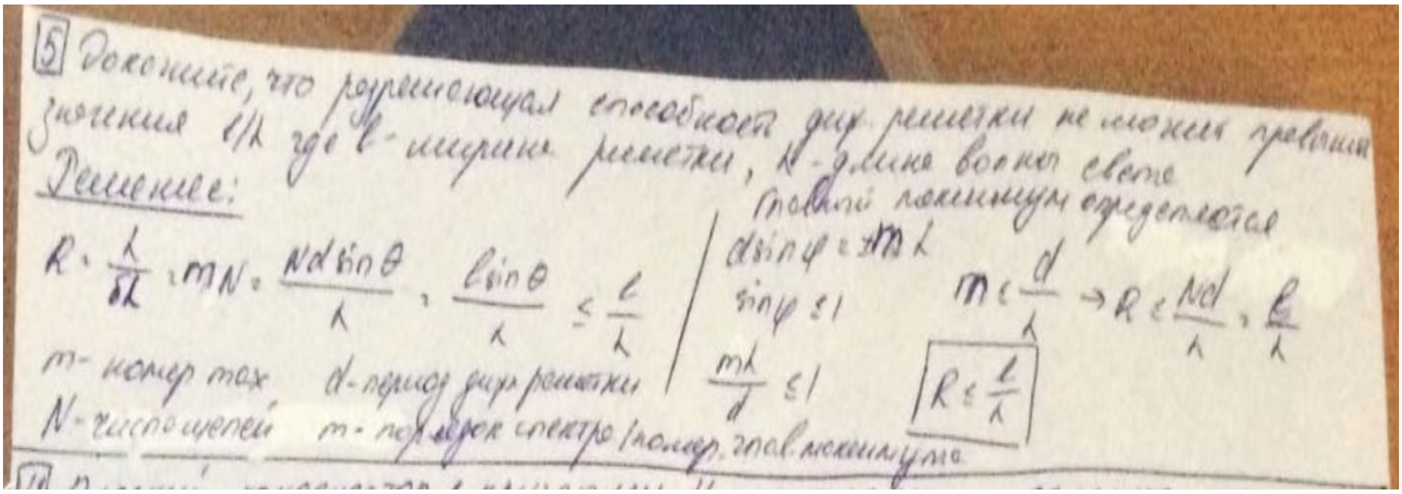


или





или



Пространство между обкладками плоского конденсатора, имеющими форму круглых дисков, заполнено однородной слабо проводящей средой с удельной проводимостью σ и диэлектрической проницаемостью є.

Дано:

σ

ε

d

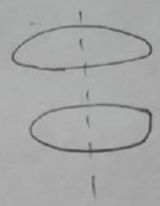
r

$u = u_m \cos\omega t$

Найти:

$H(r)$

Решение



$$E = u/d = \frac{u_m}{d}\cdot\cos\omega t$$

$$j_п = \sigma E = \sigma\frac{u_m}{d}\cdot\cos\omega t$$

$$j_c = \frac{\partial D}{\partial t}\cdot \quad D = \varepsilon\varepsilon_0 E$$

$$j_c = \varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E}{\partial t} = -\varepsilon\varepsilon_0\frac{u_m}{d}\omega\sin\omega t$$

$$j_{полн} = j_п + j_c = \frac{\sigma u_m}{d}\cos\omega t - \varepsilon\varepsilon_0\frac{u_m}{d}\omega\sin\omega t = \frac{u_m}{d}(\sigma\cos\omega t - \varepsilon\varepsilon_0\omega\sin\omega t)$$

$$\oint_l \bar H d\bar l = \Sigma I_п + \iint_S\left(\frac{d\bar D}{dt}, d\bar S\right) \Rightarrow H 2\pi r = j_{полн}\cdot\pi r^2 \Rightarrow H = j_{полн}\frac{r}{2} \Rightarrow$$

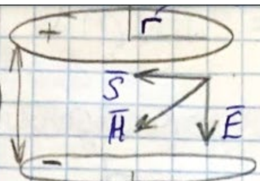
$$H = \frac{u_m\cdot r}{2d}(\sigma\cos\omega t - \varepsilon\varepsilon_0\omega\sin\omega t)$$

Или

r

$U = U_0\cos\omega t$

$H(r) - ?$



Ур. Максвелла — $\begin{cases}\oint \bar H d\bar l = \int \bar j d\bar S + \int \frac{\partial D}{\partial t} d\bar S \quad (*) \\ \bar j = \sigma\bar E\end{cases}$

$$\bar D = \varepsilon\varepsilon_0\bar E;\quad E = \frac{U}{d} = \frac{U_0\cos\omega t}{d}$$

$$D = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U_0\cos\omega t}{d}$$

$$j = \frac{\sigma U_0\cos\omega t}{d};\quad \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{d}U_0\omega(-\sin\omega t)$$

$(*)$

$$H\,2\pi r = \frac{\sigma U_0\cos\omega t}{d}\pi r^2 + \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{d}U_0\omega(-\sin\omega t)\pi r^2$$

$$H = \frac{U_0 r}{2d}(\sigma\cos\omega t - \varepsilon\varepsilon_0\omega\sin\omega t)$$

Магнитный поток через неподвижный контур с сопротивлением R изменяется в течение времени T по закону Φ = αt(t - T)^2, где α - известная постоянная. Найти количество теплоты, выделившееся в контуре за это время. Магнитным полем индукционного тока пренебречь

Дано:

R

$\Phi = \alpha t(t-\tau)^2$

$Q - ?$

Решение:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \; =$$

$$= -3\alpha t^2 + 4\alpha\tau t - \alpha\tau^2$$

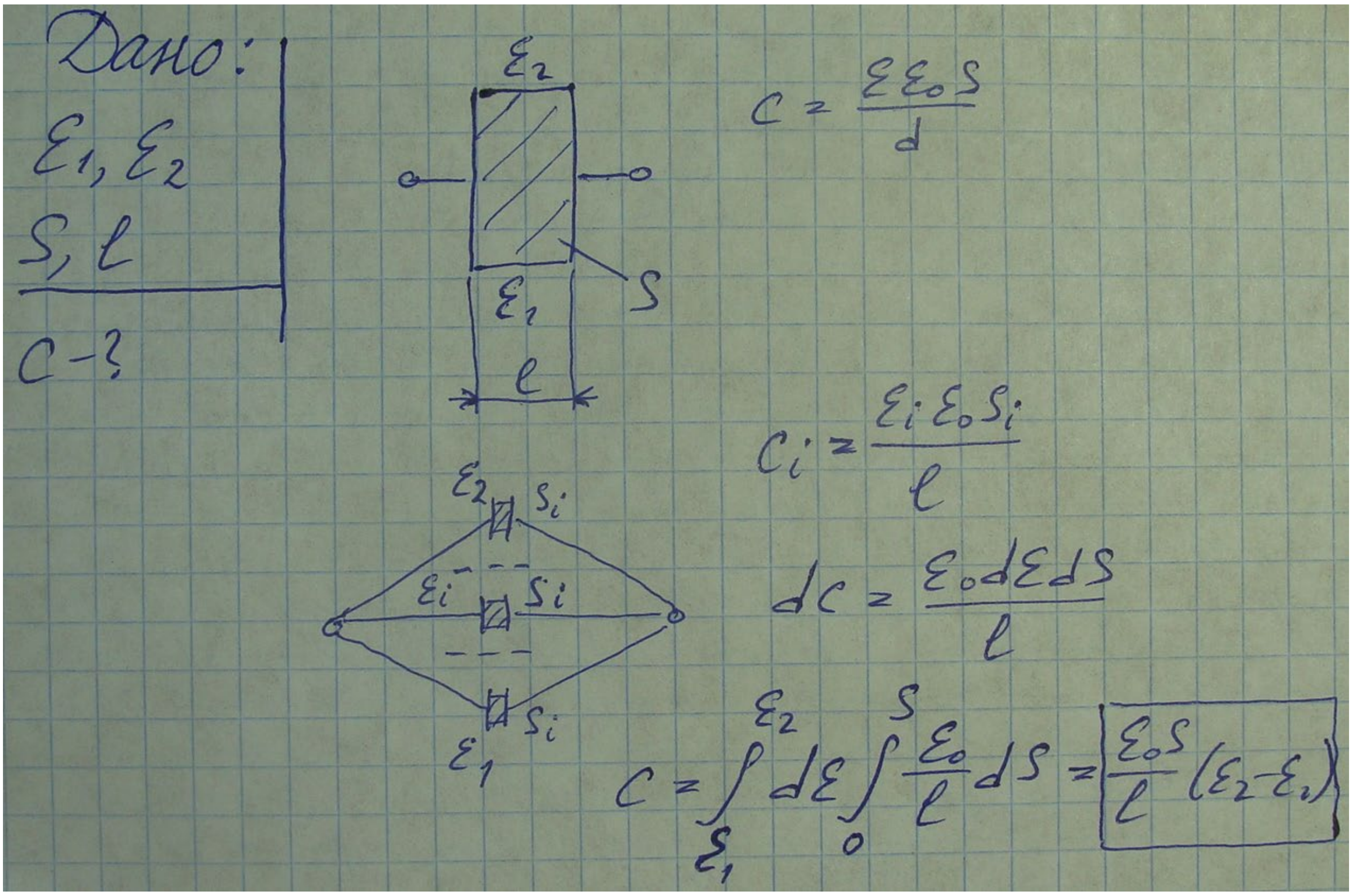
$$P = \varepsilon I = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon^2}{R}$$

$$Q = \int_0^\tau P\,dt = \int_0^\tau \frac{(-3\alpha t^2 + 4\alpha\tau t - \alpha\tau^2)^2}{R}\,dt =$$

$$= \frac{9\alpha^2 t^5}{5} + \frac{22\alpha^2\tau^2 t^3}{3} + \alpha^2\tau^4 t - 6\alpha^2\tau t^4 -$$

$$- 4\alpha^2\tau^3 t^2 \Big) \Big|_0^\tau = \frac{2}{15}\alpha^2\tau^5 \cdot \frac{1}{R}$$

Зазор между обкладками плоского конденсатора заполнен диэлектриком, проницаемость которого линейно растет в перпендикулярном обкладкам направлении от ε1 до ε2. Площадь каждой обкладки S, расстояние между обкладками - l. Найти емкость конденсатора.



Дано:
$\varepsilon_1, \varepsilon_2$
S, l
C – ?

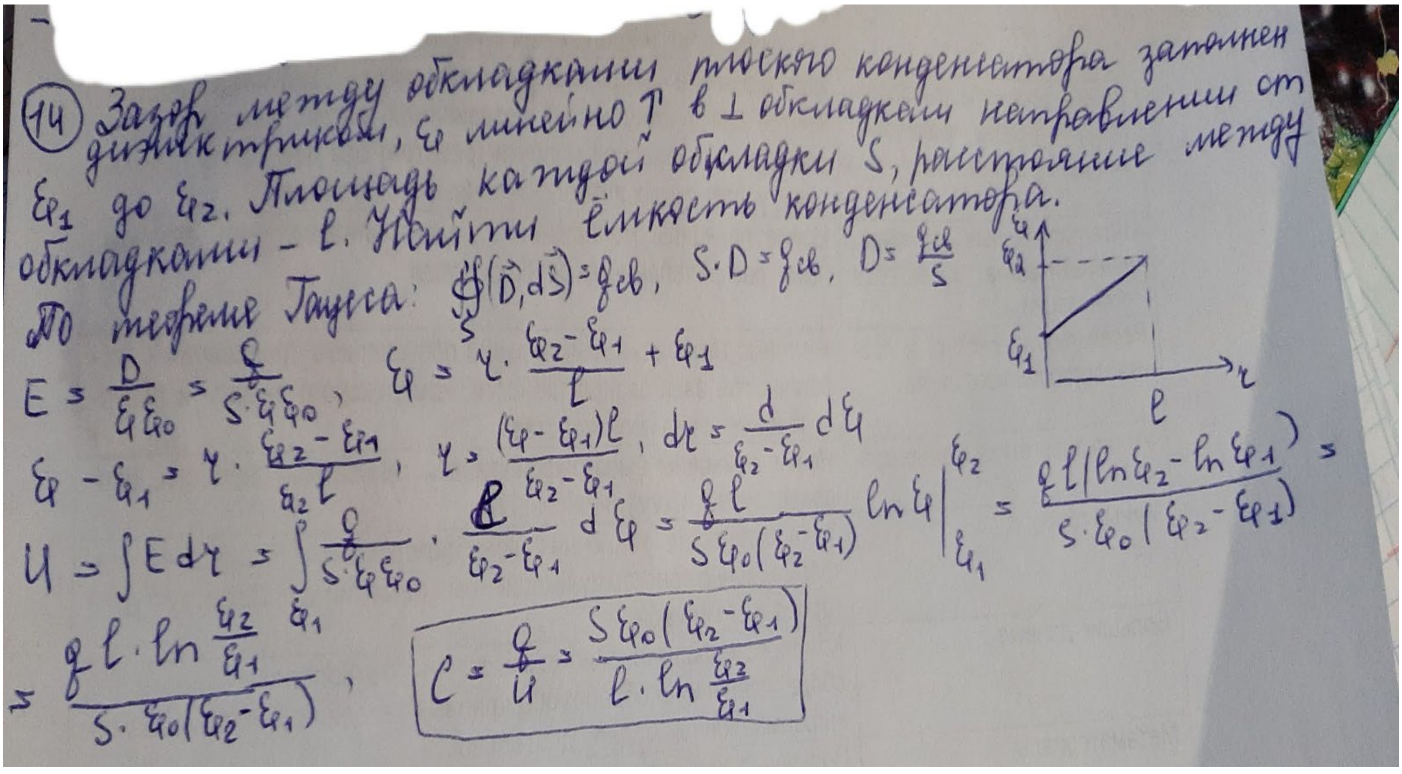
$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$$

$$C_i = \frac{\varepsilon_i \varepsilon_0 S_i}{l}$$

$$dC = \frac{\varepsilon_0 d\varepsilon dS}{l}$$

$$C = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} d\varepsilon \int_0^S \frac{\varepsilon_0}{l} dS = \boxed{\frac{\varepsilon_0 S}{l}(\varepsilon_2-\varepsilon_1)}$$

Или



(14) Зазор между обкладками плоского конденсатора заполнен диэлектриком, ε линейно ↑ в ⊥ обкладкам направлении от ε_1 до ε_2. Площадь каждой обкладки S, расстояние между обкладками – l. Найти ёмкость конденсатора.

По теореме Гаусса: $\oint_S (\vec{D}, d\vec{S}) = q_{св}$, $S\cdot D = q_{св}$, $D = \frac{q_{св}}{S}$

$E = \frac{D}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{q}{S\cdot\varepsilon\varepsilon_0}$, $\varepsilon = r\cdot\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{l} + \varepsilon_1$

$\varepsilon - \varepsilon_1 = r\cdot\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{l}$, $r = \frac{(\varepsilon-\varepsilon_1)l}{\varepsilon_2-\varepsilon_1}$, $dr = \frac{l}{\varepsilon_2-\varepsilon_1}d\varepsilon$

$$U = \int E\,dr = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \frac{q}{S\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{l}{\varepsilon_2-\varepsilon_1}\,d\varepsilon = \frac{ql}{S\varepsilon_0(\varepsilon_2-\varepsilon_1)}\ln\varepsilon\Big|_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} = \frac{ql(\ln\varepsilon_2-\ln\varepsilon_1)}{S\cdot\varepsilon_0(\varepsilon_2-\varepsilon_1)} = \frac{ql\cdot\ln\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}{S\cdot\varepsilon_0(\varepsilon_2-\varepsilon_1)},$$

$$\boxed{C = \frac{q}{U} = \frac{S\varepsilon_0(\varepsilon_2-\varepsilon_1)}{l\cdot\ln\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}}$$

Или

№3.104

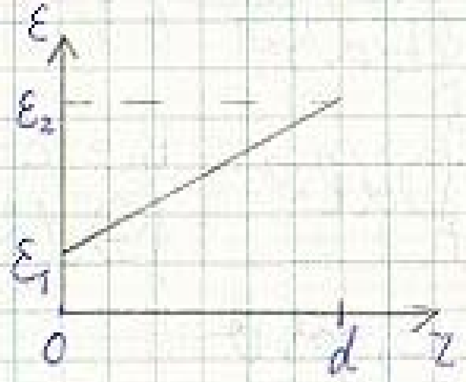
Дано: $\varepsilon_1; \varepsilon_2$; $S; d$

$C = ?$

$D'(\varepsilon) = ?$

Решение:

а) По т. Гаусса: $S \cdot D = q \Rightarrow D = \frac{q}{S}$



$$E = \frac{D}{\varepsilon \varepsilon_0} = \frac{q}{S \varepsilon \varepsilon_0}$$

$$\varepsilon = z \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{d} + \varepsilon_1$$

$$\varepsilon - \varepsilon_1 = z \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{d}$$

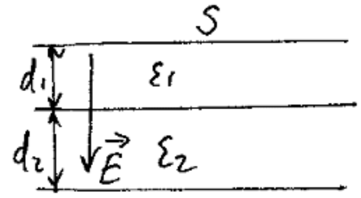
$$z = \frac{(\varepsilon - \varepsilon_1) d}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} \qquad dz = \frac{d}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} d\varepsilon$$

$$U = \int E\, dz = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \frac{q}{S \varepsilon \varepsilon_0} \cdot \frac{d}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} d\varepsilon = \frac{q d}{S \varepsilon_0 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)} \cdot \ln \varepsilon \Big|_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} =$$

$$= \frac{q d \cdot (\ln \varepsilon_2 - \ln \varepsilon_1)}{S \varepsilon_0 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)} = \frac{q d \cdot \ln \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}{S \varepsilon_0 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}$$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{S \varepsilon_0 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{d \cdot \ln \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$

Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено последовательно двумя диэлектрическими слоями 1 и 2 с толщинами d_1 и d_2 и с проницаемостями ε_1 и ε_2. Площадь каждой обкладки равна S. Найти: плотность σ' связанных зарядов на границе раздела диэлектрических слоев, если напряжение на конденсаторе равно U и электрическое поле направлено от слоя 1 к слою 2.



Напряжение на конденсаторах:

$U = E_1 d_1 + E_2 d_2$, т.к.

$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \Rightarrow E_2 = \frac{\varepsilon_1 E_1}{\varepsilon_2}$.

$$U = E_1 d_1 + \frac{\varepsilon_1 E_1 d_2}{\varepsilon_2} = E_1\left(d_1 + \frac{\varepsilon_1 d_2}{\varepsilon_2}\right) = E_1\left(\frac{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}{\varepsilon_2}\right)$$

$$E_1 = \frac{\varepsilon_2 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2} \text{ и } E_2 = \frac{\varepsilon_1 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}.$$

σ_1' в первом диэлектрике:

$$\sigma_1' = æ_1 \varepsilon_0 E_1 = (\varepsilon_1 - 1)\varepsilon_0 E_1 = \frac{(\varepsilon_1 - 1)\varepsilon_0 \varepsilon_2 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}$$

σ_2' во втором диэлектрике:

$$\sigma_2' = æ_2 \varepsilon_0 E_2 = (\varepsilon_2 - 1)\varepsilon_0 E_2 = \frac{(\varepsilon_2 - 1)\varepsilon_0 \varepsilon_1 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}$$

На границе: $\sigma' = \sigma_1' - \sigma_2' = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\varepsilon_0 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}$.

Или

2 Дано:

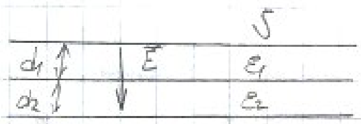
$d_1, d_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2$

S

U

$\sigma' - ?$

Решение:



1) $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

$C_1 = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 S}{d_1}$; $C_2 = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S}{d_2}$

$$\frac{1}{C} = \frac{d_1}{\varepsilon_1 \varepsilon_0 S} + \frac{d_2}{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S} \Rightarrow C = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_0 S}{d_1 \varepsilon_2 + d_2 \varepsilon_1} = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}}$$

2) $U = E_1 d_1 + E_2 d_2$, т.к. $\frac{E_1}{E_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \Rightarrow E_2 = \frac{\varepsilon_1 E_1}{\varepsilon_2}$

$$U = E_1 d_1 + \frac{\varepsilon_1 E_1}{\varepsilon_2} d_2 = E_1\left(d_1 + \frac{\varepsilon_1 d_2}{\varepsilon_2}\right) = E_1\left(\frac{d_1 \varepsilon_2 + d_2 \varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)$$

$$\Rightarrow E_1 = \frac{\varepsilon_2 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2} ; \quad E_2 = \frac{\varepsilon_1 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}$$

$$\sigma_1' (\text{в 1-м диэлектр.}) = \chi \varepsilon_0 E_1 = (\varepsilon_1 - 1)\varepsilon_0 E_1 = \frac{(\varepsilon_1 - 1)\varepsilon_0 \varepsilon_2 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}$$

$$\sigma_2' = \chi \varepsilon_0 E_2 = \frac{(\varepsilon_2 - 1)\varepsilon_0 \varepsilon_1 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}$$

На границе: $\sigma' = \sigma_1' - \sigma_2' = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\varepsilon_0 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_2 d_2}$

На тонкой нити длиной l = 8,0 см равномерно распределен заряд q1=350 мкКл, действующий силой F = 120 мкН на точечный заряд q2, находящийся на продолжении той же нити на расстоянии r = 6,0 см от ее середины. Определить значение точечного заряда q2, если вся система находится в воздухе.

Ц №17.16

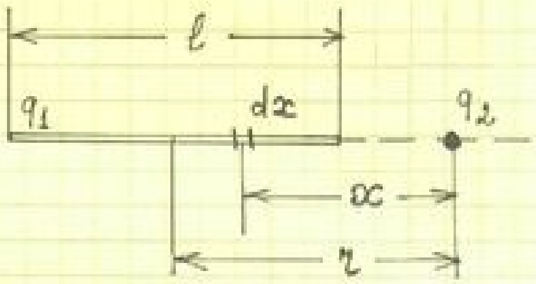
$l = 8{,}0$ см

$q_1 = 350$ мкКл

$F = 120$ мкН

$r = 6{,}0$ см

q_2



Заряд на элементе длины dx проволоки равен:

$dq = \frac{q_1}{l}dx$; Со стороны этого заряда на заряд q_2 действует сила:

$$dF_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 l}\frac{dx}{x^2}$$

Для определения силы, с которой действует весь заряд на проволоке q_1 на заряд q_2 следует осуществить интегрирование:

$$F_{21} = \int_{r-\frac{l}{2}}^{r+\frac{l}{2}} \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 l}\frac{dx}{x^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 l}\int_{r-\frac{l}{2}}^{r+\frac{l}{2}}\frac{dx}{x^2} =$$

$$= \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 l}\left(-\frac{1}{x}\Big|_{r-\frac{l}{2}}^{r+\frac{l}{2}}\right) = \frac{q_1 q_2}{\pi\varepsilon_0(4r^2 - l^2)};$$

Отсюда: (с учётом, что $F_{21} = F$)

$$\boxed{q_2 = \frac{\pi\varepsilon_0 F(4r^2 - l^2)}{q_1};\quad q_2 = 76\cdot 10^{-15}\ \text{Кл}}$$

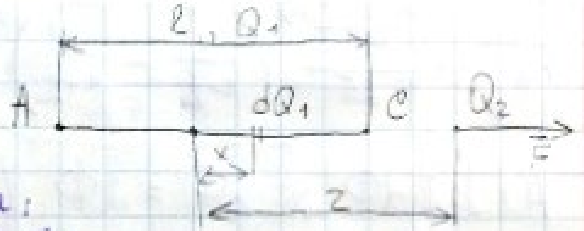
или

Лист 3.

1 Дано:
$l = 8$ см
$Q = 350$ мкКл
$F = 120$ мН
$r = 6$ см

Q_2 - ?

Решение:



По з-ну Кулона:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

Разобьем провод на б.м. отрезки:

$$F = \int_Q \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot Q_2 \cdot \frac{dQ_1}{r'^2} \; ; \; F = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot Q_2 \cdot \lambda \cdot \int \frac{dl}{r'^2}$$

dl
$dQ_1 = \lambda\, dl$
$\lambda = \frac{Q}{l}$
т.к. равномерно

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{l} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{dx}{(r-x)^2} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{l} \cdot \left.\frac{1}{(r-x)}\right|_{-l/2}^{l/2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{l} \cdot \frac{1}{r^2 - \frac{l^2}{4}}$$

$$Q_2 = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \cdot F}{Q_1} \cdot \left(r^2 - \frac{l^2}{4}\right) = 7{,}63 \cdot 10^{-14} \text{ Кл}.$$

На поверхности стекла находится пленка воды (n = 1,33). На нее падает свет с длинной волны λ = 0,68 мкм под углом α = 30° к нормали. Найти скорость, с которой уменьшается толщина пленки

Дано:

$\lambda = 6{,}8\cdot10^{-7}$ м;

$n = 1{,}33$

$\alpha = 30^\circ$

$\Delta t = 15$ мин $= 0{,}25$ ч.

$\frac{\Delta d}{\Delta t}$ — ?

Решение:

Разность оптических длин путей двух интерферирующих лучей при условии, что оба луча отражаются от оптически более плотной среды:

$$\Delta = 2dn\cos\beta$$

β – угол преломления. По закону преломления:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n;\quad \sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n};\quad \cos\beta = \sqrt{1-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}}.$$

Получаем: $\Delta = 2dn\sqrt{1-\frac{\sin^2\alpha}{n^2}} = 2d\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}$.

Условие максимумов интерференции: $\Delta = m\lambda$; $m = 1, 2,$

$$2d\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} = m\lambda$$

Выразим d: $d = \frac{m\lambda}{2\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}$.

За время Δt толщина пленки уменьшается на величину Δd и наблюдается максимум интерференции предыдущего порядка $m-1$, т.е.:

$$d-\Delta d = \frac{(m-1)\lambda}{2\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}.$$

Найдем Δd: $\Delta d = \frac{m\lambda}{2\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}} - \frac{(m-1)\lambda}{2\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}} = \frac{\lambda}{2\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}$

Получаем: $\frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{\lambda}{2\Delta t\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}$.

$$\frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{6{,}8\cdot10^{-7}}{2\cdot0{,}25\cdot\sqrt{1{,}33^2-(\sin30^\circ)^2}} = 1{,}1\cdot10^{-6}\ \text{м/час} = 1{,}1\ \text{мкм/час}$$

Ответ: $\frac{\Delta d}{\Delta t} = 1{,}1$ мкм/час.

или

Дано:

$\lambda = 0{,}68$ мкм

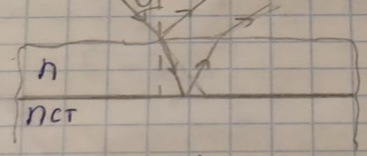
$\theta = 30^\circ$

$\Delta t = 15$ мин

$n = 1{,}33$

V – ?

Решение:



$V = \frac{\Delta d}{\Delta t}$

$\Delta = 2m\frac{\lambda}{2}$

$\Delta = 2d\sqrt{n^2-\sin^2\theta}$

$2d\sqrt{n^2-\sin^2\theta} = m\lambda \qquad d_m = \frac{m\lambda}{2\sqrt{n^2-\sin^2\theta}}$

$\Delta d = d_m - d_{m-1} = \frac{\lambda}{2\sqrt{n^2-\sin^2\theta}}$

$d_{m-1} = \frac{(m-1)\lambda}{2\sqrt{n^2-\sin^2\theta}}$

$V = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{\lambda}{2\Delta t\sqrt{n^2-\sin^2\theta}} = \frac{0{,}68\cdot10^{-6}}{2\cdot15\cdot60\cdot\sqrt{1{,}33^2-\sin^2 30}}$

$= 2{,}89$ мкм/с

Или

Дано:

$\theta = 30^\circ$

$\lambda = 0{,}68$ мкм

$\Delta t = 15$ мин

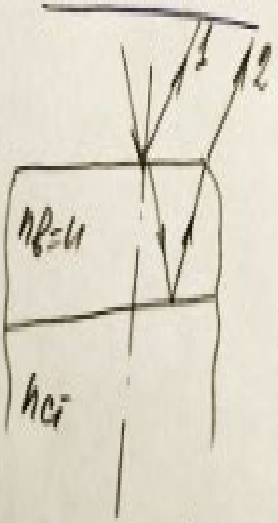
$n = 1{,}33$

$n_{ст} = 1{,}5$

Найти: v - ?

$v = \dfrac{\Delta d}{\Delta t}$ - ?

Билет 26



$$\Delta_m^{max} = m\lambda$$

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\theta}$$

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\theta} = m\lambda \qquad d_m = \frac{m\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}$$

$$\Delta d = d_m - d_{m-1} = \frac{\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}$$

$$d_{m-1} = \frac{(m-1)\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}$$

$$v = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{\lambda}{2\Delta t\sqrt{n^2 - \sin^2\theta}} = \frac{0{,}68 \cdot 10^{-6}\,м}{2 \cdot 15 \cdot 60\sqrt{1{,}33^2 - \sin^2 30}} = 1{,}1\ мкм/с$$

Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны R = 40 см соприкасается выпуклой поверхностью со стеклянной пластинкой. При этом в отраженном свете радиус некоторого кольца r = 2,5 мм. Наблюдая за данным кольцом, линзу осторожно отодвинули от пластинки на Δh = 5,0 мкм. Каким стал радиус этого кольца?

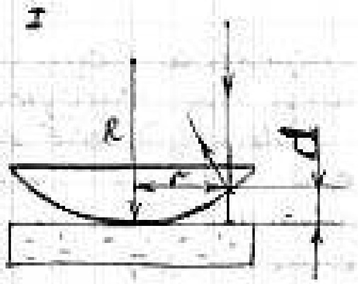
№ 5.37

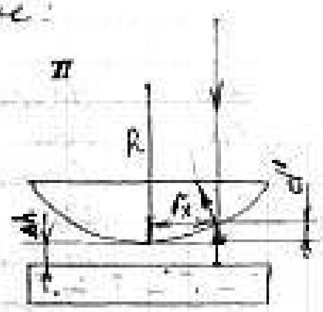
Дано:

$R = 0{,}4$ м
$r = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ м
$\Delta h = 5 \cdot 10^{-6}$ м

r_x – ?

Решение:





Считая кольцо светлым, определим по радиусу его порядок m (поскольку мы будем наблюдать одно и то же кольцо в обоих случаях).

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2}$$
$$\Delta = m\lambda$$

Выразим d.

$$R^2 = r^2 + (R-d)^2$$
$$R^2 = r^2 + R^2 - 2Rd + d^2$$

т.к. r и $R \gg d$, то d^2 можно пренебречь $\Rightarrow d = \frac{r^2}{2R}$

$$\Rightarrow \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$

$$r = \sqrt{(m - \tfrac{1}{2})\lambda R} \Rightarrow m = \frac{1}{2} + \frac{r^2}{\lambda R}$$

Определим разность хода для второго рисунка.

$$\left.\begin{array}{l}\Delta = 2(\Delta h + d') + \frac{\lambda}{2} \\ \Delta = m\lambda\end{array}\right\} \Rightarrow d' = (m - \tfrac{1}{2})\frac{\lambda}{2} - \Delta h$$

Заменим m: $d' = \frac{r^2}{2R} - \Delta h$

По 2-му рис. определим r_x

$$r_x = \sqrt{R^2 - (R-d')^2} = \sqrt{R^2 - R^2 + 2Rd' - (d')^2}$$

т.к. $R \gg d'$, то $(d')^2$ можно пренебречь

$$\Rightarrow r_x \approx \sqrt{r^2 - 2R\Delta h}$$

$$r_x = \sqrt{(2{,}5 \cdot 10^{-3})^2 - 2 \cdot 0{,}4 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 1{,}5 \text{ мм.}$$

или

Дано:

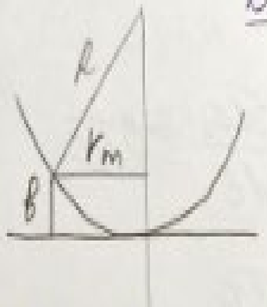
$R = 40$ см

$r = 2{,}5$ мм

$h = 5$ мкм

Найти r' - ?

Билет 20



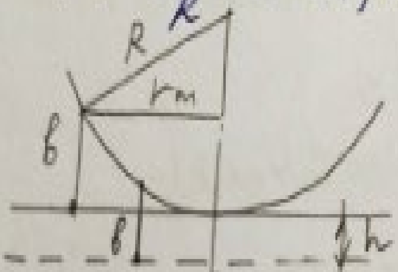
$\Delta_m^{min} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$; $m = 0, 1 \ldots$

$\Delta = 2b + \frac{\lambda}{2}$

$2b_m + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2b = m\lambda$ (1)

$R^2 = (R-b)^2 + r_m^2$; $R^2 = R^2 - 2Rb + \overset{0}{\cancel{b^2}} + r_m^2 \Rightarrow 2b = \frac{r_m^2}{R}$ (2)

(1)=(2) $\frac{r_m^2}{R} = m\lambda$ (3) $r_m^{min} = \sqrt{m\lambda R}$



$\Delta = 2(b'+h) = 2b' + 2h = \frac{(r_m')^2}{R} + 2h$

$\frac{(r_m')^2}{R} + 2h = m\lambda$ (4)

(3)=(4) $\frac{r_m^2}{R} = \frac{(r_m')^2}{R} + 2h$ $\quad r' = \sqrt{\left(\frac{r_m^2}{R} - 2h\right)R} = \sqrt{r_m^2 - 2Rh}$

На вершине сферической поверхности плоско-выпуклой стеклянной линзы имеется сошлифованный плоский участок радиуса r_0 = 3,0 мм, которым она соприкасается со стеклянной пластинкой. Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы R = 150 см. Найти радиус шестого светлого кольца при наблюдении в отраженном свете с длиной волны λ = 655 нм.

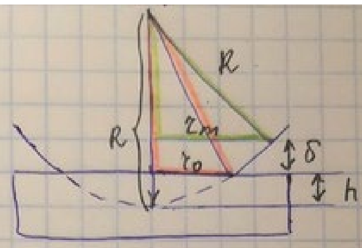
Дано:

$r_0 = 3$ мм

$R = 150$ см

$\lambda = 655$ нм

r_6^{max} — ?



Условие max:

$$\boxed{\Delta = 2\delta + \frac{\lambda}{2} = m\lambda \quad (*)}$$

Р/М ▲ : $R^2 = (R-h)^2 + r_0^2$

$R^2 = R^2 - 2hR + h^2 + r_0^2$

$r_0^2 = 2hR \qquad (1)$

Р/М ▲ : $R^2 = r_m^2 + (R-(\delta+h))^2$

$\exists\ \delta + h = x \Rightarrow R^2 = r_m^2 + (R-x)^2$

$r_m^2 = 2xR$

$r_m^2 = 2R(\delta+h)$

$r_m^2 = 2R\delta + 2Rh$ (подставим (1))

$r_m^2 = 2R\delta + r_0^2$ (2δ — ?)

$2\delta = \frac{1}{R}(r_m^2 - r_0^2)$

(*): $2\delta = m\lambda - \frac{\lambda}{2}$

$\frac{1}{R}(r_m^2 - r_0^2) = \lambda(m - \frac{1}{2})$

$r_m^2 = r_0^2 + R\lambda(m - \frac{1}{2})$

$$\boxed{r_m = \sqrt{r_0^2 + R\lambda(m - \frac{1}{2})}}$$

$$r_m = \sqrt{3^2 + 1{,}5 \cdot 655 \cdot 10^{-9}(6 - \frac{1}{2}) \cdot 10^{6}\ \text{мм}^2} = 3{,}79\ \text{мм} \approx 3{,}8\ \text{мм}$$

Ответ: $r_m = \sqrt{r_0^2 + R\lambda(m - \frac{1}{2})} = 3{,}8$ мм

Или

6 Дано: Решение:

$r_0 = 3{,}0$ мм

$R = 150$ см

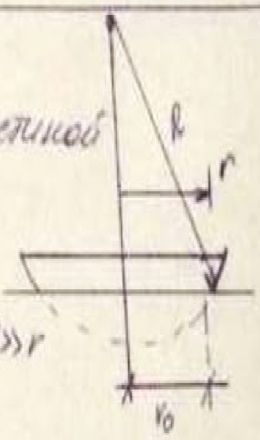
$\lambda = 655$ нм

$k = 6$

$r_k - ?$

Воздушный зазор между линзой и стеклянной пластиной есть ф. радиуса $h = \sqrt{R^2 - r_0^2} - \sqrt{R^2 - r^2}$

Наложим условие малой толщины зазора



$$h = R^2 - \frac{r_0^2}{2R} - \left(R^2 - \frac{r^2}{2R}\right) \Rightarrow h(r) = \frac{r^2 - r_0^2}{2R}$$

Оптическая разность хода первоотраженного луча и луча, отраженного от стеклянной пластины: $\Delta = 2h$

Радиус k-го светлого кольца соответствует разности хода:

$$\Delta = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda \quad 2\frac{r^2 - r_0^2}{2R} = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda \quad r_k = \sqrt{R\cdot\left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda + r_0^2} = 3{,}795\cdot 10^{-3} \text{ м}$$

Или

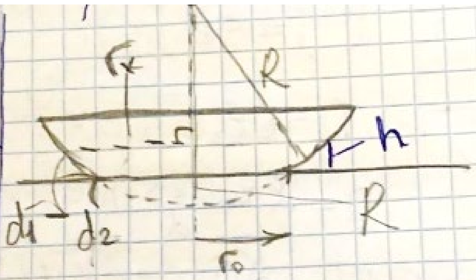
$r_0 = 3$ мм

$R = 150$ см

$k = 6$

$\lambda = 655$ нм

$r_k - ?$



Из геометрических построений:

$$R^2 = r_k^2 + (R - d_1)^2 \qquad R^2 = r_0^2 + (R - d_2)^2$$

$$R^2 = r_k^2 + R^2 - 2Rd_1 - d_1^2 \qquad R^2 = r_0^2 + R^2 - 2Rd_2 - d_2^2$$

Поскольку d_1 и d_2 очень малы, то $d_1^2 \approx 0$, $d_2^2 \approx 0$ и $d_1 = \frac{r_k^2}{2R}$; $d_2 = \frac{r_0^2}{2R}$

$$h = d_1 - d_2 = \frac{r_k^2 - r_0^2}{2R}$$

или

Дано:

$$r_0 = 3\cdot10^{-3} \quad м$$

$$R = 150\cdot10^{-2} \quad м$$

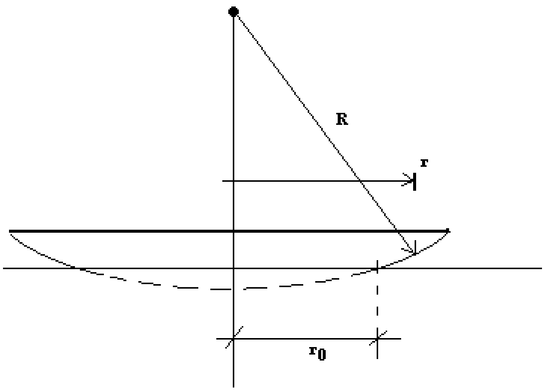
$$\lambda = 655\cdot10^{-9} \quad м$$

$$k = 6$$

Найти:

$$r_k$$

Решение:



Воздушный зазор между линзой и стеклянной пластиной есть функция радиуса:

$$h = \sqrt{R^2 - r_0^{\,2}} - \sqrt{R^2 - r^2}$$

Наложим условие малой толщины зазора R>>r

$$h = R^2 - \frac{r_0^{\,2}}{2\cdot R} - \left(R^2 - \frac{r^2}{2\cdot R}\right)$$

$$h(r) = \frac{r^2 - r_0^{\,2}}{2\cdot R}$$

Оптическая разность хода первоотраженного луча и луча, отраженного от стеклянной пластины:

$$\Delta = 2\cdot h$$

Радиус k-го светлого кольца соответствует разности хода:

$$\Delta = \left(k - \frac{1}{2}\right)\cdot\lambda$$

$$2\cdot\frac{r^2 - r_0^{\,2}}{2\cdot R} = \left(k - \frac{1}{2}\right)\cdot\lambda$$

$$r_k = \sqrt{R\cdot\left(k - \frac{1}{2}\right)\cdot\lambda + r_0^{\,2}}$$

$$r_k = 3.795\times10^{-3} \quad м$$

Два длинных прямых провода с одинаковым радиусом сечения a расположены в воздухе параллельно друг другу. Расстояние между их осями равно b. Найти взаимную емкость проводов на единицу их длины при условии b>> a.

Предположим заряд одного провода на единицу длины равен q_l а второго соответственно $-q_l$. Будем считать ввиду того, что b>>a, что суммарное поле проводов есть поле двух заряженных нитей

$$E(r) = \frac{q_l}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot r} + \frac{q_l}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0\cdot(b-r)}$$

$$E(r) = \frac{q_l\cdot b}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r\cdot(b-r)}$$

Разность потенциалов

$$U = \int E(r)\,dr$$

$$U = \frac{q_l\cdot b}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\int_a^{b-a}\frac{1}{r\cdot(b-r)}\,dr$$

$$U = \frac{q_l\cdot b}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\left(2\cdot\frac{\ln(b-a)-\ln(a)}{b}\right)$$

$$U = \frac{q_l}{\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\ln\left(\frac{b}{a}-1\right)$$

$$U = \frac{q_l}{\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\ln\left(\frac{b}{a}-1\right)$$

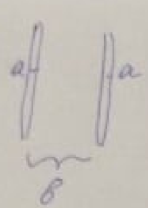
Удельная емкость

$$C_l = \frac{q_l}{U}$$

$$C_l = \frac{\pi\cdot\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{b}{a}-1\right)}$$

или

3. a – R – сечен.
b – расст. между осями
$a \ll b$
$\frac{C}{l}$ – ?



1) $E(r) = E_1 + E_2$

2) $E_1 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$, $\lambda = \frac{q}{l}$

3) $E_2 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 (b-r)}$

1) $E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{b-r}\right) = \frac{\lambda b}{2\pi\varepsilon_0 r(b-r)}$

$\frac{b-\cancel{r}+\cancel{r}}{r(b-r)}$

4) $U = \int E(r)dr = \frac{\lambda b}{2\pi\varepsilon_0}\int_a^{b-a}\frac{dr}{r(b-r)} = \frac{\lambda \cancel{b}}{\cancel{2}\pi\varepsilon_0 \cancel{b}}\ln\left(\frac{b-a}{a}\right)$

$U = \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{b-a}{a}\right)$

$C = \frac{q}{U} = \frac{\frac{1}{U}}{\lambda l} = \frac{1}{\frac{\cancel{\lambda}\ln\left(\frac{b-a}{a}\right)}{\pi\varepsilon_0\,\cancel{\lambda} l}}$

$C = \frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{b-a}{a}\right)}$

Какой должна быть минимальная толщина воздушного слоя между двумя плоскими стеклянными пластинками, чтобы стекло при нормальном падении света с длиной волны λ = 640 нм казалось темным (светлым)? Наблюдение ведется в отраженном свете.

Дано:
$\lambda_0 = 640$ нм

d_{min} – ?

$\Delta_{min} = \pm(2m+1)\frac{\lambda_0}{2}$ – условие мин. интерференции

$2d + \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}$

$2d = m\lambda_0$

$d = \frac{m}{2}\lambda_0$, $m_{min} = 1$

$d_{min} = \frac{\lambda_0}{2}$

стекло темное

$\Delta_{max} = \pm m\lambda_0$ – условие макс. интерфер.

$2d + \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0$

$2d = m\lambda_0 - \frac{\lambda_0}{2}$

$d = \lambda_0\left(\frac{m}{2} - \frac{1}{4}\right)$

$m_{min} = 1$

$d_{min} = \frac{\lambda_0}{4}$

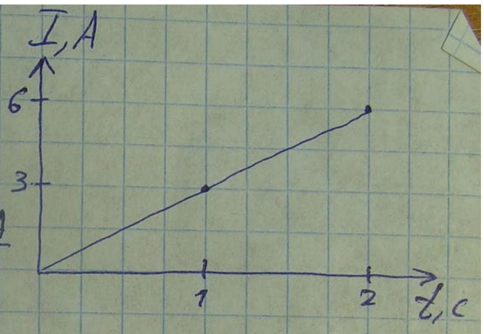
стекло светлое

Сила тока в проводнике сопротивлением R = 20 Ом нарастает в течение времени t = 2 с по линейному закону от I1 = 0 А до Imax = 6 А. Определить количество теплоты Q1, выделившееся в этом проводнике за первую секунду и Q2 - за вторую, а также найти отношение этих количеств теплоты Q2/Q1.

Дано:
$R = 20$ Ом
$\Delta t = 2$ с
$I_1 = 0$
$I_{max} = 6$ А

Q_1 – ?
Q_2 – ?
$\frac{Q_2}{Q_1}$ – ?

$$dQ = I^2 R\,dt$$
$$I = kt$$
$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6А}{2с} = 3\,\frac{А}{с}$$



$$dQ = k^2 R t^2 dt$$
$$Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R (t_2^3 - t_1^3)$$
$$Q_1 = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 20 \cdot (1-0)\ Дж = 60\ Дж$$
$$Q_2 = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 20 (8-1)\ Дж = 420\ Дж$$
$$\frac{Q_2}{Q_1} = 7$$

Или

$$dQ = I^2 R\,dt$$
$I = kt$ → ф-л т.к ток линейно возрастает
$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t}$$
$$dQ = \frac{\Delta I^2}{\Delta t^2} t^2 R\,dt$$
$$Q_1 = \frac{\Delta I^2}{\Delta t^2} R \int_0^1 t^2 dt = \frac{\Delta I^2 R}{\Delta t^2}\left(\frac{t^3}{3}\Big|_0^1\right) = \frac{\Delta I^2 R}{3 \Delta t^2} = \frac{36 \cdot 20}{3 \cdot 4} = 60\ Дж$$
(в первую секунду)
$$Q_2 = \frac{\Delta I^2}{\Delta t^2} R \int_1^2 t^2 dt = \frac{\Delta I^2 R}{3 \Delta t^2}(t_{(2)}^3 - t_{(1)}^3) = \frac{36 \cdot 20 \cdot 7}{3 \cdot 4} = 420\ Дж$$
$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{420}{60} = 7$$
Ответ: $\frac{Q_2}{Q_1} = 7$.

Или

Лист 8.

1 Дано:

$R = 20$ Ом

$\Delta t = 2$ с

$I_1 = 0{,}0$ А

$I_{max} = 6{,}0$ А

$Q_1|_{t=1с}$ - ?

$Q_2|_{t=2с}$ - ?

$\frac{Q_1}{Q_2}$ - ?

Решение:

З-н Джоуля-Ленца: $dQ = I^2 R\,dt$

$I = kt$, k - коэф. пропорц.; $k = \frac{\Delta I}{\Delta t}$ - приращение

$\int dQ = \int k^2 R t^2 dt \Rightarrow Q = \int_{t_1}^{t_2} k^2 R t^2 dt = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt$

$k = \frac{6}{2} = 3$.

За 1-ю секунду $t_1 = 0$ с, $t_2 = 1$ с

$Q_1 = \frac{1}{3} k^2 R t^3 \Big|_0^1 = 3 \cdot 20 = 60$ Дж

За 2-ю сек. $t_1 = 1$ с, $t_2 = 2$ с

$Q_2 = \frac{1}{3} k^2 R t^3 \Big|_1^2 = 3 \cdot 20 \cdot (8-1) = 420$ Дж

$\frac{Q_2}{Q_1} = 7$.

С помощью диФракционной решетки с периодом d=20 мкм требуется разрешить дублет натрия (L1=589,0 нм и L2=589,6 нм) в спектре второго порядка. При какой наименьшей длине l решетки — это возможно?

31.23. С помощью дифракционной решетки с периодом d=20 мкм требуется разрешить дублет натрия (λ_1 = 589,0 нм и λ_2 = 589,6 нм) в спектре второго порядка. При какой наименьшей длине l решетки это возможно?

Дано:
$d=20\cdot10^{-6}$ м
$\lambda_1 = 589\cdot10^{-9}$ м
$\lambda_2 = 589{,}6\cdot10^{-3}$ м

l - ?

Решение:

$$d=\frac{l}{N}\ ,\quad R=\frac{\lambda}{\Delta\lambda}=kN$$

$$k=2\ ,\quad N=\frac{\lambda}{k\cdot\Delta\lambda}\ ,\quad l=\frac{d\cdot\lambda}{k\cdot\Delta\lambda}=10^{-2}\,м$$

Ответ: 10^{-2}

Или

№24

d=20 мкм

λ_1 = 589 нм

λ_2 = 589,6 нм

Спектр 2 класса = m

min l = ?

$R=\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ (Разрешающая способность)

$\Delta\lambda=\lambda_2-\lambda_1$

Период диф. реш. $d=\frac{l}{N} \Rightarrow l=dN$

$R=\frac{\lambda}{\Delta\lambda}=mN \Rightarrow N=\frac{\lambda}{\Delta\lambda\cdot m}$

N – общее число штрихов

$$\Rightarrow l=\frac{d\cdot\lambda}{\Delta\lambda\cdot m}=\frac{d\lambda}{(\lambda_2-\lambda_1)m}$$

Или

Билет 24.

Дано:

$d = 20$ мкм

$\lambda_1 = 589$ нм

$\lambda_2 = 589{,}6$ нм

$k = 2$

$l - ?$

Решение:

$N d = l$

$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = k \cdot N$

$\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = k \cdot N \Rightarrow N = \frac{\lambda_1}{k} \cdot \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1}$

$l = \frac{d\lambda_1}{k} \cdot \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} =$

$= \frac{20 \cdot 10^{-6} \cdot 589 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 0{,}6 \cdot 10^{-9}} =$

$= 9{,}8 \cdot 10^{-3} = 9{,}8$

Определить заряд Q, прошедший по проводу с сопротивлением R=3 Ом при равномерном нарастании напряжения на концах провода от U_0=2 В до U=4 В в течение t=20 с.

Решение. Так как сила тока в проводе изменяется, то воспользоваться для подсчета заряда формулой $Q=It$ нельзя. Поэтому возьмем дифференциал заряда $dQ=I\,dt$ и проинтегрируем:

$$Q=\int_0^t I\,dt. \qquad (1)$$

Выразив силу тока по закону Ома, получим

$$Q=\int_0^t \frac{U}{R}\,dt. \qquad (2)$$

Напряжение U в данном случае переменное. В силу равномерности нарастания оно может быть выражено формулой

$$U=U_0+kt, \qquad (3)$$

где k — коэффициент пропорциональности. Подставив это выражение U в формулу (2), найдем

$$Q=\int_0^t\left(\frac{U_0}{R}+\frac{kt}{R}\right)dt=\frac{U_0}{R}\int_0^t dt+\frac{k}{R}\int_0^t t\,dt.$$

Проинтегрировав, получим

$$Q=\frac{U_0t}{R}+\frac{kt^2}{2R}=\frac{t}{2R}(2U_0+kt). \qquad (4)$$

Значение коэффициента пропорциональности k найдем из формулы (3), если заметим, что при $t=20$ с $U=4$ В:

$k=(U-U_0)/t=0{,}1$ В/с.

Подставив значения величин в формулу (4), найдем

$Q=20$ Кл.

или

3 Дано:
$R = 3$ Ом
$U_0 = 2$В
$U = 4$В
$t = 20$с

Q-?

Решение:

меняется U: $U_0 \to U_к$ за 20с

$$q=\int_0^t I\,dt$$

$$q=\int_0^t \frac{U}{R}\,dt$$

$U_к = U_0 + kt$ (т.к. U - переменное)

$$q=\frac{U_0}{R}\int_0^t dt+\frac{k}{R}\int_0^t t\,dt$$

$$q=\frac{U_0 t}{R}+\frac{kt^2}{2R}$$

$$k=\frac{U_к-U_0}{t}$$

Ток, текущий по длинному прямому соленоиду, радиус сечения которого R, меняется так, что магнитное поле внутри соленоида возрастает со временем по закону B = βt^2, где β - постоянная. Найти плотность тока смещения как функцию расстояния r от оси соленоида.

Дано:
R
$B = \beta t^2$
$\beta = const$

$j_{см}(r) - ?$

$\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ $\quad \oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$ (1-е уравнение Максвелла)

$\frac{\partial B}{\partial t} = 2\beta t \qquad \vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$

1) $r<R$, $2\pi r E = -\pi r^2 \cdot 2\beta t \rightarrow E = -\beta t r \rightarrow j_{см} = -\varepsilon_0 \beta r$

2) $r>R$, $2\pi r E = \pi R^2 \cdot 2\beta t \rightarrow E = \frac{R^2}{r}\beta t \rightarrow j_{см} = -\frac{\varepsilon_0 \beta R^2}{r}$

3) $r=R$, $E = -\beta t R \rightarrow j_{см} = -\varepsilon_0 \beta R$

или

Дано:
R
$B = \beta t^2$

$j_{см}(r)?$

$j_{см} = \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\partial \varepsilon\varepsilon_0 E}{\partial t}$; $\oint_L E dl = -\int \frac{\partial B}{\partial t} dS$

$r<R$: $2\pi r E = -\pi r^2 \cdot 2\beta t$; $E = - {}_0\beta r t$

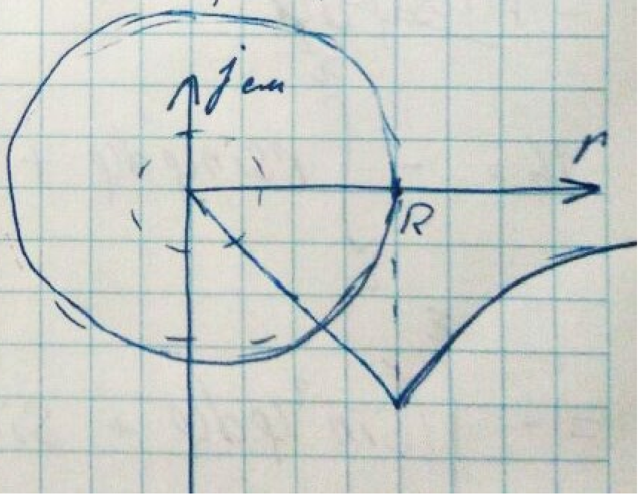
$r>R$: $2\pi r E = -\pi R^2 2\beta t$; $E = -\frac{R^2 \beta t}{r}$

$r=R$: $2\pi R E = -\pi R^2 2\beta t$; $E = -\beta t R$

$j_{см}(r<R)$: $-\varepsilon_0 \beta r$

$j_{см}(P>R)$: $\frac{-\varepsilon_0 \beta R^2}{r}$

$j_{см}(r=R)$: $-\varepsilon_0 \beta R$.



На длинный прямой соленоид, имеющий диаметр сечения d = 5 см и содержащий n = 20 витков на один сантиметр длины, плотно надет круговой виток из медного провода сечением S = 1,0 мм^2. Найти ток в витке, если ток в обмотке соленоида увеличивают с постоянной скоростью I = 100 А/с. Индуктивностью витка пренебречь.

Дано:

$d = 5 \cdot 10^{-2}$ м

$n = \dfrac{20}{1 \cdot 10^{-2}}$ м$^{-1}$

$S = 1 \cdot 10^{-3 \cdot 2}$ м^2

$I' = 100$ А/с $\qquad \rho = 1.6 \cdot 10^{-8}$ Ом м

Найти:

I-?

Решение:

Магнитное в центре длинного соленоида:

$$B = \mu_0 \cdot n \cdot I$$

Изменение потока через виток

$$\frac{d\Phi}{dt} = S \cdot B'$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \mu_0 \cdot n \cdot I'$$

ЭДС индукции в витке (по модулю)

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt}$$

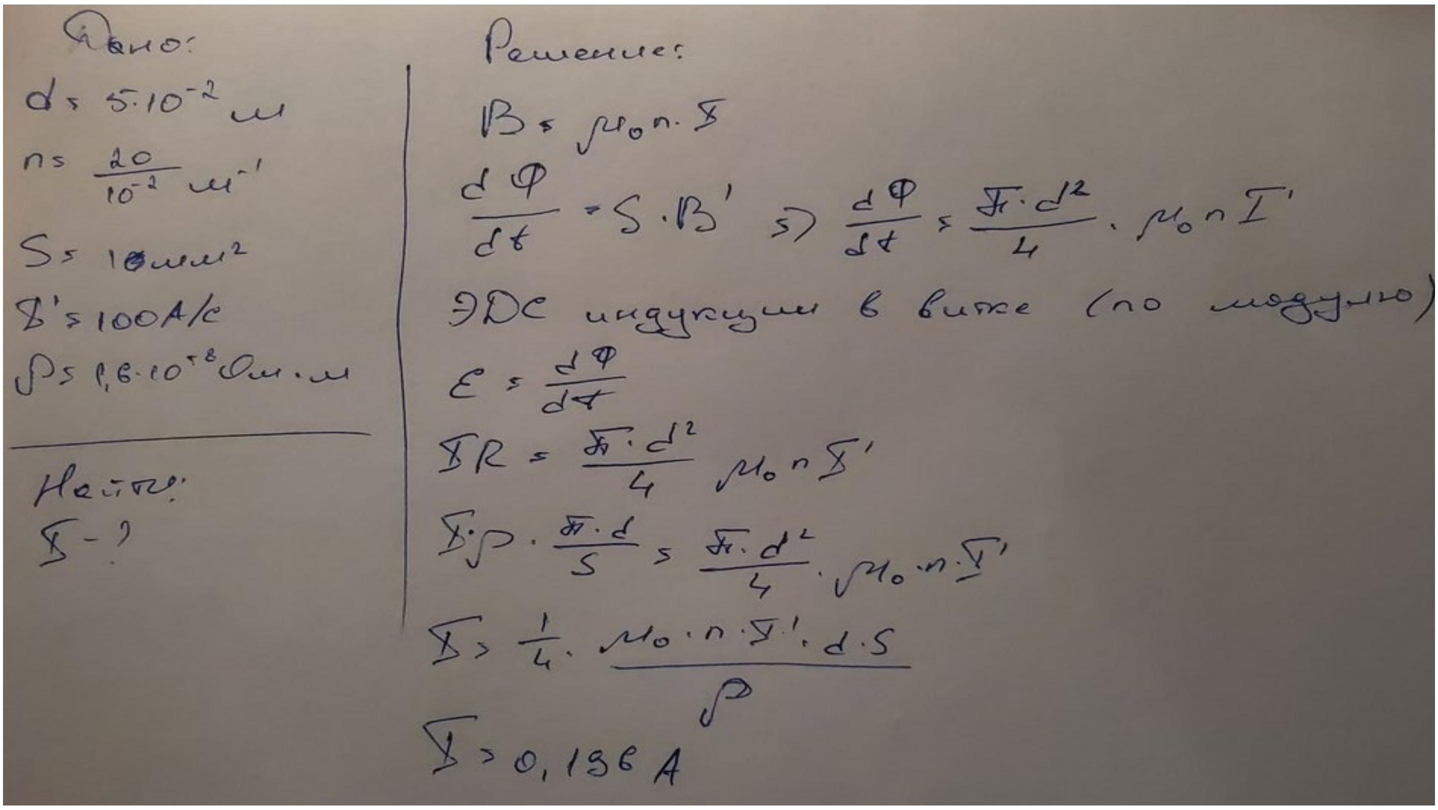
$$I \cdot R = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \mu_0 \cdot n \cdot I'$$

$$I \cdot \rho \cdot \frac{\pi \cdot d}{S} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \mu_0 \cdot n \cdot I'$$

$$I = \frac{1}{4} \cdot \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I' \cdot d \cdot S}{\rho}$$

$$I = 0.196 \quad А$$

или



Дано:

$d = 5 \cdot 10^{-2}$ м

$n = \dfrac{20}{10^{-2}}$ м$^{-1}$

$S = 1$ мм^2

$I' = 100$ А/с

$\rho = 1,6 \cdot 10^{-8}$ Ом·м

Найти:

I - ?

Решение:

$B = \mu_0 n \cdot I$

$\dfrac{d\Phi}{dt} = S \cdot B' \Rightarrow \dfrac{d\Phi}{dt} = \dfrac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \mu_0 n I'$

ЭДС индукции в витке (по модулю)

$\varepsilon = \dfrac{d\Phi}{dt}$

$IR = \dfrac{\pi \cdot d^2}{4} \mu_0 n I'$

$I \cdot \rho \cdot \dfrac{\pi \cdot d}{S} = \dfrac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \mu_0 \cdot n \cdot I'$

$I = \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{\mu_0 \cdot n \cdot I' \cdot d \cdot S}{\rho}$

$I = 0,196$ А