

Выбор системы счисления для представления числовой информации

Информация во внешнем по отношению к ЭВМ мире представляется в непрерывном или дискретном виде. Внутри ЭВМ информация всегда представляется в виде чисел, записанных в той или иной системе счисления.

Система счисления (СС) — совокупность приемов и правил для записи чисел цифровыми знаками или символами.

Любая предназначенная для практического применения система должна обеспечивать:

- возможность представления любого числа в заданном диапазоне;
- единственность представления (каждой комбинации символов должна соответствовать одна и только одна величина);
- простоту оперирования.

Все системы представления чисел делят на позиционные и непозиционные. Самый простой способ записи чисел:

$$A_D = D_1 + D_2 + \dots + D_k = \sum_{i=1}^k D_i,$$

где A_D — запись числа A в системе счисления D ; D_i — символы системы, образующие базу:

$$D = \{D_1, D_2, \dots, D_k\}.$$

По этому принципу построены непозиционные системы счисления.

Непозиционная система счисления — система, для которой значение символа не зависит от его положения в числе.

К непозиционным системам счисления относятся, например, система с одним символом (палочкой), римская система.

Позиционная система счисления (ПСС) — система, для которой значение цифры определяется ее положением в числе.

Любая позиционная система счисления характеризуется основанием (базисом) q . Для естественной позиционной системы q — целое положительное число.

Основание позиционной системы счисления — количество знаков или символов, используемых для изображения числа в данной системе.

В позиционной системе счисления число можно представить в виде следующего ряда:

$$A_q = a_n \cdot q^n + \dots + a_1 \cdot q^1 + a_0 \cdot q^0 + a_{-1} \cdot q^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot q^{-m}$$

где A_q — произвольное число, записанное в ПСС с основанием q ; $n+1$ и m — количество целых и дробных разрядов.

На практике используют сокращенную запись числа:

$$A_q = a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0 a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m}$$

В повседневной жизни наиболее известна десятичная система счисления, в которой для записи используются цифры 0, 1, ..., 9.

Правильный выбор ПСС для ЭВМ — важный практический вопрос, так как от его решения зависят такие технические характеристики ЭВМ, как скорость вычислений, объем памяти, сложность алгоритмов арифметических операций. При выборе ПСС для ЭВМ необходимо учитывать следующее:

- основание ПСС определяет количество устойчивых состояний, которые должен иметь функциональный элемент, выбранный для изображения числа;
- длина числа существенно зависит от основания ПСС;
- ПСС должна обеспечивать простые алгоритмы выполнения арифметических и логических операций.

С учетом этих требований привычная десятичная СС не является наилучшей. Подавляющее большинство компонентов электронных схем, применяемых для построения ЭВМ, имеют два устойчивых состояния. С этой точки зрения для ЭВМ наиболее подходит двоичная СС, в которой для записи чисел используются цифры 0 и 1

Пример 1

$$1001,1001 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4}$$

Также в ЭВМ часто используют восьмеричную и шестнадцатеричную СС. В шестнадцатеричной СС используются следующие символы: 0, 1, ..., 9, A, B, C, D, E, F.

Пример 2

$$A67,B = A \cdot 16^2 + 6 \cdot 16^1 + 7 \cdot 16^0 + B \cdot 16^{-1}$$

В восьмеричной СС числа изображают с помощью цифр 0, 1, ..., 8.

Пример 3

$$124,537 = 1 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 + 5 \cdot 8^{-1} + 3 \cdot 8^{-2} + 7 \cdot 8^{-3}$$

В таблице 1 приведены эквиваленты десятичных чисел в других СС:

Таблица 1

Десятичная цифра	q=2	q=8	q=16
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B

12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Длина числа (ДЧ) – количество позиций (или разрядов) в записи числа. В техническом аспекте ДЧ интерпретируется как **длина разрядной сетки** (ДРС). Для разных ПСС характерна разная ДЧ для записи одного и того же числа. Чем меньше основание ПСС, тем больше ДЧ.

Длина разрядной сетки определяет максимальное по абсолютному значению число, которое может быть представлено в заданной разрядной сетке. Пусть n — длина разрядной сетки. Тогда

$$A_q^{\max} = q^n - 1;$$

$$A_q^{\min} = -(q^n - 1).$$

Диапазон представления чисел (ДП) в заданной ПСС -- интервал числовой оси, заключенный между максимальным и минимальным числами, представленными длиной разрядной сетки:

$$A_q^{\min} \leq A_q \leq A_q^{\max}$$

Использование различных ПСС приводит к необходимости перевода чисел из одной СС в другую.
