

Расчет статически-неопределимой балки методом конечных элементов

Задача: составить конечно-элементную программу для расчета статически-неопределимой балки и проверить корректность ее работы с использованием Siemens NX.

Исходные данные:

Материал балки: сталь (модуль Юнга $E = 2e11$ Па).

Сечение балки: прямоугольное (см. рисунок 1).

Геометрические параметры балки: $l = 0.1$ м, $b = 10$ мм, $h = 20$ мм

Величина нагрузки: $F = 10$ Н.

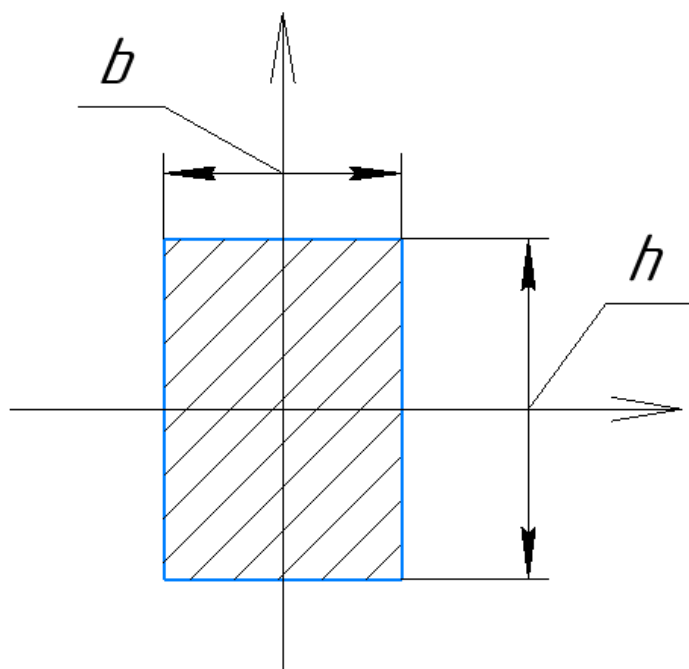


Рисунок 1. Поперечное сечение балки

Последовательность выполнения лабораторной работы №2

Работа выполняется в два этапа:

- 1) Составление конечно-элементной программы в Matlab и решение исходной заданной системы.
- 2) Выполнение расчета исходной системы в программе Siemens NX.

1. Составление конечно-элементной программы в Matlab и решение исходной заданной системы

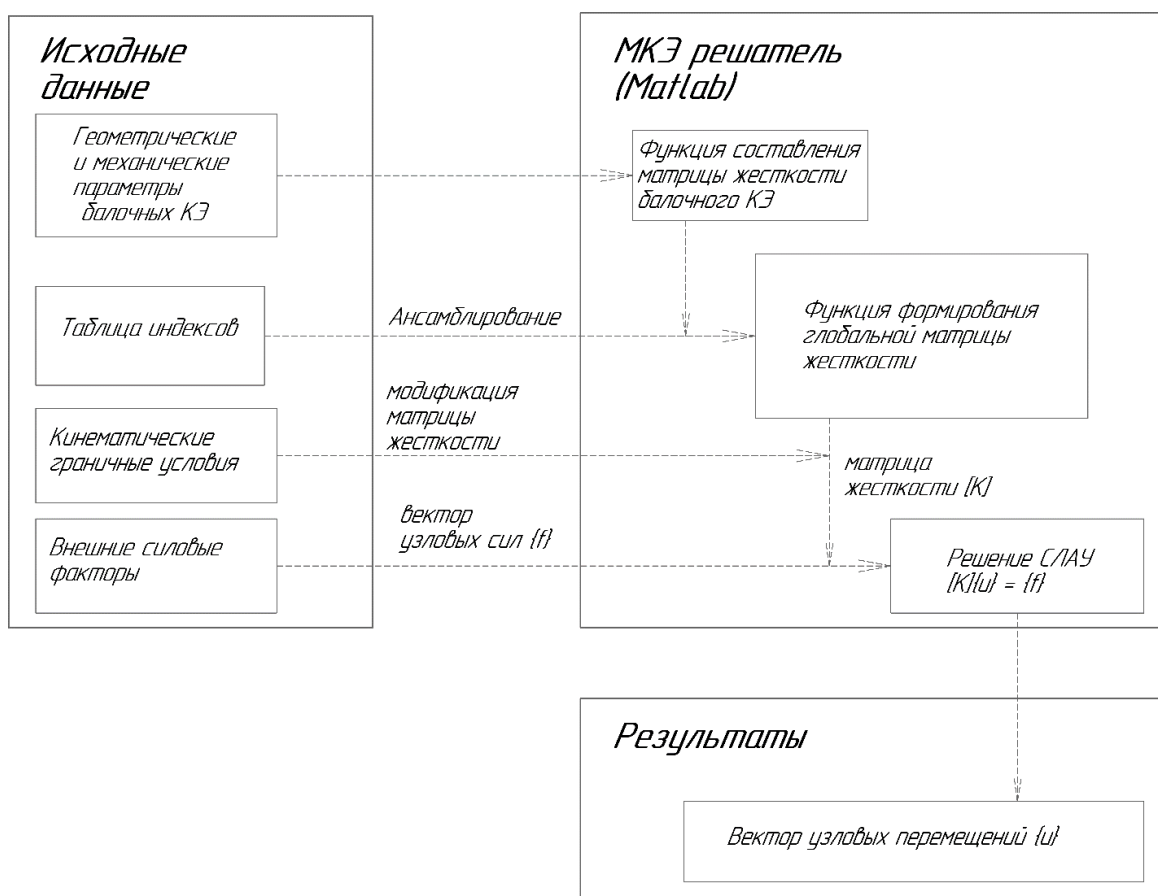


Рисунок 2. Блок-схема конечно-элементной программы в Matlab

Последовательность решения

1) Конечно-элементное разбиение системы

Выбор глобальной системы координат (с.к), назначение числа балочных конечных элементов (к.э.) системы N_{el} , определение количества узлов N_{node} , общего количества степеней свободы n .

2) Составление матриц жесткости отдельных конечных элементов

Для каждого конечного элемента балки составляется матрица жесткости в его локальной системе координат вида:

$$[K_{elem}^i] = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{l^3} & \cdots & \frac{6EI}{l^2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{6EI}{l^2} & \cdots & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

где i – номер текущего к.э., $i = 1 \dots N_{el}$;

$[K_{elem}^i]$ – матрица жесткости i -го к.э. в его локальной системе координат;

E, I, l – параметры балочного к.э. (модуль Юнга, длина, геометрический момент инерции, соответственно).

3) Составление таблицы индексов

Для заданной балочной системы составляется таблица индексов вида (составлена для системы, представленной на рисунке 3):

№ конечного элемента	1' (номер первого узла локальной с.к. в глобальной с.к.)	2' (номер второго узла локальной с.к. в глобальной с.к.)
1	1	...
...
i	j	k
...
N_{el}	...	N_{node}

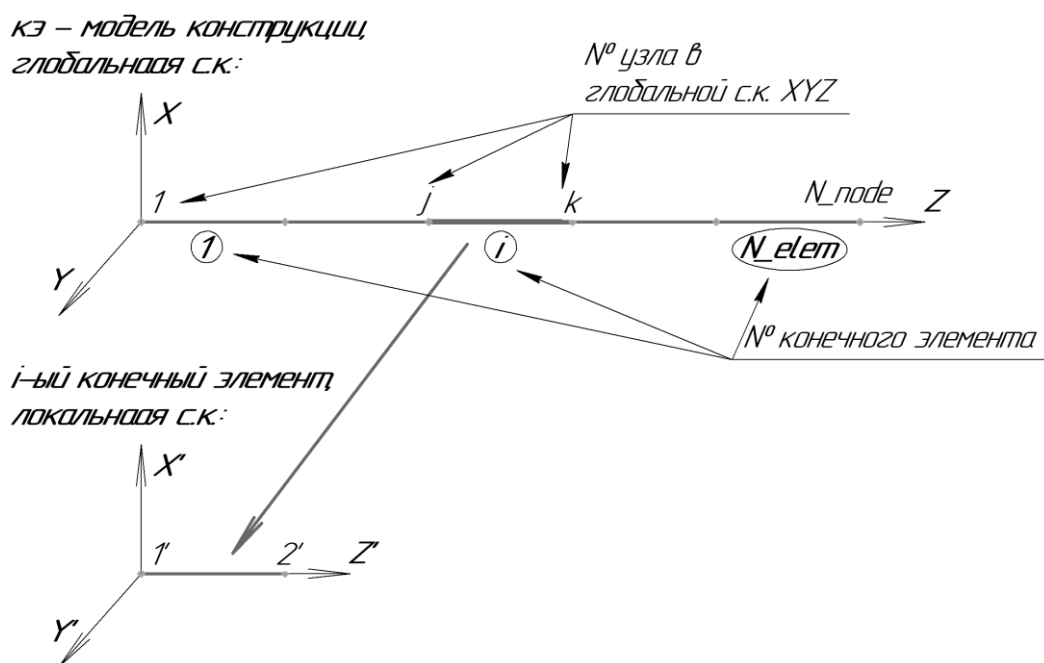


Рисунок 3. Определение номеров узлов в глобальной системе координат для балочного конечного элемента под номером i

4) Операция ансамблирования

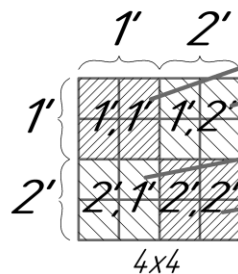
В соответствии с таблицей индексов составляется глобальная матрица жесткости всей конструкции из матриц жесткости отдельных к.э., сформированных в пункте 2). Алгоритм ансамблирования представлен на рисунке 4 на примере конечного элемента балки под номером j из рисунка 3.

Таблица индексов

№ к.э.	1'	2'
...
i	j	k
...

$N_{elem} \times 2$

Матрица жесткости
 i -го к.э. $[K_{elem}^i]$



Глобальная матрица
жесткости $[K]$

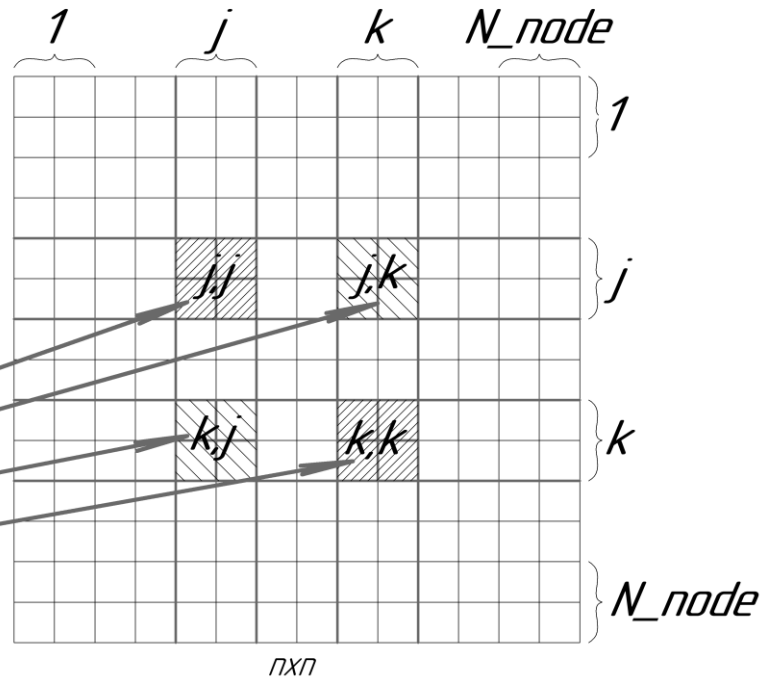


Рисунок 4. Алгоритм операции ансамблирования глобальной матрицы жесткости $[K]$

5) Наложение кинематических граничных условий, модификация матрицы жесткости

Учет кинематических граничных условий (г.у.) проходит согласно следующей последовательности:

- идентифицируются закрепления, представленные в балочной системе (шарниры, заделки, ограничители поворота);
- определяются номера закрепленных степеней свободы;
- для каждой из закрепленных степеней свободы производится операция

модификации матрицы жесткости согласно алгоритму, представленному на рисунке 5 (точный способ учета кинематических граничных условий).

Итогом учета кинематических граничных условий является модифицированная матрица жесткости $[K_{mod}]$.

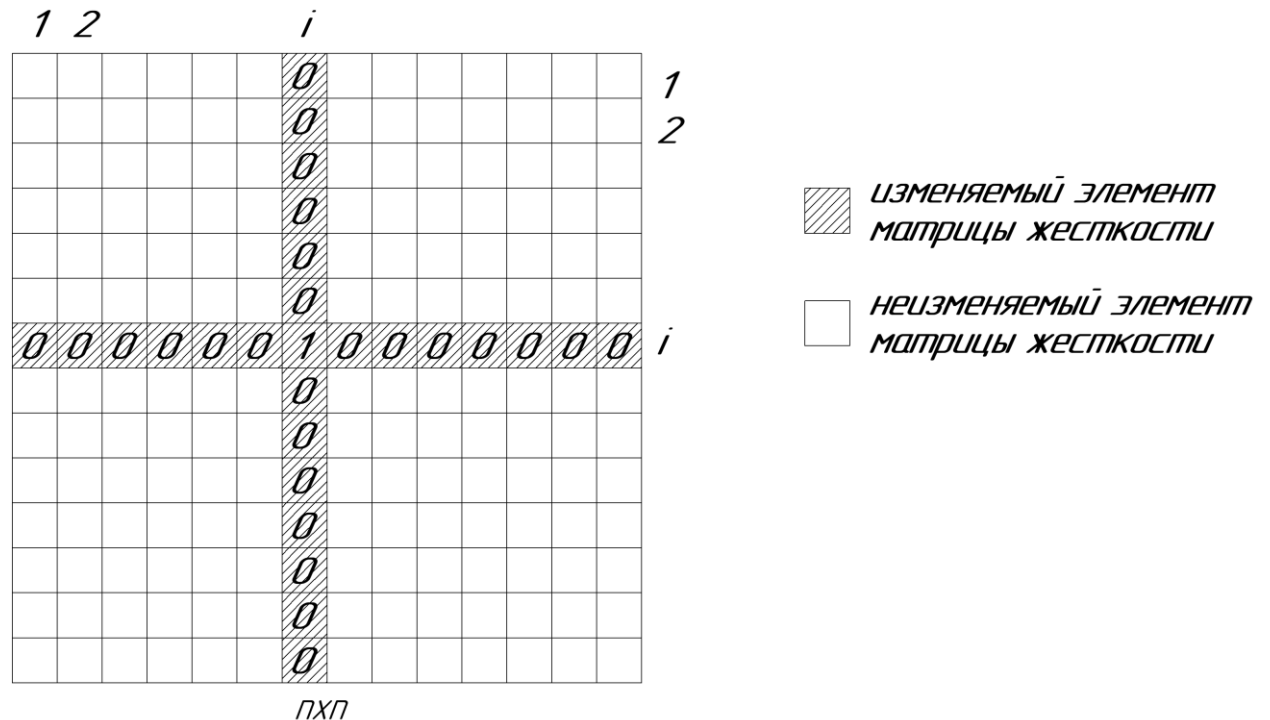


Рисунок 5. Модификация матрицы жесткости, точный метод учета кинематических граничных условий

6) Составление вектора внешних узловых усилий $\{f\}$

Вектор внешних узловых усилий $\{f\}$ – вектор-столбец размерностью $n \times 1$. В данном векторе представлены все силовые факторы (силы и изгибающие моменты), внешние по отношению к системе.

Знак элементов, входящих в вектор $\{f\}$, определяется согласно следующим правилам:

- сила положительна, если она направлена по положительному направлению оси глобальной системы координат;
- момент положителен, если он вращает против часовой стрелки относительно положительного направления оси глобальной системы координат.

7) *Решение СЛАУ, определение вектора узловых перемещений*

Производится решение СЛАУ вида:

$$[K_{mod}] * \{u\} = \{f\}$$

Вектор узловых перемещений определяется как:

$$\{u\} = inv([K_{mod}]) * \{f\}$$

Вектор узловых перемещений $\{u\}$ содержит в себе обобщенные перемещения узлов балочной системы (вертикальные перемещения, углы поворота). При работе в системе СИ вертикальные перемещения имеют размерность *метр*, углы поворота – *радиан*.

2. Выполнение расчета исходной системы в программе Siemens NX

Расчет выполняется с использованием одномерного балочного конечного элемента типа СВЕАМ (см. «Методические указания к ЛР№2(Siemens NX).pdf»).

Результаты лабораторной работы

Результаты л/р №2 «Расчет статически-неопределимой балки методом конечных элементов» должны быть представлены в виде отчета. Отчет должен содержать в себе:

- 1) Расчетную схему, исходные данные
- 2) Описание алгоритма работы составленной конечно-элементной программы на языке Matlab.
- 3) Результаты расчета (вектор узловых перемещений).
- 4) Текст программы
- 5) Поэтапное описание выполнения расчета заданной системы в программе Siemens NX.
- 6) Результаты расчета в Siemens NX (узловые перемещения, изображение изогнутой оси балки).
- 7) Сравнение результатов, полученных в Matlab и в Siemens NX.