Пространство между обкладками 1
На небольшое круглое отверстие 2
Плоский воздушный конденсатор с круглыми 2
Пространство между обкладками 3
Докажите, что разрешающая способность 3
На вершине сферической поверхности 4
Плотность потока энергии солнечного 5
Ток текущий по длинному прямому соленоиду 6
Найти плотность тока смещения в плоском 7
Плоский конденсатор с круглыми параллельными 8
На тонкую пленку ($n = 1,33$) падает параллель 9
Параллельный пучок монохроматического 10
На диафрагму с круглым отверстием 11
Квадратная рамка с током находится 11
При нормальном падении плоской 12
Перед диафрагмой с круглым отверстием 12
По двум гладким вертикальным проводам 13
По проводнику круглого сечения радиуса r 14
В вакууме распространяется плоская гармонич 15
Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом 16
Свет падает нормально на дифракционную 17
Плоский воздушный конденсатор, обкладки 18
На установке для наблюдения колец Ньютона 20
В длинном прямом соленоиде на единицу дл. 20
На поверхности стекла находится пленка воды 22
Магнитный поток через неподвижный контур 22
Тонкая пленка спирта покрывает 23

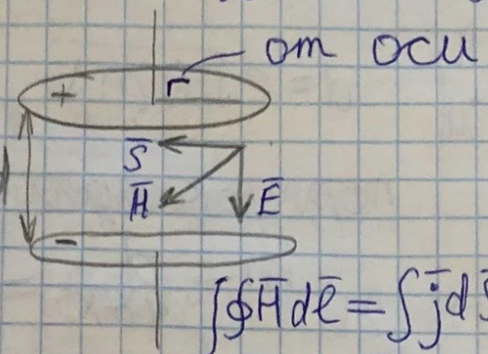
Пространство между обкладками №1

σ, ε, d

r

$U = U_0 \cos\omega t$

$H(r) - ?$



$$\begin{cases} \oint \bar{H} d\bar{l} = \int \bar{j} d\bar{S} + \int \frac{\partial D}{\partial t} d\bar{S} \quad (*) \\ \bar{j} = \sigma \bar{E} \end{cases}$$

ур. Максвелла —

$$\bar{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \bar{E}; \quad E = \frac{U}{d} = \frac{U_0 \cos\omega t}{d}$$

$$D = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U_0 \cos\omega t}{d}$$

$$j = \frac{\sigma U_0 \cos\omega t}{d}; \quad \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{d} U_0 \omega (-\sin\omega t)$$

(*)

$$H\, 2\cdot\pi\cdot r = \frac{\sigma U_0 \cos\omega t}{d} \pi r^2 + \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{d} U_0 \omega (-\sin\omega t) \pi r^2$$

$$H = \frac{U_0 r}{2d} (\sigma \cos\omega t - \varepsilon\varepsilon_0 \omega \sin\omega t)$$

№5

Свет содержащий две спектральные

Квадратная рамка со стороной a

24 1

№2 На небольшое круглое отверстие

$d = 4 \cdot 10^{-3}$ м
$\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м
$b = 1$ м

темн./св.-?

$$d = 2\sqrt{bm\lambda}$$

порядок максимума:

$$m = \frac{d^2}{4b\lambda} = \frac{16 \cdot 10^{-6}}{20 \cdot 10^{-7}} = 8$$

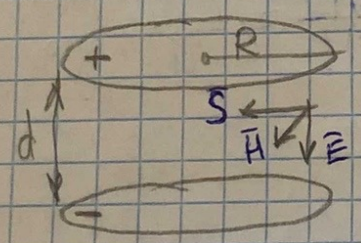
$\Downarrow$

темное пятно.

№3 Плоский воздушный конденсатор

R; t
U; d

$\bar{S}$-?
W-?



$$\bar{S} = [\bar{E}, \bar{H}]$$

$$E = \frac{U}{d}$$

$$\oint_{L=2\pi R} H dl = \int_{S=\pi R^2} D dS \; ; \quad H \cdot 2\pi R = \varepsilon\varepsilon_0 E \pi R^2$$

$$H = \frac{R\varepsilon_0 E}{2} = \boxed{\frac{\varepsilon_0 U R}{2d}}$$

$$\bar{S} = \bar{E} \cdot \bar{H} \cdot \sin\frac{\pi}{2} = \frac{\varepsilon_0 E^2 R}{2}$$

$$\bar{S} = \varepsilon_0 \left(\frac{U}{d}\right)^2 \frac{R}{2}$$

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 S U^2}{d\,2} = \frac{\varepsilon_0 \overbrace{Sd}^{\text{внутр. объем конденсатора}} (U)^2}{2(d)^2}$$

полная

② $$W = \int w dV = w \cdot \underbrace{\pi R^2 d}_{S} \Rightarrow$$

$$w\,\cancel{\pi R^2} d = \frac{\varepsilon_0 \cancel{S} \cancel{d}}{2}\left(\frac{U}{d}\right)^2$$

$$w = \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{U}{d}\right)^2$$

№4 Пространство между обкладками

σ, ε
d, r
$U = U_0 \sin\omega t$

$H(r) - ?$

$$\begin{cases} \oint \bar{H} d\bar{l} = \int \bar{j} d\bar{S} + \int \frac{\partial D}{\partial t} d\bar{S} \quad (*) \\ \bar{j} = \sigma \bar{E} \end{cases}$$

$$D = \varepsilon\varepsilon_0 \bar{E}; \quad E = \frac{U}{d} = \frac{U_0 \sin\omega t}{d}$$

$$D = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U_0 \sin\omega t}{d}$$

$$j = \frac{\sigma U_0 \sin\omega t}{d}; \quad \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 U_0 \omega \cos(\omega t)}{d}$$

(*)

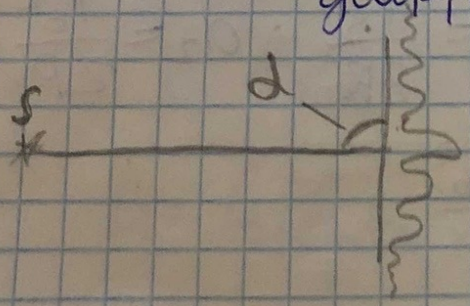
$$H(r) = \frac{U_0 r}{2d}\left(\sigma \sin\omega t - \varepsilon\varepsilon_0 \omega \cos\omega t\right)$$

№5 Докажите, что разрешающая способность

$l; \lambda$
α

$R \le \frac{l}{\lambda}$

α - угол наблюдения дифракции



$$R = mN$$

m — порядок спектра; N — число щелей

$$a + b = d \sin\alpha = m\lambda$$

d — период решетки

$$R = \frac{\underbrace{Nd}_{\ell}\sin\alpha}{\lambda} = \frac{\ell\sin\alpha}{\lambda} \le 1$$

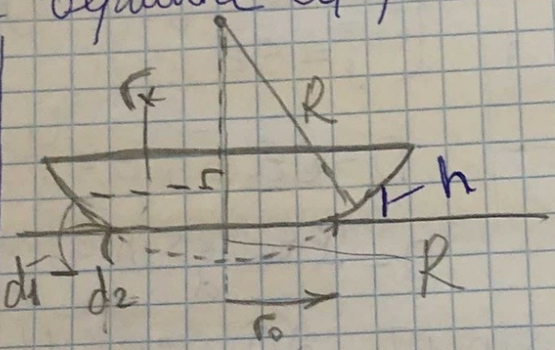
$$\Downarrow$$

$$R \le \frac{\ell}{\lambda}$$

№6 На вершине сферической поверхности

$r_0 = 3$ мм
$R = 150$ см
$k = 6$
$\lambda = 655$ нм

r_k – ?



Из геометрических построений:

$$R^2 = r_k^2 + (R - d_1)^2 \qquad R^2 = r_0^2 + (R - d_2)^2$$

$$R^2 = r_k^2 + R^2 - 2Rd_1 - d_1^2 \qquad R^2 = r_0^2 + R^2 - 2Rd_2 - d_2^2$$

Поскольку d_1 и d_2 очень мало, то и $d_1 = \frac{r_k^2}{2R}$; $d_2 = \frac{r_0^2}{2R}$

$$h = d_1 - d_2 = \frac{r_k^2 - r_0^2}{2R}$$

Оптич
двух
Усло
светло

$\Delta_1 = \Delta$

№7 Плот
$S = 1350$ В
м

E_0; B_0 – ?

$= \frac{l \sin\alpha}{\lambda} \leq 1$

$\Downarrow$

$R \leq \frac{l}{\lambda}$

ической поверхности

h

кия

$(R-d_2)^2$

$2Rd_2 - d_2^2$

мало,

$\frac{r_0^2}{2R}$

Оптическая разность хода двух лучей: $\Delta_1 = 2h$

Условие максимума для светлого кольца:

$$\Delta_2 = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda$$

учитывает доп. разность хода из-за оптически более плотной среды и отражения в противофазе

$$\Delta_1 = \Delta_2 \Rightarrow \frac{r_k^2 - r_0^2}{R} = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda$$

$$r_6 = \sqrt{\left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda R + r_0^2}$$

$$k = 6$$

№7 Плотность потока энергии солнечного

$S = 1350 \frac{Вт}{м^2}$

$E_0; B_0 - ?$

Вектора $\bar{E}$ и $\bar{H}$ связаны тождеством: $E_0\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} = H_0\sqrt{\mu\mu_0}$

$B_0 = \mu\mu_0 H_0 \Rightarrow H_0 = \frac{B_0}{\mu\mu_0}$

$B_0 = E_0\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$, если $\varepsilon = 1$, $\mu = 1$

Среднее значение вектора Пойнтинга:

$$\bar{S} = \frac{E_0^2\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}{2\mu_0}$$

$$\Downarrow$$

$$E_0 = \sqrt{\frac{2\bar{S}\mu_0}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}} = 10^3\,\frac{В}{м}$$

$$B_0 = E_0\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 3{,}4\cdot10^{-6}\,Тл$$

№8 Ток текущий по длинному прямому

R	$j_{см} = \frac{\partial D}{\partial t}$
$B = \beta t^2$	$\oint_{L=2\pi r} E\,dl = \int_{S=\pi r^2} \frac{\partial B}{\partial t}\,dS$
$j_{см}(r)$ - ?	$B = \beta t^2$ $\quad \frac{\partial B}{\partial t} = 2\beta t$

при $r<R$: $2\pi r E = \pi r^2 2\beta t$

$$E = \beta t r$$

при $r=R$: $E = \beta t R$

при $r>R$: $E = \frac{R^2\beta t}{r}$

$$D = \varepsilon\varepsilon_0 E \Rightarrow D = \varepsilon_0\beta t r$$

$\varepsilon = 1$

при $r<R$ $j_{см} =$

при $r=R$ $j_{см}$

при $r>R$ $= j_{см}$

№9 Найти пло

v; d	Ёмко
$U = const$	обкло
$j_{см}$ - ?	по

При

Напряж

Плотно

$j_{см} =$

$= \frac{q d_0 v}{S(d_0+}$

при $r < R$ $\quad j_{см} = \varepsilon_0 \beta r$

при $r = R$ $\quad j_{см} = \varepsilon_0 \beta R$

при $r > R$ $\quad j_{см} = \dfrac{\varepsilon_0 \beta R^2}{r}$

№9 Найти плотность тока смещения

v; d

$U = const$

$j_{см} - ?$

Ёмкость $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$

обкладки раздвигают по закону $d(t) = d_0 + vt$

При $t = 0$ $\quad d = d_0$

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_0}$$

$$U_0 = \frac{q}{C_0} = \frac{q d_0}{\varepsilon_0 S} = const$$

Напряженность: $E(t) = \dfrac{U_0}{d(t)} = \dfrac{q d_0}{\varepsilon_0 S (d_0 + vt)}$

$$D = \varepsilon_0 \underset{1}{\varepsilon} E(t) = \frac{\varepsilon_0 q d_0}{\varepsilon_0 S (d_0 + vt)}$$

Плотность тока смещения:

$$j_{см} = \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{q d_0}{S(d_0 + vt)}\right) =$$

$$= \frac{q d_0 v}{S (d_0 + vt)^2} = \boxed{\frac{U_0 \varepsilon_0 v}{(d_0 + vt)^2} = j_{см}}$$

№12 Плоский конденсатор с круглыми

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \varphi_s$$

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}; \quad U = E\cdot d$$

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 S d$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\varepsilon\varepsilon_0\left(\frac{E^2 S d}{2}\right) = \varepsilon_0 S d E \frac{dE}{dt}$$

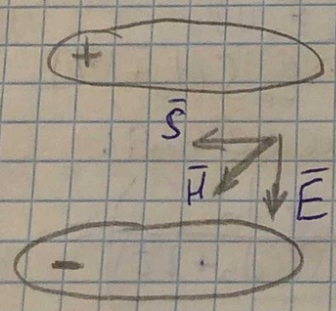
πR^2

Электрическое поле порождает магнитное поле:

$$\oint_{L=2\pi R} H\,dl = \frac{\partial}{\partial t}\int_{S=\pi R^2} D\,dS$$

$$H\cdot 2\pi R = \frac{\partial}{\partial t}(D\pi R^2) = \pi R^2\frac{\partial D}{\partial t} =$$

$$= \varepsilon_0\pi R^2\frac{dE}{dt} \Rightarrow H(R) = \frac{R}{2}\varepsilon_0\frac{dE}{dt}$$



$$\bar{S} = [\bar{E},\bar{H}] = EH\cdot\sin\frac{\pi}{2}$$

$$S(R) = E\frac{R}{2}\varepsilon_0\frac{dE}{dt}$$

Тогда поток S

$$\varphi_s =$$

$$= \varepsilon_0\pi R^2 d E$$

S – пл

№11 На то

$n = 1{,}33$

$\alpha = 45°$

$\lambda = 0{,}6$ мкм

d – ?

условие

Разность

$\Delta = (AB + B$

$AB = BC$

$AD = d$

$\Delta = \frac{2C}{c}$

Тогда поток S через боковую поверхность

$$\Phi_s = \frac{E R \varepsilon_0}{2}\frac{dE}{dt}\cdot \underbrace{2\pi R d}_{\text{площадь бок. поверх}} =$$

$$= \varepsilon_0 \underbrace{\pi R^2}_{S\text{ — пластины}} d E \frac{dE}{dt} = \Phi_s$$

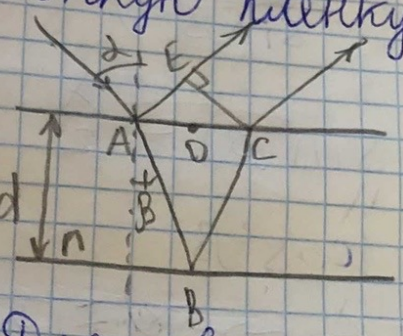
№11 На тонкую пленку ($n = 1{,}33$) падает

$n = 1{,}33$

$\alpha = 45°$

$\lambda = 0{,}6$ мкм

$d - ?$



Для светлого пятна условие максимума: $\Delta = m\lambda$ ($m = 0, 1, 2.$)

Разность хода из геом. построений:

$$\Delta = (AB + BC)n - \left(AE - \frac{\lambda}{2}\right)$$

из-за отражения в противофазе

$$AB = BC = \frac{d}{\cos\beta}$$

$$AD = d\,\mathrm{tg}\,\beta; \quad AE = 2AD\cdot\sin\alpha = 2d\,\mathrm{tg}\,\beta\sin\alpha$$

$$\Delta = \frac{2dn}{\cos\beta} - 2d\,\mathrm{tg}\,\beta\sin\alpha + \frac{\lambda}{2}$$

$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$; $\frac{\sin\beta}{\cos\beta} = tg\beta$

$\frac{2d}{\cos\beta}(n - \sin\alpha\sin\beta) = m\lambda - \frac{\lambda}{2}$ $(m=1)$

$\cdot \frac{\sin\beta}{\sin\beta}$

$\frac{2d}{\cos\beta}\left(n - \frac{\sin\alpha\sin^2\beta}{\sin\beta}\right) = \frac{\lambda}{2}$

$\frac{2dn}{\cos\beta}(1 - \sin^2\beta) = \frac{\lambda}{2}$

$\sin^2\beta = \cos^2\beta$

$2dn\cos\beta = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow d = \frac{\lambda}{4n\cos\beta}$

$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \frac{1}{n}\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}$

$d = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}$

№13 Параллельный пучок монохроматич. свет

$\lambda = 600$ нм

$r = 0,6$ мм

$b_1 = 18$ см

x_{min} – ?

Подсчитаем число зон Френеля в точке наблюдения

$m = \frac{r^2}{b_1\lambda} = 3,3$

10

т.о. бли

наблюдения

b_2

x

№14 На

$d = 4$ мм

$\lambda = 0,5$ мкм

$l = 1$ м

m – ?

min / max?

№15 Кв

B

a; I

A – ?

Вр

$P_m =$

$A = \int_0^{\pi}$

т.о. ближайшая точка наблюдения темного пятна $m = \cancel{4}\,3$

$$b_2 = \frac{r^2}{m\lambda} = 20 \text{ см}$$

$$x_{min} = b_2 - b_1 = 2 \text{ см}$$

№14 На диафрагму с круглым

$d = 4$ мм
$\lambda = 0{,}5$ мкм
$l = 1$ м

m — ?
min / max?

$r = d/2 = 2$ мм

$r = \sqrt{l m \lambda} \Rightarrow m = \frac{r^2}{l\lambda} = 8$

$\boxed{m = 8 \text{ — четное — темное}}$

№15 Квадратная рамка с током

B
$a; I$
A — ?

Вращающий момент магнитных сил:

$$\bar{M} = [\bar{p}_m, \bar{B}] = p_m B \cdot \sin\alpha$$

p_m — вектор магнитного момента

$p_m = IS = Ia^2$; $dA = M d\alpha \Rightarrow$

$$A = \int_0^{\pi} Ia^2 B \sin\alpha \, d\alpha = -Ia^2 B \cos\alpha \Big|_0^{\pi} = 2Ia^2B$$

№10 При нормальном падении

$m = 4$
$\alpha = 15°$
$\lambda = 0{,}6$ мкм

N

$N = \frac{1}{d}$

$d \sin\alpha = m\lambda$

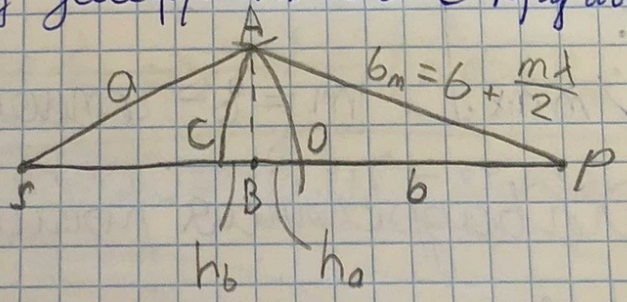
$N = \frac{\sin\alpha}{m\lambda} = \frac{0{,}2588}{2{,}4 \cdot 10^{-6}}$

~ 1000 на 1 см ← 108000 на 1 м

№16 Перед диафрагмой с круглым

$r_m = 1$ мм
$\lambda = 0{,}5$ мкм
$a = 1$ м
$N = 4 = m$

$b - ?$



$r_m = AB$

В ΔSAB: $r_m^2 = a^2 - (a - h_a)^2 = (2a - h_a)h_a$

Поскольку $h_a << 2a$, то $r_m^2 \approx 2ah_a$

$h_a \approx r_m^2 / 2a$

12 В ΔPAB: $r_m^2 = \left(b + \frac{m\lambda}{2}\right)^2 - \left(b + \frac{m\lambda}{2} - h_b\right)^2 \Rightarrow$

№17

m
R
$B; L$

$\vartheta - ?$

падении

$= \frac{0,2588}{2,4\cdot10^{-6}}$

//

000 на 1м

гуглым

$-h_a)^2$

a

$\Rightarrow$

$$h_b \approx \frac{r_m^2}{2b}$$

$$h_a + h_b = \frac{m\lambda}{2}$$

$$\frac{r_m^2}{2a} + \frac{r_m^2}{2b} = \frac{m\lambda}{2}$$

$$b = \frac{r_m^2}{m\lambda - r_m^2/a} = \frac{10^{-6}}{4\cdot0,5\cdot10^{-6} - 10^{-6}/1}$$

$$\Downarrow$$

$$b = 1\ м$$

№17 По двум гладким вертикальным

m	С начала перемычка покоилось
R	Затем стала скользить вниз
$B; L$	под действием силы тяжести
v?	с увеличением скорости — из-за

этого увеличивается F_A на перемычку вверх — наконец когда $F = mg$ и F_A станут равными — v станет постоянной.

$$F_A = mg^{(*)}; \quad F_A = IBL = \frac{|\mathcal{E}_i|}{R}BL$$

$$|\mathcal{E}_i| = \frac{d\Phi}{dt} = B\frac{dS}{dt} = \boxed{BLv} \Rightarrow \boxed{F_A = \frac{B^2L^2v}{R}}$$

13

Подставляем в (*) и запишем ответ: $\frac{B^2 l^2 v}{R} = mg$

$$v = \frac{mgR}{B^2 l^2}$$

№18 По проводнику круглого сечения

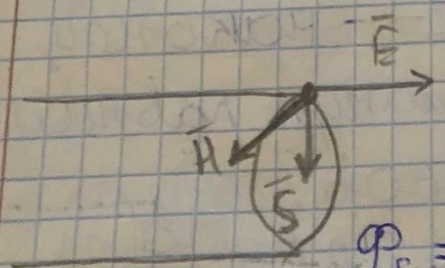
r	$\bar{S} = [\bar{E}, \bar{H}]$
ρ	$\sigma \bar{E} = \bar{j} \Rightarrow E = \frac{j}{\sigma} = \rho j = \frac{\rho I}{\pi r^2}$
I	
$t; l$	
$\Phi_S - ?$	

площадь сечения

Внутри проводника имеется магнитное поле H:

$$\oint_L H dl = I; \quad H \cdot 2\pi r = I$$

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$



$$S = EH = \frac{\rho I^2}{2\pi^2 r^3}$$

$$\Phi_S = \int_S S dS = \frac{\rho I^2}{2\pi^2 r^3} \cdot 2\pi r l =$$

площадь боковой поверхности провода

$$\Rightarrow \Phi_S = \frac{\rho I^2 l}{\pi r}$$

$$\Phi_S = \rho \frac{l}{S}$$

№1 В вакуум

ω	$j_{см} =$
I	
$j_{см\,max}$	

т.к. в

$E =$

j

Интенсивн

волны рав

вектора

$= \frac{1}{2} E_0 E$

$j_{см}$

(*) и

$\frac{{}^2 l^2 v}{R} = mg$

сечения

$= \rho j = \frac{\rho I}{\pi r^2}$

площадь сечения

имеется

I

-3

$2\pi r l =$

орхних

провода

$\Rightarrow q_S = \rho \frac{I^2 l}{\pi r^2}$ — площадь сечения провода

$q_S = \rho \frac{l}{S} I^2 = I^2 R$ — сопротивление провода

$\parallel$

Q — закон Джоуля–Ленца

№1 В вакууме распространяется плоская

ω

I

$j_{см\,max}$

$j_{см} = \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\varepsilon_0 \partial E}{\partial t}$ (если $\varepsilon = 1$)

Т.к. волна гармоническая, то

$E = E_0 \cos(\omega t - kx) \Rightarrow$ тогда

$j_{см} = \varepsilon_0 \omega E_0 (-\sin(\omega t - kx))$

$j_{см\,max} = \varepsilon_0 \omega E_0$

Интенсивность I электромагнитной волны равна модулю среднего значения вектора Пойнтинга: $I = |\langle S \rangle| = \frac{1}{2} E_0 H_0 =$

$= \frac{1}{2} E_0 E_0 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \Rightarrow E_0^2 = \boxed{2I\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}}$

$$\boxed{j_{см\,max} = \varepsilon_0 \omega \sqrt{2I\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}}}$$

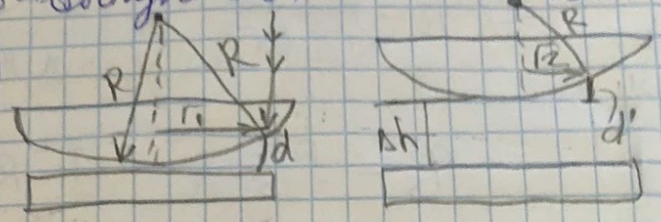
№19 Плоско-выпуклая стеклянная

$R = 0{,}4$ м

$r_1 = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ м

$\Delta h = 5 \cdot 10^{-6}$ м

r_2 – ?



Запишем для 1 случая формулу разности хода лучей

$$\begin{cases} \Delta = 2d + \frac{\lambda}{2} \\ \Delta = m\lambda \end{cases}$$

← доп. разность хода из-за оптически более плотной среды

предположим, что кольцо светлое

Выразим d для 1 случая:

$$R^2 = r_1^2 + (R-d)^2$$

$$0 = r_1^2 - 2Rd + d^2$$ – очень мало

$$d = \frac{r_1^2}{2R}$$

$$\frac{r_1^2}{R} + \frac{\lambda}{2} = m\lambda \Rightarrow m = \frac{1}{2} + \frac{r_1^2}{R\lambda}$$

этот номер кольца сохраняется и во 2 случае

2 случай:

$$\begin{cases} \Delta = 2(\Delta h + d') + \frac{\lambda}{2} \\ \Delta = m\lambda \end{cases}$$

$m\lambda$

$d' =$

№20 Св

$L = 6{,}5$

$\lambda = 672{,}8$

$\delta\lambda = 0{,}02$

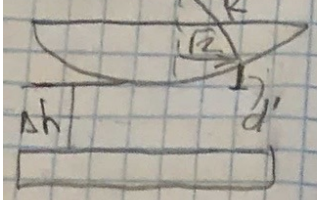
$m = 3$

d – ? n –

$n =$

№21

стеклянная



я 1 случая
хода лучей
зность хода
тически
ной среды

ю светлое

учая:

очень
мало

$+\frac{r_1^2}{R\lambda}$ N

омер
охраняя
случае

$$m\lambda = 2(\Delta h + d') + \frac{\lambda}{2} \quad | :2$$

$$d' = \left(m - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} - \Delta h$$

$$d' = \frac{r_1^2}{2R} - \Delta h$$

Аналогично выразим r_2

$$r_2 = \sqrt{R^2 - (R-d')^2} = \sqrt{\cancel{R^2} - \cancel{R^2} + 2Rd' + \cancel{d'^2}}$$

$$r_2 = \sqrt{r_1^2 - 2R\Delta h} = 1{,}5 \text{ мм}$$

№20 Свет падает нормально на

$L = 6{,}5$ см

$\lambda = 672{,}8$ нм

$\delta\lambda = 0{,}02$ нм

$m = 3$

$d - ?$ $n - ?$

Разрешающая способность решетки:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = 33640$$

$$R = mN \Rightarrow N = 11213$$

$$Nd = L \Rightarrow d = 5{,}8 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

0,005 мм

$$n = \frac{N}{L} = \frac{11213}{65 \text{ мм}} = 172$$

№21

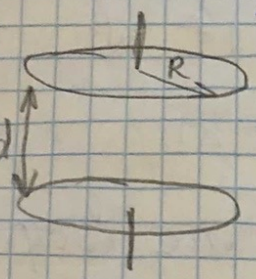
№21 Плоский воздушный конденсатор

$U = U_0 \sin(\omega t)$

$R = 6$

$\omega = 1000$

$\frac{W_{магн}}{W_{эл}}$



плотность энергии

$$W_э = \int w\, dV = \int \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} dV = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} \pi R^2 d$$

$$E = \frac{U(t)}{d}; \quad U(t) = U_0 \sin(\omega t)$$

$$(1)\ W_э = \frac{\varepsilon_0 (U_0 \sin(\omega t))^2}{2d^2} \pi R^2 d$$

$$W_м = \int \frac{B^2}{2\mu_0} dV$$: нужно выразить B.

Рассмотрим циркуляцию $\bar{H}$:

$$(*)\ \int H dl = \frac{d}{dt} \int D dS \ ; \ D = \varepsilon \varepsilon_0 E$$

$$(**)\ \frac{B}{\mu_0} \cdot 2\pi r$$

$$\frac{d}{dt} \int D dS = \frac{d}{dt} D \pi r^2 = \frac{d}{dt} \varepsilon \varepsilon_0 E \pi r^2 =$$

$= \frac{d}{d}$

Подс

$\frac{B}{\mu_0}$

$\pi r^2 d$

$dV =$

$W_м =$

$= \int_0^R$

Найд

$\frac{V}{}$

$$= \frac{d}{dt}\varepsilon\varepsilon_0\left(\frac{U_0\sin(\omega t)}{d}\right)\pi r^2 = \varepsilon\varepsilon_0 U_0\cos(\omega t)\frac{\omega}{d}\pi r^2 \quad (***)$$

Подставим (**) и (***) в (*)

$$\frac{B}{\mu_0}2\pi r = \varepsilon\varepsilon_0 U_0\cos(\omega t)\frac{\omega}{d}\pi r^2$$

$$B(t) = \frac{\varepsilon_0\mu_0\omega U_0\cos(\omega t)r}{2d}$$

$\pi r^2 d$

$$dV = d(\pi r^2 d) = 2\pi d r\, dr$$ — производная

расстояние

$$W_M = \int_0^R \frac{B^2}{2\mu_0}dV = \int_0^R \left(\frac{\varepsilon_0\mu_0\omega U_0\cos(\omega t)r}{2d}\right)^2\frac{2\pi d r\, dr}{2\mu_0}$$

$$= \int_0^R \frac{\pi\varepsilon_0^2\mu_0\omega^2 U_0^2\cos^2(\omega t)r^3 dr}{4d} = \frac{\pi\varepsilon_0^2\mu_0\omega^2 U_0^2\cos^2(\omega t)R^4}{16d} \quad (2)$$

Найдем отношение (2) и (1)

$$\frac{W_{магн}}{W_{эл}} = \frac{1}{8}\varepsilon_0\omega^2 R^2\mu_0\frac{\cos^2(\omega t)}{\sin^2(\omega t)}$$

ответ

$\parallel$

1, т.к. это амплитудные значения

№22 На установке для наблюдения

$k = 3$ (темн)

$r_{3в} = r_{4ж}$

$n_в = 1$

$n_ж$ – ?

Геометрическая и оптическая разность хода:

$$\Delta_1 = 2h\overset{1}{\overset{\shortparallel}{n_в}} + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

доп. разность хода из-за отражения в противофазе

условие минимума

$$\Delta_2 = 2hn_ж + \frac{\lambda}{2} = (2(k+1)+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\begin{cases} 2h + \cancel{\frac{\lambda}{2}} = 2k\frac{\lambda}{2} + \cancel{\frac{\lambda}{2}} \\ 2hn_ж + \cancel{\frac{\lambda}{2}} = 2(k+1)\frac{\lambda}{2} + \cancel{\frac{\lambda}{2}} \end{cases} \Big| \div$$

$$n_ж = \frac{k+1}{k} = \frac{4}{3} = n_ж$$

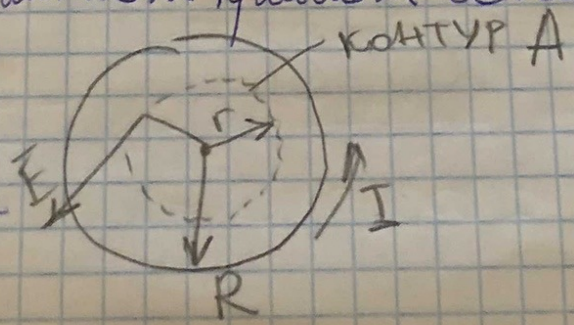
№23 В длинном прямом соленоиде

n; R

$I = I_0 \sin \omega t$

20

$E_0(r)$ – ?



Магнитная
Уравнение Ма

$\oint_A$

$\int_S B\,dS = \int$

$E(r) =$

$E_0(r) =$

$E_0(r$

$E_0($

Магнитная индукция на оси: $B = \mu_0 I n$

Уравнение Максвелла для контура A:

$$\oint_A \bar{E} d\bar{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \bar{B} d\bar{S}$$

$$l = 2\pi r; \quad S = \pi r^2$$

$$\int_S B dS = \begin{cases} \mu_0 I n \pi r^2, & \text{при } 0 < r < R \\ \mu_0 I n \pi R^2, & \text{при } r \geq R \end{cases}$$

$$E(r) = -\frac{d}{dt}\frac{\mu_0 I_0 \sin(\omega t) n \pi r^2}{2\pi r}$$

выразим амплитуду E_0

$$E_0(r) = \frac{\mu_0 I_0 \omega \cos(\omega t) n r}{2}; \quad 0 < r < R$$

$$\boxed{\begin{aligned} E_0(r) &= \frac{\mu_0 I_0 \omega n R^2}{2r}, \quad r > R \\ E_0(r) &= \frac{\mu_0 I_0 \omega n r}{2}, \quad 0 < r < R \end{aligned}}$$

№24 Магнитный поток через неподвижный

R

τ

$\Phi = \cancel{\alpha t(\tau - t)}$

$= \alpha t(t-\tau)$

Q

$$Q = \int_0^\tau P\,dt; \quad P = \frac{\mathcal{E}^2}{R}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = \boxed{-2\alpha t + \alpha\tau}$$

$$Q = \int_0^\tau P\,dt = \frac{\alpha^2}{R}\int_0^\tau (\tau - 2t)^2\,dt =$$

$$= \frac{\alpha^2}{R}\int_0^\tau (\tau^2 - 4\tau t + 4t^2)\,dt =$$

$$= \frac{\alpha^2}{R}\left(\tau^2 t - 4\tau\frac{t^2}{2} + \frac{4t^3}{3}\right)\Big|_0^\tau = \boxed{\frac{\alpha^2\tau^3}{3R}}$$

№25 На поверхности стекла находится тонкая пленка воды

$\lambda = 0{,}68$ мкм

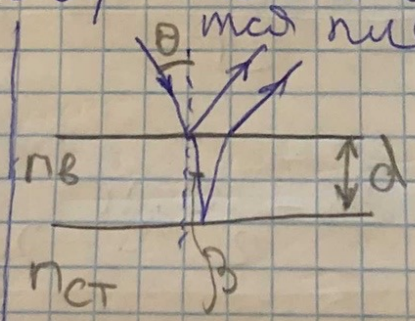
$\theta = 30°$

$n_в = 1{,}33$

$n_{ст} = 1{,}5$

$\Delta t = 15$ мин

$v = \frac{\Delta d}{\Delta t}$



Оптическая разность хода двух лучей:

$\Delta = 2dn_в\cos\beta$

22

$$\frac{\sin\theta}{\sin\beta} = \frac{n_в}{1}; \quad \sin\beta = \frac{\sin\theta}{n_в}$$

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \frac{\sin^2\theta}{n_в^2}}$$

Получаем $\Delta = 2d\sqrt{n_в^2 - \sin^2\theta}$

Условие максимума: $\Delta = m\lambda$

$$2d\sqrt{n_в^2 - \sin^2\theta} = m\lambda$$

$$d_m = \frac{m\lambda}{2\sqrt{n_в^2 - \sin^2\theta}}$$

$$d_{m-1} = \frac{(m-1)\lambda}{2\sqrt{n_в^2 - \sin^2\theta}}$$

— из условия задачи

$$\frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{d_m - d_{m-1}}{\Delta t} = \frac{\lambda}{2\sqrt{n_в^2 - \sin^2\theta}\,\Delta t}$$

$$v = 1{,}1 \frac{\text{мкм}}{\text{час}}$$

№27 Тонкая пленка спирта покрывает

$n_{сп} = 1{,}36$

$n_{ст} = 1{,}58$

$\lambda_1 = 520$ нм

$\lambda_2 = 640$ нм

d

Поскольку $n_{ст} > n_{сп}$, то при отражении луча нет доп. разности хода в $\frac{\lambda}{2}$

$\Delta = 2dn_{сп} = m\lambda_2$ — макс

$\Delta = 2dn_{сп} = (2m_1 + 1)\lambda_1/2$ — минимум

$$m\lambda_2 = \frac{(2m+1)}{2}\lambda \Rightarrow m \approx 2$$

$$d = \frac{m\lambda_2}{2n_{сл}} \approx 517 \text{ нм} = d$$

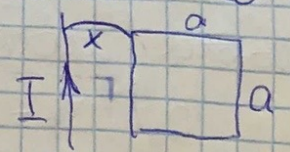
№29 Квадратная рамка со стороной

a; I

v

$\mathcal{E}(x)$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$



$d\Phi$ меняется — поскольку чем дальше от провода — тем слабее магнитная индукция

Введем координату x и выразим магнитный поток $\Phi(x)$

$$d\Phi = BdS = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} a\,dr$$

$$\Phi = \int d\Phi = \int_x^{x+a} \frac{\mu_0 I a}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln\left(\frac{x+a}{x}\right)$$

$$\mathcal{E} = \frac{-d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt}\frac{dx}{dx} = -v\frac{\mu_0 I a}{2\pi}\frac{d\ln\left(\frac{x+a}{x}\right)}{dx}$$

$$\left(\ln\left(\frac{x+a}{x}\right)\right)' = \frac{x}{x+a}\left(\frac{x-(x+a)}{x^2}\right)$$

$n \approx 2$

$= d$

со стороны

a

a

рамку

a —

индукция

выразим

Δ

$- \ln\left(\frac{x+a}{x}\right)$

$\frac{d \ln\left(\frac{x+a}{x}\right)}{dx}$

$$\mathcal{E} = +v \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \cdot \frac{x}{x+a} \left(\frac{x + (x+a)}{x^2} \right)$$

$$\mathcal{E} = \frac{v \mu_0 I a^2}{2\pi x (x+a)}$$

№30 Свет содержащий две спектральные

$L = 10$ мм

$\lambda_1 = 600{,}000$ нм

$\lambda_2 = 600{,}050$ нм

$\theta - ?$

Уравнение дифр. решетки

$$d \sin\theta = k\lambda$$

$$d = \frac{L}{N} \Rightarrow \sin\theta = \frac{kN\lambda}{L}$$

$kN = R$ — разрешающая способность решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

$$\sin\theta = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda L} = 0{,}72$$

$$\theta = \arcsin(0{,}72) = 46^\circ$$

Поскольку вектор Пойтинга $\bar{S} = [\bar{E} \times \bar{H}]$, то чтобы показать непрерывность ($\bar{S}_{1n} = \bar{S}_{2n}$) — достаточно показать непрерывность векторов $\bar{E}$ и $\bar{H}$.

Известно, что для тангенциальных составляющих E и H справедливо соотношение:

$$\begin{cases} E_{1t} = E_{2t} \\ H_{1t} = H_{2t} \end{cases} (*)$$

Направим нормаль $\bar{n}$ вектора S вдоль оси z. Тогда вектора E и H направлены вдоль x и y.

Тогда: $S_{1n} = E_{1x} \cdot H_{1y}$

$S_{2n} = E_{2x} \cdot H_{2y}$

Заменив x и y на t получим

$$\left.\begin{aligned} S_{1n} &= E_{1t} \cdot H_{1t} \\ S_{2n} &= E_{2t} \cdot H_{2t} \end{aligned}\right\}$$ с учетом (*) получим

$$S_{1n} = S_{2n}$$