

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования

Московский государственный технический университет имени Н.Э.Баумана

(МГТУ им. Н.Э.Баумана)

ОТЧЕТ О ВЫПОЛНЕНИИ
ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ №2

«Расчет статически-неопределимой балки методом конечных элементов»

Выполнил(а): студент группы РК6-33Б

Сидорчук В.О.

Проверил(а): _____

(Фамилия И.О. преподавателя)

«__» _____ 2019 г.

ЗАЧТЕНО / НЕ ЗАЧТЕНО _____

(нужное выделить) (подпись)

Москва, 2019

Расчетная схема и исходные данные

Задача:

Составить конечно-элементную программу для расчета статически-неопределимой балки и проверить корректность ее работы с использованием SiemensNX.

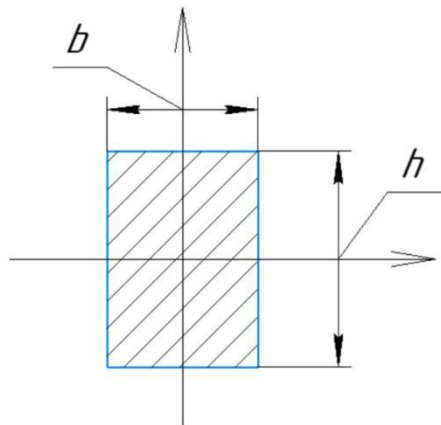
Исходные данные:

Материал балки: сталь (модуль Юнга $E=2e11$ Па).

Сечение балки: прямоугольное (см. рисунок 1).

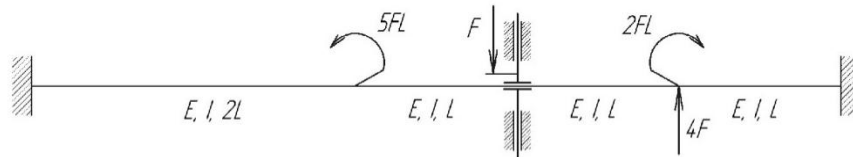
Геометрические параметры балки: $l=0.1$ м, $b=10$ мм, $h=20$ мм

Величина нагрузки: $F=10$ Н.



А)

17



Б)

Рис.1. Условия задачи. А) – поперечное сечение, Б) – действующие нагрузки

Описание алгоритма работы составленной конечно-элементной программы на языке Matlab

- 1) Конечно-элементное разбиение системы, выбор глобальной системы координат (СК), назначение числа балочных конечных элементов

(КЭ)системы N_{el} , определение количества узлов N_{node} , общего количества степеней свободы n .

- 2) Составление матриц жесткости отдельных конечных элементов. Для каждого конечного элемента балки составляется матрица жесткости в его локальной системе координат вида:

$$[K_{elem}^i] = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{l^3} & \dots & \frac{6EI}{l^2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{6EI}{l^2} & \dots & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

где i –номер текущего КЭ, $i= 1 \dots N_{el}$; $[K_{elem}^i]$ –матрица жесткости i -го КЭ. в его локальной системе координат; E, I, l –параметры балочного КЭ(модуль Юнга, длина, геометрический момент инерции, соответственно).

- 3) Составление таблицы индексов. Для заданной балочной системы составляется таблица индексов вида:

Таблица 1. Общий вид таблицы индексов

№ конечного элемента	1' (номер первого узла локальной с.к. в глобальной с.к.)	2' (номер второго узла локальной с.к. в глобальной с.к.)
1	1	...
...
i	j	k
...
N_{el}	...	N_{node}

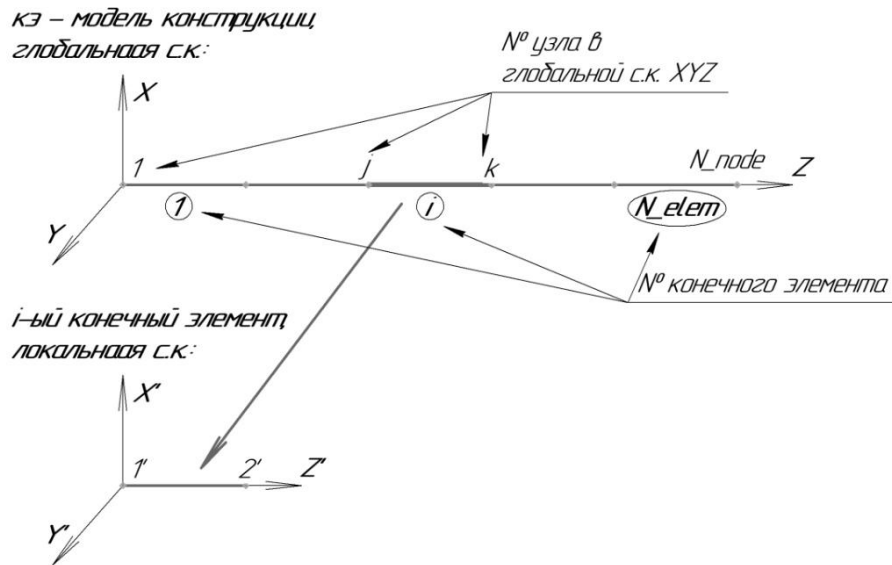


Рис. 2. Узлы и конечные элементы с соответствующими СК в КЭ-модели

- 4) Операция ансамблирования. В соответствии с таблицей индексов составляется глобальная матрица жесткости всей конструкции из матриц жесткости отдельных КЭ, сформированных в пункте 2:

Таблица индексов

№ К.Э.	1'	2'
...
i	j	k
...

$N_{elem} \times 2$

Глобальная матрица
жесткости [K]

Матрица жесткости
i-го К.Э. $[K_{elem}^i]$

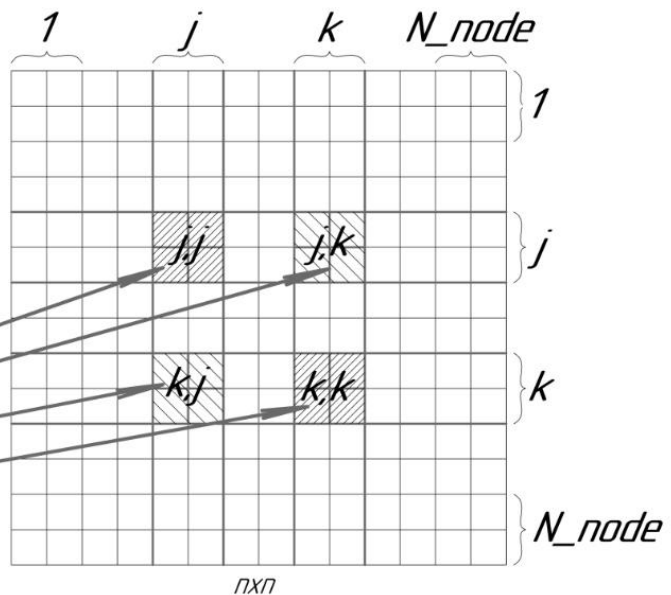
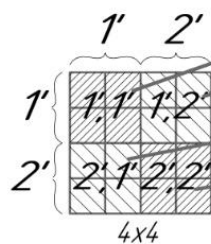


Рис. 3. Принцип операции ансамблирования

- 5) Наложение кинематических граничных условий, модификация матрицы жесткости. Учет кинематических граничных условий (ГУ) проходит согласно следующей последовательности:
- идентифицируются закрепления, представленные в балочной системе (шарниры, заделки, ограничители поворота);
 - определяются номера закрепленных степеней свободы;

-для каждой из закрепленных степеней свободы производится операция модификации матрицы жесткости согласно алгоритму, представленному на рисунке ниже (точный способ учета кинематических граничных условий). Итогом учета кинематических граничных условий является модифицированная матрица жесткости $[K_{mod}]$.

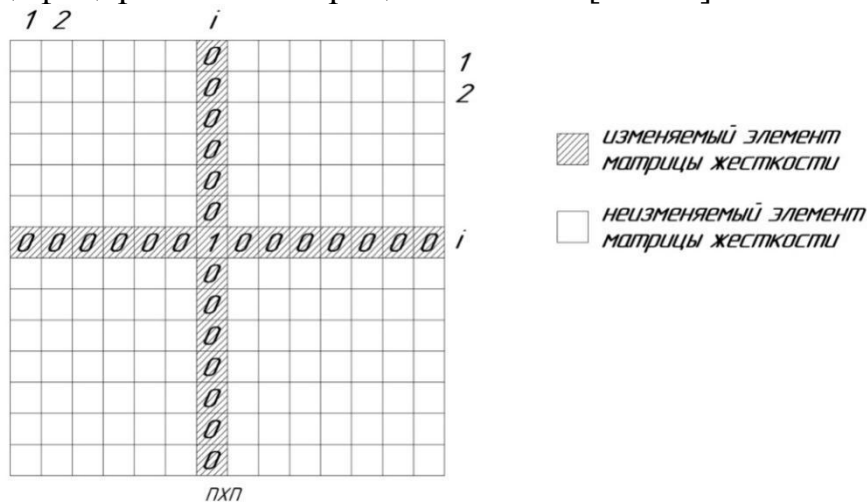


Рис. 4. Точный способ учета граничных условий

- 6) Составление вектора внешних узловых усилий $\{f\}$ Вектор внешних узловых усилий $\{f\}$ –вектор-столбец размерностью $n \times 1$. В данном векторе представлены все силовые факторы (силы и изгибающие моменты), внешние по отношению к системе. Знак элементов, входящих в вектор $\{f\}$, определяется следующим правилам:
 - сила положительна, если она направлена по положительному направлению оси глобальной системы координат;
 - момент положителен, если он вращает против часовой стрелки относительно положительного направления оси глобальной системы координат.
- 7) Решение СЛАУ, определение вектора узловых перемещений Производится решение СЛАУ вида: $[K_{mod}] * \{u\} = \{f\}$ Вектор узловых перемещений определяется как: $\{u\} = inv([K_{mod}]) * \{f\}$. Вектор узловых перемещений $\{u\}$ содержит в себе обобщенные перемещения узлов балочной системы (вертикальные перемещения, углы поворота). При работе в системе СИ вертикальные перемещения имеют размерность метр, углы поворота – радиан.

Результаты расчета в Matlab

```
0
0
0.010714285714286
0.001642857142857
0.018214285714286
0.0000000513478179
0.001035714285714
0.008553571428571
0
0
```

Текст программы

```
function main

format long

h = 20;                %высота поперечного сечения%      (мм)
b = 10;                %ширина поперечного сечения      (мм)

Jy = b*h^3/12;         %момент инерции относительно оси Y (мм^4)
l = 100;               %длина отрезка                  (мм)
E = 2e11;              %модуль упругости
F = 10;                %сила                      (Н)

N_el = 4;              %количество конечных элементов
E_sys = [E, E, E, E];  %вектор модулей упругости
l_sys = [2*l, l, l, l]; %вектор длин элементов
```

```
N_DOFs = 2*(N_el+1); %количество степеней свободы системы
```

```
K_g = zeros(N_DOFs); %матрица жёсткости
```

```
U_Node = [0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0] %Вектор узловых перемещений
```

```
F_Node = [0, 0, 0, 5*F*1, -F, 0, 4F, -2*F*1, 0, 0] %Вектор узловых сил
```

```
K_loc = zeros(4); %локальная матрица жёсткости
```

```
Index_M = [1:4, %Матрица индексов  
3:6,  
5:8,  
7:10];
```

```
for k = 1:N_el
```

```
% Инициализируем локальные матрицы жёсткости
```

```
K_loc = K_loc_calc(l_sys(k), E_sys(k), Jy)
```

```
% Записываем локальную матрицу жёсткости по координатам из матрицы
```

```
индексов
```

```
for i=1:N_el
```

```
for j=1:N_el
```

```
K_g(Index_M(k, i), Index_M(k, j))= K_g(Index_M(k, i), Index_M(k, j)) +
```

```
K_loc(i,j);
```

```
end
```

```
end
```

```
end
```

```

for i = 1:N_DOFs
    if (U_Node(i) == 0)
        K_g(i, :) = 0;
        K_g(:, i) = 0;
        K_g(i,i) = 1;
    end
end

```

```

K_g
U = pinv(K_g)*F_Node';

```

```

for i=2:N_DOFs:2
    U(i) = radtodeg(U(i));
end

```

```

U
end

```

```

%           ИНИЦИАЛИЗАТОР МАТРИЦЫ ЖЁСТКОСТИ
function K = K_loc_calc(l, E, J)

```

```

K = [12*E*J/(l^3), 6*E*J/(l^2), -12*E*J/(l^3), 6*E*J/(l^2);
     6*E*J/(l^2), 4*E*J/l, -6*E*J/(l^2), 2*E*J/l;
     -12*E*J/(l^3), -6*E*J/(l^2), 12*E*J/(l^3), -6*E*J/(l^2);
     6*E*J/(l^2), 2*E*J/l, -6*E*J/(l^2), 4*E*J/l];

end

```


Описание выполнения расчета заданной системы в программе SiemensNX

CAD-модуль, создание геометрической модели:

- 1) Создаем новый файл (модель моделирования)
- 2) Создаем плоский эскиз (строим 4 соединённых линии вдоль оси x) и задаем размер.
- 3) Сохраняем файл.

CAE-модуль, создание конечно-элементной модели кронштейна

- 1) Создаем новый файл КЭ модели
- 2) Связываем файл с моделью, применив отображение геометрии прямых (В появившемся окне: «Геометрия»->«Опции геометрии» ->«прямые»)
- 3) Создаем конечно-элементную сетку. Выбираем параметр "1D сетка" и применяем к нашей модели. Число элементов выбираем равным 1.

Допуск объединения узлов выбираем равным 0.01.

- 4) Создаем поперечное сечение прямоугольной формы с нужными шириной и высотой.
- 5) Выбираем тип материала "AISI_STEEL_1005".
- 6) Сохраняем файл.

CAE-модуль, решение прочностной задачи

- 1) Создаем новый файл симуляции
- 2) Связываем с файлом конечно-элементной модели, для этого в появившемся окне нажимаем «ОК».
- 3) Задаем граничные условия. Выбираем в верхнем меню «Тип закрепления» -> «Ограничение задаваемое пользователем». В левом верхнем углу в фильтре выбора ставим «Узел». Выбираем нужный узел и ставим «фиксировано» в необходимом месте.
- 4) Задаем внешний силовой фактор. Выбираем в верхнем меню «Тип нагрузки» -> «Сила». Выбираем нужный узел и прикладываем к нему силу. Задаем вектор направления силы.
- 5) Задаем момент. Выбираем в верхнем меню «Тип нагрузки» -> «Момент». Выбираем нужный узел и прикладываем к нему момент. Задаем вектор направления момента.

6) Сохраняем файл.

7) Запускаем решение.

8) Знакомимся с результатами.

Для получения точных результатов в NX воспользуемся инструментом "аннотация" в режиме просмотра результатов расчета для явного отображения значений в узлах.

Результаты расчета в SiemensNX

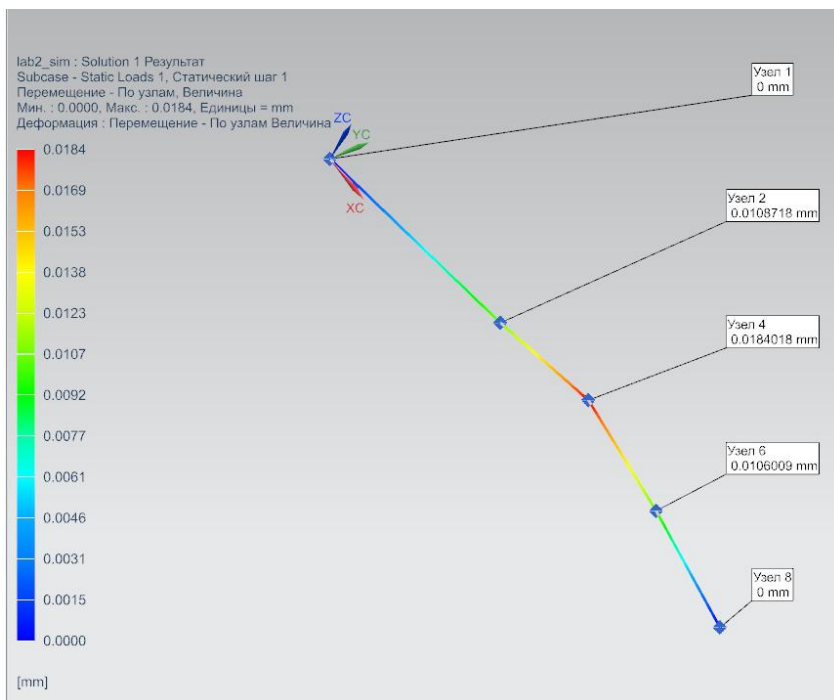


Рис. 5. Расчет линейных перемещений в программе SiemensNX

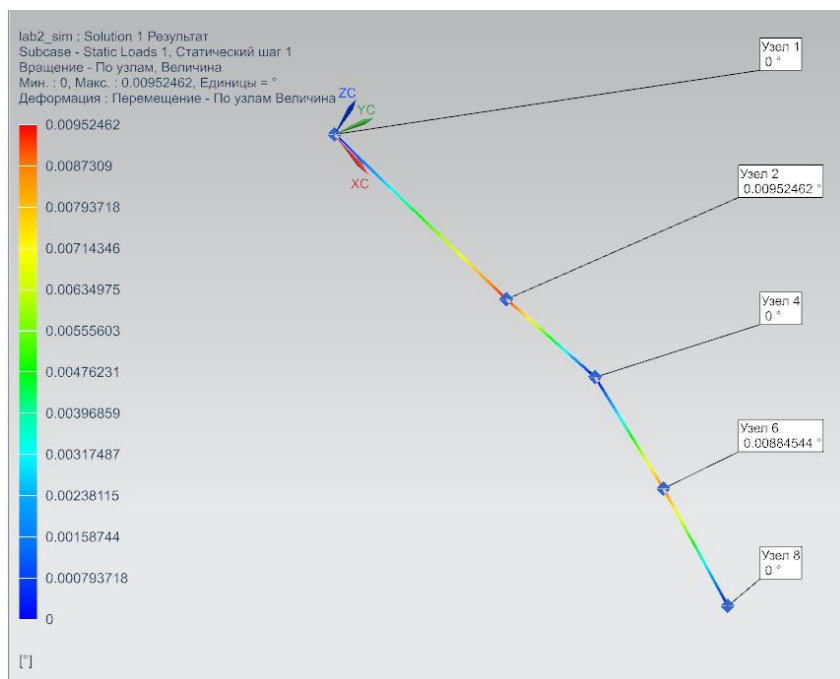


Рис. 6. Расчет угловых перемещений в программе SiemensNX

Сравнение результатов

Номер узла	Линейное перемещение, мм		Угловое перемещение, град.	
	MATLAB	SIEMENS NX	MATLAB	SIEMENS NX
1	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.010714285714286	0.0108718	0.001642857142857	0.0095246
3	0.018214285714286	0.0184018	0.000000513478179	0.0
4	0.001035714285714	0.00106009	0.008553571428571	0.00884544
5	0.0	0.0	0.0	0.0

Вывод:

Решив задание двумя способами, с помощью программы в Matlab и при использовании SiemensNX, мы пришли к выводу, что решения практически совпадают. При аналитическом решении в Matlab и в решении МКЭ в SiemensNX присутствовали различные погрешности, которые привели к небольшим расхождениям в результатах. Погрешности могут быть объяснены неточностью введенных в программу на Matlab данных: например, модуль Юнга для материала AISI_Steel_1005 немного отличается от вносимого в программу значения $2e11$.