

九、操作人员与生产线排班方案

9.1 排班的基本条件介绍

根据问题背景，10 条生产线进行 24 小时的生产工作，工作人员每天分配早中晚班，且工作人员要求做五休二，可得出一共需要 42 名工作人员。

为简化问题，将问题转化为给 42 名员工和 10 条生产线制定 7 天的排班。后续排班不需要周期性重复这 7 天的排班覆盖整个年度的排班，因为满足条件的 7 天排班有许多种，可进行不断的调换，满足排班的公平性。

9.2 排班的约束条件

建立员工排班模型，用 I 表示工作人员集合 $I = \{1, 2, 3, \dots, 42\}$ ；用 J 表示工作日期集合 $J = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ；用 K 表示工作状态集合 $K = \{0, 1, 2, 3\}$ ，规定 $k = 0$ 表示休息， $k = 1$ 表示早班， $k = 2$ 表示中班， $k = 3$ 表示晚班^[12]。

员工排班的约束条件划分为硬约束 (HC) 条件和软约束条件 (SC)，硬约束条件是考虑题目条件和实际情况，排班时必需满足硬约束条件；排班中尽可能满足的条件称为软约束条件，通过将软约束条件作为优化目标或是合理排班方式解决。

硬约束条件 1(HC1): 操作人员每班连续工作 8 小时（每人每天 1 种班型）。

设 x_{ijk} 表示第 i 个员工在 j 天的第 k 个班型的工作状态， $x_{ijk} = 1$ 时，表明员工处于此工作状态，反之，表明员工不处于此工作状态，即：

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{员工 } i \text{ 在 } j \text{ 天处于 } k \text{ 班型} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

由于每个员工每天只能处于 1 种班型，所以硬约束条件 1 可表达为：

$$\sum_{k=0}^3 x_{ijk} = 1, \forall i \in I, j \in J.$$

硬约束条件 2(HC2): 操作人员做五休二。

由于进行 7 天排班，该条件要求每个员工 7 天中有两天是休息($k = 0$)，即：

$$\sum_{j=1}^7 x_{ij0} = 2, \forall i \in I.$$

硬约束条件 3(HC3): 要求每天员工处于早中晚班各 10 人。

由于是 10 条生产线早中晚都各需要一个人，所以对每天每个时间段的人数有硬性规定，硬约束条件 3 可表达为：

$$\sum_{i=1}^{42} x_{ijk} = 10, \forall j \in J, k = 1,2,3.$$

硬约束条件 4(HC4): 要求前一天晚班的人员第二天不能上早班。

考虑实际的员工劳动强度，晚班（0:00-8:00）和早班（8:00-16:00）连上时，员工相当于连续工作 16 h，这显然是十分不合理的应避免这种情况，硬约束条件 4 可表达为：

$$x_{ij3} + x_{i(j+1)1} \leq 1, 1 \leq j \leq 6, \forall i \in I.$$

软约束条件 (SC) 主要考虑员工排班的均衡和公平性、员工的诉求等方面，本题主要考虑连休问题和每个员工的班次平衡问题。

软约束条件 1(SC1): 尽量连休 2 天。

设 r_i 表示第 i 个员工是否有连休， $r_i = 1$ 时，表明员工 i 有连休，反之，员工 i 没有连休，即：

$$r_i = \begin{cases} 1, & \text{员工 } i \text{ 连休} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

员工连休表达式： $\exists x_{ij0} + x_{i(j+1)0} = 2, 1 \leq j \leq 6, \forall i \in I.$

设置最少的连休人数 I_1 ，软约束条件 1 可表示为：

$$\sum_{i=1}^{42} r_i \geq I_1.$$

软约束条件 2(SC2): 班次安排尽量均衡。

7 天中员工共上 5 天班，要求将同一个人一个班型控制 3 次以内，即：

$$\sum_{j=1}^7 x_{ijk} \leq 3, \forall i \in I, k = 1,2,3.$$

此外，需要注意在安排早中晚班过程中，尽可能让早中晚的数量分布为“221”“311”，允许少量的“320”出现。

SC1 与 SC2 之间不存在是否强的制约性，在后续问题解决中可看做两个独立约束条件进行求解。

9.3 员工排班流程

9.3.1 员工工作日期安排

为满足硬约束条件 HC1 和 HC2，设置员工工作的 7 位 01 编码，0 代表休息，1 代表上班，一名员工工作日期示例:0011111，表示该员工前两天休息，后面五天工作。可以得出上班排序共 $C_7^2 = 21$ 种，且只需每种排序取两次即可满足 10 条生产线每天需要 30 人的要求。

考虑软约束条件 SC1，满足条件的工作排序仅 6 种，为尽可能满足软约束条件 SC1，将非连休班型进行调整，调整规则如图 9-1

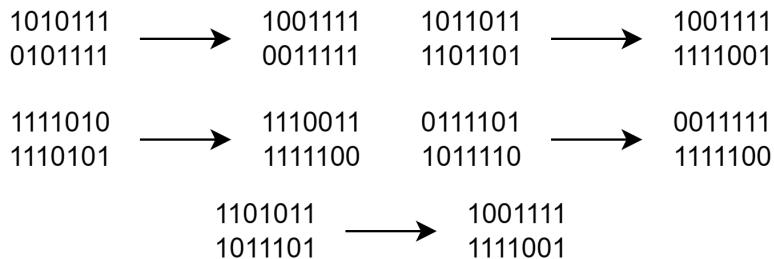


图 9-1 非连休班型调整规则

调整后 7 天周期内 42 人中有 32 人能满足 SC1，将其随机分配给员工，得到员工工作矩阵 x_{ij} ， x_{ij} 表示第 i 个员工在 j 天是否上班，即：

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{员工 } i \text{ 在 } j \text{ 天上班} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

对于没有连休的工作人员可以在下一个 7 天工作周期安排连休班型，尽量满足 SC1 条件。

9.3.2 员工早中晚班安排

基于员工工作矩阵 x_{ij} ，已经得知员工的休息日期，只需分配每名员工的早中晚班。

为满足硬约束条件 HC3 和 HC4，按照日期顺序，在每天上班的 30 人中随机安排早中晚班各 10 人，且如果前一天上晚班则第二天不安排早班，获得员工工作状态 x_{ijk} 。

9.3.3 评估员工排班合理性

考虑软约束条件 SC2，上述直接生成的 x_{ijk} 具有随机性，对软约束条件 SC2 的反馈并不理想。

每个员工在 7 天内早中晚班的数量分布共五种可能，从优到次排序为：“221”“311”“320”“410”“500”，对五种分布进行员工满意度量化，见表 9-1。

表 9-1 员工对排班满意度表

班型分布	员工满意度
221	5
311	2
320	1
410	-1
500	-3

量化出对于当前 x_{ijk} 的员工满意度，评估全体员工对当前排班方案的满意度并考虑是否接受。

9.3.4 排班方案生成

在考虑所有约束条件后，生成整体员工满意的排班方案 x_{ijk} ，见图 9-2，表 9-2。

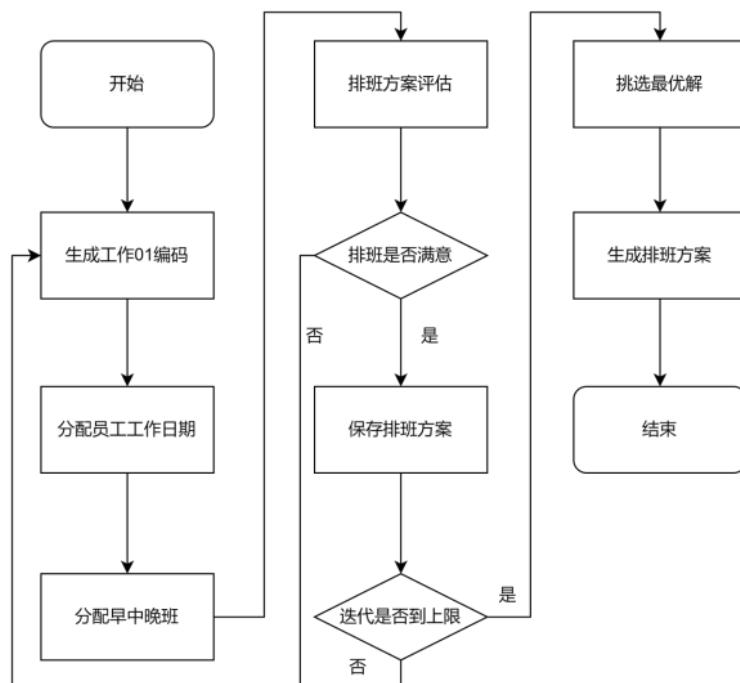


图 9-2 排班流程图

表 9-2 每位员工每天排班情况表

日期	B001	B002	B003	B004	B005	B006	B007	B008	B009	B010	B011	B012	B013	B014
1	中	晚	中	晚	休	中	休	中	早	休	中	休	晚	休
2	休	休	晚	休	中	晚	中	早	中	休	早	休	晚	休
3	休	休	早	休	早	晚	中	早	休	中	中	中	早	中
4	晚	早	休	早	中	休	晚	晚	休	晚	中	中	休	早
5	中	中	休	晚	休	休	早	休	早	早	晚	晚	休	中
6	早	中	早	中	中	早	中	休	晚	早	休	晚	中	晚
7	早	晚	早	早	晚	中	休	晚	晚	早	休	晚	晚	早

日期	B015	B016	B017	B018	B019	B020	B021	B022	B023	B024	B025	B026	B027	B028
1	休	晚	早	早	中	晚	早	晚	休	中	休	晚	休	早
2	休	晚	中	休	早	中	早	早	晚	早	休	早	休	早
3	中	休	晚	休	晚	早	晚	休	早	中	晚	早	晚	早
4	晚	休	早	早	休	休	中	休	休	休	中	中	晚	晚
5	中	晚	中	晚	休	早	晚	早	晚	早	中	中	中	中
6	早	早	休	中	晚	中	休	早	晚	晚	早	休	早	休
7	中	中	休	早	晚	休	休	中	中	休	晚	休	早	休

日期	B029	B030	B031	B032	B033	B034	B035	B036	B037	B038	B039	B040	B041	B042
1	早	晚	晚	早	休	晚	休	早	中	早	早	休	中	中
2	中	休	休	晚	中	早	晚	晚	早	晚	晚	中	中	中
3	早	休	休	早	晚	晚	中	中	晚	休	中	晚	休	休
4	中	晚	早	晚	中	中	早	中	早	休	晚	休	早	早
5	休	早	早	休	早	休	休	休	晚	中	休	早	晚	晚
6	休	晚	中	休	晚	休	晚	休	休	早	休	中	中	晚
7	晚	中	中	晚	休	早	早	中	休	中	早	中	休	休

在最终的排班方案中，“221”班型 21 人、“311”班型 19 人，“320”班型 2 人。

9.4 员工与生产线搭配

9.4.1 员工能力量化

由于各工龄操作人数比例同问题三一致，则 42 个人的工龄分布，见表 9-3。

表 9-3 员工工龄分布表

工龄(年)	人数
1	8
2	9
3	4

4	8
5	9
6	4

本研究默认按照 B001-B008 工龄为 1 年, B009-B018 工龄为 2 年的顺序依次往下。

基于问题三的结论, 利用问题三训练的逻辑回归模型预测出各个工龄操作人员对每条生产线的平均产量 α_{il} 和平均合格率 β_{il} 。设 A_{il} 表示第 i 各员工在第 l 条生产线的平均产量, 设 B_{il} 表示第 i 各员工在第 l 条生产线的平均合格率, 将预测结果分别保存在 A_{il} 和 B_{il}

建立员工能力评估矩阵, 用 I 表示工作人员集合 $I = \{1, 2, 3, \dots, 42\}$; 用 L 表示生产线 $L = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$.

设 C_{il} 表示第 i 各员工在第 l 条生产线的综合评分, 即:

$$C_{il} = \alpha_{il} * \beta_{il}, \forall i \in I, l \in L$$

9.4.2 最优解生成

基于员工最佳排班 x_{ijk} , 可知每天每个时间段的 10 个工作员工 I_{jk} , 设置 I_{jk} 表示第 j 天 k 班型的工作人员集合; 从员工能力量化矩阵 C_{il} , 得到 $10*10$ 的员工能力矩阵 D_{il} , 设置 D_{il} 表示表示 I_{jk} 中第 i 个人在第 l 条生产线的能力评分。

由于每天每班中生产线和员工需要一一对应, 此时问题变为简单的线性规划模型, 设置 W_{il} 表示 I_{jk} 中第 i 个员工是否在第 l 条生产线工作, $W_{il} = 1$ 表示 I_{jk} 中第 i 个员工搭配第 l 条生产线, 反之则不在。

线性规划模型建立:

硬约束条件: 生产线与员工一一对应, 即:

$$\sum_{i=1}^{10} W_{il} = 1, \forall l \in L.$$

$$\sum_{l=1}^{10} W_{il} = 1, \forall 1 \leq i \leq 10.$$

优化目标: 能力综合评分之和, 即:

$$\sum_{i=1}^{10} \sum_{l=1}^{10} C_{il} \cdot W_{il}^T, \forall l \in L.$$

基于线性规划模型条件,采用 python 中的 pulp 库求解出 W_{il} 并根据 I_{jk} 映射出员工与生产线的搭配,得出最佳的人员与生产线分配结果。见表 9-4。

表 9-4 员工与生产线搭配表

日期	班次	M001	M002	M003	M004	M005	M006	M007	M008	M009	M010
1	早	B009	B038	B029	B032	B018	B036	B039	B021	B028	B017
1	中	B019	B008	B041	B024	B001	B037	B006	B042	B011	B003
1	晚	B022	B026	B031	B002	B004	B030	B013	B016	B034	B020
2	早	B034	B008	B024	B026	B028	B019	B022	B011	B021	B037
2	中	B029	B017	B041	B005	B040	B009	B042	B033	B007	B020
2	晚	B035	B032	B003	B038	B036	B039	B013	B016	B023	B006
3	早	B026	B013	B029	B003	B023	B028	B008	B005	B020	B032
3	中	B024	B012	B036	B007	B011	B039	B035	B015	B014	B010
3	晚	B037	B006	B027	B033	B019	B034	B040	B021	B025	B017
4	早	B017	B031	B041	B002	B037	B014	B018	B042	B004	B035
4	中	B029	B005	B034	B026	B011	B033	B012	B036	B025	B021
4	晚	B010	B027	B028	B032	B001	B030	B008	B015	B039	B007
5	早	B030	B007	B033	B024	B031	B010	B040	B022	B020	B009
5	中	B025	B026	B028	B001	B038	B027	B014	B002	B017	B015
5	晚	B016	B041	B004	B042	B021	B037	B012	B018	B011	B023
6	早	B022	B016	B010	B027	B001	B038	B003	B025	B006	B015
6	中	B018	B020	B040	B007	B002	B031	B005	B041	B013	B004
6	晚	B042	B009	B035	B030	B033	B014	B024	B023	B019	B012
7	早	B018	B010	B027	B035	B001	B034	B004	B014	B039	B003
7	中	B031	B006	B038	B036	B016	B023	B022	B040	B030	B015
7	晚	B019	B013	B009	B029	B002	B032	B005	B025	B008	B012