课程名称<u> 高等数学 AII </u>（期中测试）　姓名____________学号_______________

一、选择题：（每题 4 分，共 8 分）

1.如果：① $f(x,y)$在点(x_0,y_0)连续；

② $f(x,y)$在点(x_0,y_0)的两个偏导数连续；

③ $f(x,y)$在点(x_0,y_0)可微；

④ $f(x,y)$在点(x_0,y_0)的两个偏导数都存在.

那么正确的结论是（　　）

（A）② $\Rightarrow$③ $\Rightarrow$①；　　（B）③ $\Rightarrow$② $\Rightarrow$①；

（C）③ $\Rightarrow$④ $\Rightarrow$①；　　（D）③ $\Rightarrow$① $\Rightarrow$④.

2. $z=f(x,y)$在$(0,0)$领域有定义，且 $f_x(0,0)=3$， $f_y(0,0)=1$，则（　　）

（A） $dz|_{(0,0)}=3dx+dy$

（B）曲面 $z=f(x,y)$在点$(0,0,f(0,0))$的法向量为$\{3,1,1\}$

（C）曲线$\begin{cases} z=f(x,y) \\ y=0 \end{cases}$在点$(0,0,f(0,0))$的切向量为$\{1,0,3\}$

（D）曲线$\begin{cases} z=f(x,y) \\ y=0 \end{cases}$在点$(0,0,f(0,0))$的切向量为$\{3,0,1\}$

二、填空题（每空 3 分，共 21 分）

1、已知$|\vec{a}|=1,|\vec{b}|=\sqrt{2}$，且$\vec{a}$、$\vec{b}$ 的夹角为$\dfrac{\pi}{4}$，则$|\vec{a}+\vec{b}|=$____________

2、求极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{xy}{\sqrt{xy+1}-1}=$______________

3、设 $\vec{A}=2\vec{a}+\vec{b}$， $\vec{B}=k\vec{a}+\vec{b}$，其中$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，且$\vec{a}\perp\vec{b}$，若$\vec{A}\perp\vec{B}$，求常数$k=$________

4、设$e^z-xyz=0$，则$dz=$_________________________

5、已知$(axy^3-y^2\cos x)dx+(1+by\sin x+3x^2y^2)dy$为某一函数的全微分，则 a=___，b=____

6、设 D 为圆域 $x^2+y^2\le 25$, 则$\iint\limits_D (1-2x-3y)dxdy=$______________

三、计算题（每题 10 分，共 60 分）

1、求椭球面 $x^2+2y^2+z^2=1$ 上平行于平面 $x-y+2z=0$ 的切平面方程.

2、设一直线平行平面 $3x-2y+z+5=0$，且与直线 $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{1}$ 相交，并通过点 $M_0(2,-1,3)$，求此直线方程.

3、求函数 $z=e^{x-y}(x^2-2y^2)$ 的极值.

4、设 $e_l=(\cos\theta,\sin\theta)$，求函数 $f(x,y)=x^2-xy+y^2$ 在点（1，1）沿方向 l 的方向导数，并确定使方向导数取最大值的角 θ.

5、把积分 $\int_0^1 dy\int_y^{\sqrt{2-y^2}} e^{x^2+y^2}dx$ 化为极坐标形式，并求积分的值.

6、将 zOx 面上的抛物线 $z=5x^2$ 绕 z 轴旋转一周，求所生成的旋转曲面与平面 $z=0, z=5$ 围成的部分的体积.

四、（11 分）设 f(x)在[0,a]上连续，证明 $2\int_0^a f(x)dx\int_x^a f(y)dy=[\int_0^a f(x)dx]^2$