题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
满分	16	12	21	28	10	5	8			
得分										
评卷人										

一、填空题（每题 4 分，共 16 分）

1. 函数 $y=\sqrt{1-x}+\ln(1+x)$ 的定义域为 $-1<x\leq 1$.

2. $x=0$ 是函数 $y=\dfrac{\sin x}{x}$ 的第 一 类间断点（填写“一”或者“二”）.

3. 已知 $y=4x-\sin 2x$，则函数的微分 $dy=$ $(4-2\cos 2x)dx$.

4. 若函数 $f(x)=\begin{cases}1+x, & x\neq 0,\\ a, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$ 1 .

二、选择题（每题 3 分，共 12 分）

1. 下面极限正确的是（　　）.

(A) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sin n}{n}=1$ 0　　(B) $\lim\limits_{n\to\infty}(1+n)^{\frac{1}{n}}=e$ 　$(1+\frac{1}{n})^n$

(C) $\lim\limits_{n\to\infty}0.99\underbrace{9\cdots}_{n个}9=1$ ✓　　(D) $\lim\limits_{n\to\infty}n\sin\dfrac{1}{n}=0$

2. 当 $x\to 0$ 时，（　　）是比 x 的高阶无穷小.

(A) $2x-x^2$　　(B) $\sin x$　　(C) x^2-2x^3 ✓　　(D) $\sin x-\cos x$

3. 设 $f(x)=2017x^{2017}+2016x^{2016}+\cdots+2x^2+x$，则 $f'(0)=$（　　）

(A) 2017　　(B) 0　　(C) 1 ✓　　(D) -1

4. 下面论述正确的是（　　）.

(A) 如果函数 $f(x)$ 在 x_0 处可导，则 $f(x)$ 在 x_0 处连续. ✓

(B) 如果函数 $f(x)$ 在 x_0 处连续，则 $f(x)$ 在 x_0 处可导.

(C) 如果函数 $f(x)$ 在 x_0 处连续，则 $f(x)$ 在 x_0 处可微.

(D) 如果 $f(x)$ 在 $x=0$ 处没有意义，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$ 一定不存在.

三、求以下极限（每题 7 分，共 21 分）

1. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sin x}{x\sqrt{3+x^2}}$ $=\dfrac{\sin 1}{2}$ 2. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x(e^x-1)}{1-\cos x}$ $\dfrac{x^2}{\frac{1}{2}x^2}=2$ 3. $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{2}{1-x^2}\right)$

四、计算题（每题 7 分，共 28 分）

1. 已知 $y=e^x\cos x$，求函数的二阶导数 y''. $-2e^x\sin x$

2. 求由方程 $y^2=x+\sin y$ 确定的隐函数的导数 $\dfrac{dy}{dx}$. $y'=\dfrac{1}{2y-\cos y}$

3. 求曲线 $\begin{cases}x=e^t+\cos t,\\ y=\sin t\end{cases}$ 在 $t=0$ 处的切线方程. $y=x-2$

4. 已知 $y=\sqrt{\dfrac{x(1+x)}{1+x^2}}$（$x>0$），求函数的导数 y'.

五、求函数 $f(x)=2x-\dfrac{2}{3}x^3$ 的单调区间、凹凸区间和拐点.（10 分）

六、已知 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{3}x^3, & x\le1,\\ 2x^2, & x>1\end{cases}$，如果问函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处是否可导？如果导数存在，请求出 $f'(1)$；否则，请说明理由.（5 分）

七、证明题（共 8 分）

1. 当 $x>0$ 时，我们熟知有不等式 $\sin x<x$ 成立. 请您给出证明.（4 分）

2. 设 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上连续，在区间 $(0,1)$ 内可导，且 $f(0)=f(1)=0$，$f(\frac{1}{2})=1$.

证明：（1）至少存在一点 $\xi\in(0,1)$ 使 $f(\xi)=\xi$. 零点定理

（2）至少存在一点 $\eta\in(0,1)$ 使 $f'(\eta)=1$.（4 分）