追加ルール(問題 14 以降に適用):仮定(証明不可能な経験則など)は太枠で示す。

問題 14
次の伝達関数をもつ電子回路の入力信号がインパルスのとき、その出力の波形を求めよ。
$0 \leq f \leq W_0$でA
それ以外で 0

問題 15
非線形歪は線形歪で打ち消せないことを証明せよ。入出力特性を

$$出力 = f\left(入力\right)$$

とし、(非線形歪)
各周波数に対する「出力/入力」を

$$\frac{出力}{入力} = \begin{cases} g\left(周波数\right) & 周波数 \leq W \\ 0 & else \end{cases}$$

とする。(線形歪)

また、Wを何というか答えよ。

但し、信号は、非線形歪が生じてから、その結果に対して、線形歪がその上に上乗せされるものと仮定する。(※実際にそのようなことがあり得るかどうかは知らない)

問題 16
入力$f(t)$、出力$g(t)$とする。
線形歪がないとき、
(ア)
である。(τは出力の遅延)
(ア)の両辺をフーリエ変換すると
(イ)
である。よって、伝達関数は
$ke^{-j2\pi f\tau}$
であるが、これを言い換えると、
(ウ)

問題 17
答え 17
(声と匿名化信号の話を検討してみよ)

問題 18
雑音の発生は予測することが出来ないため、確率を用いて議論するほかない。

確率密度$p(x)$は、
(ア)の式で表される

ものである。当然、$p(x)$には

(イ)

という性質もある。
また、$p(x)$を使ってxの平均値$\bar{x}$を求めることも出来る。

平均値とは、(ウ)の総和を区間の大きさで割ったもの

であり、これは(エ)の総和である。
これを式で表すと、

平均値$\bar{x} =$(オ)

と表される。
分散$\overline{(x-\bar{x})^2}$も(カ)の総和であるといえるので、

分散$\overline{(x-\bar{x})^2}$=(キ)

と表される。

雑音が、標準正規分布で表されると仮定すると、
(ク)がxである確率の密度$p(x)$は(ケ)である

といえる。

問題 19
参考: http://www.eng.niigata-u.ac.jp/~nomoto/7.html
標準正規分布関数$p(x)$が

$$A \exp\left(\frac{ax^2}{2}\right)$$

の形で表されることを確かめよう。

ガウスは、経験則として次の３つの公理を唱えた。

大きさの等しい正と負の誤差は等しい確率で生じる。

小さい誤差は大きな誤差より起こりやすい。

ある限界値より大きな誤差は実際上起こらない。

まず、誤差の大きさが xである確率の密度を$p(x)$としよう。

測定をn回することを考えよう。
測定値の誤差がそれぞれ$x_1, x_2, \ldots, x_n$となる
確率の密度$P_x(x_1, x_2, \ldots, x_n)$は
$P_x(x_1, x_2, \ldots, x_n) =$（ア）

ここで、

$p(x)$が最大となるのは、$x = 0$のとき

したがって、

$P_x(x_1, x_2, \ldots, x_n)$が最大となるのは、$x_1 = x_2 = \cdots = 0$のとき

であるから、（ア）の最大値は（イ）であると推定できる。

また、

（ウ$|_{\text{p でなく P について}}$）=0

ということもわかる。

ここで、

「$P(x)$と$P'(x)$をつかってさらに議論を深めよう」
とか
「$p(x)$と$p'(x)$をつかってさらに議論を深めよう」
という発想が出てくる。

そこで

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\ln f(x)=\frac{f'(x)}{f(x)}}$$

という事実が役に立つ。

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\ln P(x_1,x_2,\ldots,x_n)=\frac{P'(x_1,x_2,\ldots,x_n)}{P(x_1,x_2,\ldots,x_n)}$$

と

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\ln P(x_1,x_2,\ldots,x_n)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\ln(\text{ア})=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\text{エ})=(\text{オ}|_{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\text{エ})\text{を解け}})$$

より、

$$\boxed{\frac{P'(x_1,x_2,\ldots,x_n)}{P(x_1,x_2,\ldots,x_n)}=(\text{オ})}$$

なので、

$$\frac{P'(0,0,\ldots,0)}{P(0,0,\ldots,0)}=\sum_{k=1}^{n}\frac{p'(0)}{p(0)}=0$$

よって

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n}\frac{p'(0)}{p(0)}=0}$$

ここで、

$$\boxed{(\text{カ})\text{のとき}(\text{キ})\text{ならば}f(x)=(\text{ク})\ (a\in\mathbb{R})}$$

という命題を用いる。

この命題をつかって

$$\boxed{\frac{p'(x)}{p(x)}=(\text{ク})}$$

をいえれば、これを積分の上変形して

$$\boxed{p(x)\text{が}A\exp\left(\frac{ax^2}{2}\right)\text{の形で表せる}}$$

ことをいえるからだ。

十分な回数だけ計測をしたとき、
(符号付)誤差の総和は0に近づく。

したがって、

（カ）

また、

$\bar{x} = 0$
のとき
$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = P(0,0,\dots,0)$かつ
$P'(x_1, x_2, \dots, x_n) = P'(0,0,\dots,0)$

したがって、

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{p'(x_k)}{p(x_k)} = 0$$

このことより、

$$\frac{P'(x)}{P(x)} = （ク）$$

といえる。

問題 20

参考: http://www.eng.niigata-u.ac.jp/~nomoto/7.html

(参考サイト補題の証明と標準正規分布関数の導出最後まで)

答え 20

問題 21

ガウス雑音の平均電力はどのように表されるか。確率論用語で答えよ。定数は無視してよい。

問題 22

白色雑音は(ア)振幅や電力、エネルギーなどが一定であるような雑音である。

理論上の白色雑音の電力スペクトル密度は、現実的なものの半分として表される。それは何故か→(イ)

問題 23

信号波形を$s(t)$、雑音波形を$n(t)$とする。これら 2 つはどちらも電圧または電流のどちらかに共通して対応する。電圧の場合と電流の場合について、それぞれ場合分けして信号対雑音電力比を求めよ(デシベル比も表せ)

問題 24
現実的な正の周波数領域のみで考えるものとする。電力密度スペクトルが一定値N_0である白色雑音を考える。帯域幅がWの受信機を用いてこの白色雑音を受信したときの、雑音の平均電力を求めよ。

問題 25
信号$f(t)$を送信したい。しかし、$f(t)$が低周波過ぎてうまく通信できない。各周波数成分をf_0ずつ大きくした信号を求めよ。

問題 26
問題 25 で求めた信号$f(t)\cos 2\pi f_0 t$のように、信号に変化を与えることを変調という。
$f(t)\cos 2\pi f_0 t$をさらに変調して$f(t)$を復元するまでを説明せよ。

問題 27

信号と雑音の平均電力が次の 3 つの場合、SN 比のデシベル値を求めよ。

①信号電力 10[mW]に対し、雑音電力 1[mW]

②信号電力 5[mW]に対し、雑音電力 1[μW]

③信号電力 4[μW]に対し、雑音電力 2[μW]

問題 28

穴埋めせよ。

正弦波は、
$A\cos(2\pi f_c t + \phi)$と
表される。

これを搬送波という。搬送波とは、そのままでは伝えられない変調信号を伝えるために、変調信号と合成される波のことである。

$A\cos(2\pi f_c t + \phi)$で、
Aを変調するものを AM、
f_cを変調するものを FM、
ϕを変調するものを PM
という。

また、(ア)とき、AM を ASK、
FM を FSK、
PM を PSK という。
また、搬送波に、(イ)波が使われることもある。
(イ)波を使われた AM を PAM という。同じように PFM、PPM もあり、(イ)幅を使った変調方式として PWM、量子化の上(ウ)にして(ウ)を(イ)で表現するという PCM 方式もある。

問題 29

穴埋めせよ。

「定数を変調する」とは、 その変数を、(ア)に(イ)ことである

といえるだろう。

$A\cos(2\pi f_c t+\phi)$

つまり

$$A\cos\left(\int_0^t 2\pi f_c \mathrm{d}\tau+\phi\right)$$

は、

AM なら、

$$(\text{ア})\cos\left(\int_0^t 2\pi f_c \mathrm{d}\tau+\phi\right)$$

FM なら、

$$A\cos\left(\int_0^t 2\pi(\text{ア})\mathrm{d}\tau+\phi\right)$$

PM なら、

$$A\cos\left(\int_0^t 2\pi f_c \mathrm{d}\tau+(\text{ア})\right)$$

問題 30

搬送波

$$A\cos\left(\int_0^t 2\pi f_c \mathrm{d}\tau+\phi\right)$$

を変調信号$S(t)$で AM 変調すると、

$$f(A,S(t))\cos\left(\int_0^t 2\pi f_c \mathrm{d}\tau+\phi\right)$$

即ち

$f(A,S(t))\cos(2\pi f_c t+\phi)$

の形で表される。

$f(A,S(t))$を求めよ

問題 31

搬送波

$A_c \cos(2\pi f_c t + \phi_c)$

を変調信号

$A_s \cos(2\pi f_s t)$

で AM 変調した式をいえ。

また、それをフーリエ変換したものと、

搬送波をフーリエ変換したものを比べよ。

(ϕ_c=0 とみなせ)

問題 32

搬送波

$A_c \cos(2\pi f_c t + \phi_c)$

変調信号

$f(t)$

のとき、

変調波の式は

$$A_c \left(1 + m_{AM} \frac{f(t)}{|f(t)|_{MAX}}\right) \cos(2\pi f_c t + \phi_c)$$

で表される。

$f(t)$が容易に図示できるとき、図示の仕方をいえ

問題 33

非線形な入出力特性を考えよう。

まず、

入力をx, 出力をyとすると、一般に （ア） という関係式が成り立つ。

通常、$a_1 = 0$で、かつ、 a_3以降は無視できるほど小さくなる

ので、

入力をx, 出力をyとすると、 （イ） という関係式が成り立つ。

といってよい。

今、

入力を$f(t) + A\cos(2\pi ft + \phi)$

とすると、

出力は

$$a_1(f(x) + A\cos(2\pi ft + \phi)) + a_2(f(x) + A\cos(2\pi ft + \phi))^2$$

$$= a_1 f(x) + a_1 A\cos(2\pi ft + \phi)$$

$$+a_2 f(x)^2 + 2a_2 f(x) A\cos(2\pi ft + \phi) + a_2 A^2 \cos^2(2\pi ft + \phi)$$

$$= a_1 f(x) + a_1 A\cos(2\pi ft + \phi)$$

$$+a_2 f(x)^2 + 2a_2 f(x) A\cos(2\pi ft + \phi) + \frac{a_2 A^2}{2}\cos(4\pi ft + \phi) + \frac{a_2 A^2}{2}$$

と表される。

これを

（ウ）に入れると、

$$a_1 A\cos(2\pi ft + \phi) + 2a_2 Af(x)\cos(2\pi ft + \phi)$$

$$= A\big(a_1 + 2a_2 f(t)\big)\cos(2\pi ft + \phi)$$

そして、これに（エ）と

$$A(a_1 + 2a_2 f(t) + b)\cos(2\pi ft + \phi)$$

$$= A(a_1 + b)\left(1 + \frac{2a_2}{a_1 + b} f(t)\right)\cos(2\pi ft + \phi)$$

となる。これは、bさえうまく調整すれば、AM 変調の式の形になる。

つまり、

入力xを(オ)

とし、その出力(イ)を、(カ)と

AM 変調波

$$A(a_1 + b)\left(1 + \frac{2a_2}{a_1 + b} f(t)\right)\cos(2\pi ft + \phi)$$

が得られる。

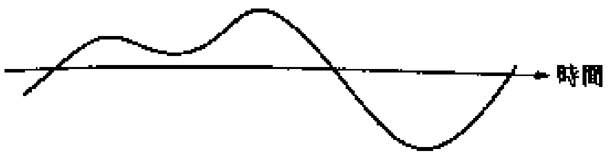
問題 34

> 入力xを$f(t)+bA\cos(2\pi ft+\phi)$
> とし、その出力$a_1x+a_2x^2$を、fの BPF に入れると
> AM 変調波
> $$A(a_1+b)\left(1+\frac{2a_2}{a_1+b}f(t)\right)\cos(2\pi ft+\phi)$$
> が得られる。

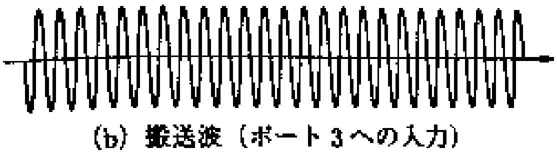
このことを利用して、
$2\cos 2\pi f_s t$を 90%の振幅変調をしたいとき、bを求めよ。
但し、$a_1=1, a_2=2$とする。

問題 35
リング変調器を示せ。また、ポート 1 に変調信号、ポート 3 に搬送波を印加すると、ポート 2 で AM 変調波に近いもの得られる理由を説明せよ。

問題 36
リング変調器で得られる波形、および式、フーリエ変換した式をいえ。また AM 変調波と比較せよ。



(a) 変調信号（ポート 1 への入力)


(b) 搬送波（ポート 3 への入力)

変調信号:$f(t)$
搬送波:$A_c\cos(2\pi f_c t+\theta_c)$

答え 14

$$\boxed{G(f) = H(f)F(f)}$$

である。ここで、

$$\boxed{(\text{インパルス}) \leftrightarrow 1}$$

なので、

入力信号がインパルスのとき、
$G(f) = H(f)$

したがって、出力波形$g(t)$は

$$\boxed{g(t) = h(t)}$$

であり、これはつまり、伝達関数$H(f)$を逆フーリエ変換
したもの(インパルス応答)$h(t)$が出力波形$g(t)$であるということである。
ここで、
したがって、

$$\boxed{g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f)e^{j2\pi ft}\mathrm{d}f}$$

$$= \int_{0}^{W_0} Ae^{j2\pi ft}\mathrm{d}f$$

$$= \frac{A}{j2\pi t}\left[\ e^{j2\pi ft}\ \right]_{f=0}^{f=W_0}$$

$$= \frac{A}{j2\pi t}\left(e^{j2\pi W_0 t} - 1\right)$$

ここで、オイラーの公式より、

$$\boxed{e^{jx} = \cos x + j\sin x}$$

なので、

$$\boxed{g(t) = \frac{A}{j2\pi t}(\cos 2\pi W_0 t + j\sin 2\pi W_0 t - 1)}$$

となる。
実部だけ取り出すと、

$$= \frac{A}{2\pi t}(-j\cos 2\pi W_0 t + \sin 2\pi W_0 t + j)$$

$$= \frac{A}{2\pi t}(\sin 2\pi W_0 t + (1 - \cos 2\pi W_0 t)j)$$

より、

$$\mathrm{Re}(G(f)) = \frac{A}{2\pi t}(\sin 2\pi W_0 t)$$

$$= AW_0 \operatorname{sinc} 2\pi W_0 t$$

答え 15

証明

Wを帯域幅という。

以下、帯域幅内で考える。（即ち、周波数$\leq W$として考える）

$$\text{非線形歪の結果} = f\left(\text{入力}\right)$$

であり、

$$g\left(\text{周波数}\right) = \frac{\text{出力}}{\text{非線形歪みの結果}}$$

となるので

$$\text{出力} = g\left(\text{周波数}\right) f\left(\text{入力}\right)$$

となる。

よって、

$$f\left(\text{入力}\right) = \frac{a \times \text{入力}}{g\left(\text{周波数}\right)}$$

となればよい。

$g\left(\text{周波数}\right)$が定数のとき

$f\left(\text{入力}\right)$は線形となる。

$g\left(\text{周波数}\right)$が定数でないとき

$f\left(\text{入力}\right)$が周波数依存性を持つことになり、不適切。

QED

答え 16

(ア):$g(t) = kf(t-\tau)$

(イ):

$$G(f) = k\int_{-\infty}^{\infty} f(t-\tau)\,e^{-j2\pi ft}dt$$

$$= k\int_{-\infty}^{\infty} f(u)\,e^{-j2\pi f\cdot(u+\tau)}du$$

$$= k\int_{-\infty}^{\infty} f(u)\,e^{-j2\pi fu}e^{-j2\pi f\tau}du$$

$= kF(f)e^{-j2\pi f\tau}$

(ウ):

$|H(f)| = k$

また位相は$-2\pi f\tau$

答え 18

(ア):

$$\lim_{\Delta x\to\infty}\frac{\left(X\text{が}x \le X \le x+\Delta x\text{となる確率}\right)}{\Delta x}$$

(イ):

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x)\mathrm{d}x = 1$$

このように、確率密度を値で積分すると、確率になる。

(ウ):

$-\infty$から∞までの各値の出現する回数にxをかけたもの

(エ):

$-\infty$から∞までの各値の出現する割合にxをかけたもの

(オ):

$$\int_{-\infty}^{\infty} xp(x)\mathrm{d}x$$

(カ):

$-\infty$から∞までの各値の出現する割合に$(x-\bar{x})^2$をかけたもの

(キ):

$$\int_{-\infty}^{\infty}(x-\bar{x})^2 p(x)\mathrm{d}x$$

(ク):雑音の大きさ

(ケ):

$$\frac{1}{\overline{(x-\bar{x})^2}\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\left(\frac{x-\bar{x}}{\overline{(x-\bar{x})^2}}\right)^2\frac{1}{2}\right)$$

答え 19

(ア):

$$\prod_{k=1}^{n} p(x_k)$$

(イ):

$$P(0,0,\dots,0)=\prod_{k=1}^{n} p(0)=\left(p(0)\right)^n$$

(ウ):$P'(0,0,\dots,0)$

(エ):

$$\sum_{k=1}^{n}\ln p(x_k)$$

(オ):

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\sum_{k=1}^{n}\ln p(x_k)$$

$$=\sum_{k=1}^{n}\frac{p'(x_k)}{p(x_k)}$$

(カ):

$$\sum_{k=1}^{n} x_k = 0$$

(キ):

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_k) = 0$$

(ク):ax

答え 21

分散

答え22
(ア):すべての周波数に渡って
(イ):現実では負の周波数領域を考えないため、負の領域に電力スペクトルを分散させる必要がないから

答え23
電圧の場合

$$\frac{\frac{1}{R}\int_0^T s(t)^2\mathrm{d}t\,/T}{\frac{1}{R}\int_0^T n(t)^2\mathrm{d}t\,/T}=\frac{\overline{s(t)^2}}{\overline{n(t)^2}}$$

電流の場合

$$\frac{R\int_0^T s(t)^2\mathrm{d}t\,/T}{R\int_0^T n(t)^2\mathrm{d}t\,/T}=\frac{\overline{s(t)^2}}{\overline{n(t)^2}}$$

どちらも

$$\frac{\overline{s(t)^2}}{\overline{n(t)^2}}$$

となる。
デシベル比は

$$10\log_{10}\frac{\overline{s(t)^2}}{\overline{n(t)^2}}$$

答え24
電力密度は、単位周波数当たりの電力であったことを思い出せ。
答えはN_0Wである。
また、帯域幅が電力に影響するということにも気がつきたい。

答え25

$$f(t)\leftrightarrow\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-j2\pi ft}\mathrm{d}t\ =F(f)$$

である。
これは各周波数成分をf_0ずつ大きくすると(これを$f'(t)\leftrightarrow F'(f)$とする)、

$$F'(f)=F(f-f_0)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-j2\pi(f-f_0)t}\mathrm{d}t$$

となる。

$$F'(f)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-j2\pi(f-f_0)t}\mathrm{d}t$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j2\pi f t} e^{j2\pi f_0 t} \mathrm{d}t$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{j2\pi f_0 t} e^{-j2\pi f t} \mathrm{d}t$$

となる。

よって、

$f'(t) = f(t) e^{j2\pi f_0 t}$

$= f(t)(\cos 2\pi f_0 t + j \sin 2\pi f_0 t)$

したがって、実部だけ取り出すと、

$f(t) \cos 2\pi f_0 t$

答え 26

$$f(t) \cos 2\pi f_0 t \leftrightarrow \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos 2\pi f_0 t \, e^{-j2\pi f t} \mathrm{d}t$$

$-f_0$だけずらすと

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos 2\pi f_0 t \, e^{-j2\pi f_0 t} e^{-j2\pi f t} \mathrm{d}t$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos 2\pi f_0 t \, e^{-j2\pi f_0 t} e^{-j2\pi f t} \mathrm{d}t$$

答え 27

①

10 log_10 〖(10× 〖10〗^(-3))/(1× 〖10〗^(-3))〗=10[dB]

②

10 log_10 〖(5× 〖10〗^(-3))/(1× 〖10〗^(-6))〗=10 log_10(5× 〖10〗^3)=10(log_105+3)=37[dB]

③

10 log_10 〖(4× 〖10〗^(-6))/(2× 〖10〗^(-6))〗=10 log_102= 3[dB]

答え 28

(ア):信号がディジタル信号である

(イ):パルス

(ウ):2 進数

答え 29

(ア):変調信号とその変数の両方を含む何らかの関数

(イ):置き換える

答え 30

AM 変調の目的は$S(t)$に合わせて 搬送波の振幅を変えること

なのだから、まず振幅が$S(t)$倍に拡大された

$A \cdot S(t)\cos(2\pi f_c t + \phi)$

を考えてみよう。

$A \cdot S(t)\cos(2\pi f_c t + \phi)$ では、 $\cos(2\pi f_c t + \phi)$が正にも負にもなってしまうため、 $S(t)$の正負の区別がつかなくなってしまう。

そこで、

$$A \cdot \left(1 + \frac{S(t)}{|S(t)|_{MAX}}\right)\cos(2\pi f_c t + \phi)$$

を考える。

$A \cdot \left(1 + \frac{S(t)}{\lvert S(t)\rvert_{MAX}}\right)\cos(2\pi f_c t + \phi)$ では、 $\cos(2\pi f_c t + \phi)$が正にも負にもなってしまうが、 $S(t)$が「浮いている」(最低レベルが 0 になるよう レベルが平行移動している)ため、 「混ざらない」

したがって、

$$A \cdot \left(1 + m_{AM} \cdot \frac{S(t)}{|S(t)|_{MAX}}\right)\cos(2\pi f_c t + \phi)$$

で、$0 < m_{AM} \leq 1$ならよい。

従って、

$$f\big(A, S(t)\big) = A \cdot \left(1 + m_{AM}\frac{S(t)}{|S(t)|_{MAX}}\right)$$

答え 31

$$A_c\left(1+m_{AM}\frac{A_s\cos(2\pi f_s t)}{|A_s\cos(2\pi f_s t)|_{MAX}}\right)\cos(2\pi f_c t+\phi_c)$$
$$=A_c(1+m_{AM}\cos(2\pi f_s t))\cos(2\pi f_c t+\phi_c)$$
$$=A_c\cos(2\pi f_c t+\phi_c)+A_c m_{AM}\cos(2\pi f_s t)\cos(2\pi f_c t+\phi_c)$$
$$=A_c\cos(2\pi f_c t+\phi_c)+\frac{A_c m_{AM}}{2}(\cos(2\pi(f_c+f_s)t+\phi_c)+\cos(2\pi(f_c-f_s)t+\phi_c))$$

ここで、

$f(t)$をフーリエ級数展開すると、

$$a_n=\frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos(2n\pi f t)\,\mathrm{d}t$$

$$b_n=\frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin(2n\pi f t)\,\mathrm{d}t$$

なこと、および

$$\int_0^T \cos(2n\pi f t)\cos(2m\pi f t)\,\mathrm{d}t$$

と

$$\int_0^T \sin(2n\pi f t)\sin(2m\pi f t)\,\mathrm{d}t$$

は n≠m なら 0、

$$\int_0^T \cos(2n\pi f t)\sin(2m\pi f t)\,\mathrm{d}t$$

は必ず 0

であることより、

$$A_c\cos(2\pi f_c t+\phi_c)+\frac{A_c m_{AM}}{2}(\cos(2\pi(f_c+f_s)t+\phi_c)+\cos(2\pi(f_c-f_s)t+\phi_c))$$

をフーリエ級数展開すると、

$$a_n=\frac{2}{T}\int_0^T\left(A_c\cos(2\pi f_c t+\phi_c)+\frac{A_c m_{AM}}{2}(\cos(2\pi(f_c+f_s)t+\phi_c)+\cos(2\pi(f_c-f_s)t+\phi_c))\right)\cos(2n\pi ft)\,\mathrm{d}t$$

$\phi_c=0$とみなすとき

$$a_n=\frac{2}{T}\int_0^T\left(A_c\cos(2\pi f_c t)+\frac{A_c m_{AM}}{2}(\cos(2\pi(f_c+f_s)t)+\cos(2\pi(f_c-f_s)t))\right)\cos(2n\pi ft)\,\mathrm{d}t$$

$$=\frac{2}{T}\int_0^T A_c\cos(2\pi f_c t)\cos(2n\pi ft)\,\mathrm{d}t$$

$$=\frac{2}{T}\int_0^T A_c\cos(2\pi f_c t)\cos(2n\pi ft)\,\mathrm{d}t$$

よって、

$$a_{\frac{f_c}{f}}=\frac{2A_c}{T}\int_0^T\cos^2(2\pi f_c t)\,\mathrm{d}t$$

$$=\frac{2A_c}{T4\pi f_c}\int_0^T(1+\cos 2\pi f_c t)\mathrm{d}t$$

$$=\frac{A_c}{2\pi T f_c}\int_0^T(1+\cos 2\pi f_c t)\mathrm{d}t$$

$$=\frac{A_c}{2\pi T f_c}\left(T+\frac{1}{2\pi f_c}\sin 2\pi f_c t\right)$$

$$=\frac{A_c}{2\pi T f_c}\left(\frac{1}{f_c}+\frac{1}{2\pi f_c}\sin 2\pi\right)$$

$$=\frac{A_c}{2\pi T f_c^2}$$

$$a_{\frac{f_c+f_s}{f}}=\frac{A_c m_{AM}}{T}\int_0^T\cos^2(2\pi(f_c+f_s)t)\,\mathrm{d}t$$

$$=\frac{A_c}{T4\pi(f_c+f_s)}\int_0^T(1+\cos 2\pi f_c t)\mathrm{d}t$$

$$=\frac{A_c}{T4\pi(f_c+f_s)}\left(T+\frac{1}{2\pi f_c}\sin 2\pi f_c t\right)$$

$$=\frac{A_c}{T4\pi(f_c+f_s)}\left(\frac{1}{f_c}+\frac{1}{2\pi f_c}\sin 2\pi\right)$$

$$=\frac{A_c}{4\pi T(f_c+f_s)f_c}$$

$$a_{\frac{f_c-f_s}{f}}=\frac{A_c}{4\pi T(f_c-f_s)f_c}$$

それ以外のフーリエ係数はすべて 0 となる。

一方、搬送波

$A_c\cos(2\pi f_c t)$

をフーリエ級数展開すると、

$$a_{\frac{f_c}{f}}=\frac{A_c}{2\pi T f_c^2}$$

であり、

それ以外のフーリエ級数はすべて 0 である。

答え 32

まず包絡線を点線で図示する。

$f(t)$をA_Cだけ上に平行移動し、レベルA_Cを軸にm_{AM}倍に拡大したものが包絡線である。

その後、$-$包絡線も図示する。

そして、「包絡線倍された$\cos(2\pi f_c t+\phi_c)$」を図示する。ヒントとしては、本来±1 となっていたところが包絡線または−包絡線と接触するように$\cos(2\pi f_c t+\phi_c)$を拡大する。

答え 33

(ア):

$$y=\sum_{i=0}^{n}a_i x^i$$

(イ):

$$y=a_1x+a_2x^2$$

(ウ):特定の周波数f成分だけ通過させる BPF

(エ): $bA\cos(2\pi ft+\phi)$を加える

(オ): $f(x)+bA\cos(2\pi ft+\phi)$

(カ):周波数fな成分だけ通過するフィルターに通す

答え 34

入力xを$f(t) + bA\cos(2\pi ft + \phi)$
とし、その出力$a_1 x + a_2 x^2$を、fの BPF に入れると
AM 変調波

$$A(a_1 + b)\left(1 + \frac{2a_2}{a_1 + b} f(t)\right)\cos(2\pi ft + \phi)$$

が得られる。

$a_1 = 1, a_2 = 2$

$f(t) = 2\cos 2\pi f_s t$

$$\frac{2a_2}{a_1 + b} = \frac{0.9}{|f(t)|_{MAX}}$$

より、bを求めると、

$$\frac{4}{1 + b} = \frac{0.9}{2}$$

$$\frac{8}{0.9} = 1 + b$$

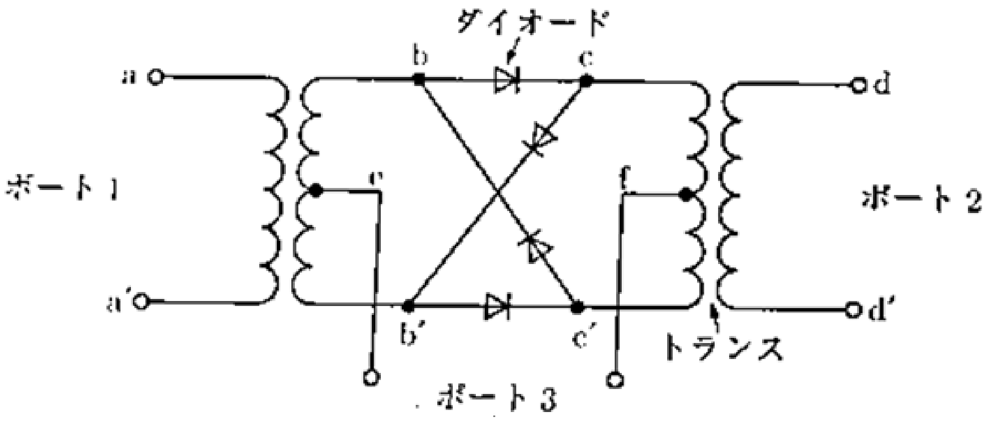
$$\frac{7.1}{0.9} = b$$

よって、

$$b = \frac{71}{9}$$

答え35

リング変調器



ポート1に変調信号、ポート3に搬送波を印加すると、
ポート2でAM変調波に近いもの得られる。

この理由を考えよう。

ポート3の電圧の向きによって、ポート1の瞬時値がそのままの向きで、あるいは正負反転して、ポート2に出力される。

また、

ポート1に電気が流れると、ポート1側のコイルで磁界が発生

し、

磁界によってダイオード回路の部分で電磁誘導が起こり、電気が発生

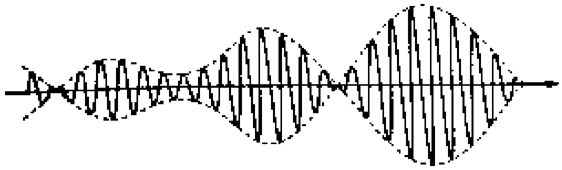
し、これが

ポート3の電気

と合成され、

ポート2側のコイルに磁界を作り、電磁誘導によってポート2側に電気が伝わる。

答え 36



(c) 変調波（ポート2からの出力）

リング変調波$f_{ring}(t)$: $A_c m_{AM}\dfrac{f(t)}{|f(t)|_{MAX}}\cos(2\pi f_c t+\theta_c)$

AM 変調波: $A_c\left(1+m_{AM}\dfrac{f(t)}{|f(t)|_{MAX}}\right)\cos(2\pi f_c t+\theta_c)$

$$=f_{ring}(t)+A_c\cos(2\pi f_c t+\theta_c)$$

$$=\text{リング変調波}+\text{搬送波}$$

リング変調波をフーリエ変換したもの$F_{ring}(f)$は

$$\int_{-\infty}^{\infty}A_c m_{AM}\frac{f(t)}{|f(t)|_{MAX}}\cos(2\pi f_c t+\theta_c)\,e^{-j2\pi ft}\mathrm{d}t$$

$$=\frac{A_c m_{AM}}{|f(t)|_{MAX}}\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\cos(2\pi f_c t+\theta_c)\,e^{-j2\pi ft}\mathrm{d}t$$

$$=\frac{A_c m_{AM}}{|f(t)|_{MAX}}\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\frac{e^{j(2\pi f_c t+\theta_c)}+e^{-j(2\pi f_c t+\theta_c)}}{2}e^{-j2\pi ft}\mathrm{d}t$$

$$=\frac{A_c m_{AM}}{2|f(t)|_{MAX}}\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\left(e^{j(2\pi f_c t+\theta_c)}+e^{-j(2\pi f_c t+\theta_c)}\right)e^{-j2\pi ft}\mathrm{d}t$$

$$=\frac{A_c m_{AM}}{2|f(t)|_{MAX}}\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\left(e^{j(2\pi(f_c-f)t+\theta_c)}+e^{-j(2\pi(f_c+f)t+\theta_c)}\right)\mathrm{d}t$$

$$=\frac{A_c m_{AM}}{2|f(t)|_{MAX}}\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\left(e^{-j(2\pi(f-f_c)t+\theta_c)}+e^{-j(2\pi(f_c+f)t+\theta_c)}\right)\mathrm{d}t$$

$$=\frac{A_c m_{AM}}{2|f(t)|_{MAX}}\left(F(f-f_c)e^{j\theta_c}+F(f+f_C)e^{-j\theta_c}\right)$$

AM 変調波をフーリエ変換したものは

$$F_{ring}(f)+\int_{-\infty}^{\infty}A_c\cos(2\pi f_c t+\theta_c)\,e^{-j2\pi ft}\mathrm{d}t$$

$$=F_{ring}(f)+\frac{A_c}{2}\int_{-\infty}^{\infty}1\left(e^{-j(2\pi(f-f_c)t+\theta_c)}+e^{-j(2\pi(f_c+f)t+\theta_c)}\right)\mathrm{d}t$$

ここで、$1\leftrightarrow\delta(f)$より、

$$= F_{ring}(f) + \frac{A_c}{2}\left(\delta(f - f_c)e^{j\theta_c} + \delta(f + f_C)e^{-j\theta_c}\right)$$

$=$ リング変調波のフーリエ $+$ 搬送波のA_c倍のフーリエ