

# Математическая логика и теория алгоритмов

## Лекция 12

### Теория алгоритмов. Машины Тьюринга и Поста

Куценко Дмитрий Александрович

Белгородский государственный технологический университет  
имени В. Г. Шухова

Институт информационных технологий и управляющих систем

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники  
и автоматизированных систем

25 ноября 2010 г.

# Машина Тьюринга

**Машина Тьюринга** — это абстрактный исполнитель алгоритма, состоящий из следующих компонент:

- 1 Бесконечная в обе стороны **лента**, разделённая на **ячейки**. Лента представляет собой **внешнюю память**. Каждая ячейка ленты находится в одном и только в одном состоянии из множества  $\mathcal{A} = \{a_0, a_1, \dots, a_m\}$ , называемого **внешним алфавитом**. Состояние  $a_0$  называется **пустым** и часто обозначается символом  $\Lambda$ .
- 2 Внутренняя память, принимающая одно из состояний, входящих в множество  $\mathcal{Q} = \{q_0, q_1, \dots, q_n\}$ , называемое **внутренним алфавитом**. Состояние  $q_0$  называется «**стоп**».

# Машина Тьюринга

**Машина Тьюринга** — это абстрактный исполнитель алгоритма, состоящий из следующих компонент:

- 1 Бесконечная в обе стороны **лента**, разделённая на **ячейки**.

Лента представляет собой **внешнюю память**.

Каждая ячейка ленты находится в одном и только в одном **состоянии** из множества  $\mathcal{A} = \{a_0, a_1, \dots, a_m\}$ , называемого **внешним алфавитом**.

Состояние  $a_0$  называется **пустым** и часто обозначается символом  $\Lambda$ .

- 2 Внутренняя память, принимающая одно из состояний, входящих в множество  $\mathcal{Q} = \{q_0, q_1, \dots, q_n\}$ , называемое **внутренним алфавитом**.

Состояние  $q_0$  называется «**стоп**».

# Машина Тьюринга

**Машина Тьюринга** — это абстрактный исполнитель алгоритма, состоящий из следующих компонент:

- 1 Бесконечная в обе стороны **лента**, разделённая на **ячейки**. Лента представляет собой **внешнюю память**.

Каждая ячейка ленты находится в одном и только в одном **состоянии** из множества  $\mathcal{A} = \{a_0, a_1, \dots, a_m\}$ , называемого **внешним алфавитом**.

Состояние  $a_0$  называется **пустым** и часто обозначается символом  $\Lambda$ .

- 2 Внутренняя память, принимающая одно из состояний, входящих в множество  $\mathcal{Q} = \{q_0, q_1, \dots, q_n\}$ , называемое **внутренним алфавитом**.

Состояние  $q_0$  называется «**стоп**».

# Машина Тьюринга

**Машина Тьюринга** — это абстрактный исполнитель алгоритма, состоящий из следующих компонент:

- 1 Бесконечная в обе стороны **лента**, разделённая на **ячейки**. Лента представляет собой **внешнюю память**. Каждая ячейка ленты находится в одном и только в одном **состоянии** из множества  $\mathcal{A} = \{a_0, a_1, \dots, a_m\}$ , называемого **внешним алфавитом**. Состояние  $a_0$  называется **пустым** и часто обозначается символом  $\Lambda$ .
- 2 **Внутренняя память**, принимающая одно из состояний, входящих в множество  $\mathcal{Q} = \{q_0, q_1, \dots, q_n\}$ , называемое **внутренним алфавитом**. Состояние  $q_0$  называется «стоп».

# Машина Тьюринга

**Машина Тьюринга** — это абстрактный исполнитель алгоритма, состоящий из следующих компонент:

- 1 Бесконечная в обе стороны **лента**, разделённая на **ячейки**. Лента представляет собой **внешнюю память**. Каждая ячейка ленты находится в одном и только в одном **состоянии** из множества  $\mathcal{A} = \{a_0, a_1, \dots, a_m\}$ , называемого **внешним алфавитом**. Состояние  $a_0$  называется **пустым** и часто обозначается символом  $\Lambda$ .
- 2 **Внутренняя память**, принимающая одно из состояний, входящих в множество  $\mathcal{Q} = \{q_0, q_1, \dots, q_n\}$ , называемое **внутренним алфавитом**. Состояние  $q_0$  называется «стоп».

# Машина Тьюринга

**Машина Тьюринга** — это абстрактный исполнитель алгоритма, состоящий из следующих компонент:

- 1 **Бесконечная** в обе стороны **лента**, разделённая на **ячейки**. Лента представляет собой **внешнюю память**. Каждая ячейка ленты находится в одном и только в одном **состоянии** из множества  $\mathcal{A} = \{a_0, a_1, \dots, a_m\}$ , называемого **внешним алфавитом**. Состояние  $a_0$  называется **пустым** и часто обозначается символом  $\Lambda$ .
- 2 **Внутренняя память**, принимающая одно из состояний, входящих в множество  $\mathcal{Q} = \{q_0, q_1, \dots, q_n\}$ , называемое **внутренним алфавитом**. Состояние  $q_0$  называется «**СТОП**».

# Машина Тьюринга

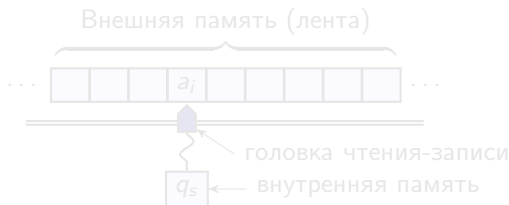
**Машина Тьюринга** — это абстрактный исполнитель алгоритма, состоящий из следующих компонент:

- 1 Бесконечная в обе стороны **лента**, разделённая на **ячейки**. Лента представляет собой **внешнюю память**. Каждая ячейка ленты находится в одном и только в одном **состоянии** из множества  $\mathcal{A} = \{a_0, a_1, \dots, a_m\}$ , называемого **внешним алфавитом**. Состояние  $a_0$  называется **пустым** и часто обозначается символом  $\Lambda$ .
- 2 **Внутренняя память**, принимающая одно из состояний, входящих в множество  $\mathcal{Q} = \{q_0, q_1, \dots, q_n\}$ , называемое **внутренним алфавитом**. Состояние  $q_0$  называется «**стоп**».



# Машина Тьюринга

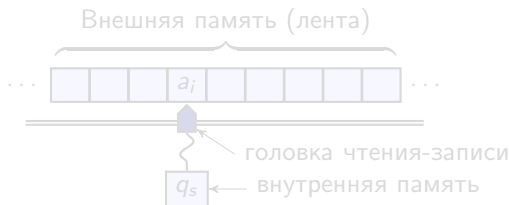
- 3 **Головка** чтения-записи,двигающаяся вдоль ленты и считывающая или записывающая содержимое ячейки, напротив которой она останавливается.
- 4 **Механического устройства**, передвигающего головку и меняющего состояния внешней и внутренней памяти.



Если головка в состоянии  $q$  стоит напротив ячейки с номером  $k$ , то изменения состояния внутренней памяти и состояния ячейки происходят одновременно.

# Машина Тьюринга

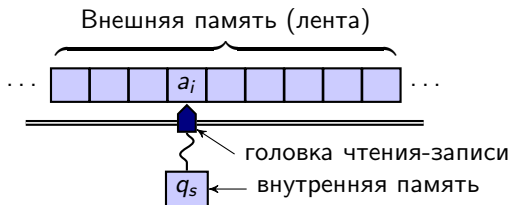
- 3 **Головка** чтения-записи,двигающаяся вдоль ленты и считывающая или записывающая содержимое ячейки, напротив которой она останавливается.
- 4 **Механического устройства**, передвигающего головку и меняющего состояния внешней и внутренней памяти.



Если головка в состоянии  $q$  стоит напротив ячейки с номером  $k$ , то изменения состояния внутренней памяти и состояния ячейки происходят одновременно.

# Машина Тьюринга

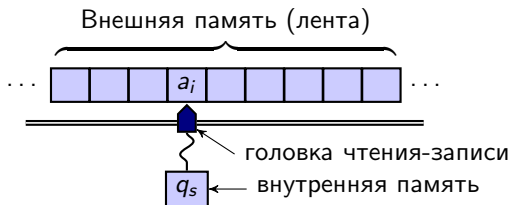
- 3 **Головка** чтения-записи,двигающаяся вдоль ленты и считывающая или записывающая содержимое ячейки, напротив которой она останавливается.
- 4 **Механического устройства**, передвигающего головку и меняющего состояния внешней и внутренней памяти.



Если головка в состоянии  $q$  стоит напротив ячейки с номером  $k$ , то изменения состояния внутренней памяти и состояния ячейки происходят одновременно.

# Машина Тьюринга

- 3 **Головка** чтения-записи,двигающаяся вдоль ленты и считывающая или записывающая содержимое ячейки, напротив которой она останавливается.
- 4 **Механического устройства**, передвигающего головку и меняющего состояния внешней и внутренней памяти.



Если головка в состоянии  $q$  стоит напротив ячейки с номером  $k$ , то изменения состояния внутренней памяти и состояния ячейки происходят одновременно.

# Команды машины Тьюринга

Работа машины Тьюринга осуществляется посредством **команд**, которые выполняет механическое устройство.

Команда имеет один из следующих трёх возможных видов:

- ❶  $q_s a_i \rightarrow q_t a_j$ ,
- ❷  $q_s a_i \rightarrow q_t a_j L$ ,
- ❸  $q_s a_i \rightarrow q_t a_j R$ ,

где  $L$  — это движение головки влево на одну ячейку, а  $R$  — вправо,  $a_i, a_j \in \mathcal{A}$ ,  $q_s, q_t \in \mathcal{Q}$ ,  $q_s \neq q_0$ .

Если головка в состоянии  $q_s$  обозревает ячейку в состоянии  $a_i$ , то внутреннее состояние меняется на  $q_t$ , а ячейки — на  $a_j$ .

В команде ❶ головка остаётся на месте, в ❷ — смещается на одну ячейку влево, в ❸ — смещается на одну ячейку вправо.

Конечный набор команд образует программу.

# Команды машины Тьюринга

Работа машины Тьюринга осуществляется посредством **команд**, которые выполняет механическое устройство. Команда имеет один из следующих трёх возможных видов:

- 1  $q_s a_i \rightarrow q_t a_j$ ,
- 2  $q_s a_i \rightarrow q_t a_j L$ ,
- 3  $q_s a_i \rightarrow q_t a_j R$ ,

где  $L$  — это движение головки влево на одну ячейку, а  $R$  — вправо,  $a_i, a_j \in \mathcal{A}$ ,  $q_s, q_t \in \mathcal{Q}$ ,  $q_s \neq q_0$ .

Если головка в состоянии  $q_s$  обозревает ячейку в состоянии  $a_i$ , то внутреннее состояние меняется на  $q_t$ , а ячейки — на  $a_j$ .

В команде 1 головка остаётся на месте, в 2 — смещается на одну ячейку влево, в 3 — смещается на одну ячейку вправо.

Конечный набор команд образует программу.

# Команды машины Тьюринга

Работа машины Тьюринга осуществляется посредством **команд**, которые выполняет механическое устройство. Команда имеет один из следующих трёх возможных видов:

- ❶  $q_s a_i \rightarrow q_t a_j$ ,
- ❷  $q_s a_i \rightarrow q_t a_j L$ ,
- ❸  $q_s a_i \rightarrow q_t a_j R$ ,

где  $L$  — это движение головки **влево** на одну ячейку, а  $R$  — **вправо**,  $a_i, a_j \in \mathcal{A}$ ,  $q_s, q_t \in \mathcal{Q}$ ,  $q_s \neq q_0$ .

Если головка в состоянии  $q_s$  обозревает ячейку в состоянии  $a_i$ , то внутреннее состояние меняется на  $q_t$ , а ячейки — на  $a_j$ .

В команде ❶ головка остаётся на месте, в ❷ — смещается на одну ячейку влево, в ❸ — смещается на одну ячейку вправо.

Конечный набор команд образует программу.

# Команды машины Тьюринга

Работа машины Тьюринга осуществляется посредством **команд**, которые выполняет механическое устройство. Команда имеет один из следующих трёх возможных видов:

- ❶  $q_s a_i \rightarrow q_t a_j$ ,
- ❷  $q_s a_i \rightarrow q_t a_j L$ ,
- ❸  $q_s a_i \rightarrow q_t a_j R$ ,

где  $L$  — это движение головки **влево** на одну ячейку, а  $R$  — **вправо**,  $a_i, a_j \in \mathcal{A}$ ,  $q_s, q_t \in \mathcal{Q}$ ,  $q_s \neq q_0$ .

Если головка в состоянии  $q_s$  обозревает ячейку в состоянии  $a_i$ , то внутреннее состояние меняется на  $q_t$ , а ячейки — на  $a_j$ .

В команде ❶ головка **остаётся на месте**, в ❷ — **смещается на одну ячейку влево**, в ❸ — **смещается на одну ячейку вправо**.

Конечный набор команд образует программу.



# Команды машины Тьюринга

Работа машины Тьюринга осуществляется посредством **команд**, которые выполняет механическое устройство. Команда имеет один из следующих трёх возможных видов:

- ❶  $q_s a_i \rightarrow q_t a_j$ ,
- ❷  $q_s a_i \rightarrow q_t a_j L$ ,
- ❸  $q_s a_i \rightarrow q_t a_j R$ ,

где  $L$  — это движение головки **влево** на одну ячейку, а  $R$  — **вправо**,  $a_i, a_j \in \mathcal{A}$ ,  $q_s, q_t \in \mathcal{Q}$ ,  $q_s \neq q_0$ .

Если головка в состоянии  $q_s$  обозревает ячейку в состоянии  $a_i$ , то внутреннее состояние меняется на  $q_t$ , а ячейки — на  $a_j$ .

В команде ❶ головка **остаётся на месте**, в ❷ — смещается на одну ячейку **влево**, в ❸ — смещается на одну ячейку **вправо**.

Конечный набор команд образует **программу**.

# Команды машины Тьюринга

Работа машины Тьюринга осуществляется посредством **команд**, которые выполняет механическое устройство. Команда имеет один из следующих трёх возможных видов:

- ❶  $q_s a_i \rightarrow q_t a_j$ ,
- ❷  $q_s a_i \rightarrow q_t a_j L$ ,
- ❸  $q_s a_i \rightarrow q_t a_j R$ ,

где  $L$  — это движение головки **влево** на одну ячейку, а  $R$  — **вправо**,  $a_i, a_j \in \mathcal{A}$ ,  $q_s, q_t \in \mathcal{Q}$ ,  $q_s \neq q_0$ .

Если головка в состоянии  $q_s$  обозревает ячейку в состоянии  $a_i$ , то внутреннее состояние меняется на  $q_t$ , а ячейки — на  $a_j$ .

В команде ❶ головка **остаётся на месте**, в ❷ — смещается на одну ячейку **влево**, в ❸ — смещается на одну ячейку **вправо**.

Конечный набор команд образует **программу**.

# Команды машины Тьюринга

Работа машины Тьюринга осуществляется посредством **команд**, которые выполняет механическое устройство. Команда имеет один из следующих трёх возможных видов:

- ❶  $q_s a_i \rightarrow q_t a_j$ ,
- ❷  $q_s a_i \rightarrow q_t a_j L$ ,
- ❸  $q_s a_i \rightarrow q_t a_j R$ ,

где  $L$  — это движение головки **влево** на одну ячейку, а  $R$  — **вправо**,  $a_i, a_j \in \mathcal{A}$ ,  $q_s, q_t \in \mathcal{Q}$ ,  $q_s \neq q_0$ .

Если головка в состоянии  $q_s$  обозревает ячейку в состоянии  $a_i$ , то внутреннее состояние меняется на  $q_t$ , а ячейки — на  $a_j$ .

В команде ❶ головка **остаётся на месте**, в ❷ — смещается на одну ячейку **влево**, в ❸ — смещается на одну ячейку **вправо**.

Конечный набор команд образует **программу**.

# Состояние машины Тьюринга

**Состояние машины Тьюринга** — это последовательность состояний  $a_{i_1}, \dots, a_{i_r}$  ячеек ленты, состояние внутренней памяти  $q_s$  и номер  $k$  читаемой ячейки в состоянии  $a_{i_k}$ .

Состояние машины записывается в виде  $a_{i_1} \dots a_{i_{k-1}} q_s a_{i_k} \dots a_{i_r}$  и называется **машинным словом**  $m$  в алфавите  $\mathcal{A} \cup \mathcal{Q}$ .

Символ  $q_s$  может быть самым левым, но не может быть самым правым в машинном слове, так как справа от него должно быть считываемое состояние ячейки.

Под воздействием программы происходит изменение состояния машины, сопровождающееся переделкой исходного машинного слова  $m \rightarrow m^{(1)} \rightarrow \dots \rightarrow m^{(p)}$ .

В этом случае говорят, что машина  $\mathcal{T}$  перерабатывает слово  $m$  в слово  $m^{(p)}$ , и обозначать этот факт  $m^{(p)} = \mathcal{T}(m)$ .

Запись  $\mathcal{T}(m)$  можно употреблять и в другом смысле — просто как обозначение машины  $\mathcal{T}$  с исходными данными  $m$ .

# Состояние машины Тьюринга

Состояние машины Тьюринга — это последовательность состояний  $a_{i_1}, \dots, a_{i_r}$  ячеек ленты, состояние внутренней памяти  $q_s$  и номер  $k$  читаемой ячейки в состоянии  $a_{i_k}$ .

Состояние машины записывается в виде  $a_{i_1} \dots a_{i_{k-1}} q_s a_{i_k} \dots a_{i_r}$  и называется **машинным словом**  $m$  в алфавите  $\mathcal{A} \cup \mathcal{Q}$ .

Символ  $q_s$  может быть самым левым, но не может быть самым правым в машинном слове, так как справа от него должно быть считываемое состояние ячейки.

Под воздействием программы происходит изменение состояния машины, сопровождающееся переделкой исходного машинного слова  $m \rightarrow m^{(1)} \rightarrow \dots \rightarrow m^{(p)}$ .

В этом случае говорят, что машина  $\mathfrak{T}$  перерабатывает слово  $m$  в слово  $m^{(p)}$ , и обозначать этот факт  $m^{(p)} = \mathfrak{T}(m)$ .

Запись  $\mathfrak{T}(m)$  можно употреблять и в другом смысле — просто как обозначение машины  $\mathfrak{T}$  с исходными данными  $m$ .

# Состояние машины Тьюринга

Состояние машины Тьюринга — это последовательность состояний  $a_{i_1}, \dots, a_{i_r}$  ячеек ленты, состояние внутренней памяти  $q_s$  и номер  $k$  читаемой ячейки в состоянии  $a_{i_k}$ .

Состояние машины записывается в виде  $a_{i_1} \dots a_{i_{k-1}} q_s a_{i_k} \dots a_{i_r}$  и называется машинным словом  $m$  в алфавите  $\mathcal{A} \cup \mathcal{Q}$ .

Символ  $q_s$  может быть самым левым, но не может быть самым правым в машинном слове, так как справа от него должно быть считываемое состояние ячейки.

Под воздействием программы происходит изменение состояния машины, сопровождающееся переделкой исходного машинного слова  $m \rightarrow m^{(1)} \rightarrow \dots \rightarrow m^{(p)}$ .

В этом случае говорят, что машина  $\mathfrak{T}$  перерабатывает слово  $m$  в слово  $m^{(p)}$ , и обозначать этот факт  $m^{(p)} = \mathfrak{T}(m)$ .

Запись  $\mathfrak{T}(m)$  можно употреблять и в другом смысле — просто как обозначение машины  $\mathfrak{T}$  с исходными данными  $m$ .

# Состояние машины Тьюринга

Состояние машины Тьюринга — это последовательность состояний  $a_{i_1}, \dots, a_{i_r}$  ячеек ленты, состояние внутренней памяти  $q_s$  и номер  $k$  читаемой ячейки в состоянии  $a_{i_k}$ .

Состояние машины записывается в виде  $a_{i_1} \dots a_{i_{k-1}} q_s a_{i_k} \dots a_{i_r}$  и называется **машинным словом**  $\mathfrak{m}$  в алфавите  $\mathcal{A} \cup \mathcal{Q}$ .

Символ  $q_s$  может быть самым левым, но не может быть самым правым в машинном слове, так как справа от него должно быть считываемое состояние ячейки.

Под воздействием программы происходит изменение состояния машины, сопровождающееся переделкой исходного машинного слова  $\mathfrak{m} \rightarrow \mathfrak{m}^{(1)} \rightarrow \dots \rightarrow \mathfrak{m}^{(p)}$ .

В этом случае говорят, что машина  $\mathfrak{T}$  перерабатывает слово  $\mathfrak{m}$  в слово  $\mathfrak{m}^{(p)}$ , и обозначать этот факт  $\mathfrak{m}^{(p)} = \mathfrak{T}(\mathfrak{m})$ .

Запись  $\mathfrak{T}(\mathfrak{m})$  можно употреблять и в другом смысле — просто как обозначение машины  $\mathfrak{T}$  с исходными данными  $\mathfrak{m}$ .

# Состояние машины Тьюринга

**Состояние машины Тьюринга** — это последовательность состояний  $a_{i_1}, \dots, a_{i_r}$  ячеек ленты, состояние внутренней памяти  $q_s$  и номер  $k$  читаемой ячейки в состоянии  $a_{i_k}$ .

Состояние машины записывается в виде  $a_{i_1} \dots a_{i_{k-1}} q_s a_{i_k} \dots a_{i_r}$  и называется **машинным словом**  $m$  в алфавите  $\mathcal{A} \cup \mathcal{Q}$ .

Символ  $q_s$  может быть самым левым, но не может быть самым правым в машинном слове, так как справа от него должно быть считываемое состояние ячейки.

Под воздействием программы происходит изменение состояния машины, сопровождающееся переделкой исходного машинного слова  $m \rightarrow m^{(1)} \rightarrow \dots \rightarrow m^{(p)}$ .

В этом случае говорят, что машина  $\mathfrak{T}$  **перерабатывает** слово  $m$  в слово  $m^{(p)}$ , и обозначать этот факт  $m^{(p)} = \mathfrak{T}(m)$ .

Запись  $\mathfrak{T}(m)$  можно употреблять и в другом смысле — просто как обозначение машины  $\mathfrak{T}$  с исходными данными  $m$ .



# Состояние машины Тьюринга

**Состояние машины Тьюринга** — это последовательность состояний  $a_{i_1}, \dots, a_{i_r}$  ячеек ленты, состояние внутренней памяти  $q_s$  и номер  $k$  читаемой ячейки в состоянии  $a_{i_k}$ .

Состояние машины записывается в виде  $a_{i_1} \dots a_{i_{k-1}} q_s a_{i_k} \dots a_{i_r}$  и называется **машинным словом**  $m$  в алфавите  $\mathcal{A} \cup \mathcal{Q}$ .

Символ  $q_s$  может быть самым левым, но не может быть самым правым в машинном слове, так как справа от него должно быть считываемое состояние ячейки.

Под воздействием программы происходит изменение состояния машины, сопровождающееся переделкой исходного машинного слова  $m \rightarrow m^{(1)} \rightarrow \dots \rightarrow m^{(p)}$ .

В этом случае говорят, что машина  $\mathfrak{T}$  **перерабатывает** слово  $m$  в слово  $m^{(p)}$ , и обозначать этот факт  $m^{(p)} = \mathfrak{T}(m)$ .

Запись  $\mathfrak{T}(m)$  можно употреблять и в другом смысле — просто как обозначение машины  $\mathfrak{T}$  с исходными данными  $m$ .

# Пример

Нахождение суммы чисел  $a$  и  $b$ , представленных в унарной системе счисления. Между числами записан разделитель «\*».

## Решение

Пусть запись  $1^n$  означает блок из  $n$  символов «1».

Необходимо преобразовать слово  $1^a * 1^b$  в слово  $1^{a+b}$ , т. е. удалить разделитель «\*» и сдвинуть одно из слагаемых к другому.

Это преобразование осуществляет машина Тьюринга с четырьмя состояниями и следующей системой команд:

$$q_1 * \rightarrow q_0 \wedge R;$$
$$q_1 1 \rightarrow q_2 \wedge R;$$
$$q_2 1 \rightarrow q_2 1 R;$$
$$q_2 * \rightarrow q_3 1 L;$$
$$q_3 1 \rightarrow q_3 1 L;$$
$$q_3 \wedge \rightarrow q_0 \wedge R.$$

# Пример

Нахождение суммы чисел  $a$  и  $b$ , представленных в унарной системе счисления. Между числами записан разделитель «\*».

## Решение

Пусть запись  $1^n$  означает блок из  $n$  символов «1».

Необходимо преобразовать слово  $1^a * 1^b$  в слово  $1^{a+b}$ , т. е. удалить разделитель «\*» и сдвинуть одно из слагаемых к другому.

Это преобразование осуществляет машина Тьюринга с четырьмя состояниями и следующей системой команд:

$$q_1 * \rightarrow q_0 \wedge R;$$
$$q_1 1 \rightarrow q_2 \wedge R;$$
$$q_2 1 \rightarrow q_2 1 R;$$
$$q_2 * \rightarrow q_3 1 L;$$
$$q_3 1 \rightarrow q_3 1 L;$$
$$q_3 \wedge \rightarrow q_0 \wedge R.$$

# Пример

Нахождение суммы чисел  $a$  и  $b$ , представленных в унарной системе счисления. Между числами записан разделитель «\*».

## Решение

Пусть запись  $1^n$  означает блок из  $n$  символов «1».

Необходимо преобразовать слово  $1^a * 1^b$  в слово  $1^{a+b}$ , т. е. удалить разделитель «\*» и сдвинуть одно из слагаемых к другому.

Это преобразование осуществляет машина Тьюринга с четырьмя состояниями и следующей системой команд:

$$q_1 * \rightarrow q_0 \wedge R;$$

$$q_1 1 \rightarrow q_2 \wedge R;$$

$$q_2 1 \rightarrow q_2 1 R;$$

$$q_2 * \rightarrow q_3 1 L;$$

$$q_3 1 \rightarrow q_3 1 L;$$

$$q_3 \wedge \rightarrow q_0 \wedge R.$$

# Пример

Нахождение суммы чисел  $a$  и  $b$ , представленных в унарной системе счисления. Между числами записан разделитель «\*».

## Решение

Пусть запись  $1^n$  означает блок из  $n$  символов «1».

Необходимо преобразовать слово  $1^a * 1^b$  в слово  $1^{a+b}$ , т. е. удалить разделитель «\*» и сдвинуть одно из слагаемых к другому.

Это преобразование осуществляет машина Тьюринга с четырьмя состояниями и следующей системой команд:

$$q_1 * \rightarrow q_0 \wedge R;$$
$$q_1 1 \rightarrow q_2 \wedge R;$$
$$q_2 1 \rightarrow q_2 1 R;$$
$$q_2 * \rightarrow q_3 1 L;$$
$$q_3 1 \rightarrow q_3 1 L;$$
$$q_3 \wedge \rightarrow q_0 \wedge R.$$

# Пример

Нахождение суммы чисел  $a$  и  $b$ , представленных в унарной системе счисления. Между числами записан разделитель «\*».

## Решение

Пусть запись  $1^n$  означает блок из  $n$  символов «1».

Необходимо преобразовать слово  $1^a * 1^b$  в слово  $1^{a+b}$ , т. е. удалить разделитель «\*» и сдвинуть одно из слагаемых к другому.

Это преобразование осуществляет машина Тьюринга с четырьмя состояниями и следующей системой команд:

$$q_1 * \rightarrow q_0 \wedge R;$$
$$q_1 1 \rightarrow q_2 \wedge R;$$
$$q_2 1 \rightarrow q_2 1 R;$$
$$q_2 * \rightarrow q_3 1 L;$$
$$q_3 1 \rightarrow q_3 1 L;$$
$$q_3 \wedge \rightarrow q_0 \wedge R.$$

# Пример

Нахождение суммы чисел  $a$  и  $b$ , представленных в унарной системе счисления. Между числами записан разделитель «\*».

## Решение

Пусть запись  $1^n$  означает блок из  $n$  символов «1».

Необходимо преобразовать слово  $1^a * 1^b$  в слово  $1^{a+b}$ , т. е. удалить разделитель «\*» и сдвинуть одно из слагаемых к другому.

Это преобразование осуществляет машина Тьюринга с четырьмя состояниями и следующей системой команд:

$$q_1 * \rightarrow q_0 \wedge R;$$

$$q_1 1 \rightarrow q_2 \wedge R;$$

$$q_2 1 \rightarrow q_2 1 R;$$

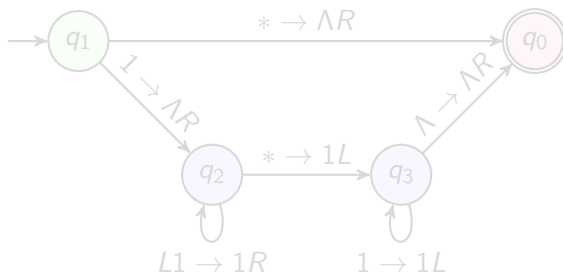
$$q_2 * \rightarrow q_3 1 L;$$

$$q_3 1 \rightarrow q_3 1 L;$$

$$q_3 \wedge \rightarrow q_0 \wedge R.$$

# Граф переходов

Команды удобно представлять в виде графа переходов:

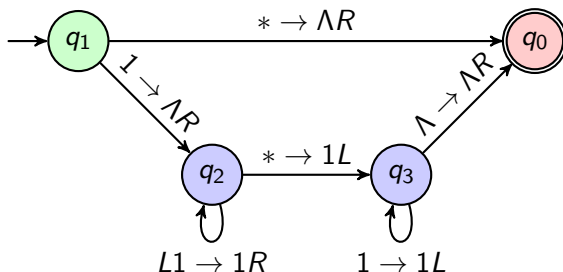


Заключительное состояние обозначено двойной окружностью.



# Граф переходов

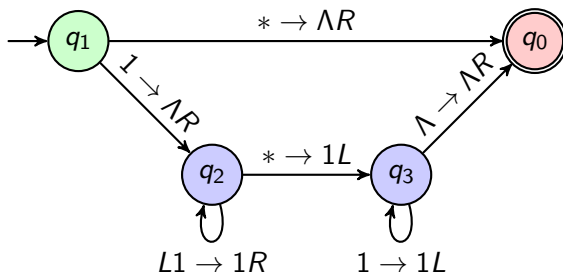
Команды удобно представлять в виде **графа переходов**:



Заключительное состояние обозначено двойной окружностью.

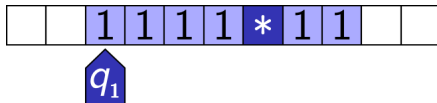
# Граф переходов

Команды удобно представлять в виде **графа переходов**:

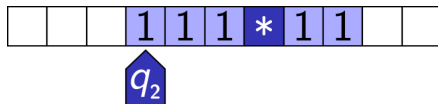


Заключительное состояние обозначено двойной окружностью.

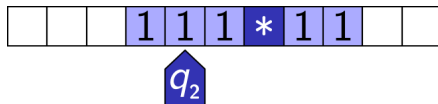
## Шаг 1

 $q_1* \rightarrow q_0 \wedge R;$  $q_11 \rightarrow q_2 \wedge R;$  $q_21 \rightarrow q_21R;$  $q_2* \rightarrow q_31L;$  $q_31 \rightarrow q_31L;$  $q_3\Lambda \rightarrow q_0 \wedge R.$

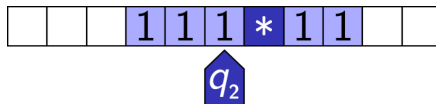
## Шаг 2

 $q_1 * \rightarrow q_0 \wedge R;$  $q_1 1 \rightarrow q_2 \wedge R;$  $q_2 1 \rightarrow q_2 1 R;$  $q_2 * \rightarrow q_3 1 L;$  $q_3 1 \rightarrow q_3 1 L;$  $q_3 \wedge \rightarrow q_0 \wedge R.$

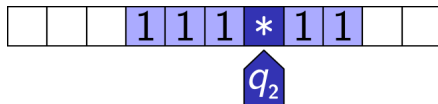
## Шаг 3

 $q_1 * \rightarrow q_0 \wedge R;$  $q_1 1 \rightarrow q_2 \wedge R;$  $q_2 1 \rightarrow q_2 1 R;$  $q_2 * \rightarrow q_3 1 L;$  $q_3 1 \rightarrow q_3 1 L;$  $q_3 \wedge \rightarrow q_0 \wedge R.$

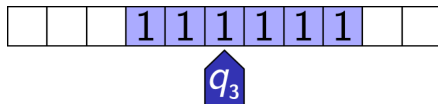
## Шаг 4

 $q_1* \rightarrow q_0 \wedge R;$  $q_11 \rightarrow q_2 \wedge R;$  $q_21 \rightarrow q_21R;$  $q_2* \rightarrow q_31L;$  $q_31 \rightarrow q_31L;$  $q_3\wedge \rightarrow q_0 \wedge R.$

## Шаг 5

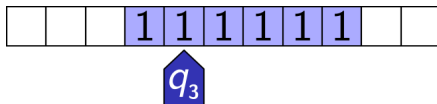
 $q_1* \rightarrow q_0 \wedge R;$  $q_11 \rightarrow q_2 \wedge R;$  $q_21 \rightarrow q_21R;$  $q_2* \rightarrow q_31L;$  $q_31 \rightarrow q_31L;$  $q_3\wedge \rightarrow q_0 \wedge R.$

## Шаг 6

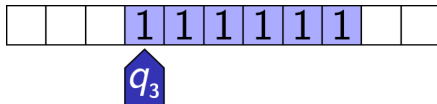
 $q_1* \rightarrow q_0 \wedge R;$  $q_11 \rightarrow q_2 \wedge R;$  $q_21 \rightarrow q_21R;$  $q_2* \rightarrow q_31L;$  $q_31 \rightarrow q_31L;$  $q_3\wedge \rightarrow q_0 \wedge R.$



## Шаг 7

 $q_1* \rightarrow q_0 \wedge R;$  $q_11 \rightarrow q_2 \wedge R;$  $q_21 \rightarrow q_21R;$  $q_2* \rightarrow q_31L;$  $q_31 \rightarrow q_31L;$  $q_3\wedge \rightarrow q_0 \wedge R.$

## Шаг 8



$$q_1* \rightarrow q_0 \wedge R;$$

$$q_11 \rightarrow q_2 \wedge R;$$

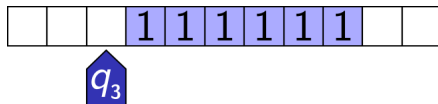
$$q_21 \rightarrow q_21R;$$

$$q_2* \rightarrow q_31L;$$

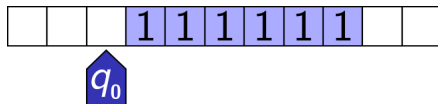
$$q_31 \rightarrow q_31L;$$

$$q_3\wedge \rightarrow q_0 \wedge R.$$

## Шаг 9

 $q_1* \rightarrow q_0 \wedge R;$  $q_11 \rightarrow q_2 \wedge R;$  $q_21 \rightarrow q_21R;$  $q_2* \rightarrow q_31L;$  $q_31 \rightarrow q_31L;$  $q_3\wedge \rightarrow q_0 \wedge R.$

## Шаг 10

 $q_1* \rightarrow q_0 \wedge R;$  $q_11 \rightarrow q_2 \wedge R;$  $q_21 \rightarrow q_21R;$  $q_2* \rightarrow q_31L;$  $q_31 \rightarrow q_31L;$  $q_3\wedge \rightarrow q_0 \wedge R.$

# Тезис Тьюринга

## Тезис Тьюринга

Все вычислимые функции вычисляются на машинах Тьюринга.

# Универсальная машина Тьюринга

Машина Тьюринга называется **универсальной**, если она может при определённых начальных входных данных вычислить любую функцию, которая вычислима на какой-либо машине Тьюринга.

Иначе говоря, с учётом тезиса Тьюринга можно сказать, что универсальная машина Тьюринга способна вычислить любую вычислимую функцию.

Доказано, что универсальная машина Тьюринга существует. Существование универсальной машины Тьюринга означает, что систему команд любой машины  $\mathcal{T}$  можно интерпретировать двояким образом: либо как описание работы конкретного устройства машины  $\mathcal{T}$ , либо как программу для универсальной машины  $\mathcal{U}$ .

При этом универсальная машина  $\mathcal{U}$  имитирует работу машины  $\mathcal{T}$ , тратя несколько шагов своей работы на имитацию каждого шага машины  $\mathcal{T}$ .

# Универсальная машина Тьюринга

Машина Тьюринга называется **универсальной**, если она может при определённых начальных входных данных вычислить любую функцию, которая вычислима на какой-либо машине Тьюринга.

Иначе говоря, с учётом тезиса Тьюринга можно сказать, что универсальная машина Тьюринга способна вычислить любую вычислимую функцию.

Доказано, что универсальная машина Тьюринга существует. Существование универсальной машины Тьюринга означает, что систему команд любой машины  $\mathcal{T}$  можно интерпретировать двояким образом: либо как описание работы конкретного устройства машины  $\mathcal{T}$ , либо как программу для универсальной машины  $\mathcal{U}$ .

При этом универсальная машина  $\mathcal{U}$  имитирует работу машины  $\mathcal{T}$ , тратя несколько шагов своей работы на имитацию каждого шага машины  $\mathcal{T}$ .

# Универсальная машина Тьюринга

Машина Тьюринга называется **универсальной**, если она может при определённых начальных входных данных вычислить любую функцию, которая вычислима на какой-либо машине Тьюринга.

Иначе говоря, с учётом тезиса Тьюринга можно сказать, что универсальная машина Тьюринга способна вычислить любую вычислимую функцию.

Доказано, что универсальная машина Тьюринга существует.

Существование универсальной машины Тьюринга означает, что систему команд любой машины  $\mathcal{T}$  можно интерпретировать двояким образом: либо как описание работы конкретного устройства машины  $\mathcal{T}$ , либо как программу для универсальной машины  $\mathcal{U}$ .

При этом универсальная машина  $\mathcal{U}$  имитирует работу машины  $\mathcal{T}$ , тратя несколько шагов своей работы на имитацию каждого шага машины  $\mathcal{T}$ .



# Универсальная машина Тьюринга

Машина Тьюринга называется **универсальной**, если она может при определённых начальных входных данных вычислить любую функцию, которая вычислима на какой-либо машине Тьюринга.

Иначе говоря, с учётом тезиса Тьюринга можно сказать, что универсальная машина Тьюринга способна вычислить любую вычислимую функцию.

Доказано, что универсальная машина Тьюринга существует. Существование универсальной машины Тьюринга означает, что систему команд любой машины  $\mathcal{T}$  можно интерпретировать двояким образом: либо как описание работы конкретного устройства машины  $\mathcal{T}$ , либо как программу для универсальной машины  $\mathcal{U}$ .

При этом универсальная машина  $\mathcal{U}$  имитирует работу машины  $\mathcal{T}$ , тратя несколько шагов своей работы на имитацию каждого шага машины  $\mathcal{T}$ .

# Универсальная машина Тьюринга

Машина Тьюринга называется **универсальной**, если она может при определённых начальных входных данных вычислить любую функцию, которая вычислима на какой-либо машине Тьюринга.

Иначе говоря, с учётом тезиса Тьюринга можно сказать, что универсальная машина Тьюринга способна вычислить любую вычислимую функцию.

Доказано, что универсальная машина Тьюринга существует. Существование универсальной машины Тьюринга означает, что систему команд любой машины  $\mathcal{T}$  можно интерпретировать двояким образом: либо как описание работы конкретного устройства машины  $\mathcal{T}$ , либо как программу для универсальной машины  $\mathcal{U}$ .

При этом универсальная машина  $\mathcal{U}$  имитирует работу машины  $\mathcal{T}$ , тратя несколько шагов своей работы на имитацию каждого шага машины  $\mathcal{T}$ .

# Машина Поста

**Машина Поста** — абстрактная вычислительная машина, предложенная Эмилем Леоном Постом, которая эквивалентна машине Тьюринга и отличается от неё большей простотой.

Машина Поста состоит из следующих компонент:

- 1 Разбитая на ячейки бесконечная в обе стороны лента. Ячейки ленты пронумерованы  $(\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots)$ . Каждая ячейка ленты может быть либо пустой (0), либо отмеченной меткой (1).
- 2 головка чтения-записи — за один шаг может сдвинуться на одну позицию влево или вправо, считать, поставить или удалить метку в том месте, где она стоит.

# Машина Поста

**Машина Поста** — абстрактная вычислительная машина, предложенная Эмилем Леоном Постом, которая эквивалентна машине Тьюринга и отличается от неё большей простотой. Машина Поста состоит из следующих компонент:

- 1 Разбитая на **ячейки** бесконечная в обе стороны **лента**. Ячейки ленты пронумерованы  $(\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots)$ . Каждая ячейка ленты может быть либо **пустой** (0), либо **отмеченной меткой** (1).
- 2 **головка чтения-записи** — за один шаг может сдвинуться на одну позицию влево или вправо, считать, поставить или удалить метку в том месте, где она стоит.

# Машина Поста

**Машина Поста** — абстрактная вычислительная машина, предложенная Эмилем Леоном Постом, которая эквивалентна машине Тьюринга и отличается от неё большей простотой. Машина Поста состоит из следующих компонент:

- 1 Разбитая на **ячейки** бесконечная в обе стороны **лента**. Ячейки ленты пронумерованы  $(\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots)$ . Каждая ячейка ленты может быть либо **пустой** (0), либо **отмеченной меткой** (1).
- 2 **головка** чтения-записи — за один шаг может сдвинуться на одну позицию влево или вправо, считать, поставить или удалить метку в том месте, где она стоит.

# Машина Поста

**Машина Поста** — абстрактная вычислительная машина, предложенная Эмилем Леоном Постом, которая эквивалентна машине Тьюринга и отличается от неё большей простотой. Машина Поста состоит из следующих компонент:

- 1 Разбитая на **ячейки** бесконечная в обе стороны **лента**. Ячейки ленты пронумерованы  $(\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots)$ . Каждая ячейка ленты может быть либо **пустой** (0), либо **отмеченной меткой** (1).
- 2 **головка** чтения-записи — за один шаг может сдвинуться на одну позицию влево или вправо, считать, поставить или удалить метку в том месте, где она стоит.

# Машина Поста

**Машина Поста** — абстрактная вычислительная машина, предложенная Эмилем Леоном Постом, которая эквивалентна машине Тьюринга и отличается от неё большей простотой. Машина Поста состоит из следующих компонент:

- 1 Разбитая на **ячейки** бесконечная в обе стороны **лента**. Ячейки ленты пронумерованы  $(\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots)$ . Каждая ячейка ленты может быть либо **пустой** (0), либо **отмеченной меткой** (1).
- 2 **головка** чтения-записи — за один шаг может сдвинуться на одну позицию влево или вправо, считать, поставить или удалить метку в том месте, где она стоит.

# Команды машины Поста

Работа машины Поста определяется **программой**, состоящей из конечного числа команд. Каждая команда имеет уникальный **номер  $N$** , который записывается перед ней.

## Команды машины Поста

- ①  $N. \rightarrow J$  — сдвинуть головку **вправо** и перейти на команду  $J$ ;
- ②  $N. \leftarrow J$  — сдвинуть головку **влево** и перейти на команду  $J$ ;
- ③  $N. 1 J$  — поставить метку в текущей ячейке и перейти на команду  $J$ ;
- ④  $N. 0 J$  — удалить метку в текущей ячейке и перейти на команду  $J$ ;
- ⑤  $N. ? J_1 : J_2$  — считывание и условный переход: если в текущей ячейке есть метка, то перейти на команду  $J_1$ , если метки нет — на команду  $J_2$ ;
- ⑥  $N. \text{Stop}$  — остановить машину (результат — на ленте).



# Команды машины Поста

Работа машины Поста определяется **программой**, состоящей из конечного числа команд. Каждая команда имеет уникальный **номер  $N$** , который записывается перед ней.

## Команды машины Поста

- ❶  $N. \rightarrow J$  — сдвинуть головку **вправо** и перейти на команду  $J$ ;
- ❷  $N. \leftarrow J$  — сдвинуть головку **влево** и перейти на команду  $J$ ;
- ❸  $N. 1 J$  — поставить метку в текущей ячейке и перейти на команду  $J$ ;
- ❹  $N. 0 J$  — удалить метку в текущей ячейке и перейти на команду  $J$ ;
- ❺  $N. ? J_1 : J_2$  — считывание и условный переход: если в текущей ячейке есть метка, то перейти на команду  $J_1$ , если метки нет — на команду  $J_2$ ;
- ❻  $N. \text{Stop}$  — остановить машину (результат — на ленте).

# Команды машины Поста

Работа машины Поста определяется **программой**, состоящей из конечного числа команд. Каждая команда имеет уникальный **номер  $N$** , который записывается перед ней.

## Команды машины Поста

- ❶  $N. \rightarrow J$  — сдвинуть головку **вправо** и перейти на команду  $J$ ;
- ❷  $N. \leftarrow J$  — сдвинуть головку **влево** и перейти на команду  $J$ ;
- ❸  $N. 1 J$  — поставить метку в текущей ячейке и перейти на команду  $J$ ;
- ❹  $N. 0 J$  — удалить метку в текущей ячейке и перейти на команду  $J$ ;
- ❺  $N. ? J_1 : J_2$  — считывание и условный переход: если в текущей ячейке есть метка, то перейти на команду  $J_1$ , если метки нет — на команду  $J_2$ ;
- ❻  $N. \text{Stop}$  — остановить машину (результат — на ленте).

# Команды машины Поста

Работа машины Поста определяется **программой**, состоящей из конечного числа команд. Каждая команда имеет уникальный **номер  $N$** , который записывается перед ней.

## Команды машины Поста

- ❶  $N. \rightarrow J$  — сдвинуть головку **вправо** и перейти на команду  $J$ ;
- ❷  $N. \leftarrow J$  — сдвинуть головку **влево** и перейти на команду  $J$ ;
- ❸  $N. 1 J$  — **поставить метку** в текущей ячейке и перейти на команду  $J$ ;
- ❹  $N. 0 J$  — **удалить метку** в текущей ячейке и перейти на команду  $J$ ;
- ❺  $N. ? J_1 : J_2$  — **считывание и условный переход**: если в текущей ячейке **есть метка**, то перейти на команду  $J_1$ , если **метки нет** — на команду  $J_2$ ;
- ❻  $N. \text{Stop}$  — **остановить машину** (результат — на ленте).

# Команды машины Поста

Работа машины Поста определяется **программой**, состоящей из конечного числа команд. Каждая команда имеет уникальный **номер  $N$** , который записывается перед ней.

## Команды машины Поста

- ❶  $N. \rightarrow J$  — сдвинуть головку **вправо** и перейти на команду  $J$ ;
- ❷  $N. \leftarrow J$  — сдвинуть головку **влево** и перейти на команду  $J$ ;
- ❸  $N. 1 J$  — **поставить метку** в текущей ячейке и перейти на команду  $J$ ;
- ❹  $N. 0 J$  — **удалить метку** в текущей ячейке и перейти на команду  $J$ ;
- ❺  $N. ? J_1 : J_2$  — **считывание и условный переход**: если в текущей ячейке **есть метка**, то перейти на команду  $J_1$ , если **метки нет** — на команду  $J_2$ ;
- ❻  $N. \text{Stop}$  — **остановить машину** (результат — на ленте).

# Команды машины Поста

Работа машины Поста определяется **программой**, состоящей из конечного числа команд. Каждая команда имеет уникальный **номер  $N$** , который записывается перед ней.

## Команды машины Поста

- ❶  $N. \rightarrow J$  — сдвинуть головку **вправо** и перейти на команду  $J$ ;
- ❷  $N. \leftarrow J$  — сдвинуть головку **влево** и перейти на команду  $J$ ;
- ❸  $N. 1 J$  — **поставить метку** в текущей ячейке и перейти на команду  $J$ ;
- ❹  $N. 0 J$  — **удалить метку** в текущей ячейке и перейти на команду  $J$ ;
- ❺  $N. ? J_1 : J_2$  — **считывание и условный переход**: если в текущей ячейке **есть метка**, то перейти на команду  $J_1$ , если **метки нет** — на команду  $J_2$ ;
- ❻  $N. Stop$  — **остановить машину** (результат — на ленте).

# Команды машины Поста

Работа машины Поста определяется **программой**, состоящей из конечного числа команд. Каждая команда имеет уникальный **номер  $N$** , который записывается перед ней.

## Команды машины Поста

- ❶  $N. \rightarrow J$  — сдвинуть головку **вправо** и перейти на команду  $J$ ;
- ❷  $N. \leftarrow J$  — сдвинуть головку **влево** и перейти на команду  $J$ ;
- ❸  $N. 1 J$  — **поставить метку** в текущей ячейке и перейти на команду  $J$ ;
- ❹  $N. 0 J$  — **удалить метку** в текущей ячейке и перейти на команду  $J$ ;
- ❺  $N. ? J_1 : J_2$  — **считывание и условный переход**: если в текущей ячейке **есть метка**, то перейти на команду  $J_1$ , если **метки нет** — на команду  $J_2$ ;
- ❻  $N. \text{Stop}$  — **остановить машину** (результат — на ленте).

Для работы машины нужно задать программу и **начальное состояние** — состояние ленты и позицию каретки.

Первой должна выполняться команда № 1.

После запуска возможны варианты:

- ❶ работа может закончиться командой Stop;
- ❷ работа может закончиться невыполнимой командой (стирание несуществующей метки, запись метки в помеченную ячейку, переход на команду с несуществующим номером);
- ❸ работа никогда не закончится.

Для работы машины нужно задать программу и **начальное состояние** — состояние ленты и позицию каретки. Первой должна выполняться команда № 1.

После запуска возможны варианты:

- 1 работа может закончиться командой **Stop**;
- 2 работа может закончиться невыполнимой командой (стирание несуществующей метки, запись метки в помеченную ячейку, переход на команду с несуществующим номером);
- 3 работа никогда не закончится.



Для работы машины нужно задать программу и **начальное состояние** — состояние ленты и позицию каретки. Первой должна выполняться команда № 1. После запуска возможны варианты:

- 1 работа может закончиться командой **Stop**;
- 2 работа может закончиться **невыполнимой** командой (стирание несуществующей метки, запись метки в помеченную ячейку, переход на команду с несуществующим номером);
- 3 работа никогда не закончится.

Для работы машины нужно задать программу и **начальное состояние** — состояние ленты и позицию каретки. Первой должна выполняться команда № 1. После запуска возможны варианты:

- 1 работа может закончиться командой **Stop**;
- 2 работа может закончиться **невыполнимой командой** (стирание несуществующей метки, запись метки в помеченную ячейку, переход на команду с несуществующим номером);
- 3 работа **никогда не закончится**.

Для работы машины нужно задать программу и **начальное состояние** — состояние ленты и позицию каретки. Первой должна выполняться команда № 1. После запуска возможны варианты:

- ❶ работа может закончиться командой **Stop**;
- ❷ работа может закончиться **невыполнимой командой** (стирание несуществующей метки, запись метки в помеченную ячейку, переход на команду с несуществующим номером);
- ❸ работа **никогда не закончится**.

Для работы машины нужно задать программу и **начальное состояние** — состояние ленты и позицию каретки. Первой должна выполняться команда № 1. После запуска возможны варианты:

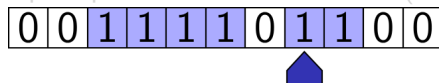
- ❶ работа может закончиться командой **Stop**;
- ❷ работа может закончиться **невыполнимой командой** (стирание несуществующей метки, запись метки в помеченную ячейку, переход на команду с несуществующим номером);
- ❸ работа **никогда не закончится**.

# Пример

Вычитание двух чисел ( $a - b$ ), записанных в унарной системе и разделённых пустой ячейкой.

**К** каждому числу добавляется единица, т. о.  $1111 = 3$ .

Пример начального состояния ( $3 - 1$ ):



Для реализации вычитания подойдёт следующая программа:

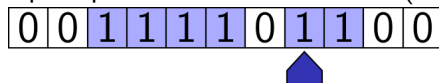
1. 0 2 — уменьшить второе число на 1;
2.  $\rightarrow$  3
3. ? 5 : 4 — второе число не равно 0?
4. Stop — конец, разность на ленте.
5.  $\leftarrow$  6 — сдвигаться влево...
6. ? 7 : 5 — ... пока не найдено первое число;
7. 0 8 — уменьшить первое число на 1;
8.  $\rightarrow$  9 — сдвигаться вправо...
9. ? 1 : 8 — ... пока не найдено второе число;

# Пример

Вычитание двух чисел ( $a - b$ ), записанных в унарной системе и разделённых пустой ячейкой.

**К** каждому числу добавляется единица, т. о.  $1111 = 3$ .

Пример начального состояния ( $3 - 1$ ):



Для реализации вычитания подойдёт следующая программа:

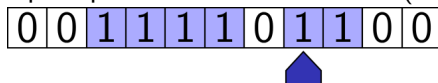
1. 0 2 — уменьшить второе число на 1;
2.  $\rightarrow$  3
3. ? 5 : 4 — второе число не равно 0?
4. Stop — конец, разность на ленте.
5.  $\leftarrow$  6 — сдвигаться влево...
6. ? 7 : 5 — ... пока не найдено первое число;
7. 0 8 — уменьшить первое число на 1;
8.  $\rightarrow$  9 — сдвигаться вправо...
9. ? 1 : 8 — ... пока не найдено второе число;

# Пример

Вычитание двух чисел ( $a - b$ ), записанных в унарной системе и разделённых пустой ячейкой.

**К** каждому числу добавляется единица, т. о.  $1111 = 3$ .

Пример начального состояния ( $3 - 1$ ):



Для реализации вычитания подойдёт следующая программа:

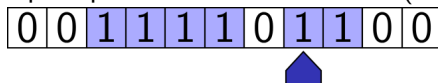
1. 0 2 — уменьшить второе число на 1;
2.  $\rightarrow$  3
3. ? 5 : 4 — второе число не равно 0?
4. Stop — конец, разность на ленте.
5.  $\leftarrow$  6 — сдвигаться влево...
6. ? 7 : 5 — ... пока не найдено первое число;
7. 0 8 — уменьшить первое число на 1;
8.  $\rightarrow$  9 — сдвигаться вправо...
9. ? 1 : 8 — ... пока не найдено второе число;

# Пример

Вычитание двух чисел ( $a - b$ ), записанных в унарной системе и разделённых пустой ячейкой.

**К** каждому числу добавляется единица, т. о.  $1111 = 3$ .

Пример начального состояния ( $3 - 1$ ):

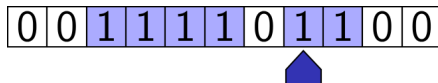


Для реализации вычитания подойдёт следующая программа:

1. 0 2 — уменьшить второе число на 1;
2.  $\rightarrow$  3
3. ? 5 : 4 — второе число не равно 0?
4. Stop — конец, разность на ленте.
5.  $\leftarrow$  6 — сдвигаться влево...
6. ? 7 : 5 — ... пока не найдено первое число;
7. 0 8 — уменьшить первое число на 1;
8.  $\rightarrow$  9 — сдвигаться вправо...
9. ? 1 : 8 — ... пока не найдено второе число;



# Начальное состояние



1. 0 2

2.  $\rightarrow$  3

3. ? 5 : 4

4. Stop

5.  $\leftarrow$  6

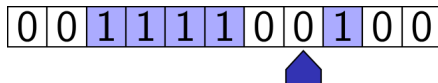
6. ? 7 : 5

7. 0 8

8.  $\rightarrow$  9

9. ? 1 : 8

## Шаг 1



1. 0 2

2.  $\rightarrow$  3

3. ? 5 : 4

4. Stop

5.  $\leftarrow$  6

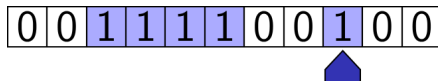
6. ? 7 : 5

7. 0 8

8.  $\rightarrow$  9

9. ? 1 : 8

## Шаг 2



1. 0 2

2.  $\rightarrow$  3

3. ? 5 : 4

4. Stop

5.  $\leftarrow$  6

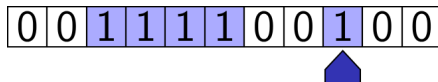
6. ? 7 : 5

7. 0 8

8.  $\rightarrow$  9

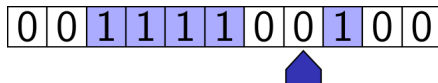
9. ? 1 : 8

## Шаг 3



1. 0 2
2.  $\rightarrow$  3
3. ? 5 : 4
4. Stop
5.  $\leftarrow$  6
6. ? 7 : 5
7. 0 8
8.  $\rightarrow$  9
9. ? 1 : 8

## Шаг 4



1. 0 2

2.  $\rightarrow$  3

3. ? 5 : 4

4. Stop

5.  $\leftarrow$  6

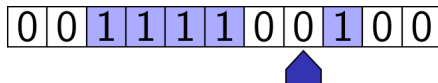
6. ? 7 : 5

7. 0 8

8.  $\rightarrow$  9

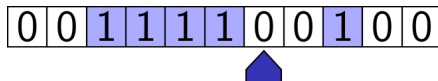
9. ? 1 : 8

## Шаг 5



1. 0 2
2.  $\rightarrow$  3
3. ? 5 : 4
4. Stop
5.  $\leftarrow$  6
6. ? 7 : 5
7. 0 8
8.  $\rightarrow$  9
9. ? 1 : 8

## Шаг 6



1. 0 2

2.  $\rightarrow$  3

3. ? 5 : 4

4. Stop

5.  $\leftarrow$  6

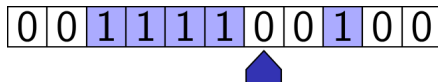
6. ? 7 : 5

7. 0 8

8.  $\rightarrow$  9

9. ? 1 : 8

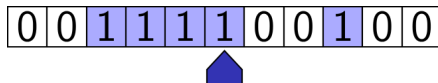
## Шаг 7



1. 0 2
2.  $\rightarrow$  3
3. ? 5 : 4
4. Stop
5.  $\leftarrow$  6
6. ? 7 : 5
7. 0 8
8.  $\rightarrow$  9
9. ? 1 : 8



## Шаг 8



1. 0 2

2.  $\rightarrow$  3

3. ? 5 : 4

4. Stop

5.  $\leftarrow$  6

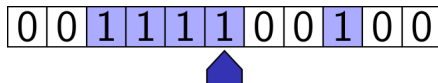
6. ? 7 : 5

7. 0 8

8.  $\rightarrow$  9

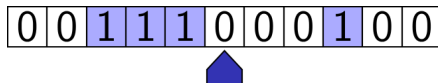
9. ? 1 : 8

## Шаг 9



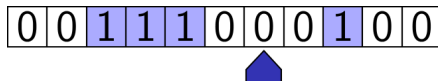
1. 0 2
2.  $\rightarrow$  3
3. ? 5 : 4
4. Stop
5.  $\leftarrow$  6
6. ? 7 : 5
7. 0 8
8.  $\rightarrow$  9
9. ? 1 : 8

## Шаг 10



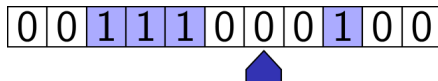
1. 0 2
2.  $\rightarrow$  3
3. ? 5 : 4
4. Stop
5.  $\leftarrow$  6
6. ? 7 : 5
7. 0 8
8.  $\rightarrow$  9
9. ? 1 : 8

## Шаг 11



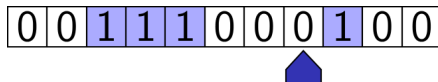
1. 0 2
2.  $\rightarrow$  3
3. ? 5 : 4
4. Stop
5.  $\leftarrow$  6
6. ? 7 : 5
7. 0 8
8.  $\rightarrow$  9
9. ? 1 : 8

## Шаг 12



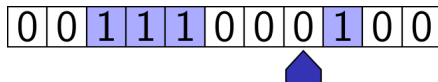
1. 0 2
2.  $\rightarrow$  3
3. ? 5 : 4
4. Stop
5.  $\leftarrow$  6
6. ? 7 : 5
7. 0 8
8.  $\rightarrow$  9
9. ? 1 : 8

## Шаг 13



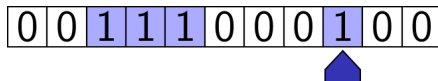
1. 0 2
2.  $\rightarrow$  3
3. ? 5 : 4
4. Stop
5.  $\leftarrow$  6
6. ? 7 : 5
7. 0 8
8.  $\rightarrow$  9
9. ? 1 : 8

## Шаг 14



1. 0 2
2.  $\rightarrow$  3
3. ? 5 : 4
4. Stop
5.  $\leftarrow$  6
6. ? 7 : 5
7. 0 8
8.  $\rightarrow$  9
9. ? 1 : 8

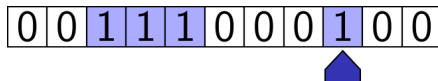
## Шаг 15



1. 0 2
2.  $\rightarrow$  3
3. ? 5 : 4
4. Stop
5.  $\leftarrow$  6
6. ? 7 : 5
7. 0 8
8.  $\rightarrow$  9
9. ? 1 : 8



## Шаг 16



1. 0 2

2.  $\rightarrow$  3

3. ? 5 : 4

4. Stop

5.  $\leftarrow$  6

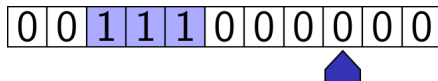
6. ? 7 : 5

7. 0 8

8.  $\rightarrow$  9

9. ? 1 : 8

## Шаг 17



1. 0 2

2.  $\rightarrow$  3

3. ? 5 : 4

4. Stop

5.  $\leftarrow$  6

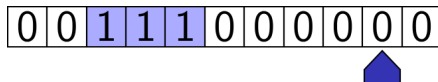
6. ? 7 : 5

7. 0 8

8.  $\rightarrow$  9

9. ? 1 : 8

## Шаг 18



1. 0 2

2.  $\rightarrow$  3

3. ? 5 : 4

4. Stop

5.  $\leftarrow$  6

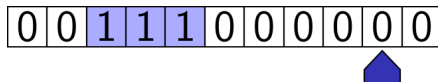
6. ? 7 : 5

7. 0 8

8.  $\rightarrow$  9

9. ? 1 : 8

## Шаг 19



1. 0 2

2.  $\rightarrow$  3

3. ? 5 : 4

4. Stop

5.  $\leftarrow$  6

6. ? 7 : 5

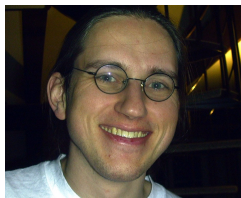
7. 0 8

8.  $\rightarrow$  9

9. ? 1 : 8

# Язык Brainfuck

**Brainfuck** — один из известнейших эзотерических языков программирования, придуманный У. Мюллером в 1993 г. для забавы.



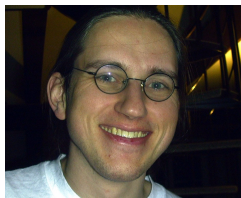
Урбан Доминик Мюллер — швейцарский программист.

Язык имеет восемь команд, каждая из которых записывается одним символом.

Исходный код программы на языке Brainfuck представляет собой последовательность этих символов без какого-либо дополнительного синтаксиса.

# Язык Brainfuck

**Brainfuck** — один из известнейших эзотерических языков программирования, придуманный У. Мюллером в 1993 г. для забавы.



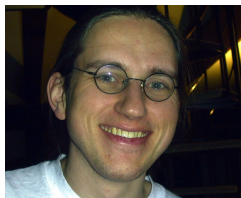
Урбан Доминик Мюллер — швейцарский программист.

Язык имеет восемь команд, каждая из которых записывается одним символом.

Исходный код программы на языке Brainfuck представляет собой последовательность этих символов без какого-либо дополнительного синтаксиса.

# Язык Brainfuck

**Brainfuck** — один из известнейших эзотерических языков программирования, придуманный У. Мюллером в 1993 г. для забавы.



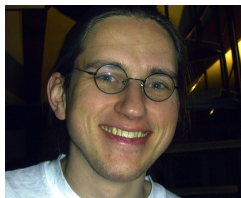
Урбан Доминик Мюллер — швейцарский программист.

Язык имеет восемь команд, каждая из которых записывается одним символом.

Исходный код программы на языке Brainfuck представляет собой последовательность этих символов без какого-либо дополнительного синтаксиса.

# Язык Brainfuck

**Brainfuck** — один из известнейших эзотерических языков программирования, придуманный У. Мюллером в 1993 г. для забавы.



Урбан Доминик Мюллер — швейцарский программист.

Язык имеет восемь команд, каждая из которых записывается одним символом.

Исходный код программы на языке Brainfuck представляет собой последовательность этих символов без какого-либо дополнительного синтаксиса.



# Среда и команды языка Brainfuck

Машина, которой управляют команды Brainfuck, состоит из упорядоченного набора ячеек и указателя текущей ячейки, напоминающих ленту и головку машины Тьюринга.

Команды языка Brainfuck:

- ➊ > — перейти к следующей ячейке;
- ➋ < — перейти к предыдущей ячейке;
- ➌ + — увеличить значение текущей ячейки на 1;
- ➍ - — уменьшить значение текущей ячейки на 1;
- ➎ . — напечатать значение текущей ячейки;
- ➏ , — ввести извне значение и сохранить его в текущей ячейке;
- ➐ [ — если значение текущей ячейки равно 0, перейти вперёд на команду, следующую за соответствующей командой «]» (с учётом вложенности);
- ➑ ] — если значение текущей ячейки не равно 0, перейти назад на команду, следующую за соответствующей командой «[» (с учётом вложенности).

# Среда и команды языка Brainfuck

Машина, которой управляют команды Brainfuck, состоит из упорядоченного набора ячеек и указателя текущей ячейки, напоминающих ленту и головку машины Тьюринга.

Команды языка Brainfuck:

- 1 > — перейти к следующей ячейке;
- 2 < — перейти к предыдущей ячейке;
- 3 + — увеличить значение текущей ячейки на 1;
- 4 - — уменьшить значение текущей ячейки на 1;
- 5 . — напечатать значение текущей ячейки;
- 6 , — ввести извне значение и сохранить его в текущей ячейке;
- 7 [ — если значение текущей ячейки равно 0, перейти вперёд на команду, следующую за соответствующей командой «]» (с учётом вложенности);
- 8 ] — если значение текущей ячейки не равно 0, перейти назад на команду, следующую за соответствующей командой «[» (с учётом вложенности).

# Среда и команды языка Brainfuck

Машина, которой управляют команды Brainfuck, состоит из упорядоченного набора ячеек и указателя текущей ячейки, напоминающих ленту и головку машины Тьюринга.

Команды языка Brainfuck:

- 1 **>** — перейти к следующей ячейке;
- 2 **<** — перейти к предыдущей ячейке;
- 3 **+** — увеличить значение текущей ячейки на 1;
- 4 **-** — уменьшить значение текущей ячейки на 1;
- 5 **.** — напечатать значение текущей ячейки;
- 6 **,** — ввести извне значение и сохранить его в текущей ячейке;
- 7 **[** — если значение текущей ячейки равно 0, перейти вперёд на команду, следующую за соответствующей командой **]** (с учётом вложенности);
- 8 **]** — если значение текущей ячейки не равно 0, перейти назад на команду, следующую за соответствующей командой **<** (с учётом вложенности).

# Среда и команды языка Brainfuck

Машина, которой управляют команды Brainfuck, состоит из упорядоченного набора ячеек и указателя текущей ячейки, напоминающих ленту и головку машины Тьюринга.

Команды языка Brainfuck:

- ➊ > — перейти к следующей ячейке;
- ➋ < — перейти к предыдущей ячейке;
- ➌ + — увеличить значение текущей ячейки на 1;
- ➍ - — уменьшить значение текущей ячейки на 1;
- ➎ . — напечатать значение текущей ячейки;
- ➏ , — ввести извне значение и сохранить его в текущей ячейке;
- ➐ [ — если значение текущей ячейки равно 0, перейти вперёд на команду, следующую за соответствующей командой «]» (с учётом вложенности);
- ➑ ] — если значение текущей ячейки не равно 0, перейти назад на команду, следующую за соответствующей командой «[» (с учётом вложенности).

# Среда и команды языка Brainfuck

Машина, которой управляют команды Brainfuck, состоит из упорядоченного набора ячеек и указателя текущей ячейки, напоминающих ленту и головку машины Тьюринга.

Команды языка Brainfuck:

- ➊ **>** — перейти к следующей ячейке;
- ➋ **<** — перейти к предыдущей ячейке;
- ➌ **+** — увеличить значение текущей ячейки на 1;
- ➍ **-** — уменьшить значение текущей ячейки на 1;
- ➎ **.** — напечатать значение текущей ячейки;
- ➏ **,** — ввести извне значение и сохранить его в текущей ячейке;
- ➐ **[** — если значение текущей ячейки равно 0, перейти вперёд на команду, следующую за соответствующей командой **]** (с учётом вложенности);
- ➑ **]** — если значение текущей ячейки не равно 0, перейти назад на команду, следующую за соответствующей командой **<** (с учётом вложенности).

# Среда и команды языка Brainfuck

Машина, которой управляют команды Brainfuck, состоит из упорядоченного набора ячеек и указателя текущей ячейки, напоминающих ленту и головку машины Тьюринга.

Команды языка Brainfuck:

- ➊ > — перейти к следующей ячейке;
- ➋ < — перейти к предыдущей ячейке;
- ➌ + — увеличить значение текущей ячейки на 1;
- ➍ - — уменьшить значение текущей ячейки на 1;
- ➎ . — напечатать значение текущей ячейки;
- ➏ , — ввести извне значение и сохранить его в текущей ячейке;
- ➐ [ — если значение текущей ячейки равно 0, перейти вперёд на команду, следующую за соответствующей командой «]» (с учётом вложенности);
- ➑ ] — если значение текущей ячейки не равно 0, перейти назад на команду, следующую за соответствующей командой «[» (с учётом вложенности).

# Среда и команды языка Brainfuck

Машина, которой управляют команды Brainfuck, состоит из упорядоченного набора ячеек и указателя текущей ячейки, напоминающих ленту и головку машины Тьюринга.

Команды языка Brainfuck:

- ➊ `>` — перейти к следующей ячейке;
- ➋ `<` — перейти к предыдущей ячейке;
- ➌ `+` — увеличить значение текущей ячейки на 1;
- ➍ `-` — уменьшить значение текущей ячейки на 1;
- ➎ `.` — напечатать значение текущей ячейки;
- ➏ `,` — ввести извне значение и сохранить его в текущей ячейке;
- ➐ `[` — если значение текущей ячейки равно 0, перейти вперёд на команду, следующую за соответствующей командой `]` (с учётом вложенности);
- ➑ `]` — если значение текущей ячейки не равно 0, перейти назад на команду, следующую за соответствующей командой `[` (с учётом вложенности).

# Среда и команды языка Brainfuck

Машина, которой управляют команды Brainfuck, состоит из упорядоченного набора ячеек и указателя текущей ячейки, напоминающих ленту и головку машины Тьюринга.

Команды языка Brainfuck:

- ➊ `>` — перейти к следующей ячейке;
- ➋ `<` — перейти к предыдущей ячейке;
- ➌ `+` — увеличить значение текущей ячейки на 1;
- ➍ `-` — уменьшить значение текущей ячейки на 1;
- ➎ `.` — напечатать значение текущей ячейки;
- ➏ `,` — ввести извне значение и сохранить его в текущей ячейке;
- ➐ `[` — если значение текущей ячейки равно 0, перейти вперёд на команду, следующую за соответствующей командой `]` (с учётом вложенности);
- ➑ `]` — если значение текущей ячейки не равно 0, перейти назад на команду, следующую за соответствующей командой `[` (с учётом вложенности).



# Среда и команды языка Brainfuck

Машина, которой управляют команды Brainfuck, состоит из упорядоченного набора ячеек и указателя текущей ячейки, напоминающих ленту и головку машины Тьюринга.

Команды языка Brainfuck:

- ➊ > — перейти к следующей ячейке;
- ➋ < — перейти к предыдущей ячейке;
- ➌ + — увеличить значение текущей ячейки на 1;
- ➍ - — уменьшить значение текущей ячейки на 1;
- ➎ . — напечатать значение текущей ячейки;
- ➏ , — ввести извне значение и сохранить его в текущей ячейке;
- ➐ [ — если значение текущей ячейки равно 0, перейти вперёд на команду, следующую за соответствующей командой «]» (с учётом вложенности);
- ➑ ] — если значение текущей ячейки не равно 0, перейти назад на команду, следующую за соответствующей командой «[» (с учётом вложенности).

# Среда и команды языка Brainfuck

Машина, которой управляют команды Brainfuck, состоит из упорядоченного набора ячеек и указателя текущей ячейки, напоминающих ленту и головку машины Тьюринга.

Команды языка Brainfuck:

- ➊ `>` — перейти к следующей ячейке;
- ➋ `<` — перейти к предыдущей ячейке;
- ➌ `+` — увеличить значение текущей ячейки на 1;
- ➍ `-` — уменьшить значение текущей ячейки на 1;
- ➎ `.` — напечатать значение текущей ячейки;
- ➏ `,` — ввести извне значение и сохранить его в текущей ячейке;
- ➐ `[` — если значение текущей ячейки равно 0, перейти вперёд на команду, следующую за соответствующей командой `]` (с учётом вложенности);
- ➑ `]` — если значение текущей ячейки не равно 0, перейти назад на команду, следующую за соответствующей командой `[` (с учётом вложенности).

# Классический Brainfuck

В «классическом» Brainfuck, описанном Мюллером, размер ячейки — один байт, количество ячеек — 30 000.

В начальном состоянии указатель находится в крайней левой позиции, а все ячейки заполнены нулями.

Увеличение и уменьшение значений ячеек происходят по модулю 256.

Ввод и вывод также происходят побайтно, с учётом кодировки ASCII (т. е. в результате операции ввода «`,`» символ «1» будет записан в текущую ячейку как число 49, а операция вывода «`.`», совершённая над ячейкой, содержащей число 65, напечатает латинскую букву «A»).

В других вариантах языка размер и количество ячеек может быть большими.

Есть версии, где значение ячеек не является целочисленным (ячейки содержат числа с плавающей точкой).

# Классический Brainfuck

В «классическом» Brainfuck, описанном Мюллером, размер ячейки — один байт, количество ячеек — 30 000.

В начальном состоянии указатель находится в крайней левой позиции, а все ячейки заполнены нулями.

Увеличение и уменьшение значений ячеек происходят по модулю 256.

Ввод и вывод также происходят побайтно, с учётом кодировки ASCII (т. е. в результате операции ввода «`,`» символ «1» будет записан в текущую ячейку как число 49, а операция вывода «`.`», совершённая над ячейкой, содержащей число 65, напечатает латинскую букву «A»).

В других вариантах языка размер и количество ячеек может быть большими.

Есть версии, где значение ячеек не является целочисленным (ячейки содержат числа с плавающей точкой).

# Классический Brainfuck

В «классическом» Brainfuck, описанном Мюллером, размер ячейки — один байт, количество ячеек — 30 000.

В начальном состоянии указатель находится в крайней левой позиции, а все ячейки заполнены нулями.

Увеличение и уменьшение значений ячеек происходят по модулю 256.

Ввод и вывод также происходят побайтно, с учётом кодировки ASCII (т. е. в результате операции ввода «`,`» символ «1» будет записан в текущую ячейку как число 49, а операция вывода «`.`», совершённая над ячейкой, содержащей число 65, напечатает латинскую букву «A»).

В других вариантах языка размер и количество ячеек может быть большими.

Есть версии, где значение ячеек не является целочисленным (ячейки содержат числа с плавающей точкой).

# Классический Brainfuck

В «классическом» Brainfuck, описанном Мюллером, размер ячейки — один байт, количество ячеек — 30 000.

В начальном состоянии указатель находится в крайней левой позиции, а все ячейки заполнены нулями.

Увеличение и уменьшение значений ячеек происходят по модулю 256.

Ввод и вывод также происходят побайтно, с учётом кодировки ASCII (т. е. в результате операции ввода «`,`» символ «1» будет записан в текущую ячейку как число 49, а операция вывода «`.`», совершённая над ячейкой, содержащей число 65, напечатает латинскую букву «A»).

В других вариантах языка размер и количество ячеек может быть большими.

Есть версии, где значение ячеек не является целочисленным (ячейки содержат числа с плавающей точкой).

# Классический Brainfuck

В «классическом» Brainfuck, описанном Мюллером, размер ячейки — один байт, количество ячеек — 30 000.

В начальном состоянии указатель находится в крайней левой позиции, а все ячейки заполнены нулями.

Увеличение и уменьшение значений ячеек происходят по модулю 256.

Ввод и вывод также происходят побайтно, с учётом кодировки ASCII (т. е. в результате операции ввода «`,`» символ «1» будет записан в текущую ячейку как число 49, а операция вывода «`.`», совершённая над ячейкой, содержащей число 65, напечатает латинскую букву «A»).

В других вариантах языка размер и количество ячеек может быть большими.

Есть версии, где значение ячеек не является целочисленным (ячейки содержат числа с плавающей точкой).

# Классический Brainfuck

В «классическом» Brainfuck, описанном Мюллером, размер ячейки — один байт, количество ячеек — 30 000.

В начальном состоянии указатель находится в крайней левой позиции, а все ячейки заполнены нулями.

Увеличение и уменьшение значений ячеек происходят по модулю 256.

Ввод и вывод также происходят побайтно, с учётом кодировки ASCII (т. е. в результате операции ввода «`,`» символ «1» будет записан в текущую ячейку как число 49, а операция вывода «`.`», совершённая над ячейкой, содержащей число 65, напечатает латинскую букву «A»).

В других вариантах языка размер и количество ячеек может быть большими.

Есть версии, где значение ячеек не является целочисленным (ячейки содержат числа с плавающей точкой).



# Соответствие языку C

Язык Brainfuck можно описать с помощью эквивалентов языка C:

Brainfuck	C
>	<code>++ptr;</code>
<	<code>--ptr;</code>
+	<code>++*ptr;</code>
-	<code>--*ptr;</code>
.	<code>putchar(*ptr);</code>
,	<code>*ptr = getchar();</code>
[	<code>while (*ptr) {</code>
]	<code>}</code>

Переменная `ptr` объявлена как указатель на байт.

# Соответствие языку C

Язык Brainfuck можно описать с помощью эквивалентов языка C:

Brainfuck	C
>	++ptr;
<	--ptr;
+	++*ptr;
-	--*ptr;
.	putchar(*ptr);
,	*ptr = getchar();
[	while (*ptr) {
]	}

Переменная ptr объявлена как указатель на байт.

# Соответствие языку C

Язык Brainfuck можно описать с помощью эквивалентов языка C:

Brainfuck	C
>	++ptr;
<	--ptr;
+	++*ptr;
-	--*ptr;
.	putchar(*ptr);
,	*ptr = getchar();
[	while (*ptr) {
]	}

Переменная ptr объявлена как указатель на байт.

# Пример

Программа на языке Brainfuck, печатающая фразу  
«Hello World!»:

```
+++++++ [ >++++++>+++++++>+++>+<<<<- ] >+ .  
>+ .+++++ . .+++ .>+ .<<+++++++ .> .+++ .  
----- .----- .>+ .> .
```

# Пример

Программа на языке Brainfuck, печатающая фразу  
«Hello World!»:

```
+++++++ [ >++++++>+++++++>+++>+<<<<- ] >+.  
>+.+++++. .+++.>+.<<+++++++>+. .+++.  
----- .----- .>+.>.
```

# Полнота по Тьюрингу языка Brainfuck

Несмотря на внешнюю примитивность, Brainfuck с бесконечным набором ячеек имеет тьюринговскую полноту.

Следовательно, по потенциальным возможностям он не уступает «настоящим» языкам, подобным C, Pascal или Java.

Brainfuck подходит для экспериментов по генетическому программированию из-за простоты синтаксиса и лёгкости генерации исходного кода.

# Полнота по Тьюрингу языка Brainfuck

Несмотря на внешнюю примитивность, Brainfuck с бесконечным набором ячеек имеет тьюринговскую полноту. Следовательно, по потенциальным возможностям он не уступает «настоящим» языкам, подобным C, Pascal или Java.

Brainfuck подходит для экспериментов по генетическому программированию из-за простоты синтаксиса и лёгкости генерации исходного кода.

# Полнота по Тьюрингу языка Brainfuck

Несмотря на внешнюю примитивность, Brainfuck с бесконечным набором ячеек имеет тьюринговскую полноту. Следовательно, по потенциальным возможностям он не уступает «настоящим» языкам, подобным C, Pascal или Java.

Brainfuck подходит для экспериментов по генетическому программированию из-за простоты синтаксиса и лёгкости генерации исходного кода.



# Расширенный Brainfuck

Существует расширение классического языка Brainfuck, позволяющее использовать **процедуры**.

Для поддержки этого расширения дополнительно вводятся три новых команды:

- ⑨ ( — начало объявления процедуры (идентификатором процедуры служит число, хранящееся в текущей ячейке);
- ⑩ ) — конец объявления процедуры;
- ⑈ : — вызов процедуры с идентификатором, равным числу, хранящемуся в текущей ячейке.

# Расширенный Brainfuck

Существует расширение классического языка Brainfuck, позволяющее использовать **процедуры**.

Для поддержки этого расширения дополнительно вводятся три новых команды:

- 9 ( — начало объявления процедуры (идентификатором процедуры служит число, хранящееся в текущей ячейке);
- 10 ) — конец объявления процедуры;
- 11 : — вызов процедуры с идентификатором, равным числу, хранящемуся в текущей ячейке.

# Расширенный Brainfuck

Существует расширение классического языка Brainfuck, позволяющее использовать **процедуры**.

Для поддержки этого расширения дополнительно вводятся три новых команды:

- 9 ( — начало объявления процедуры (идентификатором процедуры служит число, хранящееся в текущей ячейке);
- 10 ) — конец объявления процедуры;
- 11 : — вызов процедуры с идентификатором, равным числу, хранящемуся в текущей ячейке.

# Расширенный Brainfuck

Существует расширение классического языка Brainfuck, позволяющее использовать **процедуры**.

Для поддержки этого расширения дополнительно вводятся три новых команды:

- ⑨ ( — начало объявления процедуры (идентификатором процедуры служит число, хранящееся в текущей ячейке);
- ⑩ ) — конец объявления процедуры;
- ⑪ : — вызов процедуры с идентификатором, равным числу, хранящемуся в текущей ячейке.

# Расширенный Brainfuck

Существует расширение классического языка Brainfuck, позволяющее использовать **процедуры**.

Для поддержки этого расширения дополнительно вводятся три новых команды:

- ⑨ ( — начало объявления процедуры (идентификатором процедуры служит число, хранящееся в текущей ячейке);
- ⑩ ) — конец объявления процедуры;
- ⑪ : — вызов процедуры с идентификатором, равным числу, хранящемуся в текущей ячейке.