**Лабораторная работа № 3**

**Рациональное распределение ресурсов на основе аналитического иерархического процесса**

**Цель работы**: изучить метод, который используется для решения задачи распределения ресурсов на основе метода анализа иерархий.

**Постановка задачи**

Решить задачу распределения ресурсов для семейного бюджета двумя способами:

* максимизация коэффициента. Полезность/стоимость;
* максимизация полезности.

При решении задачи использовать модифицированный синтез и метод стандартов.

Количество проектов не менее 7, количество критериев не менее 6. Построить график границ эффективности для первого и второго метода в единой системе координат. Для реализации второго метода использовать инструмент «Решатель» («Поиск решения») Microsoft Excel.

**Содержание отчета**

1. Название и цель лабораторной работы.
2. Постановка задачи.
3. Полученные результаты. Выводы.

**Контрольные вопросы**

1. Алгоритм модифицированного синтеза. Его особенности и преимущества.
2. Абсолютные и относительные измерения.
3. Метод стандартов и его преимущество.
4. Что такое рациональное распределение ресурсов?
5. «Задача о рюкзаке». Формальная постановка.
6. График границ эффективности. Его построение и применение.
7. Какие шаги необходимо выполнить для рационального распределения ресурсов в организации?

**Модифицированные синтез**

*“Объективность – это не что иное, как общепринятая субъективность”*

*-Т.Л.Саати*

Выше нами был рассмотрен синтез, основанный на использовании соотношения:



двигаясь по уровням сверху вниз и используя понятие весов дуг (которые являются локальными приоритетами, определенными на 2 этапе). Реализация принципа иерархической композиции может быть осуществлена по-другому, не пользуясь понятием весов дуг, и осуществлять синтез будем двигаясь снизу вверх, получая при этом дополнительную информацию. Рассмотрим такой синтез.

**Пример.**

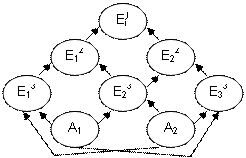


Рис. 3.1

Введем обозначения: *i* – номер уровня; *j* – порядковый номер на уровне;  – элементы иерархии находятся на *i*-м уровне и имеющий номер *j*;  – *i*-я альтернатива.

**Шаг 1.** Определим вектора приоритетов альтернатив  относительно элементов предпоследнего уровня иерархии, обозначим его *S* (*S=3*). В результате определяется множество векторов .

**Шаг 2.** Аналогичным образом обрабатываются матрицы парных сравнений относительно остальных элементов .Получаем векторы

**Шаг 3.** Осуществляется собственно иерархический синтез, заключающийся в последовательном определении приоритетов альтернатив относительно , находящихся на всех иерархический уровнях, кроме предпоследнего содержащего элементы  (относительно которых уже были определены в шаге 1). Вычисление приоритетов альтернатив проводится в направлении от нижних уровней к верхним с учетом конкретных связей между элементами. Вычисление проводится путем перемножения соответствующий векторов и матриц.

Общий вид выражения для вычисления приоритетов, определенняется следующим образом:

,

где  – вектор приоритетов альтернатив относительно элементов ,  – вектор, полученный при обработке матрицы парных сравнений для элементов , связанных с элементом .

**Пример.**

1 шаг. Определяем вектора приоритетов альтернатив относительно предпоследнего уровня , , .

2 шаг. Определяем вектора относительно всех остальных элементов, т. е. , , .

3 шаг.







**Метод стандартов в аналитическом иерархическом процессе Относительные и абсолютные измерения**

Аналитический иерархический процесс, рассмотренный выше, не всегда может быть эффективно применим в некоторых практических случаях:

* когда предложено для анализа более девяти альтернатив. В этом случае построение согласованных матриц парных сравнений становится затруднительным;
* при добавлении новых альтернатив изменяется порядок ранее прошедших сравнение альтернатив;
* альтернативы могут поступать эксперту для сравнения не одновременно, а через определенные промежутки времени. Поэтому не представляется возможным попарно сравнить объекты.

Для решения проблемы сравнения и оценки альтернатив в указанных ситуациях наиболее целесообразно сравнение альтернатив относительно стандартов. Стандарт устанавливает уровень (интенсивность) качества объекта относительно критерия. Например, критерию надежности для объекта автомобиль может быть назначено три стандарта, характеризующих уровни надежности соответственно:

* высокий (В);
* средний (С);
* низкий (Н).

В иерархической структуре стандарты присваиваются элементам, имеющим непосредственную связь с альтернативами (т. е. уровню *S*). При этом число стандартов по каждому критерию качества может быть различно и определяется экспертом с учетом конкретной ситуации. Численное значение каждого стандарта может определяться на основе МПС.

Для выше рассмотренного примера МПС будет иметь размерность 3х3, а вопрос при заполнении матрицы может сформулирован следующим образом: в какой степени средняя надежность предпочтительнее низкой надежности.

В каждодневной жизни мы часто используем абсолютные измерения (литры, килограммы, градусы и т. д.). Здесь предполагается для обеспечения абсолютного измерения использовать стандарты. МПС поддерживает относительные измерения (т. к. используется процедура сравнения). Стандарты являются примерами абсолютного измерения.

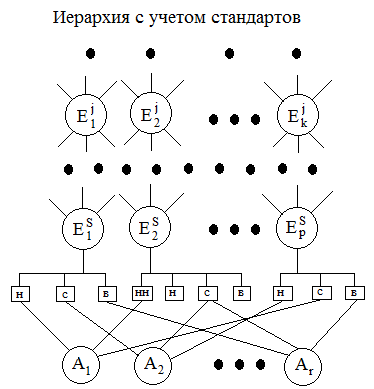


Рис. 3.2

Стандарт НН определяет уровень «очень низкий».

ЛПР присваивает каждой альтернативе  значение одного стандарта. Процедура эта проводится по всем элементам . В результате строится матрица следующего вида:



После нормировки каждого столбца (разделить на  каждый  
 *j*-й столбец) получим вектора   . . . . Это первый шаг модифицированного синтеза.

Дальнейшее определение векторов приоритетов альтернатив относительно элементов  иерархии, расположенных выше уровня *S* осуществляется в соответствии с шагами 2 и 3 алгоритма модифицированного синтеза.

**Рациональное распределение ресурсов на основе аналитического иерархического процесса**

Принятие решений заложено в «ядро» всех управленческих функций предприятия. Например, планирование затрагивает принятие решений: что следует выпускать?, когда?, как?, где?, кем? – это управленческие функции. Одна из задач управления - это задача размещения ресурсов в организации.

**Определение.** Рационально распределить ресурсы означает распределить их так, чтобы они наилучшим образом удовлетворяли целям организации.

Большинство организаций уже имеют сформулированные цели. Неплохо если они уже структурированы иерархически (как организованы все крупные организации). В некоторых организациях они помещены в рамки и повешены на стенах. Важно изучить эти цели организации, чтобы увидеть, живут ли эти цели, или они надолго забыты, сразу же после того, как были написаны.

Для того, чтобы осуществить управление ресурсами таким рациональным способом, организации необходимо выполнить следующие шаги:

1. Определить альтернативы (например, различные виды проекта: научно-исследовательский и опытно-конструктивный) или оперативное планирование уровней финансирования каждого отдела организации.
2. Определить и структурировать цели организации в подцели, подцели в подподцели и т. п. в соответствии со структурой предприятия.
3. Оценить вклад каждой альтернативы в реализацию этих целей.
4. Нахождение лучшего набора альтернатив, учитывая организационные ограничения и ограничения, накладываемые окружающими условиями.

**Пример.** Консультативный компьютерный комитет университета имеет в наличии $15 000 для финансирования проектов, относящихся к использованию компьютеров. После обнародования заявки на предложение были получены 11 проектов. Общая сумма денег, требуемая для реализации всех проектов составила $34 430. Комитет, состоящий из девяти преподавателей, решил, какой из предложенных проектов финансировать. Было решено для решения этой задачи воспользоваться аналитическим иерархическим процессом.

После обсуждения была разработана следующая модель экспертного выбора.

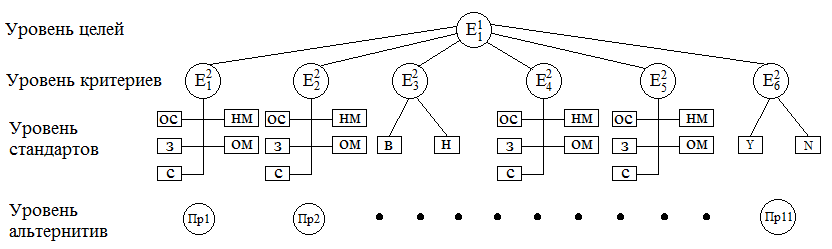


Рис. 3.3

Цель:

Рациональное финансирование проекта

Подцели:

Повышение компьютерной подготовки студентов;

Компьютерная подготовка сотрудников;

Инвестиции в поиск альтернативных источников финансирования;

Инвестиции в долгосрочные прибыли университета;

Инвестиции в увеличение существующих ресурсов;

Приобретение аппаратного и программного обеспечения.

Наименование введеных стандартов:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ос – очень сильно  з – значительно с – средне нм – немного ом – очень мало | Y – да; N – нет | в – важно н – неважно |

Далее проводится оцифровка стандартов с помощью МПС, после чего следует шаги 2, 3 модифицированного синтеза, в результате которого определяем приоритеты (полезность) каждого проекта.

*Таблица* 3.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Альтерна- тивы | Приоритет (полезность) | Стоимость проекта у.е. | 0,135 | 0,086 | 0,013 | 0,173 | 0,065 | 0,518 |
| Проект №1 | 0,109 | 2000 | с | з | в | ос | нм | Y |
| Проект №2 | 0,096 | 1622 | ом | ос | н | з | з | Y |
| Проект №3 | 0,119 | 1515 | з | ом | в | нм | ом | N |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Проект №11 | 0,103 | 5000 | нм | ом | н | с | ом | N |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Рассмотрим два способа распределения финансов:

* максимизация полезность/стоимость,
* максимизация полезности.

**Максимизация полезность/стоимость**

Имея значения полезности проекта и его стоимости, определяют их соотношение. Полученное значение используют для сортировки проектов по убыванию. Затем распределяют фонды между проектами, начав с проекта с наибольшим коэффициентом полезность/стоимость и продолжают пока не израсходуется бюджет 15000 $.

*Таблица* 3.2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Альтернативы | В  Полезность | С  Стоимость | Коэффициент  В/С |  |  |
| Проект №8 | 0,092 | 565 | 162,8 | 565 | 0,092 |
| Проект №4 | 0,122 | 1280 | 95,3 | 1845 | 0,214 |
| Проект №3 | 0,119 | 1515 | 78,5 | 3360 | 0,333 |
|  |  |  |  |  |  |
| Проект №6 | 0,113 | 3330 | 34,2 | 13459 | 0,766 |
| Проект №7 | 0.115 | 3187 | 36.0 | 16646 | 0.881 |
|  |  |  |  |  |  |
| Проект №11 | 0.103 | 5086 | 20.2 | 34430 | 1.0 |

График границ эффективности строится на основании данных расположенных в двух колонках ∑С и ∑В. В качестве аргумента – стоимость, а значение функции – полезность.

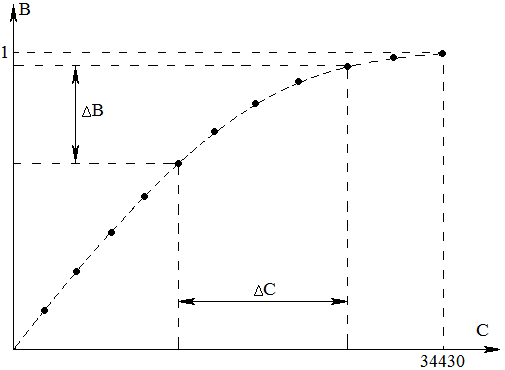


Рис. 3.4

Используя график можем оценить чувствительность. Т.е. увеличение и уменьшение бюджета на некоторый процент не гарантирует то же самое увеличение или уменьшение полезности.

**Максимизация полезности**

В данном случае распределение ресурсов решается в классе задач исследования операции целочисленного линейного программирования.

Формально записывается следующим образом:

критерий

ограничения,

где – полезность i-го проекта; S – размер фонда; – стоимость i-го проекта; ; n – количество проектов.

Для решения этой задачи рекомендуется использовать инструмент «Поиск решения» Microsoft Excel. Подготовка данных и полученный результат приведены в табл. 3. 3.

*Таблица* 3.3

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | C | D | E | F |  |
|  | Альтерна-тивы | Полезность | Стоимость | DV | Финанси-руемые полезности | Финанси-руемые стоимости |  |
| 1 | проект 1 | 0,109 | 2000 | 1 | 0,109 | 2000 |  |
| 2 | проект 2 | 0,096 | 1622 | 1 | 0,096 | 1622 |  |
| 3 | проект 3 | 0,119 | 1515 | 1 | 0,119 | 1515 |  |
| 4 | проект 4 | 0,122 | 1280 | 1 | 0,122 | 1280 |  |
| 5 | проект 5 | 0,014 | 7600 | 0 | 0 | 0 |  |
| 6 | проект 6 | 0,013 | 4375 | 0 | 0 | 0 |  |
| 7 | проект 7 | 0,115 | 3187 | 1 | 0,115 | 3187 |  |
| 8 | проект 8 | 0,092 | 505 | 1 | 0,092 | 505 |  |
| 9 | проект 9 | 0,103 | 4000 | 0 | 0 | 0 |  |
| 10 | проект 10 | 0,113 | 3300 | 1 | 0,113 | 3300 |  |
| 11 | проект 11 | 0,103 | 5086 | 0 | 0 | 0 |  |
| 12 | ИТОГО | 1 | 34430 |  | 0,766 | 13489 | 15000 |

Построение графика границ эффективности осуществляется следующим образом: сумму 34430 уменьшаем на единицу и запускаем задачу на решение. Теперь доступные фонды будут составлять 34429 и получаем решение при котором все (кроме, например, пятого проекта) будут профинансированы на общую сумму 26930. Эта сумма и соответствующая суммарная полезность определяют одну точку на графику. Если эту процедуру продолжать (пока не исчерпаем все проекты) получим серию точек, множество которых и определяют искомый график.

Затем, задавая уровень доступных фондов, лучшим решением будет являться те проекты, которые находятся по левую сторону от этого уровня.

Предположим, например, сумма фондов составляет 1350 у.е. График эффективности максимизации полезности показывает: стоимость выбранных проектов – 1280 у.е., а их полезность составляет – 0,122. График эффективности максимизации ”полезность/стоимость” при тех же фондах, дает следующие результаты:

Стоимость выбранных проектов – 565 у.е., а полезность – 0,092.

Какое решение лучше? Находит ли оправдание 56% увеличение в стоимости для 25% увеличения полезности? Решает ЛПР.

**Пример выполнения лабораторной работы**

**Лабораторная работа № 3**

*Рациональное распределение ресурсов*

*на основе аналитико-иерархического процесса*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Выполнил:* | *ст. гр. КБ-41* | *ФИО* |
| *Принял:* | *проф.* | *Синюк В.Г.* |

**Цель работы:** изучить метод решения задачи распределения ресурсов с использованием метода анализа иерархий.

**Постановка задачи:** решить задачу распределения ресурсов «Семейный бюджет» двумя способами: максимизации коэффициента «полезность/стоимость» и максимизации полезности. При решении задачи использовать модифицированный синтез и метод стандартов. Количество проектов – не менее 7. Количество критериев – не менее 6. Построить графики эффективности для первого и второго способов. Для реализации второго способа можно использовать надстройку Microsoft Excel «Поиск решения» (Solver).

**Содержание отчёта**

1. Название лабораторной работы.

2. Цель работы.

3. Постановка задачи в соответствии с указанной предметной областью.

4. Полученные результаты. Основные выводы.

**Пример выполнения:**

Количество критериев — 6.

Количество стандартов для критериев — 7.

Количество проектов (альтернатив) — 7.

В бюджете имеется 70 тыс. руб.

*Цель:*

1 – распределение бюджета

*Критерии:*

2 – настроение

3 – общение

4 – здоровье

5 – перспектива получения прибыли

6 – развлечение

7 – удовлетворённость

*Альтернативы:*

8 – покупка одежды

9 – ремонт дома

10 – поездка на отдых

11 – провести телефон

12 – покупка мебели

13 – вклад в банк

14 – образование

*Обозначения для стандартов:*

ОС – очень сильно

С – сильно

СР – средне

М – мало

ОМ – очень мало

ДА – да

НЕТ – нет

Матрицы парных сравнений:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ОС | С | СР | М | ОМ | Ср.геом. | **Собств** |
| ОС | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 3,94 | **0,51** |
| С | 1/3 | 1 | 3 | 5 | 7 | 2,04 | **0,26** |
| СР | 1/5 | 1/3 | 1 | 3 | 5 | 1,00 | **0,13** |
| М | 1/7 | 1/5 | 1/3 | 1 | 3 | 0,49 | **0,06** |
| ОМ | 1/9 | 1/7 | 1/5 | 1/3 | 1 | 0,25 | **0,03** |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ДА | НЕТ | Ср.геом | **Собств** |
| ДА | 1 | 9 | 3,00 | **0,90** |
| НЕТ | 1/9 | 1 | 0,33 | **0,10** |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | настрое-  ние | обще-  ние | здо-  ровье | при-  быль | раз-влече-  ние | удов-  летв. | Ср.  геом | **Собств** |
| настрое-  ние | 1 | 5 | 1 | 3 | 5 | 1/3 | 1,71 | **0,20** |
| обще-  ние | 1/5 | 1 | 1/5 | 1/3 | 1 | 1/7 | 0,35 | **0,04** |
| здо-  ровье | 1 | 5 | 1 | 3 | 5 | 1/3 | 1,71 | **0,20** |
| при-  быль | 1/3 | 3 | 1/3 | 1 | 3 | 1/5 | 0,76 | **0,09** |
| раз-  влечение | 1/5 | 1 | 1/5 | 1/3 | 1 | 1/7 | 0,35 | **0,04** |
| удовлетв | 3 | 7 | 3 | 5 | 7 | 1 | 3,61 | **0,42** |

Оценка по каждому из критериев с помощью описанных стандартов:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **настро-**  **ение** | **обще-ние** | **здо-ровье** | **при-быль** | **развлече-ние** | **удовлетв** |
|  | **0,20** | **0,04** | **0,20** | **0,09** | **0,04** | **0,42** |
| одежда | СР | М | ДА | НЕТ | СР | С |
| ремонт | С | СР | НЕТ | НЕТ | СР | СР |
| отдых | ОС | СР | ДА | НЕТ | ОС | С |
| телефон | СР | С | НЕТ | ДА | СР | СР |
| мебель | СР | М | ДА | НЕТ | ОМ | СР |
| банк | М | СР | НЕТ | ДА | СР | ОМ |
| образованиее | СР | С | НЕТ | ДА | М | СР |

Оценки, выраженные в собственных числах:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **настро-**  **ение** | **обще-ние** | **здо-**  **ровье** | **прибыль** | **развлечение** | **удовлетв** |
|  | **0,20** | **0,04** | **0,20** | **0,09** | **0,04** | **0,42** |
| одежда | 0,13 | 0,06 | 0,9 | 0,1 | 0,13 | 0,26 |
| ремонт | 0,26 | 0,13 | 0,1 | 0,1 | 0,13 | 0,13 |
| отдых | 0,51 | 0,13 | 0,9 | 0,1 | 0,51 | 0,26 |
| телефон | 0,13 | 0,26 | 0,1 | 0,9 | 0,13 | 0,13 |
| мебель | 0,13 | 0,06 | 0,9 | 0,1 | 0,03 | 0,13 |
| банк | 0,06 | 0,13 | 0,1 | 0,9 | 0,13 | 0,03 |
| образова-ние | 0,13 | 0,26 | 0,1 | 0,9 | 0,06 | 0,13 |

Нормированные оценки:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **настро-**  **ение** | **обще-ние** | **здоровье** | **при-быль** | **развлече-ние** | **удовлетв** |
|  | **0,20** | **0,04** | **0,20** | **0,09** | **0,04** | **0,42** |
| одежда | 0,10 | 0,06 | 0,29 | 0,03 | 0,12 | 0,24 |
| ремонт | 0,19 | 0,13 | 0,03 | 0,03 | 0,12 | 0,12 |
| отдых | 0,38 | 0,13 | 0,29 | 0,03 | 0,46 | 0,24 |
| телефон | 0,10 | 0,25 | 0,03 | 0,29 | 0,12 | 0,12 |
| мебель | 0,10 | 0,06 | 0,29 | 0,03 | 0,03 | 0,12 |
| банк | 0,04 | 0,13 | 0,03 | 0,29 | 0,12 | 0,03 |
| образование | 0,10 | 0,25 | 0,03 | 0,29 | 0,05 | 0,12 |

**Таблица №1**

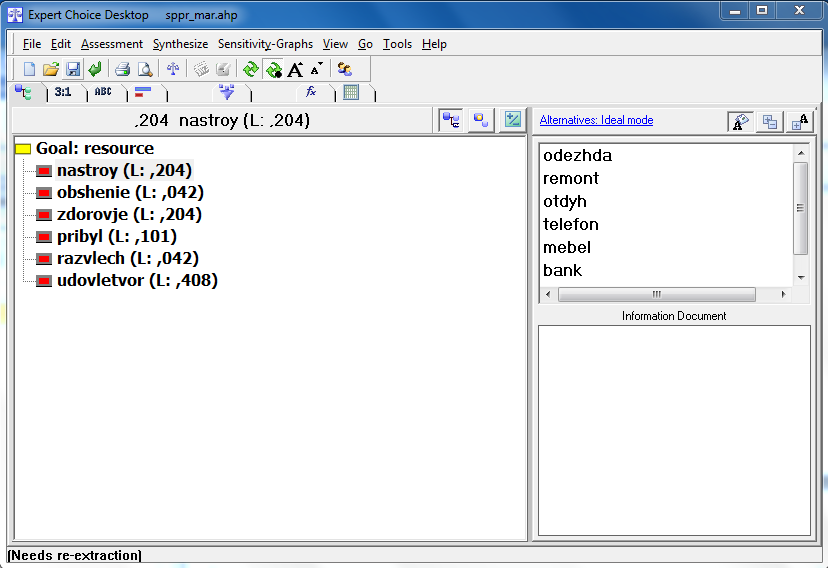
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | полез-  ность | стоимость, тыс.руб. | полезн/стоим | Сумм.  полезн. | Сумм. стоим. |
| **одежда** | **0,19** | **10** | **0,0191110** | **0,19** | **10** |
| **телефон** | **0,12** | **7** | **0,0169800** | **0,31** | **17** |
| **отдых** | **0,26** | **30** | **0,0088213** | **0,57** | **47** |
| **мебель** | **0,14** | **18** | **0,0075456** | **0,71** | **65** |
| ремонт | 0,11 | 25 | 0,0043912 | 0,82 | 90 |
| образова-ние | 0,12 | 27 | 0,0043063 | 0,94 | 117 |
| банк | 0,06 | 22 | 0,0028868 | 1,00 | 139 |

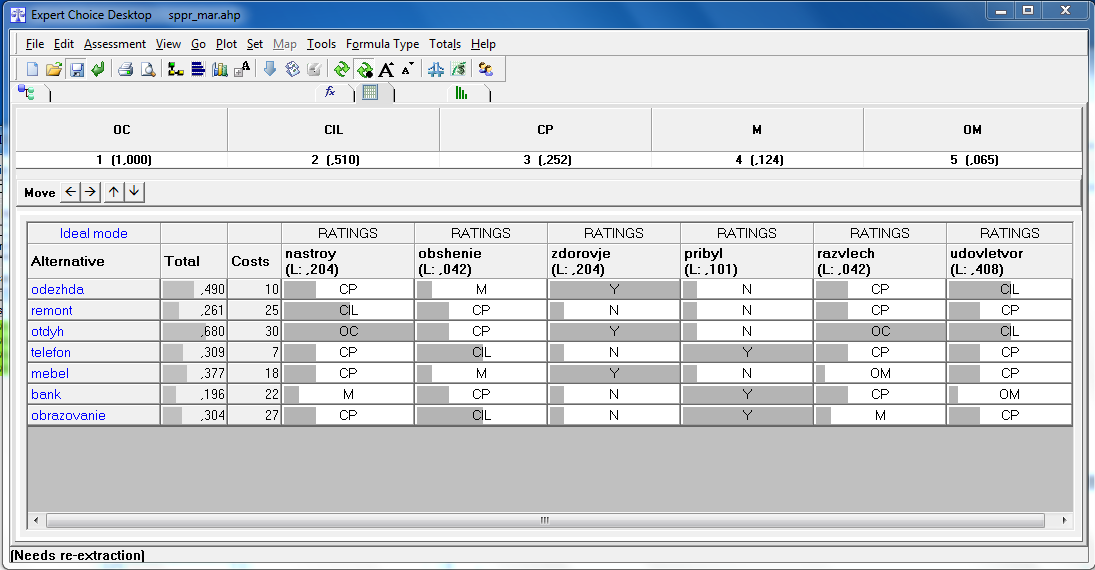
**Таблица №2**

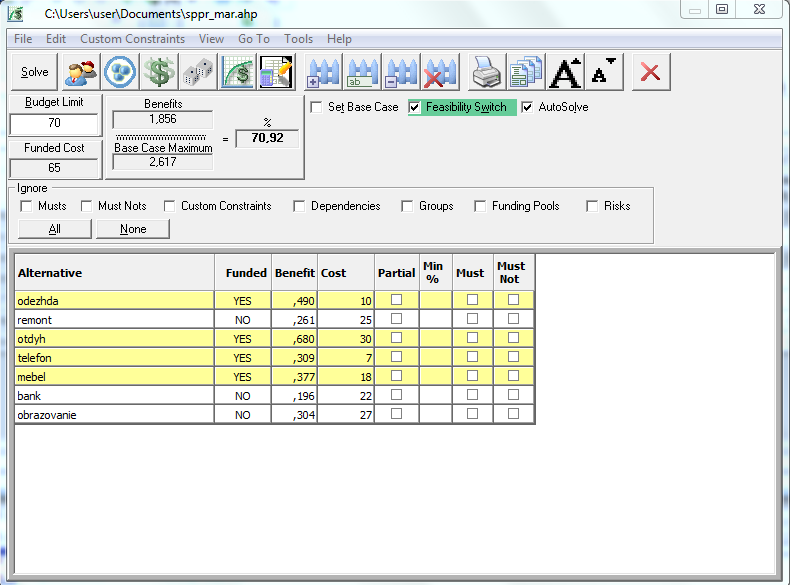
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | полез-ность | стоимость, тыс.руб. | DV | Фин. полезн | Фин. стоим | Сумм полезн | Сумм стоим |
| **одежда** | **0,19** | **10** | **1** | **0,19** | **10** | **0,19** | **10** |
| ремонт | 0,11 | 25 | 0 | 0,00 | 0 | 0,19 | 10 |
| **отдых** | **0,26** | **30** | **1** | **0,26** | **30** | **0,46** | **40** |
| **телефон** | **0,12** | **7** | **1** | **0,12** | **7** | **0,57** | **47** |
| **мебель** | **0,14** | **18** | **1** | **0,14** | **18** | **0,71** | **65** |
| банк | 0,06 | 22 | 0 | 0,00 | 0 | 0,71 | 65 |
| образо-  вание | 0,12 | 27 | 0 | 0,00 | 0 | 0,71 | 65 |
| Сумма | 1,00 | 139,00 | 4,00 | **0,71** | **65** |  |  |

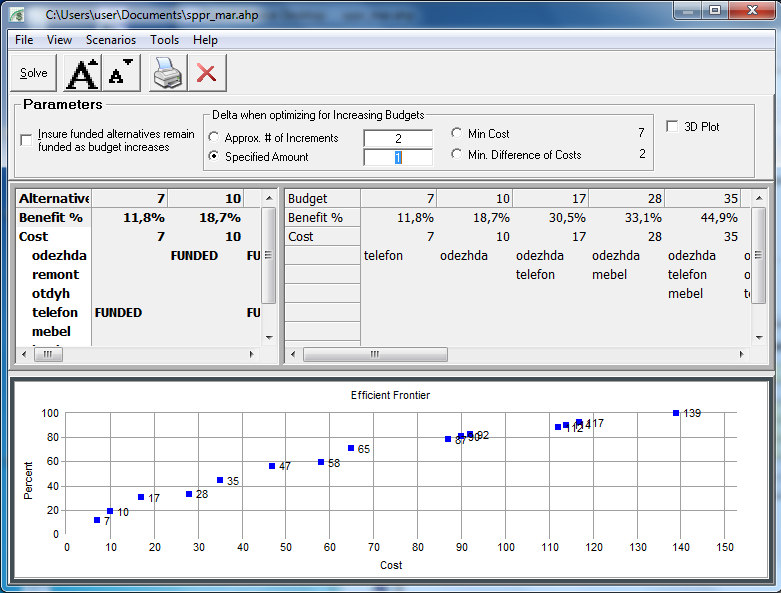
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **полезность** | **стоимость** | **проекты** |
| 0,12 | 7 | тел |
| 0,19 | 10 | одеж |
| 0,31 | 17 | одеж, тел |
| 0,33 | 28 | одеж, меб |
| 0,45 | 35 | одеж, тел, меб |
| 0,46 | 40 | одеж, отд |
| 0,57 | 47 | одеж, тел, отд |
| 0,59 | 58 | одеж, отд, меб |
| **0,71** | **65** | **одеж, тел, отд, меб** |
| 0,77 | 87 | одеж, тел, отд, меб, банк |
| 0,82 | 90 | одеж, тел, отд, меб, рем |
| 0,83 | 92 | одеж, тел, отд, меб, обр |
| 0,88 | 112 | одеж, тел, отд, меб, рем, банк |
| 0,94 | 117 | одеж, тел, отд, меб, рем, обр |
| 1 | 139 | всё) |

**Результаты, полученные с использованием программы Expert Choice:**

****

****

****

****