

Математическая логика и теория алгоритмов

Лекция 3. Релейно-контактные схемы, двойственность, логическое следствие

Куценко Дмитрий Александрович

Белгородский государственный технологический университет
имени В. Г. Шухова

Институт информационных технологий и управляющих систем

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники
и автоматизированных систем

16 сентября 2011 г.

Алгоритм получения СДНФ с использованием эквивалентных преобразований

- 1 Для формулы \mathcal{A} получить любую ДНФ.
- 2 Если в ДНФ есть конъюнкт \mathfrak{C} , не содержащий переменную X_i , то необходимо её добавить, используя правила расщепления:
$$\mathfrak{C} \equiv (\mathfrak{C} \& X_i) \vee (\mathfrak{C} \& \overline{X_i}).$$
- 3 Если в ДНФ встречаются равные конъюнкты, то повторяющиеся нужно отбросить.
- 4 Если в ДНФ в некотором конъюнкте литерал X_i встречается несколько раз, то повторяющиеся нужно отбросить.
Если в ДНФ в некотором конъюнкте литерал $\overline{X_i}$ встречается несколько раз, то повторяющиеся нужно отбросить.
- 5 Если в ДНФ некоторый конъюнкт содержит конъюнкцию $X_i \& \overline{X_i}$, то данный конъюнкт нужно отбросить.

Алгоритм получения СКНФ с использованием эквивалентных преобразований

- 1 Для формулы \mathcal{A} получить любую КНФ.
- 2 Если в КНФ есть дизъюнкт \mathcal{D} , не содержащий переменную X_i , то необходимо её добавить, используя правила расщепления:
 $\mathcal{D} \equiv (\mathcal{D} \vee X_i) \& (\mathcal{D} \vee \overline{X_i})$.
- 3 Если в КНФ встречаются равные дизъюнкты, то повторяющиеся нужно отбросить.
- 4 Если в КНФ в некотором дизъюнкте литерал X_i встречается несколько раз, то повторяющиеся нужно отбросить.
Если в КНФ в некотором дизъюнкте литерал $\overline{X_i}$ встречается несколько раз, то повторяющиеся нужно отбросить.
- 5 Если в КНФ некоторый дизъюнкт содержит дизъюнкцию $X_i \vee \overline{X_i}$, то данный дизъюнкт нужно отбросить.

Двойственные функции

Функция алгебры логики f^* называется **двойственной** для функции f , если таблицу истинности для f^* можно получить из таблицы для f , заменив в ней всюду 1 на 0 и 0 на 1,

Двойственные функции

Функция алгебры логики f^* называется **двойственной** для функции f , если таблицу истинности для f^* можно получить из таблицы для f , заменив в ней всюду 1 на 0 и 0 на 1, т. е. функция $f^*(X_1, \dots, X_n)$, двойственная к функции $f(X_1, \dots, X_n)$, удовлетворяет равенству

$$f^*(X_1, \dots, X_n) = \overline{f(\overline{X_1}, \dots, \overline{X_n})}.$$

Двойственные функции

Функция алгебры логики f^* называется **двойственной** для функции f , если таблицу истинности для f^* можно получить из таблицы для f , заменив в ней всюду 1 на 0 и 0 на 1, т. е. функция $f^*(X_1, \dots, X_n)$, двойственная к функции $f(X_1, \dots, X_n)$, удовлетворяет равенству

$$f^*(X_1, \dots, X_n) = \overline{f(\overline{X_1}, \dots, \overline{X_n})}.$$

Например, конъюнкция и дизъюнкция двойственны друг другу:

A	B	$A \& B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$A \& B \equiv \overline{\overline{A} \vee \overline{B}}$$

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

$$A \vee B \equiv \overline{\overline{A} \& \overline{B}}$$

Самодвойственные функции

Функция, совпадающая со своей двойственной, называется **самодвойственной**.

Самодвойственные функции

Функция, совпадающая со своей двойственной, называется **самодвойственной**.

Самодвойственная функция на противоположных наборах $\sigma_1, \dots, \sigma_n$ и $\overline{\sigma_1}, \dots, \overline{\sigma_n}$ принимает противоположные значения.

Самодвойственные функции

Функция, совпадающая со своей двойственной, называется **самодвойственной**.

Самодвойственная функция на противоположных наборах $\sigma_1, \dots, \sigma_n$ и $\overline{\sigma_1}, \dots, \overline{\sigma_n}$ принимает противоположные значения.

Примером самодвойственной функции является отрицание:

A	\overline{A}
0	1
1	0

Двойственные формулы

Если в формуле \mathcal{A} заменить знаки всех логических функций на знаки двойственных функций, то получится **двойственная формула** \mathcal{A}^* , реализующая функцию, двойственную той, которая реализуется формулой \mathcal{A} .

Двойственные формулы

Если в формуле \mathcal{A} заменить знаки всех логических функций на знаки двойственных функций, то получится **двойственная формула** \mathcal{A}^* , реализующая функцию, двойственную той, которая реализуется формулой \mathcal{A} .

Если некоторая формула алгебры логики содержит только операции $\&, \vee, \neg$ (не содержит операций \rightarrow и \leftrightarrow), то получить двойственную к ней можно заменой $\&, \vee, 1, 0$ соответственно на $\vee, \&, 0, 1$.

Двойственные формулы

Если в формуле \mathcal{A} заменить знаки всех логических функций на знаки двойственных функций, то получится **двойственная формула** \mathcal{A}^* , реализующая функцию, двойственную той, которая реализуется формулой \mathcal{A} .

Если некоторая формула алгебры логики содержит только операции $\&$, \vee , $\bar{}$ (не содержит операций \rightarrow и \leftrightarrow), то получить двойственную к ней можно заменой $\&$, \vee , 1 , 0 соответственно на \vee , $\&$, 0 , 1 .

Пример

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= (\bar{X} \& \bar{Z}) \vee ((\bar{X} \vee Z) \& Y), \\ \mathcal{A}^* &= (\bar{X} \vee \bar{Z}) \& ((\bar{X} \& Z) \vee Y).\end{aligned}$$

Принцип двойственности

Принцип двойственности:

Если верно $\mathcal{A} \equiv \mathcal{B}$, то верно и $\mathcal{A}^* \equiv \mathcal{B}^*$.

Принцип двойственности

Принцип двойственности:

Если верно $\mathcal{A} \equiv \mathcal{B}$, то верно и $\mathcal{A}^* \equiv \mathcal{B}^*$.

Равенство $\mathcal{A}^* \equiv \mathcal{B}^*$ называется **двойственным** равенству $\mathcal{A} \equiv \mathcal{B}$.

Принцип двойственности

Принцип двойственности:

Если верно $\mathcal{A} \equiv \mathcal{B}$, то верно и $\mathcal{A}^* \equiv \mathcal{B}^*$.

Равенство $\mathcal{A}^* \equiv \mathcal{B}^*$ называется **двойственным** равенству $\mathcal{A} \equiv \mathcal{B}$.

Другими словами, **если две формулы равносильны, то двойственные им формулы тоже равносильны.**

Принцип двойственности

Принцип двойственности:

Если верно $\mathcal{A} \equiv \mathcal{B}$, то верно и $\mathcal{A}^* \equiv \mathcal{B}^*$.

Равенство $\mathcal{A}^* \equiv \mathcal{B}^*$ называется **двойственным** равенству $\mathcal{A} \equiv \mathcal{B}$.

Другими словами, **если две формулы равносильны, то двойственные им формулы тоже равносильны.**

Каждая КНФ имеет двойственную ей ДНФ.

Примеры двойственных равенств

$$A \& B \equiv B \& A, \quad A \vee B \equiv B \vee A;$$

$$(A \& B) \& C \equiv A \& (B \& C), \quad (A \vee B) \vee C \equiv A \vee (B \vee C);$$

$$A \& A \equiv A, \quad A \vee A \equiv A;$$

$$A \& (B \vee C) \equiv (A \& B) \vee (A \& C), \quad A \vee (B \& C) \equiv (A \vee B) \& (A \vee C);$$

$$A \& 0 \equiv 0, \quad A \vee 1 \equiv 1;$$

$$A \vee 0 \equiv A, \quad A \& 1 \equiv A;$$

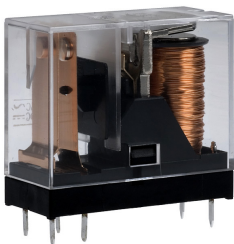
$$\overline{A \& B} \equiv \overline{A} \vee \overline{B}, \quad \overline{A \vee B} \equiv \overline{A} \& \overline{B};$$

$$A \& \overline{A} \equiv 0, \quad A \vee \overline{A} \equiv 1;$$

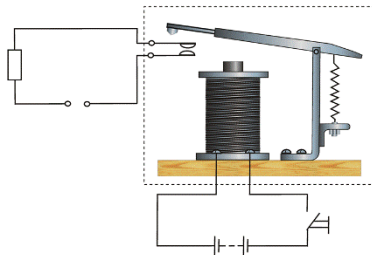
$$A \& (A \vee B) \equiv A, \quad A \vee (A \& B) \equiv A;$$

$$(A \vee \overline{B}) \& (A \vee B) \equiv A, \quad (A \& \overline{B}) \vee (A \& B) \equiv A.$$

Электрическое реле



Внешний вид

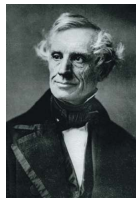


Внутреннее устройство

Изобретатели релейно-контактных схем



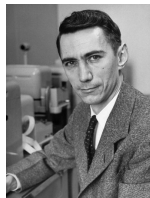
Джозеф Гэбри (1797—1878) — американский физик.



Сэмюэл Финли Бриз Мёрзе (1791—1872) — американский изобретатель и художник.



Пауль Эренфест (1880—1933) — Австрийский и нидерландский физик-теоретик.



Клод Элвуд Шэннон (1916—2001) — американский математик и инженер.

Релейно-контактные схемы в математической логике

Каждой булевой функции можно поставить в соответствие релейно-контактную схему (РКС).

Релейно-контактные схемы в математической логике

Каждой булевой функции можно поставить в соответствие релейно-контактную схему (РКС).

РКС строится в предположении, что переменная X — это замыкающий контакт в электрической схеме, который замкнут при подаче управляющего тока X , т. е. $X = 1$, и разомкнут при его отсутствии — $X = 0$.

Релейно-контактные схемы в математической логике

Каждой булевой функции можно поставить в соответствие **релейно-контактную схему (РКС)**.

РКС строится в предположении, что переменная X — это **замыкающий контакт** в электрической схеме, который замкнут при подаче управляющего тока X , т. е. $X = 1$, и разомкнут при его отсутствии — $X = 0$.

Формуле \overline{X} отвечает **размыкающий контакт**, который замкнут, т. е. $\overline{X} = 1$, пока нет тока ($X = 0$), и размыкается — $\overline{X} = 0$, когда ток есть ($X = 1$).

Схема работы замыкающего и размыкающего контактов

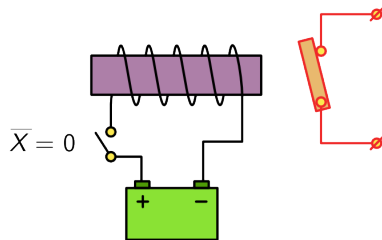
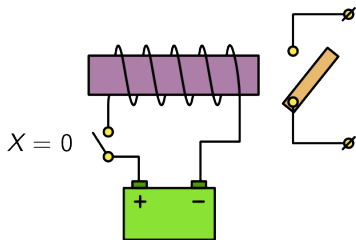
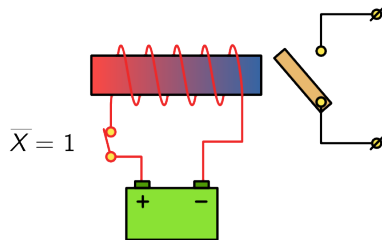
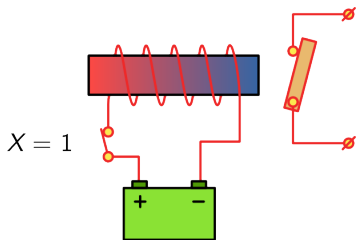
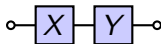


Схема работы замыкающего и размыкающего контактов



Простейшие РКС

Конъюнкции $X \& Y$ соответствует последовательное соединение контактов:

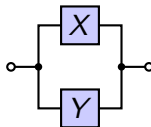


Простейшие РКС

Конъюнкции $X \& Y$ соответствует последовательное соединение контактов:



Дизъюнкции $X \vee Y$ — параллельное соединение:



Пример РКС для сложной функции

Из простейших легко собираются произвольные РКС.

Пример РКС для сложной функции

Из простейших легко собираются произвольные РКС.

Построим РКС для булевой функции

$$f(U, W, X, Y, Z) = (X \& W \& (\bar{Z} \vee Y)) \vee (U \& \bar{X})$$

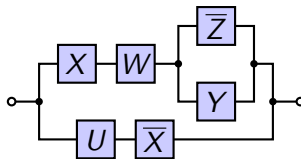
Пример РКС для сложной функции

Из простейших легко собираются произвольные РКС.

Построим РКС для булевой функции

$$f(U, W, X, Y, Z) = (X \& W \& (\bar{Z} \vee Y)) \vee (U \& \bar{X})$$

Решение:



Рассуждения

Рассуждение — это последовательность высказываний, которые связаны между собой по смыслу таким образом, что из одних высказываний вытекают другие высказывания, содержащие новую информацию.

Рассуждения

Рассуждение — это последовательность высказываний, которые связаны между собой по смыслу таким образом, что из одних высказываний вытекают другие высказывания, содержащие новую информацию.

Высказывания, содержащие исходную информацию, называются **посылками**.

Рассуждения

Рассуждение — это последовательность высказываний, которые связаны между собой по смыслу таким образом, что из одних высказываний вытекают другие высказывания, содержащие новую информацию.

Высказывания, содержащие исходную информацию, называются **посылками**.

Высказывания, которые выводятся из исходных посредством некоторых процедур, называются **заключениями**.

Рассуждения

Рассуждение — это последовательность высказываний, которые связаны между собой по смыслу таким образом, что из одних высказываний вытекают другие высказывания, содержащие новую информацию.

Высказывания, содержащие исходную информацию, называются **посылками**.

Высказывания, которые выводятся из исходных посредством некоторых процедур, называются **заключениями**.

Пример

Этот человек по типу — врач, но выправка у него военная.
Значит, военный врач.

(А. К. Дойл, «Этюд в багровых тонах»)

Истинность полученных заключений

Новая информация, выраженная в заключениях, может быть как истинной, так и ложной.

Истинность полученных заключений

Новая информация, выраженная в заключениях, может быть как истинной, так и ложной.

Цель любого рассуждения — получить истинные заключения.

Истинность полученных заключений

Новая информация, выраженная в заключениях, может быть как **истинной**, так и **ложной**.

Цель любого рассуждения — получить **истинные заключения**.

Условия истинности заключений:

Истинность полученных заключений

Новая информация, выраженная в заключениях, может быть как **истинной**, так и **ложной**.

Цель любого рассуждения — получить **истинные заключения**.

Условия истинности заключений:

- 1 Информация, содержащаяся в посылках, должна быть истинной.

Истинность полученных заключений

Новая информация, выраженная в заключениях, может быть как **истинной**, так и **ложной**.

Цель любого рассуждения — получить **истинные заключения**.

Условия истинности заключений:

- 1 Информация, содержащаяся в посылках, должна быть истинной.
- 2 Процедуры, посредством которых выводятся заключения, должны быть правильными.

Истинность полученных заключений

Новая информация, выраженная в заключениях, может быть как **истинной**, так и **ложной**.

Цель любого рассуждения — получить **истинные заключения**.

Условия истинности заключений:

- 1 Информация, содержащаяся в посылках, должна быть истинной.
- 2 Процедуры, посредством которых выводятся заключения, должны быть правильными.

Сами же **процедуры логического вывода** считаются правильными, если выполняются следующие условия:

Истинность полученных заключений

Новая информация, выраженная в заключениях, может быть как **истинной**, так и **ложной**.

Цель любого рассуждения — получить **истинные заключения**.

Условия истинности заключений:

- 1 Информация, содержащаяся в посылках, должна быть истинной.
- 2 Процедуры, посредством которых выводятся заключения, должны быть правильными.

Сами же **процедуры логического вывода** считаются правильными, если выполняются следующие условия:

- 1 Посылки и заключения должны быть связаны между собой по смыслу.

Истинность полученных заключений

Новая информация, выраженная в заключениях, может быть как **истинной**, так и **ложной**.

Цель любого рассуждения — получить **истинные заключения**.

Условия истинности заключений:

- 1 Информация, содержащаяся в посылках, должна быть истинной.
- 2 Процедуры, посредством которых выводятся заключения, должны быть правильными.

Сами же **процедуры логического вывода** считаются правильными, если выполняются следующие условия:

- 1 Посылки и заключения должны быть связаны между собой по смыслу.
- 2 Между заключением и посылками должно иметь место **отношение логического следствия**.

Логическое следствие

Пусть даны формулы $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_m, \mathcal{B}$.

Логическое следствие

Пусть даны формулы $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_m, \mathcal{B}$.

Формула \mathcal{B} является **логическим следствием** формул $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_m$, если, придавая значения переменным X_1, X_2, \dots, X_n , от которых зависят все рассматриваемые формулы, всякий раз, когда истинны одновременно все формулы $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_m$, истинна и формула \mathcal{B} .

Логическое следствие

Пусть даны формулы $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_m, \mathcal{B}$.

Формула \mathcal{B} является **логическим следствием** формул $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_m$, если, придавая значения переменным X_1, X_2, \dots, X_n , от которых зависят все рассматриваемые формулы, всякий раз, когда истинны одновременно все формулы $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_m$, истинна и формула \mathcal{B} .

Для логического следствия используется запись

$$\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_m \vdash \mathcal{B}.$$

Логическое следствие

Пусть даны формулы $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_m, \mathcal{B}$.

Формула \mathcal{B} является **логическим следствием** формул $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_m$, если, придавая значения переменным X_1, X_2, \dots, X_n , от которых зависят все рассматриваемые формулы, всякий раз, когда истинны одновременно все формулы $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_m$, истинна и формула \mathcal{B} .

Для логического следствия используется запись

$$\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_m \vdash \mathcal{B}.$$

Слева от знака « \vdash » располагаются посылки, справа — заключения.

Дедукция. Теорема о дедукции

Форму мышления, при которой новая мысль выводятся по правилам логики из некоторых исходных мыслей-посылок, называют **дедукцией**.

Дедукция. Теорема о дедукции

Форму мышления, при которой новая мысль выводится по правилам логики из некоторых исходных мыслей-посылок, называют **дедукцией**.

Теорема о дедукции

$\mathcal{A} \vdash \mathcal{B}$ тогда и только тогда, когда $\vdash (\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B})$.

Дедукция. Теорема о дедукции

Форму мышления, при которой новая мысль выводится по правилам логики из некоторых исходных мыслей-посылок, называют **дедукцией**.

Теорема о дедукции

$\mathcal{A} \vdash \mathcal{B}$ тогда и только тогда, когда $\vdash (\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B})$.

Важное следствие теоремы о дедукции, показывающее связь между отношением логического следствия и операцией импликации:

Следствие теоремы о дедукции

$$\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_m \vdash \mathcal{B}$$

тогда и только тогда, когда

$$\vdash (\mathcal{A}_1 \& \mathcal{A}_2 \& \dots \& \mathcal{A}_m) \rightarrow \mathcal{B}.$$

Пример решения задачи

Проверить правильность рассуждения: *Алексей старше Бориса или Борис старше Виктора. Однако, Борис не старше Виктора. Следовательно, Алексей старше Бориса.*

Пример решения задачи

Проверить правильность рассуждения: *Алексей старше Бориса или Борис старше Виктора. Однако, Борис не старше Виктора. Следовательно, Алексей старше Бориса.*

Решение

Введём следующие обозначения:

Пример решения задачи

Проверить правильность рассуждения: *Алексей старше Бориса или Борис старше Виктора. Однако, Борис не старше Виктора. Следовательно, Алексей старше Бориса.*

Решение

Введём следующие обозначения:

A — «Алексей старше Бориса»;

Пример решения задачи

Проверить правильность рассуждения: *Алексей старше Бориса или Борис старше Виктора. Однако, Борис не старше Виктора. Следовательно, Алексей старше Бориса.*

Решение

Введём следующие обозначения:

A — «Алексей старше Бориса»;

B — «Борис старше Виктора».

Пример решения задачи

Проверить правильность рассуждения: *Алексей старше Бориса или Борис старше Виктора. Однако, Борис не старше Виктора. Следовательно, Алексей старше Бориса.*

Решение

Введём следующие обозначения:

A — «Алексей старше Бориса»;

B — «Борис старше Виктора».

Исходную задачу можем переформулировать следующим образом: *верно ли, что формула A является логическим следствием формул $A \vee B$ и \bar{B} ?*

Пример решения задачи (продолжение)

Построим таблицу истинности для этих формул:

A	B	$A \vee B$	\overline{B}	A
0	0	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	1	0	1

Пример решения задачи (продолжение)

Построим таблицу истинности для этих формул:

A	B	$A \vee B$	\overline{B}	A
0	0	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	1	0	1

Из выделенной строки таблицы видно, что формула A действительно является логическим следствием формул $A \vee B$ и \overline{B} (следствие истинно, когда истинны одновременно все посылки).

Пример решения задачи (продолжение)

Построим таблицу истинности для этих формул:

A	B	$A \vee B$	\overline{B}	A
0	0	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	1	0	1

Из выделенной строки таблицы видно, что формула A действительно является логическим следствием формул $A \vee B$ и \overline{B} (следствие истинно, когда истинны одновременно все посылки).

Другой способ: доказать с помощью равносильных преобразований, что $(A \vee B) \& \overline{B} \rightarrow A \equiv 1$.

Бинарные отношения и их свойства

R называют **бинарным отношением** на множестве \mathcal{A} , если $R \subset \mathcal{A} \times \mathcal{A}$.

Бинарные отношения и их свойства

R называют **бинарным отношением** на множестве \mathcal{A} , если $R \subset \mathcal{A} \times \mathcal{A}$.

Вместо записи $(x, y) \in R$ часто используют запись xRy .

Бинарные отношения и их свойства

R называют **бинарным отношением** на множестве \mathcal{A} , если $R \subset \mathcal{A} \times \mathcal{A}$.

Вместо записи $(x, y) \in R$ часто используют запись xRy .

Некоторые из свойств, которыми могут обладать бинарные отношения:

Бинарные отношения и их свойства

R называют **бинарным отношением** на множестве \mathcal{A} , если $R \subset \mathcal{A} \times \mathcal{A}$.

Вместо записи $(x, y) \in R$ часто используют запись xRy .

Некоторые из свойств, которыми могут обладать бинарные отношения:

- **Рефлексивность**: для любых x выполняется xRx ;

Бинарные отношения и их свойства

R называют **бинарным отношением** на множестве \mathcal{A} , если $R \subset \mathcal{A} \times \mathcal{A}$.

Вместо записи $(x, y) \in R$ часто используют запись xRy .

Некоторые из свойств, которыми могут обладать бинарные отношения:

- **Рефлексивность**: для любых x выполняется xRx ;
- **Симметричность**: для любых x, y выполняется $xRy \rightarrow yRx$;

Бинарные отношения и их свойства

R называют **бинарным отношением** на множестве \mathcal{A} , если $R \subset \mathcal{A} \times \mathcal{A}$.

Вместо записи $(x, y) \in R$ часто используют запись xRy .

Некоторые из свойств, которыми могут обладать бинарные отношения:

- **Рефлексивность**: для любых x выполняется xRx ;
- **Симметричность**: для любых x, y выполняется $xRy \rightarrow yRx$;
- **Транзитивность**: для любых x, y, z выполняется $(xRy \ \& \ yRz) \rightarrow xRz$.

Бинарные отношения и их свойства

R называют **бинарным отношением** на множестве \mathcal{A} , если $R \subset \mathcal{A} \times \mathcal{A}$.

Вместо записи $(x, y) \in R$ часто используют запись xRy .

Некоторые из свойств, которыми могут обладать бинарные отношения:

- **Рефлексивность**: для любых x выполняется xRx ;
- **Симметричность**: для любых x, y выполняется $xRy \rightarrow yRx$;
- **Транзитивность**: для любых x, y, z выполняется $(xRy \ \& \ yRz) \rightarrow xRz$.

Логическое следствие обладает отношением рефлексивности ($\mathcal{A} \vdash \mathcal{A}$), транзитивности (если $\mathcal{A} \vdash \mathcal{B}$ и $\mathcal{B} \vdash \mathcal{C}$, то $\mathcal{A} \vdash \mathcal{C}$), но не обладает свойством симметричности (в общем случае **не верно**, что если $\mathcal{A} \vdash \mathcal{B}$, то $\mathcal{B} \vdash \mathcal{A}$).

Силлогизмы

Силлогизм — правило, основанное на отношении порядка, позволяющее из истинных высказываний получать новые истинные высказывания.

Силлогизм является схемой **правильного рассуждения**.

Силлогизмы

Силлогизм — правило, основанное на отношении порядка, позволяющее из истинных высказываний получать новые истинные высказывания.

Силлогизм является схемой **правильного рассуждения**.

Обычно силлогизмы записываются в виде дроби:

$$\frac{A_1, A_2, \dots, A_n}{B}.$$

Силлогизмы

Силлогизм — правило, основанное на отношении порядка, позволяющее из истинных высказываний получать новые истинные высказывания.

Силлогизм является схемой **правильного рассуждения**.

Обычно силлогизмы записываются в виде дроби:

$$\frac{A_1, A_2, \dots, A_n}{B}.$$

Формула, расположенная в нижней части силлогизма (под чертой), является логическим следствием формул, расположенных в верхней части силлогизма (над чертой).

Силлогизмы

Силлогизм — правило, основанное на отношении порядка, позволяющее из истинных высказываний получать новые истинные высказывания.

Силлогизм является схемой **правильного рассуждения**.

Обычно силлогизмы записываются в виде дроби:

$$\frac{\mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_2, \dots, \mathfrak{A}_n}{\mathfrak{B}}.$$

Формула, расположенная в нижней части силлогизма (под чертой), является логическим следствием формул, расположенных в верхней части силлогизма (над чертой).

$$\text{Т. о. } \frac{\mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_2, \dots, \mathfrak{A}_n}{\mathfrak{B}} \equiv \mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_2, \dots, \mathfrak{A}_n \vdash \mathfrak{B}.$$

Неполный список силлогизмов

- 1 $\frac{A, A \rightarrow B}{B}$ — modus ponens;
- 2 $\frac{A \rightarrow B, \overline{B}}{\overline{A}}$ — modus tollens;
- 3 $\frac{A \rightarrow B, B \rightarrow C}{A \rightarrow C}$ — цепное заключение;
- 4 $\frac{A, B}{A \& B}$ — введение конъюнкции;
- 5 $\frac{A \& B}{A}; \frac{A \& B}{B}$ — удаление конъюнкции;
- 6 $\frac{A \vee B, \overline{B}}{A}$ — modus tollendo ponens;
- 7 $\frac{\overline{A \& B}, A}{B}$ — modus ponendo tollens;
- 8 $\frac{A \rightarrow (B \rightarrow C)}{B \rightarrow (A \rightarrow C)}$ — перестановка посылок;
- 9 $\frac{A \rightarrow (B \rightarrow C)}{(A \& B) \rightarrow C}$ — соединение посылок;
- 10 $\frac{(A \& B) \rightarrow C}{A \rightarrow (B \rightarrow C)}$ — разъединение посылок.

Достаточные и необходимые условия

В условном высказывании вида $A \rightarrow B$ отражаются достаточные и необходимые условия наступления какого-то факта, события.

Достаточные и необходимые условия

В условном высказывании вида $A \rightarrow B$ отражаются достаточные и необходимые условия наступления какого-то факта, события.

Условия являются **достаточными**, если при их выполнении всегда наступает данное событие.

Достаточные и необходимые условия

В условном высказывании вида $A \rightarrow B$ отражаются достаточные и необходимые условия наступления какого-то факта, события.

Условия являются **достаточными**, если при их выполнении всегда наступает данное событие.

Условия являются **необходимыми**, если без их выполнения данное событие никогда не наступает.

Достаточные и необходимые условия

В условном высказывании вида $A \rightarrow B$ отражаются достаточные и необходимые условия наступления какого-то факта, события.

Условия являются **достаточными**, если при их выполнении всегда наступает данное событие.

Условия являются **необходимыми**, если без их выполнения данное событие никогда не наступает.

Из определения истинностного значения импликации $A \rightarrow B$ следует, что антецедент A является достаточным условием для консеквента B , а консеквент B — необходимым условием для антецедента A .

Достаточные и необходимые условия

В условном высказывании вида $A \rightarrow B$ отражаются достаточные и необходимые условия наступления какого-то факта, события.

Условия являются **достаточными**, если при их выполнении всегда наступает данное событие.

Условия являются **необходимыми**, если без их выполнения данное событие никогда не наступает.

Из определения истинностного значения импликации $A \rightarrow B$ следует, что антецедент A является достаточным условием для консеквента B , а консеквент B — необходимым условием для антецедента A .

Поэтому запись $A \rightarrow B$ также соответствует высказываниям «для A необходимо B », «для B достаточно A », «необходимым условием A является B », «достаточным условием B является A ».

Достаточные и необходимые условия: пример

Пример

Пусть A — «Идёт дождь»,

B — «Дорога мокрая».

Тогда $A \rightarrow B$ можно прочитать как

«Необходимым условием того, что прошёл дождь, является мокрая дорога»

или «Для того, чтобы дорога стала мокрой, достаточно, чтобы прошёл дождь».