Математическая логика и теория алгоритмов
Лекция 7
Метод резолюций в логике предикатов

Куценко Дмитрий Александрович

Белгородский государственный технологический университет
имени В. Г. Шухова

Институт информационных технологий и управляющих систем

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники
и автоматизированных систем

14 октября 2011 г.

Унификация

Подстановка θ называется унификатором для множества выражений $\{\mathfrak{E}_1, \mathfrak{E}_2, \ldots, \mathfrak{E}_k\}$ тогда и только тогда, когда

$$\mathfrak{E}_1^\theta = \mathfrak{E}_2^\theta = \ldots = \mathfrak{E}_k^\theta.$$

Говорят, что множество выражений унифицируемо, если для него существует унификатор.

Пример

Множество $\{P(a, y),\ P(x, f(b))\}$ унифицируемо, так подстановка $\theta = \{a/x,\ f(b)/y\}$ является его унификатором.

Унификация

Подстановка θ называется унификатором для множества выражений $\{\mathfrak{E}_1, \mathfrak{E}_2, \ldots, \mathfrak{E}_k\}$ тогда и только тогда, когда

$$\mathfrak{E}_1^\theta = \mathfrak{E}_2^\theta = \ldots = \mathfrak{E}_k^\theta.$$

Говорят, что множество выражений унифицируемо, если для него существует унификатор.

Пример

Множество $\{P(a, y),\ P(x, f(b))\}$ унифицируемо, так подстановка $\theta = \{a/x,\ f(b)/y\}$ является его унификатором.

Унификация

Подстановка θ называется унификатором для множества выражений $\{\mathfrak{E}_1, \mathfrak{E}_2, \ldots, \mathfrak{E}_k\}$ тогда и только тогда, когда

$$\mathfrak{E}_1^\theta = \mathfrak{E}_2^\theta = \ldots = \mathfrak{E}_k^\theta.$$

Говорят, что множество выражений унифицируемо, если для него существует унификатор.

Пример

Множество $\left\{P(a, y),\ P\big(x, f(b)\big)\right\}$ унифицируемо, так подстановка $\theta = \{a/x,\ f(b)/y\}$ является его унификатором.

Наиболее общий унификатор

Унификатор σ для множества выражений будет наиболее общим унификатором тогда и только тогда, когда для каждого унификатора θ для этого множества существует такая подстановка λ, что $\theta = \sigma \circ \lambda$.

Для поиска наиболее общего унификатора для конечного унифицируемого множества непустых выражений разработан алгоритм унификации.

Наиболее общий унификатор

Унификатор σ для множества выражений будет наиболее общим унификатором тогда и только тогда, когда для каждого унификатора θ для этого множества существует такая подстановка λ, что $\theta = \sigma \circ \lambda$.

Для поиска наиболее общего унификатора для конечного унифицируемого множества непустых выражений разработан алгоритм унификации.

Идея алгоритма унификации

Рассмотрим выражения $P(a)$ и $P(x)$.

Они не тождественны, т. к. в $P(a)$ встречается константа a, а в $P(x)$ на её месте — переменная x.

Найдём рассогласование, а затем исключим его.

В данном случае рассогласование будет $\{a, x\}$.

Т. к. x — переменная, а a — константа, то можно заменить x на a и рассогласование будет устранено.

Идея алгоритма унификации

Рассмотрим выражения $P(a)$ и $P(x)$.

Они не тождественны, т. к. в $P(a)$ встречается константа a, а в $P(x)$ на её месте — переменная x.

Найдём рассогласование, а затем исключим его.

В данном случае рассогласование будет $\{a, x\}$.

Т. к. x — переменная, а a — константа, то можно заменить x на a и рассогласование будет устранено.

Идея алгоритма унификации

Рассмотрим выражения $P(a)$ и $P(x)$.

Они не тождественны, т. к. в $P(a)$ встречается константа a, а в $P(x)$ на её месте — переменная x.

Найдём рассогласование, а затем исключим его.

В данном случае рассогласование будет $\{a, x\}$.

Т. к. x — переменная, а a — константа, то можно заменить x на a и рассогласование будет устранено.

Идея алгоритма унификации

Рассмотрим выражения $P(a)$ и $P(x)$.

Они не тождественны, т. к. в $P(a)$ встречается константа a, а в $P(x)$ на её месте — переменная x.

Найдём рассогласование, а затем исключим его.

В данном случае рассогласование будет $\{a, x\}$.

Т. к. x — переменная, а a — константа, то можно заменить x на a и рассогласование будет устранено.

Идея алгоритма унификации

Рассмотрим выражения $P(a)$ и $P(x)$.

Они не тождественны, т. к. в $P(a)$ встречается константа a, а в $P(x)$ на её месте — переменная x.

Найдём рассогласование, а затем исключим его.

В данном случае рассогласование будет $\{a, x\}$.

Т. к. x — переменная, а a — константа, то можно заменить x на a и рассогласование будет устранено.

Множество рассогласований

Рассмотрим сначала процедуру нахождения множества рассогласований $\mathscr{D}$ непустого множества выражений $\mathscr{W} = \{\mathfrak{E}_1, \ldots, \mathfrak{E}_k\}$.

1. Пусть сначала $\mathscr{D} = \varnothing$.
2. Найти первую слева позицию, на которой не для всех выражений из $\mathscr{W}$ стоит один и тот же символ.
3. Для каждого $\mathfrak{E}_i \in \mathscr{W}$: добавить в $\mathscr{D}$ подвыражение из $\mathfrak{E}_i$, которое начинается с символа, занимающего найденную позицию.

Пример

Для $\mathscr{W} = \left\{P(x, f(y, z), a),\ P(x, a, y),\ P\Big(x, g\big(h(k(x))\big), f(a, x)\Big)\right\}$ первая позиция, на которой не все выражения состоят из одинаковых символов — пятая.
Находим множество рассогласований: $\mathscr{D} = \left\{f(y, z),\ a,\ g\big(h(k(x))\big)\right\}$.

Множество рассогласований

Рассмотрим сначала процедуру нахождения множества рассогласований $\mathscr{D}$ непустого множества выражений $\mathscr{W} = \{\mathfrak{E}_1, \ldots, \mathfrak{E}_k\}$.

1. Пусть сначала $\mathscr{D} = \varnothing$.
2. Найти первую слева позицию, на которой не для всех выражений из $\mathscr{W}$ стои́т один и тот же символ.
3. Для каждого $\mathfrak{E}_i \in \mathscr{W}$: добавить в $\mathscr{D}$ подвыражение из $\mathfrak{E}_i$, которое начинается с символа, занимающего найденную позицию.

Пример

Для $\mathscr{W} = \left\{ P(x, f(y, z), a),\ P(x, a, y),\ P\Big(x, g\big(h(k(x))\big), f(a, x)\Big) \right\}$ первая позиция, на которой не все выражения состоят из одинаковых символов — пятая.
Находим множество рассогласований: $\mathscr{D} = \left\{ f(y, z),\ a,\ g\big(h(k(x))\big) \right\}$.

Множество рассогласований

Рассмотрим сначала процедуру нахождения множества рассогласований $\mathscr{D}$ непустого множества выражений $\mathscr{W} = \{\mathfrak{E}_1, \ldots, \mathfrak{E}_k\}$.

1. Пусть сначала $\mathscr{D} = \varnothing$.
2. Найти первую слева позицию, на которой не для всех выражений из $\mathscr{W}$ сто́йт один и тот же символ.
3. Для каждого $\mathfrak{E}_i \in \mathscr{W}$: добавить в $\mathscr{D}$ подвыражение из $\mathfrak{E}_i$, которое начинается с символа, занимающего найденную позицию.

Пример

Для $\mathscr{W} = \left\{ P(x, f(y, z), a),\ P(x, a, y),\ P\left(x, g\left(h(k(x))\right), f(a, x)\right) \right\}$ первая позиция, на которой не все выражения состоят из одинаковых символов — пятая.
Находим множество рассогласований: $\mathscr{D} = \left\{ f(y, z),\ a,\ g\left(h(k(x))\right) \right\}$.

Множество рассогласований

Рассмотрим сначала процедуру нахождения множества рассогласований $\mathscr{D}$ непустого множества выражений $\mathscr{W} = \{\mathfrak{E}_1, \ldots, \mathfrak{E}_k\}$.

1. Пусть сначала $\mathscr{D} = \varnothing$.
2. Найти первую слева позицию, на которой не для всех выражений из $\mathscr{W}$ сто́ит один и тот же символ.
3. Для каждого $\mathfrak{E}_i \in \mathscr{W}$: добавить в $\mathscr{D}$ подвыражение из $\mathfrak{E}_i$, которое начинается с символа, занимающего найденную позицию.

Пример

Для $\mathscr{W} = \Big\{ P(x, f(y,z), a),\ P(x, a, y),\ P\Big(x, g\Big(h(k(x))\Big), f(a,x)\Big) \Big\}$
первая позиция, на которой не все выражения состоят из одинаковых символов — пятая.
Находим множество рассогласований: $\mathscr{D} = \Big\{ f(y,z),\ a,\ g\Big(h(k(x))\Big) \Big\}$.

Множество рассогласований

Рассмотрим сначала процедуру нахождения множества рассогласований $\mathscr{D}$ непустого множества выражений $\mathscr{W} = \{\mathfrak{E}_1, \ldots, \mathfrak{E}_k\}$.

1. Пусть сначала $\mathscr{D} = \varnothing$.
2. Найти первую слева позицию, на которой не для всех выражений из $\mathscr{W}$ стои́т один и тот же символ.
3. Для каждого $\mathfrak{E}_i \in \mathscr{W}$: добавить в $\mathscr{D}$ подвыражение из $\mathfrak{E}_i$, которое начинается с символа, занимающего найденную позицию.

Пример

Для $\mathscr{W} = \Big\{ P(x, f(y,z), a),\ P(x, a, y),\ P\Big(x, g\big(h(k(x))\big), f(a,x)\Big) \Big\}$
первая позиция, на которой не все выражения состоят из одинаковых символов — пятая.
Находим множество рассогласований: $\mathscr{D} = \Big\{ f(y,z),\ a,\ g\big(h(k(x))\big) \Big\}$.

Множество рассогласований

Рассмотрим сначала процедуру нахождения множества рассогласований $\mathscr{D}$ непустого множества выражений $\mathscr{W} = \{\mathfrak{E}_1, \ldots, \mathfrak{E}_k\}$.

1. Пусть сначала $\mathscr{D} = \varnothing$.
2. Найти первую слева позицию, на которой не для всех выражений из $\mathscr{W}$ сто́йт один и тот же символ.
3. Для каждого $\mathfrak{E}_i \in \mathscr{W}$: добавить в $\mathscr{D}$ подвыражение из $\mathfrak{E}_i$, которое начинается с символа, занимающего найденную позицию.

Пример

Для $\mathscr{W} = \Big\{P(x, f(y,z), a),\ P(x, a, y),\ P\Big(x, g\Big(h(k(x))\Big), f(a,x)\Big)\Big\}$ первая позиция, на которой не все выражения состоят из одинаковых символов — пятая.

Находим множество рассогласований: $\mathscr{D} = \Big\{f(y,z),\ a,\ g\Big(h(k(x))\Big)\Big\}$.

Множество рассогласований

Рассмотрим сначала процедуру нахождения множества рассогласований $\mathscr{D}$ непустого множества выражений $\mathscr{W} = \{\mathfrak{E}_1, \dots, \mathfrak{E}_k\}$.

1. Пусть сначала $\mathscr{D} = \varnothing$.
2. Найти первую слева позицию, на которой не для всех выражений из $\mathscr{W}$ сто́ит один и тот же символ.
3. Для каждого $\mathfrak{E}_i \in \mathscr{W}$: добавить в $\mathscr{D}$ подвыражение из $\mathfrak{E}_i$, которое начинается с символа, занимающего найденную позицию.

Пример

Для $\mathscr{W} = \left\{ P(x, f(y,z), a),\ P(x, a, y),\ P\Big(x, g\big(h(k(x))\big), f(a,x)\Big) \right\}$
первая позиция, на которой не все выражения состоят из одинаковых символов — пятая.
Находим множество рассогласований: $\mathscr{D} = \left\{ f(y,z),\ a,\ g\big(h(k(x))\big) \right\}$.

Алгоритм унификации

Алгоритм унификации можно записать следующим образом:

1. Пусть сначала $k = 0$, $\mathscr{W}_k = \mathscr{W}$, $\sigma_k = \varepsilon$.
2. Если $\mathscr{W}_k$ — единичный дизъюнкт, то выдать σ_k — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$ и остановиться.
   Иначе найти множество $\mathscr{D}_k$ рассогласований для $\mathscr{W}_k$.
3. Если существуют такие элементы (термы) $v_k, t_k \in \mathscr{D}_k$, что v_k — переменная, не входящая в t_k, то найти $\lambda_k = \{t_k/v_k\}$ и перейти к шагу 4.
   Иначе выдать, что $\mathscr{W}$ неунифицируемо и остановиться.
4. Пусть $\sigma_{k+1} = \sigma_k \circ \lambda_k$, $\mathscr{W}_{k+1} = \mathscr{W}_k^{\lambda_k}$
   (Заметим, что $\mathscr{W}_{k+1} = \mathscr{W}^{\sigma_{k+1}}$).
5. Присвоить $k := k + 1$ и перейти к шагу 2.

Алгоритм унификации

Алгоритм унификации можно записать следующим образом:

1. Пусть сначала $k = 0$, $\quad \mathscr{W}_k = \mathscr{W}$, $\quad \sigma_k = \varepsilon$.
2. Если $\mathscr{W}_k$ — единичный дизъюнкт, то выдать σ_k — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$ и остановиться.
   Иначе найти множество $\mathscr{D}_k$ рассогласований для $\mathscr{W}_k$.
3. Если существуют такие элементы (термы) $v_k, t_k \in \mathscr{D}_k$, что v_k — переменная, не входящая в t_k, то найти $\lambda_k = \{t_k/v_k\}$ и перейти к шагу 4.
   Иначе выдать, что $\mathscr{W}$ неунифицируемо и остановиться.
4. Пусть $\sigma_{k+1} = \sigma_k \circ \lambda_k$, $\quad \mathscr{W}_{k+1} = \mathscr{W}_k^{\lambda_k}$.
   (Заметим, что $\mathscr{W}_{k+1} = \mathscr{W}^{\sigma_{k+1}}$).
5. Присвоить $k := k + 1$ и перейти к шагу 2.

Алгоритм унификации

Алгоритм унификации можно записать следующим образом:

1. Пусть сначала $k = 0$, $\mathscr{W}_k = \mathscr{W}$, $\sigma_k = \varepsilon$.
2. Если $\mathscr{W}_k$ — единичный дизъюнкт, то выдать σ_k — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$ и остановиться.
   Иначе найти множество $\mathscr{D}_k$ рассогласований для $\mathscr{W}_k$.
3. Если существуют такие элементы (термы) $v_k, t_k \in \mathscr{D}_k$, что v_k — переменная, не входящая в t_k, то найти $\lambda_k = \{t_k/v_k\}$ и перейти к шагу 4.
   Иначе выдать, что $\mathscr{W}$ неунифицируемо и остановиться.
4. Пусть $\sigma_{k+1} = \sigma_k \circ \lambda_k$, $\mathscr{W}_{k+1} = \mathscr{W}_k^{\lambda_k}$
   (Заметим, что $\mathscr{W}_{k+1} = \mathscr{W}^{\sigma_{k+1}}$).
5. Присвоить $k := k + 1$ и перейти к шагу 2.

Алгоритм унификации

Алгоритм унификации можно записать следующим образом:

1. Пусть сначала $k = 0$, $\mathscr{W}_k = \mathscr{W}$, $\sigma_k = \varepsilon$.
2. Если $\mathscr{W}_k$ — единичный дизъюнкт, то выдать σ_k — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$ и остановиться.
   Иначе найти множество $\mathscr{D}_k$ рассогласований для $\mathscr{W}_k$.
3. Если существуют такие элементы (термы) $v_k, t_k \in \mathscr{D}_k$, что v_k — переменная, не входящая в t_k, то найти $\lambda_k = \{t_k/v_k\}$ и перейти к шагу 4.
   Иначе выдать, что $\mathscr{W}$ неунифицируемо и остановиться.
4. Пусть $\sigma_{k+1} = \sigma_k \circ \lambda_k$, $\mathscr{W}_{k+1} = \mathscr{W}_k^{\lambda_k}$
   (Заметим, что $\mathscr{W}_{k+1} = \mathscr{W}^{\sigma_{k+1}}$).
5. Присвоить $k := k + 1$ и перейти к шагу 2.

Алгоритм унификации можно записать следующим образом:

1. Пусть сначала $k = 0$, $\mathscr{W}_k = \mathscr{W}$, $\sigma_k = \varepsilon$.
2. Если $\mathscr{W}_k$ — единичный дизъюнкт, то выдать σ_k — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$ и остановиться.
   Иначе найти множество $\mathscr{D}_k$ рассогласований для $\mathscr{W}_k$.
3. Если существуют такие элементы (термы) $v_k, t_k \in \mathscr{D}_k$, что v_k — переменная, не входящая в t_k, то найти $\lambda_k = \{t_k/v_k\}$ и перейти к шагу 4.
   Иначе выдать, что $\mathscr{W}$ неунифицируемо и остановиться.
4. Пусть $\sigma_{k+1} = \sigma_k \circ \lambda_k$, $\mathscr{W}_{k+1} = \mathscr{W}_k^{\lambda_k}$
   (Заметим, что $\mathscr{W}_{k+1} = \mathscr{W}^{\sigma_{k+1}}$).
5. Присвоить $k := k + 1$ и перейти к шагу 2.

Алгоритм унификации

Алгоритм унификации можно записать следующим образом:

1. Пусть сначала $k = 0$, $\mathscr{W}_k = \mathscr{W}$, $\sigma_k = \varepsilon$.
2. Если $\mathscr{W}_k$ — единичный дизъюнкт, то выдать σ_k — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$ и остановиться.
   Иначе найти множество $\mathscr{D}_k$ рассогласований для $\mathscr{W}_k$.
3. Если существуют такие элементы (термы) $v_k, t_k \in \mathscr{D}_k$, что v_k — переменная, не входящая в t_k, то найти $\lambda_k = \{t_k/v_k\}$ и перейти к шагу 4.
   Иначе выдать, что $\mathscr{W}$ неунифицируемо и остановиться.
4. Пусть $\sigma_{k+1} = \sigma_k \circ \lambda_k$, $\mathscr{W}_{k+1} = \mathscr{W}_k^{\lambda_k}$
   (Заметим, что $\mathscr{W}_{k+1} = \mathscr{W}^{\sigma_{k+1}}$).
5. Присвоить $k := k + 1$ и перейти к шагу 2.

Алгоритм унификации

Алгоритм унификации можно записать следующим образом:

1. Пусть сначала $k = 0$, $\mathscr{W}_k = \mathscr{W}$, $\sigma_k = \varepsilon$.
2. Если $\mathscr{W}_k$ — единичный дизъюнкт, то выдать σ_k — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$ и остановиться.
   Иначе найти множество $\mathscr{D}_k$ рассогласований для $\mathscr{W}_k$.
3. Если существуют такие элементы (термы) $v_k, t_k \in \mathscr{D}_k$, что v_k — переменная, не входящая в t_k, то найти $\lambda_k = \{t_k/v_k\}$ и перейти к шагу 4.
   Иначе выдать, что $\mathscr{W}$ неунифицируемо и остановиться.
4. Пусть $\sigma_{k+1} = \sigma_k \circ \lambda_k$, $\mathscr{W}_{k+1} = \mathscr{W}_k^{\lambda_k}$
   (Заметим, что $\mathscr{W}_{k+1} = \mathscr{W}^{\sigma_{k+1}}$).
5. Присвоить $k := k + 1$ и перейти к шагу 2.

Алгоритм унификации

Алгоритм унификации можно записать следующим образом:

1. Пусть сначала $k = 0$, $\mathscr{W}_k = \mathscr{W}$, $\sigma_k = \varepsilon$.
2. Если $\mathscr{W}_k$ — единичный дизъюнкт, то выдать σ_k — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$ и остановиться.
   Иначе найти множество $\mathscr{D}_k$ рассогласований для $\mathscr{W}_k$.
3. Если существуют такие элементы (термы) $v_k, t_k \in \mathscr{D}_k$, что v_k — переменная, не входящая в t_k, то найти $\lambda_k = \{t_k/v_k\}$ и перейти к шагу 4.
   Иначе выдать, что $\mathscr{W}$ неунифицируемо и остановиться.
4. Пусть $\sigma_{k+1} = \sigma_k \circ \lambda_k$, $\mathscr{W}_{k+1} = \mathscr{W}_k^{\lambda_k}$
   (Заметим, что $\mathscr{W}_{k+1} = \mathscr{W}^{\sigma_{k+1}}$).
5. Присвоить $k := k + 1$ и перейти к шагу 2.

Пример

Найти наиболее общий унификатор для

$$\mathscr{W} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}.$$

Решение

1. Сначала пусть $\sigma_0 = \varepsilon$, $\quad \mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $\mathscr{W}_0$ — не единичный дизъюнкт, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_0 = \{a, z\}$.
3. В $\mathscr{D}_0$ существует переменная $v_0 = z$, которая не встречается в $t_0 = a$.

   Находим $\lambda_0 = \{t_0/v_0\} = \{a/z\}$.
4. Пусть $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \lambda_0 = \varepsilon \circ \{a/z\} = \{a/z\}$,

   $$\mathscr{W}_1 = \mathscr{W}_0^{\lambda_0} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}^{\{a/z\}} = $$

   $$= \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big) \Big\}.$$
5. Присваиваем $k := 1$, переходим на шаг 2 алгоритма.

Пример

Найти наиболее общий унификатор для

$$\mathscr{W} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}.$$

Решение

1. Сначала пусть $\sigma_0 = \varepsilon$, $\mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $\mathscr{W}_0$ — не единичный дизъюнкт, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_0 = \{a, z\}$.
3. В $\mathscr{D}_0$ существует переменная $v_0 = z$, которая не встречается в $t_0 = a$.

   Находим $\lambda_0 = \{t_0/v_0\} = \{a/z\}$.
4. Пусть $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \lambda_0 = \varepsilon \circ \{a/z\} = \{a/z\}$,

$$\mathscr{W}_1 = \mathscr{W}_0^{\lambda_0} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}^{\{a/z\}} =$$

$$= \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big) \Big\}.$$

5. Присваиваем $k := 1$, переходим на шаг 2 алгоритма.

Пример

Найти наиболее общий унификатор для

$$\mathscr{W} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}.$$

Решение

1. Сначала пусть $\sigma_0 = \varepsilon$, $\quad \mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $\mathscr{W}_0$ — не единичный дизъюнкт, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_0 = \{a, z\}$.
3. В $\mathscr{D}_0$ существует переменная $v_0 = z$, которая не встречается в $t_0 = a$.

   Находим $\lambda_0 = \{t_0/v_0\} = \{a/z\}$.
4. Пусть $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \lambda_0 = \varepsilon \circ \{a/z\} = \{a/z\}$.

$$\mathscr{W}_1 = \mathscr{W}_0^{\lambda_0} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}^{\{a/z\}} =$$

$$= \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big) \Big\}.$$

5. Присваиваем $k := 1$, переходим на шаг 2 алгоритма.

Пример

Найти наиболее общий унификатор для

$$\mathscr{W} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}.$$

Решение

1. Сначала пусть $\sigma_0 = \varepsilon$, $\quad \mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $\mathscr{W}_0$ — не единичный дизъюнкт, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_0 = \{a, z\}$.
3. В $\mathscr{D}_0$ существует переменная $v_0 = z$, которая не встречается в $t_0 = a$. Находим $\lambda_0 = \{t_0/v_0\} = \{a/z\}$.
4. Пусть $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \lambda_0 = \varepsilon \circ \{a/z\} = \{a/z\}$,

$$\mathscr{W}_1 = \mathscr{W}_0^{\lambda_0} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}^{\{a/z\}} =$$

$$= \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big) \Big\}.$$

5. Присваиваем $k := 1$, переходим на шаг 2 алгоритма.

Пример

Найти наиболее общий унификатор для

$$\mathscr{W} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}.$$

Решение

1. Сначала пусть $\sigma_0 = \varepsilon$, $\quad \mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $\mathscr{W}_0$ — не единичный дизъюнкт, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_0 = \{a, z\}$.
3. В $\mathscr{D}_0$ существует переменная $v_0 = z$, которая не встречается в $t_0 = a$.

   Находим $\lambda_0 = \{t_0/v_0\} = \{a/z\}$.
4. Пусть $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \lambda_0 = \varepsilon \circ \{a/z\} = \{a/z\}$,

$$\mathscr{W}_1 = \mathscr{W}_0^{\lambda_0} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}^{\{a/z\}} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big) \Big\}.$$

5. Присваиваем $k := 1$, переходим на шаг 2 алгоритма.

Пример

Найти наиболее общий унификатор для

$$\mathscr{W} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}.$$

Решение

1. Сначала пусть $\sigma_0 = \varepsilon$, $\quad \mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $\mathscr{W}_0$ — не единичный дизъюнкт, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_0 = \{a, z\}$.
3. В $\mathscr{D}_0$ существует переменная $v_0 = z$, которая не встречается в $t_0 = a$.

   Находим $\lambda_0 = \{t_0/v_0\} = \{a/z\}$.
4. Пусть $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \lambda_0 = \varepsilon \circ \{a/z\} = \{a/z\}$,

$$\mathscr{W}_1 = \mathscr{W}_0^{\lambda_0} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}^{\{a/z\}} =$$
$$= \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big) \Big\}.$$

5. Присваиваем $k := 1$, переходим на шаг 2 алгоритма.

Пример

Найти наиболее общий унификатор для

$$\mathscr{W} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}.$$

Решение

1. Сначала пусть $\sigma_0 = \varepsilon$, $\quad \mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $\mathscr{W}_0$ — не единичный дизъюнкт, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_0 = \{a, z\}$.
3. В $\mathscr{D}_0$ существует переменная $v_0 = z$, которая не встречается в $t_0 = a$.

   Находим $\lambda_0 = \{t_0/v_0\} = \{a/z\}$.
4. Пусть $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \lambda_0 = \varepsilon \circ \{a/z\} = \{a/z\}$,

   $$\mathscr{W}_1 = \mathscr{W}_0^{\lambda_0} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}^{\{a/z\}} =$$

   $$= \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big) \Big\}.$$
5. Присваиваем $k := 1$, переходим на шаг 2 алгоритма.

Пример

Найти наиболее общий унификатор для

$$\mathscr{W} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}.$$

Решение

1. Сначала пусть $\sigma_0 = \varepsilon$, $\mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $\mathscr{W}_0$ — не единичный дизъюнкт, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_0 = \{a, z\}$.
3. В $\mathscr{D}_0$ существует переменная $v_0 = z$, которая не встречается в $t_0 = a$.

   Находим $\lambda_0 = \{t_0/v_0\} = \{a/z\}$.
4. Пусть $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \lambda_0 = \varepsilon \circ \{a/z\} = \{a/z\}$,

   $$\mathscr{W}_1 = \mathscr{W}_0^{\lambda_0} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}^{\{a/z\}} =$$

   $$= \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big) \Big\}.$$
5. Присваиваем $k := 1$, переходим на шаг 2 алгоритма.

Пример

Найти наиболее общий унификатор для

$$\mathscr{W} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}.$$

Решение

1. Сначала пусть $\sigma_0 = \varepsilon$, $\quad \mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $\mathscr{W}_0$ — не единичный дизъюнкт, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_0 = \{a, z\}$.
3. В $\mathscr{D}_0$ существует переменная $v_0 = z$, которая не встречается в $t_0 = a$.

   Находим $\lambda_0 = \{t_0/v_0\} = \{a/z\}$.
4. Пусть $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \lambda_0 = \varepsilon \circ \{a/z\} = \{a/z\}$,

$$\mathscr{W}_1 = \mathscr{W}_0^{\lambda_0} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}^{\{a/z\}} =$$

$$= \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big) \Big\}.$$

5. Присваиваем $k := 1$, переходим на шаг 2 алгоритма.

Пример

Найти наиболее общий унификатор для

$$\mathscr{W} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}.$$

Решение

1. Сначала пусть $\sigma_0 = \varepsilon$, $\quad \mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $\mathscr{W}_0$ — не единичный дизъюнкт, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_0 = \{a, z\}$.
3. В $\mathscr{D}_0$ существует переменная $v_0 = z$, которая не встречается в $t_0 = a$.

   Находим $\lambda_0 = \{t_0/v_0\} = \{a/z\}$.
4. Пусть $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \lambda_0 = \varepsilon \circ \{a/z\} = \{a/z\}$,

   $$\mathscr{W}_1 = \mathscr{W}_0^{\lambda_0} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big) \Big\}^{\{a/z\}} =$$

   $$= \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big) \Big\}.$$
5. Присваиваем $k := 1$, переходим на шаг 2 алгоритма.

Пример (продолжение)

Решение (продолжение)

6. Т. к. $\mathscr{W}_1$ — не единичный дизъюнкт, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.
   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_1 = \{x, f(a)\}$.
7. В $\mathscr{D}_1$ существует переменная $v_1 = x$, которая не встречается в $t_1 = f(a)$.
   Находим $\lambda_1 = \{t_1/v_1\} = \{f(a)/x\}$.
8. Пусть $\sigma_2 = \sigma_1 \circ \lambda_1 = \{a/z\} \circ \{f(a)/x\} = \{a/z,\ f(a)/x\}$,
   $$\mathscr{W}_2 = \mathscr{W}_1^{\lambda_1} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{f(a)/x\}} =$$
   $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}.$$
9. Присваиваем $k := 2$, переходим на шаг 2 алгоритма.
10. Т. к. $\mathscr{W}_2$ — не единичный дизъюнкт, то σ_2 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.
    Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_2 = \{g(y), u\}$.

Пример (продолжение)

Решение (продолжение)

6. Т. к. $\mathscr{W}_1$ — не единичный дизъюнкт, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_1 = \{x, f(a)\}$.

7. В $\mathscr{D}_1$ существует переменная $v_1 = x$, которая не встречается в $t_1 = f(a)$.

   Находим $\lambda_1 = \{t_1/v_1\} = \{f(a)/x\}$.

8. Пусть $\sigma_2 = \sigma_1 \circ \lambda_1 = \{a/z\} \circ \{f(a)/x\} = \{a/z,\ f(a)/x\}$,

$$\mathscr{W}_2 = \mathscr{W}_1^{\lambda_1} = \Big\{ P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big) \Big\}^{\{f(a)/x\}} = \\ = \Big\{ P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big) \Big\}.$$

9. Присваиваем $k := 2$, переходим на шаг 2 алгоритма.

10. Т. к. $\mathscr{W}_2$ — не единичный дизъюнкт, то σ_2 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

    Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_2 = \{g(y), u\}$.

Пример (продолжение)

Решение (продолжение)

6. Т. к. $\mathscr{W}_1$ — не единичный дизъюнкт, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_1 = \{x, f(a)\}$.

7. В $\mathscr{D}_1$ существует переменная $v_1 = x$, которая не встречается в $t_1 = f(a)$.

   Находим $\lambda_1 = \{t_1/v_1\} = \{f(a)/x\}$.

8. Пусть $\sigma_2 = \sigma_1 \circ \lambda_1 = \{a/z\} \circ \{f(a)/x\} = \{a/z,\ f(a)/x\}$,

$$\mathscr{W}_2 = \mathscr{W}_1^{\lambda_1} = \Big\{P\big(a, x, f(g(y))\big),\ P(a, f(a), f(u))\Big\}^{\{f(a)/x\}} = \Big\{P\big(a, f(a), f(g(y))\big),\ P(a, f(a), f(u))\Big\}.$$

9. Присваиваем $k := 2$, переходим на шаг 2 алгоритма.

10. Т. к. $\mathscr{W}_2$ — не единичный дизъюнкт, то σ_2 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

    Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_2 = \{g(y), u\}$.

Пример (продолжение)

Решение (продолжение)

6. Т. к. $\mathscr{W}_1$ — не единичный дизъюнкт, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_1 = \{x, f(a)\}$.

7. В $\mathscr{D}_1$ существует переменная $v_1 = x$, которая не встречается в $t_1 = f(a)$.

   Находим $\lambda_1 = \{t_1/v_1\} = \{f(a)/x\}$.

8. Пусть $\sigma_2 = \sigma_1 \circ \lambda_1 = \{a/z\} \circ \{f(a)/x\} = \{a/z,\ f(a)/x\}$,

$$\mathscr{W}_2 = \mathscr{W}_1^{\lambda_1} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{f(a)/x\}} =$$

$$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}.$$

9. Присваиваем $k := 2$, переходим на шаг 2 алгоритма.

10. Т. к. $\mathscr{W}_2$ — не единичный дизъюнкт, то σ_2 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

    Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_2 = \{g(y), u\}$.

Пример (продолжение)

Решение (продолжение)

6. Т. к. $\mathscr{W}_1$ — не единичный дизъюнкт, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_1 = \{x, f(a)\}$.

7. В $\mathscr{D}_1$ существует переменная $v_1 = x$, которая не встречается в $t_1 = f(a)$.

   Находим $\lambda_1 = \{t_1/v_1\} = \{f(a)/x\}$.

8. Пусть $\sigma_2 = \sigma_1 \circ \lambda_1 = \{a/z\} \circ \{f(a)/x\} = \{a/z,\ f(a)/x\}$,

$$\mathscr{W}_2 = \mathscr{W}_1^{\lambda_1} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{f(a)/x\}} = \\ = \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}.$$

9. Присваиваем $k := 2$, переходим на шаг 2 алгоритма.

10. Т. к. $\mathscr{W}_2$ — не единичный дизъюнкт, то σ_2 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

    Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_2 = \{g(y), u\}$.

Пример (продолжение)

Решение (продолжение)

6. Т. к. $\mathscr{W}_1$ — не единичный дизъюнкт, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_1 = \{x, f(a)\}$.

7. В $\mathscr{D}_1$ существует переменная $v_1 = x$, которая не встречается в $t_1 = f(a)$.

   Находим $\lambda_1 = \{t_1/v_1\} = \{f(a)/x\}$.

8. Пусть $\sigma_2 = \sigma_1 \circ \lambda_1 = \{a/z\} \circ \{f(a)/x\} = \{a/z,\ f(a)/x\}$,

$$\mathscr{W}_2 = \mathscr{W}_1^{\lambda_1} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{f(a)/x\}} =$$

$$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}.$$

9. Присваиваем $k := 2$, переходим на шаг 2 алгоритма.

10. Т. к. $\mathscr{W}_2$ — не единичный дизъюнкт, то σ_2 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

    Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_2 = \{g(y), u\}$.

Пример (продолжение)

Решение (продолжение)

6. Т. к. $\mathscr{W}_1$ — не единичный дизъюнкт, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_1 = \{x, f(a)\}$.

7. В $\mathscr{D}_1$ существует переменная $v_1 = x$, которая не встречается в $t_1 = f(a)$.

   Находим $\lambda_1 = \{t_1/v_1\} = \{f(a)/x\}$.

8. Пусть $\sigma_2 = \sigma_1 \circ \lambda_1 = \{a/z\} \circ \{f(a)/x\} = \{a/z,\ f(a)/x\}$,

$$\mathscr{W}_2 = \mathscr{W}_1^{\lambda_1} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{f(a)/x\}} =$$

$$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}.$$

9. Присваиваем $k := 2$, переходим на шаг 2 алгоритма.

10. Т. к. $\mathscr{W}_2$ — не единичный дизъюнкт, то σ_2 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

    Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_2 = \{g(y), u\}$.

Пример (продолжение)

Решение (продолжение)

6. Т. к. $\mathscr{W}_1$ — не единичный дизъюнкт, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.
   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_1 = \{x, f(a)\}$.
7. В $\mathscr{D}_1$ существует переменная $v_1 = x$, которая не встречается в $t_1 = f(a)$.
   Находим $\lambda_1 = \{t_1/v_1\} = \{f(a)/x\}$.
8. Пусть $\sigma_2 = \sigma_1 \circ \lambda_1 = \{a/z\} \circ \{f(a)/x\} = \{a/z,\ f(a)/x\}$,
   $$\mathscr{W}_2 = \mathscr{W}_1^{\lambda_1} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{f(a)/x\}} =$$
   $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}.$$
9. Присваиваем $k := 2$, переходим на шаг 2 алгоритма.
10. Т. к. $\mathscr{W}_2$ — не единичный дизъюнкт, то σ_2 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.
    Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_2 = \{g(y), u\}$.

Пример (продолжение)

Решение (продолжение)

6. Т. к. $\mathscr{W}_1$ — не единичный дизъюнкт, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_1 = \{x, f(a)\}$.

7. В $\mathscr{D}_1$ существует переменная $v_1 = x$, которая не встречается в $t_1 = f(a)$.

   Находим $\lambda_1 = \{t_1/v_1\} = \{f(a)/x\}$.

8. Пусть $\sigma_2 = \sigma_1 \circ \lambda_1 = \{a/z\} \circ \{f(a)/x\} = \{a/z,\ f(a)/x\}$,

$$\mathscr{W}_2 = \mathscr{W}_1^{\lambda_1} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{f(a)/x\}} =$$

$$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}.$$

9. Присваиваем $k := 2$, переходим на шаг 2 алгоритма.

10. Т. к. $\mathscr{W}_2$ — не единичный дизъюнкт, то σ_2 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.

    Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_2 = \{g(y), u\}$.

Пример (продолжение)

Решение (продолжение)

6. Т. к. $\mathscr{W}_1$ — не единичный дизъюнкт, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.
   Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_1 = \{x, f(a)\}$.
7. В $\mathscr{D}_1$ существует переменная $v_1 = x$, которая не встречается в $t_1 = f(a)$.
   Находим $\lambda_1 = \{t_1/v_1\} = \{f(a)/x\}$.
8. Пусть $\sigma_2 = \sigma_1 \circ \lambda_1 = \{a/z\} \circ \{f(a)/x\} = \{a/z,\ f(a)/x\}$,
   $$\mathscr{W}_2 = \mathscr{W}_1^{\lambda_1} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{f(a)/x\}} =$$
   $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}.$$
9. Присваиваем $k := 2$, переходим на шаг 2 алгоритма.
10. Т. к. $\mathscr{W}_2$ — не единичный дизъюнкт, то σ_2 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$.
    Найдём множество рассогласований $\mathscr{D}_2 = \{g(y), u\}$.

Пример (окончание)

Решение (продолжение)

11. В $\mathscr{D}_2$ существует переменная $v_2 = u$, которая не встречается в $t_2 = g(y)$.
    Находим $\lambda_2 = \{t_2/v_2\} = \{g(y)/u\}$.
12. Пусть
    $\sigma_3 = \sigma_2 \circ \lambda_2 = \{a/z,\ f(a)/x\} \circ \{g(y)/u\} = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$,
    $$\mathscr{W}_3 = \mathscr{W}_2^{\lambda_2} = \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{g(y)/u\}} =$$
    $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\} =$$
    $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\}.$$
13. Присваиваем $k := 3$, переходим на шаг 2 алгоритма.
14. Т. к. $\mathscr{W}_3$ — единичный дизъюнкт, то $\sigma_3 = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$ — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$.

Ответ: $\{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$ — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big)\Big\}$

Пример (окончание)

Решение (продолжение)

11. В $\mathscr{D}_2$ существует переменная $v_2 = u$, которая не встречается в $t_2 = g(y)$.
    Находим $\lambda_2 = \{t_2/v_2\} = \{g(y)/u\}$.
12. Пусть
    $\sigma_3 = \sigma_2 \circ \lambda_2 = \{a/z,\ f(a)/x\} \circ \{g(y)/u\} = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$,
    $$\mathscr{W}_3 = \mathscr{W}_2^{\lambda_2} = \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{g(y)/u\}} =$$
    $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\} =$$
    $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\}.$$
13. Присваиваем $k := 3$, переходим на шаг 2 алгоритма.
14. Т. к. $\mathscr{W}_3$ — единичный дизъюнкт, то $\sigma_3 = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$ — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$.

Ответ: $\{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$ — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big)\Big\}$

Пример (окончание)

Решение (продолжение)

11. В $\mathscr{D}_2$ существует переменная $v_2 = u$, которая не встречается в $t_2 = g(y)$.
    Находим $\lambda_2 = \{t_2/v_2\} = \{g(y)/u\}$.
12. Пусть
    $\sigma_3 = \sigma_2 \circ \lambda_2 = \{a/z,\ f(a)/x\} \circ \{g(y)/u\} = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$,
    $$\mathscr{W}_3 = \mathscr{W}_2^{\lambda_2} = \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{g(y)/u\}} =$$
    $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\} =$$
    $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\}.$$
13. Присваиваем $k := 3$, переходим на шаг 2 алгоритма.
14. Т. к. $\mathscr{W}_3$ — единичный дизъюнкт, то $\sigma_3 = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$ — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$.

Ответ: $\{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$ — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big)\Big\}$

Пример (окончание)

Решение (продолжение)

11. В $\mathscr{D}_2$ существует переменная $v_2 = u$, которая не встречается в $t_2 = g(y)$.
    Находим $\lambda_2 = \{t_2/v_2\} = \{g(y)/u\}$.
12. Пусть
    $\sigma_3 = \sigma_2 \circ \lambda_2 = \{a/z,\ f(a)/x\} \circ \{g(y)/u\} = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$,
    $$\mathscr{W}_3 = \mathscr{W}_2^{\lambda_2} = \left\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\right\}^{\{g(y)/u\}} = \left\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\right\} = \left\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\right\}.$$
13. Присваиваем $k := 3$, переходим на шаг 2 алгоритма.
14. Т. к. $\mathscr{W}_3$ — единичный дизъюнкт, то $\sigma_3 = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$ — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$.

Ответ: $\{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$ — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W} = \left\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big)\right\}$

Пример (окончание)

Решение (продолжение)

11. В $\mathscr{D}_2$ существует переменная $v_2 = u$, которая не встречается в $t_2 = g(y)$.
    Находим $\lambda_2 = \{t_2/v_2\} = \{g(y)/u\}$.
12. Пусть
    $\sigma_3 = \sigma_2 \circ \lambda_2 = \{a/z,\ f(a)/x\} \circ \{g(y)/u\} = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$,
    $$\mathscr{W}_3 = \mathscr{W}_2^{\lambda_2} = \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{g(y)/u\}} =$$
    $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\} =$$
    $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\}.$$
13. Присваиваем $k := 3$, переходим на шаг 2 алгоритма.
14. Т. к. $\mathscr{W}_3$ — единичный дизъюнкт, то $\sigma_3 = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$ — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$.

Ответ: $\{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$ — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big)\Big\}$

Пример (окончание)

Решение (продолжение)

11. В $\mathscr{D}_2$ существует переменная $v_2 = u$, которая не встречается в $t_2 = g(y)$.
    Находим $\lambda_2 = \{t_2/v_2\} = \{g(y)/u\}$.
12. Пусть
    $\sigma_3 = \sigma_2 \circ \lambda_2 = \{a/z,\ f(a)/x\} \circ \{g(y)/u\} = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$,
    $$\mathscr{W}_3 = \mathscr{W}_2^{\lambda_2} = \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{g(y)/u\}} =$$
    $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\} =$$
    $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\}.$$
13. Присваиваем $k := 3$, переходим на шаг 2 алгоритма.
14. Т. к. $\mathscr{W}_3$ — единичный дизъюнкт, то $\sigma_3 = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$ — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$.

Ответ: $\{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$ — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big)\Big\}$

Пример (окончание)

Решение (продолжение)

11. В $\mathscr{D}_2$ существует переменная $v_2 = u$, которая не встречается в $t_2 = g(y)$.
    Находим $\lambda_2 = \{t_2/v_2\} = \{g(y)/u\}$.
12. Пусть
    $\sigma_3 = \sigma_2 \circ \lambda_2 = \{a/z,\ f(a)/x\} \circ \{g(y)/u\} = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$,
    $$\mathscr{W}_3 = \mathscr{W}_2^{\lambda_2} = \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{g(y)/u\}} =$$
    $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\} =$$
    $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\}.$$
13. Присваиваем $k := 3$, переходим на шаг 2 алгоритма.
14. Т. к. $\mathscr{W}_3$ — единичный дизъюнкт, то $\sigma_3 = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$ — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$.

Ответ: $\{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$ — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big)\Big\}$

Пример (окончание)

Решение (продолжение)

11. В $\mathscr{D}_2$ существует переменная $v_2 = u$, которая не встречается в $t_2 = g(y)$.
    Находим $\lambda_2 = \{t_2/v_2\} = \{g(y)/u\}$.
12. Пусть
    $\sigma_3 = \sigma_2 \circ \lambda_2 = \{a/z,\ f(a)/x\} \circ \{g(y)/u\} = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$,
    $$\mathscr{W}_3 = \mathscr{W}_2^{\lambda_2} = \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(a, f(a), f(u)\big)\Big\}^{\{g(y)/u\}} =$$
    $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big),\ P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\} =$$
    $$= \Big\{P\Big(a, f(a), f\big(g(y)\big)\Big)\Big\}.$$
13. Присваиваем $k := 3$, переходим на шаг 2 алгоритма.
14. Т. к. $\mathscr{W}_3$ — единичный дизъюнкт, то $\sigma_3 = \{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$ — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W}$.

Ответ: $\{a/z,\ f(a)/x,\ g(y)/u\}$ — наиболее общий унификатор для $\mathscr{W} = \Big\{P\Big(a, x, f\big(g(y)\big)\Big),\ P\big(z, f(z), f(u)\big)\Big\}$

Унификация выражений

Рассмотрим ещё один пример поиска наиболее общего унификатора.

Пример

Определить, унифицируемо ли множество выражений

$$\mathscr{W} = \{Q(f(a), g(x)),\ Q(y, y)\}\,.$$

1. Положим $\sigma_0 = \varepsilon$ и $\mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $|\mathscr{W}_0| \neq 1$, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$. Поэтому находим множество несогласованности $\mathscr{D}_0 = \{f(a),\ y\}$.
3. В $\mathscr{D}_0$ существует переменная $v_0 = y$, которая не встречается в $t_0 = f(a)$. Пусть $\lambda_0 = \{t_0/v_0\} = \{f(a)/y\}$.

Унификация выражений

Рассмотрим ещё один пример поиска наиболее общего унификатора.

Пример

Определить, унифицируемо ли множество выражений

$$\mathscr{W} = \left\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q(y, y)\right\}.$$

1. Положим $\sigma_0 = \varepsilon$ и $\mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $|\mathscr{W}_0| \neq 1$, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$. Поэтому находим множество несогласованности $\mathscr{D}_0 = \{f(a),\ y\}$.
3. В $\mathscr{D}_0$ существует переменная $v_0 = y$, которая не встречается в $t_0 = f(a)$. Пусть $\lambda_0 = \{t_0/v_0\} = \{f(a)/y\}$.

Рассмотрим ещё один пример поиска наиболее общего унификатора.

Пример

Определить, унифицируемо ли множество выражений

$$\mathscr{W} = \{Q(f(a), g(x)),\ Q(y, y)\}.$$

1. Положим $\sigma_0 = \varepsilon$ и $\mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $|\mathscr{W}_0| \neq 1$, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$. Поэтому находим множество несогласованности $\mathscr{D}_0 = \{f(a),\ y\}$.
3. В $\mathscr{D}_0$ существует переменная $v_0 = y$, которая не встречается в $t_0 = f(a)$. Пусть $\lambda_0 = \{t_0/v_0\} = \{f(a)/y\}$.

Унификация выражений

Рассмотрим ещё один пример поиска наиболее общего унификатора.

Пример

Определить, унифицируемо ли множество выражений

$$\mathscr{W} = \left\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q(y, y)\right\}.$$

1. Положим $\sigma_0 = \varepsilon$ и $\mathscr{W}_0 = \mathscr{W}$.
2. Т. к. $|\mathscr{W}_0| \neq 1$, то σ_0 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$. Поэтому находим множество несогласованности $\mathscr{D}_0 = \{f(a),\ y\}$.
3. В $\mathscr{D}_0$ существует переменная $v_0 = y$, которая не встречается в $t_0 = f(a)$. Пусть $\lambda_0 = \{t_0/v_0\} = \{f(a)/y\}$.

Унификация выражений

Пример (продолжение)

4. Пусть $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \lambda_0 = \varepsilon \circ \{f(a)/y\} = \{f(a)/y\}$,

$$\mathscr{W}_1 = \mathscr{W}_0^{\lambda_0} = \big\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q\big(y, y\big)\big\}^{\{f(a)/y\}} = \\ = \big\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q\big(f(a), f(a)\big)\big\}.$$

5. Т. к. $|\mathscr{W}_1| \neq 1$, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$. Поэтому находим множество несогласованности $\mathscr{D}_1 = \{g(x),\ f(a)\}$.
6. В $\mathscr{D}_1$ нет элемента, который был бы переменной. Следовательно, $\mathscr{W}$ неунифицируемо.

Итак, множество выражений $\mathscr{W} = \big\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q(y, y)\big\}$ неунифицируемо.

Унификация выражений

Пример (продолжение)

4. Пусть $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \lambda_0 = \varepsilon \circ \{f(a)/y\} = \{f(a)/y\}$,

$$\begin{aligned}\mathscr{W}_1 = \mathscr{W}_0^{\lambda_0} &= \big\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q\big(y, y\big)\big\}^{\{f(a)/y\}} = \\ &= \big\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q\big(f(a), f(a)\big)\big\}.\end{aligned}$$

5. Т. к. $|\mathscr{W}_1| \neq 1$, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$. Поэтому находим множество несогласованности $\mathscr{D}_1 = \{g(x),\ f(a)\}$.
6. В $\mathscr{D}_1$ нет элемента, который был бы переменной. Следовательно, $\mathscr{W}$ неунифицируемо.

Итак, множество выражений $\mathscr{W} = \big\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q\big(y, y\big)\big\}$ неунифицируемо.

Пример (продолжение)

4. Пусть $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \lambda_0 = \varepsilon \circ \{f(a)/y\} = \{f(a)/y\}$,

$$\begin{aligned}\mathscr{W}_1 = \mathscr{W}_0^{\lambda_0} &= \big\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q\big(y, y\big)\big\}^{\{f(a)/y\}} = \\ &= \big\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q\big(f(a), f(a)\big)\big\}\,.\end{aligned}$$

5. Т. к. $|\mathscr{W}_1| \neq 1$, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$. Поэтому находим множество несогласованности $\mathscr{D}_1 = \{g(x),\ f(a)\}$.
6. В $\mathscr{D}_1$ нет элемента, который был бы переменной. Следовательно, $\mathscr{W}$ неунифицируемо.

Итак, множество выражений $\mathscr{W} = \big\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q\big(y, y\big)\big\}$ неунифицируемо.

Пример (продолжение)

4. Пусть $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \lambda_0 = \varepsilon \circ \{f(a)/y\} = \{f(a)/y\}$,
$$\begin{aligned}\mathscr{W}_1 = \mathscr{W}_0^{\lambda_0} &= \big\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q\big(y, y\big)\big\}^{\{f(a)/y\}} = \\ &= \big\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q\big(f(a), f(a)\big)\big\}.\end{aligned}$$
5. Т. к. $|\mathscr{W}_1| \neq 1$, то σ_1 не является наиболее общим унификатором для $\mathscr{W}$. Поэтому находим множество несогласованности $\mathscr{D}_1 = \{g(x),\ f(a)\}$.
6. В $\mathscr{D}_1$ нет элемента, который был бы переменной. Следовательно, $\mathscr{W}$ неунифицируемо.

Итак, множество выражений $\mathscr{W} = \big\{Q\big(f(a), g(x)\big),\ Q(y, y)\big\}$ неунифицируемо.

Конечность алгоритма унификации

Алгоритм унификации всегда завершает работу для любого конечного непустого множества выражений, так как иначе породилась бы бесконечная последовательность $\mathscr{W}^{\sigma_0}, \mathscr{W}^{\sigma_1}, \mathscr{W}^{\sigma_2}, \ldots$ конечных непустых множеств, обладающая тем свойством, что каждое последующее множество содержит на одну переменную меньше, чем предыдущее (а именно, $\mathscr{W}^{\sigma_k}$ содержит v_k, а $\mathscr{W}^{\sigma_{k+1}}$ её уже не содержит).

Но это невозможно, т. к. $\mathscr{W}$ содержит только конечное число различных переменных.

Конечность алгоритма унификации

Алгоритм унификации всегда завершает работу для любого конечного непустого множества выражений, так как иначе породилась бы бесконечная последовательность $\mathscr{W}^{\sigma_0}, \mathscr{W}^{\sigma_1}, \mathscr{W}^{\sigma_2}, \dots$ конечных непустых множеств, обладающая тем свойством, что каждое последующее множество содержит на одну переменную меньше, чем предыдущее (а именно, $\mathscr{W}^{\sigma_k}$ содержит v_k, а $\mathscr{W}^{\sigma_{k+1}}$ её уже не содержит).

Но это невозможно, т. к. $\mathscr{W}$ содержит только конечное число различных переменных.

Склейки

Если две или более литер (с одинаковым знаком) дизъюнкта $\mathfrak{C}$ имеют наиболее общий унификатор σ, то $\mathfrak{C}^{\sigma}$ называется **склейкой** $\mathfrak{C}$.

Если склейка $\mathfrak{C}^{\sigma}$ — единичный дизъюнкт, то она называется **единичной склейкой**.

Пример

Пусть $\mathfrak{C} = P(x) \vee P(f(y)) \vee \overline{Q(x)}$.
Тогда литеры $P(x)$ и $P(f(y))$ имеют наиболее общий унификатор $\sigma = \{f(y)/x\}$.
Следовательно, $\mathfrak{C}^{\sigma} = P(f(y)) \vee \overline{Q(f(y))}$ есть склейка $\mathfrak{C}$.

Склейки

Если две или более литер (с одинаковым знаком) дизъюнкта $\mathfrak{C}$ имеют наиболее общий унификатор σ, то $\mathfrak{C}^\sigma$ называется склейкой $\mathfrak{C}$.

Если склейка $\mathfrak{C}^\sigma$ — единичный дизъюнкт, то она называется единичной склейкой.

Пример

Пусть $\mathfrak{C} = P(x) \vee P(f(y)) \vee \overline{Q(x)}$.
Тогда литеры $P(x)$ и $P(f(y))$ имеют наиболее общий унификатор $\sigma = \{f(y)/x\}$.
Следовательно, $\mathfrak{C}^\sigma = P(f(y)) \vee \overline{Q(f(y))}$ есть склейка $\mathfrak{C}$.

Склейки

Если две или более литер (с одинаковым знаком) дизъюнкта $\mathfrak{C}$ имеют наиболее общий унификатор σ, то $\mathfrak{C}^\sigma$ называется склейкой $\mathfrak{C}$.

Если склейка $\mathfrak{C}^\sigma$ — единичный дизъюнкт, то она называется единичной склейкой.

Пример

Пусть $\mathfrak{C} = P(x) \vee P(f(y)) \vee \overline{Q(x)}$.
Тогда литеры $P(x)$ и $P(f(y))$ имеют наиболее общий унификатор $\sigma = \{f(y)/x\}$.
Следовательно, $\mathfrak{C}^\sigma = P(f(y)) \vee \overline{Q(f(y))}$ есть склейка $\mathfrak{C}$.

Склейки

Если две или более литер (с одинаковым знаком) дизъюнкта $\mathfrak{C}$ имеют наиболее общий унификатор σ, то $\mathfrak{C}^\sigma$ называется склейкой $\mathfrak{C}$.

Если склейка $\mathfrak{C}^\sigma$ — единичный дизъюнкт, то она называется единичной склейкой.

Пример

Пусть $\mathfrak{C} = P(x) \vee P(f(y)) \vee \overline{Q(x)}$.
Тогда литеры $P(x)$ и $P(f(y))$ имеют наиболее общий унификатор $\sigma = \{f(y)/x\}$.
Следовательно, $\mathfrak{C}^\sigma = P(f(y)) \vee \overline{Q(f(y))}$ есть склейка $\mathfrak{C}$.

Склейки

Если две или более литер (с одинаковым знаком) дизъюнкта $\mathfrak{C}$ имеют наиболее общий унификатор σ, то $\mathfrak{C}^\sigma$ называется склейкой $\mathfrak{C}$.

Если склейка $\mathfrak{C}^\sigma$ — единичный дизъюнкт, то она называется единичной склейкой.

Пример

Пусть $\mathfrak{C} = P(x) \vee P\big(f(y)\big) \vee \overline{Q(x)}$.
Тогда литеры $P(x)$ и $P\big(f(y)\big)$ имеют наиболее общий унификатор $\sigma = \{f(y)/x\}$.
Следовательно, $\mathfrak{C}^\sigma = P\big(f(y)\big) \vee \overline{Q\big(f(y)\big)}$ есть склейка $\mathfrak{C}$.

Резольвенты

Пусть $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ — два дизъюнкта (называемые **дизъюнктами-посылками**), которые не имеют никаких общих переменных.

Дизъюнкты $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_1$ рассмотрим как множества литер (поэтому над ними можно выполнять такие операции, как вычитание «$\setminus$» и объединение «$\cup$» множеств).

Пусть $\mathfrak{L}_1$ и $\mathfrak{L}_2$ — две литеры в $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ соответственно (т. е. $\mathfrak{L}_1 \in \mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{L}_2 \in \mathfrak{C}_2$).

Если $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ имеют наиболее общий унификатор σ, то дизъюнкт

$$(\mathfrak{C}_1^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_1^\sigma\}) \cup (\mathfrak{C}_2^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_2^\sigma\})$$

называется (бинарной) **резольвентой** $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$.

Литеры $\mathfrak{L}_1$ и $\mathfrak{L}_2$ называются **отрезаемыми литерами**.

Резольвенты

Пусть $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ — два дизъюнкта (называемые дизъюнктами-посылками), которые не имеют никаких общих переменных.

Дизъюнкты $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_1$ рассмотрим как множества литер (поэтому над ними можно выполнять такие операции, как вычитание «$\setminus$» и объединение «$\cup$» множеств).

Пусть $\mathfrak{L}_1$ и $\mathfrak{L}_2$ — две литеры в $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ соответственно (т. е. $\mathfrak{L}_1 \in \mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{L}_2 \in \mathfrak{C}_2$).

Если $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ имеют наиболее общий унификатор σ, то дизъюнкт

$$(\mathfrak{C}_1^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_1^\sigma\}) \cup (\mathfrak{C}_2^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_2^\sigma\})$$

называется (бинарной) резольвентой $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$.

Литеры $\mathfrak{L}_1$ и $\mathfrak{L}_2$ называются отрезаемыми литерами.

Резольвенты

Пусть $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ — два дизъюнкта (называемые дизъюнктами-посылками), которые не имеют никаких общих переменных.

Дизъюнкты $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_1$ рассмотрим как множества литер (поэтому над ними можно выполнять такие операции, как вычитание «$\setminus$» и объединение «$\cup$» множеств).

Пусть $\mathfrak{L}_1$ и $\mathfrak{L}_2$ — две литеры в $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ соответственно (т. е. $\mathfrak{L}_1 \in \mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{L}_2 \in \mathfrak{C}_2$).

Если $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ имеют наиболее общий унификатор σ, то дизъюнкт

$$(\mathfrak{C}_1^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_1^\sigma\}) \cup (\mathfrak{C}_2^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_2^\sigma\})$$

называется (бинарной) резольвентой $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$.

Литеры $\mathfrak{L}_1$ и $\mathfrak{L}_2$ называются отрезаемыми литерами.

Резольвенты

Пусть $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ — два дизъюнкта (называемые дизъюнктами-посылками), которые не имеют никаких общих переменных.

Дизъюнкты $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_1$ рассмотрим как множества литер (поэтому над ними можно выполнять такие операции, как вычитание «$\setminus$» и объединение «$\cup$» множеств).

Пусть $\mathfrak{L}_1$ и $\mathfrak{L}_2$ — две литеры в $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ соответственно (т. е. $\mathfrak{L}_1 \in \mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{L}_2 \in \mathfrak{C}_2$).

Если $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ имеют наиболее общий унификатор σ, то дизъюнкт

$$\left(\mathfrak{C}_1^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_1^\sigma\}\right) \cup \left(\mathfrak{C}_2^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_2^\sigma\}\right)$$

называется (бинарной) резольвентой $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$.

Литеры $\mathfrak{L}_1$ и $\mathfrak{L}_2$ называются отрезаемыми литерами.

Резольвенты

Пусть $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ — два дизъюнкта (называемые дизъюнктами-посылками), которые не имеют никаких общих переменных.

Дизъюнкты $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_1$ рассмотрим как множества литер (поэтому над ними можно выполнять такие операции, как вычитание «$\setminus$» и объединение «$\cup$» множеств).

Пусть $\mathfrak{L}_1$ и $\mathfrak{L}_2$ — две литеры в $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ соответственно (т. е. $\mathfrak{L}_1 \in \mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{L}_2 \in \mathfrak{C}_2$).

Если $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ имеют наиболее общий унификатор σ, то дизъюнкт

$$\left(\mathfrak{C}_1^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_1^\sigma\}\right) \cup \left(\mathfrak{C}_2^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_2^\sigma\}\right)$$

называется (бинарной) резольвентой $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$.

Литеры $\mathfrak{L}_1$ и $\mathfrak{L}_2$ называются отрезаемыми литерами.

Пример нахождения бинарной резольвенты

Пример

Найдём бинарную резольвенту дизъюнктов

$$\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee Q(x), \quad \mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(x).$$

Т. к. переменная x входит и в $\mathfrak{C}_1$, и в $\mathfrak{C}_2$, то мы заменим переменную x на y в $\mathfrak{C}_2$, т. е. $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(y)$.
Выбираем литеры $\mathfrak{L}_1 = P(x)$ и $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(a)}$.
Т. к. $\overline{\mathfrak{L}_2} = P(a)$, то $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ имеют наиболее общий унификатор $\sigma = \{a/x\}$.
Следовательно,

$$\begin{aligned}
&(\mathfrak{C}_1^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_1^\sigma\}) \cup (\mathfrak{C}_2^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_2^\sigma\}) = \\
&\qquad = (\{P(a), Q(a)\} \setminus \{P(a)\}) \cup (\{\overline{P(a)}, R(y)\} \setminus \{\overline{P(a)}\}) = \\
&\qquad\qquad = \{Q(a)\} \cup \{R(y)\} = \{Q(a), R(y)\} = Q(a) \vee R(y).
\end{aligned}$$

Таким образом, $Q(a) \vee R(y)$ — бинарная резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$, а $P(x)$ и $\overline{P(a)}$ — отрезаемые литеры.

Пример нахождения бинарной резольвенты

Пример

Найдём бинарную резольвенту дизъюнктов

$$\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee Q(x), \quad \mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(x).$$

Т. к. переменная x входит и в $\mathfrak{C}_1$, и в $\mathfrak{C}_2$, то мы заменим переменную x на y в $\mathfrak{C}_2$, т. е. $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(y)$.
Выбираем литеры $\mathfrak{L}_1 = P(x)$ и $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(a)}$.
Т. к. $\overline{\mathfrak{L}_2} = P(a)$, то $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ имеют наиболее общий унификатор $\sigma = \{a/x\}$.
Следовательно,

$$\begin{aligned}
&(\mathfrak{C}_1^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_1^\sigma\}) \cup (\mathfrak{C}_2^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_2^\sigma\}) = \\
&\quad = (\{P(a), Q(a)\} \setminus \{P(a)\}) \cup (\{\overline{P(a)}, R(y)\} \setminus \{\overline{P(a)}\}) = \\
&\quad\quad = \{Q(a)\} \cup \{R(y)\} = \{Q(a), R(y)\} = Q(a) \vee R(y).
\end{aligned}$$

Таким образом, $Q(a) \vee R(y)$ — бинарная резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$, а $P(x)$ и $\overline{P(a)}$ — отрезаемые литеры.

Пример нахождения бинарной резольвенты

Пример

Найдём бинарную резольвенту дизъюнктов

$$\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee Q(x), \quad \mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(x).$$

Т. к. переменная x входит и в $\mathfrak{C}_1$, и в $\mathfrak{C}_2$, то мы заменим переменную x на y в $\mathfrak{C}_2$, т. е. $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(y)$.
Выбираем литеры $\mathfrak{L}_1 = P(x)$ и $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(a)}$.
Т. к. $\overline{\mathfrak{L}_2} = P(a)$, то $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ имеют наиболее общий унификатор $\sigma = \{a/x\}$.
Следовательно,

$$\begin{aligned}(\mathfrak{C}_1^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_1^\sigma\}) \cup (\mathfrak{C}_2^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_2^\sigma\}) &= \\ = (\{P(a), Q(a)\} \setminus \{P(a)\}) \cup (\{\overline{P(a)}, R(y)\} \setminus \{\overline{P(a)}\}) &= \\ = \{Q(a)\} \cup \{R(y)\} = \{Q(a), R(y)\} &= Q(a) \vee R(y).\end{aligned}$$

Таким образом, $Q(a) \vee R(y)$ — бинарная резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$, а $P(x)$ и $\overline{P(a)}$ — отрезаемые литеры.

Пример нахождения бинарной резольвенты

Пример

Найдём бинарную резольвенту дизъюнктов

$$\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee Q(x), \quad \mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(x).$$

Т. к. переменная x входит и в $\mathfrak{C}_1$, и в $\mathfrak{C}_2$, то мы заменим переменную x на y в $\mathfrak{C}_2$, т. е. $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(y)$.
Выбираем литеры $\mathfrak{L}_1 = P(x)$ и $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(a)}$.
Т. к. $\overline{\mathfrak{L}_2} = P(a)$, то $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ имеют наиболее общий унификатор $\sigma = \{a/x\}$.
Следовательно,

$$(\mathfrak{C}_1^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_1^\sigma\}) \cup (\mathfrak{C}_2^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_2^\sigma\}) =$$
$$= (\{P(a), Q(a)\} \setminus \{P(a)\}) \cup (\{\overline{P(a)}, R(y)\} \setminus \{\overline{P(a)}\}) =$$
$$= \{Q(a)\} \cup \{R(y)\} = \{Q(a), R(y)\} = Q(a) \vee R(y).$$

Таким образом, $Q(a) \vee R(y)$ — бинарная резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$, а $P(x)$ и $\overline{P(a)}$ — отрезаемые литеры.

Пример нахождения бинарной резольвенты

Пример

Найдём бинарную резольвенту дизъюнктов

$$\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee Q(x), \quad \mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(x).$$

Т. к. переменная x входит и в $\mathfrak{C}_1$, и в $\mathfrak{C}_2$, то мы заменим переменную x на y в $\mathfrak{C}_2$, т. е. $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(y)$.
Выбираем литеры $\mathfrak{L}_1 = P(x)$ и $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(a)}$.
Т. к. $\overline{\mathfrak{L}_2} = P(a)$, то $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ имеют наиболее общий унификатор $\sigma = \{a/x\}$.
Следовательно,

$$\begin{aligned}(\mathfrak{C}_1^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_1^\sigma\}) \cup (\mathfrak{C}_2^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_2^\sigma\}) &= \\ &= (\{P(a), Q(a)\} \setminus \{P(a)\}) \cup (\{\overline{P(a)}, R(y)\} \setminus \{\overline{P(a)}\}) = \\ &= \{Q(a)\} \cup \{R(y)\} = \{Q(a), R(y)\} = Q(a) \vee R(y).\end{aligned}$$

Таким образом, $Q(a) \vee R(y)$ — бинарная резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$, а $P(x)$ и $\overline{P(a)}$ — отрезаемые литеры.

Пример нахождения бинарной резольвенты

Пример

Найдём бинарную резольвенту дизъюнктов

$$\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee Q(x), \quad \mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(x).$$

Т. к. переменная x входит и в $\mathfrak{C}_1$, и в $\mathfrak{C}_2$, то мы заменим переменную x на y в $\mathfrak{C}_2$, т. е. $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(a)} \vee R(y)$.
Выбираем литеры $\mathfrak{L}_1 = P(x)$ и $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(a)}$.
Т. к. $\overline{\mathfrak{L}_2} = P(a)$, то $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ имеют наиболее общий унификатор $\sigma = \{a/x\}$.
Следовательно,

$$\begin{aligned}
&\left(\mathfrak{C}_1^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_1^\sigma\}\right) \cup \left(\mathfrak{C}_2^\sigma \setminus \{\mathfrak{L}_2^\sigma\}\right) = \\
&\qquad = \left(\{P(a), Q(a)\} \setminus \{P(a)\}\right) \cup \left(\{\overline{P(a)}, R(y)\} \setminus \{\overline{P(a)}\}\right) = \\
&\qquad\qquad = \{Q(a)\} \cup \{R(y)\} = \{Q(a), R(y)\} = Q(a) \vee R(y).
\end{aligned}$$

Таким образом, $Q(a) \vee R(y)$ — бинарная резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$, а $P(x)$ и $\overline{P(a)}$ — отрезаемые литеры.

Резольвенты

Резольвентой дизъюнктов-посылок $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ является одна из следующих резольвент:

1. резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$;
2. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$;
3. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_2$ и склейки $\mathfrak{C}_1$;
4. бинарная резольвента склейки $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$.

Пример

Пусть $\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee P(f(y)) \vee R(g(y))$ и $\mathfrak{C}_2 = \overline{P\Big(f(g(a))\Big)} \vee Q(b)$.

Склейкой $\mathfrak{C}_1$ является $\mathfrak{C}_1' = P(f(y)) \vee R(g(y))$.

Бинарной резольвентой $\mathfrak{C}_1'$ и $\mathfrak{C}_2$ является $R\Big(g(g(a))\Big) \vee Q(b)$.

Следовательно, $R\Big(g(g(a))\Big) \vee Q(b)$ есть резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$.

Резольвенты

Резольвентой дизъюнктов-посылок $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ является одна из следующих резольвент:

1. резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$;
2. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$;
3. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_2$ и склейки $\mathfrak{C}_1$;
4. бинарная резольвента склейки $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$.

Пример

Пусть $\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee P(f(y)) \vee R(g(y))$ и $\mathfrak{C}_2 = \overline{P\Big(f(g(a))\Big)} \vee Q(b)$.

Склейкой $\mathfrak{C}_1$ является $\mathfrak{C}_1' = P(f(y)) \vee R(g(y))$.

Бинарной резольвентой $\mathfrak{C}_1'$ и $\mathfrak{C}_2$ является $R\Big(g(g(a))\Big) \vee Q(b)$.

Следовательно, $R\Big(g(g(a))\Big) \vee Q(b)$ есть резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$.

Резольвенты

Резольвентой дизъюнктов-посылок $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ является одна из следующих резольвент:

1. резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$;
2. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$;
3. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_2$ и склейки $\mathfrak{C}_1$;
4. бинарная резольвента склейки $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$.

Пример

Пусть $\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee P(f(y)) \vee R(g(y))$ и $\mathfrak{C}_2 = \overline{P\Big(f(g(a))\Big)} \vee Q(b)$.

Склейкой $\mathfrak{C}_1$ является $\mathfrak{C}_1' = P(f(y)) \vee R(g(y))$.

Бинарной резольвентой $\mathfrak{C}_1'$ и $\mathfrak{C}_2$ является $R\Big(g(g(a))\Big) \vee Q(b)$.

Следовательно, $R\Big(g(g(a))\Big) \vee Q(b)$ есть резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$.

Резольвенты

Резольвентой дизъюнктов-посылок $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ является одна из следующих резольвент:

1. резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$;
2. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$;
3. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_2$ и склейки $\mathfrak{C}_1$;
4. бинарная резольвента склейки $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$.

Пример

Пусть $\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee P(f(y)) \vee R(g(y))$ и $\mathfrak{C}_2 = \overline{P\Big(f(g(a))\Big)} \vee Q(b)$.
Склейкой $\mathfrak{C}_1$ является $\mathfrak{C}_1' = P(f(y)) \vee R(g(y))$.
Бинарной резольвентой $\mathfrak{C}_1'$ и $\mathfrak{C}_2$ является $R\Big(g(g(a))\Big) \vee Q(b)$.

Следовательно, $R\Big(g(g(a))\Big) \vee Q(b)$ есть резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$.

Резольвенты

Резольвентой дизъюнктов-посылок $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ является одна из следующих резольвент:

1. резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$;
2. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$;
3. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_2$ и склейки $\mathfrak{C}_1$;
4. бинарная резольвента склейки $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$.

Пример

Пусть $\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee P(f(y)) \vee R(g(y))$ и $\mathfrak{C}_2 = \overline{P\Big(f\big(g(a)\big)\Big)} \vee Q(b)$.
Склейкой $\mathfrak{C}_1$ является $\mathfrak{C}_1' = P(f(y)) \vee R(g(y))$.
Бинарной резольвентой $\mathfrak{C}_1'$ и $\mathfrak{C}_2$ является $R\Big(g\big(g(a)\big)\Big) \vee Q(b)$.

Следовательно, $R\Big(g\big(g(a)\big)\Big) \vee Q(b)$ есть резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$.

Резольвенты

Резольвентой дизъюнктов-посылок $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ является одна из следующих резольвент:

1. резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$;
2. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$;
3. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_2$ и склейки $\mathfrak{C}_1$;
4. бинарная резольвента склейки $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$.

Пример

Пусть $\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee P\big(f(y)\big) \vee R\big(g(y)\big)$ и $\mathfrak{C}_2 = \overline{P\Big(f\big(g(a)\big)\Big)} \vee Q(b)$.

Склейкой $\mathfrak{C}_1$ является $\mathfrak{C}_1' = P\big(f(y)\big) \vee R\big(g(y)\big)$.

Бинарной резольвентой $\mathfrak{C}_1'$ и $\mathfrak{C}_2$ является $R\Big(g\big(g(a)\big)\Big) \vee Q(b)$.

Следовательно, $R\Big(g\big(g(a)\big)\Big) \vee Q(b)$ есть резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$.

Резольвенты

Резольвентой дизъюнктов-посылок $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ является одна из следующих резольвент:

1. резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$;
2. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$;
3. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_2$ и склейки $\mathfrak{C}_1$;
4. бинарная резольвента склейки $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$.

Пример

Пусть $\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee P\big(f(y)\big) \vee R\big(g(y)\big)$ и $\mathfrak{C}_2 = \overline{P\Big(f\big(g(a)\big)\Big)} \vee Q(b)$.

Склейкой $\mathfrak{C}_1$ является $\mathfrak{C}_1' = P\big(f(y)\big) \vee R\big(g(y)\big)$.

Бинарной резольвентой $\mathfrak{C}_1'$ и $\mathfrak{C}_2$ является $R\Big(g\big(g(a)\big)\Big) \vee Q(b)$.

Следовательно, $R\Big(g\big(g(a)\big)\Big) \vee Q(b)$ есть резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$.

Резольвенты

Резольвентой дизъюнктов-посылок $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ является одна из следующих резольвент:

1. резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$;
2. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$;
3. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_2$ и склейки $\mathfrak{C}_1$;
4. бинарная резольвента склейки $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$.

Пример

Пусть $\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee P(f(y)) \vee R(g(y))$ и $\mathfrak{C}_2 = \overline{P\Big(f\big(g(a)\big)\Big)} \vee Q(b)$.
Склейкой $\mathfrak{C}_1$ является $\mathfrak{C}_1' = P(f(y)) \vee R(g(y))$.
Бинарной резольвентой $\mathfrak{C}_1'$ и $\mathfrak{C}_2$ является $R\Big(g\big(g(a)\big)\Big) \vee Q(b)$.
Следовательно, $R\Big(g\big(g(a)\big)\Big) \vee Q(b)$ есть резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$.

Резольвенты

Резольвентой дизъюнктов-посылок $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ является одна из следующих резольвент:

1. резольвента дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$;
2. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$;
3. бинарная резольвента дизъюнкта $\mathfrak{C}_2$ и склейки $\mathfrak{C}_1$;
4. бинарная резольвента склейки $\mathfrak{C}_1$ и склейки $\mathfrak{C}_2$.

Пример

Пусть $\mathfrak{C}_1 = P(x) \vee P\big(f(y)\big) \vee R\big(g(y)\big)$ и $\mathfrak{C}_2 = \overline{P\Big(f\big(g(a)\big)\Big)} \vee Q(b)$.
Склейкой $\mathfrak{C}_1$ является $\mathfrak{C}_1' = P\big(f(y)\big) \vee R\big(g(y)\big)$.
Бинарной резольвентой $\mathfrak{C}_1'$ и $\mathfrak{C}_2$ является $R\Big(g\big(g(a)\big)\Big) \vee Q(b)$.
Следовательно, $R\Big(g\big(g(a)\big)\Big) \vee Q(b)$ есть резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$.

Клазуальная форма и сведение к предложениям

Клазуальной формой называется такая сколемовская нормальная форма, матрица которой имеет вид КНФ.

Любая сколемовская нормальная форма допускает эквивалентную ей клазуальную форму.

Если в клазуальной форме элиминировать (отбросить) оставшиеся кванторы всеобщности, а вместо знаков & поставить запятые (элиминировать конъюнкции), то получится множество предложений.

Клазуальная форма и сведение к предложениям

Клазуальной формой называется такая сколемовская нормальная форма, матрица которой имеет вид КНФ.

Любая сколемовская нормальная форма допускает эквивалентную ей клазуальную форму.

Если в клазуальной форме элиминировать (отбросить) оставшиеся кванторы всеобщности, а вместо знаков & поставить запятые (элиминировать конъюнкции), то получится множество предложений.

Клазуальная форма и сведение к предложениям

Клазуальной формой называется такая сколемовская нормальная форма, матрица которой имеет вид КНФ.

Любая сколемовская нормальная форма допускает эквивалентную ей клазуальную форму.

Если в клазуальной форме элиминировать (отбросить) оставшиеся кванторы всеобщности, а вместо знаков & поставить запятые (элиминировать конъюнкции), то получится множество предложений.

Пример

Найти множество предложений для формулы

$$\mathfrak{A} = \forall x \forall y \Big(P(x, y) \mathbin{\&} \overline{Q(f(x))} \vee R(a) \Big).$$

Решение

Т.к. $\mathfrak{A}$ находится в сколемовской нормальной форме, приведём её матрицу к КНФ.

$$\forall x \forall y \Big(P(x, y) \mathbin{\&} \overline{Q(f(x))} \vee R(a) \Big) \equiv$$

$$\equiv \forall x \forall y \Big(\big(P(x, y) \vee R(a)\big) \mathbin{\&} \big(\overline{Q(f(x))} \vee R(a)\big) \Big).$$

Элиминировав кванторы и конъюнкции, получим искомое множество предложений:

$$\Big\{ P(x, y) \vee R(a),\ \overline{Q(f(x))} \vee R(a) \Big\}.$$

Пример

Найти множество предложений для формулы

$$\mathfrak{A} = \forall x \forall y \Big(P(x,y) \,\&\, \overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a) \Big).$$

Решение

Т.к. $\mathfrak{A}$ находится в сколемовской нормальной форме, приведём её матрицу к КНФ.

$$\forall x \forall y \Big(P(x,y) \,\&\, \overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a) \Big) \equiv$$

$$\equiv \forall x \forall y \Big(\big(P(x,y) \vee R(a)\big) \,\&\, \big(\overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a)\big) \Big).$$

Элиминировав кванторы и конъюнкции, получим искомое множество предложений:

$$\Big\{ P(x,y) \vee R(a),\ \overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a) \Big\}.$$

Пример

Найти множество предложений для формулы

$$\mathfrak{A} = \forall x \forall y \Big(P(x,y) \,\&\, \overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a) \Big).$$

Решение

Т.к. $\mathfrak{A}$ находится в сколемовской нормальной форме, приведём её матрицу к КНФ.

$$\forall x \forall y \Big(P(x,y) \,\&\, \overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a) \Big) \equiv$$

$$\equiv \forall x \forall y \Big(\big(P(x,y) \vee R(a)\big) \,\&\, \big(\overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a)\big) \Big).$$

Элиминировав кванторы и конъюнкции, получим искомое множество предложений:

$$\Big\{ P(x,y) \vee R(a),\ \overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a) \Big\}.$$

Пример

Найти множество предложений для формулы

$$\mathfrak{A} = \forall x \forall y \Big(P(x,y) \mathbin{\&} \overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a) \Big).$$

Решение

Т.к. $\mathfrak{A}$ находится в сколемовской нормальной форме, приведём её матрицу к КНФ.

$$\forall x \forall y \Big(P(x,y) \mathbin{\&} \overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a) \Big) \equiv$$

$$\equiv \forall x \forall y \Big(\big(P(x,y) \vee R(a)\big) \mathbin{\&} \Big(\overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a)\Big) \Big).$$

Элиминировав кванторы и конъюнкции, получим искомое множество предложений:

$$\Big\{ P(x,y) \vee R(a),\ \overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a) \Big\}.$$

Пример

Найти множество предложений для формулы

$$\mathfrak{A} = \forall x \forall y \Big(P(x,y) \mathbin{\&} \overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a) \Big).$$

Решение

Т.к. $\mathfrak{A}$ находится в сколемовской нормальной форме, приведём её матрицу к КНФ.

$$\forall x \forall y \Big(P(x,y) \mathbin{\&} \overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a) \Big) \equiv$$

$$\equiv \forall x \forall y \Big(\big(P(x,y) \vee R(a)\big) \mathbin{\&} \Big(\overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a) \Big) \Big).$$

Элиминировав кванторы и конъюнкции, получим искомое множество предложений:

$$\Big\{ P(x,y) \vee R(a),\ \overline{Q\big(f(x)\big)} \vee R(a) \Big\}.$$

Алгоритм метода резолюций

Исходным данным для него является множество дизъюнктов $\mathscr{K}$, противоречивость которого нужно доказать.

1. Если в $\mathscr{K}$ есть пустой дизъюнкт, то выдать «$\mathscr{K}$ противоречиво» и завершить работу. В противном случае перейти к шагу 2.
2. Найти в $\mathscr{K}$ такие дизъюнкты или склейки дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$, которые содержат унифицируемые литеры $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ соответственно. Если таких дизъюнктов нет, то выдать «$\mathscr{K}$ непротиворечиво» и завершить работу. В противном случае перейти к шагу 3.
3. Вычислить резольвенту $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$, добавить её в $\mathscr{K}$ и возвратиться к шагу 1.

Алгоритм метода резолюций

Исходным данным для него является множество дизъюнктов $\mathscr{K}$, противоречивость которого нужно доказать.

1. Если в $\mathscr{K}$ есть пустой дизъюнкт, то выдать «$\mathscr{K}$ противоречиво» и завершить работу. В противном случае перейти к шагу 2.
2. Найти в $\mathscr{K}$ такие дизъюнкты или склейки дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$, которые содержат унифицируемые литеры $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ соответственно. Если таких дизъюнктов нет, то выдать «$\mathscr{K}$ непротиворечиво» и завершить работу. В противном случае перейти к шагу 3.
3. Вычислить резольвенту $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$, добавить её в $\mathscr{K}$ и возвратиться к шагу 1.

Алгоритм метода резолюций

Исходным данным для него является множество дизъюнктов $\mathscr{K}$, противоречивость которого нужно доказать.

1. Если в $\mathscr{K}$ есть пустой дизъюнкт, то выдать «$\mathscr{K}$ противоречиво» и завершить работу. В противном случае перейти к шагу 2.
2. Найти в $\mathscr{K}$ такие дизъюнкты или склейки дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$, которые содержат унифицируемые литеры $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ соответственно. Если таких дизъюнктов нет, то выдать «$\mathscr{K}$ непротиворечиво» и завершить работу. В противном случае перейти к шагу 3.
3. Вычислить резольвенту $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$, добавить её в $\mathscr{K}$ и возвратиться к шагу 1.

Алгоритм метода резолюций

Исходным данным для него является множество дизъюнктов $\mathscr{K}$, противоречивость которого нужно доказать.

1. Если в $\mathscr{K}$ есть пустой дизъюнкт, то выдать «$\mathscr{K}$ противоречиво» и завершить работу. В противном случае перейти к шагу 2.
2. Найти в $\mathscr{K}$ такие дизъюнкты или склейки дизъюнктов $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$, которые содержат унифицируемые литеры $\mathfrak{L}_1$ и $\overline{\mathfrak{L}_2}$ соответственно. Если таких дизъюнктов нет, то выдать «$\mathscr{K}$ непротиворечиво» и завершить работу. В противном случае перейти к шагу 3.
3. Вычислить резольвенту $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$, добавить её в $\mathscr{K}$ и возвратиться к шагу 1.

Пример использования метода резолюций

Пример

Пусть задано множество дизъюнктов

$$\mathscr{K} = \{\overline{S(y)} \vee P(y),\ S(b),\ Q(a,b),\ \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}\}.$$

Докажем его противоречивость с помощью метода резолюций.

1. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = S(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{S(y)} \vee P(y)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = S(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{S(y)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/y\}$.
2. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $P(b)$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
3. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = P(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = P(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(z)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/z\}$.
4. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\overline{Q(a,b)}$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
5. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = \overline{Q(a,b)}$, $\mathfrak{C}_2 = Q(a,b)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = Q(a,b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{Q(a,b)}$, наиболее общий унификатор — ε.
6. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\square$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
7. Так как в $\mathscr{K}$ есть $\square$, то $\mathscr{K}$ противоречиво, что и требовалось доказать.

Пример использования метода резолюций

Пример

Пусть задано множество дизъюнктов

$$\mathscr{K} = \{\overline{S(y)} \vee P(y),\ S(b),\ Q(a,b),\ \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}\}.$$

Докажем его противоречивость с помощью метода резолюций.

1. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = S(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{S(y)} \vee P(y)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = S(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{S(y)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/y\}$.
2. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $P(b)$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
3. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = P(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = P(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(z)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/z\}$.
4. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\overline{Q(a,b)}$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
5. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = \overline{Q(a,b)}$, $\mathfrak{C}_2 = Q(a,b)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = Q(a,b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{Q(a,b)}$, наиболее общий унификатор — ε.
6. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\square$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
7. Так как в $\mathscr{K}$ есть $\square$, то $\mathscr{K}$ противоречиво, что и требовалось доказать.

Пример использования метода резолюций

Пример

Пусть задано множество дизъюнктов

$$\mathscr{K} = \{\overline{S(y)} \vee P(y),\ S(b),\ Q(a,b),\ \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}\}.$$

Докажем его противоречивость с помощью метода резолюций.

1. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = S(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{S(y)} \vee P(y)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = S(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{S(y)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/y\}$.
2. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $P(b)$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
3. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = P(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = P(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(z)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/z\}$.
4. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\overline{Q(a,b)}$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
5. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = \overline{Q(a,b)}$, $\mathfrak{C}_2 = Q(a,b)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = Q(a,b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{Q(a,b)}$, наиболее общий унификатор — ε.
6. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\square$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
7. Так как в $\mathscr{K}$ есть $\square$, то $\mathscr{K}$ противоречиво, что и требовалось доказать.

Пример использования метода резолюций

Пример

Пусть задано множество дизъюнктов

$$\mathscr{K} = \{\overline{S(y)} \vee P(y),\ S(b),\ Q(a,b),\ \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}\}.$$

Докажем его противоречивость с помощью метода резолюций.

1. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = S(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{S(y)} \vee P(y)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = S(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{S(y)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/y\}$.
2. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $P(b)$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
3. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = P(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = P(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(z)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/z\}$.
4. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\overline{Q(a,b)}$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
5. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = \overline{Q(a,b)}$, $\mathfrak{C}_2 = Q(a,b)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = Q(a,b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{Q(a,b)}$, наиболее общий унификатор — ε.
6. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\square$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
7. Так как в $\mathscr{K}$ есть $\square$, то $\mathscr{K}$ противоречиво, что и требовалось доказать.

Пример использования метода резолюций

Пример

Пусть задано множество дизъюнктов
$$\mathscr{K} = \{\overline{S(y)} \vee P(y),\ S(b),\ Q(a,b),\ \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}\}.$$
Докажем его противоречивость с помощью метода резолюций.

1. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = S(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{S(y)} \vee P(y)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = S(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{S(y)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/y\}$.
2. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $P(b)$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
3. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = P(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = P(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(z)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/z\}$.
4. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\overline{Q(a,b)}$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
5. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = \overline{Q(a,b)}$, $\mathfrak{C}_2 = Q(a,b)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = Q(a,b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{Q(a,b)}$, наиболее общий унификатор — ε.
6. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\square$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
7. Так как в $\mathscr{K}$ есть $\square$, то $\mathscr{K}$ противоречиво, что и требовалось доказать.

Пример использования метода резолюций

Пример

Пусть задано множество дизъюнктов

$$\mathscr{K} = \{\overline{S(y)} \vee P(y),\ S(b),\ Q(a,b),\ \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}\}.$$

Докажем его противоречивость с помощью метода резолюций.

1. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = S(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{S(y)} \vee P(y)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = S(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{S(y)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/y\}$.
2. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $P(b)$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
3. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = P(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = P(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(z)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/z\}$.
4. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\overline{Q(a,b)}$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
5. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = \overline{Q(a,b)}$, $\mathfrak{C}_2 = Q(a,b)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = Q(a,b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{Q(a,b)}$, наиболее общий унификатор — ε.
6. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\square$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
7. Так как в $\mathscr{K}$ есть $\square$, то $\mathscr{K}$ противоречиво, что и требовалось доказать.

Пример использования метода резолюций

Пример

Пусть задано множество дизъюнктов

$$\mathscr{K} = \{\overline{S(y)} \vee P(y),\ S(b),\ Q(a,b),\ \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}\}.$$

Докажем его противоречивость с помощью метода резолюций.

1. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = S(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{S(y)} \vee P(y)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = S(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{S(y)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/y\}$.
2. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $P(b)$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
3. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = P(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = P(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(z)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/z\}$.
4. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\overline{Q(a,b)}$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
5. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = \overline{Q(a,b)}$, $\mathfrak{C}_2 = Q(a,b)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = Q(a,b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{Q(a,b)}$, наиболее общий унификатор — ε.
6. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\square$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
7. Так как в $\mathscr{K}$ есть $\square$, то $\mathscr{K}$ противоречиво, что и требовалось доказать.

Пример использования метода резолюций

Пример

Пусть задано множество дизъюнктов

$$\mathscr{K} = \{\overline{S(y)} \vee P(y),\ S(b),\ Q(a,b),\ \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}\}.$$

Докажем его противоречивость с помощью метода резолюций.

1. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = S(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{S(y)} \vee P(y)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = S(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{S(y)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/y\}$.
2. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $P(b)$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
3. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = P(b)$, $\mathfrak{C}_2 = \overline{P(z)} \vee \overline{Q(a,z)}$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = P(b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{P(z)}$, наиболее общий унификатор — $\{b/z\}$.
4. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\overline{Q(a,b)}$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
5. Так как в $\mathscr{K}$ нет $\square$, то находим в нём дизъюнкты-посылки $\mathfrak{C}_1 = \overline{Q(a,b)}$, $\mathfrak{C}_2 = Q(a,b)$. Отрезаемые литеры — $\mathfrak{L}_1 = Q(a,b)$, $\mathfrak{L}_2 = \overline{Q(a,b)}$, наиболее общий унификатор — ε.
6. Резольвента $\mathfrak{C}_1$ и $\mathfrak{C}_2$ есть $\square$. Добавляем её в $\mathscr{K}$.
7. Так как в $\mathscr{K}$ есть $\square$, то $\mathscr{K}$ противоречиво, что и требовалось доказать.

Дерево вывода

Вывод пустого дизъюнкта может быть наглядно представлен с помощью дерева вывода, вершинами которого являются или исходные дизъюнкты, или резольвенты, а корнем — пустой дизъюнкт.

Пример

Дерево вывода для предыдущего примера:

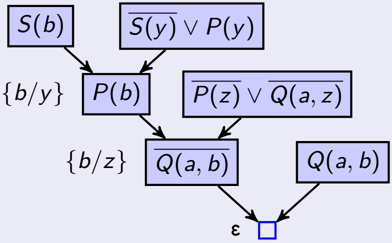
Рядом с резольвентами указан наиболее общий унификатор их дизъюнктов-посылок.

Дерево вывода

Вывод пустого дизъюнкта может быть наглядно представлен с помощью дерева вывода, вершинами которого являются или исходные дизъюнкты, или резольвенты, а корнем — пустой дизъюнкт.

Пример

Дерево вывода для предыдущего примера:



Рядом с резольвентами указан наиболее общий унификатор их дизъюнктов-посылок.

Стратегии метода резолюций

При автоматическом доказательстве теорем методом резолюций бóльшая часть вычислений приходится на поиск дизъюнктов-посылок.

Реализация процедуры выбора дизъюнктов-посылок из множества дизъюнктов называется стратегией метода резолюций.

Стратегии можно разделить на два класса:

1. полные стратегии — гарантируют нахождение доказательства теоремы, если оно существует (являются полнопереборными);
2. неполные стратегии — могут в некоторых случаях не находить доказательства, но они работают быстрее.

Рассмотрим полные стратегии.

Стратегии метода резолюций

При автоматическом доказательстве теорем методом резолюций бóльшая часть вычислений приходится на поиск дизъюнктов-посылок.

Реализация процедуры выбора дизъюнктов-посылок из множества дизъюнктов называется стратегией метода резолюций.

Стратегии можно разделить на два класса:

1. полные стратегии — гарантируют нахождение доказательства теоремы, если оно существует (являются полнопереборными);
2. неполные стратегии — могут в некоторых случаях не находить доказательства, но они работают быстрее.

Рассмотрим полные стратегии.

Стратегии метода резолюций

При автоматическом доказательстве теорем методом резолюций бóльшая часть вычислений приходится на поиск дизъюнктов-посылок.

Реализация процедуры выбора дизъюнктов-посылок из множества дизъюнктов называется стратегией метода резолюций.

Стратегии можно разделить на два класса:

1. полные стратегии — гарантируют нахождение доказательства теоремы, если оно существует (являются полнопереборными);
2. неполные стратегии — могут в некоторых случаях не находить доказательства, но они работают быстрее.

Рассмотрим полные стратегии.

Стратегии метода резолюций

При автоматическом доказательстве теорем методом резолюций бóльшая часть вычислений приходится на поиск дизъюнктов-посылок.

Реализация процедуры выбора дизъюнктов-посылок из множества дизъюнктов называется стратегией метода резолюций.

Стратегии можно разделить на два класса:

1. полные стратегии — гарантируют нахождение доказательства теоремы, если оно существует (являются полнопереборными);
2. неполные стратегии — могут в некоторых случаях не находить доказательства, но они работают быстрее.

Рассмотрим полные стратегии.

Стратегии метода резолюций

При автоматическом доказательстве теорем методом резолюций бóльшая часть вычислений приходится на поиск дизъюнктов-посылок.

Реализация процедуры выбора дизъюнктов-посылок из множества дизъюнктов называется стратегией метода резолюций.

Стратегии можно разделить на два класса:

1. полные стратегии — гарантируют нахождение доказательства теоремы, если оно существует (являются полнопереборными);
2. неполные стратегии — могут в некоторых случаях не находить доказательства, но они работают быстрее.

Рассмотрим полные стратегии.

Стратегии метода резолюций

При автоматическом доказательстве теорем методом резолюций бóльшая часть вычислений приходится на поиск дизъюнктов-посылок.

Реализация процедуры выбора дизъюнктов-посылок из множества дизъюнктов называется стратегией метода резолюций.

Стратегии можно разделить на два класса:

1. полные стратегии — гарантируют нахождение доказательства теоремы, если оно существует (являются полнопереборными);
2. неполные стратегии — могут в некоторых случаях не находить доказательства, но они работают быстрее.

Рассмотрим полные стратегии.

Стратегия насыщения уровня

Пусть $\mathscr{K}$ — исходное множество дизъюнктов.

Обозначим $R_0(\mathscr{K})$ само множество дизъюнктов и назовём его уровнем нулевого порядка.

Уровень первого порядка $R_1(\mathscr{K})$ — объединение $\mathscr{K}$ с множеством всех резольвент, непосредственно порождённых от дизъюнктов $\mathscr{K}$.

Тогда уровень n-го порядка $R_n(\mathscr{K})$ состоит из объединения множества $R_{n-1}(\mathscr{K})$ и множества резольвент, порождённых из $R_{n-1}(\mathscr{K})$.

Значение n назовём уровнем (или глубиной) опровержения.

Стратегия насыщения уровня предполагает последовательное порождение всех резольвент уровня 1-го порядка, затем уровня 2-го порядка и т. д. до получения пустого дизъюнкта.

Таким образом, данная стратегия является стратегией поиска в ширину.

Стратегия насыщения уровня

Пусть $\mathscr{K}$ — исходное множество дизъюнктов.

Обозначим $R_0(\mathscr{K})$ само множество дизъюнктов и назовём его уровнем нулевого порядка.

Уровень первого порядка $R_1(\mathscr{K})$ — объединение $\mathscr{K}$ с множеством всех резольвент, непосредственно порождённых от дизъюнктов $\mathscr{K}$.

Тогда уровень n-го порядка $R_n(\mathscr{K})$ состоит из объединения множества $R_{n-1}(\mathscr{K})$ и множества резольвент, порождённых из $R_{n-1}(\mathscr{K})$.

Значение n назовём уровнем (или глубиной) опровержения.

Стратегия насыщения уровня предполагает последовательное порождение всех резольвент уровня 1-го порядка, затем уровня 2-го порядка и т. д. до получения пустого дизъюнкта.

Таким образом, данная стратегия является стратегией поиска в ширину.

Стратегия насыщения уровня

Пусть $\mathscr{K}$ — исходное множество дизъюнктов.

Обозначим $R_0(\mathscr{K})$ само множество дизъюнктов и назовём его уровнем нулевого порядка.

Уровень первого порядка $R_1(\mathscr{K})$ — объединение $\mathscr{K}$ с множеством всех резольвент, непосредственно порождённых от дизъюнктов $\mathscr{K}$.

Тогда уровень n-го порядка $R_n(\mathscr{K})$ состоит из объединения множества $R_{n-1}(\mathscr{K})$ и множества резольвент, порождённых из $R_{n-1}(\mathscr{K})$.

Значение n назовём уровнем (или глубиной) опровержения.

Стратегия насыщения уровня предполагает последовательное порождение всех резольвент уровня 1-го порядка, затем уровня 2-го порядка и т. д. до получения пустого дизъюнкта.

Таким образом, данная стратегия является стратегией поиска в ширину.

Стратегия насыщения уровня

Пусть $\mathscr{K}$ — исходное множество дизъюнктов.

Обозначим $R_0(\mathscr{K})$ само множество дизъюнктов и назовём его уровнем нулевого порядка.

Уровень первого порядка $R_1(\mathscr{K})$ — объединение $\mathscr{K}$ с множеством всех резольвент, непосредственно порождённых от дизъюнктов $\mathscr{K}$.

Тогда уровень n-го порядка $R_n(\mathscr{K})$ состоит из объединения множества $R_{n-1}(\mathscr{K})$ и множества резольвент, порождённых из $R_{n-1}(\mathscr{K})$.

Значение n назовём уровнем (или глубиной) опровержения.

Стратегия насыщения уровня предполагает последовательное порождение всех резольвент уровня 1-го порядка, затем уровня 2-го порядка и т. д. до получения пустого дизъюнкта.

Таким образом, данная стратегия является стратегией поиска в ширину.

Стратегия насыщения уровня

Пусть $\mathscr{K}$ — исходное множество дизъюнктов.

Обозначим $R_0(\mathscr{K})$ само множество дизъюнктов и назовём его уровнем нулевого порядка.

Уровень первого порядка $R_1(\mathscr{K})$ — объединение $\mathscr{K}$ с множеством всех резольвент, непосредственно порождённых от дизъюнктов $\mathscr{K}$.

Тогда уровень n-го порядка $R_n(\mathscr{K})$ состоит из объединения множества $R_{n-1}(\mathscr{K})$ и множества резольвент, порождённых из $R_{n-1}(\mathscr{K})$.

Значение n назовём уровнем (или глубиной) опровержения.

Стратегия насыщения уровня предполагает последовательное порождение всех резольвент уровня 1-го порядка, затем уровня 2-го порядка и т. д. до получения пустого дизъюнкта.

Таким образом, данная стратегия является стратегией поиска в ширину.

Стратегия насыщения уровня

Пусть $\mathscr{K}$ — исходное множество дизъюнктов.

Обозначим $R_0(\mathscr{K})$ само множество дизъюнктов и назовём его уровнем нулевого порядка.

Уровень первого порядка $R_1(\mathscr{K})$ — объединение $\mathscr{K}$ с множеством всех резольвент, непосредственно порождённых от дизъюнктов $\mathscr{K}$.

Тогда уровень n-го порядка $R_n(\mathscr{K})$ состоит из объединения множества $R_{n-1}(\mathscr{K})$ и множества резольвент, порождённых из $R_{n-1}(\mathscr{K})$.

Значение n назовём уровнем (или глубиной) опровержения.

Стратегия насыщения уровня предполагает последовательное порождение всех резольвент уровня 1-го порядка, затем уровня 2-го порядка и т. д. до получения пустого дизъюнкта.

Таким образом, данная стратегия является стратегией поиска в ширину.

Стратегия насыщения уровня

Пусть $\mathscr{K}$ — исходное множество дизъюнктов.

Обозначим $R_0(\mathscr{K})$ само множество дизъюнктов и назовём его уровнем нулевого порядка.

Уровень первого порядка $R_1(\mathscr{K})$ — объединение $\mathscr{K}$ с множеством всех резольвент, непосредственно порождённых от дизъюнктов $\mathscr{K}$.

Тогда уровень n-го порядка $R_n(\mathscr{K})$ состоит из объединения множества $R_{n-1}(\mathscr{K})$ и множества резольвент, порождённых из $R_{n-1}(\mathscr{K})$.

Значение n назовём уровнем (или глубиной) опровержения.

Стратегия насыщения уровня предполагает последовательное порождение всех резольвент уровня 1-го порядка, затем уровня 2-го порядка и т. д. до получения пустого дизъюнкта.

Таким образом, данная стратегия является стратегией поиска в ширину.

Линейная стратегия

Если резольвента, полученная на i-ом шаге вывода ($i > 0$), всегда имеет в качестве одного из своих родительских дизъюнктов (называемого левым) дизъюнкт, полученный на $(i-1)$-ом шаге вывода, то такая стратегия называется линейной.

Данная стратегия является стратегией поиска в глубину.

Линейная стратегия

Если резольвента, полученная на i-ом шаге вывода ($i > 0$), всегда имеет в качестве одного из своих родительских дизъюнктов (называемого левым) дизъюнкт, полученный на $(i-1)$-ом шаге вывода, то такая стратегия называется линейной.

Данная стратегия является стратегией поиска в глубину.

Стратегия предпочтения одночленам

Резольвентой двух однолитерных дизъюнктов может быть только пустой дизъюнкт. Верно и обратное утверждение.

Значит, для наискорейшего достижения результатов необходимо обрабатывать в первую очередь короткие дизъюнкты.

В стратегии предпочтения одночленам перебор дизъюнктов-посылок выполняется в порядке возрастания их длины.

Вначале делается попытка построить резольвенты между одночленами, т. е. дизъюнктами, содержащими единственную литеру.

Если это удаётся, то сразу получается опровержение.

В противном случае ищутся резольвенты для пар ⟨одночлен-двучлен⟩, затем ⟨двучлен-двучлен⟩ и т. д.

Перебор пар дизъюнктов в данной стратегии должен выполняться таким образом, чтобы сумма длин родительских дизъюнктов в процессе перебора не убывала.

Стратегия предпочтения одночленам

Резольвентой двух однолитерных дизъюнктов может быть только пустой дизъюнкт. Верно и обратное утверждение. Значит, для наискорейшего достижения результатов необходимо обрабатывать в первую очередь короткие дизъюнкты.

В стратегии предпочтения одночленам перебор дизъюнктов-посылок выполняется в порядке возрастания их длины. Вначале делается попытка построить резольвенты между одночленами, т. е. дизъюнктами, содержащими единственную литеру.

Если это удаётся, то сразу получается опровержение.

В противном случае ищутся резольвенты для пар ⟨одночлен-двучлен⟩, затем ⟨двучлен-двучлен⟩ и т. д.

Перебор пар дизъюнктов в данной стратегии должен выполняться таким образом, чтобы сумма длин родительских дизъюнктов в процессе перебора не убывала.

Стратегия предпочтения одночленам

Резольвентой двух однолитерных дизъюнктов может быть только пустой дизъюнкт. Верно и обратное утверждение. Значит, для наискорейшего достижения результатов необходимо обрабатывать в первую очередь короткие дизъюнкты.

В стратегии предпочтения одночленам перебор дизъюнктов-посылок выполняется в порядке возрастания их длины.

Вначале делается попытка построить резольвенты между одночленами, т. е. дизъюнктами, содержащими единственную литеру.

Если это удаётся, то сразу получается опровержение.

В противном случае ищутся резольвенты для пар ⟨одночлен-двучлен⟩, затем ⟨двучлен-двучлен⟩ и т. д.

Перебор пар дизъюнктов в данной стратегии должен выполняться таким образом, чтобы сумма длин родительских дизъюнктов в процессе перебора не убывала.

Стратегия предпочтения одночленам

Резольвентой двух однолитерных дизъюнктов может быть только пустой дизъюнкт. Верно и обратное утверждение. Значит, для наискорейшего достижения результатов необходимо обрабатывать в первую очередь короткие дизъюнкты.

В стратегии предпочтения одночленам перебор дизъюнктов-посылок выполняется в порядке возрастания их длины.

Вначале делается попытка построить резольвенты между одночленами, т. е. дизъюнктами, содержащими единственную литеру.

Если это удаётся, то сразу получается опровержение.

В противном случае ищутся резольвенты для пар ⟨одночлен-двучлен⟩, затем ⟨двучлен-двучлен⟩ и т. д.

Перебор пар дизъюнктов в данной стратегии должен выполняться таким образом, чтобы сумма длин родительских дизъюнктов в процессе перебора не убывала.

Стратегия предпочтения одночленам

Резольвентой двух однолитерных дизъюнктов может быть только пустой дизъюнкт. Верно и обратное утверждение.

Значит, для наискорейшего достижения результатов необходимо обрабатывать в первую очередь короткие дизъюнкты.

В стратегии предпочтения одночленам перебор дизъюнктов-посылок выполняется в порядке возрастания их длины.

Вначале делается попытка построить резольвенты между одночленами, т. е. дизъюнктами, содержащими единственную литеру.

Если это удаётся, то сразу получается опровержение.

В противном случае ищутся резольвенты для пар ⟨одночлен-двучлен⟩, затем ⟨двучлен-двучлен⟩ и т. д.

Перебор пар дизъюнктов в данной стратегии должен выполняться таким образом, чтобы сумма длин родительских дизъюнктов в процессе перебора не убывала.

Стратегия предпочтения одночленам

Резольвентой двух однолитерных дизъюнктов может быть только пустой дизъюнкт. Верно и обратное утверждение. Значит, для наискорейшего достижения результатов необходимо обрабатывать в первую очередь короткие дизъюнкты.

В стратегии предпочтения одночленам перебор дизъюнктов-посылок выполняется в порядке возрастания их длины.

Вначале делается попытка построить резольвенты между одночленами, т. е. дизъюнктами, содержащими единственную литеру.

Если это удаётся, то сразу получается опровержение.

В противном случае ищутся резольвенты для пар $\langle$одночлен-двучлен$\rangle$, затем $\langle$двучлен-двучлен$\rangle$ и т. д.

Перебор пар дизъюнктов в данной стратегии должен выполняться таким образом, чтобы сумма длин родительских дизъюнктов в процессе перебора не убывала.

Стратегия предпочтения одночленам

Резольвентой двух однолитерных дизъюнктов может быть только пустой дизъюнкт. Верно и обратное утверждение. Значит, для наискорейшего достижения результатов необходимо обрабатывать в первую очередь короткие дизъюнкты.

В стратегии предпочтения одночленам перебор дизъюнктов-посылок выполняется в порядке возрастания их длины.

Вначале делается попытка построить резольвенты между одночленами, т. е. дизъюнктами, содержащими единственную литеру.

Если это удаётся, то сразу получается опровержение.

В противном случае ищутся резольвенты для пар ⟨одночлен-двучлен⟩, затем ⟨двучлен-двучлен⟩ и т. д.

Перебор пар дизъюнктов в данной стратегии должен выполняться таким образом, чтобы сумма длин родительских дизъюнктов в процессе перебора не убывала.

Ссылка для скачивания этой лекции: