Математическая логика и теория алгоритмов
Лекция 10
Неклассические логики

Куценко Дмитрий Александрович

Белгородский государственный технологический университет
имени В. Г. Шухова

Институт информационных технологий и управляющих систем

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники
и автоматизированных систем

11 ноября 2011 г.

Классическая логика (из лекции 1)

Логику называют классической, если она основывается на следующих четырёх законах:

1. Закон тождества: каждое высказывание при повторении должно иметь одно и тоже определённое устойчивое содержание ($A \equiv A$).
2. Закон (запрета) противоречия: любое высказывание и его отрицание об одном и том же вместе не могут быть истинными ($\overline{A \,\&\, \overline{A}} \equiv 1$).
3. Закон исключённого третьего: либо данное высказывание ложно, либо его отрицание ложно, третьего не дано ($A \vee \overline{A} \equiv 1$).
4. Закон достаточного основания: всякое истинное высказывание должно быть обосновано другими высказываниями, истинность которых доказана.

Классическая логика (из лекции 1)

Логику называют классической, если она основывается на следующих четырёх законах:

1. Закон тождества: каждое высказывание при повторении должно иметь одно и тоже определённое устойчивое содержание ($A \equiv A$).
2. Закон (запрета) противоречия: любое высказывание и его отрицание об одном и том же вместе не могут быть истинными ($\overline{A \,\&\, \overline{A}} \equiv 1$).
3. Закон исключённого третьего: либо данное высказывание ложно, либо его отрицание ложно, третьего не дано ($A \vee \overline{A} \equiv 1$).
4. Закон достаточного основания: всякое истинное высказывание должно быть обосновано другими высказываниями, истинность которых доказана.

Классическая логика (из лекции 1)

Логику называют классической, если она основывается на следующих четырёх законах:

1. Закон тождества: каждое высказывание при повторении должно иметь одно и тоже определённое устойчивое содержание ($A \equiv A$).
2. Закон (запрета) противоречия: любое высказывание и его отрицание об одном и том же вместе не могут быть истинными ($\overline{A \mathbin{\&} \overline{A}} \equiv 1$).
3. Закон исключённого третьего: либо данное высказывание ложно, либо его отрицание ложно, третьего не дано ($A \vee \overline{A} \equiv 1$).
4. Закон достаточного основания: всякое истинное высказывание должно быть обосновано другими высказываниями, истинность которых доказана.

Классическая логика (из лекции 1)

Логику называют классической, если она основывается на следующих четырёх законах:

1. Закон тождества: каждое высказывание при повторении должно иметь одно и тоже определённое устойчивое содержание ($A \equiv A$).
2. Закон (запрета) противоречия: любое высказывание и его отрицание об одном и том же вместе не могут быть истинными ($\overline{A \mathbin{\&} \overline{A}} \equiv 1$).
3. Закон исключённого третьего: либо данное высказывание ложно, либо его отрицание ложно, третьего не дано ($A \vee \overline{A} \equiv 1$).
4. Закон достаточного основания: всякое истинное высказывание должно быть обосновано другими высказываниями, истинность которых доказана.

Классическая логика (из лекции 1)

Логику называют классической, если она основывается на следующих четырёх законах:

1. Закон тождества: каждое высказывание при повторении должно иметь одно и тоже определённое устойчивое содержание ($A \equiv A$).
2. Закон (запрета) противоречия: любое высказывание и его отрицание об одном и том же вместе не могут быть истинными ($\overline{A \,\&\, \overline{A}} \equiv 1$).
3. Закон исключённого третьего: либо данное высказывание ложно, либо его отрицание ложно, третьего не дано ($A \vee \overline{A} \equiv 1$).
4. Закон достаточного основания: всякое истинное высказывание должно быть обосновано другими высказываниями, истинность которых доказана.

Принципы, лежащие в основе классической логики

Можно также выделить два основополагающих принципа:

1. Принцип двузначности (бивалентности):
   всякое высказывание имеет в точности одно из двух значений — значение «истина» или значение «ложь».
2. Принцип взаимозаменяемости (экстенсиональности):
   значение сложного выражения зависит только от значений составляющих его выражений.

Принципы, лежащие в основе классической логики

Можно также выделить два основополагающих принципа:

1. Принцип двузначности (бивалентности):
   всякое высказывание имеет в точности одно из двух значений — значение «истина» или значение «ложь».
2. Принцип взаимозаменяемости (экстенсиональности):
   значение сложного выражения зависит только от значений составляющих его выражений.

Принципы, лежащие в основе классической логики

Можно также выделить два основополагающих принципа:

1. Принцип двузначности (бивалентности):
всякое высказывание имеет в точности одно из двух значений — значение «истина» или значение «ложь».
2. Принцип взаимозаменяемости (экстенсиональности):
значение сложного выражения зависит только от значений составляющих его выражений.

Принципы, лежащие в основе классической логики

Можно также выделить два основополагающих принципа:

1. Принцип двузначности (бивалентности): всякое высказывание имеет в точности одно из двух значений — значение «истина» или значение «ложь».
2. Принцип взаимозаменяемости (экстенсиональности): значение сложного выражения зависит только от значений составляющих его выражений.

Принципы, лежащие в основе классической логики

Можно также выделить два основополагающих принципа:

1. Принцип двузначности (бивалентности):
всякое высказывание имеет в точности одно из двух значений — значение «истина» или значение «ложь».
2. Принцип взаимозаменяемости (экстенсиональности):
значение сложного выражения зависит только от значений составляющих его выражений.

Неуниверсальность принципов классической логики

Принципы, на которых базируется классическая логика, устанавливают исследователю весьма жёсткие рамки в процессе осуществления логических операций.
Использование классической логики часто огрубляет предмет исследования и процедуры рассуждения, представляет их в упрощённом и схематизированном виде.

Следствиями пересмотра классических принципов и законов являются различные системы неклассических логик.

Неуниверсальность принципов классической логики

Принципы, на которых базируется классическая логика, устанавливают исследователю весьма жёсткие рамки в процессе осуществления логических операций. Использование классической логики часто огрубляет предмет исследования и процедуры рассуждения, представляет их в упрощённом и схематизированном виде.

Следствиями пересмотра классических принципов и законов являются различные системы неклассических логик.

Неуниверсальность принципов классической логики

Принципы, на которых базируется классическая логика, устанавливают исследователю весьма жёсткие рамки в процессе осуществления логических операций. Использование классической логики часто огрубляет предмет исследования и процедуры рассуждения, представляет их в упрощённом и схематизированном виде.

Следствиями пересмотра классических принципов и законов являются различные системы неклассических логик.

Общая характеристика неклассических логик

Неклассические логики могут строиться двумя способами:

1. **как альтернативы классической логике:**
   они формируются в том же языке, что и классическая логика, но символы интерпретируются иначе или же видоизменяются некоторые исходные понятия и правила. Этот способ построения характерен для ряда многозначных логик, интуиционистской логики и др.
2. **как расширения классической логики:**
   язык классической логики обогащается новыми логическими константами, все классические законы сохраняются, но к ним добавляются новые законы, характеризующие свойства введённых констант. Обычно таким образом строятся различные системы модальных логик.

Общая характеристика неклассических логик

Неклассические логики могут строиться двумя способами:

1. **как альтернативы классической логике:**
   они формируются в том же языке, что и классическая логика, но символы интерпретируются иначе или же видоизменяются некоторые исходные понятия и правила. Этот способ построения характерен для ряда многозначных логик, интуиционистской логики и др.
2. **как расширения классической логики:**
   язык классической логики обогащается новыми логическими константами, все классические законы сохраняются, но к ним добавляются новые законы, характеризующие свойства введённых констант. Обычно таким образом строятся различные системы модальных логик.

Общая характеристика неклассических логик

Неклассические логики могут строиться двумя способами:

1. **как альтернативы классической логике:**
   они формируются в том же языке, что и классическая логика, но символы интерпретируются иначе или же видоизменяются некоторые исходные понятия и правила.
   Этот способ построения характерен для ряда многозначных логик, интуиционистской логики и др.
2. **как расширения классической логики:**
   язык классической логики обогащается новыми логическими константами, все классические законы сохраняются, но к ним добавляются новые законы, характеризующие свойства введённых констант.
   Обычно таким образом строятся различные системы модальных логик.

Общая характеристика неклассических логик

Неклассические логики могут строиться двумя способами:

1. **как альтернативы классической логике:**
   они формируются в том же языке, что и классическая логика, но символы интерпретируются иначе или же видоизменяются некоторые исходные понятия и правила. Этот способ построения характерен для ряда многозначных логик, интуиционистской логики и др.
2. **как расширения классической логики:**
   язык классической логики обогащается новыми логическими константами, все классические законы сохраняются, но к ним добавляются новые законы, характеризующие свойства введённых констант. Обычно таким образом строятся различные системы модальных логик.

Общая характеристика неклассических логик

Неклассические логики могут строиться двумя способами:

1. **как альтернативы классической логике:**
   они формируются в том же языке, что и классическая логика, но символы интерпретируются иначе или же видоизменяются некоторые исходные понятия и правила. Этот способ построения характерен для ряда многозначных логик, интуиционистской логики и др.
2. **как расширения классической логики:**
   язык классической логики обогащается новыми логическими константами, все классические законы сохраняются, но к ним добавляются новые законы, характеризующие свойства введённых констант. Обычно таким образом строятся различные системы модальных логик.

Общая характеристика неклассических логик

Неклассические логики могут строиться двумя способами:

1. **как альтернативы классической логике:** они формируются в том же языке, что и классическая логика, но символы интерпретируются иначе или же видоизменяются некоторые исходные понятия и правила. Этот способ построения характерен для ряда многозначных логик, интуиционистской логики и др.
2. **как расширения классической логики:** язык классической логики обогащается новыми логическими константами, все классические законы сохраняются, но к ним добавляются новые законы, характеризующие свойства введённых констант. Обычно таким образом строятся различные системы модальных логик.

Общая характеристика неклассических логик

Неклассические логики могут строиться двумя способами:

1. **как альтернативы классической логике:**
   они формируются в том же языке, что и классическая логика, но символы интерпретируются иначе или же видоизменяются некоторые исходные понятия и правила. Этот способ построения характерен для ряда многозначных логик, интуиционистской логики и др.
2. **как расширения классической логики:**
   язык классической логики обогащается новыми логическими константами, все классические законы сохраняются, но к ним добавляются новые законы, характеризующие свойства введённых констант. Обычно таким образом строятся различные системы модальных логик.

Многозначные логики

Многозначные логики — раздел неклассической логики, который объединяет логические теории, основанные на принципе многозначности, т. е. теории, допускающие, что высказывания могут быть не только истинными и ложными, но и могут иметь другие истинностные значения.

Т. о., в многозначных логиках не действует классический принцип двузначности. Взамен принимается принцип многозначности:

Принцип многозначности

Всякое высказывание имеет более чем два возможных логических значения.

Многозначные логики

Многозначные логики — раздел неклассической логики, который объединяет логические теории, основанные на принципе многозначности, т. е. теории, допускающие, что высказывания могут быть не только истинными и ложными, но и могут иметь другие истинностные значения.

Т. о., в многозначных логиках не действует классический принцип двузначности. Взамен принимается принцип многозначности:

Принцип многозначности

Всякое высказывание имеет более чем два возможных логических значения.

Многозначные логики

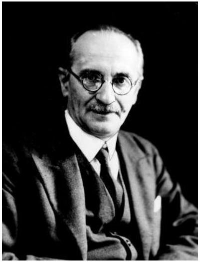
Многозначные логики — раздел неклассической логики, который объединяет логические теории, основанные на принципе многозначности, т. е. теории, допускающие, что высказывания могут быть не только истинными и ложными, но и могут иметь другие истинностные значения.

Т. о., в многозначных логиках не действует классический принцип двузначности. Взамен принимается принцип многозначности:

Принцип многозначности

Всякое высказывание имеет более чем два возможных логических значения.

Трёхзначная логика Лукасевича



Ян Лукаси́вич (1878—1956) — польский логик и философ

Трёхзначная логика впервые была предложена Лукасевичем в 1920 году.

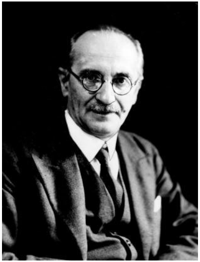
Поскольку высказывания о случайном будущем нельзя оценить как истинные или ложные, Лукасевич предложил ввести для них новое, третье значение — «случайно» (не определено, неизвестно, возможно).

Т. о., взамен принципа двузначности Лукасевич предложил такой принцип:

Принцип трёхзначности Лукасевича

Всякое высказывание либо истинно, либо ложно, либо случайно.

Трёхзначная логика Лукасевича



Ян Лукасéвич (1878—1956) — польский логик и философ

Трёхзначная логика впервые была предложена Лукасевичем в 1920 году.

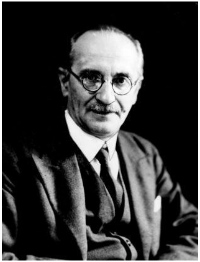
Поскольку высказывания о случайном будущем нельзя оценить как истинные или ложные, Лукасевич предложил ввести для них новое, третье значение — «случайно» (не определено, неизвестно, возможно).

Т. о., взамен принципа двузначности Лукасевич предложил такой принцип:

Принцип трёхзначности Лукасевича

Всякое высказывание либо истинно, либо ложно, либо случайно.

Трёхзначная логика Лукасевича



Ян Лукасе́вич (1878—1956) — польский логик и философ

Трёхзначная логика впервые была предложена Лукасевичем в 1920 году.

Поскольку высказывания о случайном будущем нельзя оценить как истинные или ложные, Лукасевич предложил ввести для них новое, третье значение — «случайно» (не определено, неизвестно, возможно).

Т. о., взамен принципа двузначности Лукасевич предложил такой принцип:

Принцип трёхзначности Лукасевича

Всякое высказывание либо истинно, либо ложно, либо случайно.

Истинностные значения логики Лукасевича

Истинностные значения логики Лукасевича удобно выражать с помощью чисел:

- «ложно» — «0»;
- «исинно» — «1»;
- «случайно» — «½».

При этом Лукасевич предложил соблюдать максимальную преемственность по отношению к принятым в классической логике определениям пропозициональных связок:

Принцип преемственности

При значениях аргументов «1» и «0» формулы должны принимать в многозначной логике те же самые значения, что и в классической двузначной логике.

Истинностные значения логики Лукасевича

Истинностные значения логики Лукасевича удобно выражать с помощью чисел:

- «ложно» — «0»;
- «исинно» — «1»;
- «случайно» — «½».

При этом Лукасевич предложил соблюдать максимальную преемственность по отношению к принятым в классической логике определениям пропозициональных связок:

Принцип преемственности

При значениях аргументов «1» и «0» формулы должны принимать в многозначной логике те же самые значения, что и в классической двузначной логике.

Истинностные значения логики Лукасевича

Истинностные значения логики Лукасевича удобно выражать с помощью чисел:

- «ложно» — «0»;
- «исинно» — «1»;
- «случайно» — «½».

При этом Лукасевич предложил соблюдать максимальную преемственность по отношению к принятым в классической логике определениям пропозициональных связок:

Принцип преемственности

При значениях аргументов «1» и «0» формулы должны принимать в многозначной логике те же самые значения, что и в классической двузначной логике.

Истинностные значения логики Лукасевича

Истинностные значения логики Лукасевича удобно выражать с помощью чисел:

- «ложно» — «0»;
- «исинно» — «1»;
- «случайно» — «½».

При этом Лукасевич предложил соблюдать максимальную преемственность по отношению к принятым в классической логике определениям пропозициональных связок:

Принцип преемственности

При значениях аргументов «1» и «0» формулы должны принимать в многозначной логике те же самые значения, что и в классической двузначной логике.

Истинностные значения логики Лукасевича

Истинностные значения логики Лукасевича удобно выражать с помощью чисел:

- «ложно» — «0»;
- «исинно» — «1»;
- «случайно» — «½».

При этом Лукасевич предложил соблюдать максимальную преемственность по отношению к принятым в классической логике определениям пропозициональных связок:

Принцип преемственности

При значениях аргументов «1» и «0» формулы должны принимать в многозначной логике те же самые значения, что и в классической двузначной логике.

Истинностные значения логики Лукасевича

Истинностные значения логики Лукасевича удобно выражать с помощью чисел:

- «ложно» — «0»;
- «исинно» — «1»;
- «случайно» — «½».

При этом Лукасевич предложил соблюдать максимальную преемственность по отношению к принятым в классической логике определениям пропозициональных связок:

Принцип преемственности

При значениях аргументов «1» и «0» формулы должны принимать в многозначной логике те же самые значения, что и в классической двузначной логике.

Истинностные значения логики Лукасевича

Истинностные значения логики Лукасевича удобно выражать с помощью чисел:

- «ложно» — «0»;
- «исинно» — «1»;
- «случайно» — «½».

При этом Лукасевич предложил соблюдать максимальную преемственность по отношению к принятым в классической логике определениям пропозициональных связок:

Принцип преемственности

При значениях аргументов «1» и «0» формулы должны принимать в многозначной логике те же самые значения, что и в классической двузначной логике.

Истинностные значения пропозициональных связок

В трёхзначной логике Лукасевича пропозициональные связки задаются следующими таблицами истинности:

A	$\overline{A}$
0	1
½	½
1	0

A	B	$A \mathbin{\&} B$	$A \vee B$	$A \to B$	$A \leftrightarrow B$
0	0	0	0	1	1
0	½	0	½	1	½
0	1	0	1	1	0
½	0	0	½	½	½
½	½	½	½	1	1
½	1	½	1	1	½
1	0	0	1	0	0
1	½	½	1	½	½
1	1	1	1	1	1

Очевидно, что в трёхзначной логике таблица истинности для формулы с n переменными будет содержать 3^n строк.

Истинностные значения пропозициональных связок

В трёхзначной логике Лукасевича пропозициональные связки задаются следующими таблицами истинности:

A	$\overline{A}$
0	1
½	½
1	0

A	B	$A \,\&\, B$	$A \vee B$	$A \to B$	$A \leftrightarrow B$
0	0	0	0	1	1
0	½	0	½	1	½
0	1	0	1	1	0
½	0	0	½	½	½
½	½	½	½	1	1
½	1	½	1	1	½
1	0	0	1	0	0
1	½	½	1	½	½
1	1	1	1	1	1

Очевидно, что в трёхзначной логике таблица истинности для формулы с n переменными будет содержать 3^n строк.

Истинностные значения пропозициональных связок

В трёхзначной логике Лукасевича пропозициональные связки задаются следующими таблицами истинности:

A	$\overline{A}$
0	1
½	½
1	0

A	B	$A \,\&\, B$	$A \vee B$	$A \to B$	$A \leftrightarrow B$
0	0	0	0	1	1
0	½	0	½	1	½
0	1	0	1	1	0
½	0	0	½	½	½
½	½	½	½	1	1
½	1	½	1	1	½
1	0	0	1	0	0
1	½	½	1	½	½
1	1	1	1	1	1

Очевидно, что в трёхзначной логике таблица истинности для формулы с n переменными будет содержать 3^n строк.

Пример

Построим таблицу истинности для формул $\overline{P} \vee P$, $\overline{P \,\&\, \overline{P}}$ и $P \to P$ трёхзначной логики Лукасевича:

P	$\overline{P}$	$P \vee \overline{P}$	$P \,\&\, \overline{P}$	$\overline{P \,\&\, \overline{P}}$	$P \to P$
0	1	1	0	1	1
½	½	½	½	½	1
1	0	1	0	1	1

Из таблицы видно, что импликация Лукасевича не поддерживает правило разложения импликации ($A \to B \equiv \overline{A} \vee B$), определённое в классической логике.

Пример

Построим таблицу истинности для формул $\overline{P} \vee P$, $\overline{P \mathbin{\&} \overline{P}}$ и $P \to P$ трёхзначной логики Лукасевича:

P	$\overline{P}$	$P \vee \overline{P}$	$P \mathbin{\&} \overline{P}$	$\overline{P \mathbin{\&} \overline{P}}$	$P \to P$
0	1	1	0	1	1
½	½	½	½	½	1
1	0	1	0	1	1

Из таблицы видно, что импликация Лукасевича не поддерживает правило разложения импликации ($A \to B \equiv \overline{A} \vee B$), определённое в классической логике.

Пример

Построим таблицу истинности для формул $\overline{P} \vee P$, $\overline{P \mathbin{\&} \overline{P}}$ и $P \to P$ трёхзначной логики Лукасевича:

P	$\overline{P}$	$P \vee \overline{P}$	$P \mathbin{\&} \overline{P}$	$\overline{P \mathbin{\&} \overline{P}}$	$P \to P$
0	1	1	0	1	1
½	½	½	½	½	1
1	0	1	0	1	1

Из таблицы видно, что импликация Лукасевича не поддерживает правило разложения импликации $(A \to B \equiv \overline{A} \vee B)$, определённое в классической логике.

Общезначимость

Формула $\mathfrak{A}$ общезначима (является законом, тавтологией) в трёхзначной логике Лукасевича тогда и только тогда, когда $\mathfrak{A}$ принимает значение «1» при любых наборах значений (из множества $\{1, ½, 0\}$) пропозициональных переменных, входящих в $\mathfrak{A}$.

Из предыдущего примера видно, что классические законы исключённого третьего ($P \vee \overline{P}$) и противоречия ($\overline{P \mathbin{\&} \overline{P}}$) не общезначимы в трёхзначной логике Лукасевича, в то время как классический закон тождества ($P \to P$) является в ней законом.

Общезначимость

Формула $\mathfrak{A}$ общезначима (является законом, тавтологией) в трёхзначной логике Лукасевича тогда и только тогда, когда $\mathfrak{A}$ принимает значение «1» при любых наборах значений (из множества $\{1, ½, 0\}$) пропозициональных переменных, входящих в $\mathfrak{A}$.

Из предыдущего примера видно, что классические законы исключённого третьего ($P \vee \overline{P}$) и противоречия ($\overline{P \,\&\, \overline{P}}$) не общезначимы в трёхзначной логике Лукасевича, в то время как классический закон тождества ($P \to P$) является в ней законом.

Логическое следствие

В трёхзначной логике Лукасевича из множества формул $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n$ логически следует формула $\mathfrak{B}$ (т. е. $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n \vdash \mathfrak{B}$) тогда и только тогда, когда $\mathfrak{B}$ принимает значение 1 на всех наборах значений (из множества $\{1, ½, 0\}$) пропозициональных переменных, входящих в $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n$ или в $\mathfrak{B}$, на которых каждая из формул $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n$ принимает значение 1.

Теорема о дедукции, играющая важную роль в классической логике, в трёхзначной логике Лукасевича не выполняется:

Можно подобрать такие $\mathfrak{A}$ и $\mathfrak{B}$, что $\mathfrak{A} \vdash \mathfrak{B}$, но $\mathfrak{A} \to \mathfrak{B} \neq 1$.

Например, $\mathfrak{A} = (P \mathbin{\&} \overline{P})$, $\mathfrak{B} = Q$.

Логическое следствие

В трёхзначной логике Лукасевича из множества формул $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n$ логически следует формула $\mathfrak{B}$ (т. е. $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n \vdash \mathfrak{B}$) тогда и только тогда, когда $\mathfrak{B}$ принимает значение 1 на всех наборах значений (из множества $\{1, \frac{1}{2}, 0\}$) пропозициональных переменных, входящих в $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n$ или в $\mathfrak{B}$, на которых каждая из формул $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n$ принимает значение 1.

Теорема о дедукции, играющая важную роль в классической логике, в трёхзначной логике Лукасевича не выполняется:

Можно подобрать такие $\mathfrak{A}$ и $\mathfrak{B}$, что $\mathfrak{A} \vdash \mathfrak{B}$, но $\mathfrak{A} \to \mathfrak{B} \neq 1$.

Например, $\mathfrak{A} = (P \,\&\, \overline{P})$, $\mathfrak{B} = Q$.

Логическое следствие

В трёхзначной логике Лукасевича из множества формул $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n$ логически следует формула $\mathfrak{B}$ (т. е. $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n \vdash \mathfrak{B}$) тогда и только тогда, когда $\mathfrak{B}$ принимает значение 1 на всех наборах значений (из множества $\{1, ½, 0\}$) пропозициональных переменных, входящих в $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n$ или в $\mathfrak{B}$, на которых каждая из формул $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_n$ принимает значение 1.

Теорема о дедукции, играющая важную роль в классической логике, в трёхзначной логике Лукасевича не выполняется:

Можно подобрать такие $\mathfrak{A}$ и $\mathfrak{B}$, что $\mathfrak{A} \vdash \mathfrak{B}$, но $\mathfrak{A} \to \mathfrak{B} \not\equiv 1$.

Например, $\mathfrak{A} = (P \mathbin{\&} \overline{P})$, $\mathfrak{B} = Q$.

Нечёткая логика

Лотфи Аскер Задé (р. 1921) — американский математик, инженер, информатик.

Нечёткая логика и теория нечётких множеств — раздел математики, являющийся обобщением классической логики и теории множеств.

Понятие нечёткой логики было впервые введено Заде в 1965 году.

Заде расширил понятие множества допущением, что функция принадлежности элемента к множеству может принимать любые значения в интервале $[0, 1]$, а не только из множества $\{0, 1\}$.

Такие множества он назвал нечёткими (fuzzy).

Также Заде были введены различные логические операции над нечёткими множествами и предложено понятие лингвистической переменной, в качестве значений которой выступают нечёткие множества.

Нечёткая логика

Лотфи Аскер Задé (р. 1921) — американский математик, инженер, информатик.

Нечёткая логика и теория нечётких множеств — раздел математики, являющийся обобщением классической логики и теории множеств.

Понятие нечёткой логики было впервые введено Заде в 1965 году.

Заде расширил понятие множества допущением, что функция принадлежности элемента к множеству может принимать любые значения в интервале $[0, 1]$, а не только из множества $\{0, 1\}$.

Такие множества он назвал нечёткими (fuzzy).

Также Заде были введены различные логические операции над нечёткими множествами и предложено понятие лингвистической переменной, в качестве значений которой выступают нечёткие множества.

Нечёткая логика

Лотфи Аскер Заде́ (р. 1921) — американский математик, инженер, информатик.

Нечёткая логика и теория нечётких множеств — раздел математики, являющийся обобщением классической логики и теории множеств.
Понятие нечёткой логики было впервые введено Заде в 1965 году.
Заде расширил понятие множества допущением, что функция принадлежности элемента к множеству может принимать любые значения в интервале $[0, 1]$, а не только из множества $\{0, 1\}$.
Такие множества он назвал нечёткими (fuzzy).
Также Заде были введены различные логические операции над нечёткими множествами и предложено понятие лингвистической переменной, в качестве значений которой выступают нечёткие множества.

Чёткие множества

Множество A в классическом понимании можно представить с помощью следующей записи:

$$A = \{x \mid P(x)\},$$

где $P(x)$ — характеристическая функция (предикат), определяющая, принадлежит элемент x множеству A или нет.

Существуют два возможных случая:

1. Элемент x принадлежит множеству A (т. е. $x \in A$), тогда $P(x) = 1$.
2. Элемент x не принадлежит множеству A (т. е. $x \notin A$), тогда $P(x) = 0$.

Подобные множества назовём чёткими.

Чёткие множества

Множество A в классическом понимании можно представить с помощью следующей записи:

$$A = \{x \mid P(x)\},$$

где $P(x)$ — характеристическая функция (предикат), определяющая, принадлежит элемент x множеству A или нет. Существуют два возможных случая:

1. Элемент x принадлежит множеству A (т. е. $x \in A$), тогда $P(x) = 1$.
2. Элемент x не принадлежит множеству A (т. е. $x \notin A$), тогда $P(x) = 0$.

Подобные множества назовём чёткими.

Чёткие множества

Множество A в классическом понимании можно представить с помощью следующей записи:

$$A = \{x \mid P(x)\},$$

где $P(x)$ — характеристическая функция (предикат), определяющая, принадлежит элемент x множеству A или нет. Существуют два возможных случая:

1. Элемент x принадлежит множеству A (т. е. $x \in A$), тогда $P(x) = 1$.
2. Элемент x не принадлежит множеству A (т. е. $x \notin A$), тогда $P(x) = 0$.

Подобные множества назовём чёткими.

Чёткие множества

Множество A в классическом понимании можно представить с помощью следующей записи:

$$A = \{x \mid P(x)\},$$

где $P(x)$ — характеристическая функция (предикат), определяющая, принадлежит элемент x множеству A или нет. Существуют два возможных случая:

1. Элемент x принадлежит множеству A (т. е. $x \in A$), тогда $P(x) = 1$.
2. Элемент x не принадлежит множеству A (т. е. $x \notin A$), тогда $P(x) = 0$.

Подобные множества назовём чёткими.

Пример

Деталь считается стандартной, если её длина находится в пределах от 100 до 105 мм включительно.

Тогда множество стандартных деталей можно описать так:

$$S = \{x \mid 100 \leqslant x \leqslant 105\}.$$

Здесь x — длина детали в мм, $P(x) = (x \geqslant 100) \mathbin{\&} (x \leqslant 105)$.

Изобразим график $y = P(x)$:

Пример

Деталь считается стандартной, если её длина находится в пределах от 100 до 105 мм включительно.
Тогда множество стандартных деталей можно описать так:

$$S = \{x \mid 100 \leqslant x \leqslant 105\}.$$

Здесь x — длина детали в мм, $P(x) = (x \geqslant 100) \,\&\, (x \leqslant 105)$.
Изобразим график $y = P(x)$:

Пример

Деталь считается стандартной, если её длина находится в пределах от 100 до 105 мм включительно.
Тогда множество стандартных деталей можно описать так:

$$S = \{x \mid 100 \leqslant x \leqslant 105\}.$$

Здесь x — длина детали в мм, $P(x) = (x \geqslant 100) \,\&\, (x \leqslant 105)$.
Изобразим график $y = P(x)$:

Пример

Деталь считается стандартной, если её длина находится в пределах от 100 до 105 мм включительно.
Тогда множество стандартных деталей можно описать так:

$$S = \{x \mid 100 \leqslant x \leqslant 105\}.$$

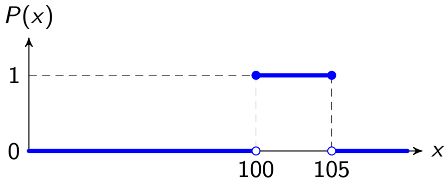
Здесь x — длина детали в мм, $P(x) = (x \geqslant 100) \,\&\, (x \leqslant 105)$.
Изобразим график $y = P(x)$:

Пример

Деталь считается стандартной, если её длина находится в пределах от 100 до 105 мм включительно.
Тогда множество стандартных деталей можно описать так:

$$S = \{x \mid 100 \leqslant x \leqslant 105\}.$$

Здесь x — длина детали в мм, $P(x) = (x \geqslant 100) \,\&\, (x \leqslant 105)$.
Изобразим график $y = P(x)$:



Операции над чёткими множествами

Операции над чёткими множествами связаны с логикой предикатов следующим образом.

Пусть $A = \{x \mid P(x)\}$, $B = \{x \mid Q(x)\}$.

- Объединение множеств A и B:

$$A \cup B = \{x \mid P(x) \vee Q(x)\}.$$

- Пересечение множеств A и B:

$$A \cap B = \{x \mid P(x) \,\&\, Q(x)\}.$$

- Дополнение множества A:

$$A^{\complement} = \{x \mid \overline{P(x)}\}.$$

Операции над чёткими множествами

Операции над чёткими множествами связаны с логикой предикатов следующим образом.
Пусть $A = \{x \mid P(x)\}$, $B = \{x \mid Q(x)\}$.

- Объединение множеств A и B:

$$A \cup B = \{x \mid P(x) \vee Q(x)\}.$$

- Пересечение множеств A и B:

$$A \cap B = \{x \mid P(x) \,\&\, Q(x)\}.$$

- Дополнение множества A:

$$A^{\complement} = \{x \mid \overline{P(x)}\}.$$

Операции над чёткими множествами

Операции над чёткими множествами связаны с логикой предикатов следующим образом.
Пусть $A = \{x \mid P(x)\}$, $B = \{x \mid Q(x)\}$.

- Объединение множеств A и B:

$$A \cup B = \{x \mid P(x) \vee Q(x)\}.$$

- Пересечение множеств A и B:

$$A \cap B = \{x \mid P(x) \,\&\, Q(x)\}.$$

- Дополнение множества A:

$$A^{\complement} = \{x \mid \overline{P(x)}\}.$$

Операции над чёткими множествами

Операции над чёткими множествами связаны с логикой предикатов следующим образом.
Пусть $A = \{x \mid P(x)\}$, $B = \{x \mid Q(x)\}$.

- Объединение множеств A и B:

$$A \cup B = \{x \mid P(x) \vee Q(x)\}.$$

- Пересечение множеств A и B:

$$A \cap B = \{x \mid P(x) \,\&\, Q(x)\}.$$

- Дополнение множества A:

$$A^{\complement} = \{x \mid \overline{P(x)}\}.$$

Операции над чёткими множествами

Операции над чёткими множествами связаны с логикой предикатов следующим образом.
Пусть $A = \{x \mid P(x)\}$, $B = \{x \mid Q(x)\}$.

- Объединение множеств A и B:

$$A \cup B = \{x \mid P(x) \vee Q(x)\}.$$

- Пересечение множеств A и B:

$$A \cap B = \{x \mid P(x) \,\&\, Q(x)\}.$$

- Дополнение множества A:

$$A^{\complement} = \{x \mid \overline{P(x)}\}.$$

Нечёткие множества

Пусть задана функция $\mu(x)$, такая что

$$\mu\colon B \longrightarrow [0,\ 1],$$

т. е. каждому элементу чёткого множества B ставится в соответствие число из интервала $[0,\ 1]$.

Множество, у которого вместо характеристической функции используется вышеуказанная функция $\mu(x)$, называется **нечётким**.

Нечёткие множества обычно обозначаются заглавными латинскими буквами с тильдой: $\widetilde{A}, \widetilde{B}, \widetilde{C}, \ldots$

Функция $\mu(x)$ называется **функцией принадлежности**.

Обычно функцию принадлежности нечёткого множества $\widetilde{A}$ обозначают как $\mu_{\widetilde{A}}(x)$.

Нечёткие множества

Пусть задана функция $\mu(x)$, такая что

$$\mu\colon B \longrightarrow [0,\ 1],$$

т. е. каждому элементу чёткого множества B ставится в соответствие число из интервала $[0,\ 1]$.
Множество, у которого вместо характеристической функции используется вышеуказанная функция $\mu(x)$, называется **нечётким**.
Нечёткие множества обычно обозначаются заглавными латинскими буквами с тильдой: $\widetilde{A}, \widetilde{B}, \widetilde{C}, \ldots$
Функция $\mu(x)$ называется **функцией принадлежности**.
Обычно функцию принадлежности нечёткого множества $\widetilde{A}$ обозначают как $\mu_{\widetilde{A}}(x)$.

Нечёткие множества

Пусть задана функция $\mu(x)$, такая что

$$\mu\colon B \longrightarrow [0,\ 1],$$

т. е. каждому элементу чёткого множества B ставится в соответствие число из интервала $[0,\ 1]$.
Множество, у которого вместо характеристической функции используется вышеуказанная функция $\mu(x)$, называется нечётким.
Нечёткие множества обычно обозначаются заглавными латинскими буквами с тильдой: $\widetilde{A}, \widetilde{B}, \widetilde{C}, \ldots$
Функция $\mu(x)$ называется функцией принадлежности.
Обычно функцию принадлежности нечёткого множества $\widetilde{A}$ обозначают как $\mu_{\widetilde{A}}(x)$.

Нечёткие множества

Пусть задана функция $\mu(x)$, такая что

$$\mu\colon B \longrightarrow [0,\ 1],$$

т. е. каждому элементу чёткого множества B ставится в соответствие число из интервала $[0,\ 1]$.
Множество, у которого вместо характеристической функции используется вышеуказанная функция $\mu(x)$, называется нечётким.
Нечёткие множества обычно обозначаются заглавными латинскими буквами с тильдой: $\widetilde{A}, \widetilde{B}, \widetilde{C}, \ldots$
Функция $\mu(x)$ называется функцией принадлежности.
Обычно функцию принадлежности нечёткого множества $\widetilde{A}$ обозначают как $\mu_{\widetilde{A}}(x)$.

Нечёткие множества

Пусть задана функция $\mu(x)$, такая что

$$\mu\colon B \longrightarrow [0,\ 1],$$

т. е. каждому элементу чёткого множества B ставится в соответствие число из интервала $[0,\ 1]$.
Множество, у которого вместо характеристической функции используется вышеуказанная функция $\mu(x)$, называется нечётким.
Нечёткие множества обычно обозначаются заглавными латинскими буквами с тильдой: $\widetilde{A}, \widetilde{B}, \widetilde{C}, \ldots$
Функция $\mu(x)$ называется функцией принадлежности.
Обычно функцию принадлежности нечёткого множества $\widetilde{A}$ обозначают как $\mu_{\widetilde{A}}(x)$.

Базовые множества нечётких подмножеств

Если элементы x, составляющие нечёткое множество, выбираются из некоторого чёткого множества B, то множество B называется базовым.

Тот факт, что множество B является базовым для нечёткого множества $\widetilde{A}$ (соответственно, $\widetilde{A}$ является нечётким подмножеством чёткого множества B), обозначим так:

$$\widetilde{A} \subset \mathrm{Fuzzy}(B),$$

где $\mathrm{Fuzzy}(B)$ — множество всех нечётких подмножеств чёткого множества B.

Базовые множества нечётких подмножеств

Если элементы x, составляющие нечёткое множество, выбираются из некоторого чёткого множества B, то множество B называется базовым.

Тот факт, что множество B является базовым для нечёткого множества $\widetilde{A}$ (соответственно, $\widetilde{A}$ является нечётким подмножеством чёткого множества B), обозначим так:

$$\widetilde{A} \subset \mathrm{Fuzzy}(B),$$

где $\mathrm{Fuzzy}(B)$ — множество всех нечётких подмножеств чёткого множества B.

Базовые множества нечётких подмножеств

Если элементы x, составляющие нечёткое множество, выбираются из некоторого чёткого множества B, то множество B называется базовым.

Тот факт, что множество B является базовым для нечёткого множества $\widetilde{A}$ (соответственно, $\widetilde{A}$ является нечётким подмножеством чёткого множества B), обозначим так:

$$\widetilde{A} \subset \mathrm{Fuzzy}(B),$$

где $\mathrm{Fuzzy}(B)$ — множество всех нечётких подмножеств чёткого множества B.

Базовые множества нечётких подмножеств

Если элементы x, составляющие нечёткое множество, выбираются из некоторого чёткого множества B, то множество B называется базовым.

Тот факт, что множество B является базовым для нечёткого множества $\widetilde{A}$ (соответственно, $\widetilde{A}$ является нечётким подмножеством чёткого множества B), обозначим так:

$$\widetilde{A} \subset \mathrm{Fuzzy}(B),$$

где $\mathrm{Fuzzy}(B)$ — множество всех нечётких подмножеств чёткого множества B.

Пример

Рассмотрим нечёткое подмножество $\widetilde{M}$ — «Молодой» базового чёткого множества $A = [0,\ 100]$ — «Возраст человека», которое измеряется в годах от рождения.

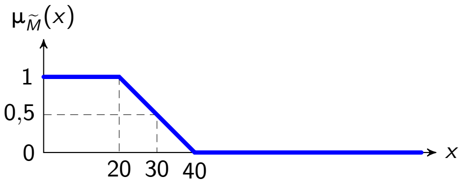
Функцию принадлежности $\mu_{\widetilde{M}}(x)$ можно изобразить различными способами (каждый понимает характеристику «Молодой» по-своему!), например, так:

Пример

Рассмотрим нечёткое подмножество $\widetilde{M}$ — «Молодой» базового чёткого множества $A = [0,\ 100]$ — «Возраст человека», которое измеряется в годах от рождения.
Функцию принадлежности $\mu_{\widetilde{M}}(x)$ можно изобразить различными способами (каждый понимает характеристику «Молодой» по-своему!), например, так:

Пример

Рассмотрим нечёткое подмножество $\widetilde{M}$ — «Молодой» базового чёткого множества $A = [0,\ 100]$ — «Возраст человека», которое измеряется в годах от рождения.
Функцию принадлежности $\mu_{\widetilde{M}}(x)$ можно изобразить различными способами (каждый понимает характеристику «Молодой» по-своему!), например, так:



Операции над нечёткими множествами

Пусть $\widetilde{A}, \widetilde{B} \subset \text{Fuzzy}(X)$, $x \in X$.

Заде определил операции над нечёткими множествами следующим образом:

- Объединение $\widetilde{A} \cup \widetilde{B}$:
$$\mu_{\widetilde{A} \cup \widetilde{B}}(x) = \max\left\{\mu_{\widetilde{A}}(x), \mu_{\widetilde{B}}(x)\right\}.$$
- Пересечение $\widetilde{A} \cap \widetilde{B}$:
$$\mu_{\widetilde{A} \cap \widetilde{B}}(x) = \min\left\{\mu_{\widetilde{A}}(x), \mu_{\widetilde{B}}(x)\right\}.$$
- Дополнение $\widetilde{A}^{\complement}$:
$$\mu_{\widetilde{A}^{\complement}}(x) = 1 - \mu_{\widetilde{A}}(x).$$

Операции над нечёткими множествами

Пусть $\widetilde{A}, \widetilde{B} \subset \mathrm{Fuzzy}(X)$, $x \in X$.
Заде определил операции над нечёткими множествами следующим образом:

- Объединение $\widetilde{A} \cup \widetilde{B}$:
$$\mu_{\widetilde{A}\cup\widetilde{B}}(x) = \max\left\{\mu_{\widetilde{A}}(x), \mu_{\widetilde{B}}(x)\right\}.$$
- Пересечение $\widetilde{A} \cap \widetilde{B}$:
$$\mu_{\widetilde{A}\cap\widetilde{B}}(x) = \min\left\{\mu_{\widetilde{A}}(x), \mu_{\widetilde{B}}(x)\right\}.$$
- Дополнение $\widetilde{A}^{\complement}$:
$$\mu_{\widetilde{A}^{\complement}}(x) = 1 - \mu_{\widetilde{A}}(x).$$

Операции над нечёткими множествами

Пусть $\widetilde{A}, \widetilde{B} \subset \mathrm{Fuzzy}(X)$, $x \in X$.
Заде определил операции над нечёткими множествами следующим образом:

- Объединение $\widetilde{A} \cup \widetilde{B}$:

$$\mu_{\widetilde{A} \cup \widetilde{B}}(x) = \max \left\{ \mu_{\widetilde{A}}(x),\ \mu_{\widetilde{B}}(x) \right\}.$$

- Пересечение $\widetilde{A} \cap \widetilde{B}$:

$$\mu_{\widetilde{A} \cap \widetilde{B}}(x) = \min \left\{ \mu_{\widetilde{A}}(x),\ \mu_{\widetilde{B}}(x) \right\}.$$

- Дополнение $\widetilde{A}^{\complement}$:

$$\mu_{\widetilde{A}^{\complement}}(x) = 1 - \mu_{\widetilde{A}}(x).$$

Операции над нечёткими множествами

Пусть $\widetilde{A}, \widetilde{B} \subset \mathrm{Fuzzy}(X)$, $x \in X$.
Заде определил операции над нечёткими множествами следующим образом:

- Объединение $\widetilde{A} \cup \widetilde{B}$:

$$\mu_{\widetilde{A} \cup \widetilde{B}}(x) = \max\left\{\mu_{\widetilde{A}}(x),\ \mu_{\widetilde{B}}(x)\right\}.$$

- Пересечение $\widetilde{A} \cap \widetilde{B}$:

$$\mu_{\widetilde{A} \cap \widetilde{B}}(x) = \min\left\{\mu_{\widetilde{A}}(x),\ \mu_{\widetilde{B}}(x)\right\}.$$

- Дополнение $\widetilde{A}^{\complement}$:

$$\mu_{\widetilde{A}^{\complement}}(x) = 1 - \mu_{\widetilde{A}}(x).$$

Операции над нечёткими множествами

Пусть $\widetilde{A}, \widetilde{B} \subset \mathrm{Fuzzy}(X)$, $x \in X$.
Заде определил операции над нечёткими множествами следующим образом:

- Объединение $\widetilde{A} \cup \widetilde{B}$:

$$\mu_{\widetilde{A} \cup \widetilde{B}}(x) = \max\left\{\mu_{\widetilde{A}}(x),\ \mu_{\widetilde{B}}(x)\right\}.$$

- Пересечение $\widetilde{A} \cap \widetilde{B}$:

$$\mu_{\widetilde{A} \cap \widetilde{B}}(x) = \min\left\{\mu_{\widetilde{A}}(x),\ \mu_{\widetilde{B}}(x)\right\}.$$

- Дополнение $\widetilde{A}^{\complement}$:

$$\mu_{\widetilde{A}^{\complement}}(x) = 1 - \mu_{\widetilde{A}}(x).$$

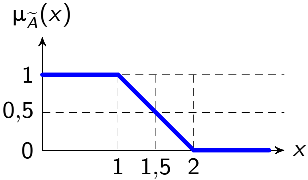
Пример

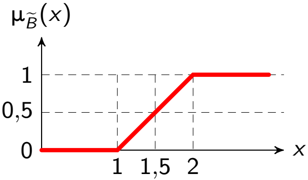
Пусть нечёткие множества $\widetilde{A}$ и $\widetilde{B}$ задаются следующим образом, причём $\widetilde{A}^{\complement} = \widetilde{B}$:

Тогда их объединение и пересечение будут выглядеть так:

Пример

Пусть нечёткие множества $\widetilde{A}$ и $\widetilde{B}$ задаются следующим образом, причём $\widetilde{A}^{\complement} = \widetilde{B}$:

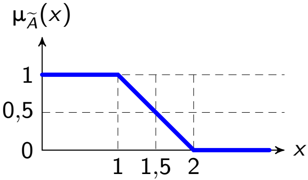


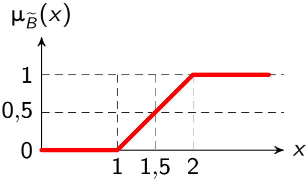


Тогда их объединение и пересечение будут выглядеть так:

Пример

Пусть нечёткие множества $\widetilde{A}$ и $\widetilde{B}$ задаются следующим образом, причём $\widetilde{A}^{\complement} = \widetilde{B}$:

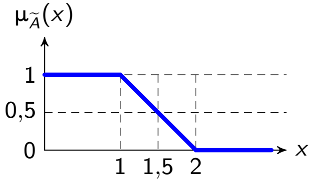


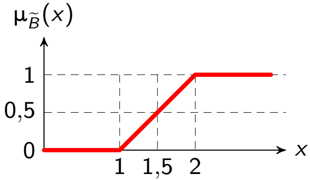


Тогда их объединение и пересечение будут выглядеть так:

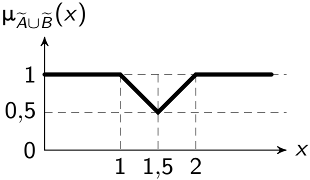
Пример

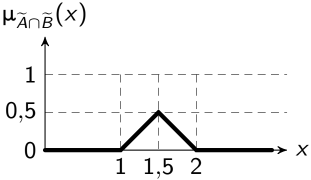
Пусть нечёткие множества $\widetilde{A}$ и $\widetilde{B}$ задаются следующим образом, причём $\widetilde{A}^{\complement} = \widetilde{B}$:





Тогда их объединение и пересечение будут выглядеть так:





Ассерторические и модальные высказывания

Ранее мы рассматривали лишь такие высказывания, в которых утверждался сам факт наличия или отсутствия чего-либо. Такие высказывания называют ассерторическими.

Примеры ассерторических высказываний

- Дождь не идёт.
- Всякий человек разумен.
- Иван старше Петра.

Существуют и другие высказывания, которые, помимо утверждения фактов, дают ещё и оценку описываемой ситуации. Такие высказывания называют модальными.

Примеры модальных высказываний

- Хорошо, что дождь не идёт.
- Всякий человек с необходимостью разумен.
- Иван полагает, что он старше Петра.

Ассерторические и модальные высказывания

Ранее мы рассматривали лишь такие высказывания, в которых утверждался сам факт наличия или отсутствия чего-либо. Такие высказывания называют ассерторическими.

Примеры ассерторических высказываний

- Дождь не идёт.
- Всякий человек разумен.
- Иван старше Петра.

Существуют и другие высказывания, которые, помимо утверждения фактов, дают ещё и оценку описываемой ситуации. Такие высказывания называют модальными.

Примеры модальных высказываний

- Хорошо, что дождь не идёт.
- Всякий человек с необходимостью разумен.
- Иван полагает, что он старше Петра.

Ассерторические и модальные высказывания

Ранее мы рассматривали лишь такие высказывания, в которых утверждался сам факт наличия или отсутствия чего-либо. Такие высказывания называют ассерторическими.

Примеры ассерторических высказываний

- Дождь не идёт.
- Всякий человек разумен.
- Иван старше Петра.

Существуют и другие высказывания, которые, помимо утверждения фактов, дают ещё и оценку описываемой ситуации. Такие высказывания называют модальными.

Примеры модальных высказываний

- Хорошо, что дождь не идёт.
- Всякий человек с необходимостью разумен.
- Иван полагает, что он старше Петра.

Ассерторические и модальные высказывания

Ранее мы рассматривали лишь такие высказывания, в которых утверждался сам факт наличия или отсутствия чего-либо. Такие высказывания называют ассерторическими.

Примеры ассерторических высказываний

- Дождь не идёт.
- Всякий человек разумен.
- Иван старше Петра.

Существуют и другие высказывания, которые, помимо утверждения фактов, дают ещё и оценку описываемой ситуации. Такие высказывания называют модальными.

Примеры модальных высказываний

- Хорошо, что дождь не идёт.
- Всякий человек с необходимостью разумен.
- Иван полагает, что он старше Петра.

Ассерторические и модальные высказывания

Ранее мы рассматривали лишь такие высказывания, в которых утверждался сам факт наличия или отсутствия чего-либо. Такие высказывания называют ассерторическими.

Примеры ассерторических высказываний

- Дождь не идёт.
- Всякий человек разумен.
- Иван старше Петра.

Существуют и другие высказывания, которые, помимо утверждения фактов, дают ещё и оценку описываемой ситуации. Такие высказывания называют модальными.

Примеры модальных высказываний

- Хорошо, что дождь не идёт.
- Всякий человек с необходимостью разумен.
- Иван полагает, что он старше Петра.

Ассерторические и модальные высказывания

Ранее мы рассматривали лишь такие высказывания, в которых утверждался сам факт наличия или отсутствия чего-либо. Такие высказывания называют ассерторическими.

Примеры ассерторических высказываний

- Дождь не идёт.
- Всякий человек разумен.
- Иван старше Петра.

Существуют и другие высказывания, которые, помимо утверждения фактов, дают ещё и оценку описываемой ситуации. Такие высказывания называют модальными.

Примеры модальных высказываний

- Хорошо, что дождь не идёт.
- Всякий человек с необходимостью разумен.
- Иван полагает, что он старше Петра.

Ассерторические и модальные высказывания

Ранее мы рассматривали лишь такие высказывания, в которых утверждался сам факт наличия или отсутствия чего-либо. Такие высказывания называют ассерторическими.

Примеры ассерторических высказываний

- Дождь не идёт.
- Всякий человек разумен.
- Иван старше Петра.

Существуют и другие высказывания, которые, помимо утверждения фактов, дают ещё и оценку описываемой ситуации. Такие высказывания называют модальными.

Примеры модальных высказываний

- Хорошо, что дождь не идёт.
- Всякий человек с необходимостью разумен.
- Иван полагает, что он старше Петра.

Ассерторические и модальные высказывания

Ранее мы рассматривали лишь такие высказывания, в которых утверждался сам факт наличия или отсутствия чего-либо. Такие высказывания называют ассерторическими.

Примеры ассерторических высказываний

- Дождь не идёт.
- Всякий человек разумен.
- Иван старше Петра.

Существуют и другие высказывания, которые, помимо утверждения фактов, дают ещё и оценку описываемой ситуации. Такие высказывания называют модальными.

Примеры модальных высказываний

- Хорошо, что дождь не идёт.
- Всякий человек с необходимостью разумен.
- Иван полагает, что он старше Петра.

Модальности

Модальными называют высказывания, содержащие дополнительную информацию оценочного характера относительно ситуаций или взаимосвязей между ними, или присущности признаков предметам.

Модальности — это термины, посредством которых осуществляется оценка, квалификация ситуаций, взаимосвязей между ними и присущности свойств и отношений предметам в модальных высказываниях.

Примеры модальностей

«хорошо», «плохо», «запрещено», «необходимо», «полагает», «с неизбежностью приводит», «а затем» и т. д.

Модальности

Модальными называют высказывания, содержащие дополнительную информацию оценочного характера относительно ситуаций или взаимосвязей между ними, или присущности признаков предметам.

Модальности — это термины, посредством которых осуществляется оценка, квалификация ситуаций, взаимосвязей между ними и присущности свойств и отношений предметам в модальных высказываниях.

Примеры модальностей

«хорошо», «плохо», «запрещено», «необходимо», «полагает», «с неизбежностью приводит», «а затем» и т. д.

Модальности

Модальными называют высказывания, содержащие дополнительную информацию оценочного характера относительно ситуаций или взаимосвязей между ними, или присущности признаков предметам.

Модальности — это термины, посредством которых осуществляется оценка, квалификация ситуаций, взаимосвязей между ними и присущности свойств и отношений предметам в модальных высказываниях.

Примеры модальностей

«хорошо», «плохо», «запрещено», «необходимо», «полагает», «с неизбежностью приводит», «а затем» и т. д.

Виды модальностей

В зависимости от того, под каким углом зрения осуществляется модальная квалификация, выделяют следующие виды модальностей.

1. Алетические модальности оценивают ситуации или связь признаков с предметами с точки зрения некоторого множества законов (физических, биологических, математических и т. п.)
   Сюда относятся модальности «необходимо», «возможно», «случайно», «невозможно» и др.
2. Деонтические модальности оценивают ситуации с точки зрения некоторого кодекса норм — юридических или этических.
   Сюда относятся модальности «обязательно», «разрешено», «запрещено» и др.

Виды модальностей

В зависимости от того, под каким углом зрения осуществляется модальная квалификация, выделяют следующие виды модальностей.

1. Алетические модальности оценивают ситуации или связь признаков с предметами с точки зрения некоторого множества законов (физических, биологических, математических и т. п.)
   Сюда относятся модальности «необходимо», «возможно», «случайно», «невозможно» и др.
2. Деонтические модальности оценивают ситуации с точки зрения некоторого кодекса норм — юридических или этических.
   Сюда относятся модальности «обязательно», «разрешено», «запрещено» и др.

Виды модальностей

В зависимости от того, под каким углом зрения осуществляется модальная квалификация, выделяют следующие виды модальностей.

1. Алетические модальности оценивают ситуации или связь признаков с предметами с точки зрения некоторого множества законов (физических, биологических, математических и т. п.)
   Сюда относятся модальности «необходимо», «возможно», «случайно», «невозможно» и др.
2. Деонтические модальности оценивают ситуации с точки зрения некоторого кодекса норм — юридических или этических.
   Сюда относятся модальности «обязательно», «разрешено», «запрещено» и др.

Виды модальностей

В зависимости от того, под каким углом зрения осуществляется модальная квалификация, выделяют следующие виды модальностей.

1. Алетические модальности оценивают ситуации или связь признаков с предметами с точки зрения некоторого множества законов (физических, биологических, математических и т. п.)
   Сюда относятся модальности «необходимо», «возможно», «случайно», «невозможно» и др.
2. Деонтические модальности оценивают ситуации с точки зрения некоторого кодекса норм — юридических или этических.
   Сюда относятся модальности «обязательно», «разрешено», «запрещено» и др.

Виды модальностей

В зависимости от того, под каким углом зрения осуществляется модальная квалификация, выделяют следующие виды модальностей.

1. Алетические модальности оценивают ситуации или связь признаков с предметами с точки зрения некоторого множества законов (физических, биологических, математических и т. п.)
   Сюда относятся модальности «необходимо», «возможно», «случайно», «невозможно» и др.
2. Деонтические модальности оценивают ситуации с точки зрения некоторого кодекса норм — юридических или этических.
   Сюда относятся модальности «обязательно», «разрешено», «запрещено» и др.

Виды модальностей (продолжение)

3. Аксиологические модальности оценивают ситуации с точки зрения некоторой системы ценностей.
   Сюда относятся модальности «хорошо», «плохо», «прекрасно», «хуже», «равноценно» и др.
4. Временны́е модальности соотносят ситуацию с временны́м рядом, указывая, когда имела место ситуация или как соотносятся ситуации во времени.
   Сюда относятся модальности «было», «всегда будет», «иногда», «а затем» и др.
5. Эпистемические модальности оценивают ситуации с позиций некоторой познавательной системы, такой как научная теория, или с миром знаний, мнений, убеждений, верований некоторого познающего субъекта.
   Сюда относятся модальности «доказано», «опровергнуто», «знает», «сомневается», «уверен», «верит», «убеждён» и др.

Виды модальностей (продолжение)

3. Аксиологические модальности оценивают ситуации с точки зрения некоторой системы ценностей.
Сюда относятся модальности «хорошо», «плохо», «прекрасно», «хуже», «равноценно» и др.
4. Временны́е модальности соотносят ситуацию с временны́м рядом, указывая, когда имела место ситуация или как соотносятся ситуации во времени.
Сюда относятся модальности «было», «всегда будет», «иногда», «а затем» и др.
5. Эпистемические модальности оценивают ситуации с позиций некоторой познавательной системы, такой как научная теория, или с миром знаний, мнений, убеждений, верований некоторого познающего субъекта.
Сюда относятся модальности «доказано», «опровергнуто», «знает», «сомневается», «уверен», «верит», «убеждён» и др.

Виды модальностей (продолжение)

3. Аксиологические модальности оценивают ситуации с точки зрения некоторой системы ценностей.
   Сюда относятся модальности «хорошо», «плохо», «прекрасно», «хуже», «равноценно» и др.
4. Временны́е модальности соотносят ситуацию с временны́м рядом, указывая, когда имела место ситуация или как соотносятся ситуации во времени.
   Сюда относятся модальности «было», «всегда будет», «иногда», «а затем» и др.
5. Эпистемические модальности оценивают ситуации с позиций некоторой познавательной системы, такой как научная теория, или с миром знаний, мнений, убеждений, верований некоторого познающего субъекта.
   Сюда относятся модальности «доказано», «опровергнуто», «знает», «сомневается», «уверен», «верит», «убеждён» и др.

Виды модальностей (продолжение)

3. Аксиологические модальности оценивают ситуации с точки зрения некоторой системы ценностей.
   Сюда относятся модальности «хорошо», «плохо», «прекрасно», «хуже», «равноценно» и др.
4. Временны́е модальности соотносят ситуацию с временны́м рядом, указывая, когда имела место ситуация или как соотносятся ситуации во времени.
   Сюда относятся модальности «было», «всегда будет», «иногда», «а затем» и др.
5. Эпистемические модальности оценивают ситуации с позиций некоторой познавательной системы, такой как научная теория, или с миром знаний, мнений, убеждений, верований некоторого познающего субъекта.
   Сюда относятся модальности «доказано», «опровергнуто», «знает», «сомневается», «уверен», «верит», «убеждён» и др.

Виды модальностей (продолжение)

3. Аксиологические модальности оценивают ситуации с точки зрения некоторой системы ценностей. Сюда относятся модальности «хорошо», «плохо», «прекрасно», «хуже», «равноценно» и др.
4. Временны́е модальности соотносят ситуацию с временны́м рядом, указывая, когда имела место ситуация или как соотносятся ситуации во времени. Сюда относятся модальности «было», «всегда будет», «иногда», «а затем» и др.
5. Эпистемические модальности оценивают ситуации с позиций некоторой познавательной системы, такой как научная теория, или с миром знаний, мнений, убеждений, верований некоторого познающего субъекта. Сюда относятся модальности «доказано», «опровергнуто», «знает», «сомневается», «уверен», «верит», «убеждён» и др.

Виды модальностей (продолжение)

3. Аксиологические модальности оценивают ситуации с точки зрения некоторой системы ценностей.
   Сюда относятся модальности «хорошо», «плохо», «прекрасно», «хуже», «равноценно» и др.
4. Временны́е модальности соотносят ситуацию с временны́м рядом, указывая, когда имела место ситуация или как соотносятся ситуации во времени.
   Сюда относятся модальности «было», «всегда будет», «иногда», «а затем» и др.
5. Эпистемические модальности оценивают ситуации с позиций некоторой познавательной системы, такой как научная теория, или с миром знаний, мнений, убеждений, верований некоторого познающего субъекта.
   Сюда относятся модальности «доказано», «опровергнуто», «знает», «сомневается», «уверен», «верит», «убеждён» и др.

Алетическая логика

Для примера рассмотрим простую неклассическую логику, расширяющую классическую логику предикатов.

Логическая система, базирующаяся на операторах «возможно, что» и «необходимо, чтобы», называется алетической логикой. Для обозначения модальностей вводится символика:

- «$\Box$» — обозначает модальность «необходимо». Формула вида $\Box\mathfrak{A}$ читается «необходимо, чтобы $\mathfrak{A}$» или «$\mathfrak{A}$ необходимо».
- «$\Diamond$» — обозначает модальность «возможно». Формула вида $\Diamond\mathfrak{A}$ читается «возможно, что $\mathfrak{A}$» или «$\mathfrak{A}$ возможно».

Имеет место следующее соотношение:

$$\Box\mathfrak{A} = \overline{\Diamond\overline{\mathfrak{A}}}.$$

Алетическая логика

Для примера рассмотрим простую неклассическую логику, расширяющую классическую логику предикатов.

Логическая система, базирующаяся на операторах «возможно, что» и «необходимо, чтобы», называется алетической логикой.

Для обозначения модальностей вводится символика:

- «$\Box$» — обозначает модальность «необходимо».
  Формула вида $\Box\mathfrak{A}$ читается «необходимо, чтобы $\mathfrak{A}$» или «$\mathfrak{A}$ необходимо».
- «$\Diamond$» — обозначает модальность «возможно».
  Формула вида $\Diamond\mathfrak{A}$ читается «возможно, что $\mathfrak{A}$» или «$\mathfrak{A}$ возможно».

Имеет место следующее соотношение:

$$\Box\mathfrak{A} = \overline{\Diamond\overline{\mathfrak{A}}}.$$

Алетическая логика

Для примера рассмотрим простую неклассическую логику, расширяющую классическую логику предикатов.

Логическая система, базирующаяся на операторах «возможно, что» и «необходимо, чтобы», называется алетической логикой. Для обозначения модальностей вводится символика:

- «$\Box$» — обозначает модальность «необходимо». Формула вида $\Box\mathfrak{A}$ читается «необходимо, чтобы $\mathfrak{A}$» или «$\mathfrak{A}$ необходимо».
- «$\Diamond$» — обозначает модальность «возможно». Формула вида $\Diamond\mathfrak{A}$ читается «возможно, что $\mathfrak{A}$» или «$\mathfrak{A}$ возможно».

Имеет место следующее соотношение:

$$\Box\mathfrak{A} = \overline{\Diamond\overline{\mathfrak{A}}}.$$

Алетическая логика

Для примера рассмотрим простую неклассическую логику, расширяющую классическую логику предикатов.

Логическая система, базирующаяся на операторах «возможно, что» и «необходимо, чтобы», называется алетической логикой. Для обозначения модальностей вводится символика:

- «$\Box$» — обозначает модальность «необходимо». Формула вида $\Box\mathfrak{A}$ читается «необходимо, чтобы $\mathfrak{A}$» или «$\mathfrak{A}$ необходимо».
- «$\Diamond$» — обозначает модальность «возможно». Формула вида $\Diamond\mathfrak{A}$ читается «возможно, что $\mathfrak{A}$» или «$\mathfrak{A}$ возможно».

Имеет место следующее соотношение:

$$\Box\mathfrak{A} = \overline{\Diamond\overline{\mathfrak{A}}}.$$

Алетическая логика

Для примера рассмотрим простую неклассическую логику, расширяющую классическую логику предикатов.

Логическая система, базирующаяся на операторах «возможно, что» и «необходимо, чтобы», называется алетической логикой. Для обозначения модальностей вводится символика:

- «$\Box$» — обозначает модальность «необходимо». Формула вида $\Box\mathfrak{A}$ читается «необходимо, чтобы $\mathfrak{A}$» или «$\mathfrak{A}$ необходимо».
- «$\Diamond$» — обозначает модальность «возможно». Формула вида $\Diamond\mathfrak{A}$ читается «возможно, что $\mathfrak{A}$» или «$\mathfrak{A}$ возможно».

Имеет место следующее соотношение:

$$\Box\mathfrak{A} = \overline{\Diamond\overline{\mathfrak{A}}}.$$

Алетическая логика

Для примера рассмотрим простую неклассическую логику, расширяющую классическую логику предикатов.

Логическая система, базирующаяся на операторах «возможно, что» и «необходимо, чтобы», называется алетической логикой. Для обозначения модальностей вводится символика:

- «$\Box$» — обозначает модальность «необходимо». Формула вида $\Box\mathfrak{A}$ читается «необходимо, чтобы $\mathfrak{A}$» или «$\mathfrak{A}$ необходимо».
- «$\Diamond$» — обозначает модальность «возможно». Формула вида $\Diamond\mathfrak{A}$ читается «возможно, что $\mathfrak{A}$» или «$\mathfrak{A}$ возможно».

Имеет место следующее соотношение:

$$\Box\mathfrak{A} = \overline{\Diamond\overline{\mathfrak{A}}}.$$

Алетическая логика

Для примера рассмотрим простую неклассическую логику, расширяющую классическую логику предикатов.

Логическая система, базирующаяся на операторах «возможно, что» и «необходимо, чтобы», называется алетической логикой. Для обозначения модальностей вводится символика:

- «$\Box$» — обозначает модальность «необходимо».
  Формула вида $\Box\mathfrak{A}$ читается «необходимо, чтобы $\mathfrak{A}$» или «$\mathfrak{A}$ необходимо».
- «$\Diamond$» — обозначает модальность «возможно».
  Формула вида $\Diamond\mathfrak{A}$ читается «возможно, что $\mathfrak{A}$» или «$\mathfrak{A}$ возможно».

Имеет место следующее соотношение:

$$\Box\mathfrak{A} = \overline{\Diamond\overline{\mathfrak{A}}}.$$

Примеры

1. Запишем утверждение:
   «Необходимо, чтобы Саша передал Маше книгу».
   Пусть $P(x, y, z)$ — предикат «x передал y объект z».
   Введём также константы s — Саша, m — Маша, b — книга.
   Тогда исходное утверждение будет выглядеть так:
   $\Box P(s, m, k)$.
2. Запишем утверждение:
   «Невозможно, чтобы Саша передал кому-нибудь что-нибудь».
   Это утверждение будет выглядеть так: $\Diamond(\exists x \exists z\, P(s, x, z))$.

Примеры

1. Запишем утверждение:
   «Необходимо, чтобы Саша передал Маше книгу».
   Пусть $P(x, y, z)$ — предикат «x передал y объект z».
   Введём также константы s — Саша, m — Маша, b — книга.
   Тогда исходное утверждение будет выглядеть так:
   $\Box P(s, m, k)$.
2. Запишем утверждение:
   «Невозможно, чтобы Саша передал кому-нибудь что-нибудь».
   Это утверждение будет выглядеть так: $\overline{\Diamond(\exists x \exists z\, P(s, x, z))}$.

Примеры

1. Запишем утверждение:
«Необходимо, чтобы Саша передал Маше книгу».
Пусть $P(x, y, z)$ — предикат «x передал y объект z».
Введём также константы s — Саша, m — Маша, b — книга.
Тогда исходное утверждение будет выглядеть так:
$\Box P(s, m, k)$.
2. Запишем утверждение:
«Невозможно, чтобы Саша передал кому-нибудь что-нибудь».
Это утверждение будет выглядеть так: $\overline{\Diamond(\exists x \exists z\, P(s, x, z))}$.

Примеры

1. Запишем утверждение:
   «Необходимо, чтобы Саша передал Маше книгу».
   Пусть $P(x, y, z)$ — предикат «x передал y объект z».
   Введём также константы s — Саша, m — Маша, b — книга.
   Тогда исходное утверждение будет выглядеть так:
   $\Box P(s, m, k)$.
2. Запишем утверждение:
   «Невозможно, чтобы Саша передал кому-нибудь что-нибудь».
   Это утверждение будет выглядеть так: $\overline{\Diamond(\exists x \exists z\, P(s, x, z))}$.

Примеры

1. Запишем утверждение:
   «Необходимо, чтобы Саша передал Маше книгу».
   Пусть $P(x, y, z)$ — предикат «x передал y объект z».
   Введём также константы s — Саша, m — Маша, b — книга.
   Тогда исходное утверждение будет выглядеть так:
   $\Box P(s, m, k)$.
2. Запишем утверждение:
   «Невозможно, чтобы Саша передал кому-нибудь что-нибудь».
   Это утверждение будет выглядеть так: $\overline{\Diamond(\exists x \exists z\, P(s, x, z))}$.

Связь алетической логики с трёхзначной логикой Лукасевича

Связь алетической логики с трёхзначной логикой Лукасевича можно выразить следующей таблицей истинности:

A	$\Box A$	$\Diamond A$
0	0	0
½	0	1
1	1	1

Связь алетической логики с трёхзначной логикой Лукасевича

Связь алетической логики с трёхзначной логикой Лукасевича можно выразить следующей таблицей истинности:

A	$\Box A$	$\Diamond A$
0	0	0
$\frac{1}{2}$	0	1
1	1	1