Математическая логика и теория алгоритмов
Лекция 11
Введение в теорию алгоритмов

Куценко Дмитрий Александрович

Белгородский государственный технологический университет
имени В. Г. Шухова

Институт информационных технологий и управляющих систем

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники
и автоматизированных систем

18 ноября 2011 г.

Исторический ракурс

До середины XIX в. математика имела дело в основном с числами и вычислениями (исключение — геометрия).

Понятие алгоритма отождествлялось с понятием метода вычисления.

При этом понятие метода вычисления считалось изначально ясным и не нуждалось в специальных исследованиях.

Во 2-й половине XIX в. появились новые разделы математики, оперирующие с нечисловыми объектами (теория множеств, теория групп, неевклидовы геометрии и т. д.).

Было показано, что некоторые вполне естественные рассуждения в рамках этих теорий приводят к неразрешимым противоречиям (например, парадоксы теории множеств).

Всё это потребовало точного изучения принципов математических рассуждений и привело к появлению формальных систем и теории алгоритмов.

Исторический ракурс

До середины XIX в. математика имела дело в основном с числами и вычислениями (исключение — геометрия). Понятие алгоритма отождествлялось с понятием метода вычисления.

При этом понятие метода вычисления считалось изначально ясным и не нуждалось в специальных исследованиях.

Во 2-й половине XIX в. появились новые разделы математики, оперирующие с нечисловыми объектами (теория множеств, теория групп, неевклидовы геометрии и т. д.).

Было показано, что некоторые вполне естественные рассуждения в рамках этих теорий приводят к неразрешимым противоречиям (например, парадоксы теории множеств).

Всё это потребовало точного изучения принципов математических рассуждений и привело к появлению формальных систем и теории алгоритмов.

Исторический ракурс

До середины XIX в. математика имела дело в основном с числами и вычислениями (исключение — геометрия).
Понятие алгоритма отождествлялось с понятием метода вычисления.
При этом понятие метода вычисления считалось изначально ясным и не нуждалось в специальных исследованиях.
Во 2-й половине XIX в. появились новые разделы математики, оперирующие с нечисловыми объектами (теория множеств, теория групп, неевклидовы геометрии и т. д.).
Было показано, что некоторые вполне естественные рассуждения в рамках этих теорий приводят к неразрешимым противоречиям (например, парадоксы теории множеств).
Всё это потребовало точного изучения принципов математических рассуждений и привело к появлению формальных систем и теории алгоритмов.

Исторический ракурс

До середины XIX в. математика имела дело в основном с числами и вычислениями (исключение — геометрия).
Понятие алгоритма отождествлялось с понятием метода вычисления.
При этом понятие метода вычисления считалось изначально ясным и не нуждалось в специальных исследованиях.
Во 2-й половине XIX в. появились новые разделы математики, оперирующие с нечисловыми объектами (теория множеств, теория групп, неевклидовы геометрии и т. д.).
Было показано, что некоторые вполне естественные рассуждения в рамках этих теорий приводят к неразрешимым противоречиям (например, парадоксы теории множеств).
Всё это потребовало точного изучения принципов математических рассуждений и привело к появлению формальных систем и теории алгоритмов.

Исторический ракурс

До середины XIX в. математика имела дело в основном с числами и вычислениями (исключение — геометрия).
Понятие алгоритма отождествлялось с понятием метода вычисления.
При этом понятие метода вычисления считалось изначально ясным и не нуждалось в специальных исследованиях.
Во 2-й половине XIX в. появились новые разделы математики, оперирующие с нечисловыми объектами (теория множеств, теория групп, неевклидовы геометрии и т. д.).
Было показано, что некоторые вполне естественные рассуждения в рамках этих теорий приводят к неразрешимым противоречиям (например, парадоксы теории множеств).
Всё это потребовало точного изучения принципов математических рассуждений и привело к появлению формальных систем и теории алгоритмов.

Исторический ракурс

До середины XIX в. математика имела дело в основном с числами и вычислениями (исключение — геометрия).
Понятие алгоритма отождествлялось с понятием метода вычисления.
При этом понятие метода вычисления считалось изначально ясным и не нуждалось в специальных исследованиях.
Во 2-й половине XIX в. появились новые разделы математики, оперирующие с нечисловыми объектами (теория множеств, теория групп, неевклидовы геометрии и т. д.).
Было показано, что некоторые вполне естественные рассуждения в рамках этих теорий приводят к неразрешимым противоречиям (например, парадоксы теории множеств).
Всё это потребовало точного изучения принципов математических рассуждений и привело к появлению формальных систем и теории алгоритмов.

Появление теории алгоритмов

Развитие теории алгоритмов начинается с доказательства Гёделем теорем о неполноте формальных систем, включающих арифметику, первая из которых была доказана в 1931 г.

Возникшее тогда предположение об отсутствии алгоритмов решения многих математических проблем вызвало необходимость стандартизации понятия алгоритма.

Первые стандартизованные варианты понятия алгоритма были разработаны в 30-х годах XX века:

- Алан Тьюринг предложил машину Тьюринга.
- Эмиль Пост — машину Поста.
- Алонзо Чёрч — λ-исчисление Чёрча.
- Стивен Клини — рекурсивные функции.

Они оказались эквивалентными друг другу.

Одним из наиболее удачных стандартизованных вариантов алгоритма является введённое в конце 1940-х гг. А. А. Марковым понятие нормального алгоритма.

Появление теории алгоритмов

Развитие теории алгоритмов начинается с доказательства Гёделем теорем о неполноте формальных систем, включающих арифметику, первая из которых была доказана в 1931 г. Возникшее тогда предположение об отсутствии алгоритмов решения многих математических проблем вызвало необходимость стандартизации понятия алгоритма.

Первые стандартизованные варианты понятия алгоритма были разработаны в 30-х годах XX века:

- Алан Тьюринг предложил машину Тьюринга.
- Эмиль Пост — машину Поста.
- Алонзо Чёрч — λ-исчисление Чёрча.
- Стивен Клини — рекурсивные функции.

Они оказались эквивалентными друг другу.

Одним из наиболее удачных стандартизованных вариантов алгоритма является введённое в конце 1940-х гг. А. А. Марковым понятие нормального алгоритма.

Появление теории алгоритмов

Развитие теории алгоритмов начинается с доказательства Гёделем теорем о неполноте формальных систем, включающих арифметику, первая из которых была доказана в 1931 г.
Возникшее тогда предположение об отсутствии алгоритмов решения многих математических проблем вызвало необходимость стандартизации понятия алгоритма.
Первые стандартизованные варианты понятия алгоритма были разработаны в 30-х годах XX века:

- Алан Тьюринг предложил машину Тьюринга.
- Эмиль Пост — машину Поста.
- Алонзо Чёрч — λ-исчисление Чёрча.
- Стивен Клини — рекурсивные функции.

Они оказались эквивалентными друг другу.
Одним из наиболее удачных стандартизованных вариантов алгоритма является введённое в конце 1940-х гг. А. А. Марковым понятие нормального алгоритма.

Появление теории алгоритмов

Развитие теории алгоритмов начинается с доказательства Гёделем теорем о неполноте формальных систем, включающих арифметику, первая из которых была доказана в 1931 г.
Возникшее тогда предположение об отсутствии алгоритмов решения многих математических проблем вызвало необходимость стандартизации понятия алгоритма.
Первые стандартизованные варианты понятия алгоритма были разработаны в 30-х годах XX века:

- Алан Тьюринг предложил машину Тьюринга.
- Эмиль Пост — машину Поста.
- Алонзо Чёрч — λ-исчисление Чёрча.
- Стивен Клини — рекурсивные функции.

Они оказались эквивалентными друг другу.
Одним из наиболее удачных стандартизованных вариантов алгоритма является введённое в конце 1940-х гг. А. А. Марковым понятие нормального алгоритма.

Появление теории алгоритмов

Развитие теории алгоритмов начинается с доказательства Гёделем теорем о неполноте формальных систем, включающих арифметику, первая из которых была доказана в 1931 г.
Возникшее тогда предположение об отсутствии алгоритмов решения многих математических проблем вызвало необходимость стандартизации понятия алгоритма.
Первые стандартизованные варианты понятия алгоритма были разработаны в 30-х годах XX века:

- Алан Тьюринг предложил машину Тьюринга.
- Эмиль Пост — машину Поста.
- Алонзо Чёрч — λ-исчисление Чёрча.
- Стивен Клини — рекурсивные функции.

Они оказались эквивалентными друг другу.
Одним из наиболее удачных стандартизованных вариантов алгоритма является введённое в конце 1940-х гг. А. А. Марковым понятие нормального алгоритма.

Появление теории алгоритмов

Развитие теории алгоритмов начинается с доказательства Гёделем теорем о неполноте формальных систем, включающих арифметику, первая из которых была доказана в 1931 г.
Возникшее тогда предположение об отсутствии алгоритмов решения многих математических проблем вызвало необходимость стандартизации понятия алгоритма.
Первые стандартизованные варианты понятия алгоритма были разработаны в 30-х годах XX века:

- Алан Тьюринг предложил машину Тьюринга.
- Эмиль Пост — машину Поста.
- Алонзо Чёрч — λ-исчисление Чёрча.
- Стивен Клини — рекурсивные функции.

Они оказались эквивалентными друг другу.
Одним из наиболее удачных стандартизованных вариантов алгоритма является введённое в конце 1940-х гг. А. А. Марковым понятие нормального алгоритма.

Появление теории алгоритмов

Развитие теории алгоритмов начинается с доказательства Гёделем теорем о неполноте формальных систем, включающих арифметику, первая из которых была доказана в 1931 г.
Возникшее тогда предположение об отсутствии алгоритмов решения многих математических проблем вызвало необходимость стандартизации понятия алгоритма.
Первые стандартизованные варианты понятия алгоритма были разработаны в 30-х годах XX века:

- Алан Тьюринг предложил машину Тьюринга.
- Эмиль Пост — машину Поста.
- Алонзо Чёрч — λ-исчисление Чёрча.
- Стивен Клини — рекурсивные функции.

Они оказались эквивалентными друг другу.
Одним из наиболее удачных стандартизованных вариантов алгоритма является введённое в конце 1940-х гг. А. А. Марковым понятие нормального алгоритма.

Появление теории алгоритмов

Развитие теории алгоритмов начинается с доказательства Гёделем теорем о неполноте формальных систем, включающих арифметику, первая из которых была доказана в 1931 г.
Возникшее тогда предположение об отсутствии алгоритмов решения многих математических проблем вызвало необходимость стандартизации понятия алгоритма.
Первые стандартизованные варианты понятия алгоритма были разработаны в 30-х годах XX века:

- Алан Тьюринг предложил машину Тьюринга.
- Эмиль Пост — машину Поста.
- Алонзо Чёрч — λ-исчисление Чёрча.
- Стивен Клини — рекурсивные функции.

Они оказались эквивалентными друг другу.
Одним из наиболее удачных стандартизованных вариантов алгоритма является введённое в конце 1940-х гг. А. А. Марковым понятие нормального алгоритма.

Появление теории алгоритмов

Развитие теории алгоритмов начинается с доказательства Гёделем теорем о неполноте формальных систем, включающих арифметику, первая из которых была доказана в 1931 г.
Возникшее тогда предположение об отсутствии алгоритмов решения многих математических проблем вызвало необходимость стандартизации понятия алгоритма.
Первые стандартизованные варианты понятия алгоритма были разработаны в 30-х годах XX века:

- Алан Тьюринг предложил машину Тьюринга.
- Эмиль Пост — машину Поста.
- Алонзо Чёрч — λ-исчисление Чёрча.
- Стивен Клини — рекурсивные функции.

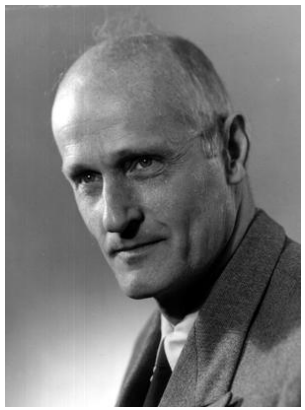
Они оказались эквивалентными друг другу.
Одним из наиболее удачных стандартизованных вариантов алгоритма является введённое в конце 1940-х гг. А. А. Марковым понятие нормального алгоритма.

Лица

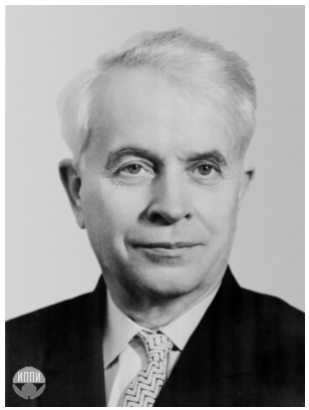
Алан Матисон Тью́ринг (1912—1954) — английский математик, логик, криптограф

Эмиль Леон Пост (1897—1954) — американский математик и логик

Алонзо Чёрч (1903—1995) — американский математик и логик



Стивен Коул Кли́ни (Кле́йни) (1909—1994) — американский математик и логик



Андрей Андреевич Ма́рков (младший) (1903—1979) — советский математик

Теория алгоритмов. Определение. Задачи

Теория алгоритмов — наука, изучающая общие свойства и закономерности алгоритмов и разнообразные формальные модели их представления.

Задачи теории алгоритмов:

1. формальное доказательство алгоритмической неразрешимости задач;
2. асимптотический анализ сложности алгоритмов;
3. классификация алгоритмов в соответствии с классами сложности;
4. разработка критериев сравнительной оценки качества алгоритмов и т. п.

Теория алгоритмов. Определение. Задачи

Теория алгоритмов — наука, изучающая общие свойства и закономерности алгоритмов и разнообразные формальные модели их представления.

Задачи теории алгоритмов:

1. формальное доказательство алгоритмической неразрешимости задач;
2. асимптотический анализ сложности алгоритмов;
3. классификация алгоритмов в соответствии с классами сложности;
4. разработка критериев сравнительной оценки качества алгоритмов и т. п.

Теория алгоритмов. Определение. Задачи

Теория алгоритмов — наука, изучающая общие свойства и закономерности алгоритмов и разнообразные формальные модели их представления.

Задачи теории алгоритмов:

1. формальное доказательство алгоритмической неразрешимости задач;
2. асимптотический анализ сложности алгоритмов;
3. классификация алгоритмов в соответствии с классами сложности;
4. разработка критериев сравнительной оценки качества алгоритмов и т. п.

Теория алгоритмов. Определение. Задачи

Теория алгоритмов — наука, изучающая общие свойства и закономерности алгоритмов и разнообразные формальные модели их представления.

Задачи теории алгоритмов:

1. формальное доказательство алгоритмической неразрешимости задач;
2. асимптотический анализ сложности алгоритмов;
3. классификация алгоритмов в соответствии с классами сложности;
4. разработка критериев сравнительной оценки качества алгоритмов и т. п.

Теория алгоритмов. Определение. Задачи

Теория алгоритмов — наука, изучающая общие свойства и закономерности алгоритмов и разнообразные формальные модели их представления.

Задачи теории алгоритмов:

1. формальное доказательство алгоритмической неразрешимости задач;
2. асимптотический анализ сложности алгоритмов;
3. классификация алгоритмов в соответствии с классами сложности;
4. разработка критериев сравнительной оценки качества алгоритмов и т. п.

Теория алгоритмов. Определение. Задачи

Теория алгоритмов — наука, изучающая общие свойства и закономерности алгоритмов и разнообразные формальные модели их представления.

Задачи теории алгоритмов:

1. формальное доказательство алгоритмической неразрешимости задач;
2. асимптотический анализ сложности алгоритмов;
3. классификация алгоритмов в соответствии с классами сложности;
4. разработка критериев сравнительной оценки качества алгоритмов и т. п.

Алгоритм

Рассмотрим следующее интуитивное понятие алгоритма:

Алгоритм — рецепт достижения результата с помощью однозначной последовательности действий.

Данное описание весьма расплывчато:

- Какими средствами может выражаться «рецепт»?
- Кто судит об «однозначности»?
- Является ли тот или иной процесс алгоритмом?

Можно дать и такое определение, снимающее эти вопросы:

Алгоритм — это программа на любом универсальном языке программирования (например, на «Паскале»).

Тогда критерием алгоритмичности процесса является возможность его запрограммировать.

Алгоритм

Рассмотрим следующее интуитивное понятие алгоритма:

Алгоритм — рецепт достижения результата с помощью однозначной последовательности действий.

Данное описание весьма расплывчато:

- Какими средствами может выражаться «рецепт»?
- Кто судит об «однозначности»?
- Является ли тот или иной процесс алгоритмом?

Можно дать и такое определение, снимающее эти вопросы:

Алгоритм — это программа на любом универсальном языке программирования (например, на «Паскале»).

Тогда критерием алгоритмичности процесса является возможность его запрограммировать.

Алгоритм

Рассмотрим следующее интуитивное понятие алгоритма:

Алгоритм — рецепт достижения результата с помощью однозначной последовательности действий.

Данное описание весьма расплывчато:

- Какими средствами может выражаться «рецепт»?
- Кто судит об «однозначности»?
- Является ли тот или иной процесс алгоритмом?

Можно дать и такое определение, снимающее эти вопросы:

Алгоритм — это программа на любом универсальном языке программирования (например, на «Паскале»).

Тогда критерием алгоритмичности процесса является возможность его запрограммировать.

Алгоритм

Рассмотрим следующее интуитивное понятие алгоритма:

Алгоритм — рецепт достижения результата с помощью однозначной последовательности действий.

Данное описание весьма расплывчато:

- Какими средствами может выражаться «рецепт»?
- Кто судит об «однозначности»?
- Является ли тот или иной процесс алгоритмом?

Можно дать и такое определение, снимающее эти вопросы:

Алгоритм — это программа на любом универсальном языке программирования (например, на «Паскале»).

Тогда критерием алгоритмичности процесса является возможность его запрограммировать.

Алгоритм

Рассмотрим следующее интуитивное понятие алгоритма:

Алгоритм — рецепт достижения результата с помощью однозначной последовательности действий.

Данное описание весьма расплывчато:

- Какими средствами может выражаться «рецепт»?
- Кто судит об «однозначности»?
- Является ли тот или иной процесс алгоритмом?

Можно дать и такое определение, снимающее эти вопросы:

Алгоритм — это программа на любом универсальном языке программирования (например, на «Паскале»).

Тогда критерием алгоритмичности процесса является возможность его запрограммировать.

Алгоритм

Рассмотрим следующее интуитивное понятие алгоритма:

Алгоритм — рецепт достижения результата с помощью однозначной последовательности действий.

Данное описание весьма расплывчато:

- Какими средствами может выражаться «рецепт»?
- Кто судит об «однозначности»?
- Является ли тот или иной процесс алгоритмом?

Можно дать и такое определение, снимающее эти вопросы:

Алгоритм — это программа на любом универсальном языке программирования (например, на «Паскале»).

Тогда критерием алгоритмичности процесса является возможность его запрограммировать.

Алгоритм

Рассмотрим следующее интуитивное понятие алгоритма:

Алгоритм — рецепт достижения результата с помощью однозначной последовательности действий.

Данное описание весьма расплывчато:

- Какими средствами может выражаться «рецепт»?
- Кто судит об «однозначности»?
- Является ли тот или иной процесс алгоритмом?

Можно дать и такое определение, снимающее эти вопросы:

Алгоритм — это программа на любом универсальном языке программирования (например, на «Паскале»).

Тогда критерием алгоритмичности процесса является возможность его запрограммировать.

Алгоритм

Рассмотрим следующее интуитивное понятие алгоритма:

Алгоритм — рецепт достижения результата с помощью однозначной последовательности действий.

Данное описание весьма расплывчато:

- Какими средствами может выражаться «рецепт»?
- Кто судит об «однозначности»?
- Является ли тот или иной процесс алгоритмом?

Можно дать и такое определение, снимающее эти вопросы:

Алгоритм — это программа на любом универсальном языке программирования (например, на «Паскале»).

Тогда критерием алгоритмичности процесса является возможность его запрограммировать.

Алгоритм

Рассмотрим следующее интуитивное понятие алгоритма:

Алгоритм — рецепт достижения результата с помощью однозначной последовательности действий.

Данное описание весьма расплывчато:

- Какими средствами может выражаться «рецепт»?
- Кто судит об «однозначности»?
- Является ли тот или иной процесс алгоритмом?

Можно дать и такое определение, снимающее эти вопросы:

Алгоритм — это программа на любом универсальном языке программирования (например, на «Паскале»).

Тогда критерием алгоритмичности процесса является возможность его запрограммировать.

Общие требования к алгоритмам

1. Дискретность — алгоритм должен представлять процесс решения задачи как последовательное выполнение некоторых простых шагов (каждый шаг выполняется за конечный отрезок времени).
2. Детерминированность — в каждый момент времени следующий шаг работы однозначно определяется состоянием системы.
3. Понятность — алгоритм должен включать только те команды, которые может выполнить исполнитель.
4. Конечность — при корректно заданных исходных данных алгоритм должен завершать работу и выдавать результат за конечное число шагов.
5. Массовость — алгоритм должен быть применим к разным наборам исходных данных.
6. Результативность — алгоритм должен завершаться определёнными результатами.

Общие требования к алгоритмам

1. Дискретность — алгоритм должен представлять процесс решения задачи как последовательное выполнение некоторых простых шагов (каждый шаг выполняется за конечный отрезок времени).
2. Детерминированность — в каждый момент времени следующий шаг работы однозначно определяется состоянием системы.
3. Понятность — алгоритм должен включать только те команды, которые может выполнить исполнитель.
4. Конечность — при корректно заданных исходных данных алгоритм должен завершать работу и выдавать результат за конечное число шагов.
5. Массовость — алгоритм должен быть применим к разным наборам исходных данных.
6. Результативность — алгоритм должен завершаться определёнными результатами.

Общие требования к алгоритмам

1. Дискретность — алгоритм должен представлять процесс решения задачи как последовательное выполнение некоторых простых шагов (каждый шаг выполняется за конечный отрезок времени).
2. Детерминированность — в каждый момент времени следующий шаг работы однозначно определяется состоянием системы.
3. Понятность — алгоритм должен включать только те команды, которые может выполнить исполнитель.
4. Конечность — при корректно заданных исходных данных алгоритм должен завершать работу и выдавать результат за конечное число шагов.
5. Массовость — алгоритм должен быть применим к разным наборам исходных данных.
6. Результативность — алгоритм должен завершаться определёнными результатами.

Общие требования к алгоритмам

1. Дискретность — алгоритм должен представлять процесс решения задачи как последовательное выполнение некоторых простых шагов (каждый шаг выполняется за конечный отрезок времени).
2. Детерминированность — в каждый момент времени следующий шаг работы однозначно определяется состоянием системы.
3. Понятность — алгоритм должен включать только те команды, которые может выполнить исполнитель.
4. Конечность — при корректно заданных исходных данных алгоритм должен завершать работу и выдавать результат за конечное число шагов.
5. Массовость — алгоритм должен быть применим к разным наборам исходных данных.
6. Результативность — алгоритм должен завершаться определёнными результатами.

Общие требования к алгоритмам

1. Дискретность — алгоритм должен представлять процесс решения задачи как последовательное выполнение некоторых простых шагов (каждый шаг выполняется за конечный отрезок времени).
2. Детерминированность — в каждый момент времени следующий шаг работы однозначно определяется состоянием системы.
3. Понятность — алгоритм должен включать только те команды, которые может выполнить исполнитель.
4. Конечность — при корректно заданных исходных данных алгоритм должен завершать работу и выдавать результат за конечное число шагов.
5. Массовость — алгоритм должен быть применим к разным наборам исходных данных.
6. Результативность — алгоритм должен завершаться определёнными результатами.

Общие требования к алгоритмам

1. Дискретность — алгоритм должен представлять процесс решения задачи как последовательное выполнение некоторых простых шагов (каждый шаг выполняется за конечный отрезок времени).
2. Детерминированность — в каждый момент времени следующий шаг работы однозначно определяется состоянием системы.
3. Понятность — алгоритм должен включать только те команды, которые может выполнить исполнитель.
4. Конечность — при корректно заданных исходных данных алгоритм должен завершать работу и выдавать результат за конечное число шагов.
5. Массовость — алгоритм должен быть применим к разным наборам исходных данных.
6. Результативность — алгоритм должен завершаться определёнными результатами.

Данные

Заметим, что любой алгоритм применяется к исходным (входным) данным и выдаёт результат (выходные данные), а в процессе работы алгоритма появляются промежуточные данные.

Если мы собираемся уточнить понятие алгоритма, то необходимо уточнить понятие данных, т. е. указать, каким требованиям они должны удовлетворять, чтобы алгоритмы могли с ними работать.

По аналогии с формальными теориями в теории алгоритмов фиксируют конкретные конечные наборы исходных объектов (называемых элементарными) и конечный набор средств построения других объектов из элементарных.

Данные

Заметим, что любой алгоритм применяется к исходным (входным) данным и выдаёт результат (выходные данные), а в процессе работы алгоритма появляются промежуточные данные.

Если мы собираемся уточнить понятие алгоритма, то необходимо уточнить понятие данных, т. е. указать, каким требованиям они должны удовлетворять, чтобы алгоритмы могли с ними работать.

По аналогии с формальными теориями в теории алгоритмов фиксируют конкретные конечные наборы исходных объектов (называемых элементарными) и конечный набор средств построения других объектов из элементарных.

Данные

Заметим, что любой алгоритм применяется к исходным (входным) данным и выдаёт результат (выходные данные), а в процессе работы алгоритма появляются промежуточные данные.

Если мы собираемся уточнить понятие алгоритма, то необходимо уточнить понятие данных, т. е. указать, каким требованиям они должны удовлетворять, чтобы алгоритмы могли с ними работать.

По аналогии с формальными теориями в теории алгоритмов фиксируют конкретные конечные наборы исходных объектов (называемых элементарными) и конечный набор средств построения других объектов из элементарных.

Алфавит и средства построения

Набор элементарных объектов образует конечный алфавит исходных символов (букв, цифр и т. д.), из которых образуются другие объекты.

Конечная (возможно, пустая) последовательность символов алфавита называется словом.

Типичным средством построения являются индуктивные определения, указывающие, как строить новые объекты из уже построенных.

Как правило, не всякое слово является допустимым исходным данным для алгоритма.

В этом случае обычно основному алгоритму предшествуют вспомогательные алгоритмы, проверяющие допустимость исходных данных.

Такая проверка называется синтаксическим анализом.

Алфавит и средства построения

Набор элементарных объектов образует конечный алфавит исходных символов (букв, цифр и т. д.), из которых образуются другие объекты.

Конечная (возможно, пустая) последовательность символов алфавита называется словом.

Типичным средством построения являются индуктивные определения, указывающие, как строить новые объекты из уже построенных.

Как правило, не всякое слово является допустимым исходным данным для алгоритма.

В этом случае обычно основному алгоритму предшествуют вспомогательные алгоритмы, проверяющие допустимость исходных данных.

Такая проверка называется синтаксическим анализом.

Алфавит и средства построения

Набор элементарных объектов образует конечный алфавит исходных символов (букв, цифр и т. д.), из которых образуются другие объекты.

Конечная (возможно, пустая) последовательность символов алфавита называется словом.

Типичным средством построения являются индуктивные определения, указывающие, как строить новые объекты из уже построенных.

Как правило, не всякое слово является допустимым исходным данным для алгоритма.

В этом случае обычно основному алгоритму предшествуют вспомогательные алгоритмы, проверяющие допустимость исходных данных.

Такая проверка называется синтаксическим анализом.

Алфавит и средства построения

Набор элементарных объектов образует конечный алфавит исходных символов (букв, цифр и т. д.), из которых образуются другие объекты.

Конечная (возможно, пустая) последовательность символов алфавита называется словом.

Типичным средством построения являются индуктивные определения, указывающие, как строить новые объекты из уже построенных.

Как правило, не всякое слово является допустимым исходным данным для алгоритма.

В этом случае обычно основному алгоритму предшествуют вспомогательные алгоритмы, проверяющие допустимость исходных данных.

Такая проверка называется синтаксическим анализом.

Алфавит и средства построения

Набор элементарных объектов образует конечный алфавит исходных символов (букв, цифр и т. д.), из которых образуются другие объекты.

Конечная (возможно, пустая) последовательность символов алфавита называется словом.

Типичным средством построения являются индуктивные определения, указывающие, как строить новые объекты из уже построенных.

Как правило, не всякое слово является допустимым исходным данным для алгоритма.

В этом случае обычно основному алгоритму предшествуют вспомогательные алгоритмы, проверяющие допустимость исходных данных.

Такая проверка называется синтаксическим анализом.

Алфавит и средства построения

Набор элементарных объектов образует конечный алфавит исходных символов (букв, цифр и т. д.), из которых образуются другие объекты.

Конечная (возможно, пустая) последовательность символов алфавита называется словом.

Типичным средством построения являются индуктивные определения, указывающие, как строить новые объекты из уже построенных.

Как правило, не всякое слово является допустимым исходным данным для алгоритма.

В этом случае обычно основному алгоритму предшествуют вспомогательные алгоритмы, проверяющие допустимость исходных данных.

Такая проверка называется синтаксическим анализом.

Память

Данные для своего размещения требуют памяти.

Память обычно считается однородной и дискретной, т. е. состоит из одинаковых ячеек, каждая из которых может содержать один символ алфавита данных.

При этом память может быть бесконечной.

Память

Данные для своего размещения требуют памяти.

Память обычно считается однородной и дискретной, т. е. состоит из одинаковых ячеек, каждая из которых может содержать один символ алфавита данных.

При этом память может быть бесконечной.

Память

Данные для своего размещения требуют памяти.

Память обычно считается однородной и дискретной, т. е. состоит из одинаковых ячеек, каждая из которых может содержать один символ алфавита данных.

При этом память может быть бесконечной.

Вычислимые функции

Если существует алгоритм для вычисления значений числовой функции, то эта функция называется эффективно вычислимой, или алгоритмически вычислимой, или просто вычислимой.

Т. о. если входные и выходные данные алгоритма представляют собой числа (обычно имеются в виду целые неотрицательные), то алгоритм определяет вычислимую функцию.

Напомним, что алгоритмы, которые сводят решение поставленной задаче к арифметическим действиям над числами, называют численными.

Доказано, что все алгоритмы могут быть сведены к определениям вычислимых функций.

Также отметим, что одна и та же вычислимая функция может определяться различными алгоритмами.

Таким образом,

Вычислимая функция — это множество алгоритмов, дающих на любом допустимом входном слове n один и тот же результат.

Вычислимые функции

Если существует алгоритм для вычисления значений числовой функции, то эта функция называется эффективно вычислимой, или алгоритмически вычислимой, или просто вычислимой.

Т. о. если входные и выходные данные алгоритма представляют собой числа (обычно имеются в виду целые неотрицательные), то алгоритм определяет вычислимую функцию.

Напомним, что алгоритмы, которые сводят решение поставленной задаче к арифметическим действиям над числами, называют численными.

Доказано, что все алгоритмы могут быть сведены к определениям вычислимых функций.

Также отметим, что одна и та же вычислимая функция может определяться различными алгоритмами.

Таким образом,

Вычислимая функция — это множество алгоритмов, дающих на любом допустимом входном слове n один и тот же результат.

Вычислимые функции

Если существует алгоритм для вычисления значений числовой функции, то эта функция называется эффективно вычислимой, или алгоритмически вычислимой, или просто вычислимой.

Т. о. если входные и выходные данные алгоритма представляют собой числа (обычно имеются в виду целые неотрицательные), то алгоритм определяет вычислимую функцию.

Напомним, что алгоритмы, которые сводят решение поставленной задаче к арифметическим действиям над числами, называют численными.

Доказано, что все алгоритмы могут быть сведены к определениям вычислимых функций.

Также отметим, что одна и та же вычислимая функция может определяться различными алгоритмами.

Таким образом,

Вычислимая функция — это множество алгоритмов, дающих на любом допустимом входном слове n один и тот же результат.

Вычислимые функции

Если существует алгоритм для вычисления значений числовой функции, то эта функция называется эффективно вычислимой, или алгоритмически вычислимой, или просто вычислимой.

Т. о. если входные и выходные данные алгоритма представляют собой числа (обычно имеются в виду целые неотрицательные), то алгоритм определяет вычислимую функцию.

Напомним, что алгоритмы, которые сводят решение поставленной задаче к арифметическим действиям над числами, называют численными.

Доказано, что все алгоритмы могут быть сведены к определениям вычислимых функций.

Также отметим, что одна и та же вычислимая функция может определяться различными алгоритмами.

Таким образом,

Вычислимая функция — это множество алгоритмов, дающих на любом допустимом входном слове n один и тот же результат.

Вычислимые функции

Если существует алгоритм для вычисления значений числовой функции, то эта функция называется эффективно вычислимой, или алгоритмически вычислимой, или просто вычислимой.

Т. о. если входные и выходные данные алгоритма представляют собой числа (обычно имеются в виду целые неотрицательные), то алгоритм определяет вычислимую функцию.

Напомним, что алгоритмы, которые сводят решение поставленной задаче к арифметическим действиям над числами, называют численными.

Доказано, что все алгоритмы могут быть сведены к определениям вычислимых функций.

Также отметим, что одна и та же вычислимая функция может определяться различными алгоритмами.

Таким образом,

Вычислимая функция — это множество алгоритмов, дающих на любом допустимом входном слове n один и тот же результат.

Вычислимые функции

Если существует алгоритм для вычисления значений числовой функции, то эта функция называется эффективно вычислимой, или алгоритмически вычислимой, или просто вычислимой.

Т. о. если входные и выходные данные алгоритма представляют собой числа (обычно имеются в виду целые неотрицательные), то алгоритм определяет вычислимую функцию.

Напомним, что алгоритмы, которые сводят решение поставленной задаче к арифметическим действиям над числами, называют численными.

Доказано, что все алгоритмы могут быть сведены к определениям вычислимых функций.

Также отметим, что одна и та же вычислимая функция может определяться различными алгоритмами.

Таким образом,

Вычислимая функция — это множество алгоритмов, дающих на любом допустимом входном слове n один и тот же результат.

Неопределённые вычислимые функции

Введённое определение алгоритма как программы на языке программирования допускает любые программы, в том числе синтаксически неправильные, зацикливающиеся на всех или некоторых данных.

Поэтому среди вычислимых функций есть неопределённые на всех или каких-либо аргументах.

Неопределённость $f(n) = ?$ возникает в двух случаях:

1. алгоритм работает безостановочно;
2. алгоритм останавливается, не зная, что дальше делать.

Эти ситуации могут нарушить требование результативности, поэтому их нужно как-то предусмотреть.

Неопределённые вычислимые функции

Введённое определение алгоритма как программы на языке программирования допускает любые программы, в том числе синтаксически неправильные, зацикливающиеся на всех или некоторых данных.

Поэтому среди вычислимых функций есть неопределённые на всех или каких-либо аргументах.

Неопределённость $f(n) = ?$ возникает в двух случаях:

1. алгоритм работает безостановочно;
2. алгоритм останавливается, не зная, что дальше делать.

Эти ситуации могут нарушить требование результативности, поэтому их нужно как-то предусмотреть.

Неопределённые вычислимые функции

Введённое определение алгоритма как программы на языке программирования допускает любые программы, в том числе синтаксически неправильные, зацикливающиеся на всех или некоторых данных.

Поэтому среди вычислимых функций есть неопределённые на всех или каких-либо аргументах.

Неопределённость $f(n) = ?$ возникает в двух случаях:

1. алгоритм работает безостановочно;
2. алгоритм останавливается, не зная, что дальше делать.

Эти ситуации могут нарушить требование результативности, поэтому их нужно как-то предусмотреть.

Неопределённые вычислимые функции

Введённое определение алгоритма как программы на языке программирования допускает любые программы, в том числе синтаксически неправильные, зацикливающиеся на всех или некоторых данных.

Поэтому среди вычислимых функций есть неопределённые на всех или каких-либо аргументах.

Неопределённость $f(n) = ?$ возникает в двух случаях:

1. алгоритм работает безостановочно;
2. алгоритм останавливается, не зная, что дальше делать.

Эти ситуации могут нарушить требование результативности, поэтому их нужно как-то предусмотреть.

Неопределённые вычислимые функции

Введённое определение алгоритма как программы на языке программирования допускает любые программы, в том числе синтаксически неправильные, зацикливающиеся на всех или некоторых данных.

Поэтому среди вычислимых функций есть неопределённые на всех или каких-либо аргументах.

Неопределённость $f(n) = ?$ возникает в двух случаях:

1. алгоритм работает безостановочно;
2. алгоритм останавливается, не зная, что дальше делать.

Эти ситуации могут нарушить требование результативности, поэтому их нужно как-то предусмотреть.

Неопределённые вычислимые функции

Введённое определение алгоритма как программы на языке программирования допускает любые программы, в том числе синтаксически неправильные, зацикливающиеся на всех или некоторых данных.

Поэтому среди вычислимых функций есть неопределённые на всех или каких-либо аргументах.

Неопределённость $f(n) = ?$ возникает в двух случаях:

1. алгоритм работает безостановочно;
2. алгоритм останавливается, не зная, что дальше делать.

Эти ситуации могут нарушить требование результативности, поэтому их нужно как-то предусмотреть.

Описание, механизм и процесс реализации алгоритма

Необходимо различать:

1. описание алгоритма (инструкцию или программу);
2. механизм реализации алгоритма (например, компьютер), включающий средства пуска, остановки, реализации элементарных шагов, управления ходом вычисления и выдачи результатов;
3. процесс реализации алгоритма, т. е. последовательность шагов, которая будет порождена при применении алгоритма к конкретным данным.

Будем предполагать, что описание и механизм реализации алгоритма конечны (память может быть бесконечной, но она не включается в механизм).

Требование конечности реализации совпадает с требованием результативности.

Описание, механизм и процесс реализации алгоритма

Необходимо различать:

1. описание алгоритма (инструкцию или программу);
2. механизм реализации алгоритма (например, компьютер), включающий средства пуска, остановки, реализации элементарных шагов, управления ходом вычисления и выдачи результатов;
3. процесс реализации алгоритма, т. е. последовательность шагов, которая будет порождена при применении алгоритма к конкретным данным.

Будем предполагать, что описание и механизм реализации алгоритма конечны (память может быть бесконечной, но она не включается в механизм).

Требование конечности реализации совпадает с требованием результативности.

Описание, механизм и процесс реализации алгоритма

Необходимо различать:

1. описание алгоритма (инструкцию или программу);
2. механизм реализации алгоритма (например, компьютер), включающий средства пуска, остановки, реализации элементарных шагов, управления ходом вычисления и выдачи результатов;
3. процесс реализации алгоритма, т. е. последовательность шагов, которая будет порождена при применении алгоритма к конкретным данным.

Будем предполагать, что описание и механизм реализации алгоритма конечны (память может быть бесконечной, но она не включается в механизм).

Требование конечности реализации совпадает с требованием результативности.

Описание, механизм и процесс реализации алгоритма

Необходимо различать:

1. описание алгоритма (инструкцию или программу);
2. механизм реализации алгоритма (например, компьютер), включающий средства пуска, остановки, реализации элементарных шагов, управления ходом вычисления и выдачи результатов;
3. процесс реализации алгоритма, т. е. последовательность шагов, которая будет порождена при применении алгоритма к конкретным данным.

Будем предполагать, что описание и механизм реализации алгоритма конечны (память может быть бесконечной, но она не включается в механизм).

Требование конечности реализации совпадает с требованием результативности.

Описание, механизм и процесс реализации алгоритма

Необходимо различать:

1. описание алгоритма (инструкцию или программу);
2. механизм реализации алгоритма (например, компьютер), включающий средства пуска, остановки, реализации элементарных шагов, управления ходом вычисления и выдачи результатов;
3. процесс реализации алгоритма, т. е. последовательность шагов, которая будет порождена при применении алгоритма к конкретным данным.

Будем предполагать, что описание и механизм реализации алгоритма конечны (память может быть бесконечной, но она не включается в механизм).

Требование конечности реализации совпадает с требованием результативности.

Пример 1

Рассмотрим функцию

$$f(n) = \begin{cases} 1, & \text{если десятичная запись числа } \pi \text{ содержит} \\ & \text{ровно } n \text{ подряд идущих нулей;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Алгоритм реализации этой функции заключается в последовательном вычислении цифр десятичного разложения числа

$\pi = 3{,}14159265358979323846264338327950288419716939 9\ldots$

Если на каком-то шаге появляется n соседних нулей, процесс останавливается и $f(n) = 1$.

Но если $f(n) = 0$, то вычислительный процесс никогда не остановится.

Поэтому неясно, вычислима эта $f(n)$ или нет.

Пример 1

Рассмотрим функцию

$$f(n) = \begin{cases} 1, & \text{если десятичная запись числа } \pi \text{ содержит} \\ & \text{ровно } n \text{ подряд идущих нулей;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Алгоритм реализации этой функции заключается в последовательном вычислении цифр десятичного разложения числа

$\pi = 3{,}14159265358979323846264338327950288419716939 9\ldots$

Если на каком-то шаге появляется n соседних нулей, процесс останавливается и $f(n) = 1$.

Но если $f(n) = 0$, то вычислительный процесс никогда не остановится.

Поэтому неясно, вычислима эта $f(n)$ или нет.

Пример 1

Рассмотрим функцию

$$f(n) = \begin{cases} 1, & \text{если десятичная запись числа } \pi \text{ содержит} \\ & \text{ровно } n \text{ подряд идущих нулей;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Алгоритм реализации этой функции заключается в последовательном вычислении цифр десятичного разложения числа

$\pi = 3{,}14159265358979323846264338327950288419716939 9\ldots$

Если на каком-то шаге появляется n соседних нулей, процесс останавливается и $f(n) = 1$.

Но если $f(n) = 0$, то вычислительный процесс никогда не остановится.

Поэтому неясно, вычислима эта $f(n)$ или нет.

Пример 1

Рассмотрим функцию

$$f(n) = \begin{cases} 1, & \text{если десятичная запись числа } \pi \text{ содержит} \\ & \text{ровно } n \text{ подряд идущих нулей;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Алгоритм реализации этой функции заключается в последовательном вычислении цифр десятичного разложения числа

$\pi = 3{,}14159265358979323846264338327950288419716939 9\ldots$

Если на каком-то шаге появляется n соседних нулей, процесс останавливается и $f(n) = 1$.

Но если $f(n) = 0$, то вычислительный процесс никогда не остановится.

Поэтому неясно, вычислима эта $f(n)$ или нет.

Пример 1

Рассмотрим функцию

$$f(n) = \begin{cases} 1, & \text{если десятичная запись числа } \pi \text{ содержит} \\ & \text{ровно } n \text{ подряд идущих нулей;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Алгоритм реализации этой функции заключается в последовательном вычислении цифр десятичного разложения числа

$\pi = 3{,}14159265358979323846264338327950288419716939 9\ldots$

Если на каком-то шаге появляется n соседних нулей, процесс останавливается и $f(n) = 1$.

Но если $f(n) = 0$, то вычислительный процесс никогда не остановится.

Поэтому неясно, вычислима эта $f(n)$ или нет.

Пример 1

Рассмотрим функцию

$$f(n) = \begin{cases} 1, & \text{если десятичная запись числа } \pi \text{ содержит} \\ & \text{ровно } n \text{ подряд идущих нулей;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Алгоритм реализации этой функции заключается в последовательном вычислении цифр десятичного разложения числа

$\pi = 3{,}14159265358979323846264338327950288419716939 9\ldots$

Если на каком-то шаге появляется n соседних нулей, процесс останавливается и $f(n) = 1$.

Но если $f(n) = 0$, то вычислительный процесс никогда не остановится.

Поэтому неясно, вычислима эта $f(n)$ или нет.

Пример 2

Рассмотрим функцию

$$f(n) = \begin{cases} 1, & \text{если } x^n + y^n = z^n \text{ разрешимо в целых числах;} \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

Поскольку великая теорема Ферма́ доказана (в 1995 г.), то эта функция вычислима и $f(n) = 0$ при $n > 2$.

Но точнее сказать, что

$$f(n) = \begin{cases} 1, & \text{если } n \leqslant 2; \\ 0, & \text{если } n > 2, \end{cases}$$

не упоминая никакую теорему Ферма.

Пример 2

Рассмотрим функцию

$$f(n) = \begin{cases} 1, & \text{если } x^n + y^n = z^n \text{ разрешимо в целых числах;} \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

Поскольку великая теорема Фермá доказана (в 1995 г.), то эта функция вычислима и $f(n) = 0$ при $n > 2$.

Но точнее сказать, что

$$f(n) = \begin{cases} 1, & \text{если } n \leqslant 2; \\ 0, & \text{если } n > 2, \end{cases}$$

не упоминая никакую теорему Ферма.

Пример 2

Рассмотрим функцию

$$f(n) = \begin{cases} 1, & \text{если } x^n + y^n = z^n \text{ разрешимо в целых числах;} \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

Поскольку великая теорема Фермá доказана (в 1995 г.), то эта функция вычислима и $f(n) = 0$ при $n > 2$.

Но точнее сказать, что

$$f(n) = \begin{cases} 1, & \text{если } n \leqslant 2; \\ 0, & \text{если } n > 2, \end{cases}$$

не упоминая никакую теорему Ферма.

Пример 2

Рассмотрим функцию

$$f(n) = \begin{cases} 1, & \text{если } x^n + y^n = z^n \text{ разрешимо в целых числах;} \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

Поскольку великая теорема Фермá доказана (в 1995 г.), то эта функция вычислима и $f(n) = 0$ при $n > 2$.

Но точнее сказать, что

$$f(n) = \begin{cases} 1, & \text{если } n \leqslant 2; \\ 0, & \text{если } n > 2, \end{cases}$$

не упоминая никакую теорему Ферма.

Перечислимые множества

Одна из задач вычислительного характера — перечисление элементов множества.

Множество считается перечислимым, если существует алгоритм порождения его элементов.

Множество считается разрешимым, если существует алгоритм для выяснения принадлежности любого элемента n этому множеству. Говорят также, что разрешимое множество распознаваемо.

Иначе говоря, если есть такой алгоритм, который для данного x выдаёт 1 в случае, когда $x \in X$, то множество X является перечислимым (при этом, если $x \notin X$, то алгоритм может и не завершиться).

А если есть такой алгоритм, который для данного x выдаёт 1 в случае, когда $x \in X$, и 0, когда $x \notin X$, то множество X является разрешимым.

Перечислимые множества

Одна из задач вычислительного характера — перечисление элементов множества.

Множество считается перечислимым, если существует алгоритм порождения его элементов.

Множество считается разрешимым, если существует алгоритм для выяснения принадлежности любого элемента n этому множеству. Говорят также, что разрешимое множество распознаваемо.

Иначе говоря, если есть такой алгоритм, который для данного x выдаёт 1 в случае, когда $x \in X$, то множество X является перечислимым (при этом, если $x \notin X$, то алгоритм может и не завершиться).

А если есть такой алгоритм, который для данного x выдаёт 1 в случае, когда $x \in X$, и 0, когда $x \notin X$, то множество X является разрешимым.

Перечислимые множества

Одна из задач вычислительного характера — перечисление элементов множества.

Множество считается перечислимым, если существует алгоритм порождения его элементов.

Множество считается разрешимым, если существует алгоритм для выяснения принадлежности любого элемента n этому множеству. Говорят также, что разрешимое множество распознаваемо.

Иначе говоря, если есть такой алгоритм, который для данного x выдаёт 1 в случае, когда $x \in X$, то множество X является перечислимым (при этом, если $x \notin X$, то алгоритм может и не завершиться).

А если есть такой алгоритм, который для данного x выдаёт 1 в случае, когда $x \in X$, и 0, когда $x \notin X$, то множество X является разрешимым.

Перечислимые множества

Одна из задач вычислительного характера — перечисление элементов множества.

Множество считается перечислимым, если существует алгоритм порождения его элементов.

Множество считается разрешимым, если существует алгоритм для выяснения принадлежности любого элемента n этому множеству. Говорят также, что разрешимое множество распознаваемо.

Иначе говоря, если есть такой алгоритм, который для данного x выдаёт 1 в случае, когда $x \in X$, то множество X является перечислимым (при этом, если $x \notin X$, то алгоритм может и не завершиться).

А если есть такой алгоритм, который для данного x выдаёт 1 в случае, когда $x \in X$, и 0, когда $x \notin X$, то множество X является разрешимым.

Перечислимые множества

Одна из задач вычислительного характера — перечисление элементов множества.

Множество считается перечислимым, если существует алгоритм порождения его элементов.

Множество считается разрешимым, если существует алгоритм для выяснения принадлежности любого элемента n этому множеству. Говорят также, что разрешимое множество распознаваемо.

Иначе говоря, если есть такой алгоритм, который для данного x выдаёт 1 в случае, когда $x \in X$, то множество X является перечислимым (при этом, если $x \notin X$, то алгоритм может и не завершиться).

А если есть такой алгоритм, который для данного x выдаёт 1 в случае, когда $x \in X$, и 0, когда $x \notin X$, то множество X является разрешимым.

Перечислимые множества (продолжение)

Таким образом, любое конечное множество разрешимо.

Можно ввести более строгие определения:

Множество X перечислимо, если оно есть область значений либо область определения вычислимой функции.

Множество X разрешимо, если его характеристическая функция вычислима.

Перечислимые множества (продолжение)

Таким образом, любое конечное множество разрешимо.

Можно ввести более строгие определения:

Множество X перечислимо, если оно есть область значений либо область определения вычислимой функции.

Множество X разрешимо, если его характеристическая функция вычислима.

Перечислимые множества (продолжение)

Таким образом, любое конечное множество разрешимо.

Можно ввести более строгие определения:

Множество X перечислимо, если оно есть область значений либо область определения вычислимой функции.

Множество X разрешимо, если его характеристическая функция вычислима.

Перечислимые множества (продолжение)

Таким образом, любое конечное множество разрешимо.

Можно ввести более строгие определения:

Множество X перечислимо, если оно есть область значений либо область определения вычислимой функции.

Множество X разрешимо, если его характеристическая функция вычислима.

Теоремы о разрешимости и перечислимости

Теорема Поста

Для разрешимости X необходимо и достаточно, чтобы X и его дополнение $X^{\complement}$ были перечислимы.

Теорема

Существует перечислимое, но неразрешимое множество положительных целых чисел.

Утверждение

Для вычислимости $f(x)$ необходимо и достаточно перечислимости множества пар $\big(x, f(x)\big)$.

Теоремы о разрешимости и перечислимости

Теорема Поста

Для разрешимости X необходимо и достаточно, чтобы X и его дополнение $X^{\complement}$ были перечислимы.

Теорема

Существует перечислимое, но неразрешимое множество положительных целых чисел.

Утверждение

Для вычислимости $f(x)$ необходимо и достаточно перечислимости множества пар $\big(x, f(x)\big)$.

Теоремы о разрешимости и перечислимости

Теорема Поста

Для разрешимости X необходимо и достаточно, чтобы X и его дополнение $X^{\complement}$ были перечислимы.

Теорема

Существует перечислимое, но неразрешимое множество положительных целых чисел.

Утверждение

Для вычислимости $f(x)$ необходимо и достаточно перечислимости множества пар $\big(x, f(x)\big)$.

Эффективно вычислимые функции

Аналогом разрешимого множества является понятие эффективно вычислимой функции $f(n)$, которая вычислима и определена при любом n.

Теорема

Множество эффективно вычислимых функций неперечислимо.

Эффективно вычислимые функции

Аналогом разрешимого множества является понятие эффективно вычислимой функции $f(n)$, которая вычислима и определена при любом n.

Теорема

Множество эффективно вычислимых функций неперечислимо.