

试证明对于不含冲突数据集（即特征向量完全相同但标记不同）的训练集，必存在与训练集一致（即训练误差为 0）的决策树

反证法：假设不存在与训练集一致的决策树，即对于相同属性集，存在错误目标值，那么对于训练出来的决策树至少有一个节点无法划分数据，即存在冲突数据。这与题设不含冲突数据矛盾，因此一定存在与训练集一致的决策树

最小二乘学习方法

1. 使用该规范项而不是L2规范的区别在于其中的D，由于是部分数据的误差较大，可以通过调整 D_i 来针对部分数据特征做调整，该值越大，说明对应项误差越大,最后起的作用越小
- 2.

$$\min_w (|Xw - y|^2 + \lambda w^T D w)$$

对 w 求导，令导数为0，可得：

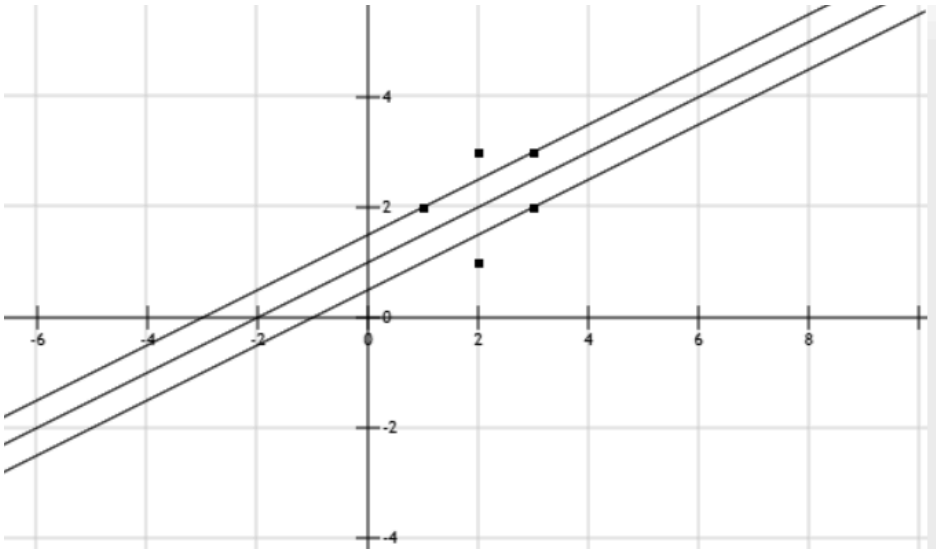
$$X^T X w - X^T y + \lambda D w = 0$$
$$w^* = (X^T X + \lambda D)^{-1} X^T y$$

假设有 n 个数据点

1. 证明 k 是对称矩阵，即证 $k(x_i, x_j) = k(x_j, x_i), \phi(x_i)\phi(x_j) = \phi(x_j)\phi(x_i)$ 显然相等
2. 将不等式左侧展开，可得 $(z_1^2 k_{11} + z_1 z_2 k_{12} + \dots, z_1 z_2 k_{12} + z_2^2 k_{22} \dots, \dots, z_n z_1 k_{n1} + \dots)$ 之后将 k 按照题设展开，可得 $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_i \phi(x_i) z_j \phi(x_j) = (\sum_{i=1}^n z_i \phi(x_i))^2 \geq 0$

最大间隔分离超平面和分类决策函数

1. 假设超平面参数为 w_1, w_2, b 对于所有点列公式，得到方程组
$$\begin{aligned} w_1 + 2w_2 + b &\geq 1 \\ 2w_1 + 3w_2 + b &\geq 1 \\ 3w_1 + 3w_2 + b &\geq 1 \\ -2w_1 - w_2 - b &\geq 1 \\ -3w_1 - 2w_2 - b &\geq 1 \end{aligned}$$
发现 $w_1^2 + w_2^2$ 最小是在 $w_1 = -1, w_2 = 2$ 将这个值带入原来的方程，可以得到 $b = -2$ 。 $-x_1 + 2x_2 - 2 = 0$
2. 图像



支持向量
(1,2)(3,3)(3,2)

损失函数求导

$$\begin{aligned}\frac{d}{dw} L_E(w, b) &= -y \frac{b(wx+b)(1-b(wx+b))}{b(wx+b)} x + (1-y) \frac{b(wx+b)(1-b(wx+b))}{1-b(wx+b)} x \\&= (-y [1-b(wx+b)] + (1-y) b(wx+b)) x \\&= [b(wx+b) - y] x\end{aligned}$$

kmeans算法收敛性讨论

一定收敛，现在证明如下：

设聚类中心为 t_1, t_2, \dots, t_k ，由此划分的聚类为 $\{T_1, T_2, \dots, T_k\}$ 。F(T)为所有节点到其对应的聚类中心的距离和，且 $F(T) > 0$ 。

下证F(T)的单调性：

每一次迭代分为两步，更新节点，之后将每个节点移动到距离自己最近的中心节点的聚类中。对于第二步，一定是递减的。那么只需要证明第一步一定不会使得F(T)增加即可，即证：对于一个聚类， $f(t_i)$ 取最小值时，一定是 t_i 为中心点时。

有 $\sum_{i=1}^k (x_i - t_i)^T (x_i - t_i)$ ，对x求导，有 $2 \sum (x_i - x) = 0$ ，故得出结论，最小值为聚类中心取在中心点处，因此单调性得证，进而有单调有界得知该函数收敛