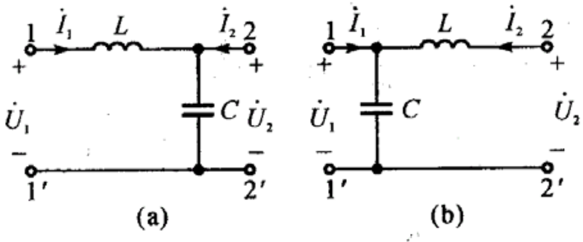
16-1 求图示二端口的 Y, Z 和 T 参数矩阵.



题 16-1 图

解 提示 注意求 T 参数时方程中的负号.

图(a) $\dot{I}_1 = \frac{1}{j\omega L}(\dot{U}_1 - \dot{U}_2) = -j\frac{1}{\omega L}\dot{U}_1 + j\frac{1}{\omega L}\dot{U}_2$

$$\dot{I}_2 = -\frac{1}{j\omega L}(\dot{U}_1 - \dot{U}_2) + j\omega LC\dot{U}_2$$

$$= \mathrm{j}\,\frac{1}{\omega L}\dot{U}_1 + \mathrm{j}(\omega C - \frac{1}{\omega L})\dot{U}_2$$

Y 参数矩阵为 $$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} -\mathrm{j}\,\frac{1}{\omega L} & \mathrm{j}\,\frac{1}{\omega L} \\ \mathrm{j}\,\frac{1}{\omega L} & \mathrm{j}(\omega C - \frac{1}{\omega L}) \end{bmatrix}$$

同理 $$\dot{U}_1 = \mathrm{j}\omega L\dot{I}_1 + \frac{1}{\mathrm{j}\omega L}(\dot{I}_1 + \dot{I}_2) = \mathrm{j}(\omega L - \frac{1}{\omega C})\dot{I}_1 + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\dot{I}_2$$

$$\dot{U}_2 = \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}(\dot{I}_1 + \dot{I}_2) = \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\dot{I}_1 + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\dot{I}_2$$

Z 参数矩阵为 $$\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} \mathrm{j}(\omega L - \frac{1}{\omega C}) & \frac{1}{\mathrm{j}\omega C} \\ \frac{1}{\mathrm{j}\omega C} & \frac{1}{\mathrm{j}\omega C} \end{bmatrix}$$

$$\dot{U}_1 = \mathrm{j}\omega L\dot{I}_1 + \dot{U}_2 \quad (1)$$

$$\dot{I}_1 = \mathrm{j}\omega C\dot{U}_2 - \dot{I}_2 \quad (2)$$

将(2)式代入(1)式得

$$\dot{U}_1 = \mathrm{j}\omega L(\mathrm{j}\omega C\dot{U}_2 - \dot{I}_2) + \dot{U}_2 = (1 - \omega^2 LC)\dot{U}_2 - \mathrm{j}\omega L\dot{I}_2 \quad (3)$$

将(3)与(2)联立得 T 参数矩阵为

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 1 - \omega^2 LC & \mathrm{j}\omega L \\ \mathrm{j}\omega C & 1 \end{bmatrix}$$

图(b) $$\dot{I}_1 = \mathrm{j}\omega C\dot{U}_1 + \frac{1}{\mathrm{j}\omega L}(\dot{U}_1 - \dot{U}_2)$$

$$= \mathrm{j}(\omega C - \frac{1}{\omega L})\dot{U}_1 + \mathrm{j}\,\frac{1}{\omega L}\dot{U}_2$$

$$\dot{I}_2 = -\frac{1}{\mathrm{j}\omega L}(\dot{U}_1 - \dot{U}_2) = \mathrm{j}\,\frac{1}{\omega L}\dot{U}_1 - \mathrm{j}\,\frac{1}{\omega L}\dot{U}_2$$

Y 参数矩阵为 $$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} \mathrm{j}(\omega C - \frac{1}{\omega L}) & \mathrm{j}\,\frac{1}{\omega L} \\ \mathrm{j}\,\frac{1}{\omega L} & -\mathrm{j}\,\frac{1}{\omega L} \end{bmatrix}$$

同理 $$\dot{U}_1 = \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}(\dot{I}_1 + \dot{I}_2) = \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\dot{I}_1 + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\dot{I}_2$$

$$\dot{U}_2 = \mathrm{j}\omega L\dot{I}_2 + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}(\dot{I}_1 + \dot{I}_2)$$

$$= \frac{1}{j\omega C}\dot{I}_1 + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})\dot{I}_2$$

Z 参数矩阵为 $\quad \boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} \frac{1}{j\omega C} & \frac{1}{j\omega C} \\ \frac{1}{j\omega C} & j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) \end{bmatrix}$

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 - j\omega L\dot{I}_2 \tag{4}$$

$$\dot{I}_1 = j\omega C\dot{U}_1 - \dot{I}_2 \tag{5}$$

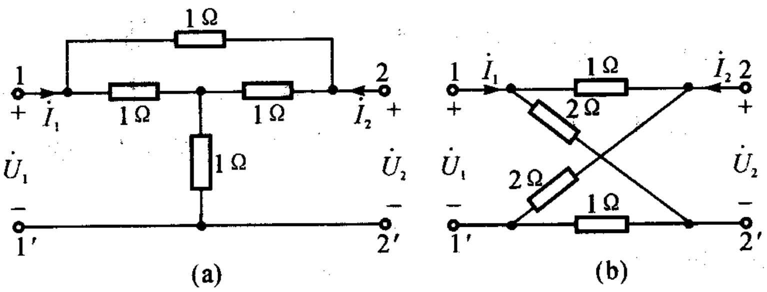
将(4)代入(5)中，再与(4)联立，可得 T 参数方程

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 - j\omega L\dot{I}_2$$

$$\dot{I}_1 = j\omega C\dot{U}_2 - (1 - \omega^2 LC)\dot{I}_2$$

T 参数矩阵为 $\quad \boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 1 & j\omega L \\ j\omega C & 1 - \omega^2 LC \end{bmatrix}$

16-2 求图示二端口的 Y 和 Z 参数矩阵.



题 16-2 图

解 提示 图(a)为对称互易二端口，只有两个参数独立，求 Z 参数时可先利用 $\Delta - \mathrm{Y}$ 变换. 利用定义来求.

图(a) 求 Y_{11} 和 Y_{21} 时，把端口 $2-2'$ 短路，在端口 $1-1'$ 处外施电压 $\dot{U}_1$.

则可得 $\quad \dot{I}_1 = \dot{U}_1 + (\frac{1}{1+\frac{1}{2}})\dot{U}_1 = \frac{5}{3}\dot{U}_1$

$$-\dot{I}_2 = \dot{U}_1 + \frac{1}{2} \times (\frac{1}{1+\frac{1}{2}}\dot{U}_1) = \frac{4}{3}\dot{U}_1$$

根据定义可求得 $Y_{11}=\left.\dfrac{\dot I_1}{\dot U_1}\right|_{\dot U_2=0}=\dfrac{5}{3}\mathrm{S}$

$$Y_{21}=\left.\frac{\dot I_2}{\dot U_1}\right|_{\dot U_2=0}=-\frac{4}{3}\mathrm{S}$$

由对称性和互易性可得

$$Y_{22}=Y_{11}=\frac{5}{3}\mathrm{S},Y_{12}=Y_{21}=-\frac{4}{3}\mathrm{S}$$

Y 参数矩阵为 $\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}\dfrac{5}{3} & -\dfrac{4}{3}\\ -\dfrac{4}{3} & \dfrac{5}{3}\end{bmatrix}\mathrm{S}$

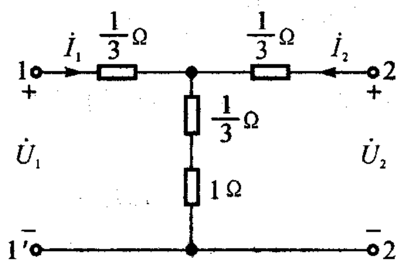
对图(a)进行 Δ－Y 变换，如题解 16－2 图所示，则

$$\dot U_1=\frac{1}{3}\dot I_1+(\frac{1}{3}+1)(\dot I_1+\dot I_2)$$

$$=\frac{5}{3}\dot I_1+\frac{4}{3}\dot I_2$$

$$\dot U_2=\frac{1}{3}\dot I_2+(\frac{1}{3}+1)(\dot I_1+\dot I_2)$$

$$=\frac{4}{3}\dot I_1+\frac{5}{3}\dot I_2$$



题解 16－2 图

Z 参数矩阵为 $\boldsymbol{Z}=\begin{bmatrix}\dfrac{5}{3} & \dfrac{4}{3}\\ \dfrac{4}{3} & \dfrac{5}{3}\end{bmatrix}\Omega$

图(b) 求 Y_{11} 和 Y_{21} 时，把端口 2－2′ 短路，即 $\dot U_2=0$，在端口 1－1′ 处施加 $\dot U_1$.

可得 $\dot I_1=\dfrac{2}{\dfrac{2}{1+2}+\dfrac{2}{1+2}}\dot U_1=\dfrac{3}{4}\dot U_1$

$$-\dot I_2=\frac{2}{1+2}\dot I_1-\frac{1}{2+1}\dot I_1=\frac{1}{3}\dot I_1=\frac{1}{4}\dot U_1$$

则 $Y_{11}=\left.\dfrac{\dot I_1}{\dot U_1}\right|_{\dot U_2=0}=\dfrac{3}{4}\mathrm{S}$， $Y_{21}=\left.\dfrac{\dot I_2}{\dot U_1}\right|_{\dot U_2=0}=-\dfrac{1}{4}\mathrm{S}$

由对称性和互易性可得

$$Y_{22} = Y_{11} = \frac{3}{4}\text{S},\quad Y_{12} = Y_{21} = -\frac{1}{4}\text{S}$$

Y 参数矩阵为 $$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}\text{S}$$

同理，在求 Z 参数的 Z_{11} 和 Z_{21} 时，把端口 $2-2'$ 开路，即 $\dot{I}_2 = 0$，在端口 $1-1'$ 处施加电流 $\dot{I}_1$，可得

$$\dot{U}_1 = (3 \mathbin{/\!/} 3)\dot{I}_1 = \frac{3}{2}\dot{I}_1$$

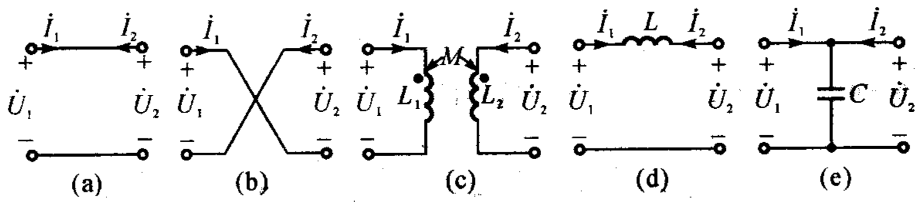
$$\dot{U}_2 = \frac{2}{1+2}\dot{U}_1 - \frac{1}{2+1}\dot{U}_1 = \frac{1}{3}\dot{U}_1 = \frac{1}{2}\dot{I}_1$$

根据定义可得 $Z_{11} = \left.\dfrac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0} = \dfrac{3}{2}\Omega$，$Z_{21} = \left.\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0} = \dfrac{1}{2}\Omega$

由对称性和互易性，得 $Z_{22} = Z_{11} = \dfrac{3}{2}\Omega$，$Z_{12} = Z_{21} = \dfrac{1}{2}\Omega$，

故 Z 参数矩阵为 $$\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}\Omega$$

16-3 求图示二端口的 T 参数矩阵.



题 16-3 图

解 设端口电压 $\dot{U}_1$，$\dot{U}_2$ 和电流 $\dot{I}_1$，$\dot{I}_2$ 的参考方向如图所示.

(1) 图(a) 中 $\dot{U}_1 = \dot{U}_2$，$\dot{I}_1 = -\dot{I}_2$，则

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(2) 图(b) 中 $\dot{U}_1 = -\dot{U}_2$，$\dot{I}_1 = \dot{I}_2$，则

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$$

(3) 图(c) 中 $\dot{U}_1=\mathrm{j}\omega L_1\dot{I}_1+\mathrm{j}\omega M\dot{I}_2$ (1)

$\dot{U}_2=\mathrm{j}\omega M\dot{I}_1+\mathrm{j}\omega L_2\dot{I}_2$ (2)

由(2)得 $\dot{I}_1=\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega M}\dot{U}_2-\dfrac{L_2}{M}\dot{I}_2$ (3)

(3)式代入(1)中，得

$$\dot{U}_1=\mathrm{j}\omega L_1\left(\frac{1}{\mathrm{j}\omega M}\dot{U}_2-\frac{L_2}{M}\dot{I}_2\right)+\mathrm{j}\omega M\dot{I}_2$$

$$=\frac{L_1}{M}\dot{U}_2-\mathrm{j}\omega\frac{L_1L_2-M^2}{M}\dot{I}_2 \quad (4)$$

联立(3)，(4)得 $\boldsymbol{T}$ 参数方程，则

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}\dfrac{L_1}{M} & \mathrm{j}\omega\dfrac{L_1L_2-M^2}{M}\\ -\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega M} & \dfrac{L_2}{M}\end{bmatrix}$$

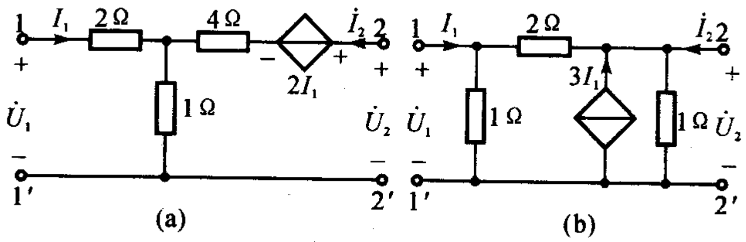
(4) 图(d) 中，其参数方程为 $\dot{U}_1=\dot{U}_2-j\omega L\dot{I}_2$，$\dot{I}_1=-\dot{I}_2$，则

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}1 & j\omega L\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

(5) 图(e) 中，$\dot{U}_1=\dot{U}_2$，$\dot{I}_1=j\omega C\dot{U}_2-\dot{I}_2$，则

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ \mathrm{j}\omega C & 1\end{bmatrix}$$

16-4 求图示二端口的 Y 参数矩阵.



题 16-4 图

解 图(a) 端口电压 U_1，U_2 和电流 I_1，I_2 及参考方向如图所示，

则有

$$U_1 = (2+1)I_1 + I_2 = 3I_1 + I_2$$
$$U_2 = 2I_1 + (4+1)I_2 + I_1 = 3I_1 + 5I_2$$

故
$$\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}\Omega$$

利用 $\boldsymbol{Y}$ 参数和 $\boldsymbol{Z}$ 参数之间的关系可得

$$\boldsymbol{Y} = Z^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{5}{12} & -\frac{1}{12} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}\text{S}$$

图(b) 应用结点法，有

$$I_1 = (1+\frac{1}{2})U_1 - \frac{1}{2}U_2 = \frac{3}{2}U_1 - \frac{1}{2}U_2 \tag{1}$$

$$I_2 = -\frac{1}{2}U_1 + (\frac{1}{2}+1)U_2 - 3I_1 = -\frac{1}{2}U_1 + \frac{3}{2}U_2 - 3I_1 \tag{2}$$

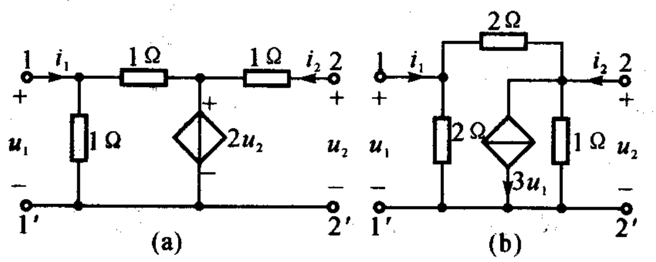
将(1) 式代入(2) 中，消去 I_1，得

$$I_2 = -5U_1 + 3U_2 \tag{3}$$

联立(1)，(3)，则得 $\boldsymbol{Y}$ 参数方程，故

$$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -5 & 3 \end{bmatrix}\text{S}$$

16－5 求图示二端口的混合参数(H) 矩阵.



题 16－5 图

解　图(a) 端口电压 u_1，u_2 和电流 i_1，i_2 的参考方向如图所示.

则
$$u_1 = (i_1 - u_1/1)\cdot 1 + 2u_2$$

即 $$u_1 = \frac{1}{2}i_1 + u_2$$

而 $$i_2 = u_2 - 2u_2 = -u_2$$

所以有 $$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

图(b) 应用结点法，有

$$i_1 = (\frac{1}{2} + \frac{1}{2})u_1 - \frac{1}{2}u_2$$

则 $$u_1 = \frac{1}{2}u_2 + i_1 \tag{1}$$

而 $$i_2 = -\frac{1}{2}u_1 + (\frac{1}{2} + 1)u_2 + 3u_1 = \frac{5}{2}u_1 + \frac{3}{2}u_2 \tag{2}$$

将(1) 代入(2) 中，得

$$i_2 = \frac{5}{2}i_1 + \frac{11}{4}u_2 \tag{3}$$

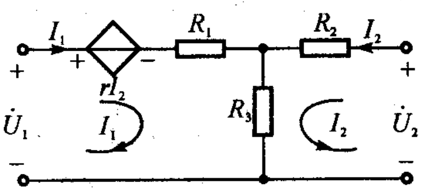
联立(1) 与(3) 即得 H 参数方程，所以有

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{5}{2} & \frac{11}{4} \end{bmatrix}$$

16－6 已知图示二端口的 Z 参数矩阵为

$$\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} 10 & 8 \\ 5 & 10 \end{bmatrix}\Omega$$

求 R_1，R_2，R_3 和 r 的值.



题 16－6 图

解 提示 正确列写出 Z 参数方程，由网孔电流法，有

$$U_1 = (R_1 + R_2)I_1 + R_3 I_2 + rI_2 = (R_1 + R_3)I_1 + (R_3 + r)I_2$$

$$U_2 = R_3 I_1 + (R_2 + R_3)I_2$$

所以 $$\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} R_1 + R_3 & R_3 + r \\ R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix}$$

与给定的 Z 参数比较，可得

$$R_3 = 5\Omega，r = 3\Omega，R_2 = 5\Omega，R_1 = 5\Omega$$

16－7 已知二端口的 Y 参数矩阵为

$$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} 1.5 & -1.2 \\ -1.2 & 1.8 \end{bmatrix}\text{S}$$

求 H 参数矩阵，并说明该二端口中是否有受控源.

解　由 Y 参数方程，

$$I_1 = Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2 \tag{1}$$

$$I_2 = Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2 \tag{2}$$

因　$Y_{11} \neq 0$，所以

$$U_1 = \frac{1}{Y_{11}}I_1 - \frac{Y_{12}}{Y_{11}}U_2 \tag{3}$$

将(3) 代入(2) 中，得

$$I_2 = \frac{Y_{21}}{Y_{11}}I_1 + \frac{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}{Y_{11}}U_2 \tag{4}$$

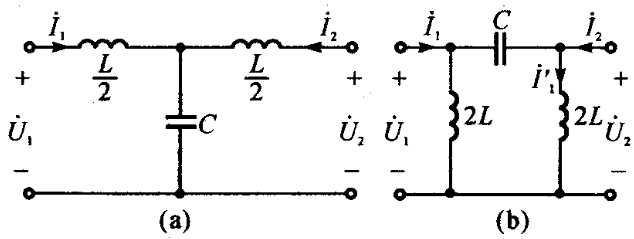
(3)，(4) 即为 H 参数方程，可得

$$H_{11} = \frac{1}{Y_{11}}, H_{12} = -\frac{Y_{12}}{Y_{11}}, H_{21} = \frac{Y_{21}}{Y_{11}}, H_{22} = \frac{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}}{Y_{11}}$$

代入数值，　$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} 0.667 & 0.8 \\ -0.8 & 0.84 \end{bmatrix}$

由于 $Y_{12} = Y_{21} = -1.2\text{S}$，二端口不含有受控源.

16－8 求图示二端口的 Z 参数、T 参数.



题 16－8 图

解　图(a) 电路，先求 Z_{11} 和 Z_{21}，令 $\dot{I}_2 = 0$，在端口 $1-1'$ 处施加电流 $\dot{I}_1$，可根据实验测定法得

$$Z_{11}=\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}\bigg|_{\dot{I}_2=0}=\mathrm{j}\omega\frac{L}{2}+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}=\mathrm{j}\left(\frac{\omega L}{2}-\frac{1}{\omega C}\right)$$

$$Z_{21}=\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}\bigg|_{\dot{I}_2=0}=\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}=-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C}$$

由电路的对称性和互易性，得

$$Z_{22}=Z_{11}=\mathrm{j}\left(\frac{\omega L}{2}-\frac{1}{\omega C}\right),Z_{12}=Z_{21}=-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C}$$

所以
$$\boldsymbol{Z}=\begin{bmatrix}\mathrm{j}\left(\frac{\omega L}{2}-\frac{1}{\omega C}\right) & -\mathrm{j}\frac{1}{\omega C}\\ -\mathrm{j}\frac{1}{\omega C} & \mathrm{j}\left(\frac{\omega L}{2}-\frac{1}{\omega C}\right)\end{bmatrix}$$

根据 T 参数与 Z 参数之间的关系，得

$$A=D=\frac{Z_{11}}{Z_{21}}=\frac{\mathrm{j}\omega\frac{L}{2}+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}=1-\frac{\omega^2LC}{2}$$

$$B=\frac{Z_{11}Z_{22}-Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}=\mathrm{j}\omega L\left(1-\frac{\omega^2LC}{4}\right)$$

$$C=\frac{1}{Z_{21}}=\mathrm{j}\omega C$$

所以
$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}1-\frac{\omega^2LC}{2} & \mathrm{j}\omega L\left(1-\frac{\omega^2LC}{4}\right)\\ \mathrm{j}\omega C & 1-\frac{\omega^2LC}{2}\end{bmatrix}$$

图(b)电路，经分析该电路也只有对称性和互易性，即有

$$Z_{22}=Z_{11},Z_{12}=Z_{21}.$$

求 Z_{11} 和 Z_{21} 时，令 $\dot{I}_2=0$，在端口 $1-1'$ 施加电流 $\dot{I}_1$，则

$$Z_{22}=Z_{11}=\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}\bigg|_{\dot{I}_2=0}=\frac{(\mathrm{j}2\omega L)\left(\mathrm{j}2\omega L+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\right)}{\mathrm{j}2\omega L+\mathrm{j}2\omega L+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}$$

$$=\frac{\mathrm{j}2\omega L(1-2\omega^2LC)}{1-4\omega^2LC}$$

$$Z_{12}=Z_{21}=\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}\bigg|_{\dot{I}_2=0}=\frac{\mathrm{j}2\omega L\dot{I}_1'}{\dot{I}_1}$$

$$= \frac{\mathrm{j}2\omega L}{\dot{I}_1} \times \frac{\mathrm{j}2\omega L}{\mathrm{j}2\omega L + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C} + \mathrm{j}2\omega L}\dot{I}_1 = -\mathrm{j}\,\frac{4\omega^3 L^2 C}{1-4\omega^2 LC}$$

同理，根据 T 参数与 Z 参数之间的关系，可得

$$A = D = \frac{Z_{11}}{Z_{21}} = 1 - \frac{1}{2\omega^2 LC}$$

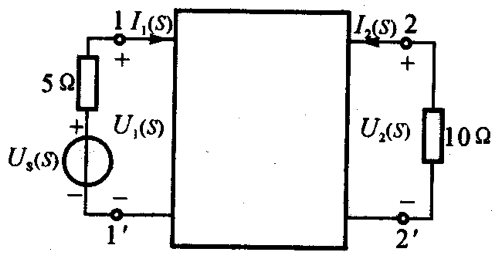
$$B = \frac{Z_{11}^2 - Z_{21}^2}{Z_{21}} = -\mathrm{j}\,\frac{1}{\omega C}$$

$$C = \frac{1}{Z_{21}} = \mathrm{j}\,\frac{1-4\omega^2 LC}{4\omega^3 L^2 C}$$

16-9 电路如图所示，已知二端口的 H 参数矩阵为

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} 40 & 0.4 \\ 10 & 0.1 \end{bmatrix}$$

求电压转移函数$\dfrac{U_2(s)}{U_1(s)}$.



题 16-9 图

解 设端口电压为 $U_1(s)$，则由 H 参数矩阵，写出对应的方程

$$U_1(s) = 40I_1(s) + 0.4U_2(s) \tag{1}$$

$$I_2(s) = 10I_1(s) + 0.1U_2(s) \tag{2}$$

而端口外接电路的伏安特性为

$$U_1(s) = U_s(s) - 5I_1(s) \tag{3}$$

$$I_2(s) = -\frac{1}{10}U_2(s) \tag{4}$$

将(3)，(4) 代入(1)，(2) 中，整理后得

$$45I_1(s) + 0.4U_2(s) = U_s(s)$$

$$10I_1(s) + 0.2U_2(s) = 0$$

消去 $I_1(s)$，可得$\dfrac{U_2(s)}{U_s(s)} = \dfrac{1}{-0.5} = -2$

16-10 已知二端口参数矩阵为

(a) $\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} 60/9 & 40/9 \\ 40/9 & 100/9 \end{bmatrix}\Omega$；

(b) $\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$S.

试问该二端口是否有受控源，并求它的等效Π形电路.

解 提示 若求Π型电路，设法求其 Y 参数最为直接和简单

(a) 由 $Z_{12} = Z_{21} = \frac{40}{9}\Omega$，所以该二端口不含有受控源. 利用 Z 和 Y 参数的关系

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{Z}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.2045 & -0.0818 \\ -0.0818 & 0.1227 \end{bmatrix}\text{S}$$

其Π型等效电路如题解 16－10 图(a) 所示，其中

$$Y_a = Y_{11} + Y_{12} = 0.1227\text{S}$$

$$Y_b = -Y_{12} = 0.0818\text{S}$$

$$Y_c = Y_{22} + Y_{12} = 0.0409\text{S}$$

(b) 因为 $Y_{12} \neq Y_{21}$，所以该二端口中含有受控源，其等效Π型电路不惟一，受控源可以在靠近端口 1－1′ 处，也可在靠近端口 2－2′ 处. 由 Y 参数，写出 Y 参数方程，有

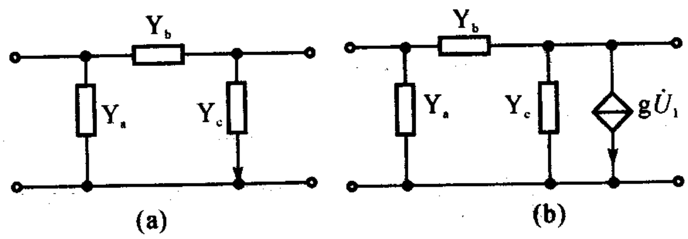
$$\dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \quad (1)$$

$$\dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 = Y_{12}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 + (Y_{21} - Y_{12})\dot{U}_1 \quad (2)$$

可以看出除了 $(Y_{21} - Y_{12})\dot{U}_1$ 项之外，上述方程即为互易二端口的 Y 参数方程，因此，可以把 $(Y_{21} - Y_{12})\dot{U}_1$ 项看成一个电压控制电流源，且并接在端口 2－2′ 处，代入 Y 参数的数值，可得Π型等效电路，如图题解 16－10 图(b) 所示.

$$Y_a = Y_{11} + Y_{12} = 3\text{S}, \quad Y_b = -Y_{12} = 2\text{S},$$

$$Y_c = Y_{22} + Y_{12} = 1\text{S}, \quad g = Y_{21} - Y_{12} = 2\text{S}.$$



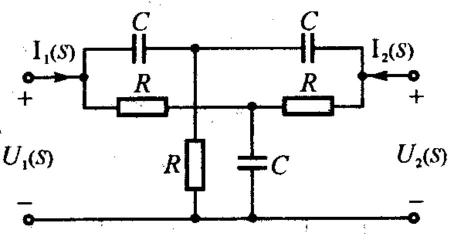
题解 16－10 图

如果将 Y 参数方程写成

$$\dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{21}\dot{U}_2 + (Y_{12} - Y_{21})\dot{U}_2$$
$$\dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2$$

则 Π 型等效电路的端口 1－1′ 处并接一个大小为 $(Y_{12} - Y_{21})\dot{U}_2$ 的受控电流源，方法同上.

16－11 求图示双 T 电路的 Y 参数.



题 16－11 图

解 提示 此为双 T 电路，此外还有双 Π 电路，可以分别看成两个 T 型（或 Π 型）电路并联. 也可利用实验测定法分析，由于电路具有对称性和互易性，本题选择实验测定法.

$$Y_{22} = Y_{11} = \frac{I_1(s)}{U_1(s)}\bigg|_{U_2(s)=0} = \frac{sC\left(s+\dfrac{1}{RC}\right)}{2\left(s+\dfrac{1}{2RC}\right)} + \frac{s+\dfrac{1}{RC}}{R\left(2+\dfrac{2}{RC}\right)}$$

$$Y_{12} = Y_{21} = \frac{I_2(s)}{U_1(s)}\bigg|_{U_2(s)=0} = \frac{s^2 C}{2\left(s+\dfrac{1}{2RC}\right)} + \frac{\dfrac{1}{R^2 C}}{2+\dfrac{2}{RC}}$$

16－12 求图示二端口的 T 参数矩阵，设内部二端口 P_1 的 T 参数矩阵为

$$\boldsymbol{T}_1 = \begin{bmatrix} A & B \\ C[\,]D & \end{bmatrix}$$

解 提示 将导纳 Y 或阻抗 Z 看作二端口与 P_1 的级联.

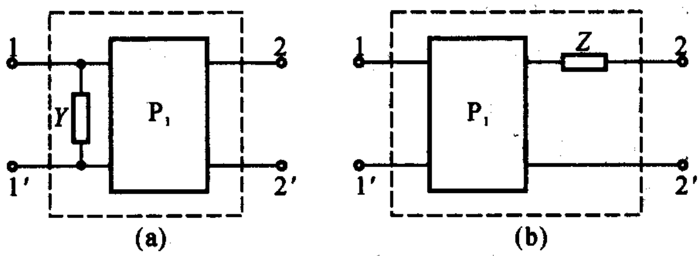
图(a) 由导纳 Y 组成的二端口的 T 参数方程为

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \qquad \dot{I}_1 = Y\dot{U}_2 - \dot{I}_2$$

所以 T 参数矩阵为 $\boldsymbol{T}_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix}$

可得，图(a) 电路的 T 参数矩阵为

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{T}_r \cdot \boldsymbol{T}_1 = \begin{bmatrix} 1[\,]0 & \\ Y & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ AY+C[\,]BY+D & \end{bmatrix}$$



题 16－12 图

图(b)，由阻抗 Z 组成的二端口的 T 参数方程为

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 - Z\dot{I}_2 \qquad \dot{I}_1 = -\dot{I}_2$$

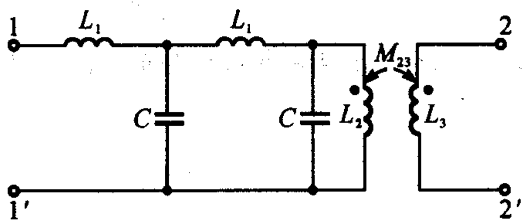
所以其 T 参数矩阵为 $\quad \boldsymbol{T}_Z = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

可得图(b) 二端口的 T 参数矩阵

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{T}_1\boldsymbol{T}_Z = \begin{bmatrix} A & AZ + B \\ C & CZ + D \end{bmatrix}$$

题16－13 利用题 16－1，16－3 的结果，求出图示二端口的 T 参数矩阵.

设已知 $\omega L_1 = 10\Omega, \dfrac{1}{\omega C} = 20\Omega, \omega L_2 = \omega L_3 = 8\Omega, \omega M_{23} = 4\Omega.$



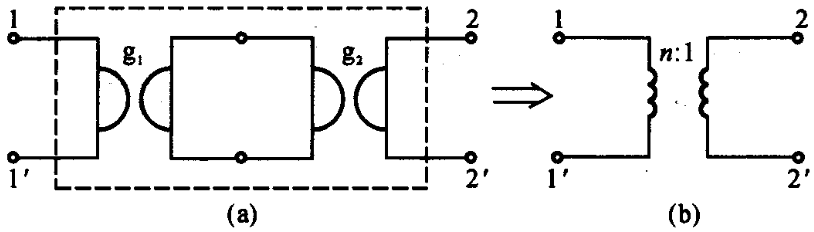
题 16－13 图

解 提示 将该二端口看成三个二端口的级联，利用题 16－1 图(a)、16－3 图(c) 的 T 参数结果，可得

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 1-\omega^2 L_1 C & \mathrm{j}\omega L_1 \\ \mathrm{j}\omega C & 1 \end{bmatrix}^2 \begin{bmatrix} \dfrac{L_2}{M} & \mathrm{j}\omega\dfrac{L_2 L_3 M^2}{M} \\ -\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega M} & \dfrac{L_3}{M} \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1-\dfrac{10}{20} & \mathrm{j}10\\ \mathrm{j}\dfrac{1}{20} & 1\end{bmatrix}^2\begin{bmatrix}\dfrac{8}{4} & \mathrm{j}\dfrac{8^2-4^2}{4}\\ -\mathrm{j}\dfrac{1}{4} & \dfrac{8}{4}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3.25 & \mathrm{j}27\\ \mathrm{j}0.025 & 0.1\end{bmatrix}$$

16-14 试证明两个回转器级联后[如图(a) 所示]，可等效为一个理想变压器[如同图(b) 所示]，并求出变化 n 与两个回转器的回转电导 g_1 和 g_2 的关系.



题 16-14 图

解 由回转器的特性方程，可得其 T 参数矩阵

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}0 & \dfrac{1}{g}\\ g & 0\end{bmatrix}$$

则图(a) 的 T 参数矩阵为

$$\boldsymbol{T}=\boldsymbol{T}_1\boldsymbol{T}_2=\begin{bmatrix}0 & \dfrac{1}{g_1}\\ g_1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & \dfrac{1}{g_2}\\ g_2 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{g_2}{g_1} & 0\\ 0 & \dfrac{g_1}{g_2}\end{bmatrix}$$

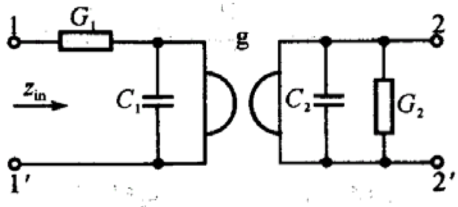
而理想变压器的 T 参数矩阵为

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}n & 0\\ 0 & \dfrac{1}{n}\end{bmatrix}$$

由以上 T 参数矩阵可以看出，两个回转器级联后，可等效的一个理想变压器，其等效变比为 $n=g_2/g_1$

16-15 试求图示电路的输入阻抗 Z_{in}. 已知 $C_1=C_2=1\text{F}$，$G_1=G_2=1\text{S}$，$g=2\text{S}$.

解　图示电路中，当回转器输出端接一导纳 $Y_2(s) = G_2 + sC_2$（端口 2－2′ 开路）时，根据回转器的特性方程，可得从回转器输入端看进去的输入导纳为



题 16－15 图

$$Y_1(s) = \frac{g^2}{Y_2(s)} = \frac{g^2}{G_2 + sC_2}$$

所以 该电路的输入阻抗为

$$Z_{in}(s) = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{sC_1 + Y_1(s)} = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{sC_1 + \dfrac{g^2}{G_2 + sC_2}}$$

$$= \frac{s^2 + 2s + 5}{s^2 + s + 4}$$