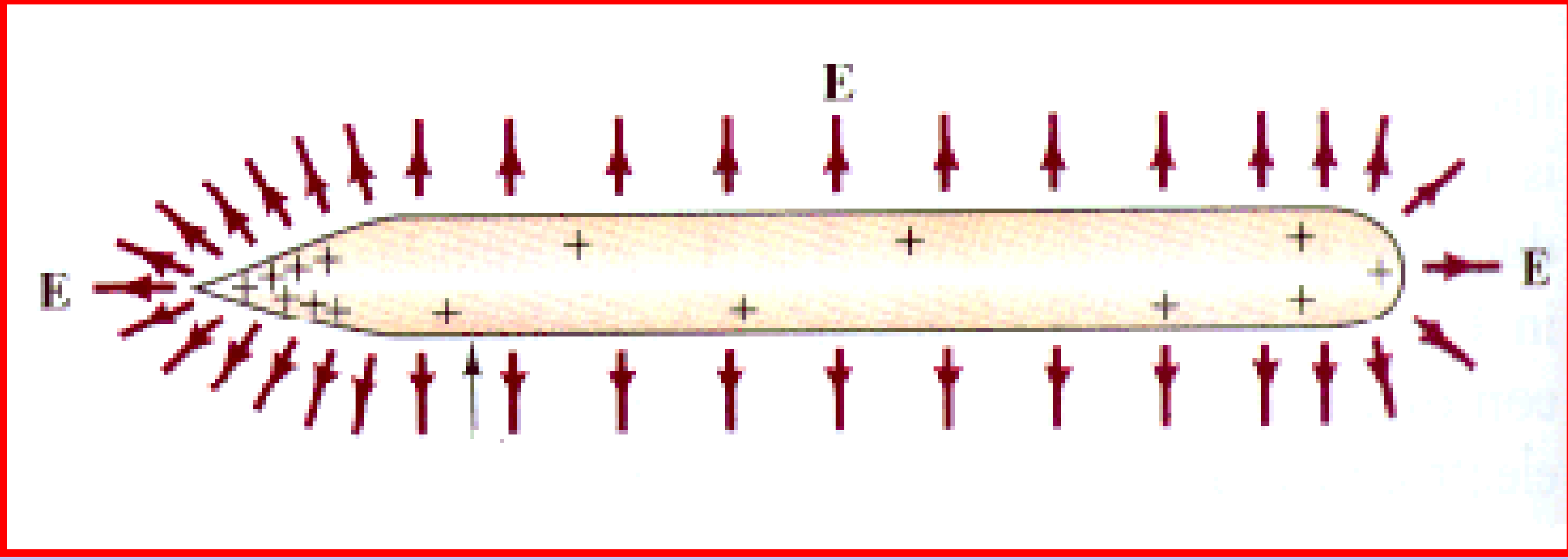
同学们好！



第九章　电相互作用和静电场

要点：

1. 两条基本实验定律：库仑定律，静电力叠加原理。

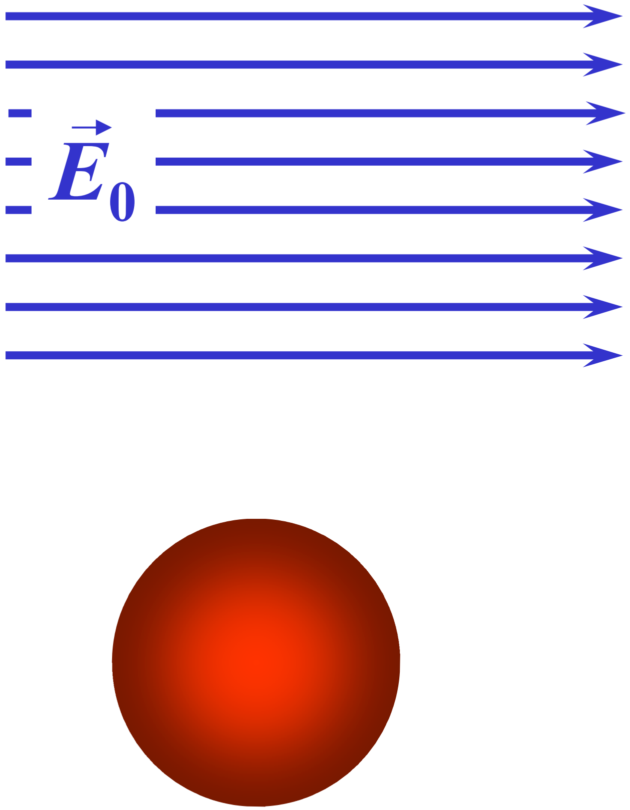
2. ▲ 两个基本物理量：电场强度 $\vec{E}$，电势 U。

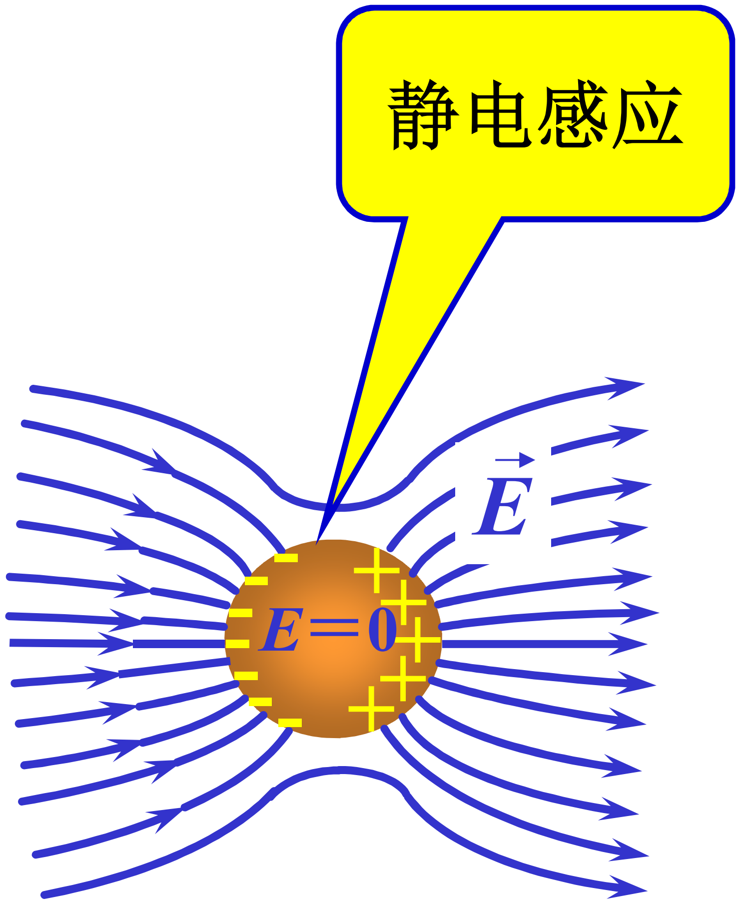
3. ▲ 两条基本定理：静电场高斯定理，环路定理。
揭示静电场基本性质(有源场、保守场)。

4. 静电场与物质（导体和电介质）的相互作用。

5. 稳恒电场。

§9.6　静电场中的导体





§ 9.6　静电场中的导体

一. 金属导体与电场的相互作用

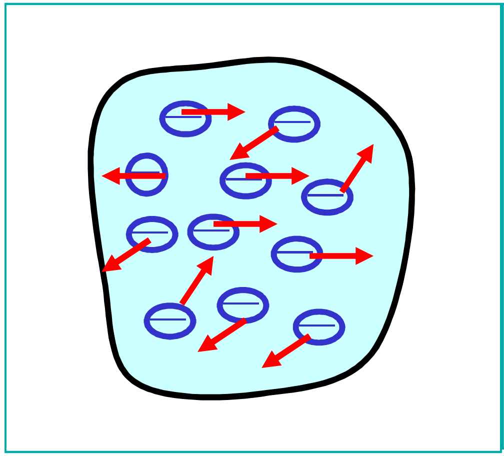
静电感应

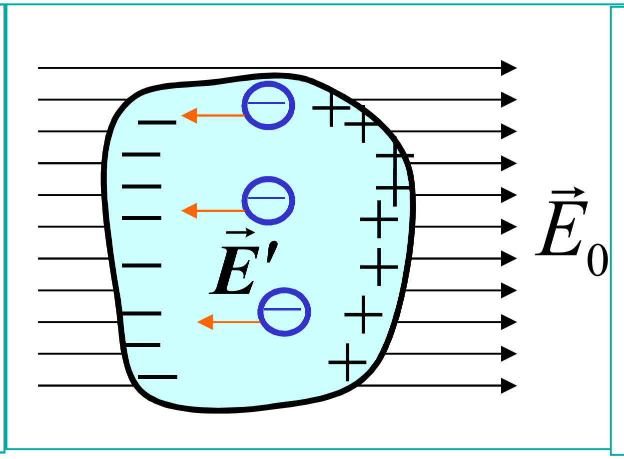
特征：体内存在大量的自由电子

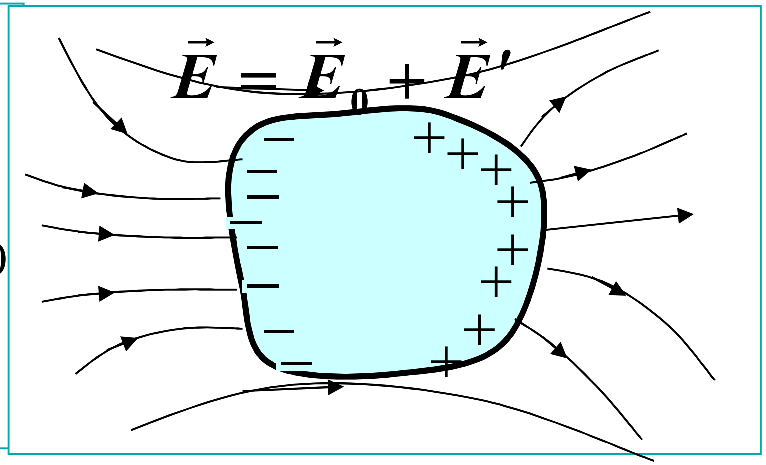
无外场时自由电子无规运动：
“电子气”

在外场 $\vec{E}_0$ 中
1. 无规运动；
2. 宏观定向运动

导体内电荷重新分布，出现附加电场 $\vec{E}'$ 直至静电平衡







静电平衡： 导体内部及表面均无电荷定向运动，

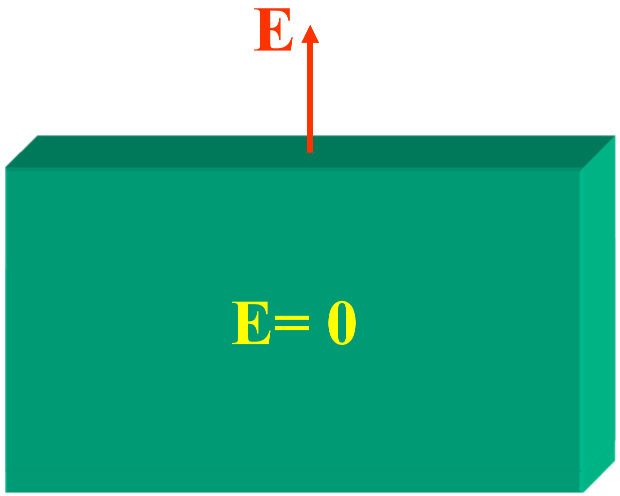
导体上电荷及空间电场分布达到稳定.

条件：

$$\begin{cases} \vec{E}_{内} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = 0 \\ \vec{E}_{表面} = \vec{E}_0 + \vec{E}' \perp \text{表面} \end{cases}$$

或：

$$\begin{cases} \text{导体是等势体} \\ \text{导体表面是等势面。} \end{cases}$$

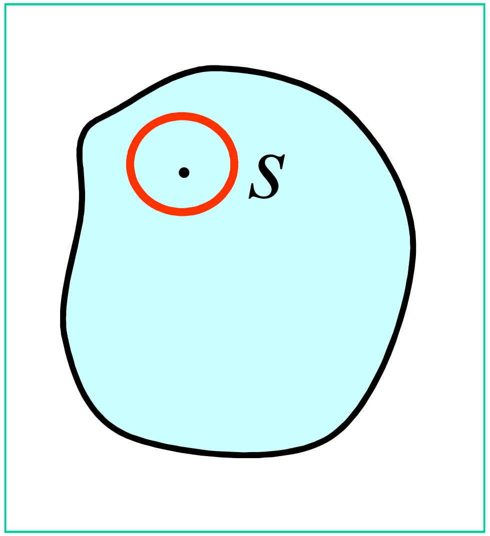


要计算静电平衡时的电场分布，首先要知道其电荷分布。

二. 静电平衡时导体上的电荷分布

1. 导体内无净电荷($\rho = 0$)，电荷只分布于导体表面。

1) 实心导体



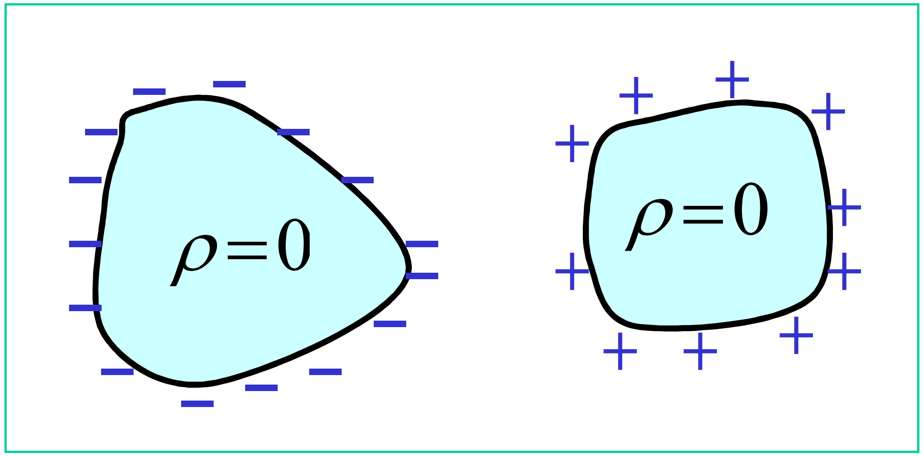
高斯面 $\boldsymbol{S}$（宏观小，微观大）

$$\oint_s \vec{E}_{内} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{内} = \int_V \frac{1}{\varepsilon_0}\rho\,\mathrm{d}V$$

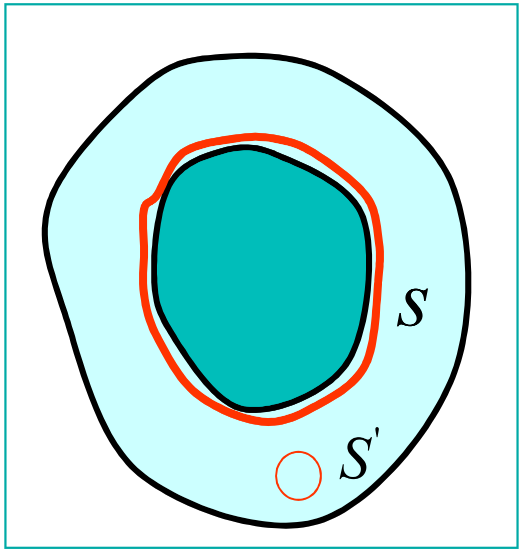
静电平衡条件 $\vec{E}_{内} = 0$

$\therefore \rho = 0$

净电荷只分布于外表面。



2) 空腔导体，腔内无电荷

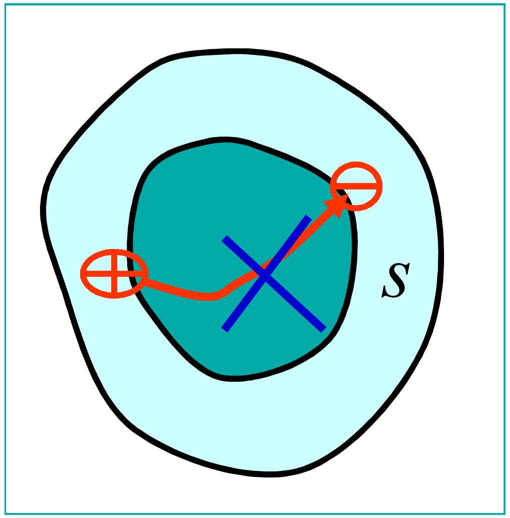


同上，导体内 $\rho = 0$

紧贴内表面作高斯面 S

$$\oint_{s} \vec{E}_{内} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{内} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_{内表面} \sigma_{内}\mathrm{d}S = 0$$

若 $\sum q_{内} = 0,\ \sigma_{内} \neq 0.$

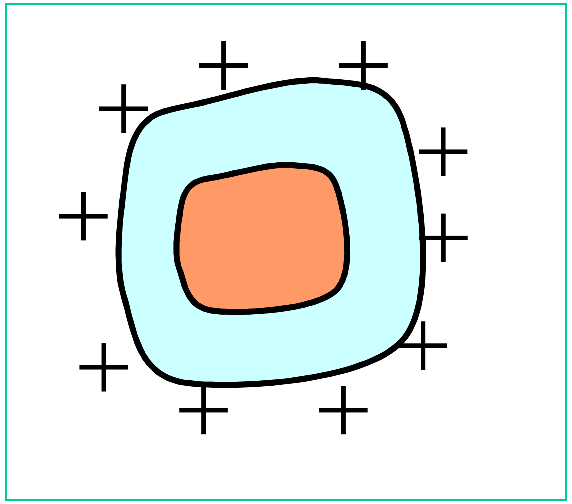


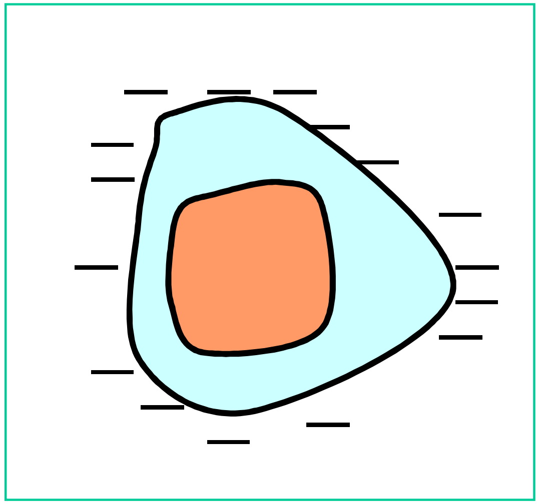
则必然有 $\sigma > 0, \sigma < 0$ 处，

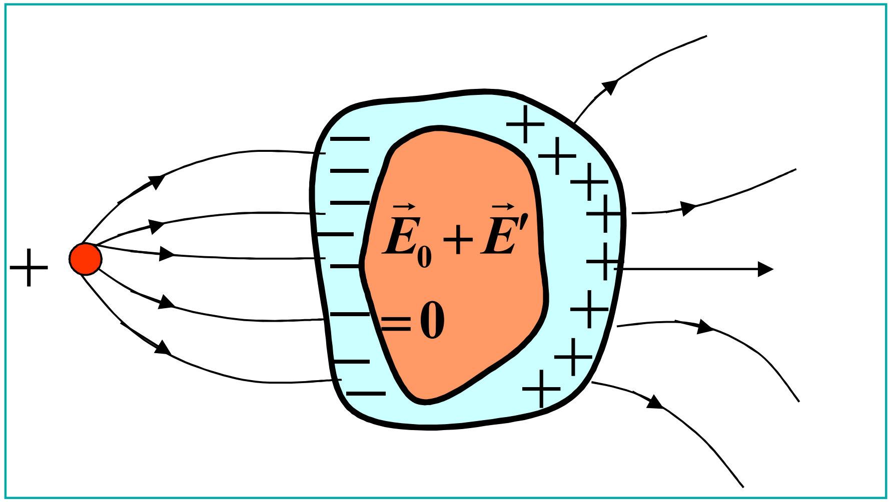
电力线由 $+\sigma \rightarrow -\sigma$.，沿电力线方向电势降低，导体内表面有电势差，与静电平衡条件：导体表面为等势面矛盾。

所以 $\sigma_{内} = 0$ 净电荷只能分布于外表面。

$\rho = 0$ ； $\sigma_{内} = 0$ ， 净电荷只能分布于外表面





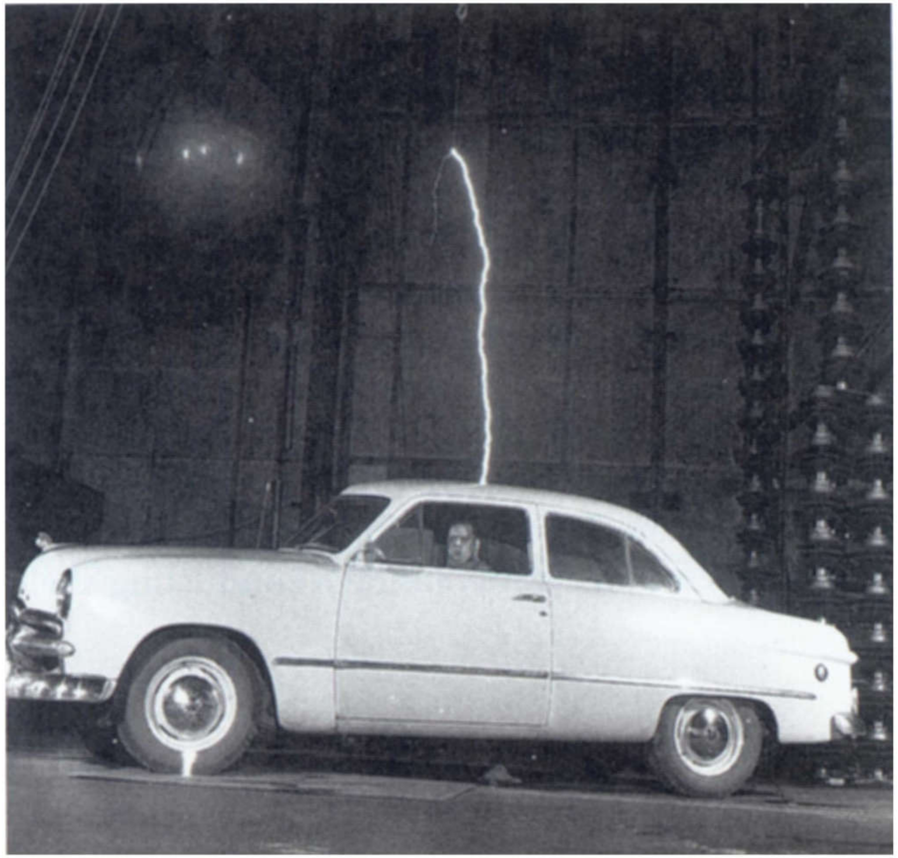


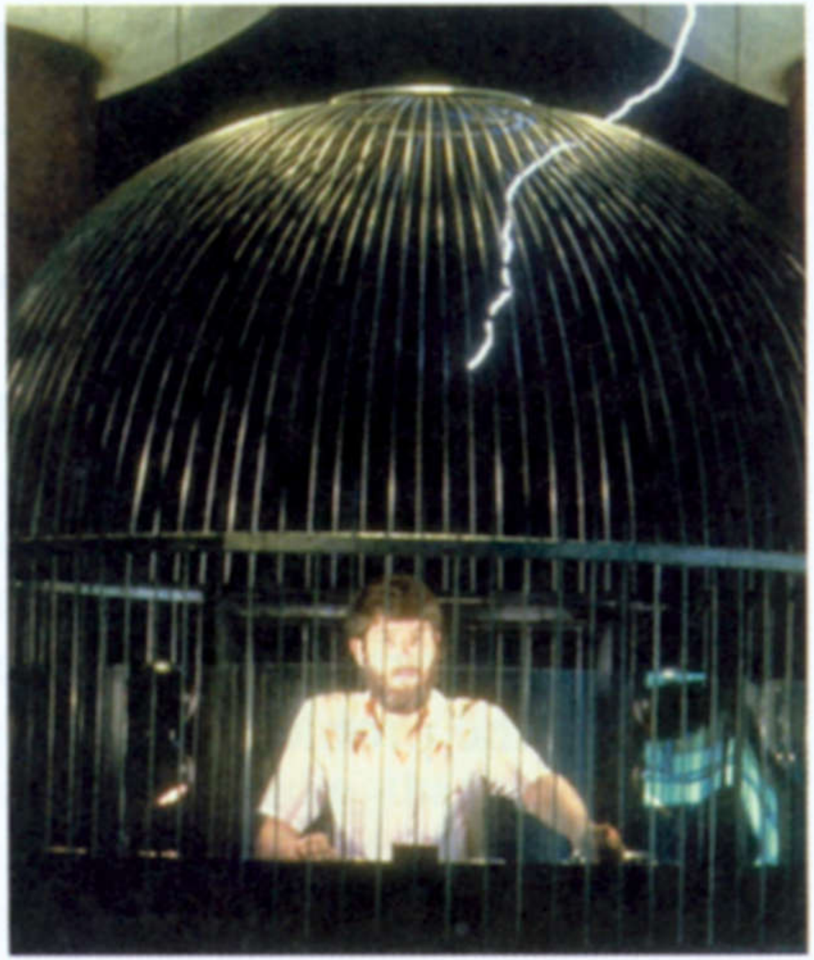
电力线不能进入腔内

即：静电屏蔽。

- 空腔导体具有静电屏蔽作用。
- 例如：高压带电作业人员穿的导电纤维编织的工作服。

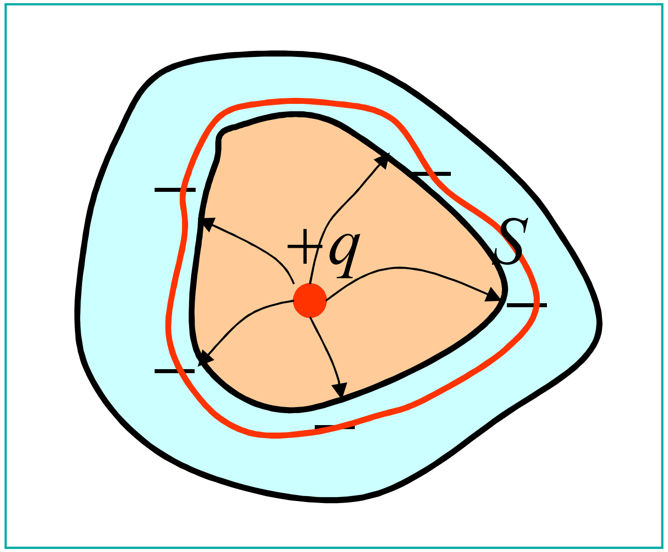
FIGURE 26-20 A large spark jumps to the car's body and then exits by moving across the insulated left front tire (note the flash there), leaving the person inside unharmed.





3) 空腔导体，腔内有电荷

紧贴内表面作高斯面 S



$$\oint_s \vec{E}_{内} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{内} = 0$$

$$\therefore \ \sum q_{内} = 0$$

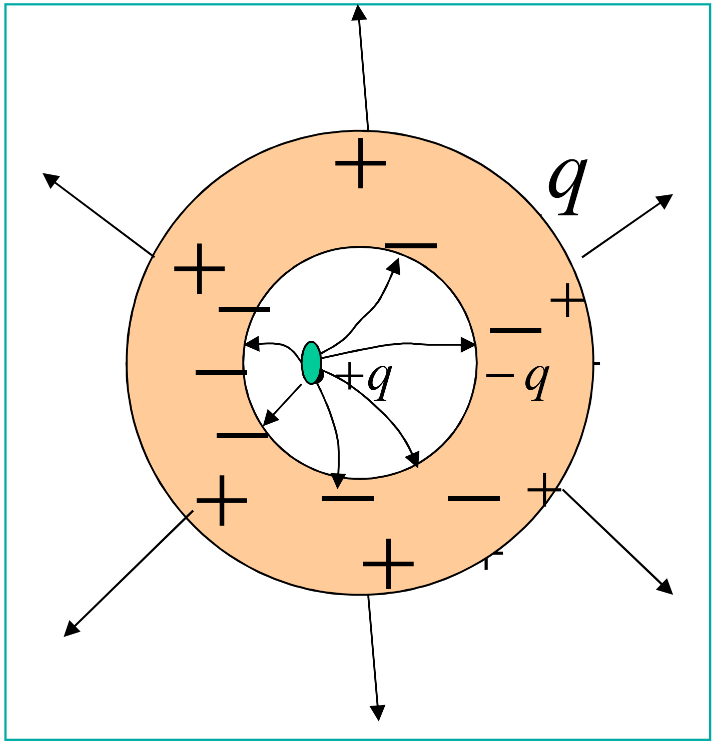
空腔内表面电荷与腔内电荷等值异号。

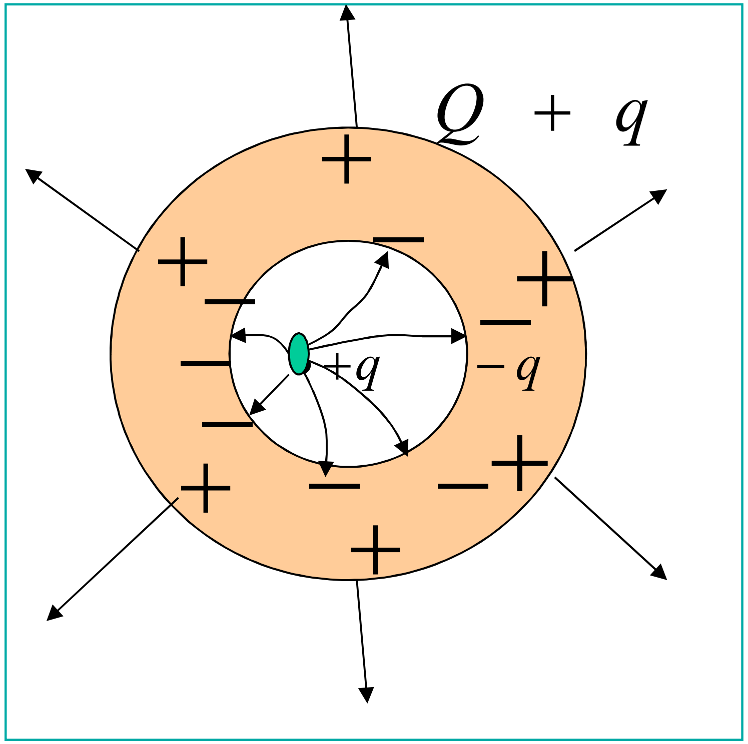
空腔外表面电荷由电荷守恒决定。

思考：

1) 空腔原不带电，腔内电荷 q，腔内、外表面电量？

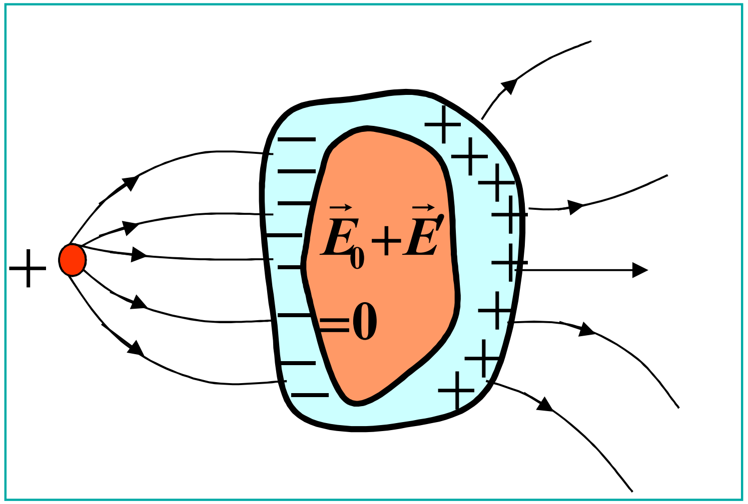
2) 空腔原带电 Q. 腔内电荷 q，腔内、外表面电量？

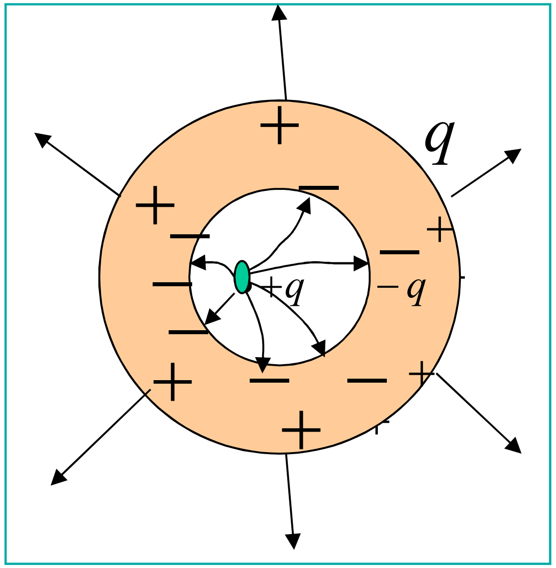


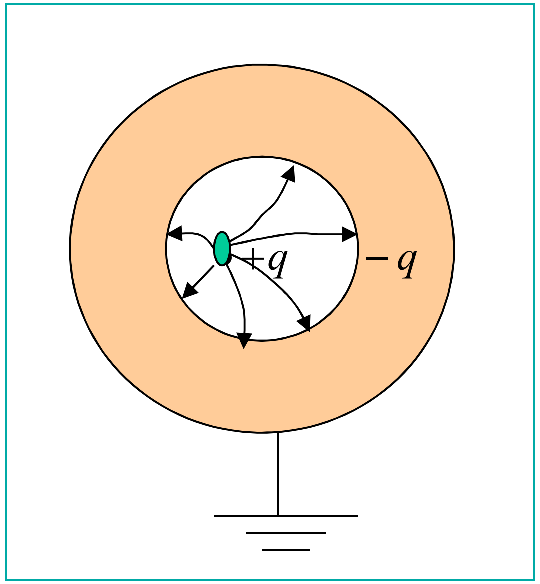


3) 空腔能屏蔽腔内电荷 q 的电场吗？

有什么办法能实现这种屏蔽？





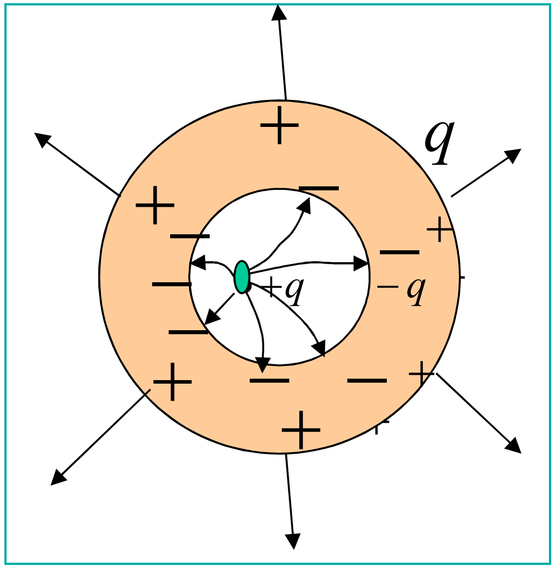


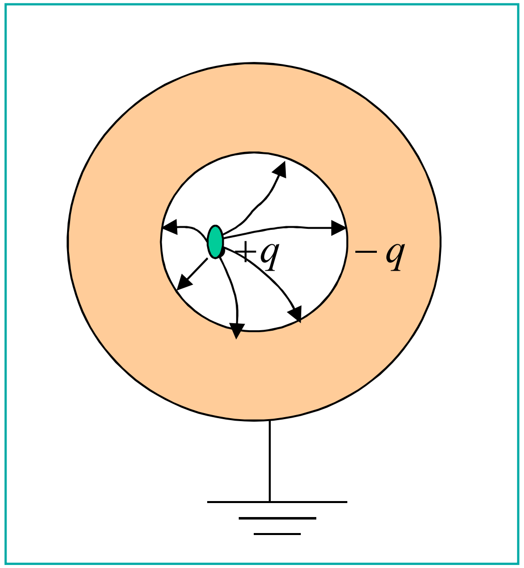
腔不接地：腔内不受腔外电荷影响

腔外要受腔内电荷影响

腔接地：内外电场互不影响。

4) 腔内电荷 q 的位置移动对 $\sigma_{内}$，$\sigma_{外}$，$\vec{E}_{内}$，$\vec{E}_{外}$ 分布有无影响？





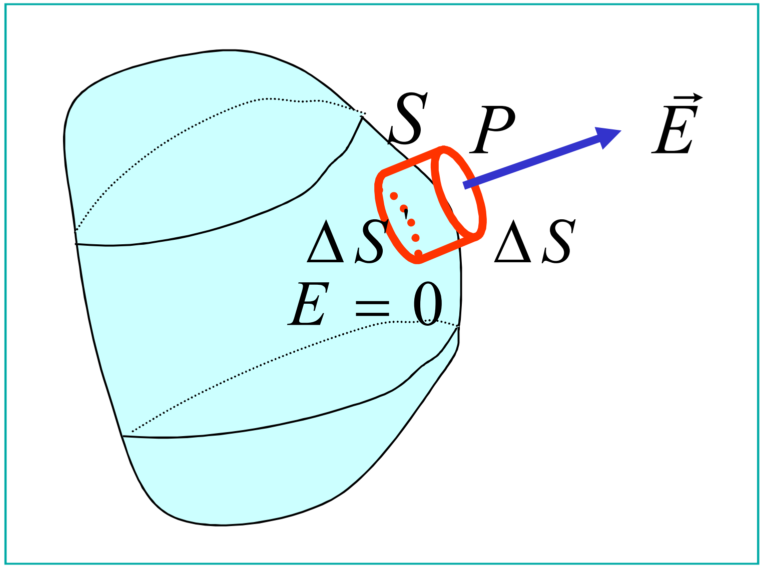
腔内电荷 q 的位置移动对 $\boldsymbol{\sigma}_{内}$，$\vec{\boldsymbol{E}}_{内}$，分布有影响；对 $\boldsymbol{\sigma}_{外}$，$\vec{\boldsymbol{E}}_{外}$ 分布无影响。

当静电平衡时，导体 $\rho=0$，净电荷只能分布于表面.

$$\sigma_{表}=?$$

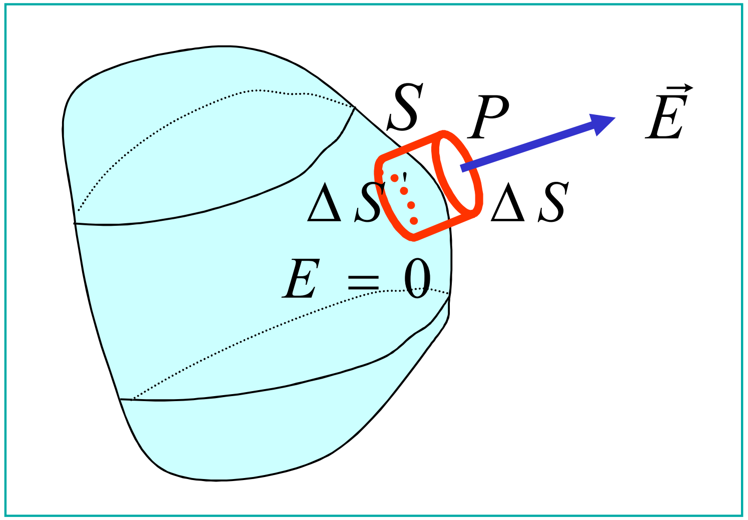
2. 静电平衡时导体表面电荷面密度与表面紧邻处场强成正比.

过表面紧邻处 P 作平行于表面的面元 ΔS，以 ΔS 为底，过 P 法向为轴，作如图高斯面 S 。



$$\oint_{s}\vec{E}\cdot d\vec{S}=\int_{\Delta S}\vec{E}\cdot d\vec{S}+\int_{\Delta S'}\vec{E}\cdot d\vec{S}+\int_{S_{侧}}\vec{E}\cdot d\vec{S}=E\Delta S=\frac{1}{\varepsilon_0}\cdot\sigma\Delta S$$

$$\boxed{\vec{E}_{内}=0} \qquad \boxed{\cos\theta=0}$$



$$\therefore \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}$$

思考：

〈1〉设带电导体表面某点电荷密度为 σ，外侧附近场强 $E = \sigma/\varepsilon_0$ ，现将另一带电体移近，该点场强是否变化？公式 $E = \sigma/\varepsilon_0$ 是否仍成立？

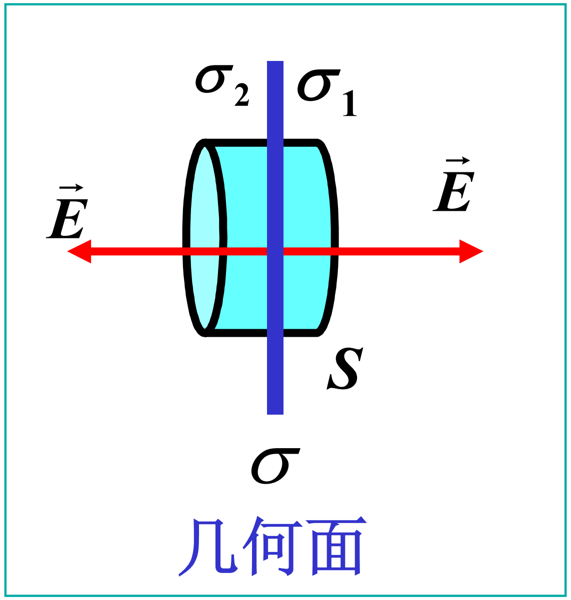
导体表面 σ 变化，外侧附近场强 $\boldsymbol{E}$ 变化，

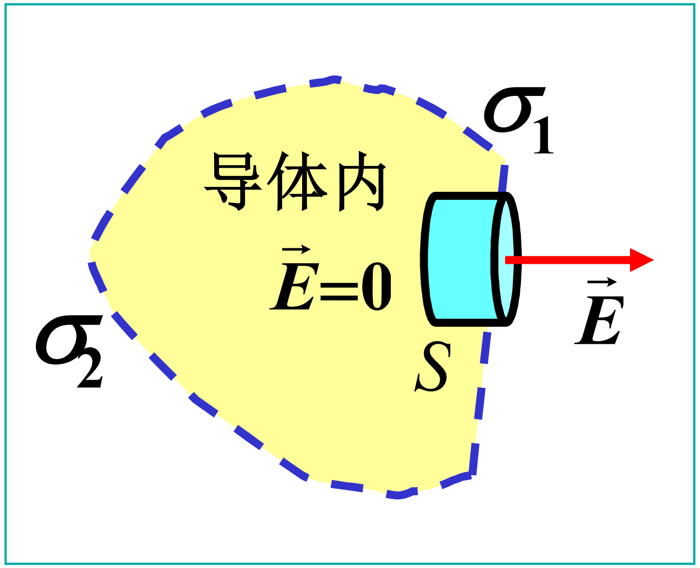
而 $E = \sigma/\varepsilon_0$ 仍然成立。

〈2〉无限大带电平面： $E=\sigma/2\varepsilon_0$

带电导体表面附近： $E=\sigma/\varepsilon_0$

$\left.\begin{matrix} E=\sigma/2\varepsilon_0 \\ E=\sigma/\varepsilon_0 \end{matrix}\right\}$ 是否矛盾？





$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=2E\Delta S=\frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}$$

如果计及带电面的厚度

式中 $\sigma=\sigma_1+\sigma_2\approx 2\sigma_1$

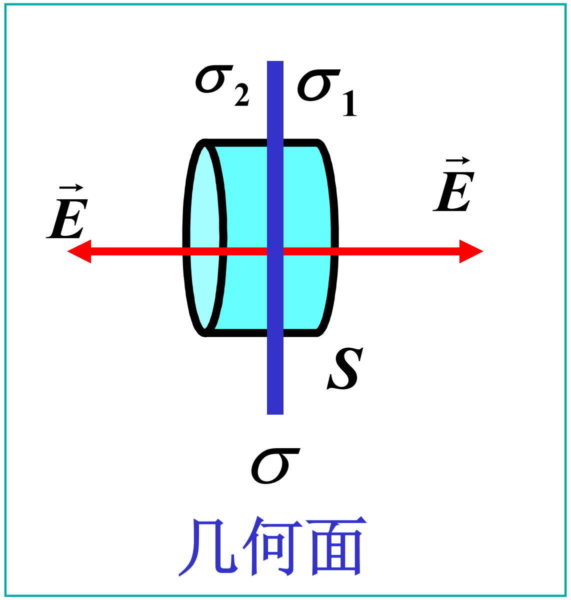
$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=E\Delta S=\frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}$$

式中 $\sigma=\sigma_1$，不产生矛盾

〈2〉无限大带电平面： $E=\sigma/2\varepsilon_0$

带电导体表面附近： $E=\sigma/\varepsilon_0$

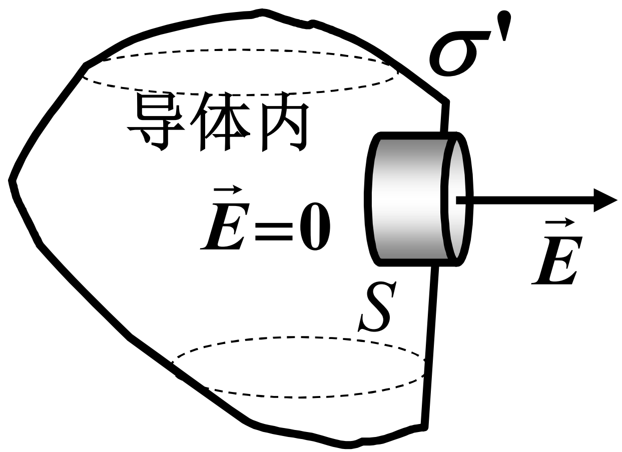
$\left.\begin{matrix} E=\sigma/2\varepsilon_0 \\ E=\sigma/\varepsilon_0 \end{matrix}\right\}$ 是否矛盾？



$$\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S}=2E\Delta S=\frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}$$

如果计及带电面的厚度

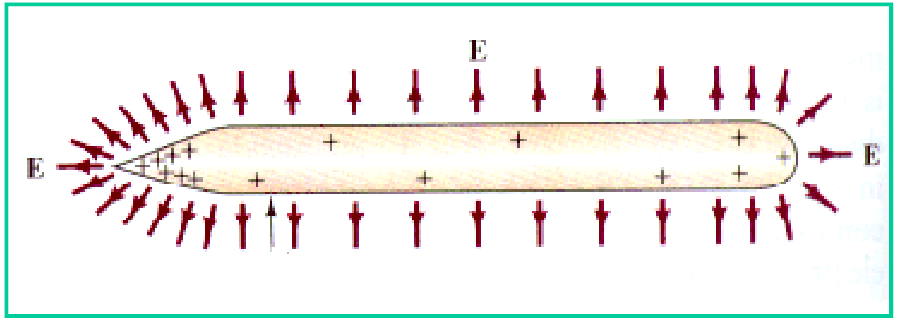
式中$\sigma=\ \sigma_1+\sigma_2\ \approx 2\sigma_1$

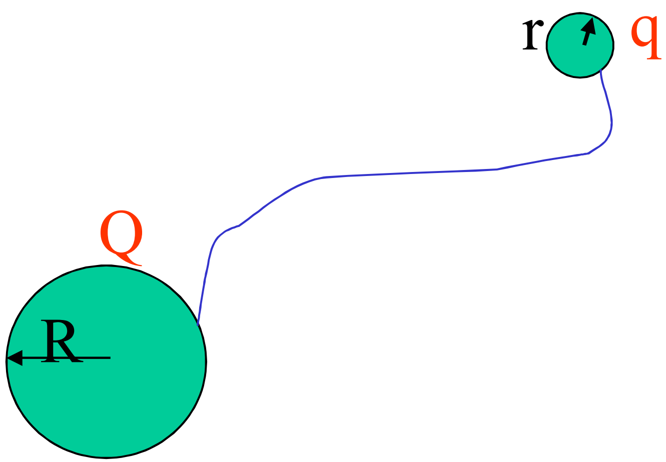


$$\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S}=E\Delta S=\frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}$$

式中 $\sigma=\sigma_1$ ，不产生矛盾。

3. 孤立导体 σ 与表面曲率有关 .





注意: 此结论只适用于孤立凸导体。

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

$$\frac{Q}{q} = \frac{R}{r} \qquad \frac{4\pi R^2\sigma_{大}}{4\pi r^2\sigma_{小}} = \frac{R}{r}$$

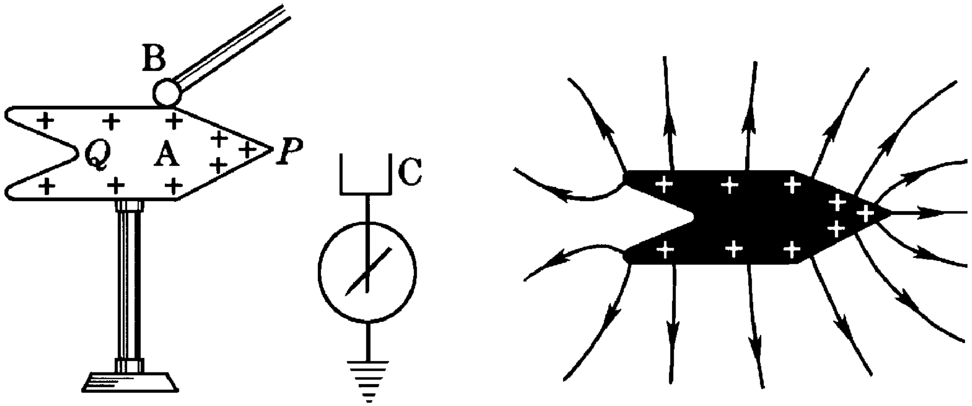
$$\boxed{\frac{\boldsymbol{\sigma}_{大}}{\boldsymbol{\sigma}_{小}} = \frac{\boldsymbol{r}}{\boldsymbol{R}}}$$

$$\sigma_{大}R = \sigma_{小}r = k$$

$$\sigma = k\frac{1}{r}$$

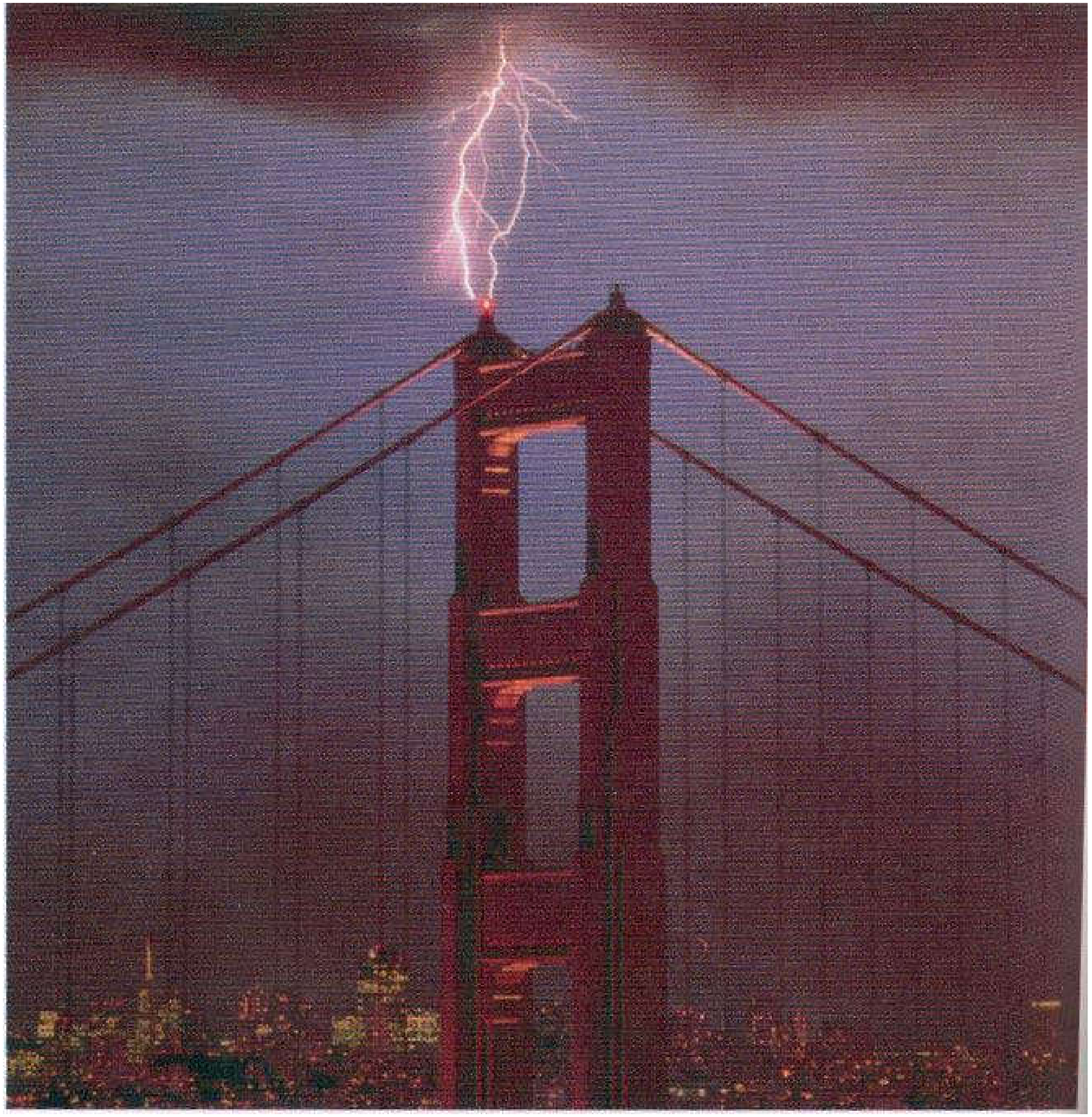
孤立导体电荷分布有以下定性规律

$$\sigma_e = \begin{cases} \text{表面凸出尖锐处（曲率 大）} \Rightarrow \text{大} \Rightarrow \text{E大} \\ \text{表面较平坦处（曲率小 ）} \Rightarrow \text{小} \quad \Rightarrow \text{E小} \\ \text{表面凹进去处（曲率为 负）} \Rightarrow \text{更小} \Rightarrow \text{E更小} \end{cases}$$



a　　　　b

- 尖端放电：如果场强大到可以使其周围空气电离——“尖端放电”。



雷击尖端

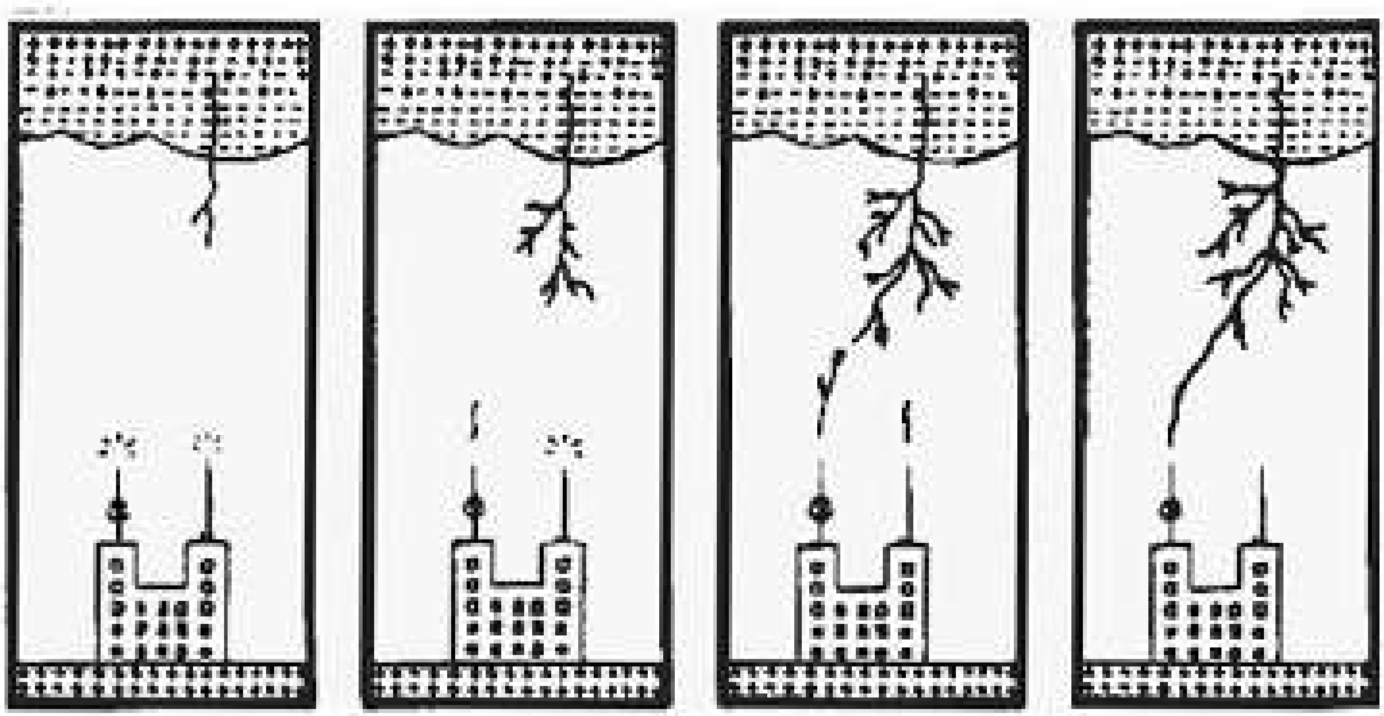


图 2-22　避雷针工作原理

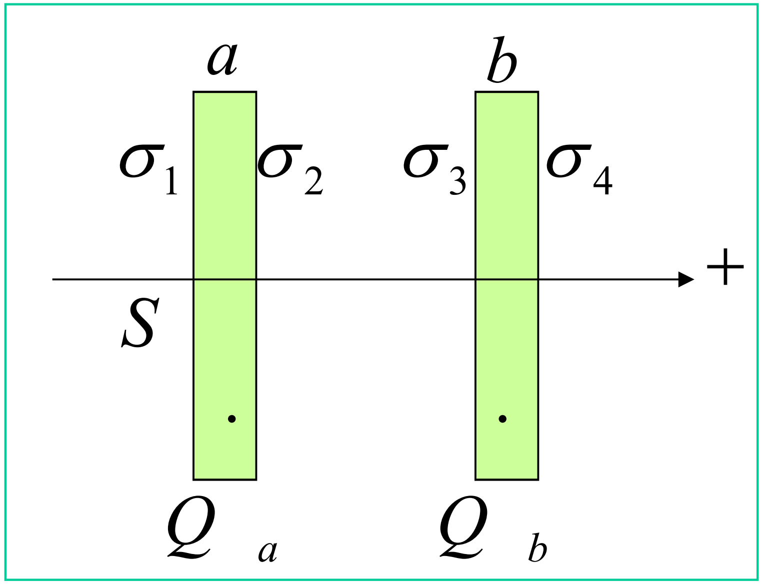
避雷针:一个柱子或基础结构，由它的顶到地有一垂直导体或它本身就是一到地的导体，其 目的通过引导与疏导，把闪雷电流释放到大地,栏截雷击使不落在其保护范围内的物体上，保护建筑物免遭直接雷击的破坏 .

三. 有导体存在时的 $\vec{E}$, U 分布

求解思路：

静电平衡条件 + 电荷守恒定律 → 导体上的电荷分布 → 计算 $\vec{E}$, U 分布（方法同前）

［例一］ 相距很近的平行导体板a,b ，分别带电Q_a, Q_b求电荷分布。



解：设平板面积为S

由电荷守恒：

$$\sigma_1 S + \sigma_2 S = Q_a \quad \textbf{(1)}$$

$$\sigma_3 S + \sigma_4 S = Q_b \quad \textbf{(2)}$$

由静电平衡条件：

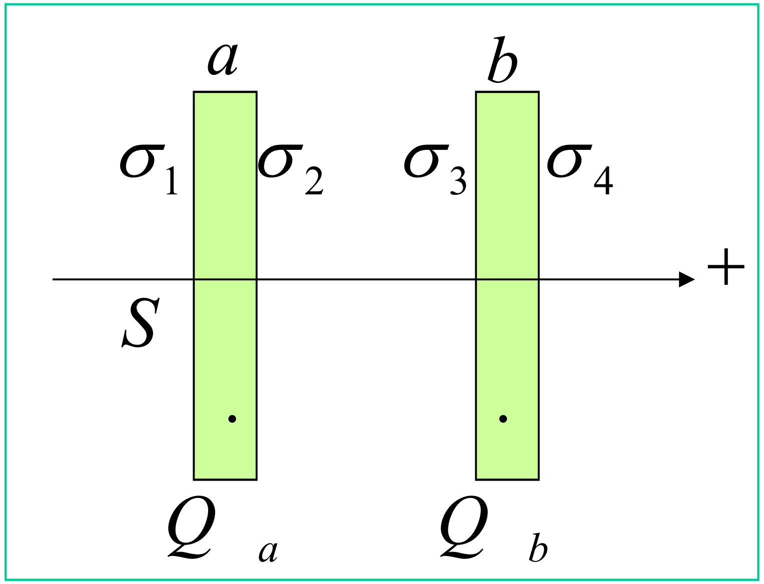
$$E_{a内} = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0} = 0 \qquad \textbf{(3)}$$

$$E_{b内} = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0} = 0 \qquad \textbf{(4)}$$

由(1)、(2)、(3)、(4)解得：

$$\sigma_1 = \sigma_4 = \frac{Q_a + Q_b}{2S}$$

$$\sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{Q_a - Q_b}{2S}$$



即：相背面 σ 等大同号，

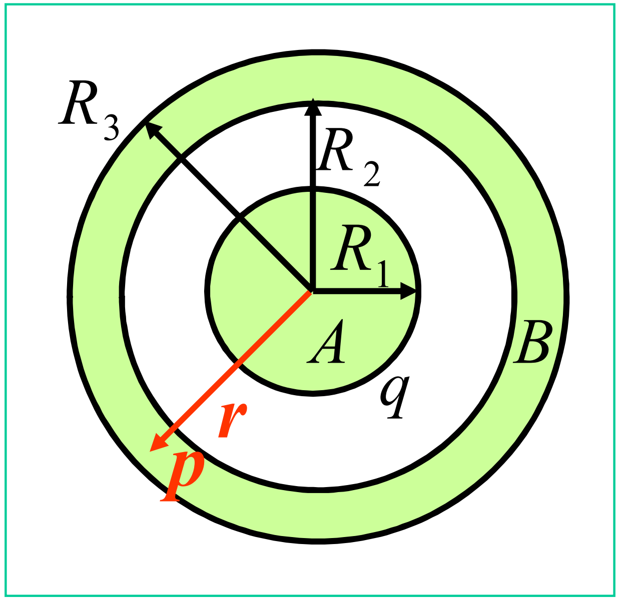
相对面 σ 等大异号。

[例二]带电量q、半径$\boldsymbol{R_1}$ 的导体球A外, 有一内半径$\boldsymbol{R_2}$、外半径$\boldsymbol{R_3}$的同心导体球壳$\boldsymbol{B}$, 求:

(1) 外球壳的电荷分布及电势

(2) 将$\boldsymbol{B}$接地再重新绝缘，结果如何?

(3) 再将A球接地，B电荷分布及电势如何变化?

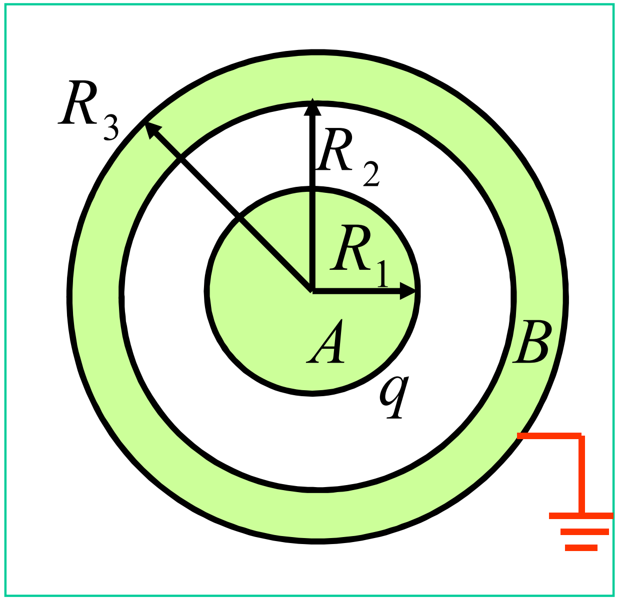


解: (1) $q_{B内} = -q$;

$$q_{B外} = q$$

$$U_B = U_P = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{(-q)}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$



(2) B 接地 $U_B = U_{地} = 0$

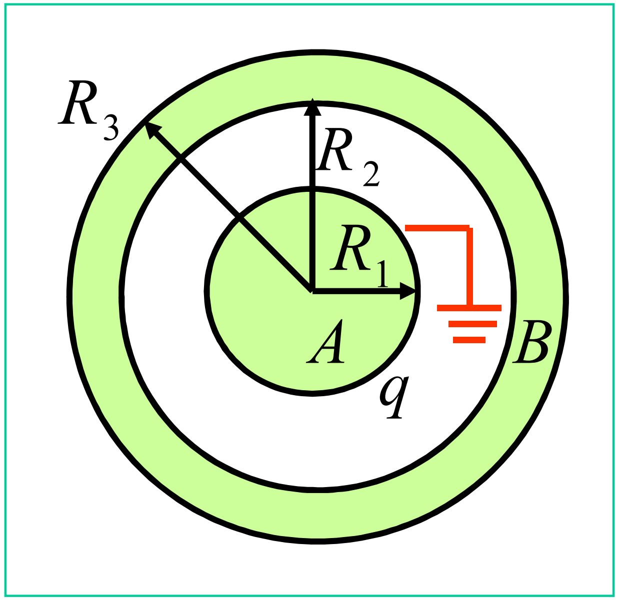
$q_{B内} = -q \qquad q_{B外} = 0$

(3) *A*球电荷入地

***B*球壳-*q*分布于表面，对吗？**

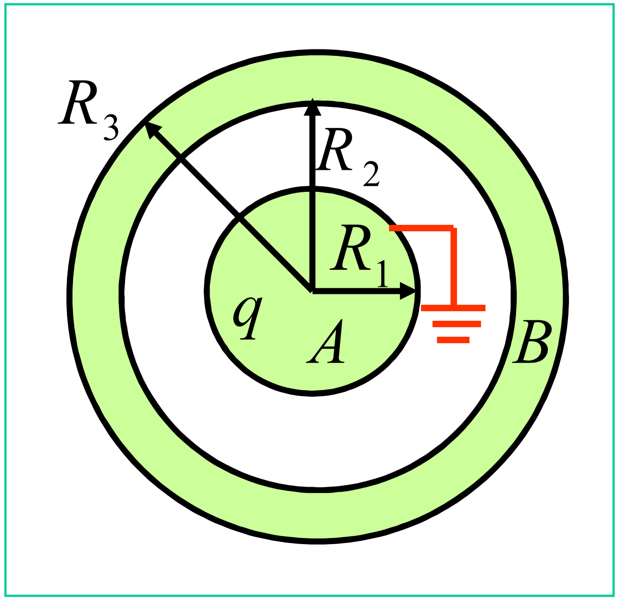
设A 带电 q' 则

$$q_{B内} = -q' \ , \quad q_{B外} = q' - q$$



由：

$$U_A = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{-q'}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{q'-q}{4\pi\varepsilon_0 R_3} = 0$$



$$q' = \frac{R_1R_2q}{R_2R_3 - R_1R_3 + R_1R_2} < q$$

即 A所带部分电荷入地。

$$q_{B外} = q' - q = \frac{(R_1 - R_2)R_3q}{R_2R_3 - R_1R_3 + R_1R_2} < 0$$

$$U_B = \frac{q_{B外}}{4\pi\varepsilon_0 R_3} = \frac{(R_1 - R_2)\cdot q}{4\pi\varepsilon_0(R_2R_3 - R_1R_3 + R_1R_2)} < 0$$

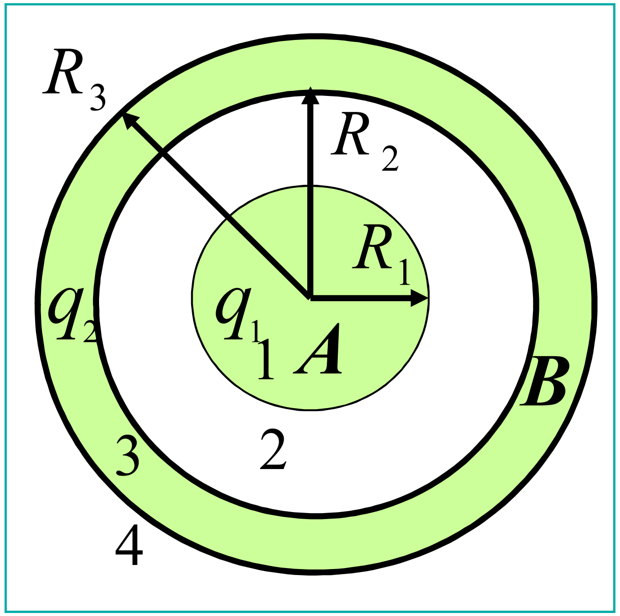
$$\therefore\ U_B \downarrow$$

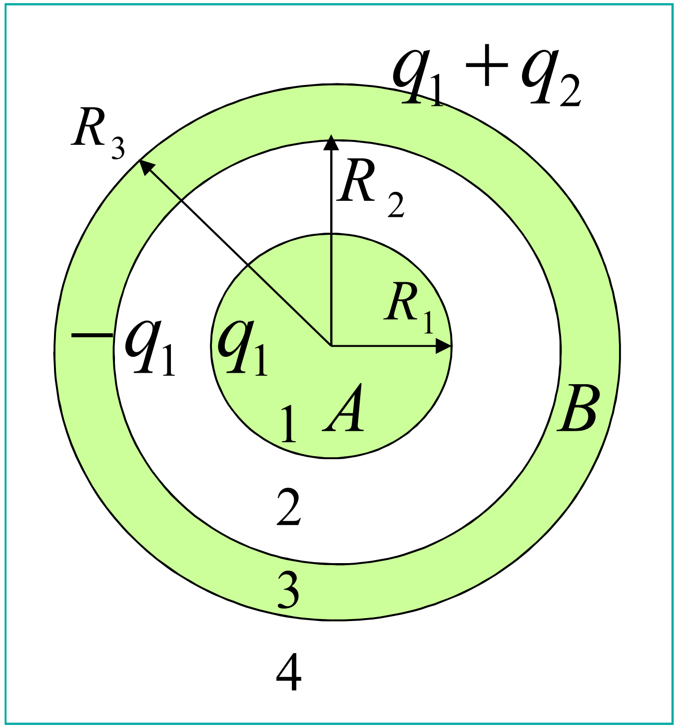
[例三] 若$\boldsymbol{A}$带电$\boldsymbol{q}_1$，$\boldsymbol{B}$带电$\boldsymbol{q}_2$，求：

(1) 图中1，2，3，4 各区域的$\boldsymbol{E}$和U分布，并画出$\boldsymbol{E} \sim r$和$U \sim r$ 曲线.

(2) 若将球与球壳用导线连接，情况如何？

(3) 若将外球壳接地，情况如何？





(1)

$$q_A=q_1 \quad q_{B内}=-q_1 \quad q_{B外}=q_1+q_2$$

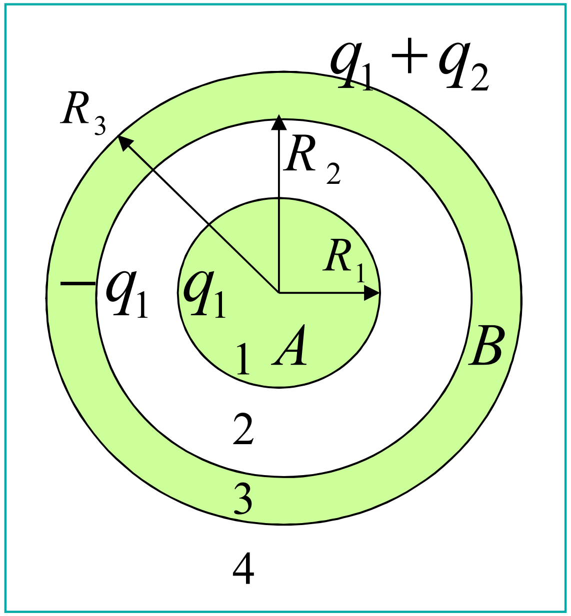
$$E_1=0 \qquad E_2=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}$$

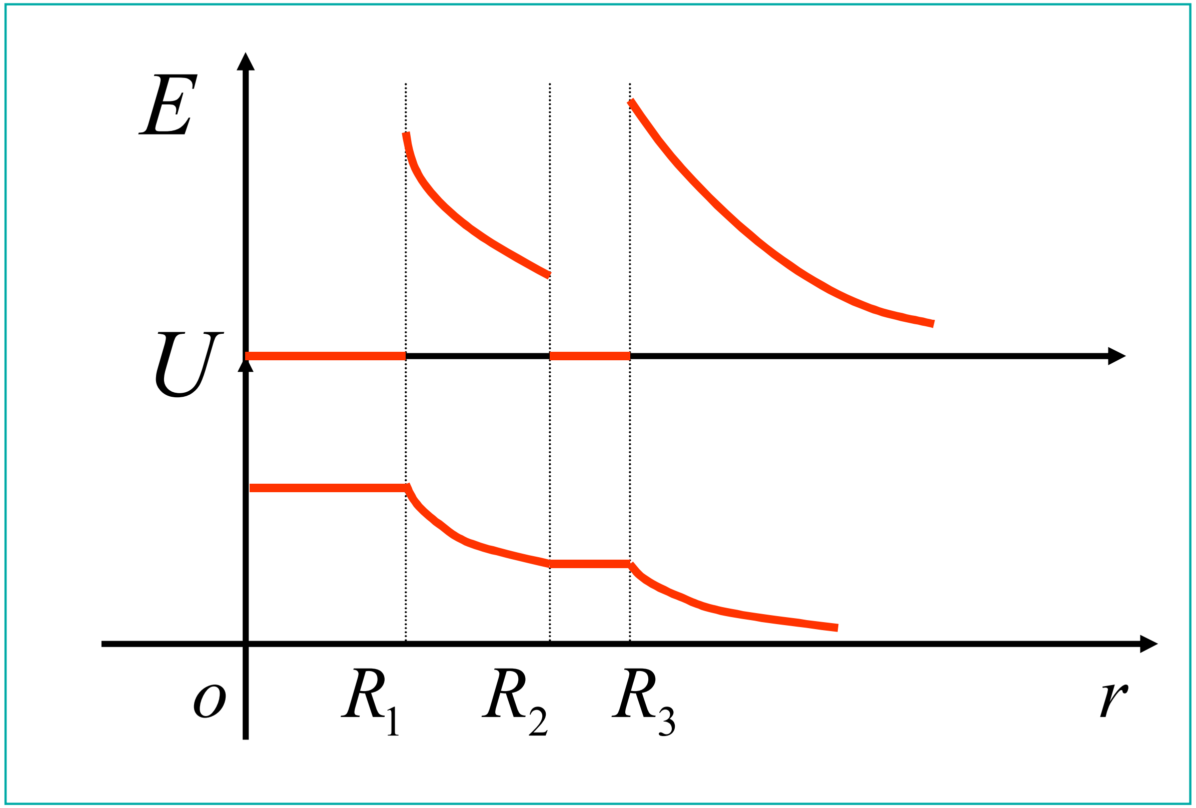
$$E_3=0 \qquad E_4=\frac{q_1+q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_4^2}$$

$$U_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{R_1}-\frac{q_1}{R_2}+\frac{q_1+q_2}{R_3}\right) \quad ; \quad U_3=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1+q_2}{R_3}$$

$$U_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_2}-\frac{q_1}{R_2}+\frac{q_1+q_2}{R_3}\right) \quad ; \quad U_4=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1+q_2}{r_4}$$

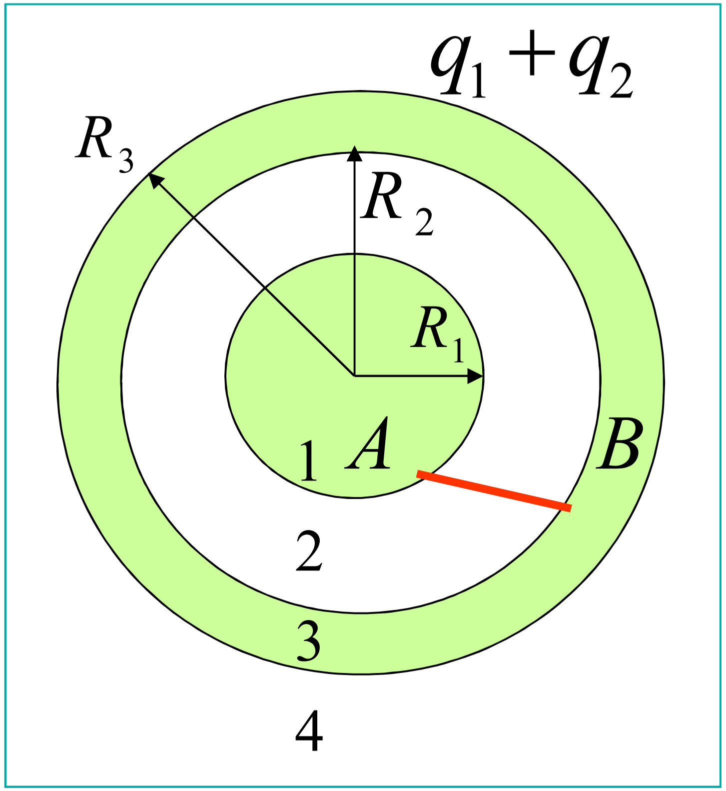
$E-r$, $U-r$ 曲线





(2)若将球与球壳用导线连接，情况如何？

$$q_A = q_{B内} = 0 \quad ; \quad q_{B外} = q_1 + q_2$$



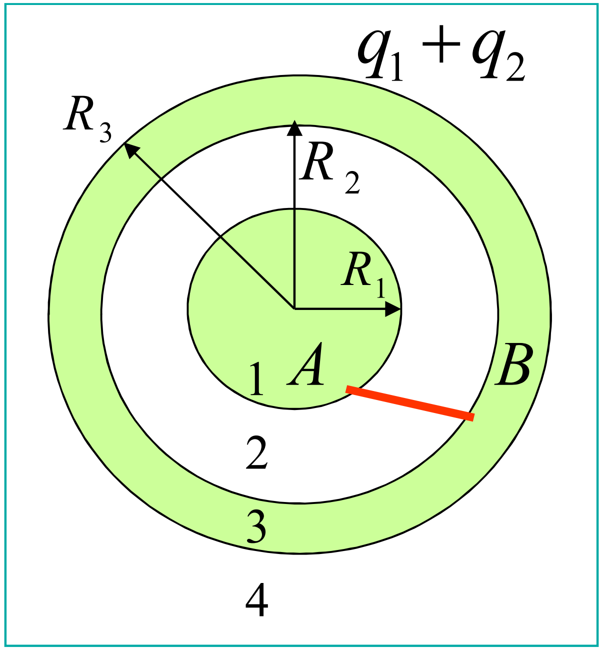
$$E_1 = E_2 = E_3 = 0$$

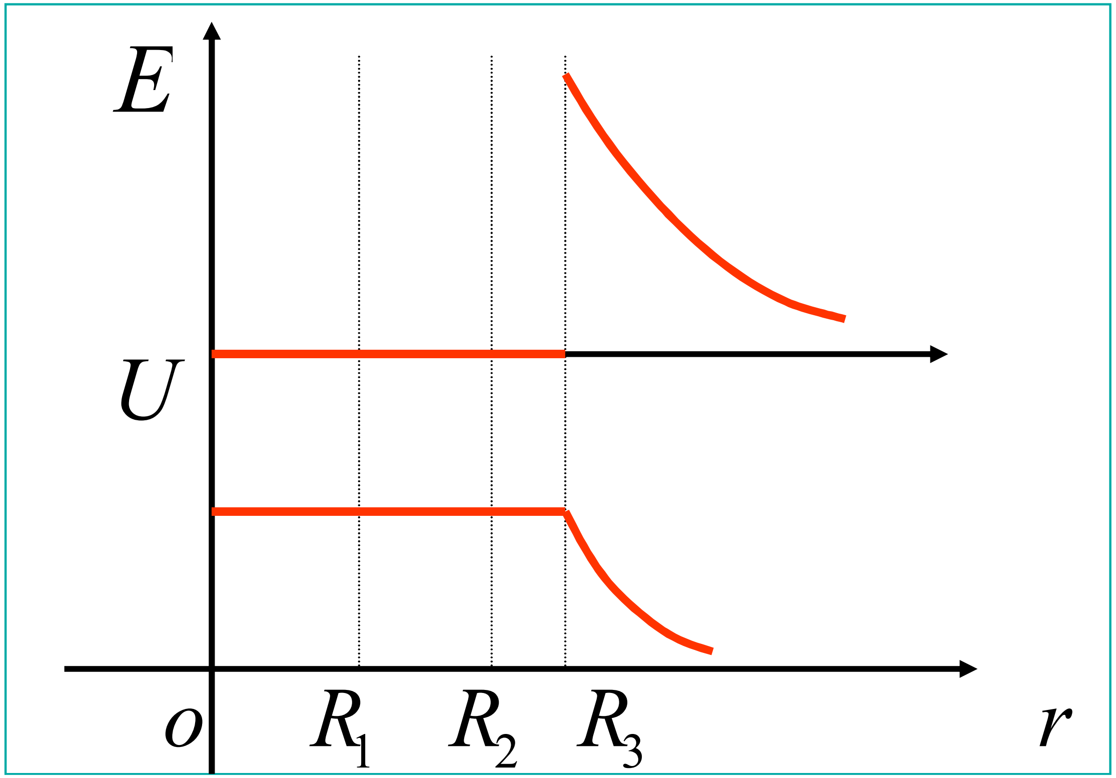
$$E_4 = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_4^2}$$

$$U_1 = U_2 = U_3 = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

$$U_4 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 + q_2}{r_4}$$

$E-r$, $U-r$ 曲线





(3)若将外球壳接地，情况如何？

$$q_A = q_1 \quad q_{B内} = -q_1 \quad q_{B外} = 0$$

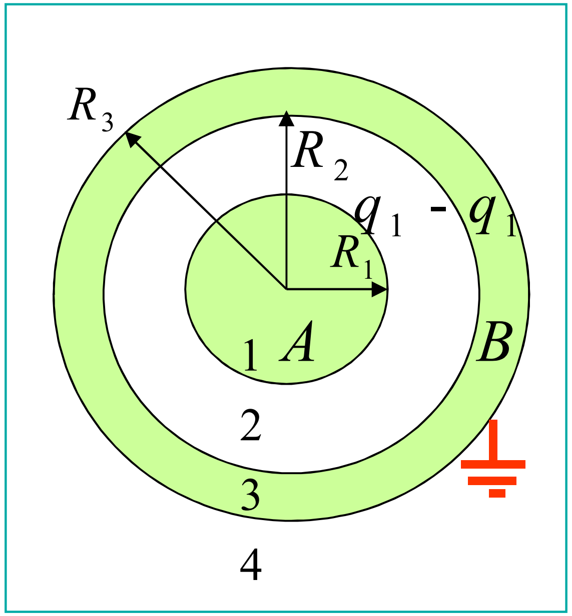
$$E_1 = 0 \quad E_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} \quad E_3 = E_4 = 0$$

$$U_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{R_1} - \frac{q_1}{R_2}\right)$$

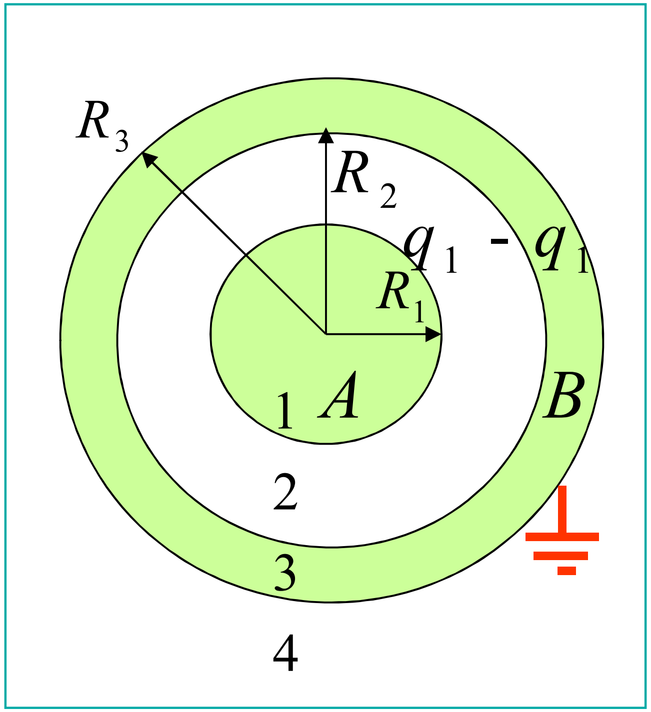
$$U_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_2} - \frac{q_1}{R_2}\right)$$

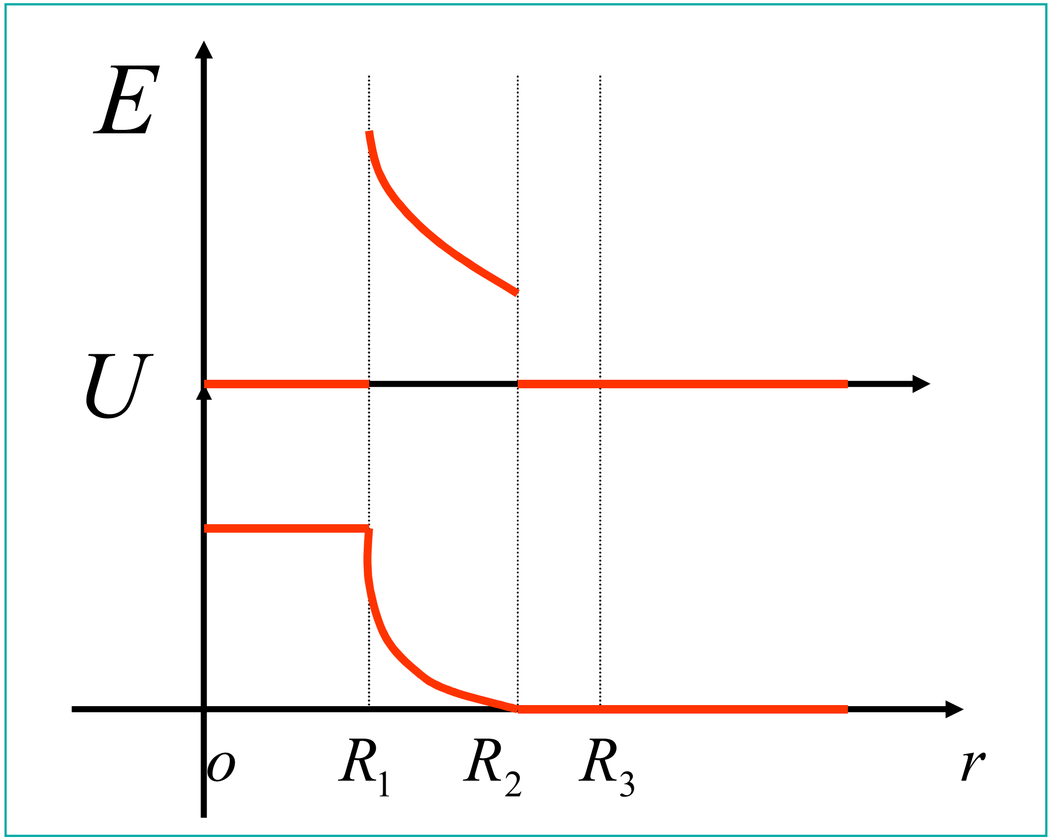
$$U_3 = 0$$

$$U_4 = 0$$



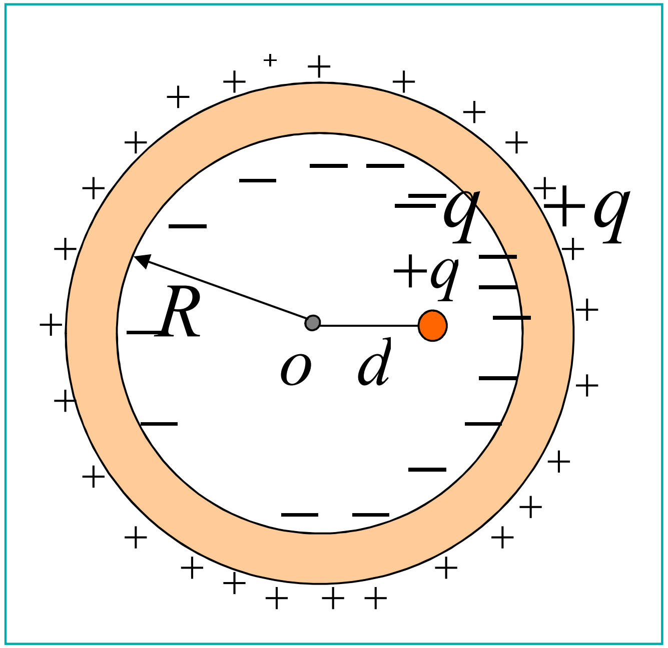
$E-r$, $U-r$ 曲线

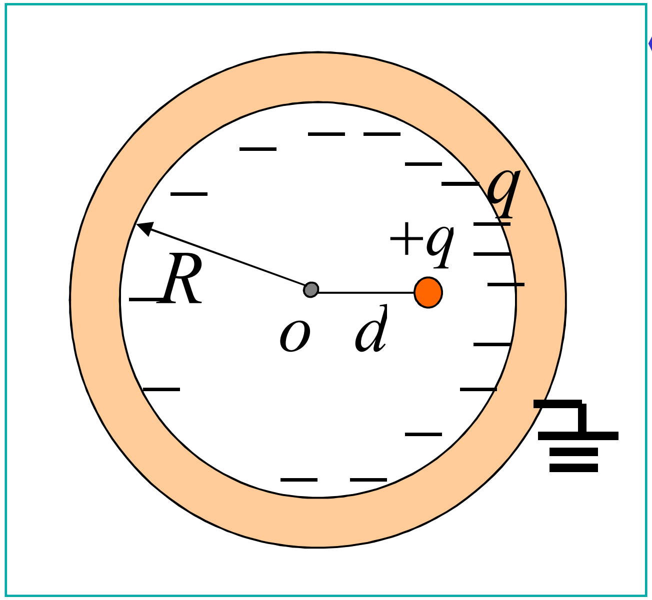




［例三］ 内半径为 R 的导体球壳原来不带电，在腔内离球心距离为d $(d < R)$ 处，固定一电量 $+q$的点电荷，用导线将球壳接地后再撤去地线，求球心处电势.

解：〈1〉画出未接地前的电荷分布图.





〈2〉外壳接地后电荷分布如何变化？

$$U_{壳}=U_{地}=U_{+q}+U_{内壁}+U_{外壁}=0$$

$$q_{外壁}=0$$

内壁电荷分布不变

〈3〉由叠加法求球心处电势

$$U_0=U_{+q}+U_{内壁}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}+\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{R}\right)$$

[例四]　实验表明，在靠近地面处有相当强的电场，电场强度 $\vec{E}$ 垂直于地面向下，大小约为 $100\ \mathrm{N/C}$；在离地面 $1.5\ \mathrm{km}$ 高的地方，$\vec{E}$ 也是垂直于地面向下的，大小约为**2 5 N/C**。

〈**1**〉试计算从地面到此高度大气中电荷的平均体密度.

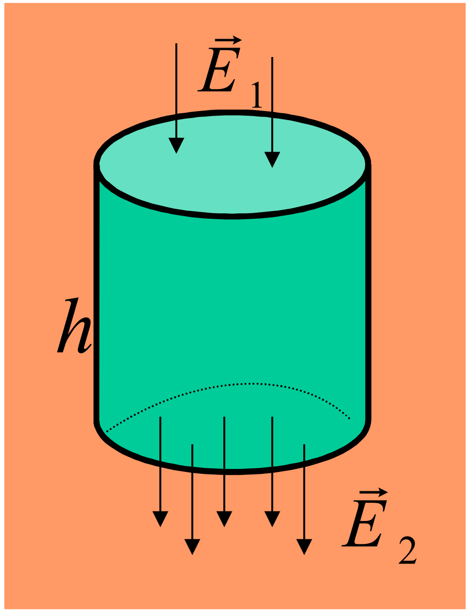
〈**2**〉假设地球表面处的电场强度完全是由均匀分布在地表面的电荷产生，求地面上的电荷面密度。

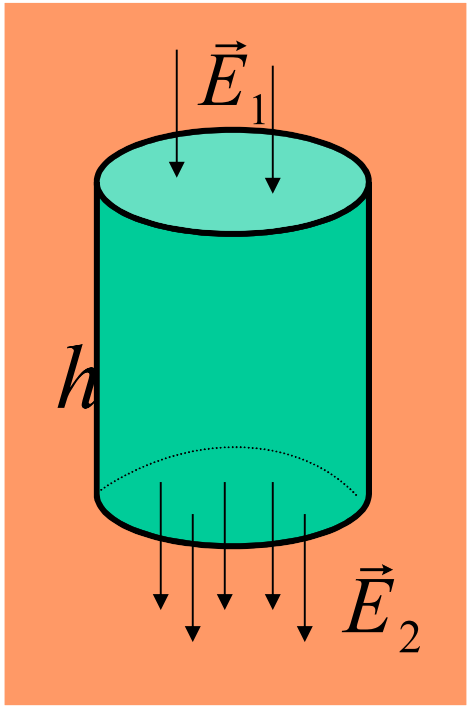
解：地球——球对称，

离地面不远处（ $h \ll R$ ）—— 面对称

可以用高斯定理求解，

如何选择高斯面？





〈1〉作底面平行于地面，高 **h=1500m** 的直圆柱为高斯面．

由高斯定理：

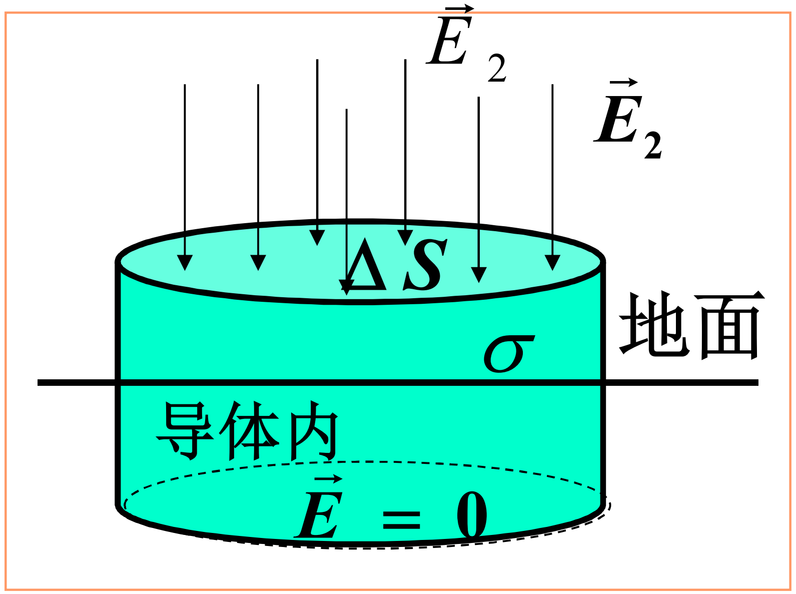
$$\oint_s \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = E_2\Delta S - E_1\Delta S$$

$$= \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{内} = \frac{1}{\varepsilon_0}\overline{\rho} h\Delta S$$

$$\overline{\rho} = \frac{\varepsilon_0(E_2 - E_1)}{h} = \frac{8.85\times 10^{-12}}{1.5\times 10^3}\times(100 - 25)$$

$$= 4.43\times 10^{-13}\,(\mathrm{C}\cdot\mathrm{m}^{-3})$$

〈2〉作高斯面如图



由高斯定理:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = -E_2\Delta S = \frac{1}{\varepsilon_0}\overline{\sigma}\cdot\Delta S$$

$$\overline{\sigma} = -\varepsilon_0 E_2 = -8.85\times 10^{-12}\times 100$$

$$= -8.85\times 10^{-10}\,(\mathrm{C}\cdot\mathrm{m}^{-2})$$