# 第三篇 相互作用和场

本篇内容:

第九章　电相互作用和静电场

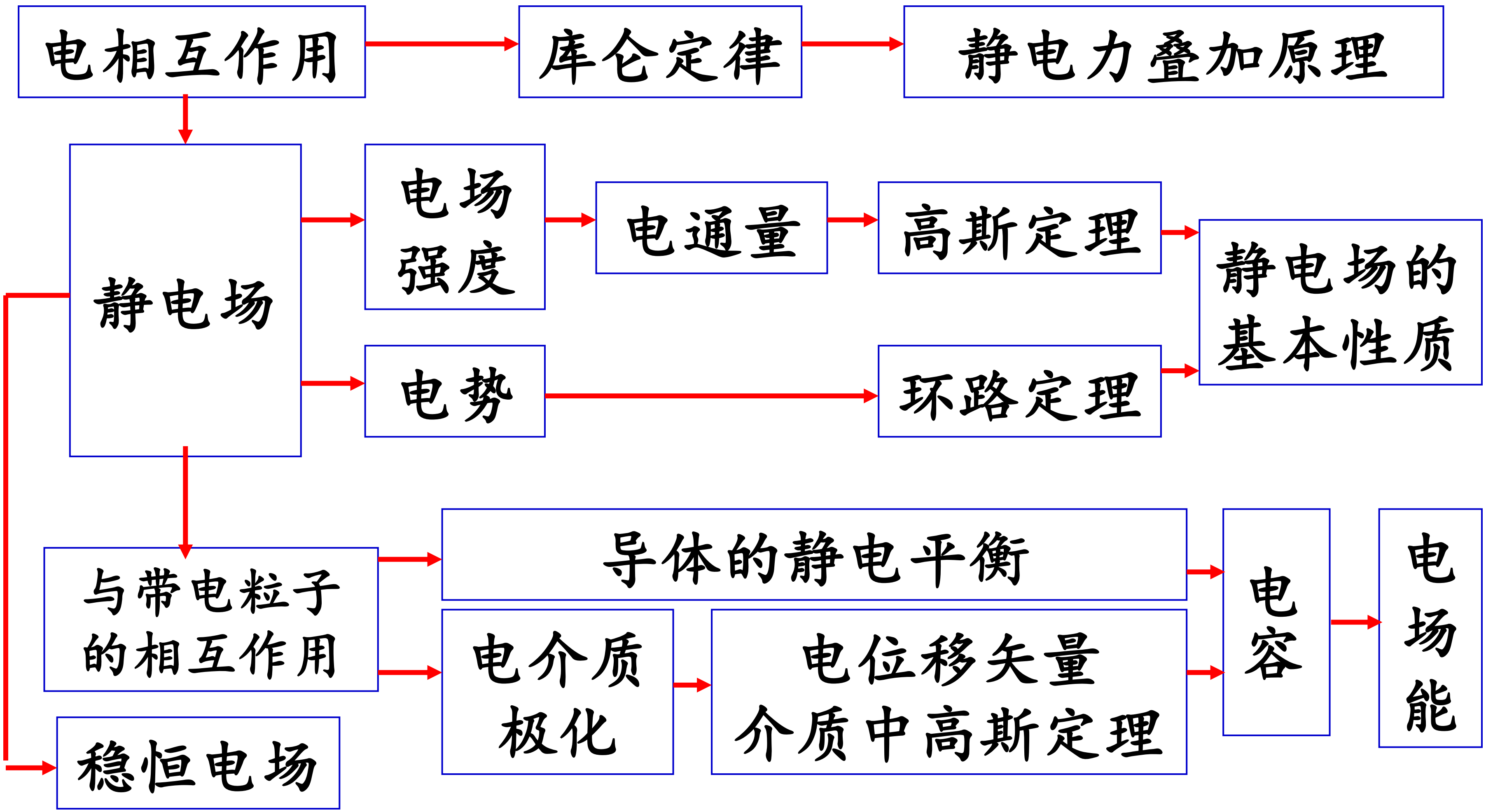
第十章　运动电荷间的相互作用和稳恒磁场

第十一章 变化中的磁场和电场

第十二章 引力相互作用、强弱相互作用

# 第九章　电相互作用和静电场

结构框图：



重点：

1. 两条基本实验定律：库仑定律，静电力叠加原理。

2. 两个基本物理量：电场强度 $\vec{E}$，电势 $U$ 。

3. 两条基本定理：静电场高斯定理，环路定理。

揭示静电场基本性质。

（有源场、保守场）

4. 静电场与物质（导体和电介质）的相互作用。

5. 稳恒电场。

难点：求解 $\vec{E}$，$U$ 分布；

静电场的基本性质；

导体和电介质中的电场。

学时：14

# 第一节　库仑定律　静电场

一、库仑定律

二、电场力叠加原理

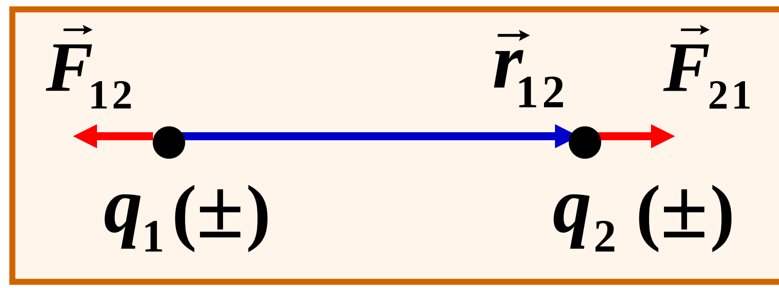
三、静电场

# 一、库仑定律

相对观察者

中学：真空中，两个静止的点电荷间相互作用力

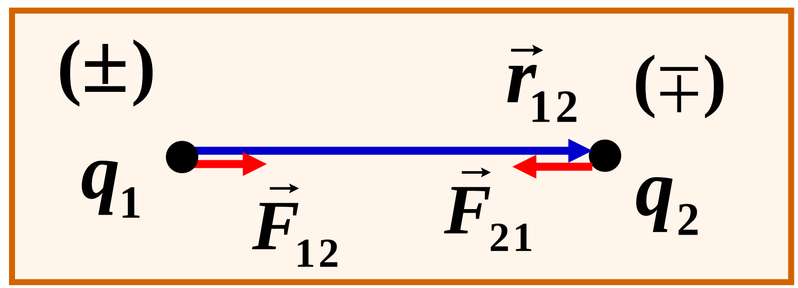
$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2}$$ 静电力恒量 $k=9\times10^9\,\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}$




写成矢量式：

$$\vec{F}_{21}=k\frac{q_1q_2}{r^2}\left(\frac{\vec{r}_{12}}{r}\right)$$

$$\vec{F}_{12}=-k\frac{q_1q_2}{r^2}\left(\frac{\vec{r}_{12}}{r}\right)$$




$$\vec{F}=k\frac{q_1q_2\vec{r}}{r^3}=k\frac{q_1q_2}{r^2}\vec{r}_0$$

$\vec{r}=r\vec{r}_0$，$\vec{r}_0$是单位矢量


注意：$\vec{r}_0$、$\vec{r}$由施力电荷指向受力电荷

引入真空电容率(1986年推荐值)：

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8\cdot 854187817\times 10^{-12}\,\mathrm{C}^2\mathrm{N}^{-1}\mathrm{m}^{-2}$$

目的：使后面的大量电磁学公式不出现$4\pi$因子

$$\boxed{\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2 \vec{r}}{r^3} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{r}_0}$$

大小：$F = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_1 q_2}{r^2}$

方向：沿连线，同号电荷相斥，异号电荷相吸。

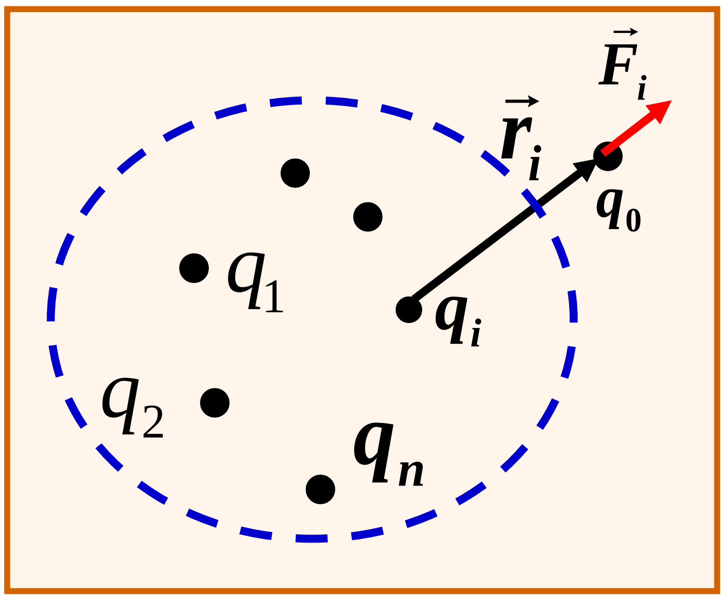
适用范围：目前认为带电体间距离在$10^{-15}\mathrm{m}-10^{7}\mathrm{m}$范围均成立。

## 二、电场力叠加原理

两点电荷间相互作用力不因其它电荷的存在而改变。

**电场力叠加原理：**

点电荷系对某点电荷的作用等于系内各点电荷单独存在时对该电荷作用的矢量和。




$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{q_0 q_i \vec{r}_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^3}$$

# 三、静电场

## 1. “场”概念的建立和发展

力的超距作用观点：

电荷 ⇄ 电荷　　否认

场论观点(近距作用观点)：

电场：带电体周围存在着的传递电力的中间物质。

电荷 ⇄ 电场 ⇄ 电荷　　承认

## 2. 静电场：

定义：相对于观察者静止的带电体周围的电场。

特点：电场分布不随时间变化。

对外表现：

(1) 场中任何带电体都受电场力作用。

—— 动量传递

(2) 带电体在电场中移动时，场对带电体做功。

—— 能量传递

用$\vec{E}$、$U$来分别描述静电场的上述两项性质

# 第二节　电场强度

一、电场强度

二、场强叠加原理

三、计算场强$\vec{E}$分布的基本方法

四、几种典型带电体的电场

场源电荷：产生电场的点电荷、点电荷系或带电体。

检验电荷：电量足够小的点电荷。

略去对场源电荷分布的影响　与各场点对应

## 一、电场强度

定义：$\boxed{\vec{E}=\dfrac{\vec{F}}{q_0}}$

大小：等于单位检验电荷在该点所受电场力

方向：与 $+q_0$ 受力方向相同

单位：N/C；V/m。

注意：正电荷受力方向与电场强度方向相同，负电荷受力方向与电场强度方向相反。

## 二、场强叠加原理

由电场力叠加原理：

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n$$

得：
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{\vec{F}_1}{q_0} + \frac{\vec{F}_2}{q_0} + \cdots + \frac{\vec{F}_n}{q_0}$$

$$= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n = \sum_i \vec{E}_i$$

静电场强叠加原理：点电荷系电场中某点总场强等于各点电荷单独存在时在该点产生的场强矢量和。

注意：$\vec{E}$ 为空间矢量函数

▲ 研究静电场也就是研究各种场源电荷的 $\vec{E}(r)$ 分布

## 三、计算场强$\vec{E}$分布的基本方法

计算 $\vec{E}$ 方法：

- 由定义求.
- 由点电荷 $\vec{E}$公式和 $\vec{E}$ 叠加原理求.
- 由高斯定理求.
- 由$\vec{E}$与 $U$ 的关系求.

**基本方法：**已知场源电荷分布：

将带电体看成许多点电荷的集合 ➡ 点电荷 $\vec{E}$公式和 $\vec{E}$ 叠加原理 ➡ 原则上可求出任意场源电荷的 $\vec{E}$分布

## 1. 点电荷：

$$\vec{F}=\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r} \quad \Rightarrow \quad \vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{r}_0$$

其中：$\vec{r}$和$\vec{r}_0$由场源电荷$q$指向空间场点(检验电荷$q_0$处)

$\vec{E}$的大小（代数量）：$E=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

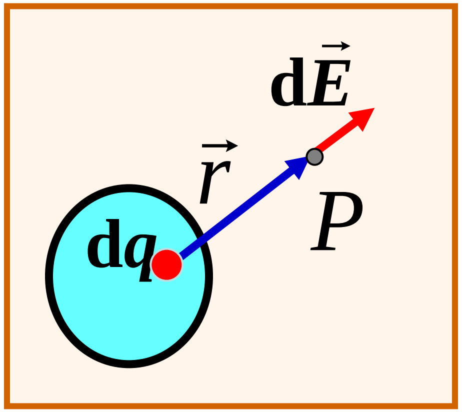
$\vec{E}$ 的方向：$q>0$，沿连线由场源电荷指向场点；

$q<0$，沿连线由场点指向场源电荷。


## 2. 点电荷系：

$$\vec{E}=\sum_i \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^3}\vec{r}_i$$

## 3. 连续带电体




**微元分析法：**

$$\mathrm{d}\vec{E}=\frac{\vec{r}\,\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

注意：计算时若不知道电荷$q$的正负，假设它为正，$\vec{E}$的方向与$\vec{r}$相同，由$q$指向场点$P$。

$$\vec{E}=\int \mathrm{d}\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\vec{r}\,\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\vec{r}\,\mathrm{d}q}{r^3}$$

作笔记

其中：电荷元 $\mathrm{d}q=\begin{cases}\lambda\,\mathrm{d}l\\ \sigma\,\mathrm{d}S\\ \rho\,\mathrm{d}V\end{cases}$

直角坐标系：$\begin{cases}E_x=\int \mathrm{d}E_x\\ E_y=\int \mathrm{d}E_y\\ E_z=\int \mathrm{d}E_z\end{cases}$

$$\vec{E}=E_x\vec{i}+E_y\vec{j}+E_z\vec{k}$$

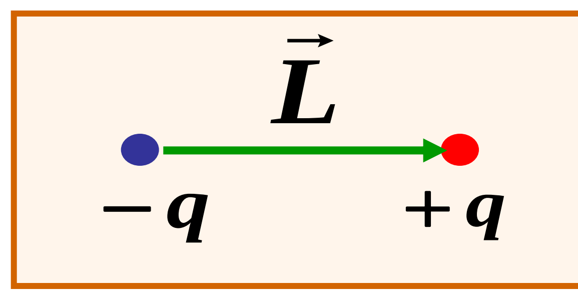
## 四、几种典型带电体的电场

例1 ($P_{190}$ 例1)：求电偶极子的电场。

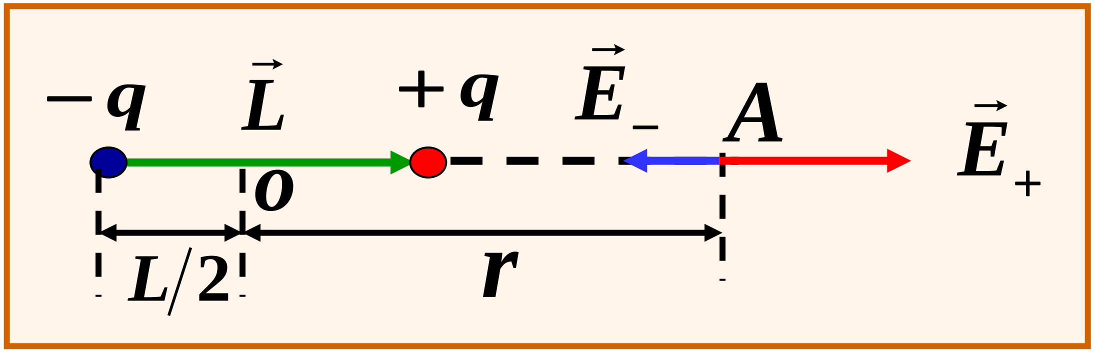
电偶极子：相距很近的等量异号电荷。

描述其性质—电偶极矩：

$$\vec{p} = q\vec{L}$$



## 1. 轴线延长线上$A$的场强

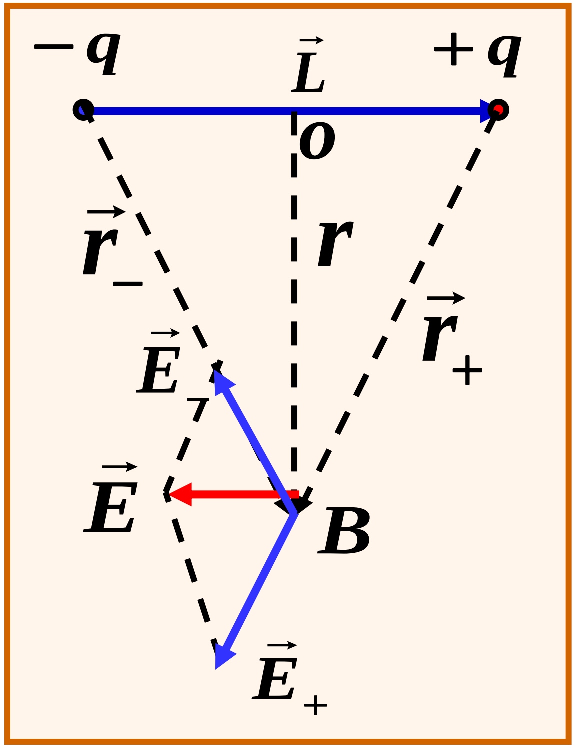



$$E = E_+ + E_- = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(r-\frac{L}{2})^2} - \frac{1}{(r+\frac{L}{2})^2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2rL}{(r^2-\frac{L^2}{4})^2} \overset{r>>L}{=} \frac{p}{2\pi\varepsilon_0 r^3}$$

$$\therefore \vec{E} = \frac{\vec{p}}{2\pi\varepsilon_0 r^3}$$

## 2. 中垂面上$B$的场强




$$\vec{E}=\vec{E}_+ + \vec{E}_- = \frac{q\,\vec{r}_+}{4\pi\varepsilon_0 r_+^3} + \left(-\frac{q\,\vec{r}_-}{4\pi\varepsilon_0\, r_-^3}\right)$$

$$\approx -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\, r^3}(\vec{r}_- - \vec{r}_+) \quad = -\frac{q\,\vec{L}}{4\pi\varepsilon_0\, r^3}$$

$$= -\frac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

## 3. 一般情况：

$$E=\frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{1+3\cos^2\varphi}$$

（过程见第206页［例1］）

例2(P191例2)：已知均匀带电细棒的电荷线密度为$\lambda$，求场点$P(a,\theta_1,\theta_2)$的电场$\vec{E}_P$。

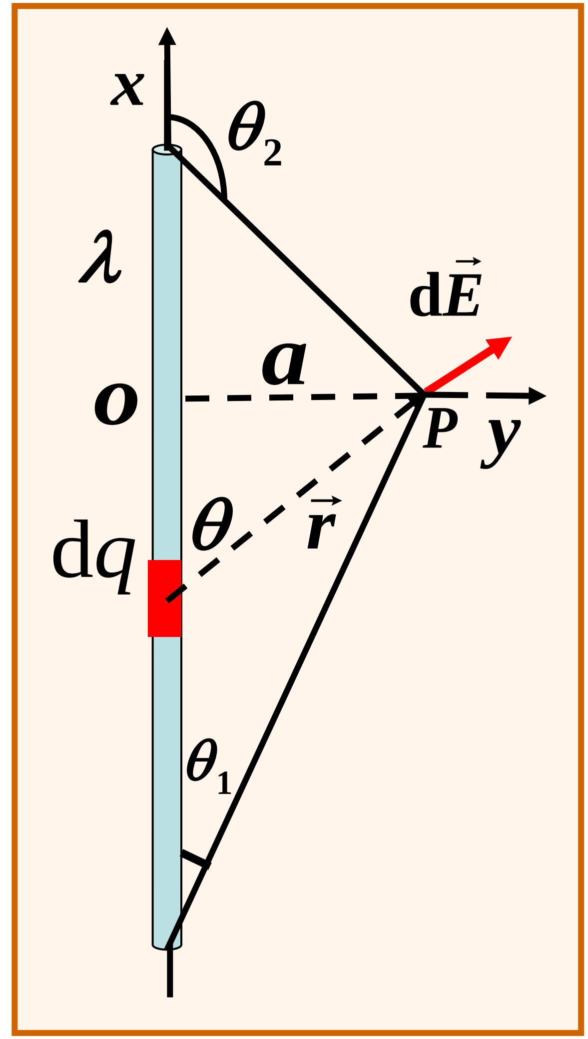
解：建立坐标系 $o-xy$

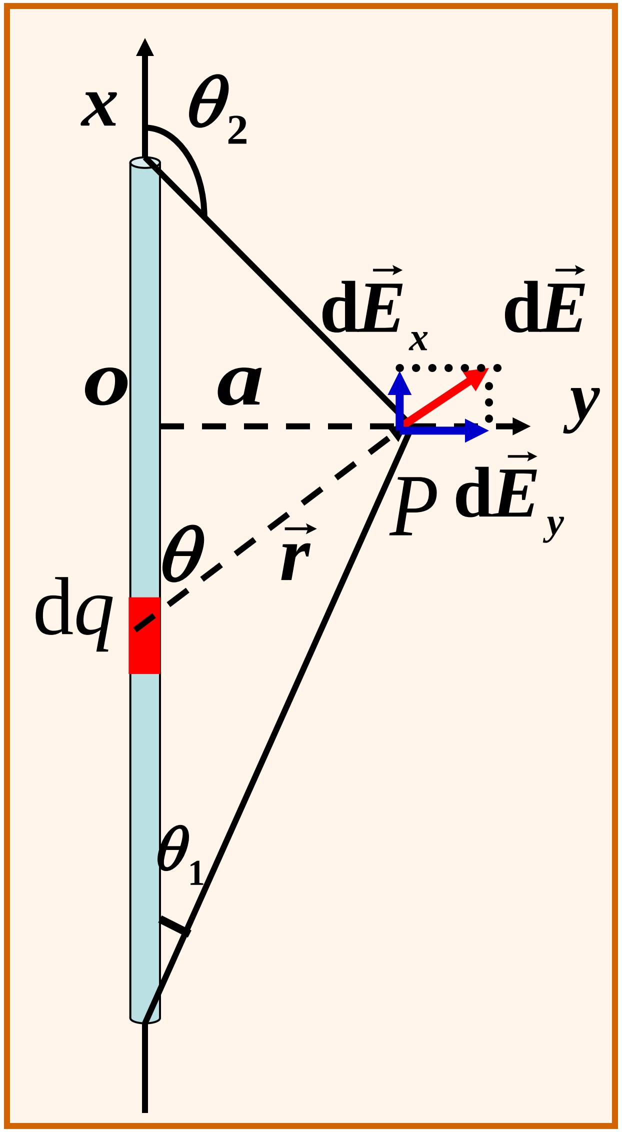
取：$\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}x$

$$\mathrm{d}\vec{E}=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$$

大小：$\mathrm{d}E=\dfrac{\lambda\mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

方向：与 $X$夹 $\theta$角






各电荷元在$P$点场强方向不同，应该用分量积分：

$$dE_x = dE\cos\theta \qquad dE_y = dE\sin\theta$$

$$E_x = \int dE_x = \int \frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta$$

$$E_y = \int dE_y = \int \frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sin\theta$$

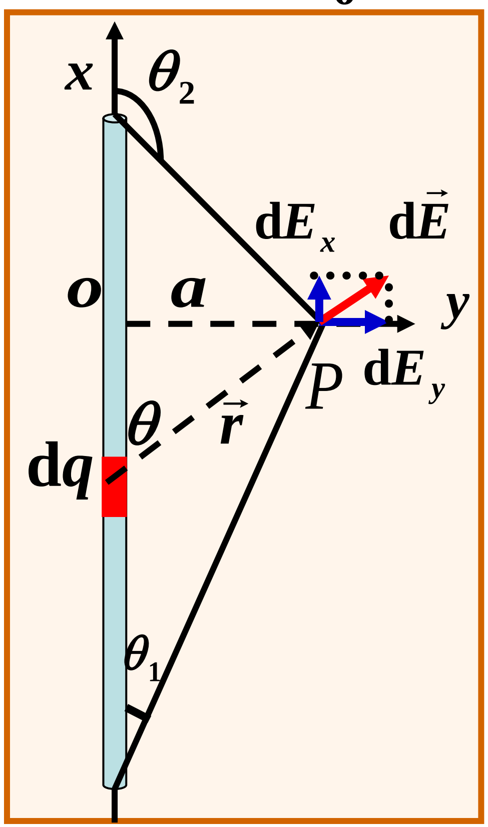
**统一变量：**

$$x = -a\,\mathrm{ctg}\,\theta \qquad dx = a\csc^2\theta\, d\theta$$

$$r^2 = a^2 + x^2 = a^2\csc^2\theta$$

$$E_x=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\cos\theta\mathrm{d}\theta=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2-\sin\theta_1)$$

$$E_y=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\mathrm{d}\theta=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$




得：$E_P=\sqrt{E_x^2+E_y^2}$

方向:与 $+x$ 夹角 $\alpha=\mathrm{arctg}\dfrac{E_y}{E_x}$

讨论：对靠近直线场点：

$a <<$ 棒长 $:\theta_1\approx 0$， $\theta_2\approx\pi$

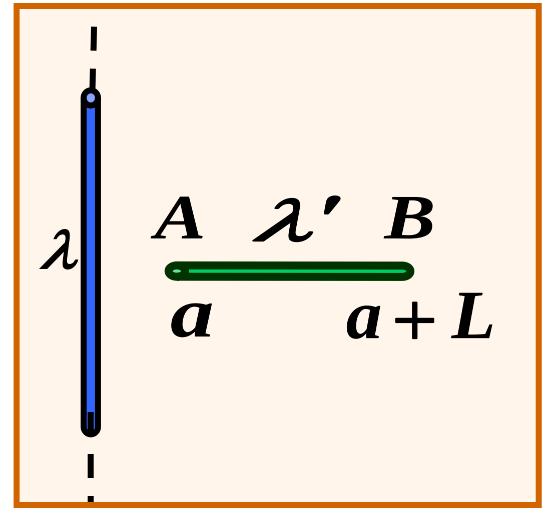
$E_x=0$ $\qquad E=E_y=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$

理想模型—无限长带电直线场强公式

**练习：** 如图所示

已知： $\lambda, \lambda', L, a$ .

求：$AB$所受无限长带电直线的力$\vec{F}$



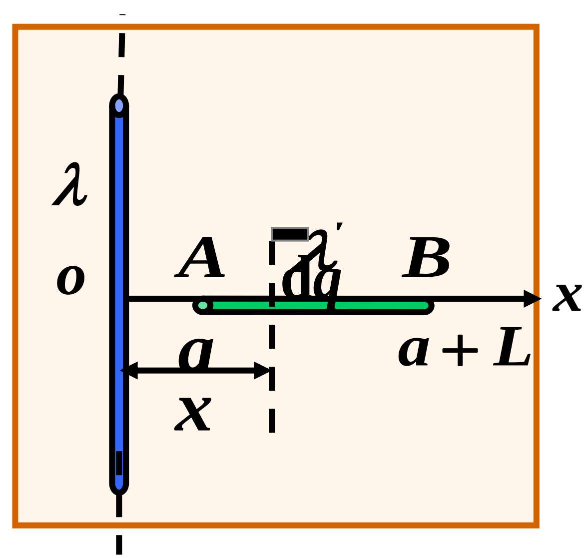

**解：** 建立如图坐标.

在 $AB$上坐标 $X$处取电荷元

$$\mathrm{d}q = \lambda' \mathrm{d}x$$

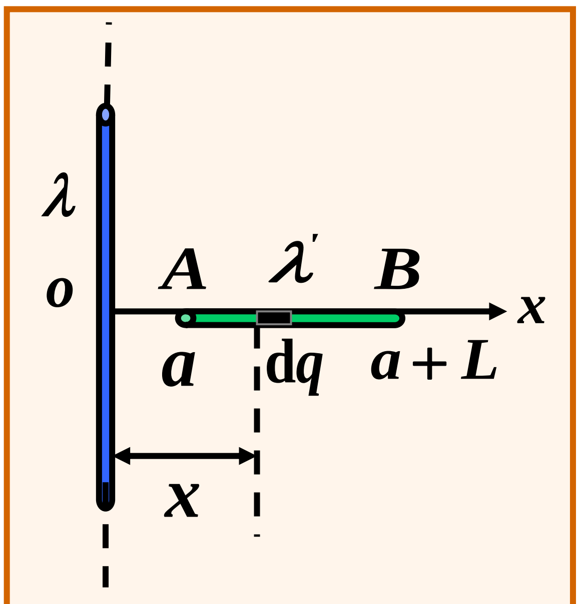
无限长带电直线在$x$处的场强：

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\vec{i}$$



$$\mathrm{d}q\text{ 受力}:\mathrm{d}\vec{F}=\vec{E}\mathrm{d}q=\frac{\lambda\lambda'\mathrm{d}x}{2\pi\varepsilon_0 x}\vec{i}\qquad \text{大小}:\mathrm{d}F=E\mathrm{d}q=\frac{\lambda\lambda'\mathrm{d}x}{2\pi\varepsilon_0 x}$$

$$AB\text{ 受力大小}:F=\int \mathrm{d}F=\int_a^{a+L}\frac{\lambda\lambda'\mathrm{d}x}{2\pi\varepsilon_0 x}=\frac{\lambda\lambda'}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{a+L}{a}$$




写成矢量式:

$$\vec{F}=(\frac{\lambda\lambda'}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{a+L}{a})\vec{i}$$

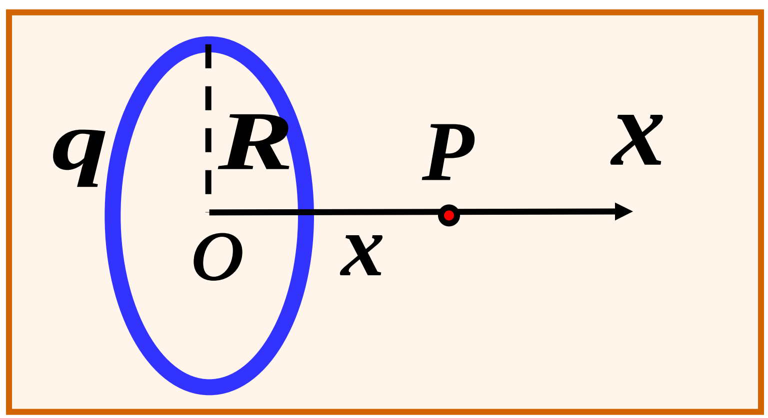
$\vec{F}$ 的方向取决于$\lambda$, $\lambda'$

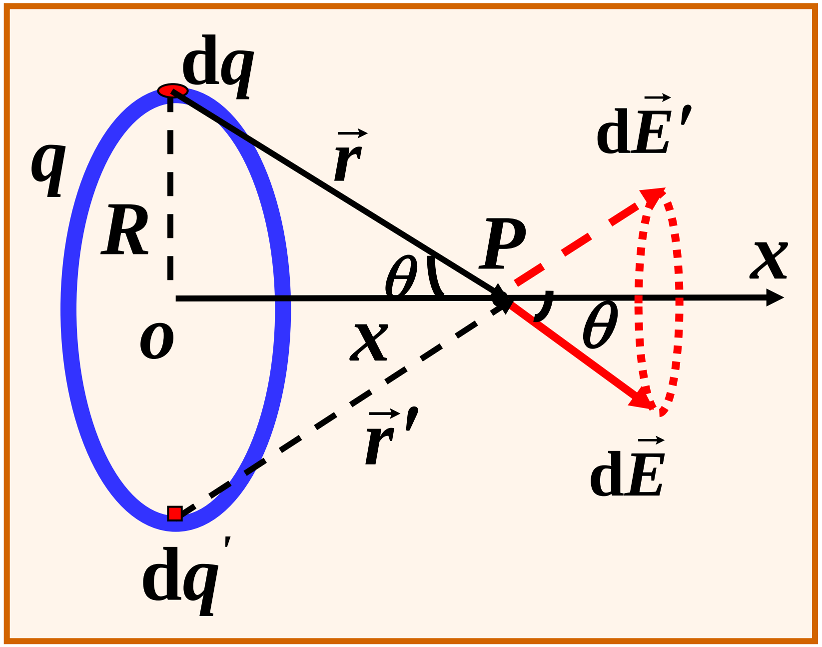
是同号还是异号。

例3（$P_{192}$例3）：求均匀带电细圆环轴线上的电场。

已知：$q$，$R$，场点 $P(x)$

求：$\vec{E}_P = ?$






**解：** $ox$ 坐标系中：

在圆环上取d$q$

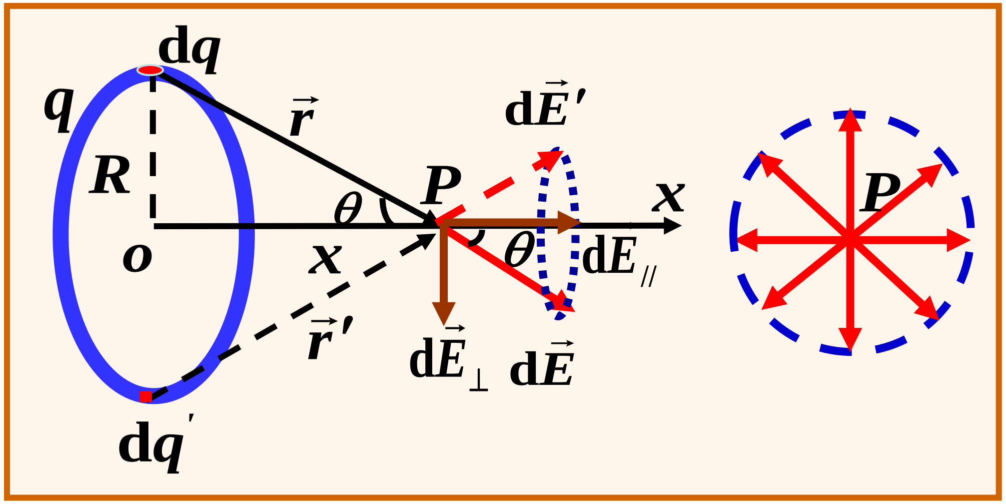
$$\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}l = \frac{q}{2\pi R}\mathrm{d}l$$

$$\mathrm{d}\vec{E} = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}$$

各电荷元在 $P$点 $\mathrm{d}\vec{E}$方向不同，分布于一个圆锥面上，应该用分量积分。

将$\mathrm{d}\vec{E}$ 分解为平行于 $x$轴的分量$\mathrm{d}\vec{E}_{//}$

和在垂直于 $x$轴平面内的分量 $\mathrm{d}\vec{E}_{\perp}$



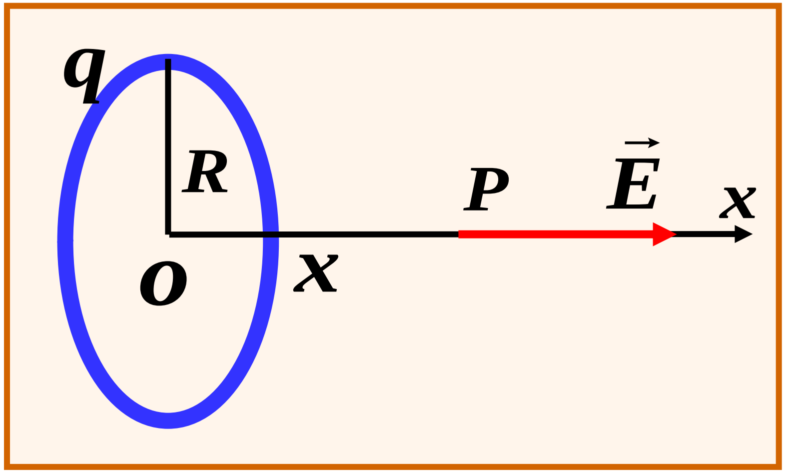

$$\mathrm{d}E_{//}=\mathrm{d}E\cos\theta=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta$$

由对称性可知：

$$E_{\perp}=\int\mathrm{d}E_{\perp}=0$$

$$E=E_{//}=\int\mathrm{d}E_{//}=\int\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta=\int\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\frac{q\mathrm{d}l}{2\pi R}\cdot\frac{x}{r}$$

$$=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\cdot\frac{1}{2\pi R}\int_0^{2\pi R}\mathrm{d}l=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}$$




$$\vec{E}=\frac{qx\vec{i}}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}$$

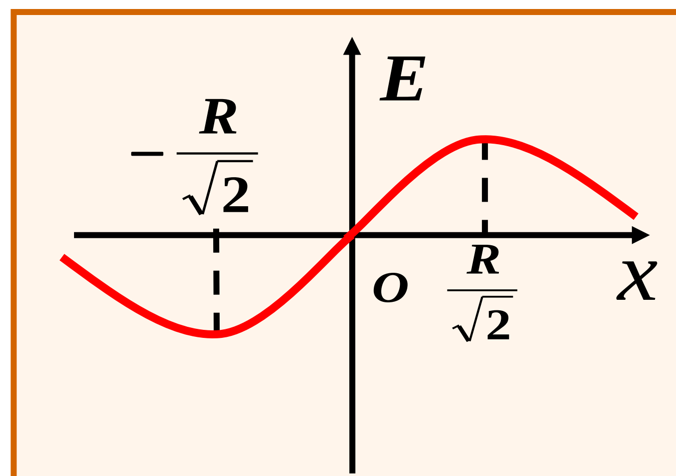
讨论：环心处 $E=0$

$x\to\infty \quad E\to 0$

$x>>R \quad E\approx\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$

由 $\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}=0$ 得 $x=\pm\dfrac{R}{\sqrt{2}}$

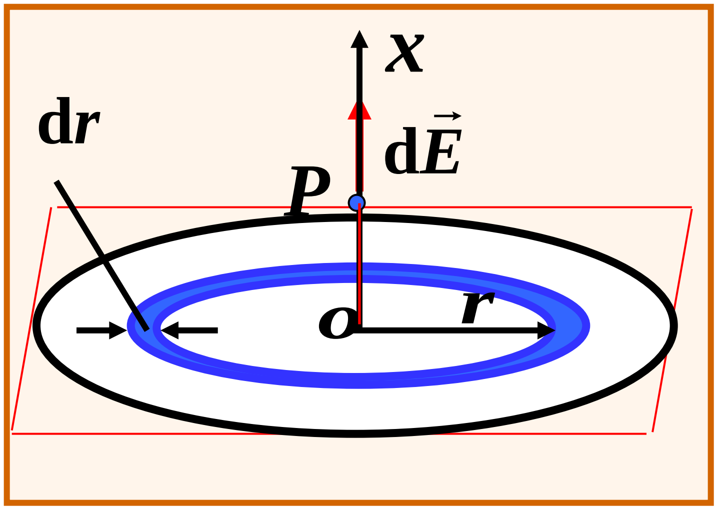
处 $E$ 取极大值.



例4（P$_{192}$例4）：

已知电荷面密度$\sigma$，求无限大均匀带电平面的电场。

思路：将无限大平面视为以$O$为圆心，半径$R=\infty$的圆盘，又将圆盘视为由许多均匀带电圆环组成 。




解：建立坐标系 $\mathrm{d}q=2\pi r\sigma\,\mathrm{d}r$

$$\mathrm{d}E=\frac{x\cdot \mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0(x^2+r^2)^{3/2}}=\frac{x\cdot 2\pi r\mathrm{d}r}{4\pi\varepsilon_0(x^2+r^2)^{3/2}}$$

方向：沿$x$轴

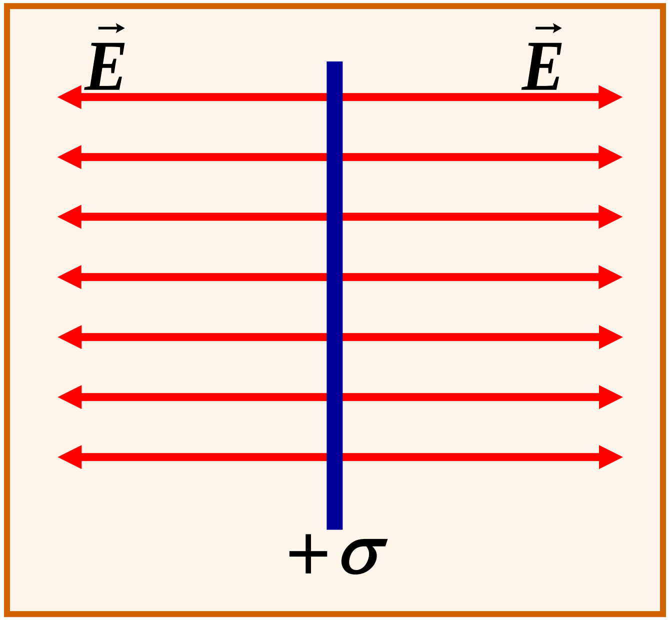
$$E=\int \mathrm{d}E=\int_0^{\infty}\frac{\sigma\cdot x\cdot 2\pi r\mathrm{d}r}{4\pi\varepsilon_0(x^2+r^2)^{3/2}}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\qquad \therefore\ \vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{i}$$

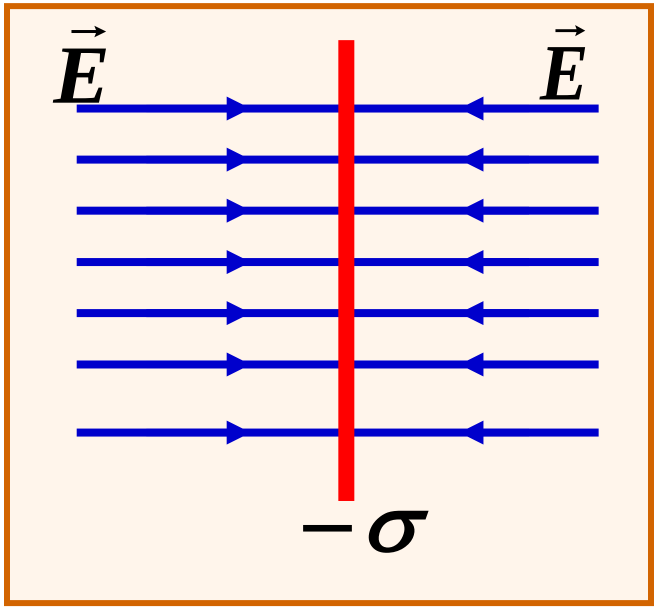
同理可求出另一面：$\vec{E}=-\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{i}$

结论：

1. 无限大带电平面产生与平面垂直的均匀电场 $E=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

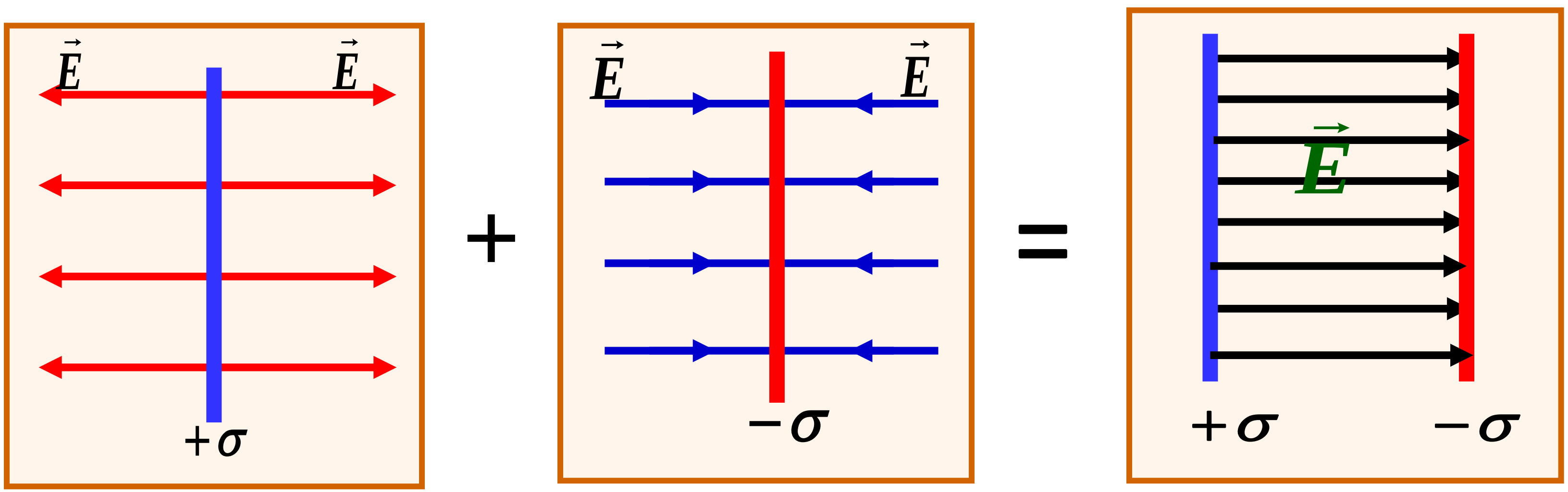
方向如图：



## 2. 两平行无限大带电平面（$+\sigma, -\sigma$ ）的电场

$$E = E_{+} + E_{-} = \begin{cases} \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} & \text{两平面间} \\ 0 & \text{两平面外侧} \end{cases}$$




**思考：** 两平行无限大带电平面电荷面密度均为$+\sigma$呢?电荷面密度均为$-\sigma$呢?

# 小结:第二节：电场强度

- 电场强度的定义：$\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0}$
- 定量研究电场：对给定场源电荷求其$\vec{E}$分布函数
- 基本方法：用点电荷电场公式和场强叠加原理

$$\vec{E} = \frac{q\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \quad ; \quad \vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$

$$\mathrm{d}q \;\Rightarrow\; \mathrm{d}\vec{E}\ (\mathrm{d}E_x, \mathrm{d}E_y) \;\Rightarrow\; \vec{E} = \int \mathrm{d}\vec{E} \quad \begin{cases} E_x = \int \mathrm{d}E_x \\ E_y = \int \mathrm{d}E_y \end{cases}$$

典型带电体$\vec{E}$分布：

点电荷电场 $\vec{E} = \dfrac{q\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$

无限长均匀带电直线 $E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$ 垂直于带电直线

均匀带电圆环轴线上 $\vec{E} = \dfrac{qx\vec{i}}{4\pi\varepsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}}$

无限大均匀带电平面 $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ 垂直于带电面