信息论与编码（第三章作业）

发布：2020.4.10　提交：2020.4.17

1. 设二元对称信道的传递矩阵为

$$\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

(1) 若 $P(0) = 3/4, P(1) = 1/4$，求 $H(X), H(X/Y), H(Y/X)$和 $I(X;Y)$；
(2) 求该信道的信道容量及其达到信道容量时的输入概率分布.

2. 设有一批电阻，按阻值分 70%是 2kΩ，30%是 5kΩ；按瓦分 64%是 0.125W，其余是 0.25W。现已知 2 kΩ 阻值的电阻中 80%是 0.125W，问通过测量阻值可以得到的关于瓦数的平均信息量是多少？

3. XY 为二元随机变量，已知 P(XY)的概率 P(00)=P(11)=P(01)=1/3，随机变量 Z=X⊕Y (其中⊕为模二和运算，即 0⊕0=0；1⊕0=1；0⊕1=1；1⊕1=0)。计算：
(1) H(X); H(Y); H(X|Y); I(X;Y);
(2) H(X|Z); H(XYZ).

4. 试求以下各信道矩阵代表的信道的容量：

(1) $$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(2) $$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(3) $$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

(4) $$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

5. 有一个二元对称信道，其信道矩阵为

$$\begin{bmatrix} 0.98 & 0.02 \\ 0.02 & 0.98 \end{bmatrix}$$

设该信源以 1500 二元符号/秒的速度传输输入符号。现有一消息序列共有 14000 个二元符号，并设 $P(0) = P(1) = 1/2$，问从消息传输的角度来考虑，10 秒钟内能否将这消息序列无失真的传递完？

6. 证明对称信道输入符号等概分布时，信道输出符号也是等概分布。

7. Z 信道的信道传递矩阵为 $P=\begin{bmatrix}1 & 0 \\ \varepsilon & 1\text{-}\varepsilon\end{bmatrix}$，计算：

(1)达到信道容量时，输入符号概率分布；

(2)计算当 ε=0.5 时，信道的信道容量；

(3)当 ε 趋近 0 时和 ε 趋近 1 时，对应的最佳信道输入分布值.