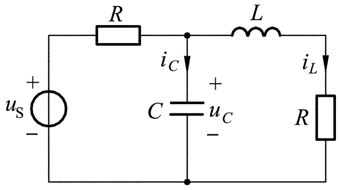
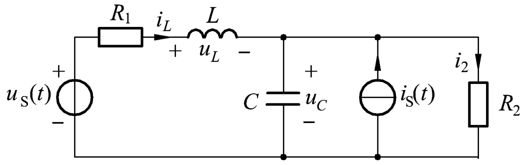
习 题 7

7.1　题 7.1 图所示的二阶电路中，以电流 $i_L(t)$、电压 $u_C(t)$ 为状态变量，以电流 $i_C(t)$ 为输出，请写出电路的状态方程和输出方程。

7.2　题 7.2 图所示的二阶电路中，以电流 $i_L(t)$、电压 $u_C(t)$ 为状态变量，以电压 $u_L(t)$ 、电流 $i_2(t)$ 为输出，请写出电路的状态方程和输出方程。

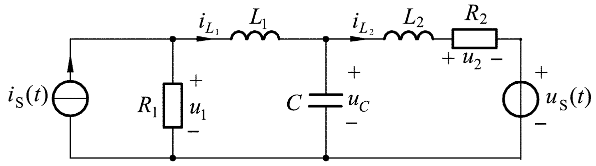


题 **7.1** 图



题 **7.2** 图

7.3　题 7.3 图所示的三阶电路中，以电流 $i_{L1}(t)$ 、$i_{L2}(t)$ 和电压 $u_C(t)$ 为状态变量，以电压 $u_1(t)$ 、$u_2(t)$ 为输出，请写出电路的状态方程和输出方程。



题 **7.3** 图

7.4　各连续系统的微分方程如下，写出系统状态空间方程。

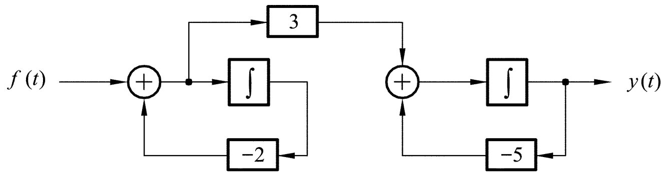
① $y''(t)+3y'(t)+4y(t)=f(t)$　　② $y'''(t)+2y''(t)+y'(t)+3y(t)=2f(t)$

③ $y''(t)+5y'(t)+6y(t)=2f'(t)+f(t)$　　④ $y''(t)+a_1y'(t)+a_0y(t)=b_1f'(t)+b_0f(t)$

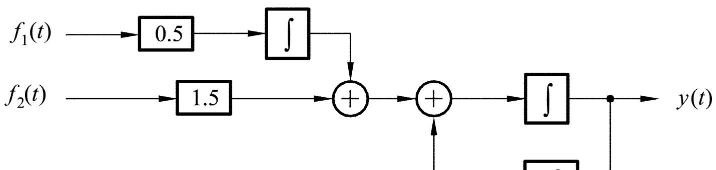
⑤ $y'''(t)+3y''(t)+2y'(t)+y(t)=4f''(t)+5f'(t)+f(t)$

7.5　已知连续系统的系统传递函数 $H(s)=\dfrac{s+4}{s^2+5s+6}$，列写与直接模拟、并联模拟、级联模拟相对应的状态方程和输出方程。

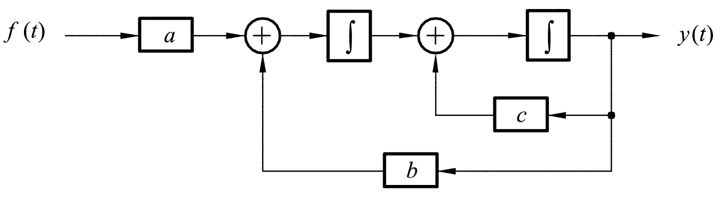
7.6　已知各连续系统的模拟框图如题 7.6 图所示，写出系统的状态空间方程。



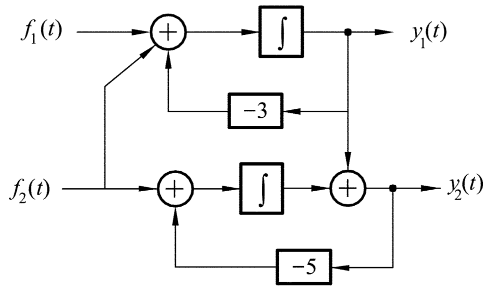
（a）



（b）



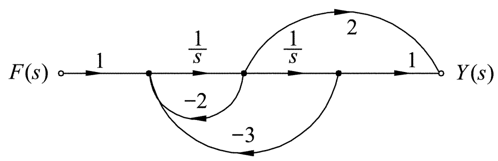
（c）



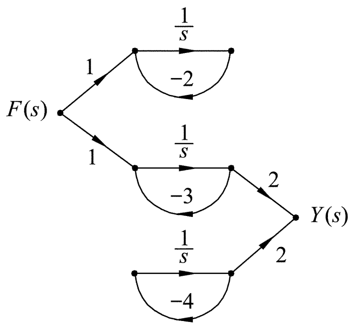
（d）

题 **7.6** 图

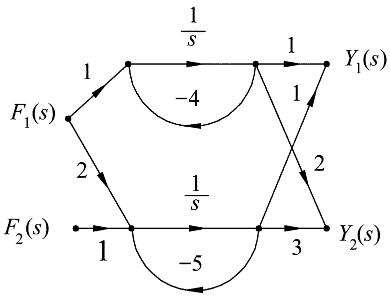
7.7　已知各连续系统的信号流图如题 7.7 图所示，写出系统的状态空间方程。



（a）



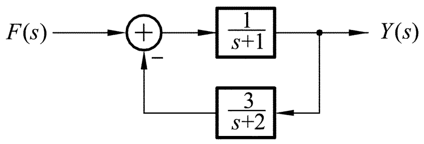
（b）



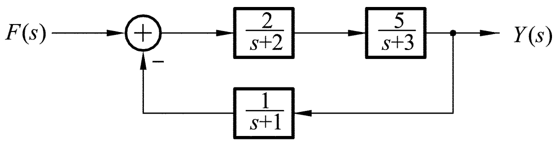
（c）

题 **7.7** 图

7.8　已知一连续系统的框图如题 7.8 图所示，写出系统的状态空间方程。



（a）



（b）

题 **7.8** 图

7.9　已知各连续系统的状态方程、初始状态及系统的输入，求状态变量。

① $\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2\\ 1\end{bmatrix}f(t)$，初始状态 $\begin{bmatrix}x_1(0_-)\\ x_2(0_-)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}$，　输入 $f(t)=0$。

② $\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 2\\ 0.5 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix}f(t)$，初始状态 $\begin{bmatrix}x_1(0_-)\\ x_2(0_-)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}$，输入 $f(t)=0$。

③ $\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-3 & -2\\ 2 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3\\ 0\end{bmatrix}f(t)$，初始状态 $\begin{bmatrix}x_1(0_-)\\ x_2(0_-)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\ -1\end{bmatrix}$，输入 $f(t)=u(t)$。

④ $\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ -3 & -4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix}f(t)$，初始状态 $\begin{bmatrix}x_1(0_-)\\ x_2(0_-)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}$，输入 $f(t)=u(t)$。

7.10　已知连续系统的状态方程和输出方程是

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-4 & 1\\ -3 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ -2\end{bmatrix}f(t),\quad y(t)=\begin{bmatrix}1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}$$

初始状态$\begin{bmatrix} x_1(0_-) \\ x_2(0_-) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$，输入 $f(t)=u(t)$。求系统的状态矢量 $\boldsymbol{x}(t)$和输出 $\boldsymbol{y}(t)$。

7.11　已知连续系统在零输入条件下：

当初始状态$\begin{bmatrix} x_1(0_-) \\ x_2(0_-) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$，状态矢量$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}e^{-t}-\frac{1}{3}e^{-4t} \\ -\frac{1}{3}e^{-t}+\frac{4}{3}e^{-4t} \end{bmatrix}$

当初始状态$\begin{bmatrix} x_1(0_-) \\ x_2(0_-) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix}$，状态矢量$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2e^{-t}+e^{-4t} \\ -2e^{-t}-4e^{-4t} \end{bmatrix}$

求预解矩阵 $\boldsymbol{\Phi}(s)$ 和系数矩阵 $\boldsymbol{A}$。

7.12　已知各离散系统的差分方程，写出系统状态空间方程。

① $y(k+2)-3y(k+1)+4y(k)=f(k)$；

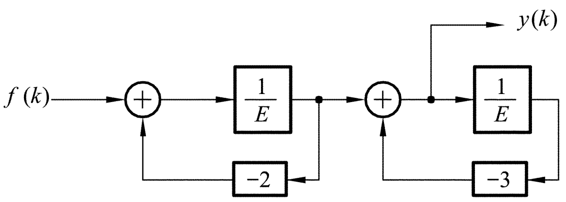
② $y(k)-2y(k-1)-3y(k-2)=f(k)+2f(k-1)$；

③ $y(k+3)-2y(k+2)+y(k+1)+3y(k)=f(k+2)+5f(k+1)$；

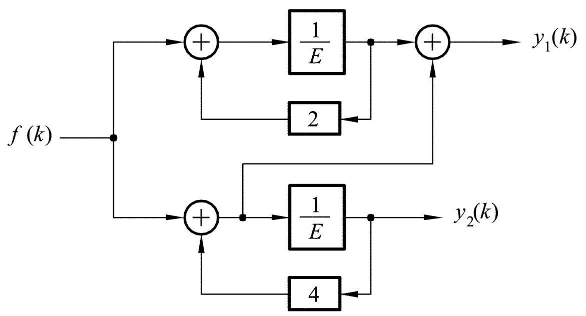
④ $y(k)+4y(k-1)+5y(k-2)+y(k-3)=f(k)+2f(k-3)$。

7.13　已知离散系统的系统传递函数 $H(z)=\dfrac{z+2}{z^2+7z+12}$，列写与直接模拟、并联模拟、级联模拟相对应的状态方程和输出方程。

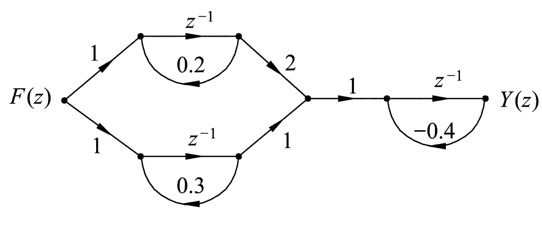
7.14　已知各离散系统如题 7.14 图所示，写出系统的状态空间方程。



（a）



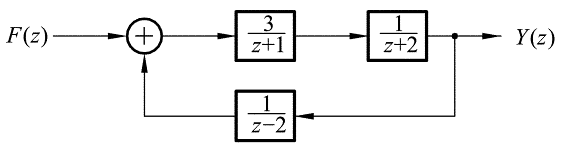
（b）



（c）

题 **7.14** 图

7.15　已知一离散系统的框图如题 7.15 图所示，写出系统的状态空间方程。



题 **7.15** 图

7.16　已知各离散系统的状态方程、初始状态及系统的输入，求状态矢量。

① $\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} f(k)$，初始状态$\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$，输入序列 $f(k)=u(k)$。

② $\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} f(k)$，初始状态 $\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$，输入序列 $f(k)=0$。

7.17　已知离散系统的状态方程和输出方程是

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} f(k), \quad y(k) = \begin{bmatrix} 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

初始状态 $\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -8 \end{bmatrix}$，输入序列 $f(k)=2u(k)$。求系统的状态矢量 $\boldsymbol{x}(k)$、系统的零输入响应 $y_{\mathrm{x}}(k)$ 和零状态响应 $y_{\mathrm{f}}(k)$。

7.18　已知离散系统的状态方程和输出方程是

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ -8 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} f(k), \quad \begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

初始状态 $\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$，输入序列 $f(k)=3^k u(k)$。求系统的状态矢量 $\boldsymbol{x}(k)$和输出矢量 $\boldsymbol{y}(k)$。

7.19　已知一个线性系统的输入 $\boldsymbol{f}(t) = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-2t}u(t) \\ \mathrm{e}^{-3t}u(t) \end{bmatrix}$，并且

初始状态　$x(0_-) = \begin{bmatrix} x_1(0_-) \\ x_2(0_-) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$

状态方程　$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0.5 \\ 1 & 2.5 \end{bmatrix} \boldsymbol{f}(t)$

输出方程　$y(t) = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \boldsymbol{f}(t)$

用 MATLAB 求：① 系统的状态矢量 $\boldsymbol{x}(t)$；② 系统的完全响应 $\boldsymbol{y}(t)$。

7.20　已知一个离散系统的输入 $\boldsymbol{f}(k) = \begin{bmatrix} 2^k u(k) \\ (-2)^k u(k) \end{bmatrix}$，并且

状态方程　$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \boldsymbol{f}(k)$

初始状态　$\boldsymbol{x}(0) = \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

输出方程　$\boldsymbol{y}(k) = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \boldsymbol{f}(k)$

用 Matlab 求系统的完全响应 $\boldsymbol{y}(k)$。