

机密★启用前

西南交通大学 2013 年全日制硕士研究生 招生入学考试试卷

试题代码: 924

试题名称: 信号与系统二

考试时间: 2013 年 1 月

考生请注意:

1. 本试题共 7 题, 共 4 页, 满分 150 分, 请认真检查;
2. 答题时直接将答题内容写在考场提供的答题纸上, 答在试卷上的内容无效;
3. 请在答题纸上按要求填写试题代码和试题名称;
4. 试卷不得拆开, 否则遗失后果自负。

一、(30 分) 选择题:

本题共 10 个小题, 每题回答正确得 3 分, 否则得零分。每小题所给答案中只有一个是正确的。(请将答写在考场提供的答题纸上!)

1. 连续周期信号 $f(t)$ 的频谱 $F(j\omega)$ 的特点是 (D)。

- A、周期、连续频谱; B、周期、离散频谱;
C、连续、非周期频谱; D、离散、非周期频谱;

解析: 基本结论: 周期信号离散, 连续信号非周期, 逆命题也成立。

2. 周期矩形脉冲的谱线间隔与 (C)。

- A、脉冲幅度有关 B、脉冲宽度有关
C、脉冲周期有关 D、周期和脉冲宽度有关

解析: 由 $\Omega = 2\pi/T$ 可知。

3. 已知 Z 变换 $Z[x(n)] = \frac{1}{1-3z^{-1}}$, 收敛域 $|z| < 3$, 求逆变换的 $x(n)$ 为 (D)。

- A、 $3^n u(n)$ B、 $3^{-n} u(-n)$ C、 $-3^n u(-n)$ D、 $-3^n u(-n-1)$

解析: z 变换与收敛域关系: $\text{ROC}: |Z| < 3, Z[x(n)] = \frac{z}{z-3} \xleftrightarrow{z} x(n) = -3u(-n-1)$

4. 若对 $f(t)$ 进行理想取样, 其奈奎斯特取样频率为 f_s , 则对进行取样 $f(\frac{1}{3}t-2)$, 其奈奎斯特取样频率为 (B)。

A、 $3f_s$ B、 $\frac{1}{3}f_s$ C、 $3(f_s-2)$ D、 $\frac{1}{3}(f_s-2)$

解析: (t): $w_1 = w$, 则 $f(\frac{1}{3}t-2): w_2 = \frac{w}{3}, f_s = \frac{2w_1}{2\pi} = \frac{w}{\pi}, f'_s = \frac{2w_2}{2\pi} = \frac{w}{3\pi} = \frac{f_s}{3}$

5. 某系统的系统函数为 $H(s)$, 若同时存在频响函数 $H(jw)$, 则该系统必须满足条件 (C)

A、时不变系统 B、因果系统 C、稳定系统 D、线性系统

解析: 一个信号的傅里叶变换是拉普拉斯变换沿 jw 轴求值, 因此系统函数的收敛域包含 jw 轴, 即系统稳定。

6. 理想不失真传输系统的传输函数 $H(jw)$ (t_0, w_0, w_c, k 为常数) 是 (B)。

A、 $Ke^{-j\omega t}$ B、 $Ke^{-j\omega t_0}$ C、 $Ke^{-j\omega t_0} [u(w+w_c)-(w-w_0)]$ D、 $Ke^{-j\omega t_0}$

解析: 理想不失真的频域条件是: $|H(jw)|=K$ (K 为常数), $\varphi(w)=-wt_0$, 一条过原点的直线。

7. 已知 $f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$, 则信号 $y(t)=f(2t)\delta(t-5)$ 的频谱函数 $Y(j\omega)$ 为 (A)。

A、 $f(10)e^{-j5\omega}$ B、 $\frac{1}{2}F(\frac{jw}{2})e^{-j5\omega}$ C、 $f(10)e^{j5w}$ D、 $\frac{1}{2}F(\frac{jw}{2})e^{j5\omega}$

解析: $y(t)=f(10)\delta(t-5) \xleftrightarrow{jw} Y(jw)=f(10)e^{-5jw}$ 。

8. 已知 $y(t)=x(t)*h(t)$, 则 $x(t-3)*h(t-4)=(C)$ 。

A、 $y(t-3)$ B、 $y(t-4)$ C、 $y(t-7)$ D、 $y(t-1)$

解析:

$$y(t)=x(t)*h(t) \leftrightarrow Y(w)=X(w)H(w)$$

$$\text{则 } x(t-3)*h(t-4) \leftrightarrow e^{-3jw}X(w)e^{-4jw}H(w)=e^{-7jw}X(w)H(w) \leftrightarrow y(t-7)$$

9. $\int_0^{\infty} (t+2)\delta\left(\frac{t}{2}+1\right)dt = (A)$ 。

- A、0 B、 $-\frac{3}{2}$ C、 $\frac{5}{2}$ D、 $\frac{1}{2}$

解析：原式只能在 $t=-2$ 时有值，但积分从 0 开始，取不到 -2。

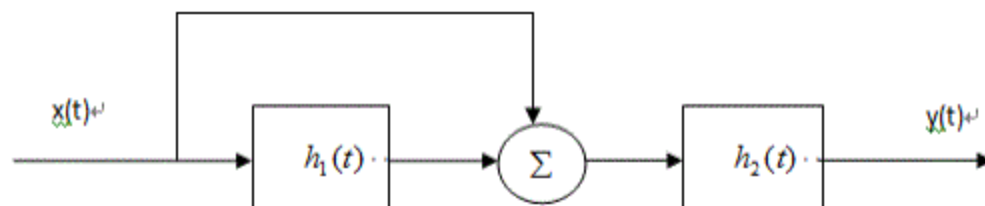
10. 信号 $f(t) = e^{2t}u(t)$ 的拉氏变换及收敛域为 (C)。

- A、 $F(s) = \frac{1}{s+2}$, $\text{Re}[s] > -2$ B、 $F(s) = \frac{1}{s-2}$, $\text{Re}[s] < -2$
 C、 $F(s) = \frac{1}{s-2}$, $\text{Re}[s] > 2$ D、 $F(s) = \frac{1}{s+2}$, $\text{Re}[s] < 2$

解析：信号为右边信号，收敛域是 s 平面上一条平行于 $j\omega$ 轴的直线的右侧，且易知其变换。

二、(24 分) 如图所示，该 LTI 系统由多个子系统组成，各子系统的冲激响应分别为：

$h_1 = u(t-1) - u(t-2)$, $h_2 = \delta(t-1)$ ，求复合系统的冲激响应 $h(t)$ 。



解：根据 $y(t) = [x(t) + x(t) * h_1(t)] * h_2(t)$

令 $x(t) = \delta(t)$ 得

$$h(t) = [\delta(t) + h_1(t)] * h_2(t)$$

$$= h_2(t) + h_1(t) * h_2(t)$$

$$= \delta(t-1) + u(t-2) - u(t-3)$$

三、(24 分) 已知输入 $e(t) = e^{-t}u(t)$ ，初始条件为 $r(0) = 2, r'(0) = 1$ ，系统函数为

$H(s) = \frac{s+1}{s^2+7s+10}$ ，求系统的响应 $r(t)$ 。并标出受迫分量与自然分量；瞬态分量与稳态分量。

解：由题意得

设 $x(t) \leftrightarrow X(s)$, $y_x(t) \leftrightarrow Y_x(s)$ 且 $x(t) = e^{-t}u(t) \leftrightarrow X(s) = \frac{1}{s+1}$

由 $y_{zs}(t) \because x(t) * h(t)$ 得 $Y_{zs}(s) = X(s)H(s)$

$$Y_{zs} = X(s)H(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s+5)(s+1)} = \frac{\frac{1}{3}}{s+2} - \frac{\frac{1}{3}}{s+5} \quad \text{Re}[s] > -2$$

$$\text{则 } y_{zs}(t) = \frac{1}{3}e^{-2t}u(t) - \frac{1}{3}e^{-5t}u(t) = \frac{1}{3}(e^{-2t} - e^{-5t})u(t)$$

$$\text{由 } H(s) = \frac{s+1}{s^2+7s+10} \text{ 得极点 } P_1 = -2, P_2 = -5$$

$$\text{设零输入响应 } y_{zi}(t) = (c_1e^{-2t} + c_2e^{-5t})u(t)$$

$$y(t) = y_{zs}(t) + y_{zi}(t) = \frac{1}{3}(e^{-2t} - e^{-5t})u(t) + (c_1e^{-2t} + c_2e^{-5t})u(t)$$

$$\text{又 } \because y(0) = 2, y'(0) = 1$$

$$\therefore \begin{cases} c_1 + c_2 = 2 \\ -\frac{2}{3} + \frac{5}{3} - 2c_1 - 5c_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1 = \frac{10}{3} \\ c_2 = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\therefore y_{zi}(t) = (\frac{10}{3}e^{-2t} - \frac{4}{3}e^{-5t})u(t)$$

$$\text{自然分量: } (\frac{11}{3}e^{-2t} - \frac{5}{3}e^{-5t})u(t)$$

受迫分量: 0

$$\text{瞬态分量: } (\frac{11}{3}e^{-2t} - \frac{5}{3}e^{-5t})u(t)$$

稳态分量: 0

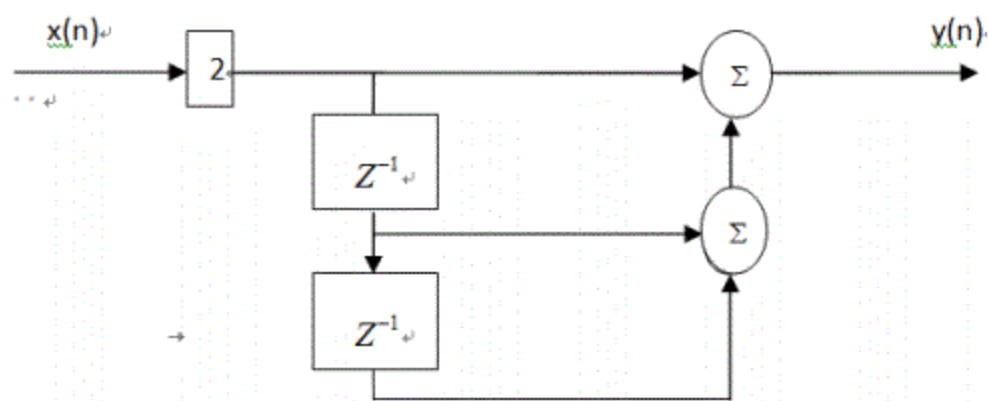
四、(20 分) 已知因果系统框图如下图所示, 求:

(1) 系统函数 $H(z)$;

(2) 写出系统的差分方程;

(3) 求系统单位脉冲响应 $h(n)$;

(4) 已知系统的输入 $x(n) = 2^n u(n)$, 求系统输出 $y(n)$ 。



解：设 $x(n) \leftrightarrow X[z]$, $y(n) \leftrightarrow Y[z]$

由 $2X[z] + 2Z^{-1}X[z] + 2Z^{-2}X[z] = Y[z]$ 得

$$H(z) = \frac{Y[z]}{X[z]} = 2 + 2Z^{-1} + 2Z^{-2}$$

(2) 由 (1) 可知，描述系统的差分方程为

$$y[n] = 2x[n] + 2x[n-1] + 2x[n-2]$$

(3) 单位冲激响应为 $h(n) = 2\delta(n) + 2\delta(n-1) + 2\delta(n-2)$

(4) $y(n) = x(n) * h(n) = 2^n u(n) * 2[\delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2)]$

$$= 2[2^n u(n) + 2^{n-1} u(n-1) + 2^{n-2} u(n-2)]$$

$$= 2^{n+1} u(n) + 2^n u(n-1) + 2^{n-1} u(n-2)$$

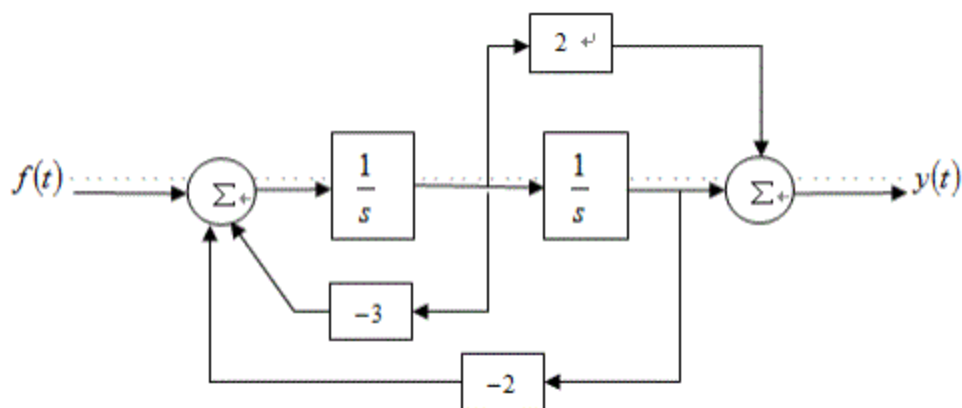
五、系统框图如图所示，试求：

(1) 系统的系统函数 $H(s)$ ；

(2) 系统的单位冲激响应 $h(t)$ ；

(3) 写出描述系统输入输出关系的微分方程；

(4) 画出零极点图，判断系统是否稳定。



解：由题意可得：

(1) $H(s)$ 可看成是有三个子系统 $H_1(s), H_2(s), H_3(s)$ 组成

$$H_1(s) = \frac{\frac{1}{s}}{1 + \frac{3}{s}} = \frac{1}{s+3}$$

$$H_2(s) = \frac{\frac{H_1(s)}{s}}{1 + \frac{H_1(s)}{s}} = \frac{1}{s^2 + 3s + 2}$$

$$H_3(s) = \frac{2s}{s^2 + 3s + 2}$$

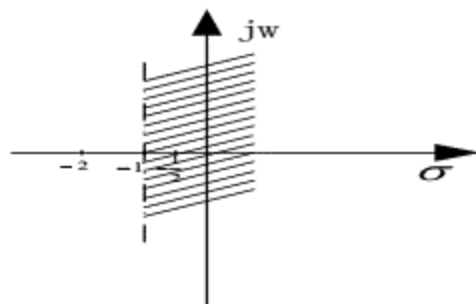
$$\therefore H(s) = H_2(s) + H_3(s) = \frac{2s+1}{s^2 + 3s + 2}$$

(2) 由 (1) 得 $H(s) = \frac{3}{s+2} - \frac{1}{s+1} \xleftrightarrow{s} h(t) = (3e^{-2t} - e^{-t})u(t)$

(3) 由 $Y(s) = H(s)F(s)$ 且 $H(s) = \frac{2s+1}{s^2 + 3s + 2}$ 得

$$y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = 2f'(t) + f(t)$$

(4) 由 $H(s)$ 得零点 $Z_1 = -\frac{1}{2}$, 极点 $P_1 = -1, P_2 = -2$



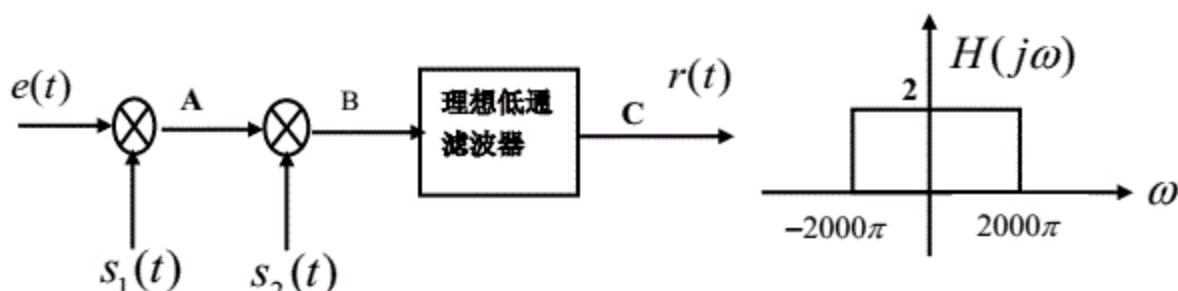
由图知，收敛域包括 jw 轴，系统稳定。

六、图 (a) 所示系统中 $e(t) = \frac{\sin 2000\pi t}{\pi t}$, $s_1(t) = \sin(2000\pi t)$,

$s_2(t) = \cos(2000\pi t)$, $-\infty < t < \infty$ 。理想低通滤波器的传输函数如图 (b) 所示。

(1) 画出 A、B、C 处的频谱图。

(2) 求输出信号 $r(t)$ 。



图

解：设 A 处输入为 $r_A(t)$, B 处为 $r_B(t)$, 由图知 C 处为 $r(t)$, 且有

$$e(t) \xleftrightarrow{FT} E(jw), s_1(t) \xleftrightarrow{FT} S_1(jw), r_A(t) \xleftrightarrow{FT} R_A(jw), s_2(t) \xleftrightarrow{FT} S_2(jw), r_B(t) \xleftrightarrow{FT} R_B(jw), r(t) \xleftrightarrow{FT} R(jw)$$

则

$$e(t) = \frac{\sin(2000\pi t)}{\pi t} = 2000 \text{sinc}(2000\pi t) \xleftrightarrow{FT} E(jw) = 2000 \frac{\pi}{2000\pi} G_{4000\pi}(w) = G_{4000\pi}(w)$$

$$s_1(t) = \sin(2000\pi t) \leftrightarrow S_1(jw) = j\pi[\delta(w+2000\pi) - \delta(w-2000\pi)]$$

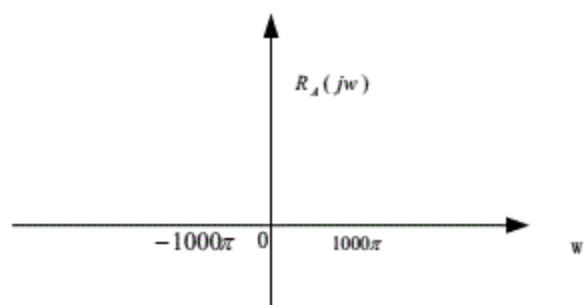
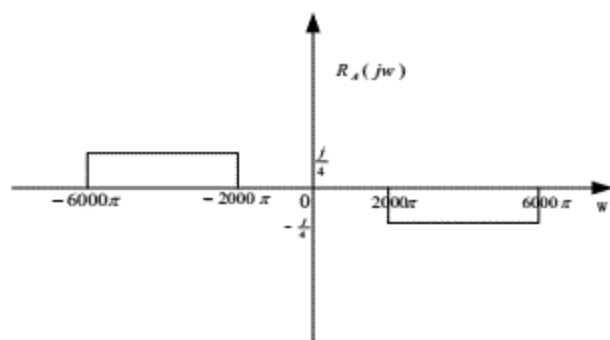
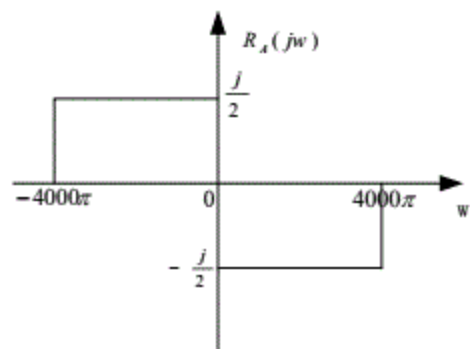
$$s_2(t) = \cos(2000\pi t) \leftrightarrow S_2(jw) = \pi[\delta(w+2000\pi) + \delta(w-2000\pi)]$$

$$r_A(t) = e(t) \cdot s_1(t) \leftrightarrow R_A(jw) = \frac{1}{2\pi} E(jw) * S_1(jw) = \frac{j}{2} [G_{4000\pi}(w+2000\pi) - G_{4000\pi}(w-2000\pi)]$$

$$r_B(t) = r_A(t) \cdot s_2(t) \leftrightarrow R_B(jw) = \frac{1}{2\pi} R_A(jw) * S_2(jw) = \frac{j}{4} [G_{4000\pi}(w+4000\pi) - G_{4000\pi}(w-4000\pi)]$$

$$r(t) = r_B(t) * h(t) \leftrightarrow R(jw) = R_B(jw)H(jw) = 0$$

则 A、B、C 处的频谱图如下所示：



(2) 由图知: $r(t)=0$