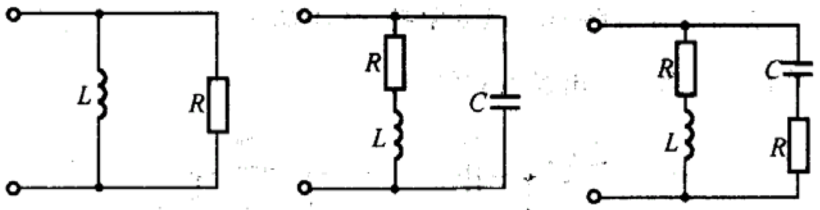
14-1 试求图示线性一端口的驱动点阻抗 $Z(s)$ 的表达式，并在 s 平面上绘出极点和零点. 已知 $R = 1\Omega, L = 0.5\text{H}, C = 0.5\text{F}$.



(a) (b) (c)

题 14-1 图

解 提示 明确 $Z(s)$ 的含义，驱动点阻抗 $Z(s)$ 是处于同一个端口上电压（响应）与电流（激励）的比值. 即 $Z(s) = \dfrac{U(s)}{I(s)}$. 由此，可知 $Z(s)$ 即为(a)，(b)，(c) 三个网络的等效运算阻抗，利用串并联的关系，等效为运算电路，求解 $Z(s)$. 求出 $Z(s)$ 后，分别令分子、分母等于零，即

可求得零极点.

(a) 图，$Z(s)=\dfrac{RsL}{R+sL}=\dfrac{0.5s}{0.5s+1}=\dfrac{s}{s+2}$

可知 $z_1=0, p_1=-2$

(b) 图，$$Z(s)=\frac{(R+sL)\cdot\dfrac{1}{sC}}{R+sL+\dfrac{1}{sC}}$$

$$=\frac{sL+R}{LCs^2+RCs+1}$$

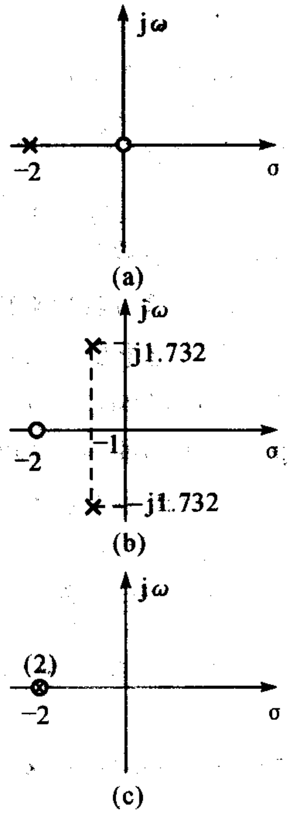
$$=\frac{2(s+2)}{s^2+2s+4}$$

可知 $z_1=-2, p_{1,2}=-1\pm j1.732$

(c) 图，$$Z(s)=\frac{(R+sL)\left(\dfrac{1}{sC}+R\right)}{R+sL+\dfrac{1}{sC}+R}$$

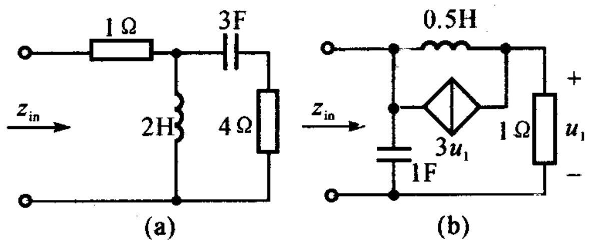
$$=\frac{(s+2)^2}{s^2+4s+4}=1$$

可知 $z_1=z_2=-2, p_1=p_2=-2$，此为二阶零、极点.



题解 14－1 图

14－2 求图示各电路的驱动点阻抗 $Z(s)$ 的表达式，并在 s 平面上绘出极点和零点.



题 14－2 图

解 提示 驱动点阻抗 $Z(s)$ 即为一端口网络的等效运算阻抗 Z_{in}. 图(a)不含受控源，利用串并联关系即可，而图(b)为含受控源一端口，等效的 $Z_{in}(s)$ 亦是该一端口的输入阻抗，利用输入阻抗的求解方法

进行分析.

(1)(a) 图，$Z(s)=1+\dfrac{2s\left(\dfrac{1}{3s}+4\right)}{2s+\dfrac{1}{3s}+4}=1+\dfrac{2s(1+12s)}{6s^2+12s+1}$

$$=\frac{30s^2+14s+1}{6s^2+12s+1}$$

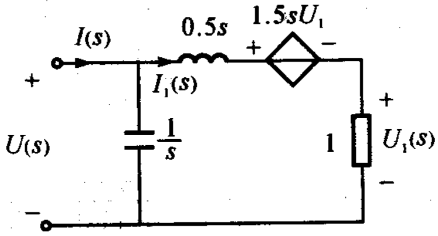
可知，$z_1=-0.088$，$z_2=-0.378$，$p_1=-0.087$，$p_2=-1.913$. 零极点分布如题解 14－2(a) 所示.

(2)(b) 图，(采用加压求流法求解 $Z_{in}(s)$) 利用受控源的等效变换将图(b) 变换成题解 14－2(a).

则
$$I(s)=sU(s)-I_1(s))$$
$$U(s)=(0.5s+1)I_1(s)+1.5sU_1(s)$$

解得
$$I_1(s)=\frac{U(s)}{0.5s+1+1.5s}=\frac{U(s)}{2s+1}$$

$$I(s)=sU(s)+\frac{U(s)}{2s+1}$$
$$=\frac{2s^2+s+1}{2s+1}U(s)$$

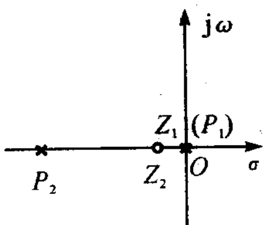


(b)

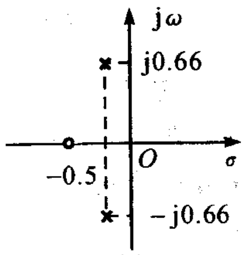
则 $Z_{in}(s)=\dfrac{U(s)}{I(s)}=\dfrac{2s+1}{2s^2+s+1}$

可知，$z_1=-\dfrac{1}{2}$，$p_{1,2}=-0.25\pm j0.66$

零极点分布如题解14－2(c) 所示.



(a)



(c)

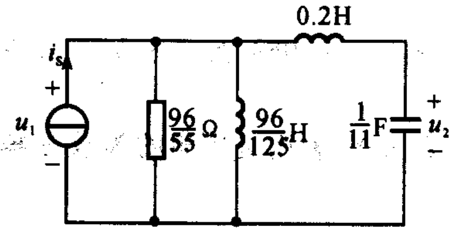
题解 14－2 图

14－3 图示为一线性电路，输入电流源的电流为 u_s.

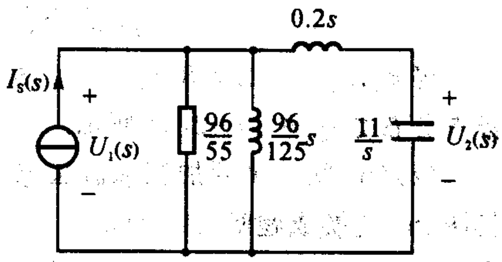
(1) 试计算驱动点阻抗 $Z_d(s) = \dfrac{U_1(s)}{I_s(s)}$；

(2) 试计算转移阻抗 $Z_t(s) = \dfrac{U_2(s)}{I_s(s)}$；

(3) 在 s 平面上绘出 $Z_d(s)$ 和 $Z_t(s)$ 的极点和零点.



题 14－3 图



题解 14－3 图(a)

解　解题关键　只要求出 $U_1(s)$ 和 $U_2(s)$ 分别与 $I_s(s)$ 相除，即可求得 $Z_d(s)$ 和 $Z_t(s)$，首先将电路转化为运算电路.

(1) 采用结点法(只有一个独立结点). 结点电压即为 $U_1(s)$，则

$$\left(\frac{55}{96} + \frac{125}{96s} + \frac{1}{0.2s + \frac{11}{s}}\right)U_1(s) = I_s(s)$$

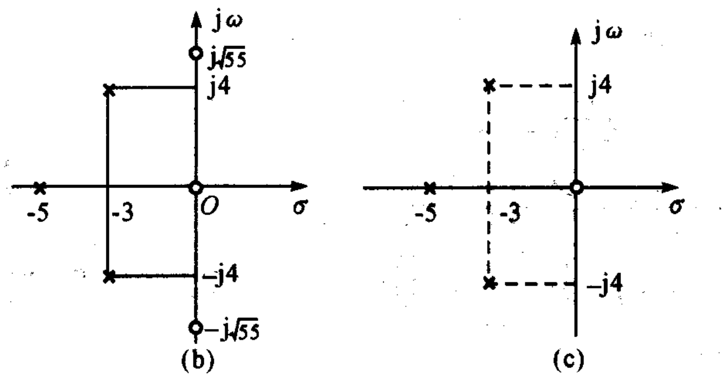
则
$$U_1(s) = \frac{96s(s^2+55)}{55(s^3+11s^2+55s+125)}I_s(s)$$
$$= \frac{96s(s^2+55)}{55(s+5)(s^2+6s+2s)}I_s(s)$$
$$Z_d(s) = \frac{U_1(s)}{I_s(s)} = \frac{96s(s^2+55)}{55(s+5)(s^2+6s+2s)}$$

可知：　$z_1 = 0, z_2 = \mathrm{j}\sqrt{55}, -z_2 = -\mathrm{j}\sqrt{55}$

$p_1 = -5$　$p_{2,3} = -3 \pm \mathrm{j}4$，零极点分布如题解 14－3(b) 所示.

(2) 采用分压公式

$$U_2(s) = \frac{\frac{11}{s}}{0.2s + \frac{11}{s}}U_1(s) = \frac{55}{s^2+55}U_1(s)$$
$$= \frac{96s}{(s+5)(s^2+6s+25)}I_s(s)$$

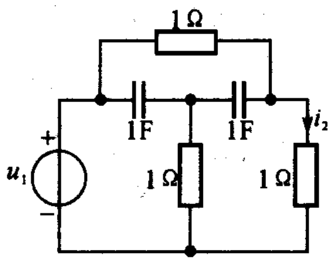


题解 14－3 图

则 $$Z_t(s)=\frac{U_2(s)}{I_s(s)}=\frac{96s}{(s+5)(s^2+6s+25)}$$

可知，$z_1=0$，$p_1=-5$，$p_{2,3}=-3\pm j4$. 零极点分布如题解 14－3 图(c) 所示.

题14-4 试求图示电路的转移导纳 $Y_{21}(s)=\dfrac{I_2(s)}{U_1(s)}$，并在 s 平面上绘出零点和极点.



题 14－4 图

解 提示 求 $I_2(s)$ 与 $U_1(s)$ 的比值即用 $U_1(s)$ 表示 $I_2(s)$.

采用回路法，可得

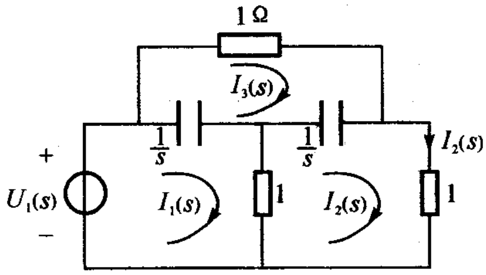
$$\begin{cases}\left(\dfrac{1}{s}+1\right)I_1(s)-I_2(s)-\dfrac{1}{s}I_3(s)=U_1(s)\\ -I_1(s)+\left(2+\dfrac{1}{s}\right)I_2(s)-\dfrac{1}{s}I_3(s)=0\\ -\dfrac{1}{s}I_1(s)-\dfrac{1}{s}I_2(s)+\left(1+\dfrac{2}{s}\right)I_3(s)=0\end{cases}$$

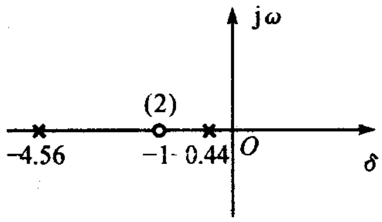
解得 $$I_2(s)=\frac{(s+1)^2U_1(s)}{s^2+5s+2}$$

则 $$Y_{21}(s)=\frac{I_2(s)}{U_1(s)}=\frac{(s+1)^2}{s^2+5s+2}$$

可知，零点：$z_1=z_2=-1$；极点：$p_1=\dfrac{-5+\sqrt{17}}{2}=-0.44$，

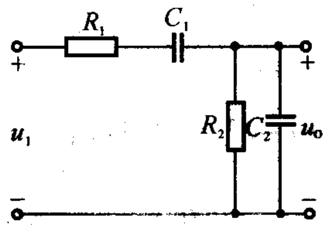
$$p_2=\frac{-5-\sqrt{17}}{2}=-4.56.$$





题解 14－4 图

14－5 图示为 RC 电路，求它的转移函数 $H(s)=\dfrac{U_o(s)}{U_1(s)}$.



题 14－5 图

解　提示　求 $U_o(s)$ 与 $U_1(s)$ 的比值，即用 $U_1(s)$ 表示 $U_o(s)$. 利用分压公式.

转化为运算电路.

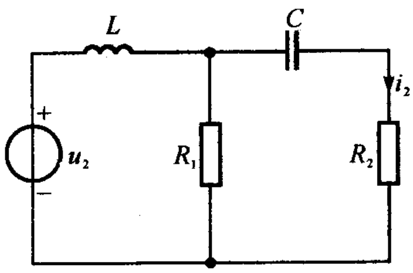
$$U_o(s)=\frac{\dfrac{1}{\dfrac{1}{R_2}+sC_2}}{R_1+\dfrac{1}{sC_1}+\dfrac{1}{\dfrac{1}{R_2}+sC_2}}U_1(s)$$

$$=\frac{R_2 s}{R_1R_2C_2s^2+(R_1+R_2+R_2\dfrac{C_2}{C_1})s+\dfrac{1}{C_1}}U_1(s)$$

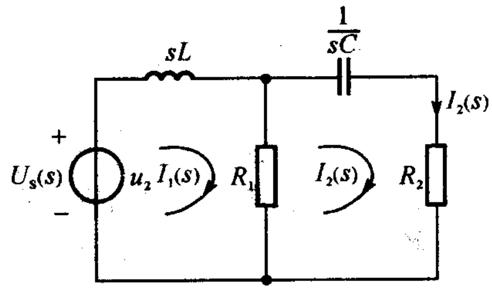
则　$H(s)=\dfrac{U_o(s)}{U_1(s)}$

$$=\frac{\dfrac{1}{R_1C_2}s}{s^2+s\left(\dfrac{1}{R_2C_2}+\dfrac{1}{R_1C_2}+\dfrac{1}{R_1C_1}\right)+\dfrac{1}{R_1R_2C_1C_2}}$$

14－6 图示电路中 $L=0.2\text{H}$, $C=0.1\text{F}$, $R_1=6\Omega$, $R_2=4\Omega$, $u_s(t)=7e^{-2t}\text{V}$，求 R_2 中的电流 $i_2(t)$，并求网络函数 $H(s)=\dfrac{I_2(s)}{U_s(s)}$ 及单位冲激响应.



题 14－6 图



题解 14－6 图

解 提示 采用运算电路分析．用 $U_s(s)$ 表示 $I_2(s)$，拉普拉斯反变换求 $i_2(t)$，而单位冲激响应即为网络函数 $H(s)$ 的拉普拉斯反变换．

采用回路法，可得

$$\begin{cases}(R_1+sL)I_1(s)-R_1I_2(s)=U_s(s)\\ -R_1I_1(s)+\left(R_1+\dfrac{1}{sC}+R_2\right)I_2(s)=0\end{cases}$$

代入数值，有

$$\begin{cases}(0.2s+6)I_1(s)-6I_2(s)=\dfrac{7}{s+2}\\ -6I_1(s)+\left(10+\dfrac{1}{0.1s}\right)I_2(s)=0\end{cases}$$

得
$$I_2(s)=\frac{21s}{(s+3)(s+10)(s+2)}$$
$$=\frac{9}{s+3}-\frac{3.75}{s+10}-\frac{5.25}{s+2}$$

故
$$i_2(t)=(9e^{-3t}-3.75e^{-10t}-5.25e^{-2t})\ \mathrm{A}$$

网络函数
$$H(s)=\frac{I_2(s)}{U_s(s)}=\frac{3s}{(s+3)(s+10)}$$
$$=\frac{-\frac{9}{7}}{s+3}+\frac{\frac{30}{7}}{s+10}$$

单位冲激响应
$$r(t)=h(t)=\mathscr{L}^{-1}[H(s)]$$
$$=-\frac{9}{7}e^{-3t}+\frac{30}{7}e^{-10t}$$

14－7 已知网络函数为

(1) $H(s)=\dfrac{2}{s-0.3}$　　(2) $H(s)=\dfrac{s-5}{s^2-10s+125}$

(3) $H(s)=\dfrac{s+10}{s^2+20s+500}$

试定性作出单位冲激响应的波形.

解

(1) $h(t)=\mathscr{L}^{-1}[H(s)]=\mathscr{L}^{-1}[\dfrac{2}{s-0.3}]=2e^{0.3t}$

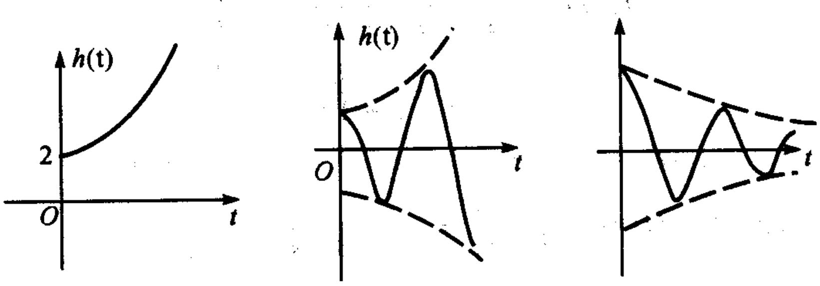
由于 $H(s)$ 有一个极点 $p_1=0.3>0$，所以单位冲激响应 $h(t)$ 随 t 按指数增长.

波形如题解 14－7 图(a) 所示.

(2) $H(s)=\dfrac{s-5}{s^2-10s+12s}$. 可知，$z_1=5$，$p_{1,2}=5\pm j10$，

则
$$H(s)=\frac{s-5}{s^2-10s+125}=\frac{\frac{1}{2}}{s-5-j10}+\frac{\frac{1}{2}}{s-5+j10}$$
$$h(t)=\mathscr{L}^{-1}[H(s)]=2\cdot|\frac{1}{2}|e^{5t}\cos10t=e^{5t}\cos10t$$

由于极点的实部为正，且为共轭复根，所以单位冲激响应 $h(t)$ 按增长的正弦规律变化. 波形如题解 14－7 图(b) 所示.



(a)　(b)　(c)

题解 14－7 图

(3) $H(s)=\dfrac{s+10}{s^2+20s+500}$　可知 $z_1=-10$，$p_{1,2}=-10\pm j20$，

则
$$H(s)=\frac{s+10}{s^2+20s+500}=\frac{\frac{1}{2}}{s+10-j10}+\frac{\frac{1}{2}}{s+10+j20}$$

$$h(t)=\mathscr{L}^{-1}[H(s)]=2\cdot\left|\frac{1}{2}\right|\mathrm{e}^{-10t}\cos 20t=\mathrm{e}^{-10t}\cos 20t$$

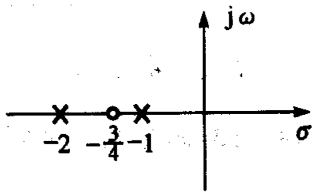
由于极点的实部为负，且为共轭复数，所以单位冲激响应 $h(t)$ 按衰减的正弦规律变化. 波形如题解 14－7 图(c) 所示.

14－8 设某线性电路的冲激响应 $h(t)=\mathrm{e}^{-t}+2\mathrm{e}^{-2t}$，试求相应的网络函数，并绘出极、零点图.

解 网络函数 $H(s)$ 为

$$\begin{aligned}H(s)&=\mathscr{L}[h(t)]=\mathscr{L}[\mathrm{e}^{-t}+2\mathrm{e}^{-2t}]=\mathscr{L}[\mathrm{e}^{-t}]+\mathscr{L}[2\mathrm{e}^{-2t}]\\&=\frac{1}{s+1}+\frac{2}{s+2}\\&=\frac{3s+4}{(s+1)(s+2)}\end{aligned}$$

可知 $z_1=-\dfrac{4}{3}, p_1=-1, p_2=-2$



题解 14－8 图

零极点分布如题解 14－8 图所示.

14－9 设网络的冲激响应为：

(1)$h(t)=\delta(t)+\dfrac{3}{5}\mathrm{e}^{-t}$ (2)$h(t)=\mathrm{e}^{-\alpha t}\sin(\omega t+\theta)$

(3)$h(t)=\dfrac{3}{5}\mathrm{e}^{-t}-\dfrac{7}{9}t\mathrm{e}^{-3t}+3t$

试求相应的网络函数的极点.

解 $h(t)$ 相应的网络函数 $H(t)$ 为

$$(1)H(s)=\mathscr{L}[h(t)]=\mathscr{L}[\delta(t)+\frac{3}{5}\mathrm{e}^{-t}]=\mathscr{L}[\delta(t)]+\mathscr{L}[\frac{3}{5}\mathrm{e}^{-t}]$$

$$=1+\frac{3}{5}\,\frac{1}{s+1}=\frac{5s+8}{5(s+1)}$$

可知， $z_1=-\dfrac{8}{5},\quad p_1=-1.$

$$\begin{aligned}(2)H(s)&=\mathscr{L}[h(t)]=\mathscr{L}[\mathrm{e}^{-\alpha t}\sin(\omega t+\theta)]\\&=\mathscr{L}[\mathrm{e}^{-\alpha t}(\sin\omega t\cos\theta+\cos\omega t\sin\theta)]\\&=\mathscr{L}[\mathrm{e}^{-\alpha t}\sin\omega t\cos\theta]+\mathscr{L}[\mathrm{e}^{-\alpha t}\cos\omega t\sin\theta]\end{aligned}$$

$$= \cos\theta \cdot \frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2} + \sin\theta \cdot \frac{(s+a)}{(s+a)^2+\omega^2}$$

$$= \frac{\omega\cos\theta + \sin\theta(s+a)}{(s+a)^2+\omega^2}$$

可知，$p_1 = -a + \mathrm{j}\omega, p_2 = -a - \mathrm{j}\omega, z_1 = -a - \omega\cos\theta$.

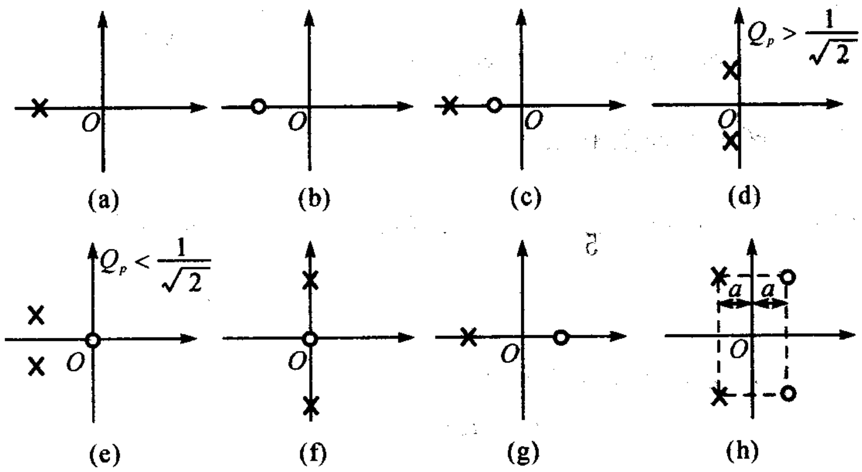
(3) $H(s) = \mathscr{L}[h(t)] = \mathscr{L}[\frac{3}{5}\mathrm{e}^{-t} - \frac{7}{9}te^{-3t} + 3t]$

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{s+1} - \frac{7}{9}\frac{1}{(s+3)^2} + \frac{3}{s^2}$$

$$= \frac{27s^4 + 262s^3 + 1153s^2 + 2025s + 1215}{45s^2(s+1)(s+3)^2}$$

可知，$p_1 = p_2 = 0, p_3 = -1, p_4 = p_5 = -3$.

14-10 画出与下列零、极点分布相应的幅频响应 $|H(\mathrm{j}\omega)| \sim \omega$.



题 14-10 图

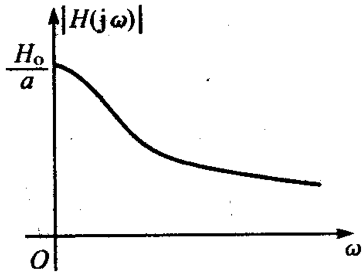
解 **解题关键** 根据零极点分布构造 $H(s)$ 的表达式，从而求 $|H(\mathrm{j}\omega)| \sim \omega$.

(1) 设极点为 $p_1 = -a$

则
$$H(s) = \frac{H_0}{s+a}$$

$$|H(\mathrm{j}\omega)| = \frac{H_0}{|\mathrm{j}\omega + a|}$$

$|H(j\omega)|$ 随 ω 单调减小. 如题解 14－10 图(a) 所示.

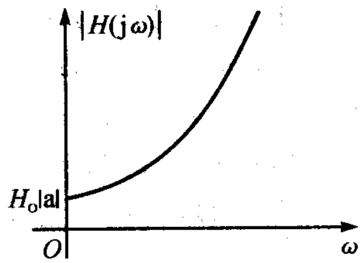


(a)

(2) 设零 $z_1=-a$,

则
$$H(s)=H_0(s+a)$$
$$|H(j\omega)|=H_0|j\omega+a|$$

$|H(j\omega)|$ 随 ω 单调增长. 如题解 14－10 图(b) 所示.



(b)

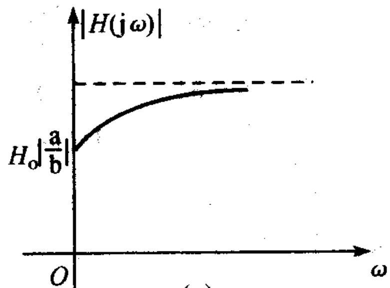
(3) 设零点 $z_1=-a, p_1=-b$,

则
$$H(s)=H_0\frac{s+a}{s+b}$$
$$|H(j\omega)|=H_0\frac{|j\omega+a|}{|j\omega+b|}$$

$H(j\omega)$ 在 $\omega=0$ 时
$$|H(j\omega)|=H_0\left|\frac{a}{b}\right|<H_0$$

当 $\omega\to\infty$ 时, $|H(j\omega)=H_0$

$|H(j\omega)|$ 随 ω 单调增长，如题解 14－10 图(c) 所示.



(c)

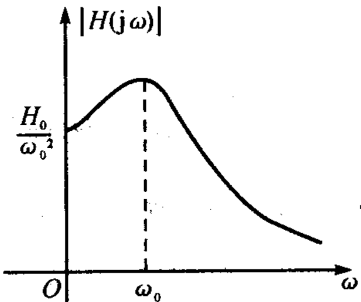
(4) 设极点 $p_1=-a+j\omega_d$,
$p_2=-a-j\omega_d$

则
$$H(s)=\frac{H_0}{(s+a)^2+\omega_d^2}$$
$$|H(j\omega)|=\frac{H_0}{|(j\omega+a)^2+\omega_d^2)|}$$

$|H(j\omega)|$ 在 $\omega=0$ 时,
$$|H(j\omega)|=\frac{H_0}{|a^2+\omega_d^2|}=\frac{H_0}{\omega_0^2}$$

当 $\omega\to\infty$ 时, $|H(j\omega)|\to 0$.

当 $Q_p=\frac{\omega_0}{2a}>\frac{1}{\sqrt{2}}$ 时, $|H(j\omega)|$ 出现峰值，且峰值随 Q_p 增大而增大. 当 $Q_p<$



(d)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，$|H(j\omega)|$ 随 ω 的增长而单调减小. 如题解 14－10 图(d) 所示.

(5) 设极点 $p_1=-a+j\omega_d$，$p_2=-a-j\omega_d$，零点为 $z_1=0$，则

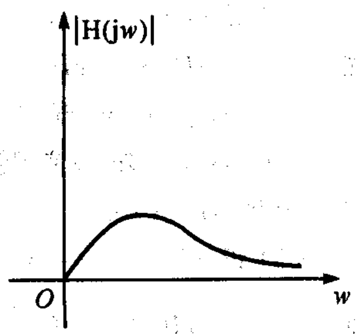
$$H(s)=\frac{H_0 s}{(s+a)^2+\omega_d^2}$$

$$|H(j\omega)|=\frac{H_0\,|j\omega|}{|(j\omega+a)^2+\omega_d^2)|}$$

当 $\omega=0$ 时，$|H(j\omega)|=0$.

当 $\omega=\infty$ 时，$|H(j\omega)|\to 0$.

当 $\omega\approx\omega_d$ 时，$|H(j\omega)|$ 达到最大值. 如解 14－10 图(e) 所示.



(e)

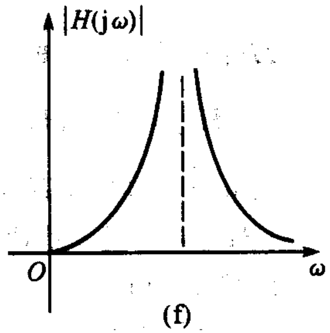
(6) 设极点 $p_{1,2}=\pm j\omega_d$，零点为 $z_1=0$，

则 $$H(s)=\frac{H_0 s}{s^2+\omega_d^2}$$

$$|H(j\omega)|=\frac{H_0\,|j\omega|}{|(j\omega)^2+\omega_d^2|}$$

当 $\omega=0$ 时，$|H(j\omega)|=0$.

当 $\omega\to\infty$ 时，$|H(j\omega)|\to 0$.



(f)

当 $\omega\approx\omega_d$ 时，$|H(j\omega)|$ 为无穷大，幅频响应如题解 14－10 图(f) 所示.

(7) 设极点 $p_1=-b$，零点 $z_1=a$，其中 $b>a>0$.

则 $$H(s)=H_0\frac{s-a}{s+b}$$

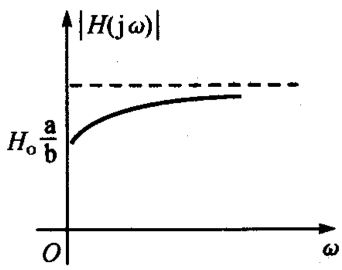
$$|H(j\omega)|=H_0\frac{|j\omega-a|}{|j\omega+b|}$$

当 $\omega=0$ 时，$|H(j\omega)|=H_0\frac{a}{b}<H_0$.

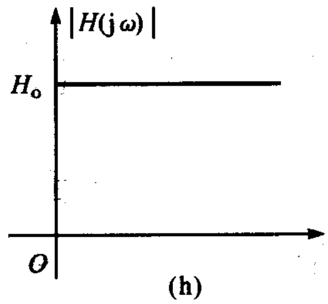
当 $\omega\to\infty$ 时，$|H(j\omega)|=H_0$ 幅频响应如题解 14－10 图(g) 所示.

(8) 设极点 $p_{1,2}=-a\pm j\omega_d$，零点为 $z_{1,2}=a\pm j\omega_d$，

则 $$H(s)=H_0\frac{(s-a)^2+\omega_d^2}{(s+a)^2+\omega_d^2}$$



(g)



(h)

$$|H(j\omega)| = H_0 \frac{|(j\omega - a)^2 + \omega_d^2|}{|(j\omega + a)^2 + \omega_d^2|}$$

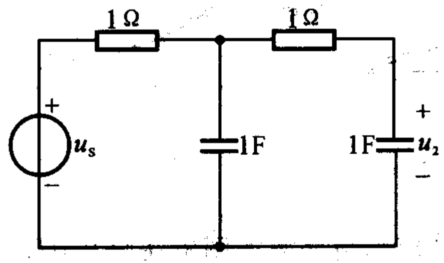
当 $\omega = 0$ 时，$|H(j\omega)| = H_0$，

当 $\omega \to \infty$ 时，$|H(j\omega)| = H_0$，

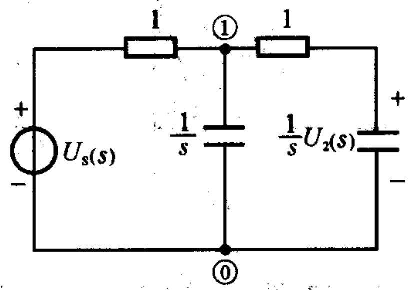
且 $$|(j\omega - a)^2 + \omega_d^2| = |(j\omega + a)^2 + \omega_d^2|,$$

所以幅频响应如题解 14－10 图(h) 所示.

14－11 已知电路如图示，求网络函数 $H(s) = \dfrac{U_2(s)}{U_s(s)}$，定性画出幅频特性和相频特性示意图.



题 14－11 图



(a)

题解 14－11 图

解 提示 只要求出 $U_2(s)$ 和 $U_s(s)$ 的关系，就可求出网络函数，可用结点法、回路法、或串并联等效都可.

采用结点法. 设结点电压为 $U_{n1}(s)$.

$$\left(1 + s + \frac{1}{1 + \frac{1}{s}}\right)U_{n1}(s) = \frac{U_s(s)}{1}$$

$$U_{n1}(s) = \frac{s+1}{s^2 + 3s + 1}U_S(s)$$

又 $$U_2(s)=\frac{\frac{1}{s}}{1+\frac{1}{s}}U_{n1}(s)=\frac{1}{s+1}\cdot\frac{s+1}{s^2+3s+1}U_s(s)$$

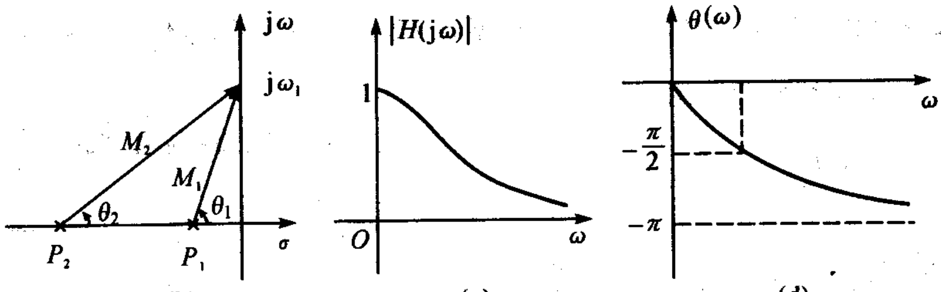
$$=\frac{1}{s^2+3s+1}U_s(s)$$

所以 $$H(s)=\frac{U_2(s)}{U_s(s)}=\frac{1}{s^2+3s+1}$$

可得极点 $p_{1,2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$，$p_1=-0.382$，$p_2=-2.618$

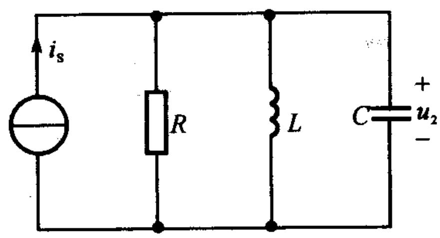
$$|H(j\omega)|=\frac{1}{|(j\omega)^2+3j\omega+1|}=\frac{1}{|j\omega-p_1||j\omega-p_2|}=\frac{1}{M_1M_2}$$

$$\theta(\omega)=\arg[H(j\omega)]=-[\arg(j\omega-p_1)+\arg(j\omega-p_2)]$$
$$=-(\theta_1+\theta_2)$$



(b) (c) (d)

14-12 图示电路为 RLC 并联电路，试用网络函数的图解法分析 $H(s)=\dfrac{U_2(s)}{I_s(s)}$ 的频率响应特性.



题 14-12 图

解

$$H(s)=\frac{U_2(s)}{I_s(s)}=\frac{1}{\frac{1}{R}+\frac{1}{sL}+sC}$$

$$=\frac{\frac{s}{C}}{s^2+\frac{1}{RC}s+\frac{1}{LC}}$$

$$=\frac{1}{C}\frac{s}{(s-p_1)(s-p_2)}=H_0\frac{s}{(s-p_1)(s-p_2)}$$

则 $p_{1,2}=-\frac{1}{2RC}\pm j\sqrt{\frac{1}{LC}-\left(\frac{1}{2RC}\right)^2}=-\delta\pm j\omega_d$(共轭复数). $z_1=0$.

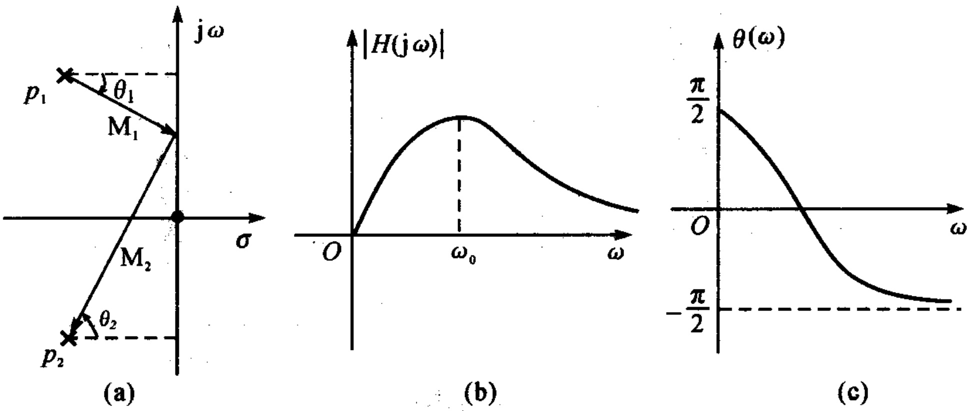
$$|H(j\omega)|=\frac{H_0\ |j\omega|}{|j\omega-p_1||j\omega-p_2|}=\frac{H_0\omega}{M_1M_2},$$

$$\theta(\omega)=\arg[H(j\omega)]=\frac{\pi}{2}-(\theta_1+\theta_2)$$

当 $\omega=0$ 时，$|H(j\omega)|=0,\theta(\omega)=\frac{\pi}{2}$；

当 $\omega\to\infty$ 时，$|H(j\omega)|=0,\theta(\omega)=-\frac{\pi}{2}$；

当 $\omega\approx\omega_0$时，$|H(j\omega)|$达到最大值，$\theta(\omega)=0$(其中 $\omega_0=\sqrt{\delta^2+\omega_d^2}$).



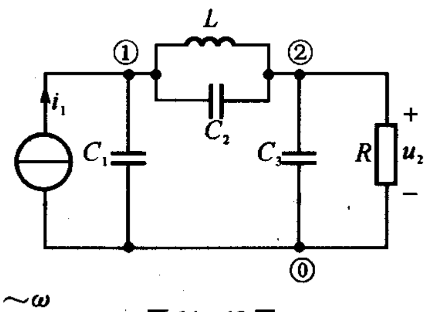
题解 14－12 图

14－13 图示为 LC 滤波器，其中 $C_1=1.73\text{F}$，$C_2=C_3=0.27\text{F}$，$L=1H$，$R=1\Omega$，试求：

(1) 网络函数 $H(s)=\frac{U_2(s)}{I_1(s)}$；

(2) 绘出此网络函数的极点和零点；

(3) 绘出 $|H(j\omega)|\sim\omega$ 和 $\arg H(j\omega)\sim\omega$ 的图形；



题 14－13 图

(4) 滤波器的冲激响应；

(5) 滤波器的阶跃响应.

解　提示　冲激响应　$U_2(s) = H(s), u_2(t) = \mathscr{L}^{-1}[H(s)]$，

阶跃响应　$U_2(s) = H(s) \cdot \dfrac{1}{s}, u_2(t) = \mathscr{L}^{-1}[H(s) \cdot \dfrac{1}{s}]$

(1) 采用结点法.（设结点电压分别为 $U_{n1}(s), U_{n2}(s)$）

$$\begin{cases} \left(sC_1 + sC_2 + \dfrac{1}{sL}\right)U_{n1}(s) - \left(sC_2 + \dfrac{1}{sL}\right)U_{n2}(s) = I_1(s) \\ -\left(sC_2 + \dfrac{1}{sL}\right)U_{n1}(s) + \left(sC_2 + sC_3 + \dfrac{1}{sL} + \dfrac{1}{R}\right)U_{n2}(s) = 0 \end{cases}$$

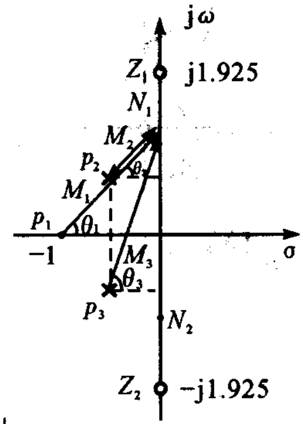
代入数值，得

$$\begin{cases} \left(2s + \dfrac{1}{s}\right)U_{n1}(s) - \left(0.27s + \dfrac{1}{s}\right)U_{n2}(s) = I_1(s) \\ -\left(0.27s + \dfrac{1}{S}\right)U_{n1}(s) + \left(0.54s + \dfrac{1}{s} + 1\right)U_{n2}(s) = 0 \end{cases}$$

则
$$H(s) = \frac{U_2(s)}{I_1(s)} = \frac{0.27s^2 + 1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1} = \frac{0.27s^2 + 1}{(s+1)(s^2 + s + 1)}$$

(2) 零点 $z_{1,2} = \pm j\dfrac{1}{\sqrt{0.27}} = \pm j1.925$；

极点 $p_1 = -1, p_{2,3} = -\dfrac{1}{2} \pm j\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；零极点分布如题解 14－13 图(a) 所示.



(a)

题解 14－13 图

(3)
$$|H(j\omega)| = \frac{0.27\,|j\omega - z_1|\,|j\omega - z_2|}{|j\omega - p_1|\,|j\omega - p_2|\,|j\omega - p_3|} = \frac{H_0 N_1 N_2}{M_1 M_2 M_3}$$

$$\arg[H(j\omega)] = -(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

(4)
$$H(s) = \frac{0.27s^2 + 1}{(s+1)(s^2 + s + 1)} = \frac{K_1}{s+1} + \frac{K_2}{s + \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}} + \frac{K_3}{s + \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

可求得 $K_1 = 1.27$，$K_2 = 0.517e^{-j165.13°} = 0.517\angle -165.13°$，

$$K_3 = K_2^*$$

则 $u_2(t) = h(t) = \mathscr{L}^{-1}[H(s)]$

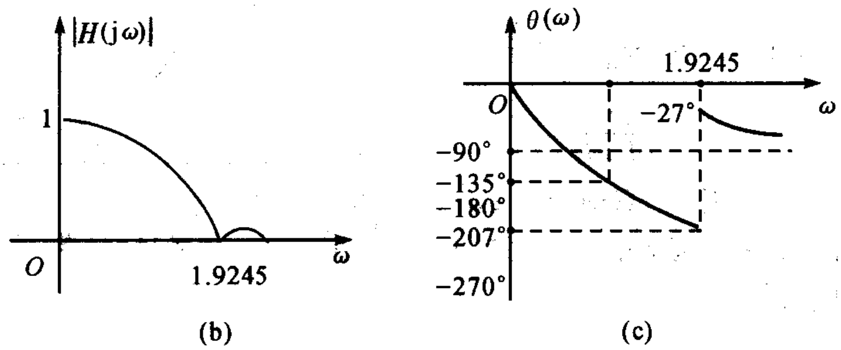
$$= [1.27e^{-t} + 1.035e^{-0.5t}\cos(0.866t - 165.13°)]\text{V}.$$

(5) 当 $I_1(s)$ 为阶跃激励，即 $I_1(s) = \dfrac{1}{s}$，则

$$U_2(s) = H(s)I_1(s) = H(s)\cdot\frac{1}{s} = \frac{0.27s^2+1}{s(s+1)(s^2+s+1)}$$

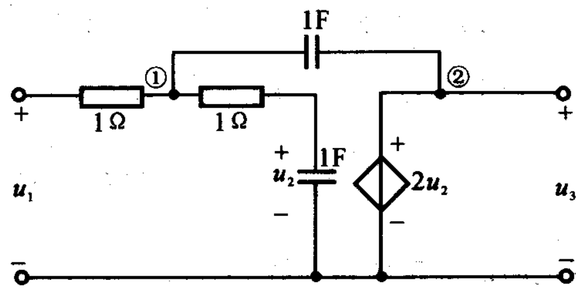
$$= \frac{1}{s} + \frac{-1.27}{s+1} + \frac{0.517\angle 74.87°}{s+\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}} + \frac{0.517\angle -74.87°}{s+\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

则 $u_2(t) = [1 - 1.27e^{-t} + 1.035e^{-0.5t}\cos(0.866t + 74.87°)]\text{V}$



题解 14-13 图

14-14 图示电路，试注：(1) 网络函数 $H(s) = \dfrac{U_3(s)}{U_1(s)}$，并绘出幅频特性示意图；(2) 求冲激响应 $h(t)$。



题 14-14 图

解 (1) 采用结点法，设结点电压 $U_{n1}(s)$，$U_{n2}(s)$.

$$\left(1+s+\frac{s}{s+1}\right)U_{n1}(s)-sU_{n2}(s)=\frac{U_1(s)}{1}$$

$$U_{n2}(s)=2U_2(s)=\frac{2}{s+1}U_{n1}(s)=U_3(s)$$

可得 $$H(s)=\frac{U_3(s)}{U_1(s)}=\frac{2}{s^2+s+1}$$

$$=\frac{2}{(s-p_1)(s-p_2)}$$

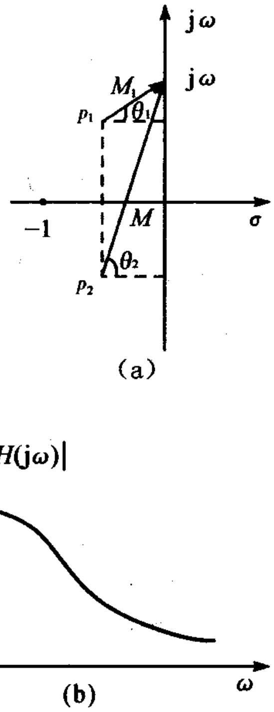
则 $$p_1=-\frac{1}{2}+\mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$p_2=-\frac{1}{2}-\mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$|H(\mathrm{j}\omega)|=\frac{2}{|\mathrm{j}\omega-p_1||\mathrm{j}\omega-p_2|}$$

$$=\frac{2}{M_1M_2}$$

当 $\omega=0$ 时，$|H(\mathrm{j}\omega)|=2$，$\omega\to\infty$ 时，$|H(\mathrm{j}\omega)|\to 0$，幅频响应如题解 14－14 图 (b) 所示.



题解 14－14 图

(2) $$H(s)=\frac{2}{s^2+s+1}$$

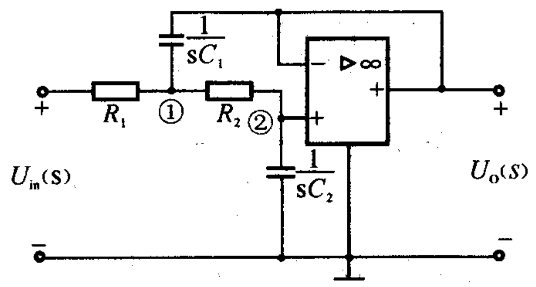
$$=\frac{K_1}{s+\frac{1}{2}-\mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2}}+\frac{K_2}{s+\frac{1}{2}+\mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

可求得 $$K_1=1.155\angle{-\frac{\pi}{2}},\ K_2=K_1^*=1.155\angle{\frac{\pi}{2}}$$

所以 $$h(t)=\mathscr{L}^{-1}[H(s)]=2|K_1|\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}t}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$=2.31\mathrm{e}^{-\frac{t}{2}}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t-\frac{\pi}{2}\right)=2.31\mathrm{e}^{-\frac{t}{2}}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)$$

14－15 求图示电路的电压转移函数 $H(s)=\dfrac{U_o(s)}{U_{in}(s)}$，设运放是理想的.



题 14－15 图

解 提示 运放电路一般采用结点法，应用虚短虚断两条规则.

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+sC_1\right)U_{n1}(s)-\frac{1}{R_2}U_{n2}(s)-sC_1U_o(s)=\frac{U_{in}(s)}{R_1}$$

$$-\frac{1}{R_2}U_{n1}(s)+\left(\frac{1}{R_2}+sC_2\right)U_{n2}(s)=0$$

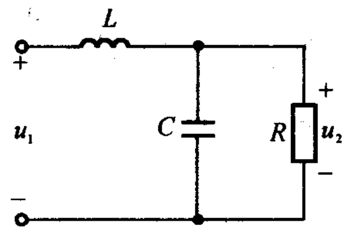
$$U_{n2}(s)=U_o(s)$$

可得 $$H(s)=\frac{U_o(s)}{U_{in}(s)}=\frac{1}{R_1R_2C_1\ C_2s^2+\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)R_1R_2C_2s+1}$$

$$=\frac{\frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}{s^2+s\left(\frac{1}{R_1C_1}+\frac{1}{R_2C_1}\right)+\frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}$$

14－16 图示电路为一低通滤波器，若已知冲激响应为

$h(t)=\left[\sqrt{2}e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}t}\sin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}t\right)\right]\varepsilon(t)$ 求：(1) L，C 值；(2) 幅频响应 $|H(j\omega)|\sim\omega$.



题 14－16 图

解 提示 由 $H(s)=\mathscr{L}[h(t)]=\dfrac{U_2(s)}{U_1(s)}$ 即可求得 L，C.

$$(1)\ H(s)=\frac{U_2(s)}{U_1(s)}=\frac{\frac{1}{sC+\frac{1}{R}}}{sL+\frac{1}{sC+\frac{1}{R}}}=\frac{R}{RLCs^2+Ls+R}$$

$$= \frac{1}{LC} \cdot \frac{1}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}}$$

又因为 $H(s) = \mathscr{L}[h(t)] = \dfrac{1}{\left(s+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \dfrac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$

对比以上两式的系数，可得 $\frac{1}{LC} = 1$， $\frac{1}{RC} = \sqrt{2}$.

若 $R = 1\Omega$，则 $C = \frac{\sqrt{2}}{2}\text{F}$，$L = \sqrt{2}\text{H}$.

(2) $|H(\mathrm{j}\omega)| = \dfrac{1}{|(\mathrm{j}\omega)^2 + \sqrt{2}\mathrm{j}\omega + 1|} = \dfrac{1}{\sqrt{(1-\omega^2)^2 + (\sqrt{2}\omega)^2}}$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+\omega^4}}$$