《大学物理 I》作业　　No.01 运动的描述　（A 卷）

班级 ________ 学号 ________ 姓名 _________ 成绩 _______

一、选择题

[B] 1. 一小球沿斜面向上运动，其运动方程为 $s=5+4t-t^2$ (SI)，则小球运动到最高点的时刻是

(A) $t=4\,\text{s}$；　(B) $t=2\text{s}$；　(C) $t=8\,\text{s}$；　(D) $t=5\text{s}$。

解：小球运动速度 $v=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=4-2t$。当小球运动到最高点时 $v=0$，即 $4-2t=0$，$t=2$(s)。

[D] 2. 质点作半径为 R 的变速圆周运动时的加速度大小为(v 表示任意时刻质点的速率)

(A) $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$　(B) $\dfrac{v^2}{R}$　(C) $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}+\dfrac{v^2}{R}$　(D) $\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\dfrac{v^4}{R^2}\right)}$

解：质点作圆周运动时，切向加速度和法向加速度分别为 $a_t=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t},a_n=\dfrac{v^2}{R}$，所以加速度大小为：$a=\sqrt{{a_t}^2+{a_n}^2}=\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\dfrac{v^2}{R}\right)^2}$。

[D] 3. 一质点在平面上作一般曲线运动，其瞬时速度为 $\vec{v}$，瞬时速率为 v，某一段时间内的平均速度为 $\bar{\vec{v}}$，平均速率为 $\bar{v}$，它们之间的关系必定有

(A) $|\vec{v}|=v$，$|\bar{\vec{v}}|=\bar{v}$　　(B) $|\vec{v}|\neq v$，$|\bar{\vec{v}}|=\bar{v}$

(C) $|\vec{v}|\neq v$，$|\bar{\vec{v}}|\neq\bar{v}$　　(D) $|\vec{v}|=v$，$|\bar{\vec{v}}|\neq\bar{v}$

解：根据定义，瞬时速度为 $\vec{v}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$，瞬时速率为 $v=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$，由于 $|\mathrm{d}\vec{r}|=\mathrm{d}s$，所以 $|\vec{v}|=v$。

平均速度 $\bar{\vec{v}}=\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$，平均速率 $\bar{v}=\dfrac{\Delta s}{\Delta t}$，由于一般情况下 $|\Delta\vec{r}|\neq\Delta s$，所以 $|\bar{\vec{v}}|\neq\bar{v}$。

[C] 4. 某物体的运动规律为 $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-kv^2t$，式中的 k 为大于零的常数。当 $t=0$ 时，初速为 v_0，则速度 v 与 t 的函数关系是

(A) $v=\dfrac{1}{2}kt^2+v_0$　　(B) $v=-\dfrac{1}{2}kt^2+v_0$

(C) $\dfrac{1}{v}=\dfrac{kt^2}{2}+\dfrac{1}{v_0}$　　(D) $\dfrac{1}{v}=-\dfrac{kt^2}{2}+\dfrac{1}{v_0}$

解：将 $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-kv^2t$ 分离变量积分，$\int_{v_0}^{v}-\dfrac{\mathrm{d}v}{v^2}=\int_0^t kt\,\mathrm{d}t$ 可得

$$\frac{1}{v}-\frac{1}{v_0}=\frac{1}{2}kt^2,\quad \frac{1}{v}=\frac{1}{2}kt^2+\frac{1}{v_0}。$$

[C] 5. 下列说法中，正确的是

(A) 运动物体的加速度越大，速度越大

(B) 作直线运动的物体，加速度越来越小，速度也越来越小

(C) 切向加速度与速度同号，则质点运动加快

(D) 切向加速度越大，质点运动的法向速度变化越快

解：（A）错。因为运动物体的速度增大与否，取决于切向加速度，如果切向加速度与速度同号，则速度增大，反之则速度减小。

（B）错。作直线运动的物体，如果加速度方向与速度方向相同，就算加速度越来越小，速度也会增大。

（C）正确。切向加速度 $a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ ，当 $v > 0 \quad a_t > 0$ 时，质点速度为正，且速度在增加，故质点运动加快。当 $v > 0 \quad a_t < 0$ 时，质点运动速度为正，且速度在减小，故质点沿正方向运动减慢。

（D）错。质点运动的速度沿切线方向，没有法向分量。

[B] 6. 在相对地面静止的参考系内，A、B 二船都以 $2\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ 的速率匀速行使，A 船沿 x 轴正向，B 船沿 y 轴正向。今在 A 船上设置与静止坐标系方向相同的坐标系(x、y 方向单位矢量用 $\vec{i}$ 、$\vec{j}$ 表示)，那么在 A 船上的坐标系中，B 船的速度(以 $\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ 为单位)为

(A) $2\vec{i}+2\vec{j}$ (B) $-2\vec{i}+2\vec{j}$ (C) $-2\vec{i}-2\vec{j}$ (D) $2\vec{i}-2\vec{j}$

解：由题意，A 船相对于地的速度 $\vec{v}_{A-地} = 2\vec{i}$ ，B 船相对于地的速度 $\vec{v}_{B-地} = 2\vec{j}$ ，

根据相对运动速度公式，B 船相对于 A 船的速度为

$$\vec{v}_{B-A} = \vec{v}_{B-地} + \vec{v}_{地-A} = \vec{v}_{B-地} - \vec{v}_{A-地} = -2\vec{i} + 2\vec{j} 。$$

二、判断题

[T] 1. 物体加速度不为零，而其速度为零是可能的。

解：速度是描述位置矢量变化快慢的物理量，加速度是描述速度变化快慢的物理量，存在加速度不为零，而其速度为零的可能，如：速度从负值变为正值的过程中，加速度不为零，但某时刻速度为零。

[T] 2. 在曲线运动中，加速度的方向一般指向曲线凹的一侧。

解：加速度包含切向加速度和法向加速度，切向加速度沿运动轨道的切向，法向加速度指向运动轨道的曲率中心，加速度的方向是切向加速度和法向加速度的合成方向，因此一般指向曲线凹的一侧。

[T] 3. 一个物体能否视为质点，不在于物体的大小，而在于所研究的物理问题中物体的大小形状是否能被忽略。

解：正确，例如：在研究天体运动轨迹时，地球、太阳等形状很大的物体也可以看作质点。

[F] 4. 作圆周运动时，物体的加速度不变。

解：加速度包含切向加速度和法向加速度，切向加速度描述速度大小的改变快慢，而法向加速度描述速度方向改变快慢。作圆周运动时，物体的切向加速度不变，但法向加速度的方向在不断变化，所以加速度改变。

[F] 5. 物体具有恒定的速度，但运动方向在不断改变是可能的。

解：物体具有恒定的速度，说明其运动快慢和方向都不会改变。

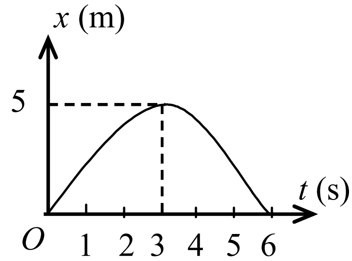
[F] 6. 只有法向加速度的运动一定是圆周运动。

解：法向加速度描述速度方向变化快慢。只有法向加速度的运动说明速度的大小不改变，只有速度方向发生改变，但不一定是圆周运动，也可以是椭圆或者其它曲线运动。

[T] 7. 在两个相对作匀速直线运动的参考系中质点的加速度是相同的。

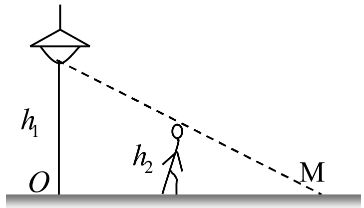
解：质点在一切惯性参考系中的加速度是相同的。

三、填空题



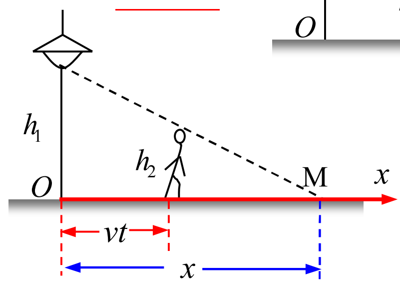
1．一质点作直线运动，其位置坐标 x 与时间 t 的关系曲线为抛物线，如图所示。则该质点在第__________秒瞬时速度为零；在第________秒至第_______秒间速度与加速度同方向。

解：由图知坐标 x 与时间 t 的关系曲线是抛物线，其方程为 $x=-\dfrac{5}{9}t(t-6)$，由速度定义 $v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ 有：$v=-\dfrac{5}{9}(2t-6)$，故第 3 秒瞬时速度为零。0-3 秒速度沿 x 正方向，3-6 秒速度沿 x 负方向。由加速度定义 $a=\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$ 有：$a=-\dfrac{10}{9}$，沿 x 负方向，故在第 3 秒至第 6 秒间速度与加速度同方向。



2.灯距地面高度为 h_1，一个身高为 h_2 的人在灯下以匀速率 v 沿水平直线行走，如图所示。则他的头顶在地上的影子 M 点沿地面移动的速率 $v_{\mathrm{M}}=\underline{\dfrac{h_1 v}{h_1-h_2}}$。

解：建立 Ox 轴如图所示，由几何关系



$$\frac{x-vt}{x}=\frac{h_2}{h_1}$$

$$x=\frac{h_1}{h_1-h_2}vt$$

M 点沿地面移动的速率为 $v_{\mathrm{M}}=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\dfrac{h_1}{h_1-h_2}v$

3．一质点从静止($t=0$)出发，沿半径为 $R=3$ m 的圆周运动，切向加速度大小保持不变，为 $a_\tau=3\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$，在 t 时刻，其总加速度 $\vec{a}$ 恰与半径成 45° 角，此时 $t=$ ____________ 。

解：由切向加速度定义 $a_\tau=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，分离变量积分 $\int_0^v \mathrm{d}v=\int_0^t a_\tau \mathrm{d}t$ 得质点运动速率 $v=a_\tau t$

法向加速度 $a_n=\dfrac{v^2}{R}=\dfrac{a_\tau{}^2t^2}{R}$

由题意 $\vec{a}$ 与半径成 45° 角知：$a_n=a_\tau$

由此式解得 $t=\sqrt{\dfrac{R}{a_t}}=\sqrt{\dfrac{3}{3}}=1\,(\mathrm{s})$

4．在半径为 R 的圆周上运动的质点，其速率与时间关系为 $\upsilon=ct^2$（式中 c 为常量），则从 $t=0$ 到 t 时刻质点走过的路程 $S(t)=\underline{\dfrac{1}{3}ct^3}$；$t$ 时刻质点的切向加速度 $a_t=\underline{2ct}$；t 时刻质点的法向加速度 $a_n=\underline{c^2t^4/R}$.

解：
$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\Rightarrow\int_0^s \mathrm{d}s=\int_0^t v\mathrm{d}t\Rightarrow s=\int_0^t ct^2\mathrm{d}t=\frac{1}{3}ct^3;$$
$$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=2ct, a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{c^2t^4}{R}$$

5. 有一水平飞行的飞机，速度为$\vec{v}_0$，在飞机上以水平速度$\vec{v}$向前发射一颗炮弹，略去空气阻力，并设发炮过程对飞机速度的影响忽略不计，则

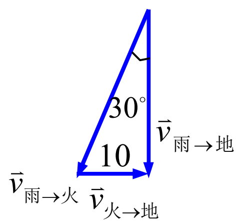
(1) 以地球为参照系，以飞机飞行方向为x轴，竖直向下为y轴；以发炮时为计时起点，该时刻飞机的位置为坐标原点，炮弹的轨迹方程为 $y=\dfrac{gx^2}{2(v_0+v)^2}$ 。

(2) 以飞机为参照系，以飞机飞行方向为x轴，竖直向下为y轴；以发炮时为计时起点，该时刻飞机的位置为坐标原点，炮弹的轨迹方程为 $y=\dfrac{1}{2}gx^2/v^2$ 。

解：(1) 以地球为参考系，以飞机飞行方向为x轴，竖直向下为y轴；以发炮时为计时起点，该时刻飞机的位置为坐标原点，炮弹的运动方程为
$$\begin{cases}x=(v+v_0)t\\ y=\dfrac{1}{2}gt^2\end{cases}$$
消去t，得炮弹的轨迹方程 $\boldsymbol{y}=\dfrac{\boldsymbol{g}}{2(\boldsymbol{v}+\boldsymbol{v}_0)^2}\boldsymbol{x}^2$

(2) 以飞机为参考系，坐标轴和计时起点的选择同(1)，炮弹的运动方程为
$$\begin{cases}x=vt\\ y=\dfrac{1}{2}gt^2\end{cases}$$
消去t，得炮弹的轨迹方程 $y=\dfrac{g}{2v^2}x^2$

6．当一列火车以 10 m/s 的速率向东行驶时，若相对于地面竖直下落的雨滴在列车的窗子上形成的雨迹偏离竖直方向 30°，则雨滴相对于地面的速率是____________；相对于列车的速率是____________。



解：由题意可画出各速度矢量如右图所示，它们构成直角三角形且
$$\vec{v}_{雨\to地}=\vec{v}_{雨\to火}+\vec{v}_{火\to地}$$
故雨滴相对于地面的速率 $v_{雨\to地}=10/\mathrm{tg}30^\circ=17.3(\mathrm{m/s})$

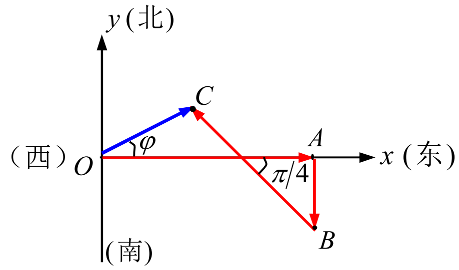
雨滴相对于列车的速率 $v_{雨\to火}=10/\sin 30^\circ=20\,(\mathrm{m/s})$

四、计算题

1. 一个人自原点出发，25s 内向东走 30m，又 10s 内向南走 10m，再 15s 内向正西北走 18m。求在这 50s 内，

(1) 平均速度的大小和方向;

(2) 平均速率的大小。



解：建立如图坐标系。

(1) 50s 内人的位移为

$$\Delta\vec{r} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$

$$= 30\vec{i} - 10\vec{j} + 18\cos 45^{\circ}\left(-\vec{i} + \vec{j}\right)$$

$$= 17.27\vec{i} + 2.73\vec{j}$$

平均速度的大小为 $\left|\vec{v}\right| = \left|\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right| = \dfrac{\sqrt{17.27^2 + 2.73^2}}{50} = 0.35 \quad (\mathrm{m \cdot s^{-1}})$

与 x 轴的夹角为 $\varphi = \mathrm{tg}^{-1}\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \mathrm{tg}^{-1}\dfrac{2.73}{17.27} = 8.98^{\circ} \quad$ (东偏北8.98°)

所以平均速度的方向为北偏东81.02°

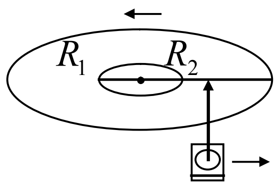
(2) 50s 内人走的路程为 $s = 30 + 10 + 18 = 58$ (m)，

所以平均速率为 $\bar{v} = \dfrac{s}{\Delta t} = \dfrac{58}{50} = 1.16 \quad (\mathrm{m \cdot s^{-1}})$

2．一张致密光盘（CD）音轨区域的内半径 R_1＝2.2 cm，外半径为 R_2＝5.6 cm（如图），径向音轨密度 N＝650 条/mm。在 CD 唱机内，光盘每转一圈，激光头沿径向向外移动一条音轨，激光束相对光盘是以 v＝1.3 m/s 的恒定线速度运动的。

(1) 这张光盘的全部放音时间是多少？

(2) 激光束到达离盘心 r＝5.0 cm 处时，光盘转动的角速度和角加速度各是多少？



解：(1) 以 $\vec{r}$ 表示激光束打到音轨上的点对光盘中心的矢径，则在$\mathrm{d}r$ 宽度内的音轨长度为$2\pi rN\,\mathrm{d}r$ 。

激光束划过这样长的音轨所用的时间为$\mathrm{d}t = \dfrac{2\pi rN\,\mathrm{d}r}{v}$ 。

由此得光盘的全部放音时间为

$$T = \int \mathrm{d}t = \int_{R_1}^{R_2} \frac{2\pi rN\,\mathrm{d}r}{v} = \frac{\pi N}{v}(R_2^2 - R_1^2)$$

$$= \frac{\pi \times 650 \times 10^3 \times (0.056^2 - 0.022^2)}{1.3}$$

$$= 4.16 \times 10^3\,\mathrm{s} = 69.4\ (\mathrm{min})$$

(2) 所求角速度为

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{1.3}{0.05} = 26\ (\mathrm{rad/s})$$

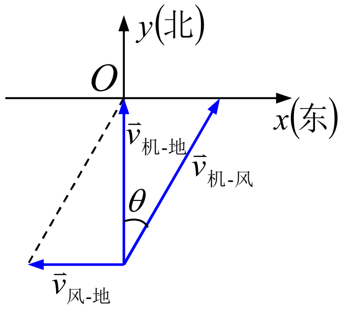
所求角加速度为

$$\beta=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=-\frac{v}{r^2}\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=-\frac{v}{r^2}\frac{v}{2\pi rN}=-\frac{v^2}{2\pi Nr^3}$$

$$=-\frac{1.3^2}{2\pi\times650\times10^3\times0.05^3}$$

$$=-3.31\times10^{-3}\ (\mathrm{rad/s^2})$$

3. 一飞机驾驶员想往正北方向航行，而风以 60 km·h^{-1} 的速度向西刮来，如果飞机的航速(在静止空气中的速率)为 180 km·h^{-1}，试问驾驶员应取什么航向？飞机相对于地面的速率为多少？矢量图如右图所示。



解：建立如图坐标系，由已知条件，有

$\vec{v}_{风-地}=-60\vec{i}\quad(\mathrm{km\cdot h^{-1}})$

$|\vec{v}_{机-风}|=180\quad(\mathrm{km\cdot h^{-1}})$，方向未知，

$\vec{v}_{机-地}$ 大小未知，方向正北。

由相对速度公式，$\vec{v}_{机-地}=\vec{v}_{机-风}+\vec{v}_{风-地}$

矢量三角形为直角三角形，如右图所示。

飞机相对于地面的速率为 $|\vec{v}_{机-地}|=\sqrt{180^2-60^2}=170(\mathrm{km\cdot h^{-1}})$

驾驶员应取航向为北偏东 $\theta=\sin^{-1}\dfrac{60}{180}=19.47^\circ$