

第5章 数字信号的基带传输

本章教学要求

- 1、掌握基带信号常用码型和基带信号的功率谱特性。
- 2、理解基带传输系统码间干扰的原因、无码间干扰的条件和解决方法，包括均衡原理、部分响应原理和眼图原理。
- 3、了解基带传输系统的抗噪声性能。

本章主要内容

5.1 数字基带信号的码型

5.2 数字基带信号的频谱特性

5.3 数字基带传输系统概述

5.4 数字基带传输系统的码间干扰

5.5 部分响应系统

5.6 均衡

5.7 基带传输系统的抗噪声性能

主要外语词汇

数字基带传输 *Digital Baseband Transmission*

码间干扰 *ISI (Intersymbol Interference)*

不归零码 *NRZ (Non-Return-to-Zero)*

归零码 *RZ (Return-to-Zero)*

传号交替反转码

AMI (Alternate Mark Inversion Code)

三阶高密度双极性码

HDB3 (High Density Bipolar 3 Code)

成对选择三进制码

PST (Paired Selected Ternary Code)

眼图 *Eye Patterns*

作业题

P₁₅₂ 5, 10 (画出它所对应的单极性归零码、单极性不归零码、双极性归零码、双极性不归零码、差分码、AMI码和HDB3码波形)

5-10 设某基带传输系统具有图 P5-6 所示的三角形传输函数；

(1) 求该系统接收滤波器输出基本脉冲的时间表示式；

(2) 当数字基带信号的传码率 $R_B = \omega_0/\pi$ 时, 用奈奎斯特准则验证该系统能否实现无码间干扰传输？

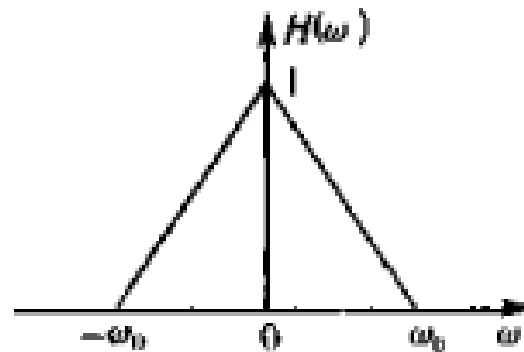


图 P5-6

5-11 设基带传输系统的发送滤波器、信道及接收滤波器组成总特性为 $H(\omega)$, 若要求以 $2/T$ 波特的速率进行数据传输, 试检验图 P5-7 各种 $H(\omega)$ 满足消除抽样点上码间干扰的条件否?

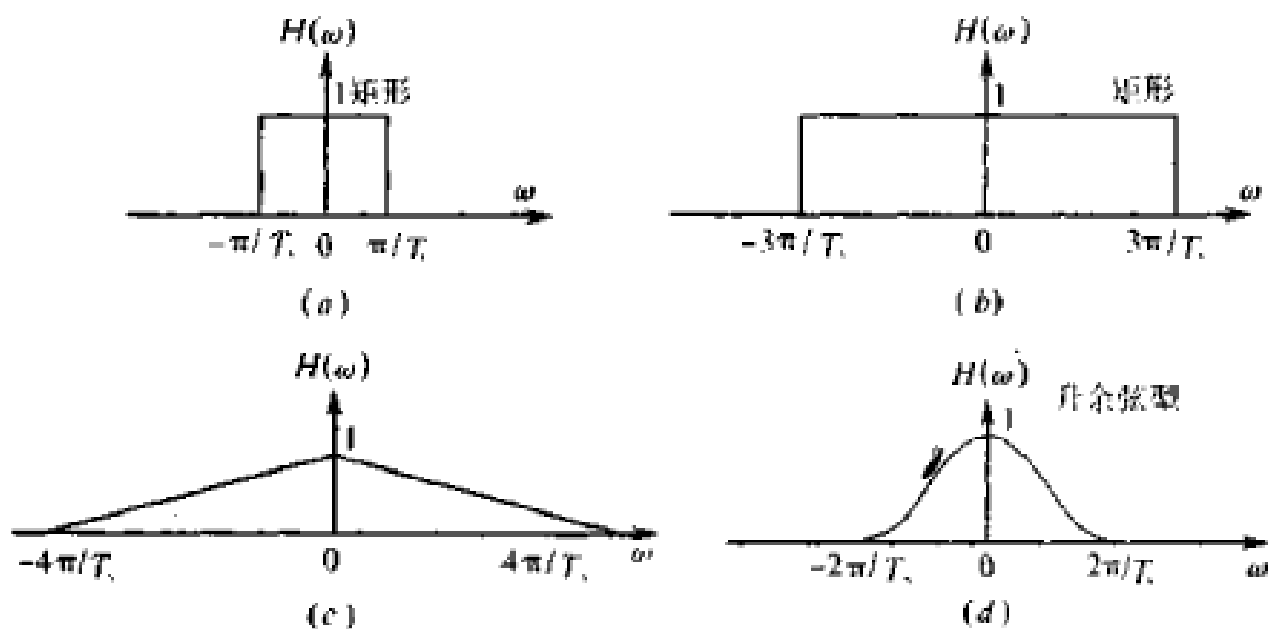


图 P5-7

5-12 设某数字基带传输的传输特性 $H(\omega)$ 如图 P5-8 所示。其中 α 为某个常数 ($0 \leq \alpha \leq 1$):

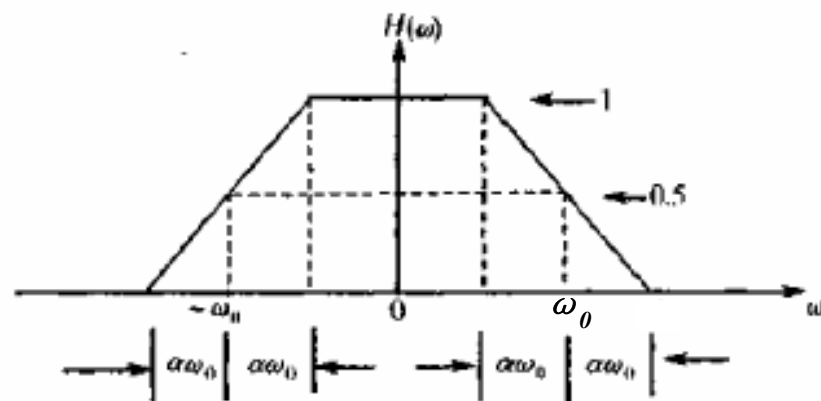


图 P5-8

- (1) 试检验该系统能否实现无码间干扰传输?
- (2) 试求该系统的最大码元传输速率为多少? 这时的系统频带利用率为多大?

5-13 为了传送码元速率 $R_B = 10^3$ (B) 的数字基带信号, 试问系统采用图 P5-9 中所画的哪一种传输特性较好? 并简要说明其理由。

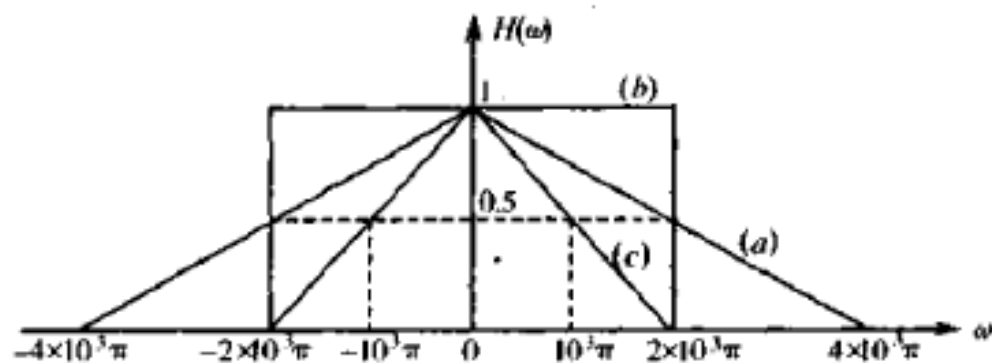


图 P5-9

§ 5.1 数字基带信号的码型

基带信号—— 未经过调制的脉冲数字信号。

数字基带传输系统—— 直接在信道中传输数字基带信号的系统。

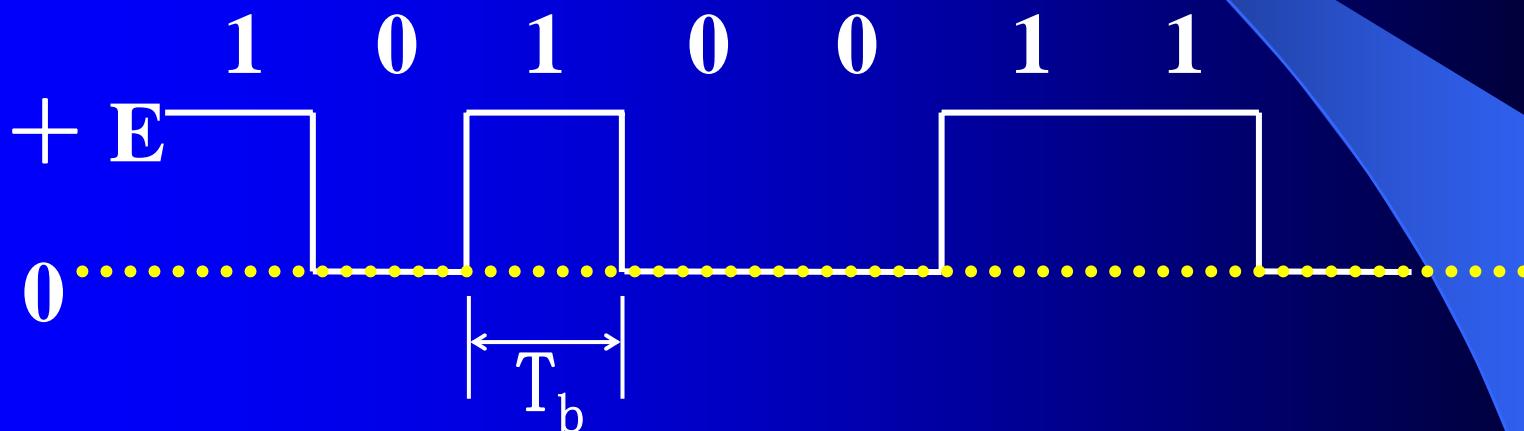
波形—— 数字基带信号的脉冲波形有矩形、钟形、三角形等，并无严格规定，以矩形脉冲为最常用。

码型—— 指数字与脉冲的对应关系。

一、基本码型:

1. 单极性不归零码 —— **UNRZ**

(Unipolar Non-Return-to-Zero)

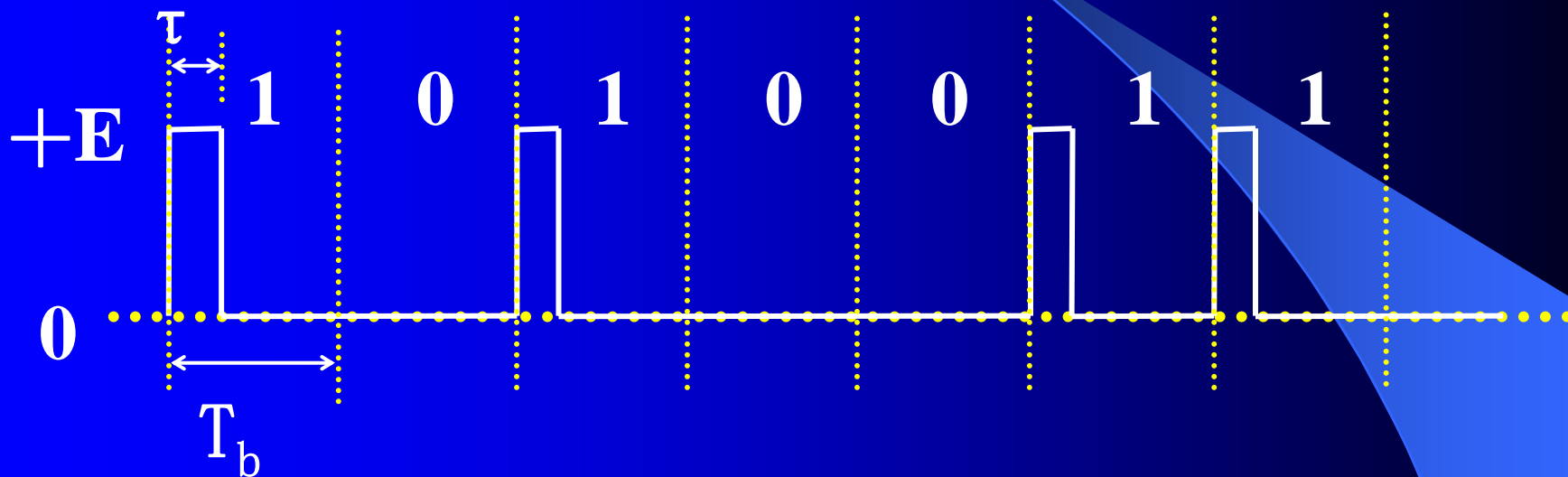


(1) 有脉冲为“1”，无脉冲为“0”；（单极性）

(2) 脉冲宽度 $\tau =$ 码元周期 T_b 。（不归零）

2. 单极性归零码 — *URZ*

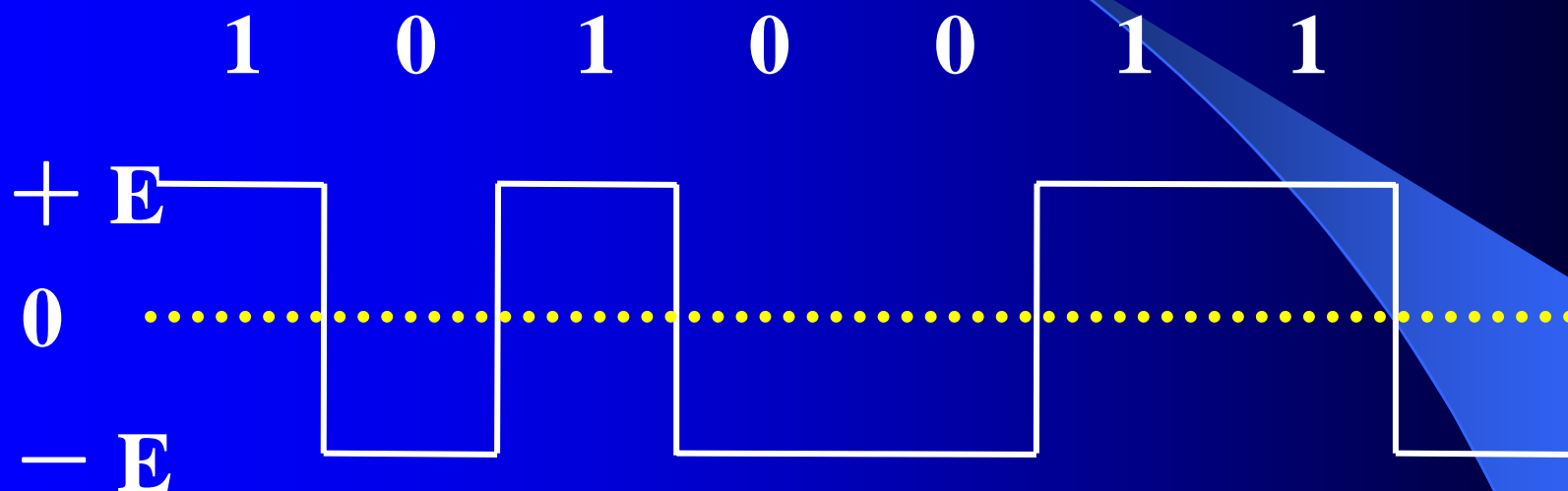
(Unipolar Return-to-Zero)



- (1) 有脉冲为“1”，无脉冲为“0”；（单极性）
- (2) 脉冲宽度 $\tau <$ 码元周期 T_b 。（归零）

3. 双极性不归零码 —— *BNRZ*

(Bipolar Non-Return-to-Zero)

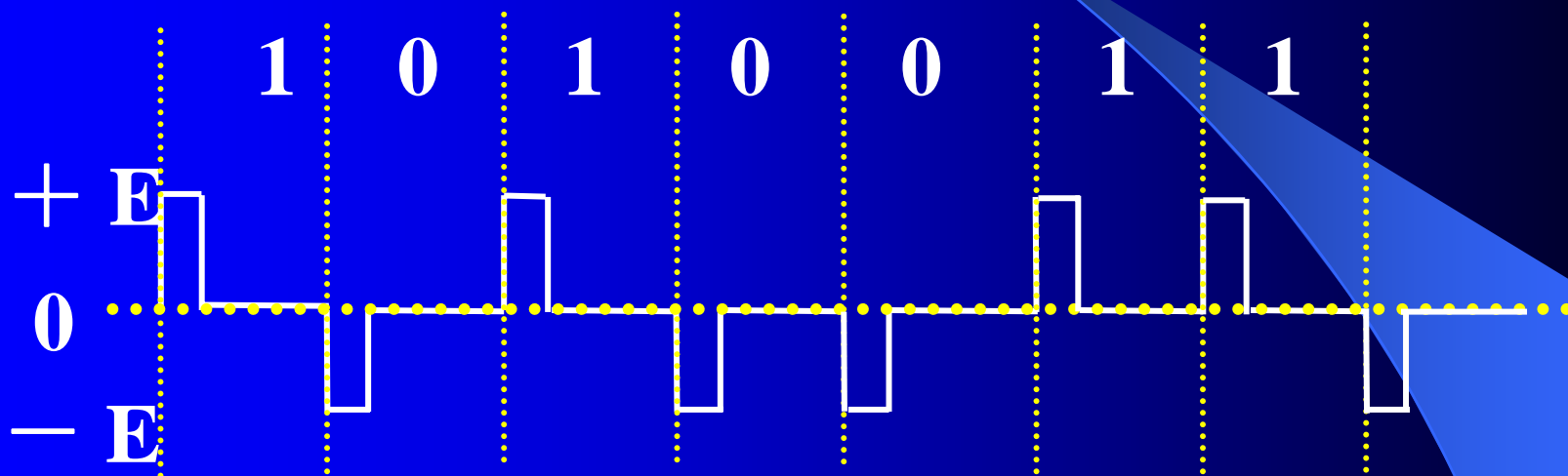


(1) 正脉冲为“1”，负脉冲为“0”；（双极性）

(2) 脉冲宽度 $\tau =$ 码元周期 T_b 。（不归零）

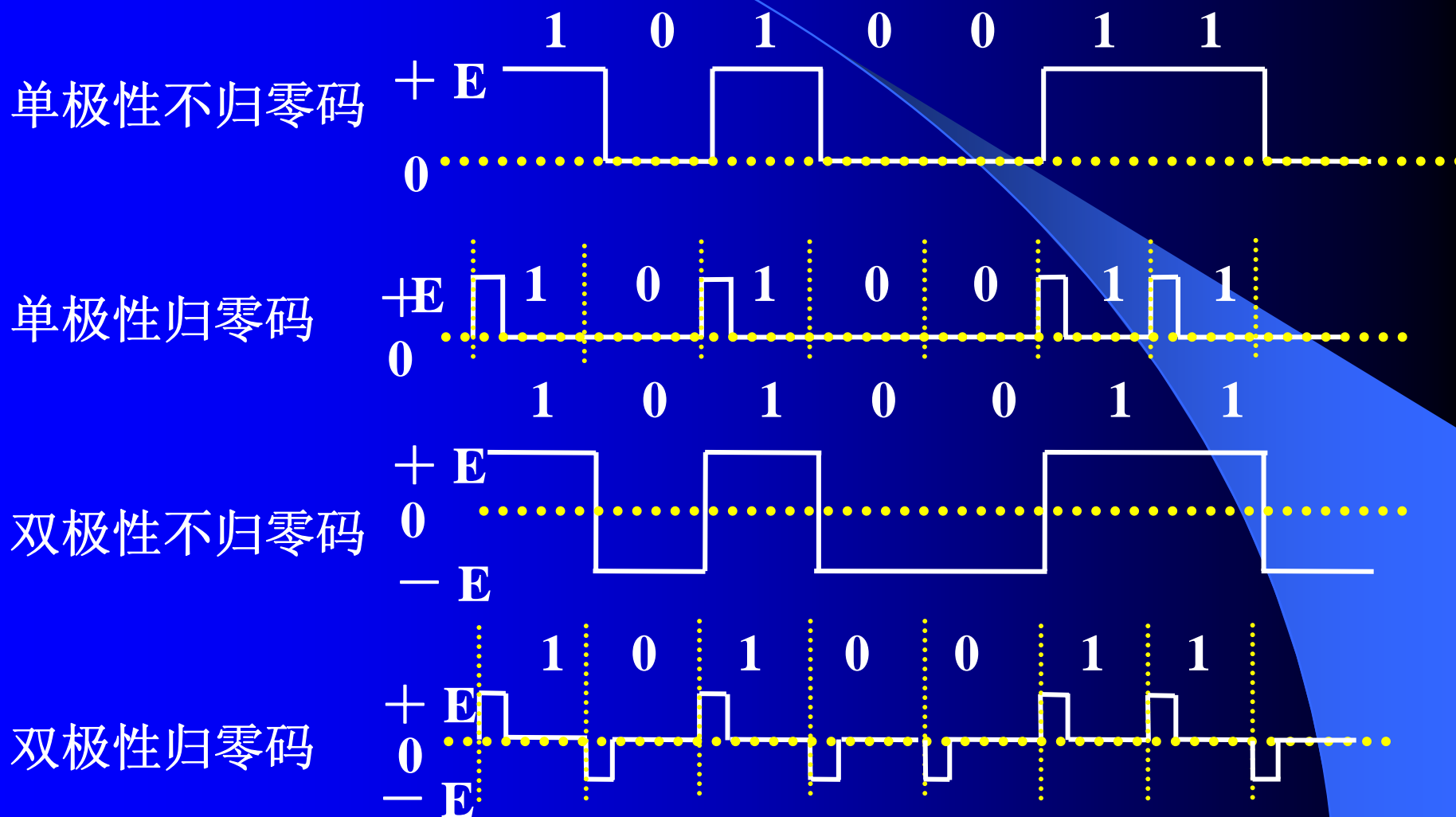
4. 双极性归零码 — **BRZ**

(Bipolar Return-to-Zero)



- (1) 正脉冲为“1”，负脉冲为“0”；（双极性）
- (2) 脉冲宽度 $\tau < \text{码元周期 } T_b$ 。（归零）

❖ 四种基本码型的对比



什么码型好？（基本要求是前三项）

- (1) 无平均直流成份。
- (2) 便于提取同步信息（定时脉冲）
- (3) 不受信源统计性质影响。
- (4) 具有内在的检错能力。
- (5) 不会引起误码传递。
- (6) 码型变换设备简单可靠。

四种基本码型中，只有双极性归零码能满足前两条要求，但它仍受信源统计影响。实际上它已经是三电平码。

二、重要码型

1. AMI 码 — *Alternate Mark Inversion* (传号交替反转码)

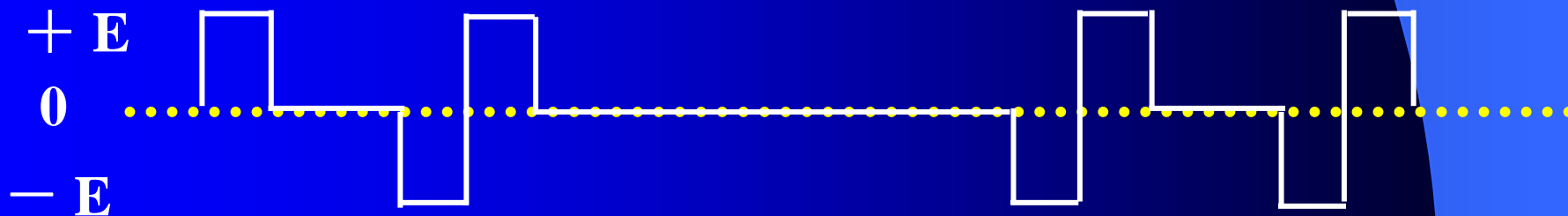
克服了信源统计依赖性。

规则：（1）无脉冲为“0”；

（2）用极性交替的正负脉冲表示

消息代码 “1”
消息代码 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 1 1 ...

AMI码 +E 0 0 -E +E 0 0 0 0 0 0 0 -E +E 0 0 -E +E ...



2. HDB₃码 —— *High Density Bipolar 3 code*

(三阶高密度双极性码)

解决**AMI**码在多个连零情况下无法提取同步信息的困难。

- (1) 当信码中连“0”个数不超过3时，AMI码即为HDB₃码；
- (2) 当连“0”个数超过3时，则将第4个“0”改为“1”码，记作**V**码。为与真正“1”码区别，V码的极性破坏了正负交替的规律，它与前一个非“0”脉冲的极性相同；

信息代码: 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 1

AMI码: -1 0 0 0 0 +1 0 0 0 0 -1 +1 0 0 0 0 -1 +1

HDB₃码: -1 0 0 0 -V +1 0 0 0 +V -1 +1 0 0 0 +V -1 +1

却发现: 若两V码间有**奇数**个“1”，V码满足极性交替。

若两V码间有**偶数**个“1”，V码不满足极性交替。

HDB3的译码:

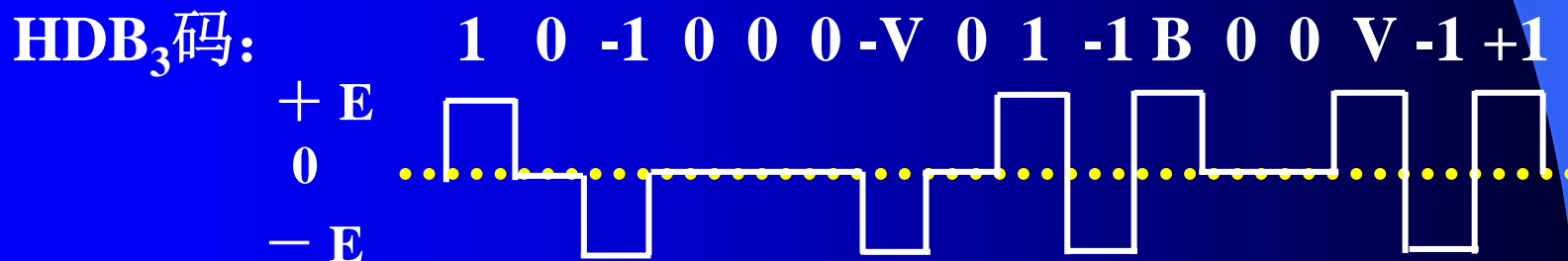
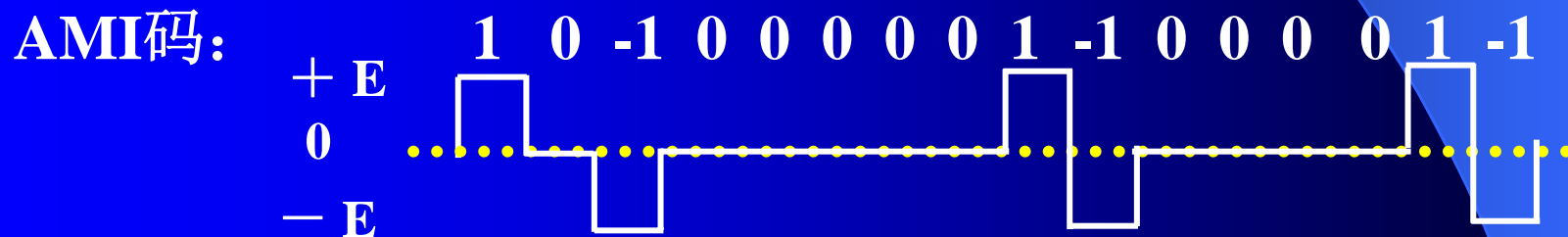
- 因为 **HDB3**编码的结果，凡是单个的同极性脉冲都代表**1**，且中间少于四个连**0**；凡是双连的同极性脉冲都代表存在四个连**0**。码流中不存在三连或更多的同极性脉冲。
- 所以译码规则很简单：双连的同极性脉冲，将后面的**V**码译为**0**的同时，且将**V**码前面的三个码元也都译为**0**；单个的同极性脉冲，无论什么极性都译为**1**。这样一来，**B00V**和**000V**都被译为**0000**，既不会把**B**当作**1**，也不会把**000V**前面的**1**当作**0**。

HDB₃码 : -1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 -1 0 1 -1 0 0 -1 0 1

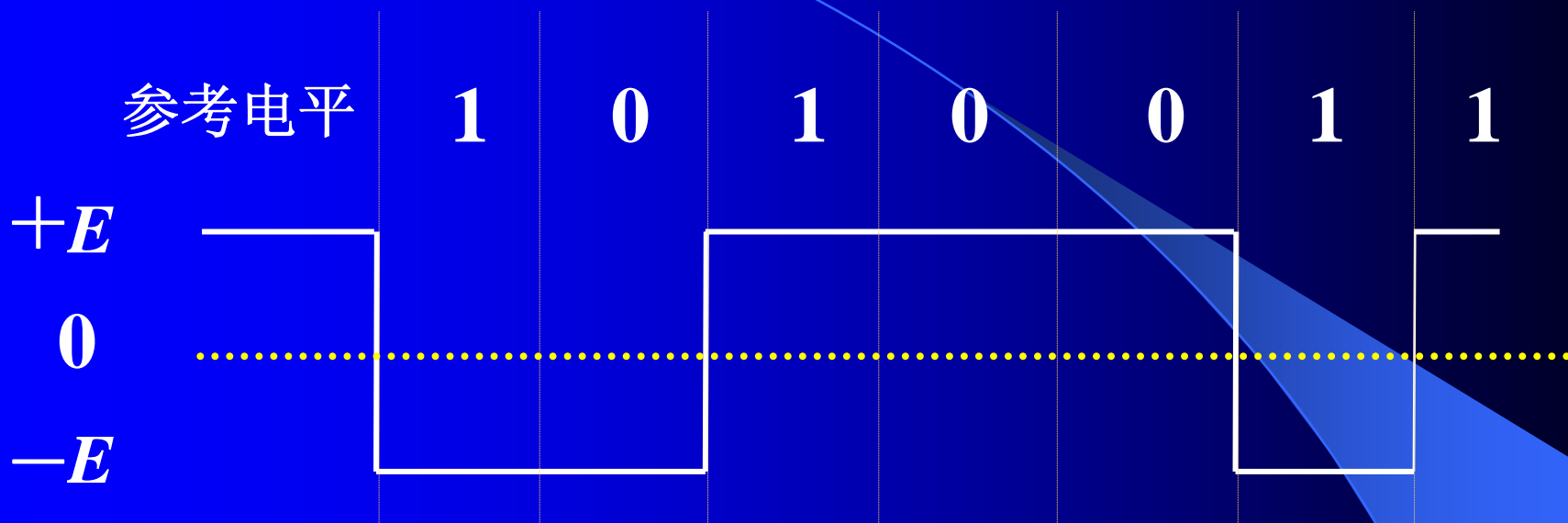
信息代码: 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 1

例 1: 已知信息代码如下，试画出相应的单极性不归零码、AMI码以及HDB₃码的波形。

信息代码: 1 0 1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 1



3. 差分码：（相对码）



用脉冲极性的变化与否表示 “1” 和 “0”。

编码：见 “1” 就改变极性。见 “0” 不变极性。

译码：极性变就译为1，极性不变译为0。

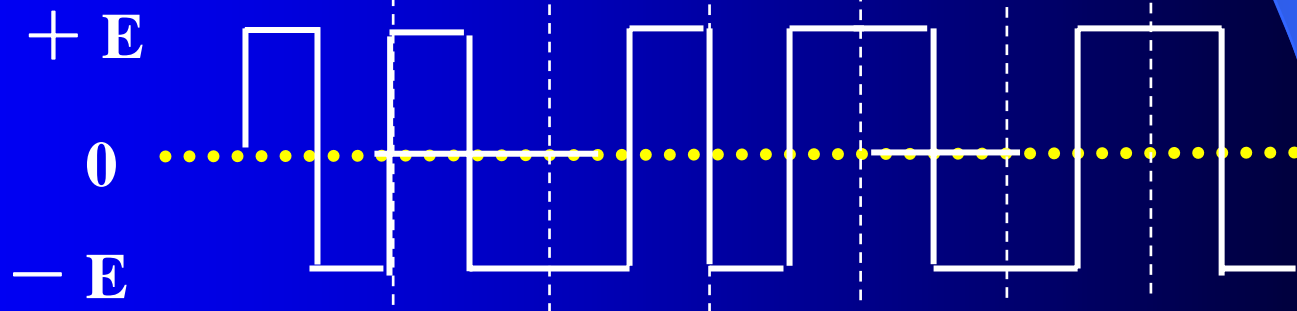
三、其它码型

1. 数字双相码（曼彻斯特:Manchester码）

它用一对正负脉冲来表示数字：用码元间隔中心点的负跳变（由正到负）表示“0”，用正跳变（由负到正）表示“1”。即“0”码用“01”两位码表示，“1”码用“10”两位码表示。又称为分相码。

二进制代码： 1 1 0 0 1 0 1

双相码： 1 0 1 0 0 1 0 1 1 0 0 1 1 0



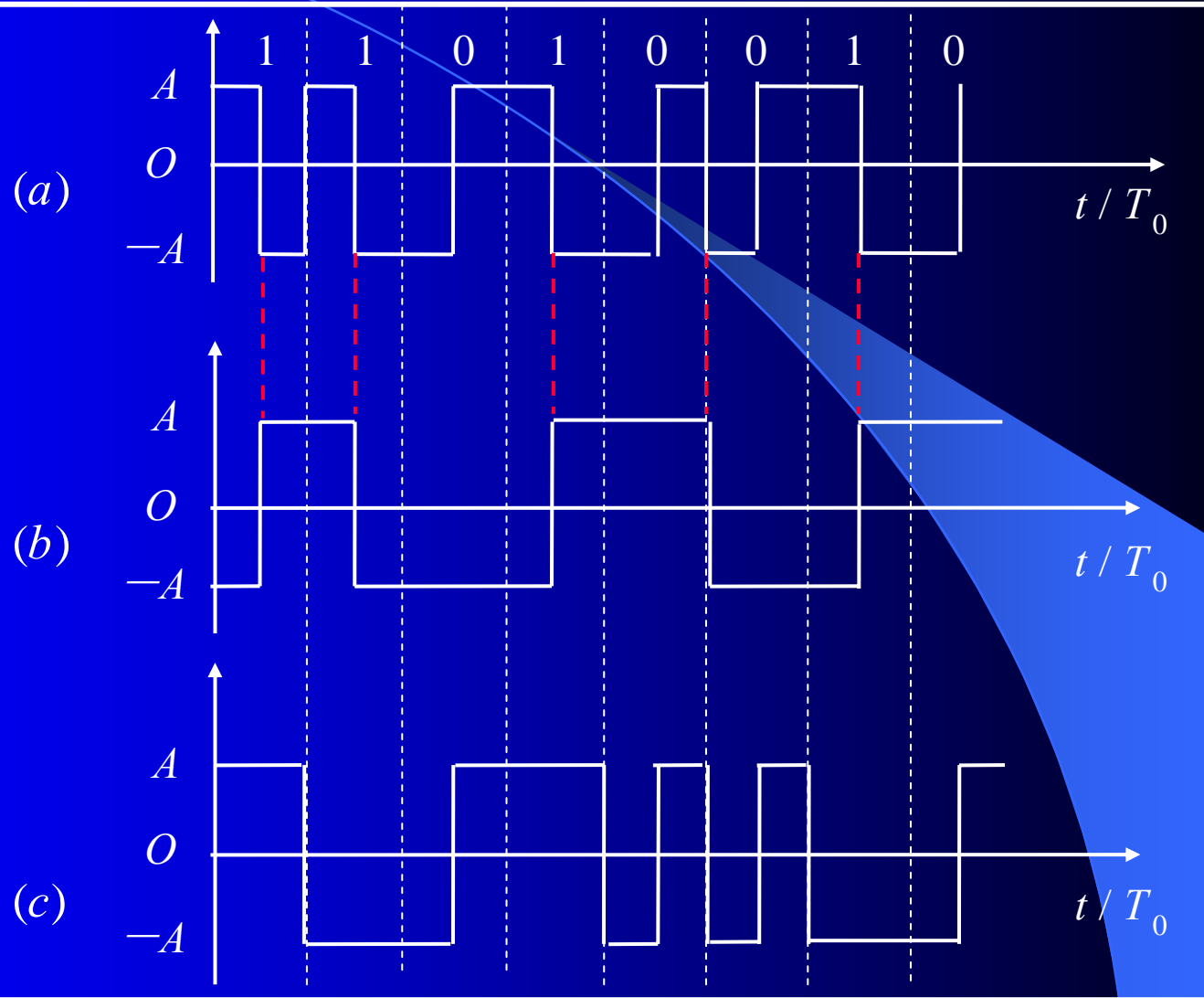
2. 密勒码 (Miller)码（又称延迟调制码）

用双相码的下跳沿触发双稳态电路，使极性发生变化，即可产生密勒码（图在下页）。

编码规则如下：

- ❖ “1”码用码元间隔中心点出现跃变来表示，即用负跳变“10”或正跳变“01”表示。
- ❖ 单个“0”时，在码元间隔内不出现电平跃变，且与相邻码元的边界处也不跃变，即保持单一的正电平或负电平；
- ❖ 连“0”时，在两个“0”码的边界处出现电平跃变，即在负电平“00”与正电平“11”之间交替。

(a) 双相码



(b) 密勒码

(c) CMI码

3. CMI码（传号反转码）

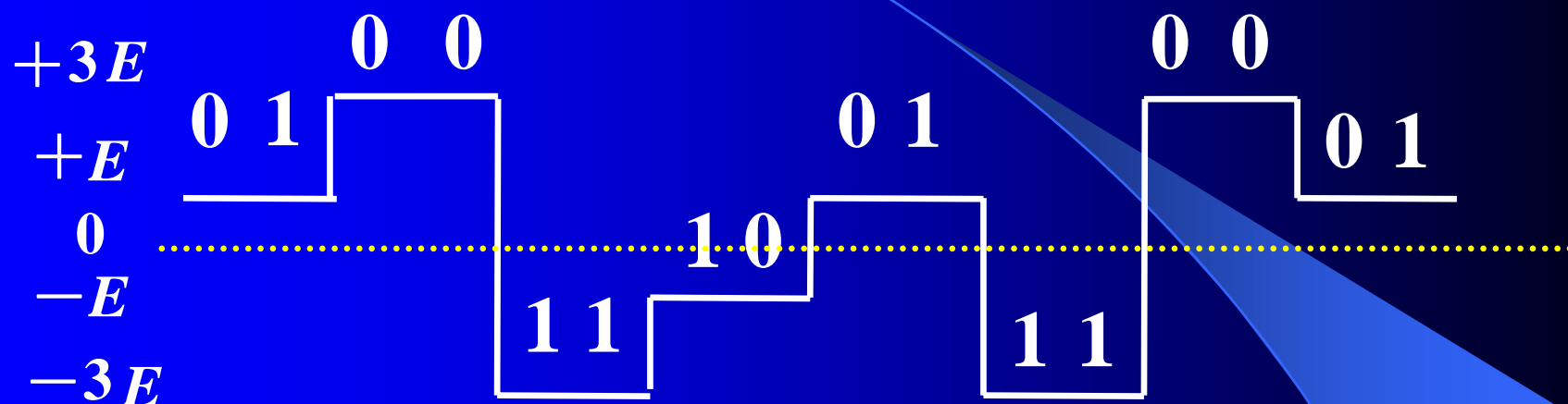
与数字双相码类似，它也是一种双极性二电平码。

编码规则是：“1”码用交替的正、负电平表示，即用“11”和“00”两位码表示；而“0”码固定地用正跳变“01”表示。

CMI码有较多的电平跃变，因此含有丰富的定时信息。此外，由于10为禁用码组，不会出现3个以上的连码，这个规律可用来宏观检错。

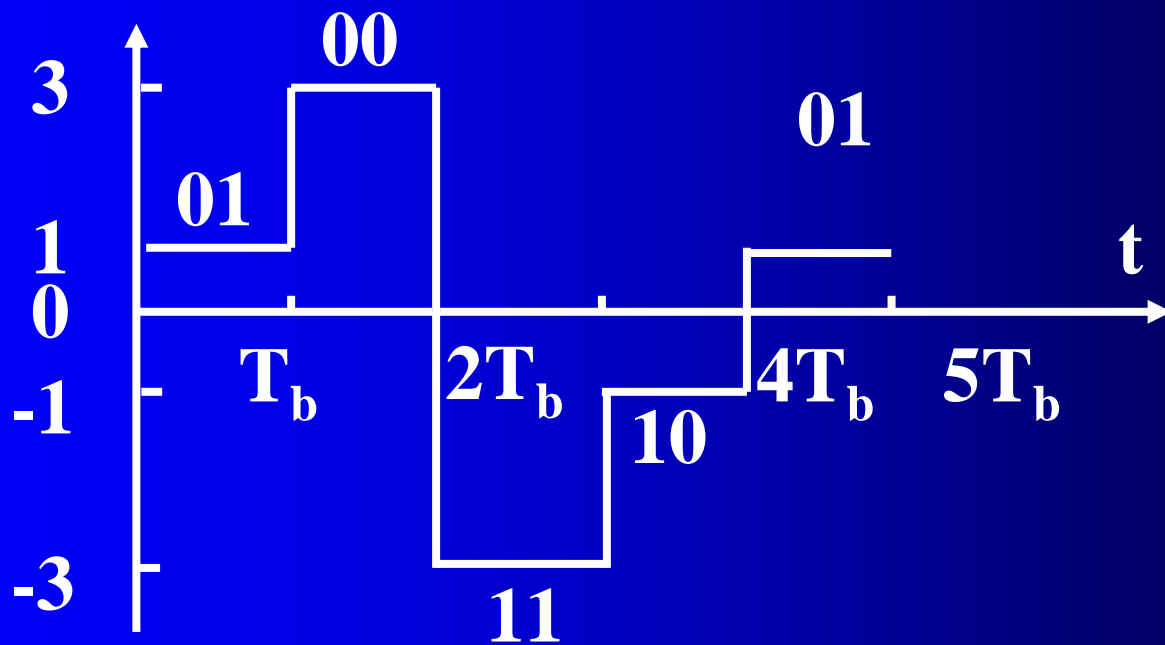
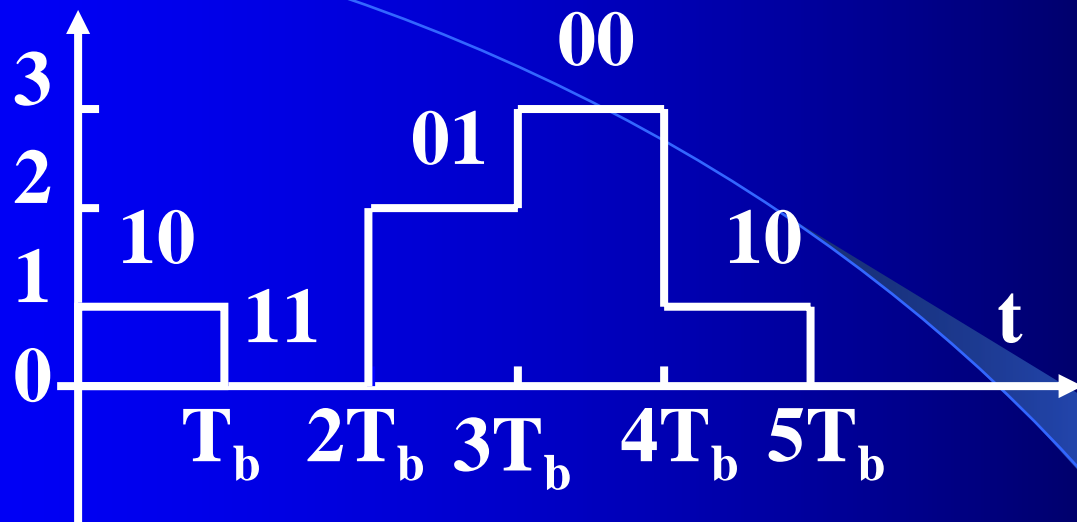
数字双相码、密勒码和CMI码都是二电平码(不归零码)。而且每个原始二进制信码都用一组2位的二进码表示，因此这类码又称为1B2B码。

4. 多电平码（多元码）



有多个电平分别去对应每个多进制符号。

如图，两位二进制符号对应一个脉冲，01对应 $+E$ ，00对应 $+3E$，所得波形为4元码。



5. PST 码（成对选择三进码）

它是一种三电平码：有 $+V$ 、 0 、 $-V$ 三个电平，取两位电平的组合，就有九种状态，从中挑选四种状态去对应两位二进制代码的四种组合。下面列出了其中两种最常用的对应方式：

二进制代码	+模式	-模式
00	- +	- +
01	0 +	0 -
10	+ 0	- 0
11	+ -	+ -

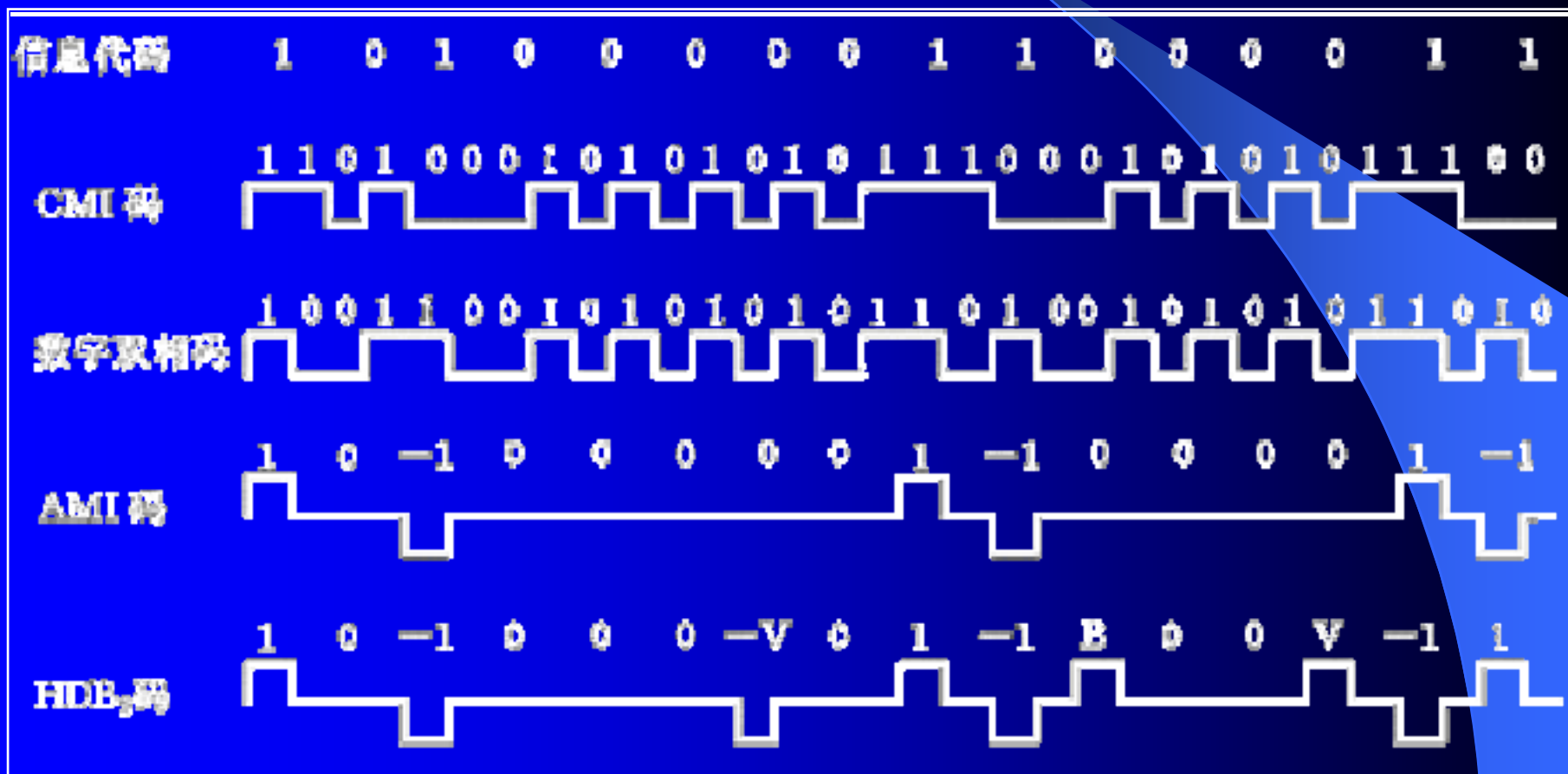
显然，码组**00**与**11**是在**+V**、**-V**电平之间的大跳变，码组为**01**和**10**是在**0**与**+V**或**0**与**-V**电平之间的小跳变。为了防止**PST** 码的直流漂移，当码组为**01**(或**10**)时，要求下一个**01**(或**10**)在两种模式之间交替变换。

例如：

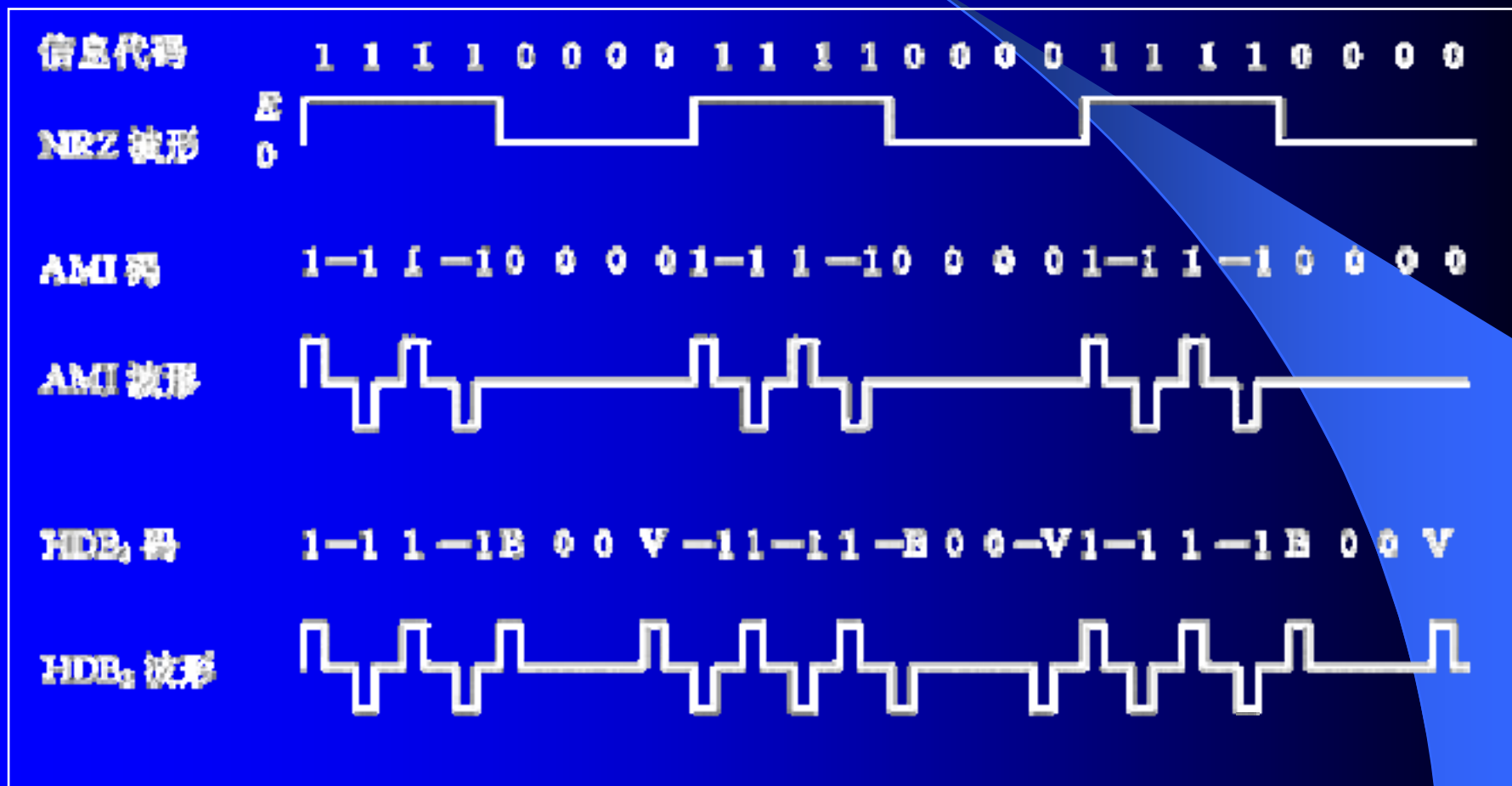
二进制代码	01	00	11	10	10	11	01
PST码(取+模式)	0 +	- +	+ -	- 0	+ 0	+ -	0 -
PST码(取- 模式)	0 -	- +	+ -	+ 0	- 0	+ -	0 +

- PST**码的特点：
- 1、无直流成分；
 - 2、它的每个码均发生跳变，提供足够的同步信息；
 - 3、编码简单，易于实现。

例1：已知信息代码为1010000011000011，试确定相应的CMI码、数字双相码、AMI码以及HDB₃码，并分别画出它们的波形。



例2：有4个连1和4个连0交替出现的序列，画出单极性 非归零码、AMI码、HDB₃码所对应的波形图。



§ 5.2 数字基带信号的频谱特性

本节课目的要求:

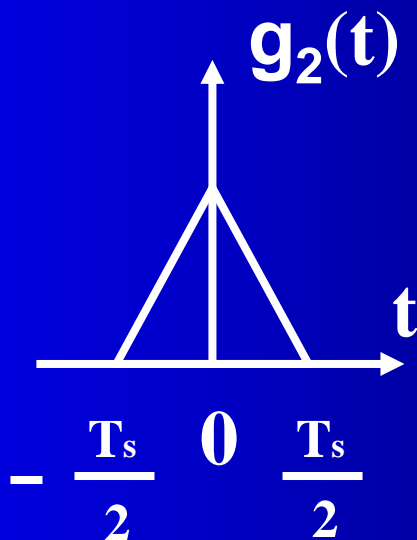
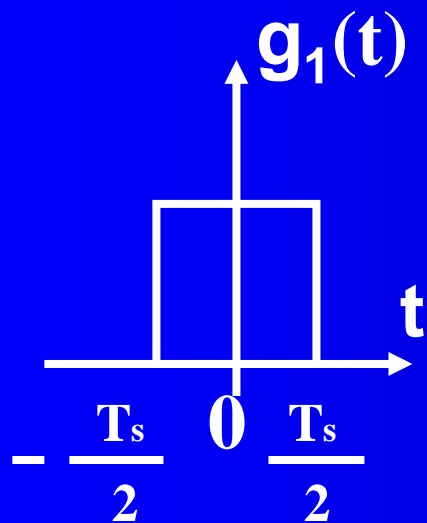
- 1、学习数字基带信号功率谱的计算方法;
- 2、掌握常用数字基带信号频谱特点。

为什么要分析数字基带信号功率谱？

1. 随机信号无法用傅立叶变换得到频谱密度函数，只能用统计的方法得到的功率谱密度来进行频域分析；
2. 确定信号带宽；
3. 判断有无直流成份；
4. 看有无可供提取的同步信号。

一、随机数字脉冲序列的表示:

数字基带信号由0脉冲与1脉冲组成:

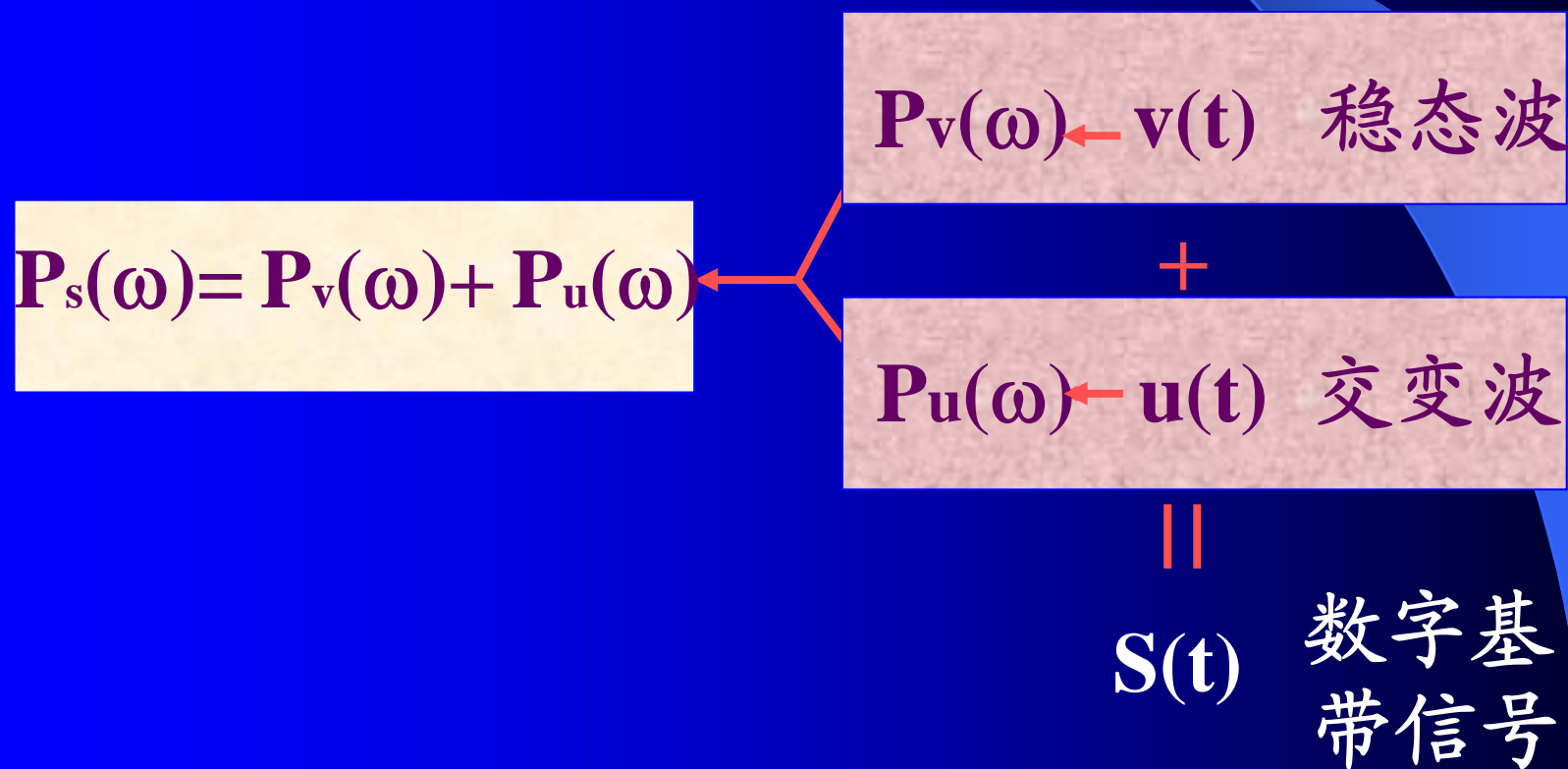


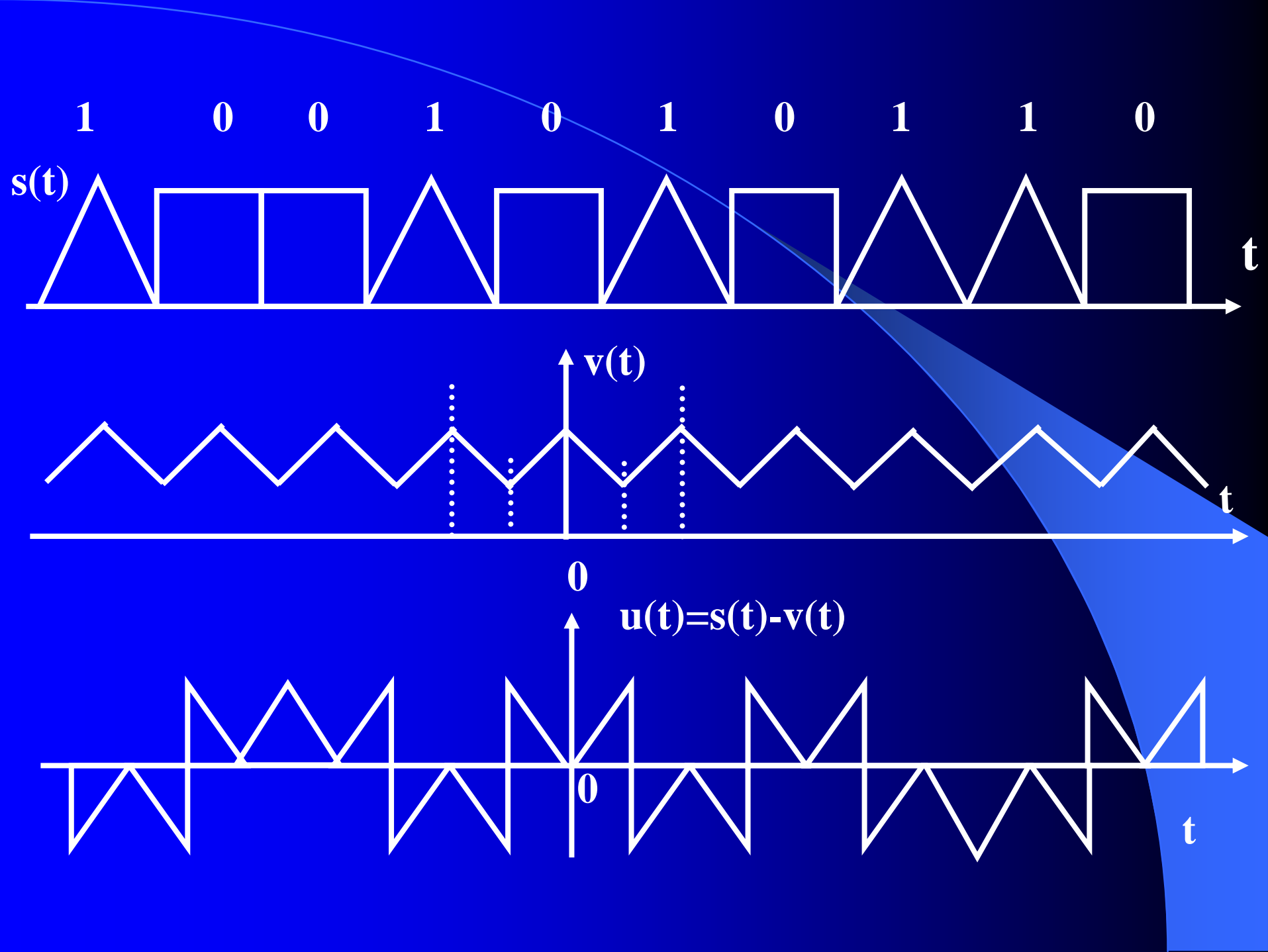
$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s_n(t)$$

设:

$$S_n(t) = \begin{cases} g_1(t - n T_s) & \text{以概率 } p \text{ 出现} \\ g_2(t - n T_s) & \text{以概率 } (1-p) \text{ 出现} \end{cases}$$

数字基带信号为平稳随机脉冲序列，可通过统计平均求出功率谱密度。为了便于进行统计，先把数字基带信号的0脉冲与1脉冲重新组合为稳态波与交变波：





二、功率谱密度公式的推导：

数字基带信号 $s(t) = u(t) + v(t)$

1、稳态波 $v(t)$ 的功率谱密度

随机序列 $S(t)$ 的一阶统计平均就是稳态波

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p g_1(t-nT_s) + (1-p) g_2(t-nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} v_n(t)$$

$V(t)$ 是周期函数，可表达为傅立叶级数：

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_m e^{jm \omega_s t}$$

$$\text{其中 } \omega_s = \frac{2\pi}{T_s}$$

因此功率谱密度为：

$$P_v(\omega) = 2\pi \sum_{m=-\infty}^{\infty} |c_m|^2 \delta(\omega - m\omega_s)$$

$$\text{式中: } C_m = \frac{1}{T_s} \int_{-\frac{T_s}{2}}^{\frac{T_s}{2}} v(t) e^{-jm\omega_s t} dt$$

$$= \frac{1}{T_s} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} e^{-jm\omega_s t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [pg_1(t - nT_s) + (1-p)g_2(t - nT_s)] dt$$

令 $t - nT_s = t'$ ，再将 t' 换为 t

$$C_m = f_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\frac{T_s}{2} - nT_s}^{\frac{T_s}{2} - nT_s} [pg_1(t) + (1-p)g_2(t)] e^{-jm\omega_s (t+nT_s)} dt$$

因为: $e^{-jmn\omega_s T_s} = 1$

得到:
$$C_m = f_s \int_{-\infty}^{\infty} [pg_1(t) + (1-p)g_2(t)]e^{-jm\omega_s t} dt$$
$$= f_s [pG_1(m\omega_s) + (1-p)G_2(m\omega_s)]$$

式中: $G_1(m\omega_s) = \int_{-\infty}^{\infty} g_1(t)e^{-jm\omega_s t} dt$

$$G_2(m\omega_s) = \int_{-\infty}^{\infty} g_2(t)e^{-jm\omega_s t} dt$$

得到: $P_v(\omega) = 2\pi \sum_{m=-\infty}^{\infty} |f_s [pG_1(m\omega_s) + (1-p)G_2(m\omega_s)]|^2 \cdot \delta(\omega - m\omega_s)$

即: $P_v(f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} |f_s [pG_1(mf_s) + (1-p)G_2(mf_s)]|^2 \cdot \delta(f - mf_s)$

2、交变波 $u(t)$ 的功率谱密度:

$$S(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_n(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \begin{cases} g_1(t-nT_s) & \text{以概率 } p \text{ 出现} \\ g_2(t-nT_s) & \text{以概率 } 1-p \text{ 出现} \end{cases}$$

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} pg_1(t-nT_s) + (1-p)g_2(t-nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} v_n(t)$$

$$u(t) = s(t) - v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [s_n(t) - v_n(t)]$$
$$= \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (1-p)[g_1(t-nT_s) - g_2(t-nT_s)] & \text{以概率 } p \text{ 出现} \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} -p[g_1(t-nT_s) - g_2(t-nT_s)] & \text{以概率 } 1-p \text{ 出现} \end{cases}$$

令
:

$$a_n = \begin{cases} 1 - p, & \text{以概率 } p \text{ 出现} \\ -p, & \text{以概率 } 1 - p \text{ 出现} \end{cases}$$

则
:

$$\begin{aligned} u(t) = s(t) - v(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [s_n(t) - v_n(t)] \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n [g_1(t - nT_s) - g_2(t - nT_s)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_n(t) \end{aligned}$$

而功率谱密度的定义为:

$$P_u(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E[|U_T(\omega)|^2]}{T} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{E[|U_T(\omega)|^2]}{(2N+1)T_s}$$

其中 $U_T(\omega)$ 是 $u(t)$ 的截短函数 $u_T(t)$ 的付氏变换:

$$\begin{aligned} U_T(\omega) &= \sum_{n=-N}^N a_n \int_{-\infty}^{\infty} [g_1(t - nT_s) - g_2(t - nT_s)] e^{-j\omega t} dt \\ &= \sum_{n=-N}^N a_n e^{-jn\omega T_s} [G_1(\omega) - G_2(\omega)] \end{aligned}$$

式中 $G_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g_1(t) e^{-j\omega t} dt, \quad G_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g_2(t) e^{-j\omega t} dt$

$$\begin{aligned} |U_T(\omega)|^2 &= U_T(\omega) \cdot U_T^*(\omega) \\ &= \sum_{m=-N}^N \sum_{n=-N}^N a_m a_n e^{-j\omega(n-m)T_s} \cdot [G_1(\omega) - G_2(\omega)] \cdot [G_1^*(\omega) - G_2^*(\omega)] \end{aligned}$$

(仅 a_m, a_n 为随机变量)

$$E[|U_T(\omega)|^2] = \sum_{m=-N}^N \sum_{n=-N}^N E[a_m a_n] e^{-j\omega(n-m)T_s} [G_1(\omega) - G_2(\omega)] [G_1^*(\omega) - G_2^*(\omega)]$$

❖ 当 $m=n$ 时,

$$a_m a_n = a_n^2 = \begin{cases} (1-p)^2, & \text{以概率 } p \\ (-p)^2, & \text{以概率 } 1-p \end{cases}$$

$$E[a_n^2] = p(1-p)^2 + (1-p)(-p)^2 = p(1-p)$$

❖ 当 $m \neq n$ 时,

$$a_m a_n = \begin{cases} (1-p)^2, & \text{以概率 } p^2 \\ (-p)^2, & \text{以概率 } (1-p)^2 \\ -p(1-p), & \text{以概率 } 2p(1-p) \end{cases}$$

$$E[a_m a_n] = p^2(1-p)^2 + (1-p)^2 p^2 - 2p^2(1-p)^2 = 0$$

$$\begin{aligned}
 E[|U_T(\omega)|^2] &= \sum_{m=-N}^N \sum_{n=-N}^N E(a_m a_n) e^{-j\omega(n-m)T_s} [G_1(\omega) - G_2(\omega)] \cdot [G_1^*(\omega) - G_2^*(\omega)] \\
 &= \sum_{n=-N}^N E(a_n^2) \cdot |G_1(\omega) - G_2(\omega)|^2 \\
 &= (2N+1)p(1-p) \cdot |G_1(\omega) - G_2(\omega)|^2
 \end{aligned}$$

所以，交变波的功率谱为

$$P_u(\omega) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{E[|U_T(\omega)|^2]}{(2N+1)T_s} = f_s p(1-p) |G_1(\omega) - G_2(\omega)|^2$$

$$P_u(f) = f_s p(1-p) |G_1(f) - G_2(f)|^2$$

3、随机脉冲数字序列 $s(t)$ 的功率谱密度:

$P_s(f)$ 由交变谱 $P_u(f)$ 和稳态谱 $P_v(f)$ 合成:

$$\begin{aligned} P_s(f) &= p_u(f) + p_v(f) \\ &= f_s p(1-p) |G_1(f) - G_2(f)|^2 \\ &\quad + f_s^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} |pG_1(mf_s) + (1-p)G_2(mf_s)|^2 \delta(f - mf_s) \text{ — 双边谱} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_s(f) &= f_s p(1-p) |G_1(f) - G_2(f)|^2 \\ &\quad + f_s^2 |pG_1(0) + (1-p)G_2(0)|^2 \delta(f) \\ &\quad + 2f_s^2 \sum_{m=1}^{\infty} |pG_1(mf_s) + (1-p)G_2(mf_s)|^2 \delta(f - mf_s) \text{ — 单边谱} \end{aligned}$$

三、功率谱表达式中所含的信息：

(1)码元速率 R_B 在数值上等于

$$f_s = \frac{1}{T_s}$$

(2)交变分量提供的是连续谱。

$$\bullet \quad 2f_s p(1-p) |G_1(f) - G_2(f)|^2$$

(3)稳态分量提供的是离散谱。

其中的直流分量（零频离散谱）为：

$$\bullet \quad f_s^2 |pG_1(0) + (1-p)G_2(0)|^2 \delta(f)$$

交流分量（频率为 mf_s ）为：

$$\bullet \quad 2f_s^2 \sum_{m=1}^{\infty} |pG_1(mf_s) + (1-p)G_2(mf_s)|^2 \delta(f - mf_s)$$

(4) 离散谱存在的条件:

$$pg_1(t) + (1-p)g_2(t) \neq 0$$

如果0码与1码的贡献恰好互相抵消（如等概的双极性码），离散谱就不存在。

(5) 离散谱的作用:

存在离散谱时, 有利于提取同步信号。



四、常见码型的功率谱密度:

1、单极性不归零码

$$\because g_1(t)=0, \quad g_2(t)=G_\tau(t), \quad \tau=T_s,$$

$$\therefore G_1(f)=0; \quad G_2(f)=T_s Sa\left(\frac{\omega T_s}{2}\right)=T_s Sa(\pi f T_s)$$

则单极性不归零码的功率谱密度为

$$P_s(f) = f_s p(1-p) |G_2(f)|^2 + \sum_{m=-\infty}^{\infty} |f_s (1-p) G_2(mf_s)|^2 \delta(f - mf_s)$$

信源等概
时:

$$P_s(f) = \frac{T_s}{4} Sa^2(\pi f T_s) + \frac{1}{4} \delta(f)$$

2、双极性不归零码

$$\because g_1(t) = G_\tau(t), \quad g_2(t) = -G_\tau(t);$$

$$\therefore G_1(f) = T_s \text{Sa}(\pi f T_s), \quad \text{且} G_2(f) = -G_1(f)。$$

当信源等概 $p=1/2$ 时，双极性不归零码的
功率谱密度为：

$$P_s(f) = T_s \text{Sa}^2(\pi f T_s)$$

3、单极性归零码

$$\because g_1(t)=G_\tau(t), \quad \tau=T_s/2, \quad g_2(t)=0;$$

$$\therefore G_1(f)=\frac{T_s}{2}Sa\left(\frac{\pi f T_s}{2}\right); \quad G_2(\omega)=0$$

当信源等概 $p=1/2$ 时，单极性归零码功率谱密度为：

$$\begin{aligned} P_s(f) &= \frac{T_s}{16} Sa^2\left(\frac{\pi f T_s}{2}\right) + \frac{1}{16} \sum_{m=-\infty}^{\infty} Sa^2\left(\frac{m\pi}{2}\right) \delta(f - mf_s) \\ &= \frac{T_s}{16} Sa^2\left(\frac{\pi f T_s}{2}\right) + \frac{1}{16} \delta(f) + \frac{1}{16} \sum_{m=\text{奇数}} Sa^2\left(\frac{m\pi}{2}\right) \delta(f - mf_s) \end{aligned}$$

4、双极性归零码

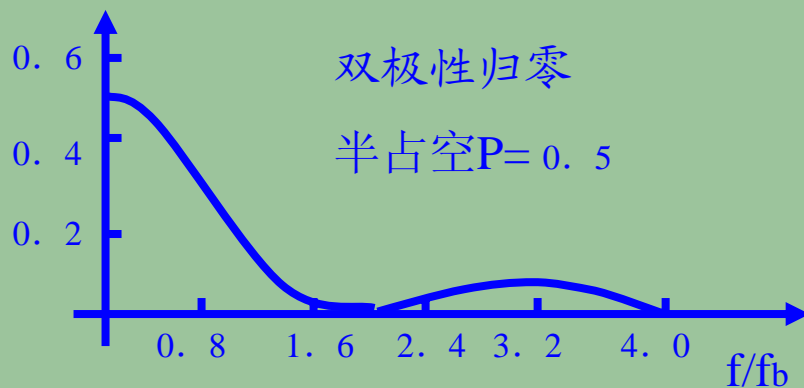
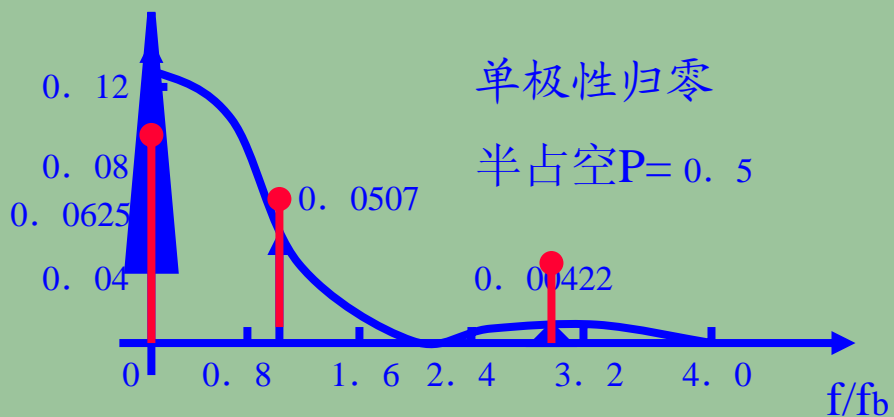
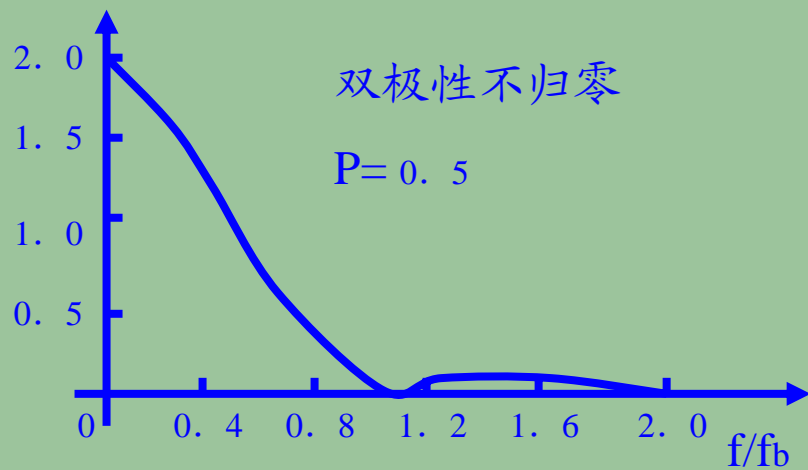
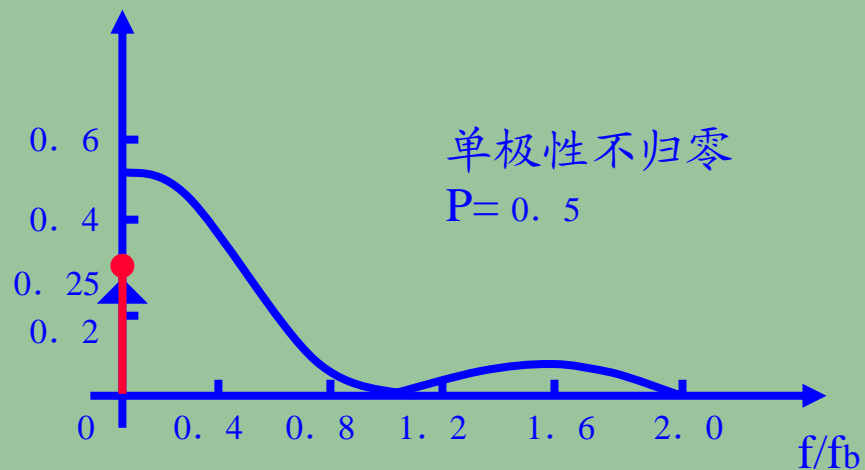
$$\because g_1(t) = G_\tau(t), \quad g_2(t) = -G_\tau(t), \quad \tau = T_s/2,$$

$$\therefore G_1(f) = \frac{T_s}{2} \text{Sa}\left(\frac{\pi f T_s}{2}\right), \quad G_2(f) = -G_1(f)$$

且当信源等概 $p=1/2$ 时，单双极性归零码的

功率谱密度为：

$$P_s(f) = \frac{T_s}{4} \text{Sa}^2\left(\frac{\pi f T_s}{2}\right)$$



❖ 凡是信源“0”、“1”等概的双极性码均无离散谱。

❖ 单极性归零码的离散谱中有丰富的定时分量

几点重要结论:

(1) 不归零码的有效带宽为 $B=R_b$ (码率);

归零码的有效带宽为 $B=2R_b$ (码率)

(2) 归零码有同步信息 ($f \neq 0$ 处的离散谱);

不归零码无同步信息 ($f \neq 0$ 处的离散谱);

(3) 单极性码有直流分量 ($f=0$ 处的冲激);

双极性码无直流分量 ($f=0$ 处的冲激);

小结

- 学习了数字基带信号功率谱密度的计算方法;
- 掌握了四种基本码型的功率谱密度。
- 通过对功率谱密度的分析, 可以知道基带信号的带宽、有无冲激等信息。



§ 5.3 数字基带传输系统概述

基带信号—— 未经过调制的脉冲数字信号。

数字基带传输系统—— 直接在信道中传输数字基带信号的系統。

首先要弄清两个问题，才能决定采用什么方案来构建我们的系统。

《1》代表基带数字信号的矩形脉冲序列，经信道传输，接收到的还是矩形脉冲序列吗？

《2》如果波形已经发生了严重形变，怎样知道它代表的是什么信息（数字）？

一、数字基带传输系统接收到的信号波形。

广义信道（包括发送设备、信道和接收设备）总的传输特性为： $H(\omega) = H_T(\omega)H_C(\omega)H_R(\omega)$

并非理想传输系统，一般情况下具有低通特性。

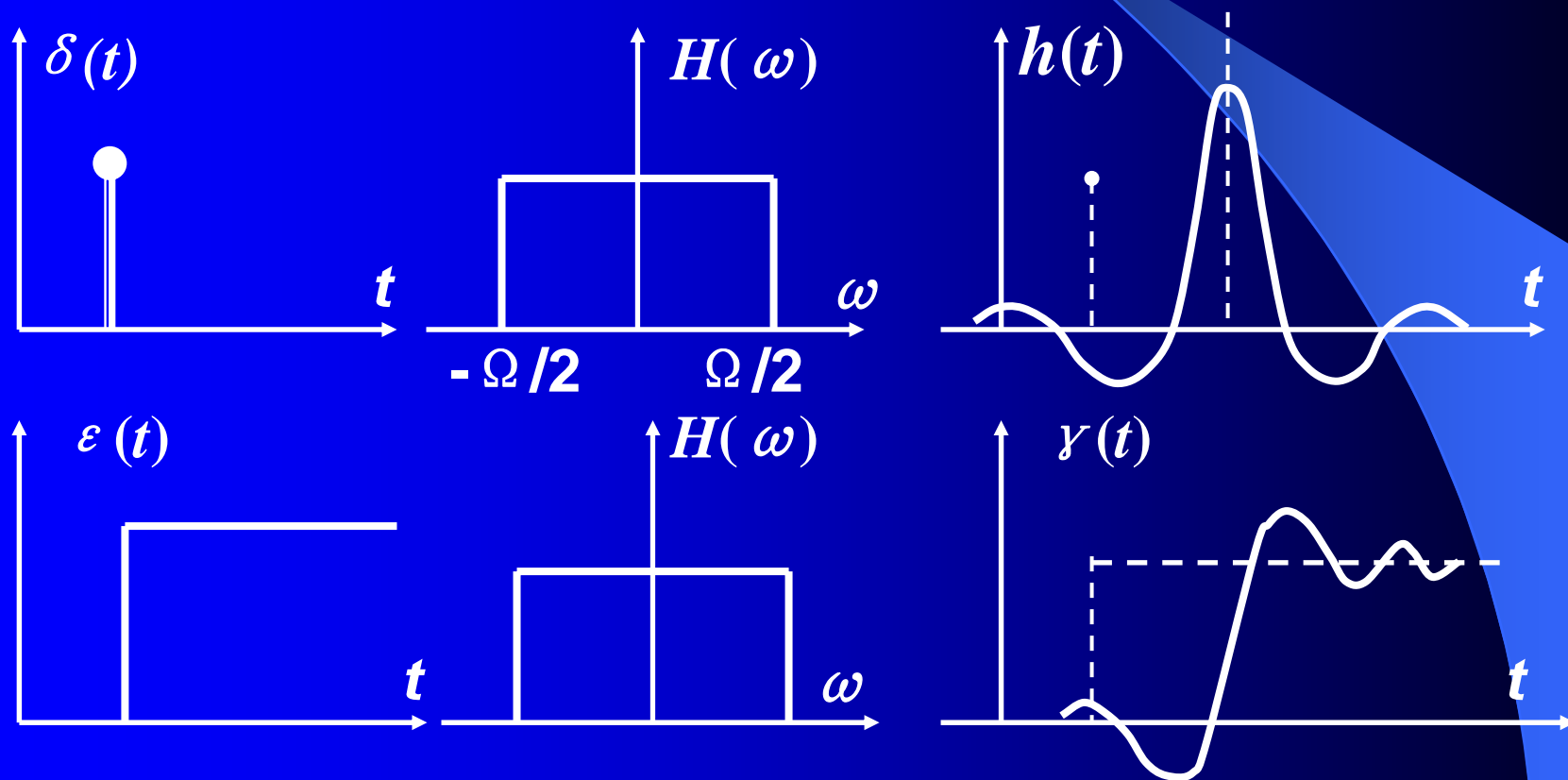


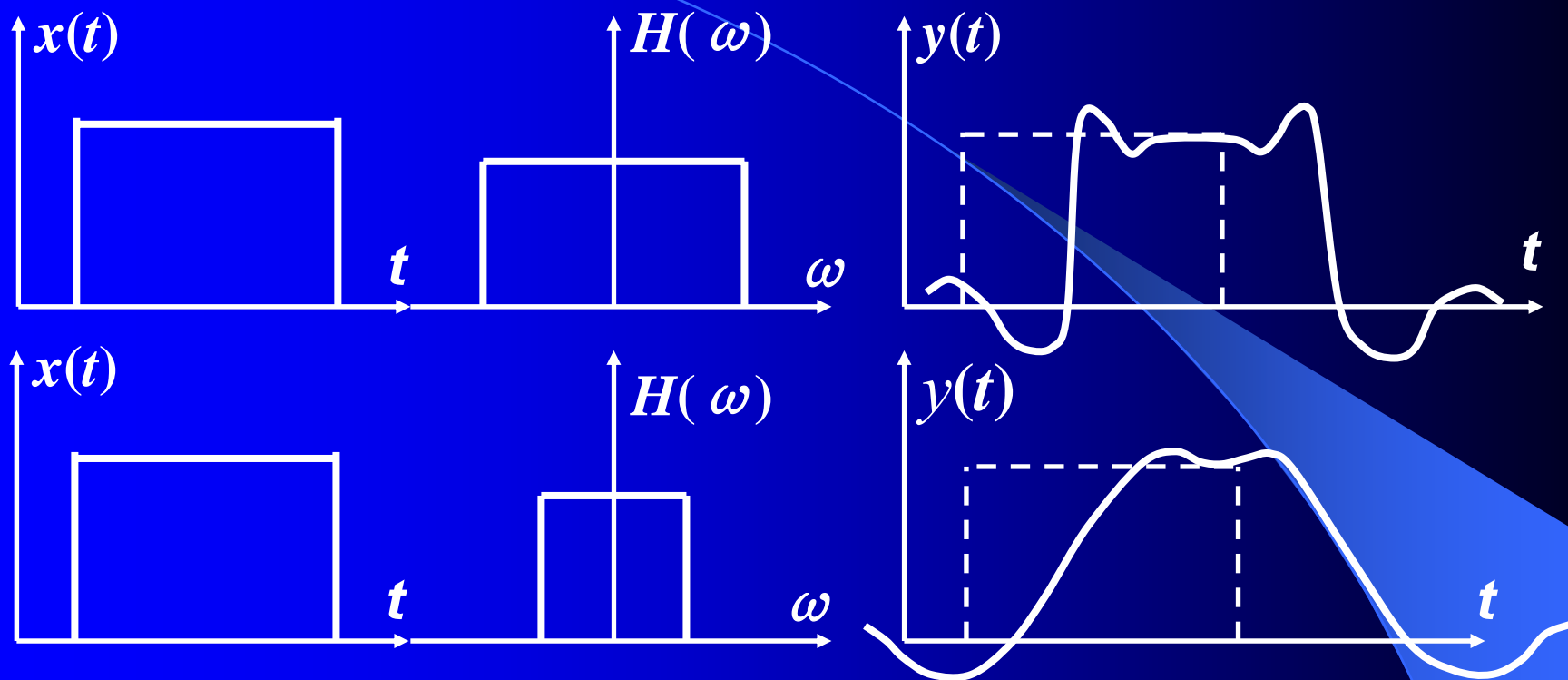
冲激响应与传输函数的关系为： $H(\omega) = \mathcal{F}[h(t)]$

输入信号与输出信号的关系为： $y(t) = h(t) * x(t)$

对于理想低通滤波器: $H(\omega) = G_{\Omega}(\omega)$

则: $h(t) = \mathcal{F}^{-1}[H(\omega)] = \mathcal{F}^{-1}[G_{\Omega}(\omega)] = \frac{\Omega}{2\pi} S_a\left(\frac{\Omega t}{2}\right)$





当矩形脉冲通过低通型滤波器传输后，脉冲会发生时延，顶部会变圆，上、下跳变沿会变缓，前后出现过冲和拖尾。并且这种情况随着通频带的变窄而严重。

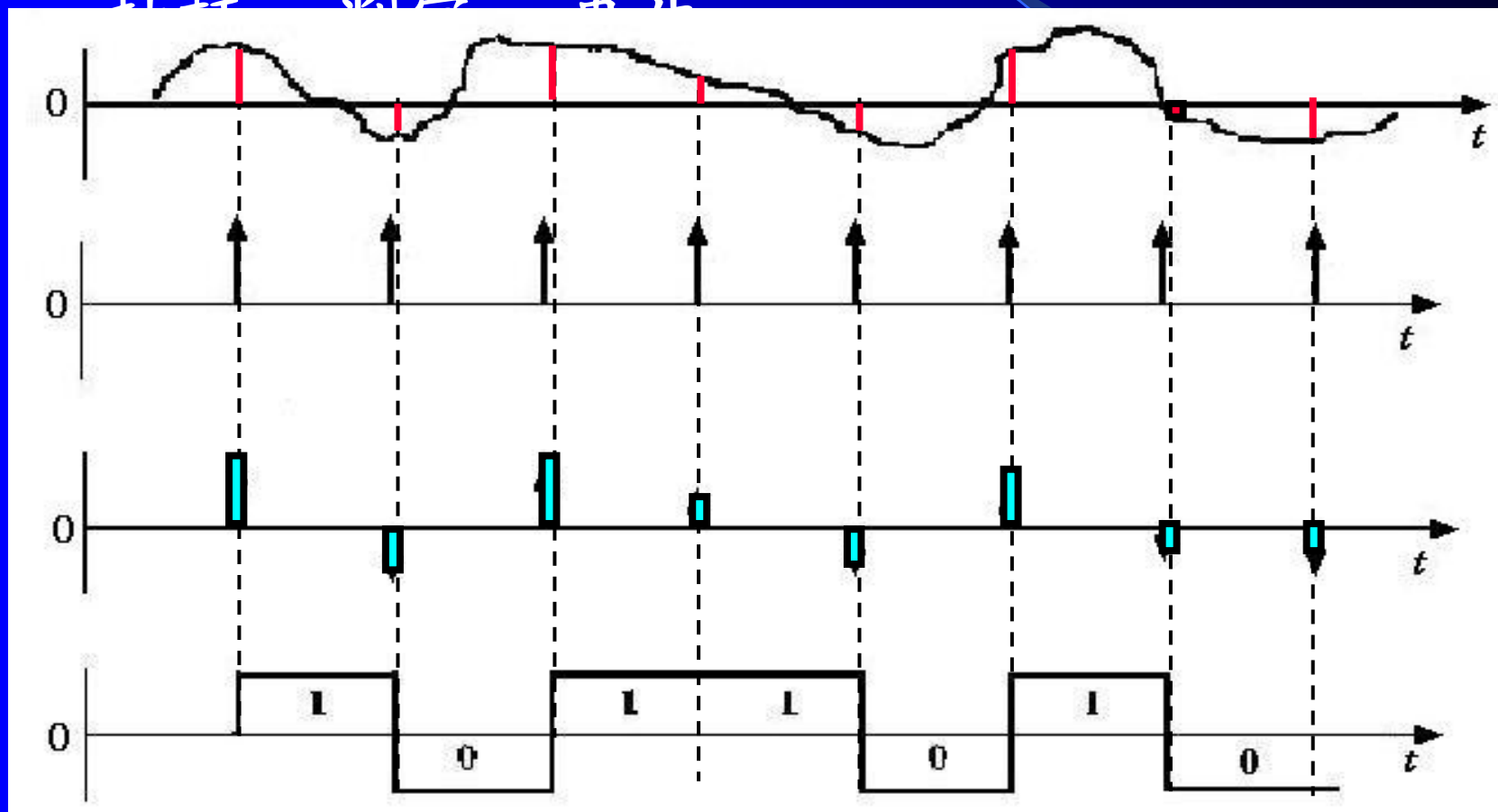
数字基带信号经频带受限的系统（如具有低通特性的广义信道）传输后，其波形不再是矩形脉冲序列，而是连续变化的高低起伏波峰与波谷。

另外，信号在传输的过程中不可避免地还要叠加信道噪声，随机噪声进一步使波形发生变化，形成高低起伏的复杂连续波形。

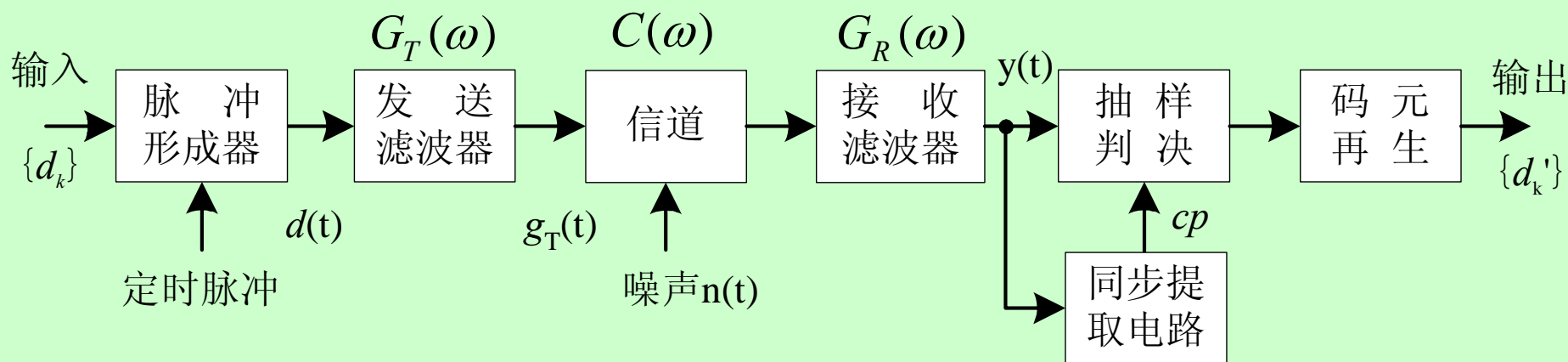
那么，怎样从这样的波形提取信息呢？

二、从收到的波形中提取信息的三个步骤:

抽样 判决 重码



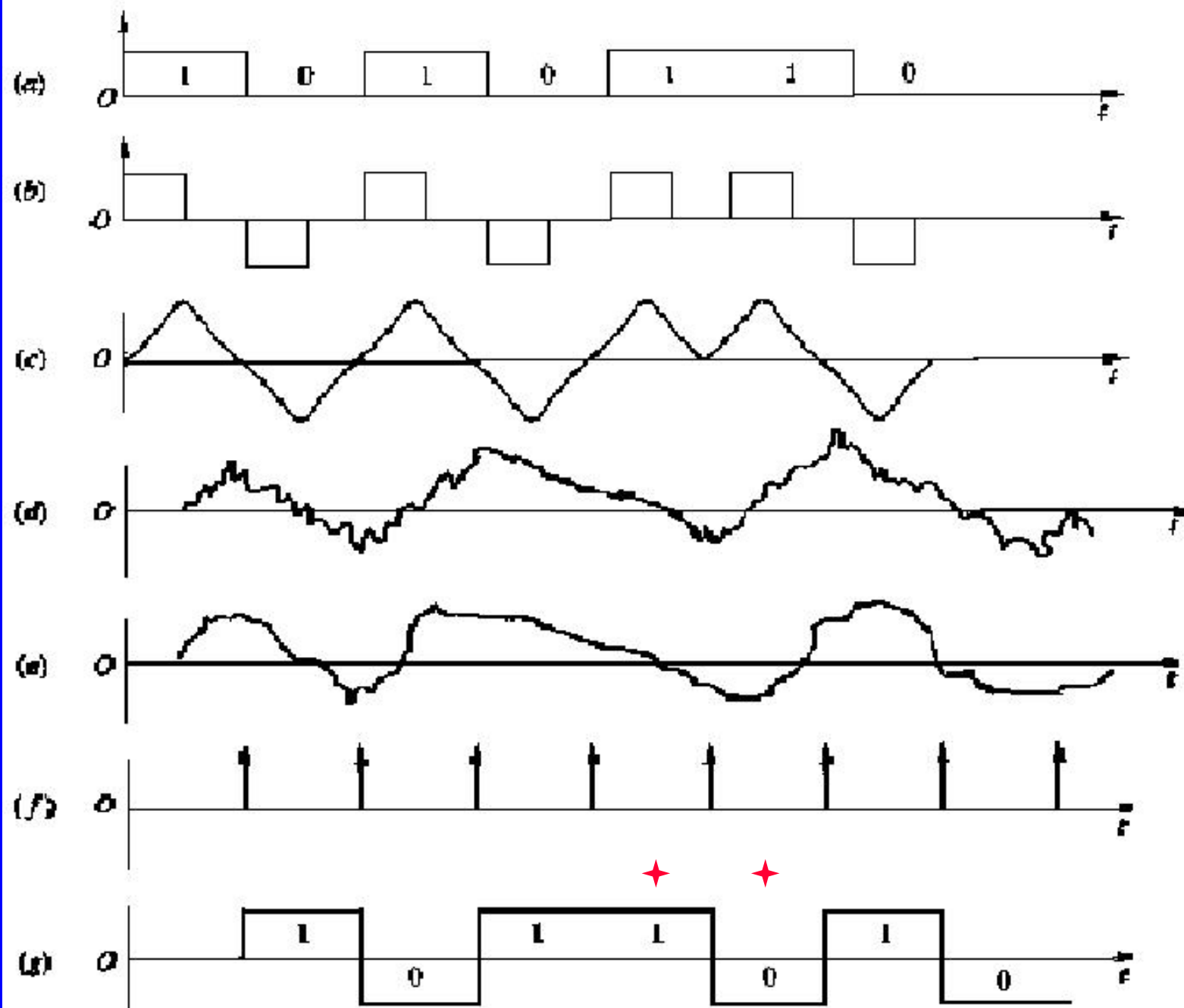
三、数字基带传输系统的框图



❖码型变换器(脉冲形成器) ——把原始基带信号转换成适合于信道传输的的码型，达到与信道匹配的目的；

- ❖ **发送滤波器**——码型变换器输出的各种码型是以矩形为基础的，发送滤波器的作用就是把它变换为比较平滑的波形，如升余弦波形等，这样利于压缩频带、便于传输；
- ❖ **信道**——它是允许基带信号通过的媒质，通常不满足无失真传输条件，甚至是随机变化的。另外信道还会进入噪声。一般认为噪声为AWGN；
- ❖ **接收滤波器**——滤除带外噪声，对信道特性均衡，使输出的基带波形有利于抽样判决；
- ❖ **抽样判决器**——传输特性不理想及噪声背景下，在规定时刻（由位定时脉冲控制）对接收滤波器的输出波形进行抽样判决，以恢复或再生基带信号；

数字
基带
系统
各点
波形
示意图



数字基带传输系统的关键问题是什么？

- 根据以上分析，在数字基带传输系统中，由于广义信道不是理想传输信道，接收到的离散信号，相邻码元波形相互叠加，各个脉冲已经连成一片。某时刻的抽样值是相邻多个码元的贡献，给正确判定原来所发信息造成困难。这个问题被称之为**码间串扰**。

- 解决码间串扰问题，是数字基带传输系统的关键技术。要提高传码率，码元之间距离就更近，码元之间的相互影响就更加严重。只有很好地解决了码间串扰问题，才能保证传输的速率和质量。

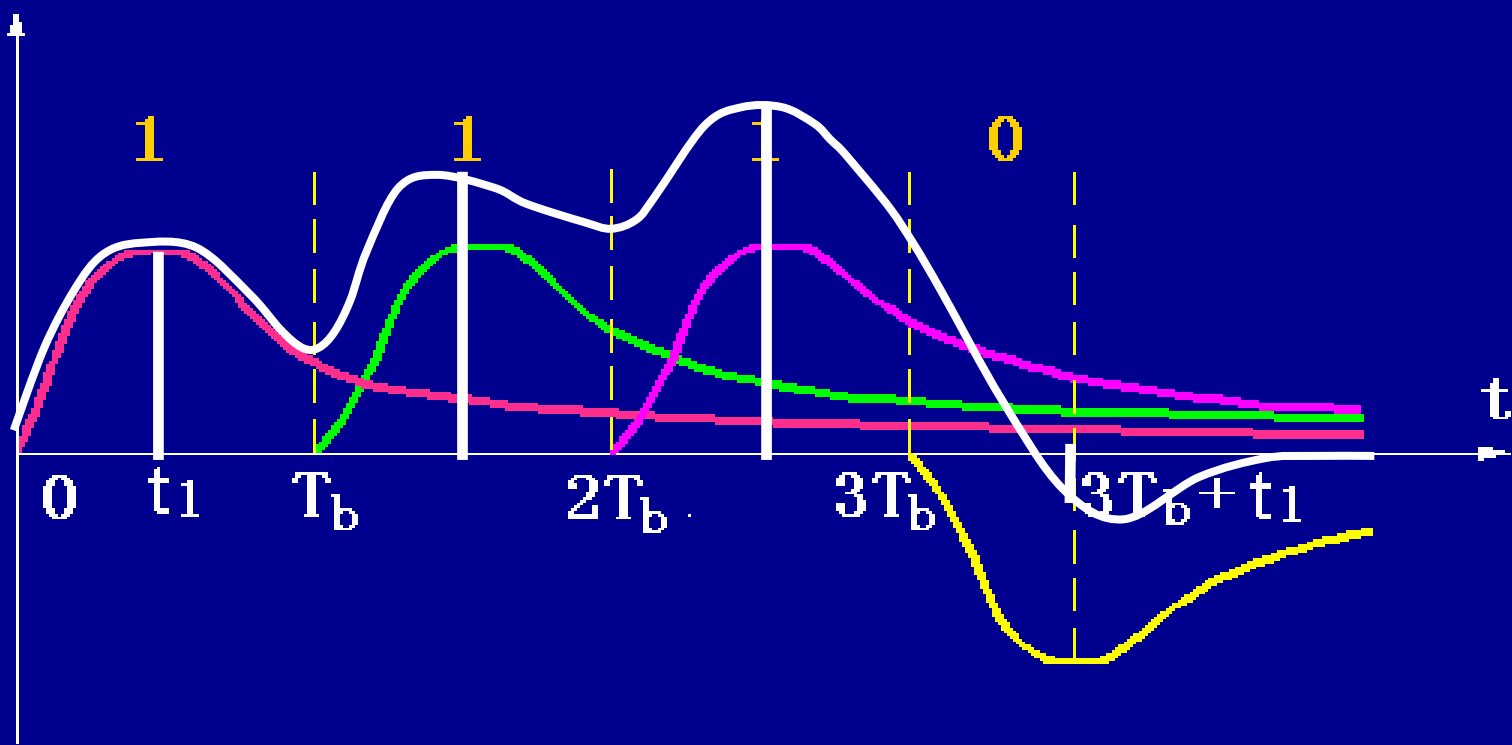
§ 5.4 数字基带传输系统的码间干扰

一、什么是码间干扰？

❖ **起因：** 由于广义信道不是理想传输信道，输入的脉冲信号必然失真，产生较长拖尾，延伸到其它码元时段，相互叠加影响到后续码元的抽样值。

❖ **定义：** 由于非理想传输造成相邻码元波形相互叠加，相互影响的现象称为码间干扰。

❖ **危害：** 由于码间干扰，某时刻的抽样值并不准确的代表该码元数值，必将影响到码值判定的正确性。



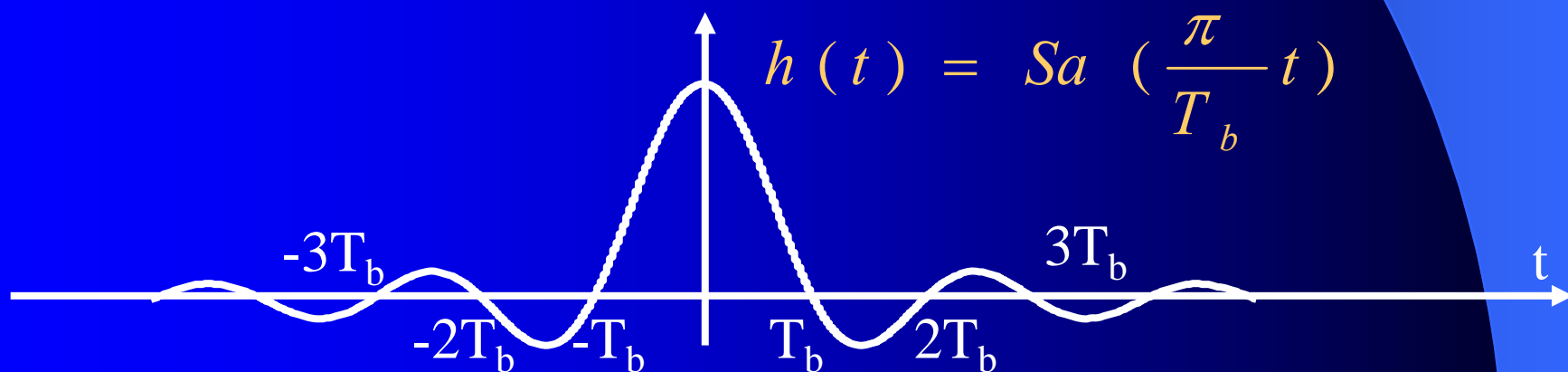
码间串扰严重时产生误码

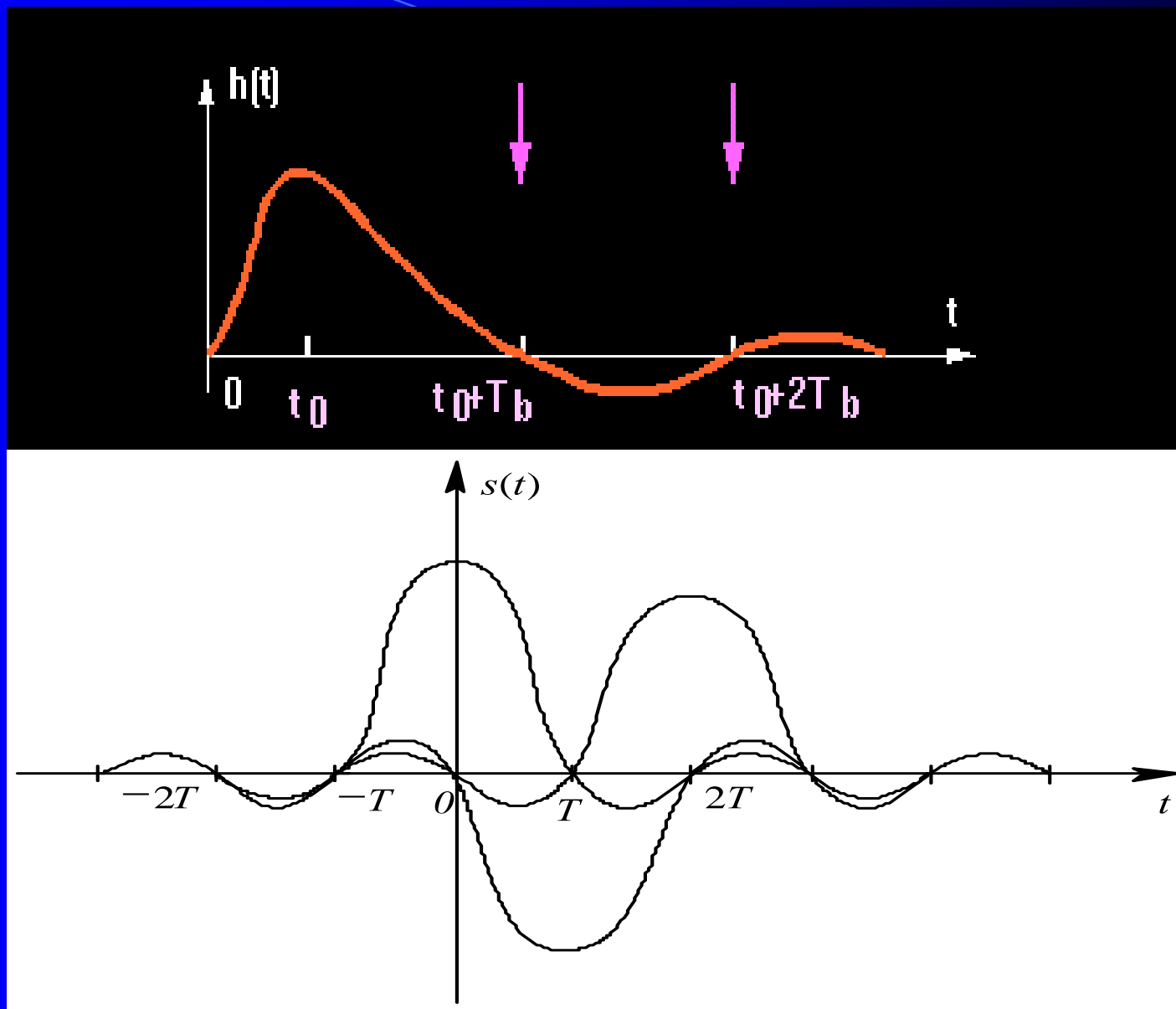
码间串扰与基带传输系统的传输特性有密切的关系。我们讨论的目的，就是科学地设计基带系统的总传输特性，使码间串扰的影响减到足够小的程度。

信道噪声虽然也会影响传输，但它是与码间串扰机理不同的另类干扰，我们以后专门进行讨论。本节首先讨论在没有噪声的条件下，码间串扰与基带传输特性的关系。

二、怎样解决码间干扰问题？

我们不可能做到传输信道是无限宽的理想系统。但是考虑到矩形脉冲的响应具有振荡型的拖尾，而且每间隔一个码元周期就经过一次零点，只要在其过零的时刻抽样，就不会对相邻码元的抽样值产生影响。





1、无码间干扰的条件:

为简单计, 设输入的基带信号为冲激序列:

$$d(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \delta(t - kT_b)$$

其中, a_k 对于双极性码与单极性码的定义分别为

$$a_k = \begin{cases} a, & \text{“1” 码} \\ -a, & \text{“0” 码} \end{cases}$$

$$a_k = \begin{cases} a, & \text{“1” 码} \\ 0, & \text{“0” 码} \end{cases}$$

$d(t)$ 通过信道后响应波形为:

$$r(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k h(t - kT_b)$$

这里忽略了噪声, 也不计时延。

在 $t=mT_b$ 的抽样时刻:

$$r(mT_b) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k h(mT_b - kT_b)$$

若能
使:

$$h(mT_b - kT_b) = \begin{cases} 1 & (\text{或常数}) , \text{ 当 } k = m \\ 0 & , \text{ 当 } k \neq m \end{cases}$$

则在 $t = mT_b$ 时刻的抽样值 $r(mT_b) = a_m$ ($k=m$)
仅由本码元值决定。而其它码元的影响, 即
码间干扰部分:

$$Q(mT_b) = \sum_{\substack{k=-\infty \\ (k \neq m)}}^{\infty} a_k h[(m-k)T_b] = 0$$

令 $m-k = n$,

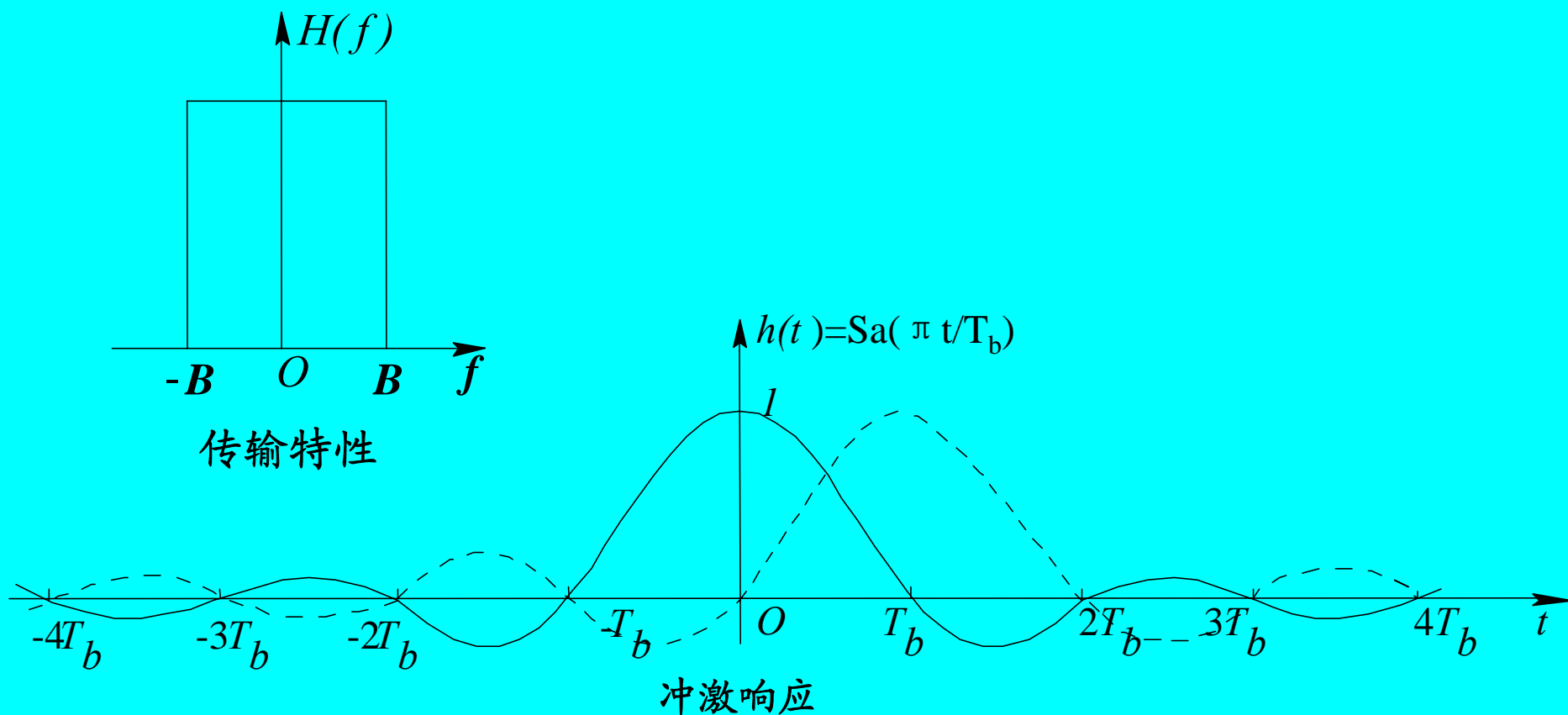
则无码间干扰 条件可表示
为:

$$h(nT_b) = \begin{cases} 1 & (\text{或常数}) , \text{ 当 } n = 0 \\ 0 & , \text{ 当 } n \neq 0 \end{cases}$$

这个结果尽管是假设输入的基带信号为冲激序列得到的, 但是, 当输入信号是矩形脉冲序列时, 基本特征不会改变, 结论不会改变, 只是响应波形更加宽一些、缓一些而已。

2、理想低通滤波器

什么样的系统函数才能产生这样的冲激响应呢？
理想低通滤波器就是最先想到的一个选择。



如果系统函数是截频为B的理想低通形式:

$$H(\omega) = G_{4\pi B}(\omega)$$

那么冲激响应为: $h(t) = 2BSa(2\pi Bt)$

$$\text{要求 } h(nT_b) = 2BSa(2\pi BnT_b) = \begin{cases} 0 & \text{当 } n \neq 0 \\ 1 & \text{当 } n = 0 \end{cases}$$

应有: $2\pi BnT_b = n\pi$; 即: $B = 1/(2T_b)$

结论是: 若系统传输函数具有带宽为 $B = 1/(2T_b)$ 的理想低通形式, 则无码间串扰条件得以实现。

此时, $t = nT_b$ 处过零, 此即抽样位置, 表明码元间距为 T_b , 传码率为 $R_B = 1/T_b$ (波特)。

❖ 比较即知 $R_B = 2B$; $B = R_B/2$

3、奈奎斯特准则:

实际系统的传输函数很难具有理想低通的形式。有没有其它形式的传输函数也能满足:

$$h(nT_b) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{j\omega nT_b} d\omega = \begin{cases} 1 & (\text{或常数}), \quad n=0 \\ 0 & , \quad n \neq 0 \end{cases}$$

把上式的积分区间 $(-\infty, \infty)$ 用分段积分代替, 每段长为 $2\pi/T_b$, 则上式可写成:

$$h(nT_b) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{(2m-1)\pi/T_b}^{(2m+1)\pi/T_b} H(\omega) e^{j\omega nT_b} d\omega$$

令 $\omega' = \omega - 2m\pi/T_b$ ，变量代换后又可用 ω 代替 ω' ，则有

$$e^{j\frac{2m\pi}{T_b}nT_b} = e^{j2mn\pi} = 1$$

$$\begin{aligned} h(nT_b) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\pi/T_b}^{\pi/T_b} H(\omega + \frac{2m\pi}{T_b}) e^{j\omega nT_b} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/T_b}^{\pi/T_b} \sum_{m=-\infty}^{\infty} H(\omega + \frac{2m\pi}{T_b}) e^{j\omega nT_b} d\omega \end{aligned}$$

引入等效系统传输函数：

$$H_{eq}(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} H(\omega + \frac{2m\pi}{T_b})$$

$$\text{若 } H_{eq}(\omega) = T_b G_{\frac{2\pi}{T_b}}(\omega) = \begin{cases} T_b, & \text{当 } |\omega| \leq \frac{\pi}{T_b} \\ 0, & \text{当 } |\omega| > \frac{\pi}{T_b} \end{cases}$$

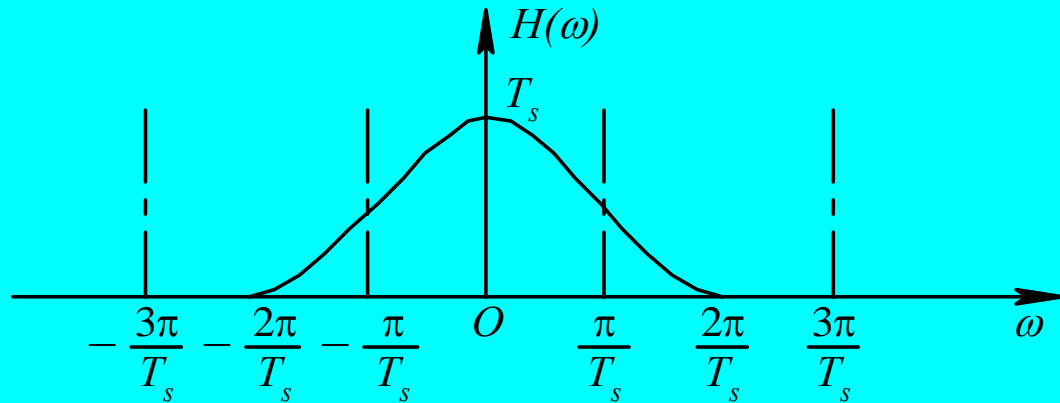
$$\begin{aligned} h(nT_b) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/T_b}^{\pi/T_b} T_b G_{\frac{2\pi}{T_b}}(\omega) e^{j\omega nT_b} d\omega \\ &= \left[\frac{T_b}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_{\frac{2\pi}{T_b}}(\omega) e^{j\omega t} d\omega \right]_{t=nT_b} \\ &= T_b \left\{ \mathcal{F}^{-1} \left[G_{\frac{2\pi}{T_b}}(\omega) \right] \right\}_{t=nT_b} \\ &= \left[Sa\left(\frac{\pi t}{T_b}\right) \right]_{t=nT_b} = Sa(n\pi) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

结论：只要系统等效传输函数 $H_{eq}(\omega)$ 具有理想低通形式，就能使冲激响应无码间干扰。这个结论被称作奈奎斯特准则（第一准则）

$$H_{eq}(\omega) = \begin{cases} \sum_{m=-\infty}^{\infty} H(\omega + \frac{2m\pi}{T_b}) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} H(\omega + 2\pi m R_B) = \text{常数}, & \text{当 } |\omega| \leq \frac{\pi}{T_b} \\ 0, & \text{当 } |\omega| > \frac{\pi}{T_b} \end{cases}$$

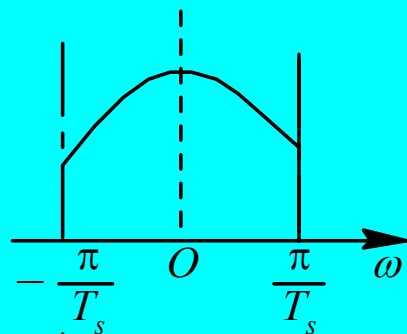
等效传输函数的意思是：将 $H(\omega)$ 在 ω 轴上以 $2\pi R_B$ 为间隔分段，然后把各分段沿 ω 轴平移到 $(-\pi R_B, \pi R_B)$ 区间内进行叠加。准则要求其叠加结果应当为一常数（不必一定是 T_b ）。

(a)



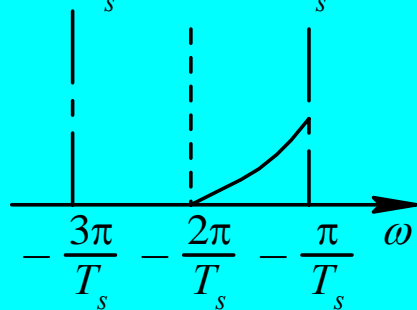
(b)

$i=0$



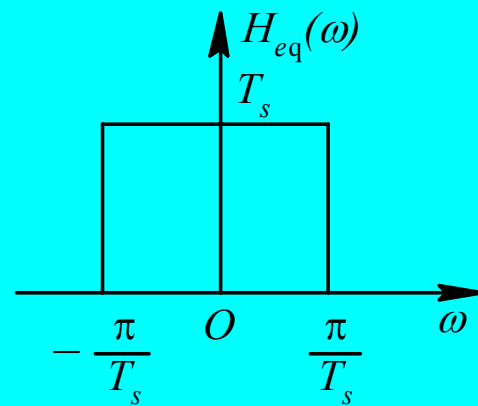
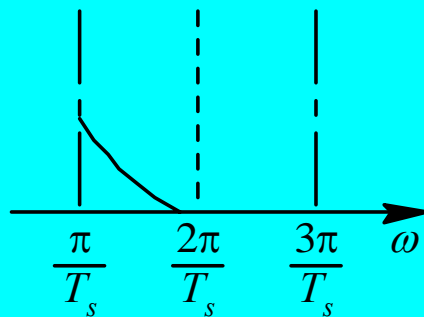
(c)

$i=-1$



(d)

$i=+1$



(e)

❖判断一个系统有无码间干扰，不仅要看它的传输函数经分段、平移、叠加后的等效传输函数是否具有理想低通形式，还要看等效传输函数的带宽是否与所设定的码率匹配。

❖定义等效传输函数的带宽 B_N 叫做奈奎斯特带宽。它与所设定的码率的关系为：

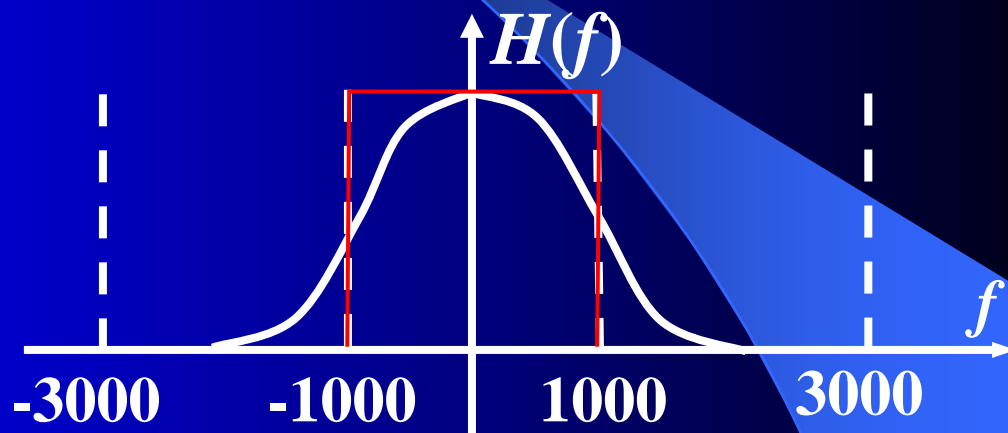
$$B_N = 1/2T_b = R_B/2 \quad \text{或} \quad R_B = 2B_N$$

❖ B_N 是无码间串扰的理想系统带宽，或者说基带传输的带宽最佳利用率为2波特/赫兹。

[例1] 系统传输函数如图所示。问采用下列码率传输数据时有无码间串扰？

(1)1000Baud; (2)2000Baud; (3)3000Baud。

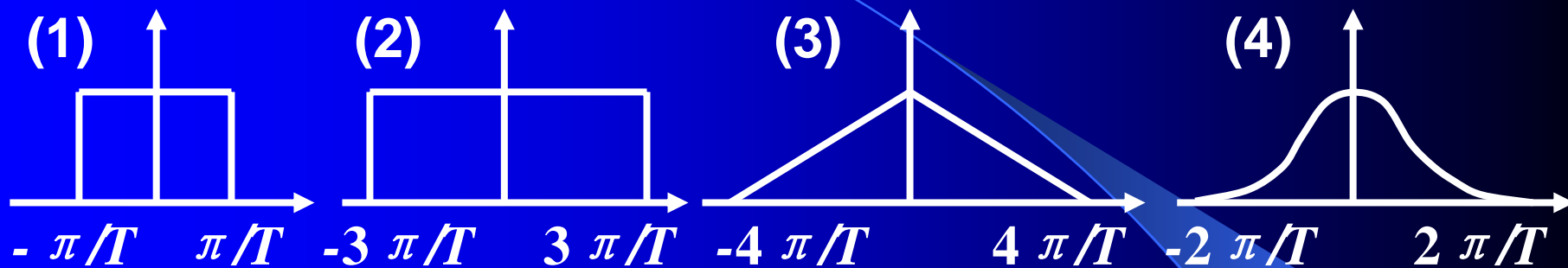
解：首先判断它能平滑迭加得到理想低通形式；从而求得到 $B_N=1000\text{Hz}$ ，进而得到 $R_{B\max}=2000\text{B}$ ；



与各码率比较，判知 (2)无码间串扰。(3)有码间串扰。

而 (1)的码率1000Baud是 $R_{B\max}$ 的1/2倍，也无码间串扰。

[例2] 要求以 $2/T$ 波特的码率传输数据，问采用下列系统传输函数时是否有码间串扰？



解：

$$H_{eq}(\omega) = \begin{cases} \sum_{m=-\infty}^{\infty} H(\omega + 2\pi m R_B) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} H(\omega + \frac{4\pi m}{T}) = \text{const} & |\omega| \leq \frac{2\pi}{T} \\ 0 & |\omega| > \frac{2\pi}{T} \end{cases}$$

将 $H(\omega)$ 在 ω 轴上以 $4\pi/T$ 为间隔分段，然后把各分段沿 ω 轴平移到 $(-2\pi/T, 2\pi/T)$ 区间内进行叠加。按准则要求，其叠加结果为一常数时则无码间干扰，不是常数则存在码间干扰。

(1) (2) (4)存在码间干扰。 **(3)**满足无码间干扰条件。

4、升余弦滚降滤波器

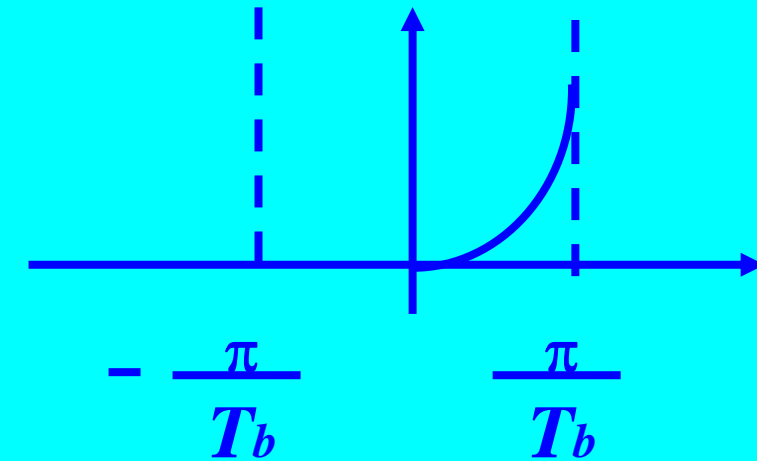
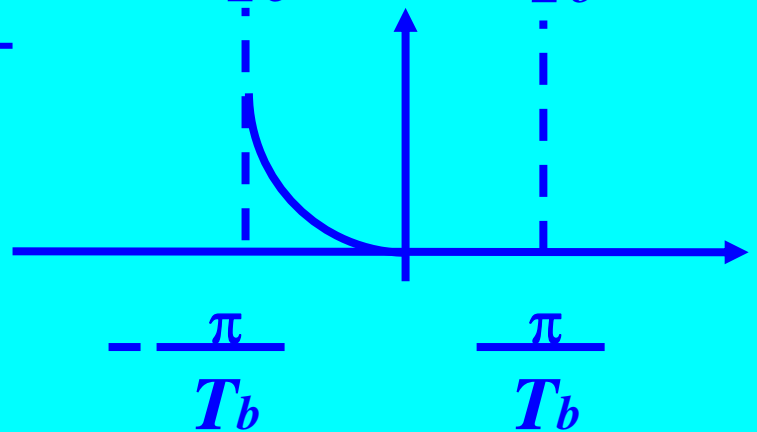
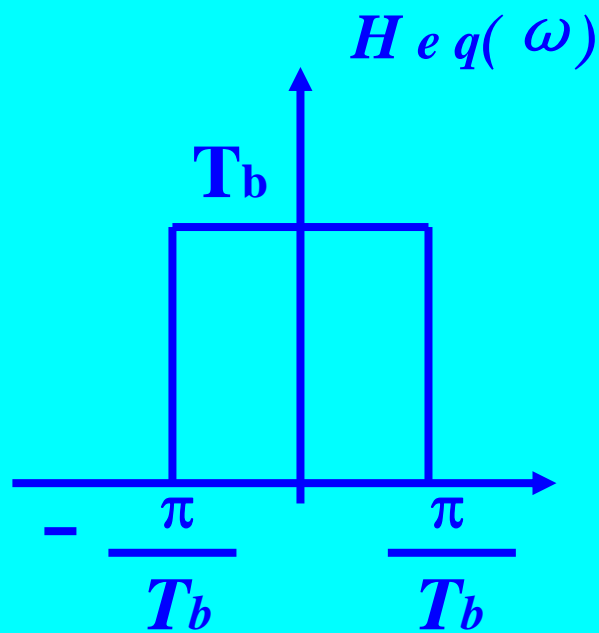
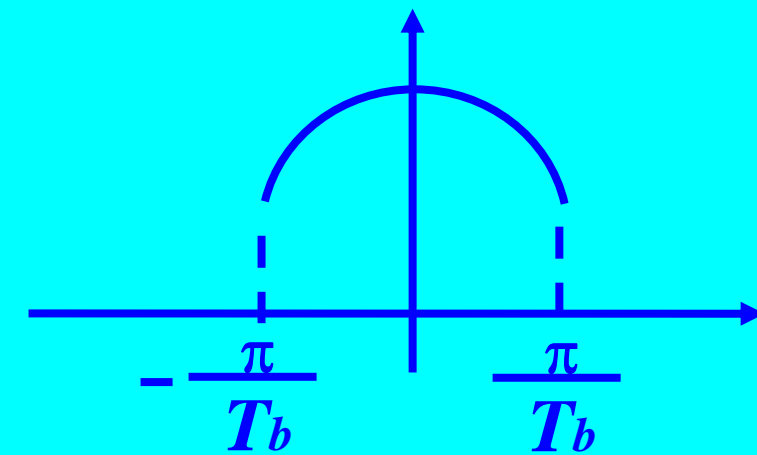
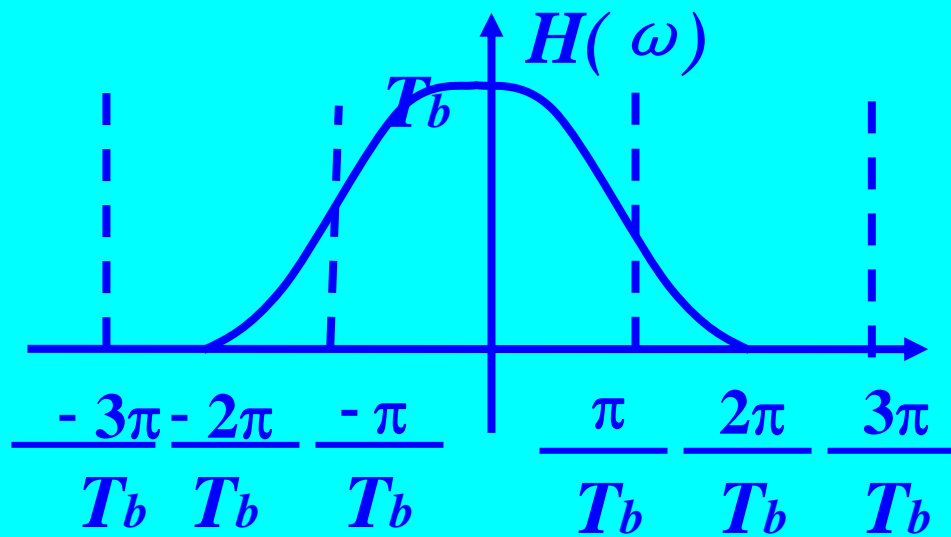
选择系统传输特性函数为升余弦形式:

$$H(\omega) = \frac{T_b}{2} \left(1 + \cos \frac{T_b \omega}{2}\right) \cdot G_{\frac{4\pi}{T_b}}(\omega)$$
$$= \begin{cases} \frac{T_b}{2} \left(1 + \cos \frac{T_b \omega}{2}\right) & , \text{ 当 } |\omega| \leq \frac{2\pi}{T_b} \\ 0 & , \text{ 当 } |\omega| > \frac{2\pi}{T_b} \end{cases}$$

也能使它的等效传输函数具有低通形式。

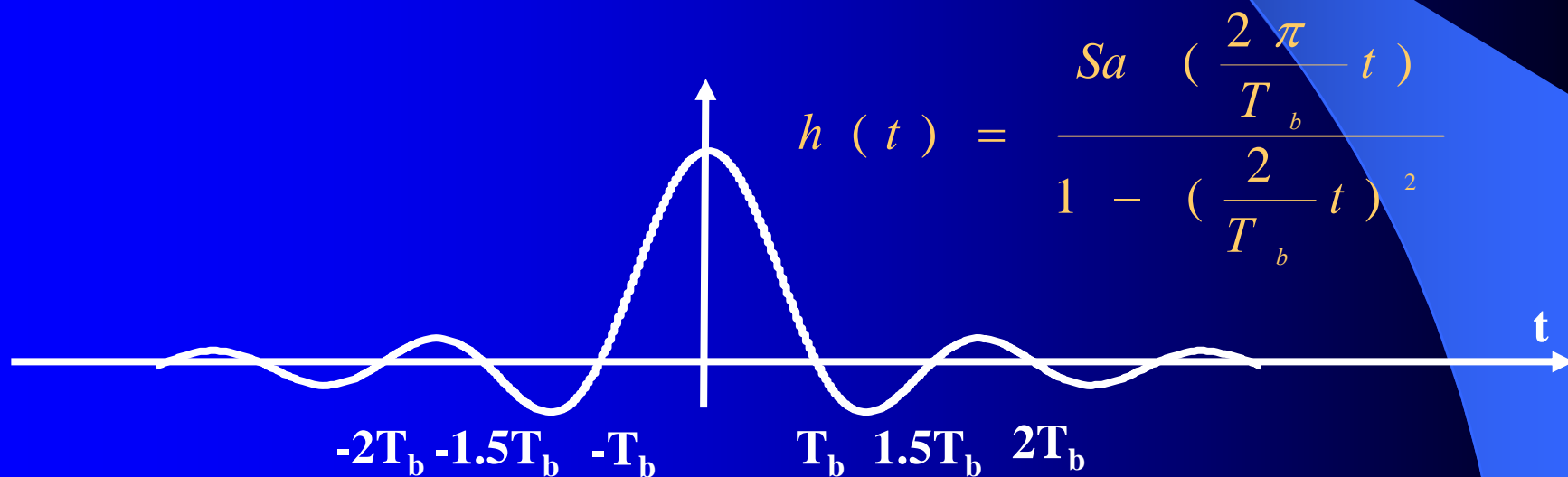
将 $H(\omega)$ 分为三段： $(-3\pi/T_b, -\pi/T_b)$ 、 $(-\pi/T_b, \pi/T_b)$ 和 $(\pi/T_b, 3\pi/T_b)$ ，每段长度为 $2\pi/T_b$ ，然后左、右两分段沿 ω 轴分别向中间平移，到 $(-\pi/T_b, \pi/T_b)$ 区间内进行叠加。其结果为一常数，如下页图所示。

$$H_{eq}(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} H\left(\omega + \frac{2\pi m}{T_b}\right) = H\left(\omega - \frac{2\pi}{T_b}\right) + H(\omega) + H\left(\omega + \frac{2\pi}{T_b}\right)$$



其冲激响应

$$h(t) = \frac{Sa(2\pi t / T_b)}{1 - (2t / T_b)^2} = Sa\left(\frac{\pi t}{T_b}\right) \cdot \left[\frac{\cos(\pi t / T_b)}{1 - (2t / T_b)^2} \right] = \frac{Sa(2\pi R_B t)}{1 - (2R_B t)^2}$$



结论：对升余弦滚降滤波器

- 1、 $h(t)$ 在 $nT_b (n \neq 0)$ 处过零点，故无码间干扰。
- 2、 $h(t)$ 的拖尾按 t^{-3} 速度衰减，衰减很快，优于理想低通滤波器。
- 3、系统带宽 $B = 1/T_b = R_B = 2B_N$ ，
- 4、奈奎斯特带宽：定义滚降系数： $\alpha = \frac{B - B_N}{B_N}$ 或： $B = (1 + \alpha)B_N$
用来描述滚降程度。现在 $\alpha = 1$

当 α 取 $0 < \alpha < 1$ 之间任意值时, 普遍形式的滚降滤波器传输函数为:

$$H(\omega) = \begin{cases} T_b, & |\omega| \leq \frac{(1-\alpha)\pi}{T_b} \\ T_b \cos^2 \frac{T_b}{4\alpha} \left[|\omega| - \frac{\pi(1-\alpha)}{T_b} \right], & \frac{(1-\alpha)\pi}{T_b} < |\omega| < \frac{(1+\alpha)\pi}{T_b} \\ 0, & |\omega| \geq \frac{(1+\alpha)\pi}{T_b} \end{cases}$$

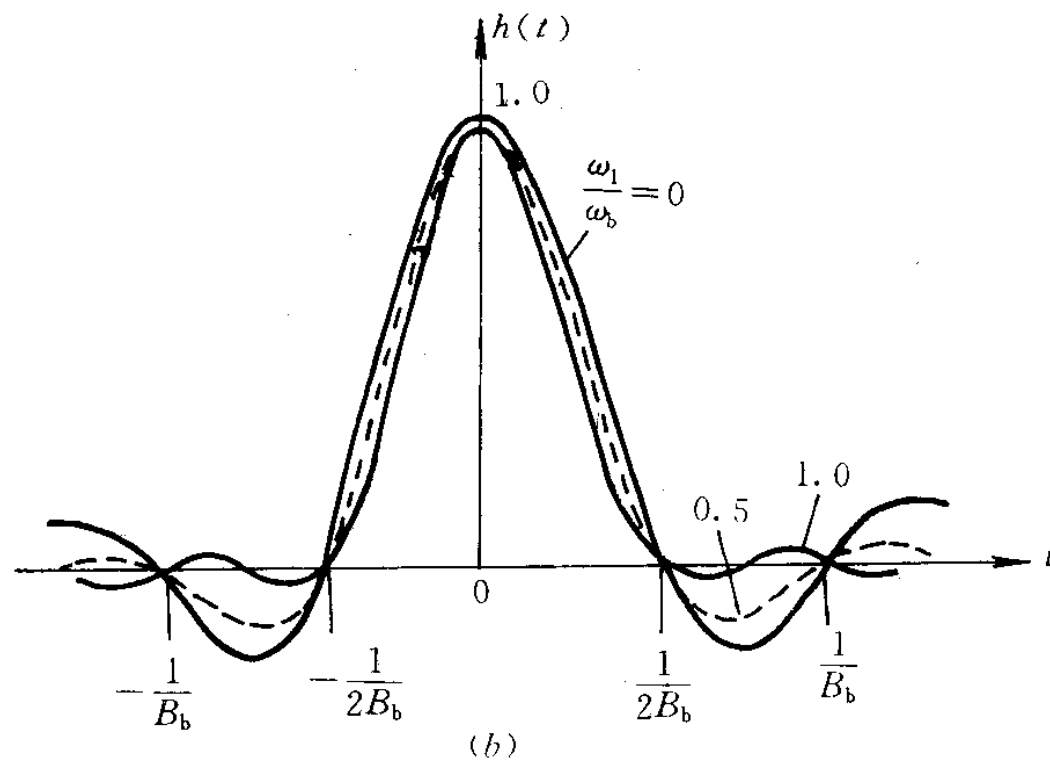
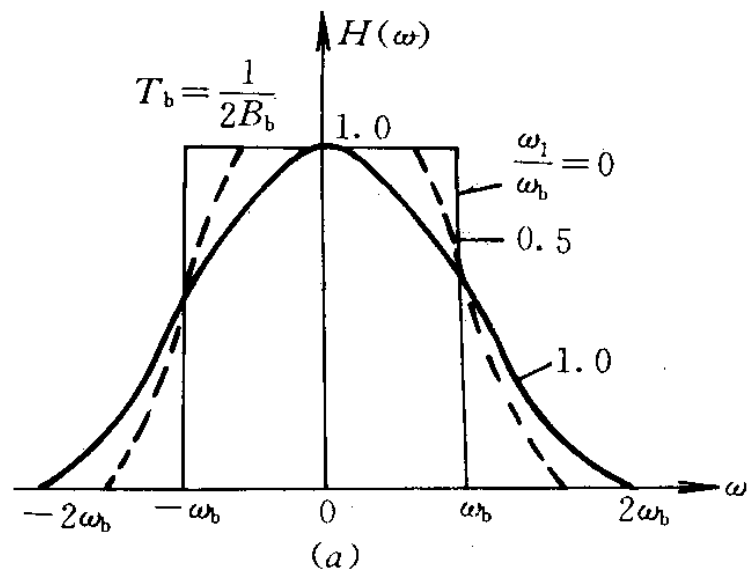
其冲激响应

$$h(t) = \frac{\sin(\pi t / T_b)}{\pi t / T_b} \left[\frac{\cos(\pi \alpha t / T_b)}{1 - (2\alpha t / T_b)^2} \right]$$

$\alpha = 0$ 时, 就是理想低通特性;

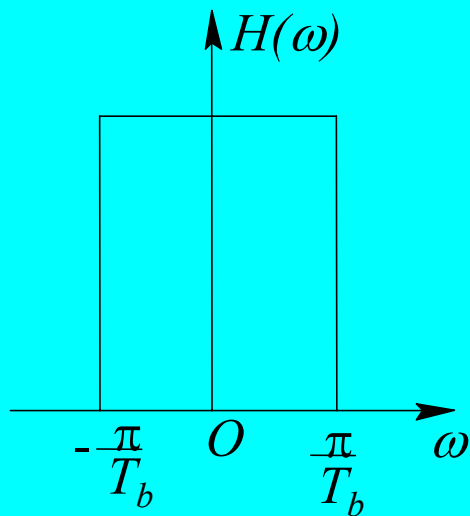
$\alpha = 1$ 时, 前面给出的升余弦频谱特性。

不同 α 值的频谱与波形



小 结

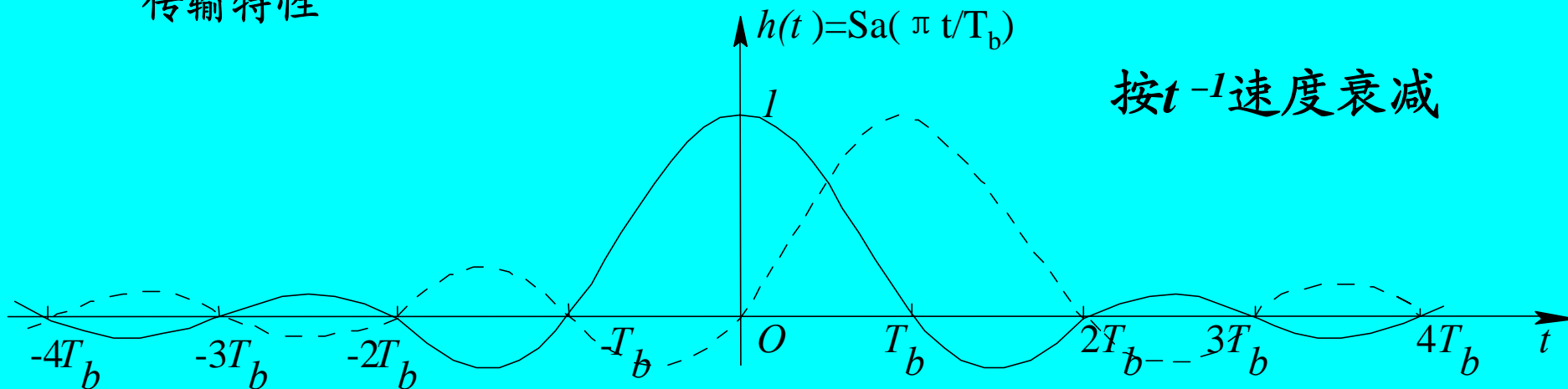
理想低通系统



传输特性

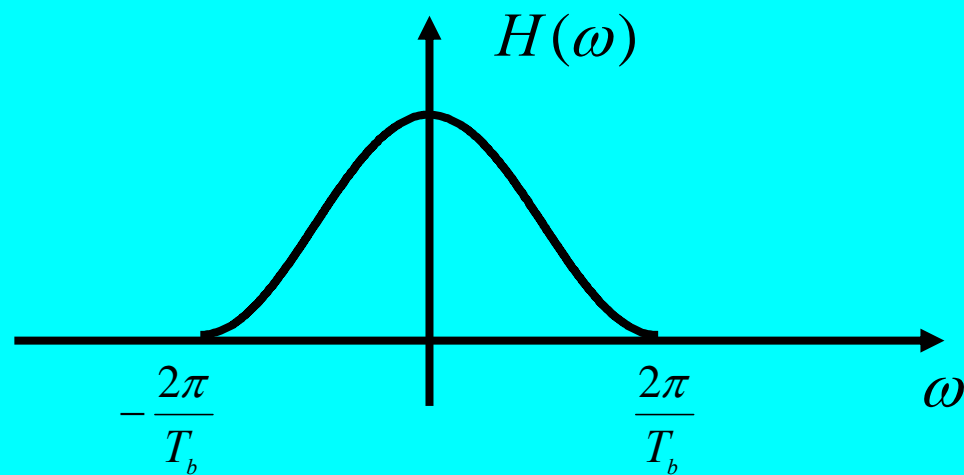
$$B = \frac{R_B}{2} = \frac{1}{2T_b}$$

$$\eta = \frac{R_B}{B} = 2 \text{ Baud/Hz}$$



冲激响应

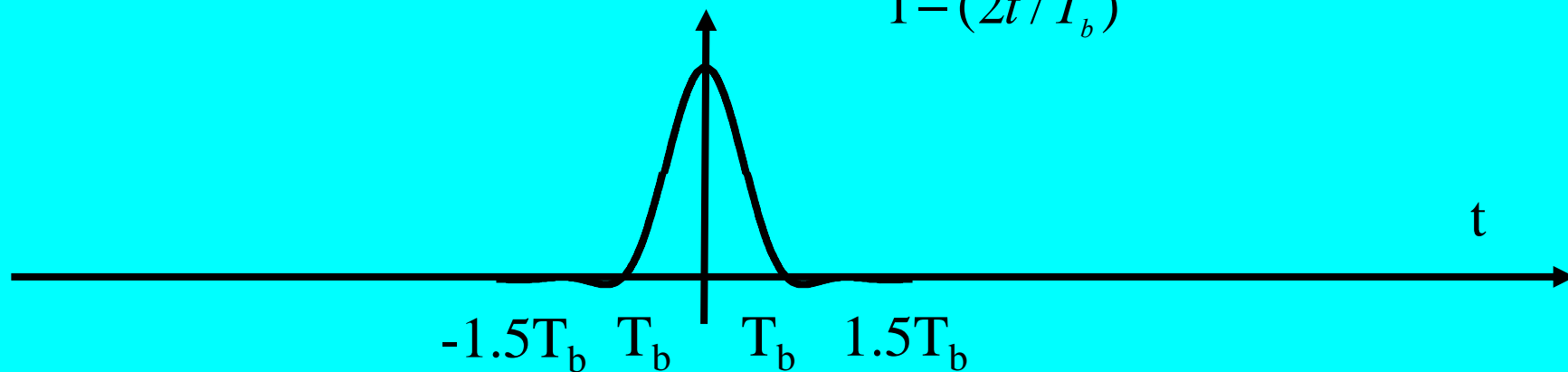
升余弦滚降系统



$$B = R_B = \frac{1}{T_b}$$

$$\eta = \frac{R_B}{B} = 1 \text{ Baud/Hz}$$

$$h(t) = \frac{\text{Sa}(2\pi t / T_b)}{1 - (2t / T_b)^2} \quad \text{按 } t^{-3} \text{ 速度衰减}$$



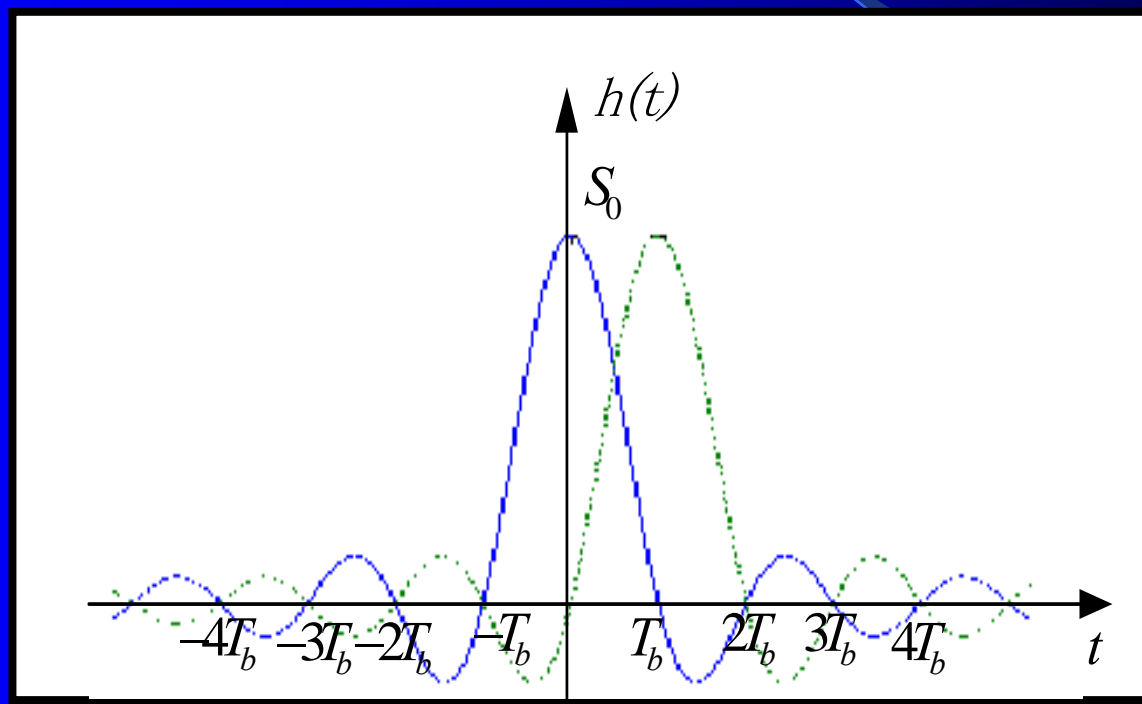
- ❖ 理想低通传输特性频带利用率可达理论上的最大值 2 Baud/Hz (波特 / 赫), 但理想低通难以实现, 且冲激响应 $h(t)$ 振荡幅度大、拖尾收敛慢, 从而对定时要求十分严格;
- ❖ 余弦滚降特性虽然克服了上述缺点, 但所需的频带却加宽了, 但系统的频带利用率降低了, 达不到 2 波特 / 赫 ;
- ❖ 能否找到频带利用率为 2 Baud/Hz , 且冲激响应 $h(t)$ 振荡幅度小、拖尾收敛快, 又容易实现的传输特性?

§ 5.5 部分响应系统

- ❖ 由上节知，理想低通形式的传输函数能满足无码间串扰条件，但难以实现，且拖尾较长。
- ❖ 升余弦形式的传输函数也能满足无码间串扰条件，实现容易，且拖尾较短，但带宽增大了一倍。
- ❖ 能否找到一种既不增大带宽，又容易实现，且拖尾较短的传输函数系统呢？
- ❖ 这就是本节要讨论的部分响应系统。

一、原

观察：相距一个码元间隔 T_b 的两个 $Sa(x)$ 波形的“拖尾”刚好正负相反。

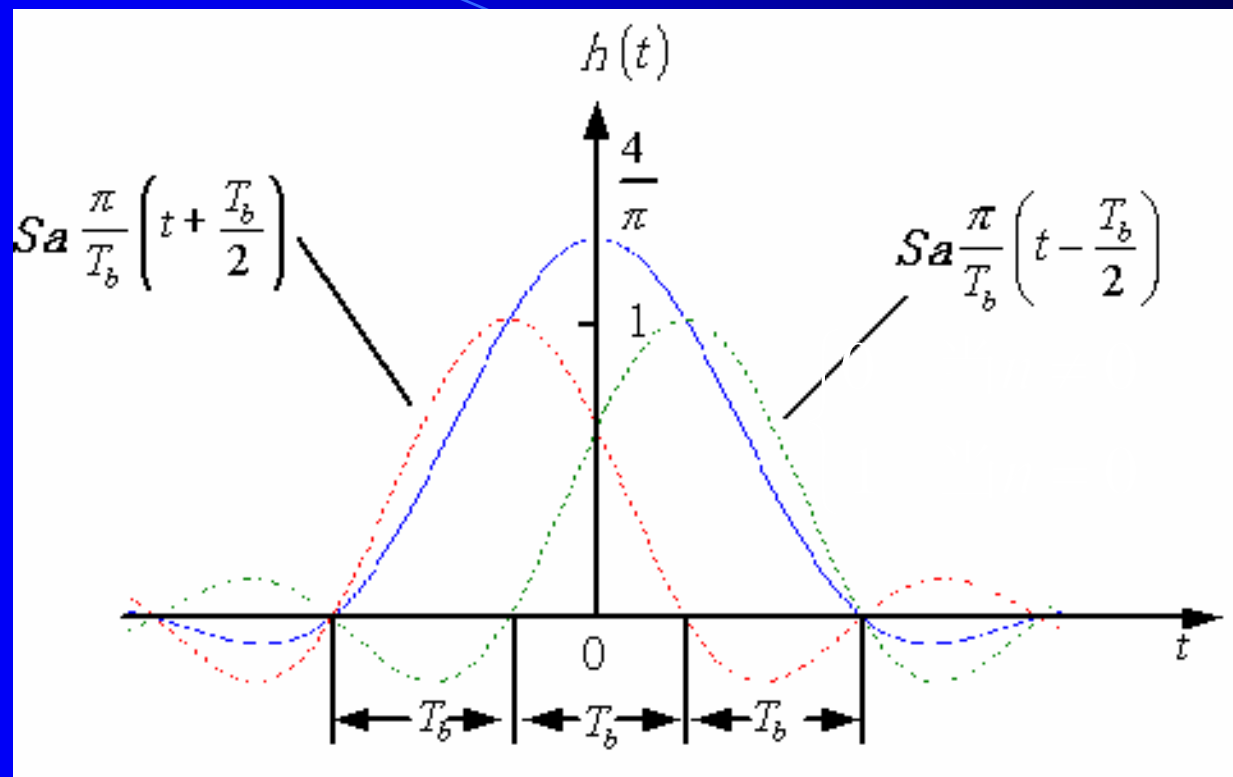


思路：利用这样的波形组合肯定可以构成“拖尾”衰减很快的脉冲波形。

间隔一个码元宽度 T_b 的两个 $Sa(x)$ 波形相加得到:

$$\begin{aligned} h(t) &= Sa\left[\frac{\pi}{T_b}\left(t + \frac{T_b}{2}\right)\right] + Sa\left[\frac{\pi}{T_b}\left(t - \frac{T_b}{2}\right)\right] = \\ &= \frac{\sin\left(\frac{\pi t}{T_b} + \frac{\pi}{2}\right)}{\left(\frac{\pi t}{T_b} + \frac{\pi}{2}\right)} + \frac{\sin\left(\frac{\pi t}{T_b} - \frac{\pi}{2}\right)}{\left(\frac{\pi t}{T_b} - \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\cos\frac{\pi t}{T_b}}{1 - \frac{4t^2}{T_b^2}} \end{aligned}$$

- ❖ 表明 $h(t)$ 波形的拖尾以 t^{-2} 速度衰减。
- ❖ 与理想低通响应波形的拖尾以 t^{-1} 速度衰减相比较, $h(t)$ 波形拖尾的衰减速度的确加快了;

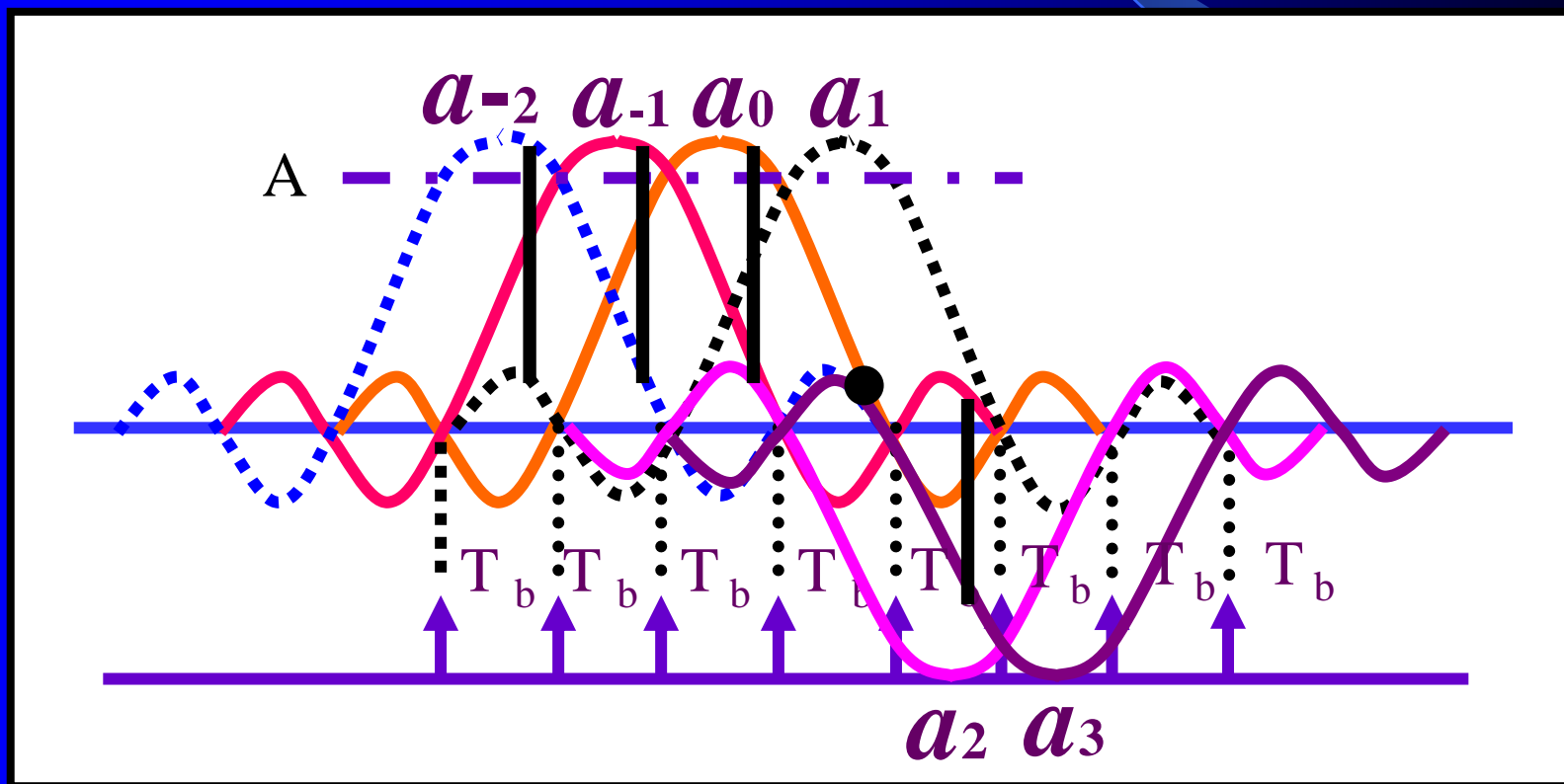


❖ $h(t)$ 的主波峰跨越了3个 T_b ；而拖尾每 T_b 过零一次。

❖ $h(t)$ 并不满足 $h(nT_b) = \begin{cases} 0 & \text{当 } n \neq 0 \\ 1 & \text{当 } n = 0 \end{cases}$ 的条件；

$h(t)$ 满足的是 $h(nT_b + \frac{T_b}{2}) = \begin{cases} 0 & \text{当 } n \neq 0 \text{ 且 } n \neq -1 \\ 1 & \text{当 } n = 0 \text{ 或 } n = -1 \end{cases}$

以“111100”的响应波形为例：



看

❖ 到若用 $h(t)$ 作为传送波形，码元间隔为 T_b ，显然每个 T_b 并非都是过零点。在每个 T_b 时刻抽样，确有串扰。

- ❖ 然而，在 $(n+1/2)T_b$ 时刻抽样，串扰只发生在相邻两码元之间。每个抽样值等于该时刻本码元的值加上前一码元的值。
- ❖ 相邻码元极性相反时贡献相抵消，相邻码元极性相同时贡献相迭加。
- ❖ 抽样电平只有三种： 0 、 $\pm 2A$ 。相邻码元极性相反时为 0 电平，极性相同时为 $\pm 2A$ 电平。

对于什么样的传输系统才能产生这样的波形呢？

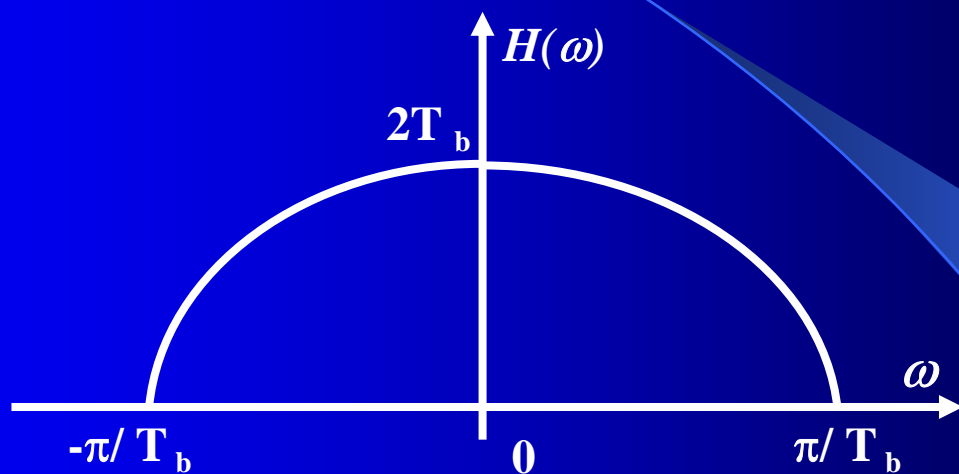
由
$$h(t) = Sa[\frac{\pi}{T_b}(t + \frac{T_b}{2})] + Sa[\frac{\pi}{T_b}(t - \frac{T_b}{2})]$$

因为
$$Sa(\frac{\pi t}{T_b}) \leftrightarrow T_b G_{\frac{2\pi}{T_b}}(\omega)$$

所以
$$h(t) \leftrightarrow T_b G_{\frac{2\pi}{T_b}}(\omega) \cdot e^{\frac{j\omega T_b}{2}} + T_b G_{\frac{2\pi}{T_b}}(\omega) \cdot e^{-\frac{j\omega T_b}{2}}$$

则有
$$H(\omega) = 2T_b \cos \frac{\omega T_b}{2} \cdot G_{\frac{2\pi}{T_b}}(\omega) = \begin{cases} 2T_b \cos \frac{\omega T_b}{2} & , |\omega| \leq \frac{\pi}{T_b} \\ 0 & , |\omega| > \frac{\pi}{T_b} \end{cases}$$

❖ 这样的传输函数呈半余弦特性：



系统带宽 $B = 1 / 2T_b = B_N = R_B / 2$,

频带利用率 $\eta = R_B / B = 2 \text{ Baud/Hz}$ 。

然而经分段平移迭加却不能形成理想低通。

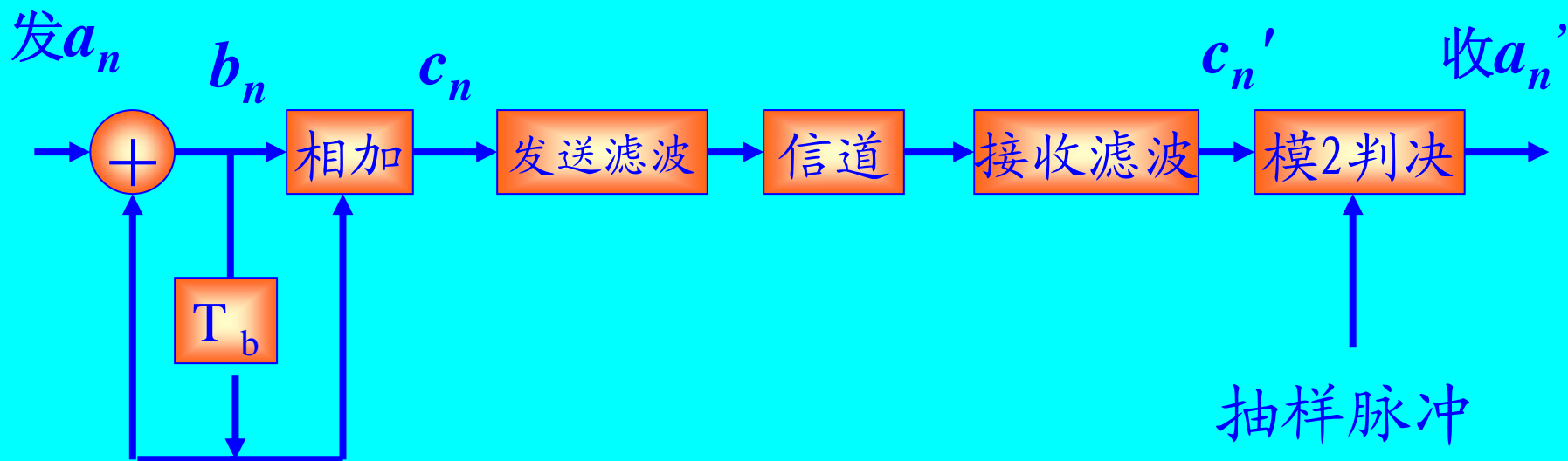
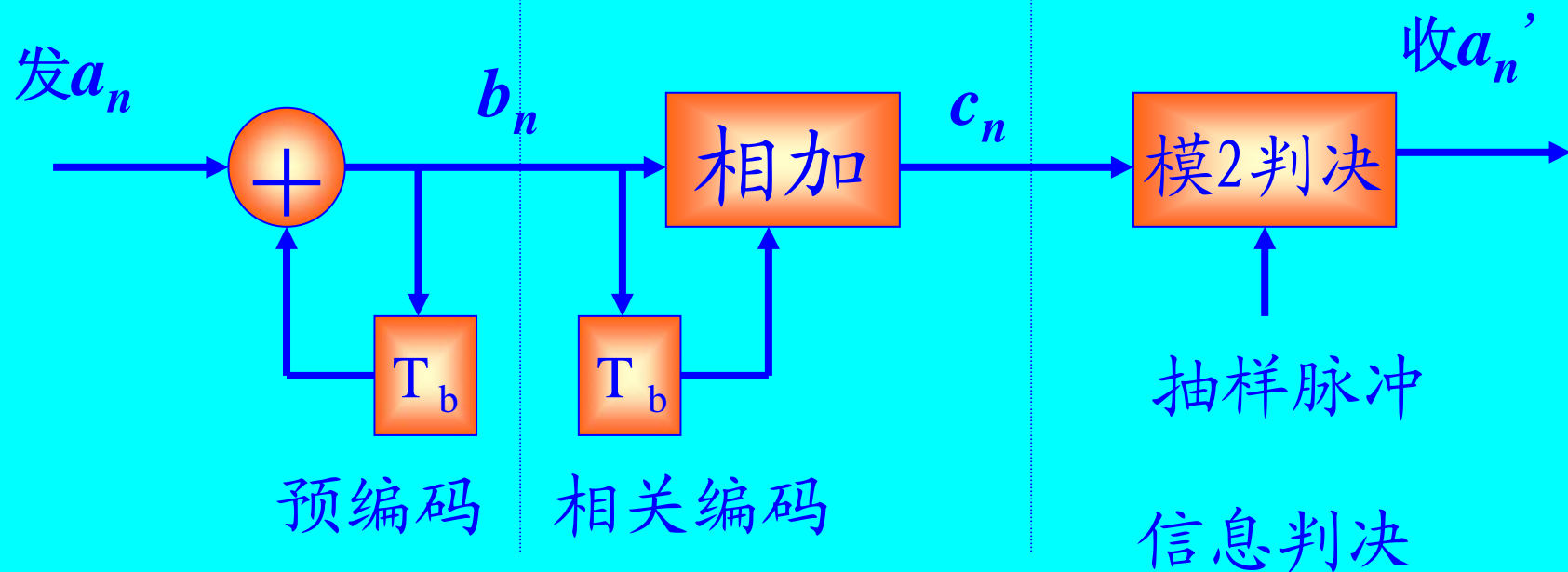
这样设计的传输函数具有以下特点：

- (1) 带宽达到了奈奎斯特带宽 $B = R_B/2$
- (2) 响应的拖尾收敛较快。(以 t^{-2} 衰减)
- (3) 具有滚降变化特性。(易于实现)
- (4) 然而，却不满足奈奎斯特第一准则。

实际上，当抽样值的串扰只发生在个别码元之间时，也能设法避免码间干扰。称为奈奎斯特第二准则。

- ❖ 既然每个抽样值等于该时刻本码元的值加上前一码元的值，所以只要知道了前一码元的值，就能求出本码元的值。
- ❖ 然而，如果某个码元 a_n 错判，会影响到以后所有的 a_{n+1} ， a_{n+2} ，.....的码元判定错误，我们把这种现象称为**错误传播现象**。（**误码传递**）
- ❖ 解决误码传递的办法是：采用**差分码**传送码元。这是因为前后相邻两码元极性相反时抽样值等于零，而前后相邻两码元极性相同时抽样值等于 $\pm 2A$ 。差分码给出的正是相邻码元是否变化的信息。

二、部分响应系统的实现



1、预编码（差分编码）

设发送码元 a_n ，经预编码后得到差分码为 b_n 。

由真值表得到逻辑关系为：

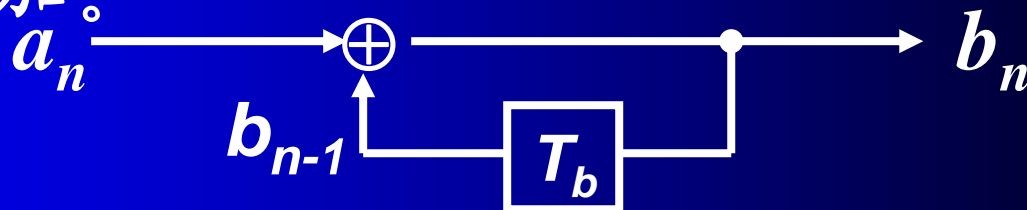
$$a_n = b_n \oplus b_{n-1},$$

$$b_n = a_n \oplus b_{n-1}.$$

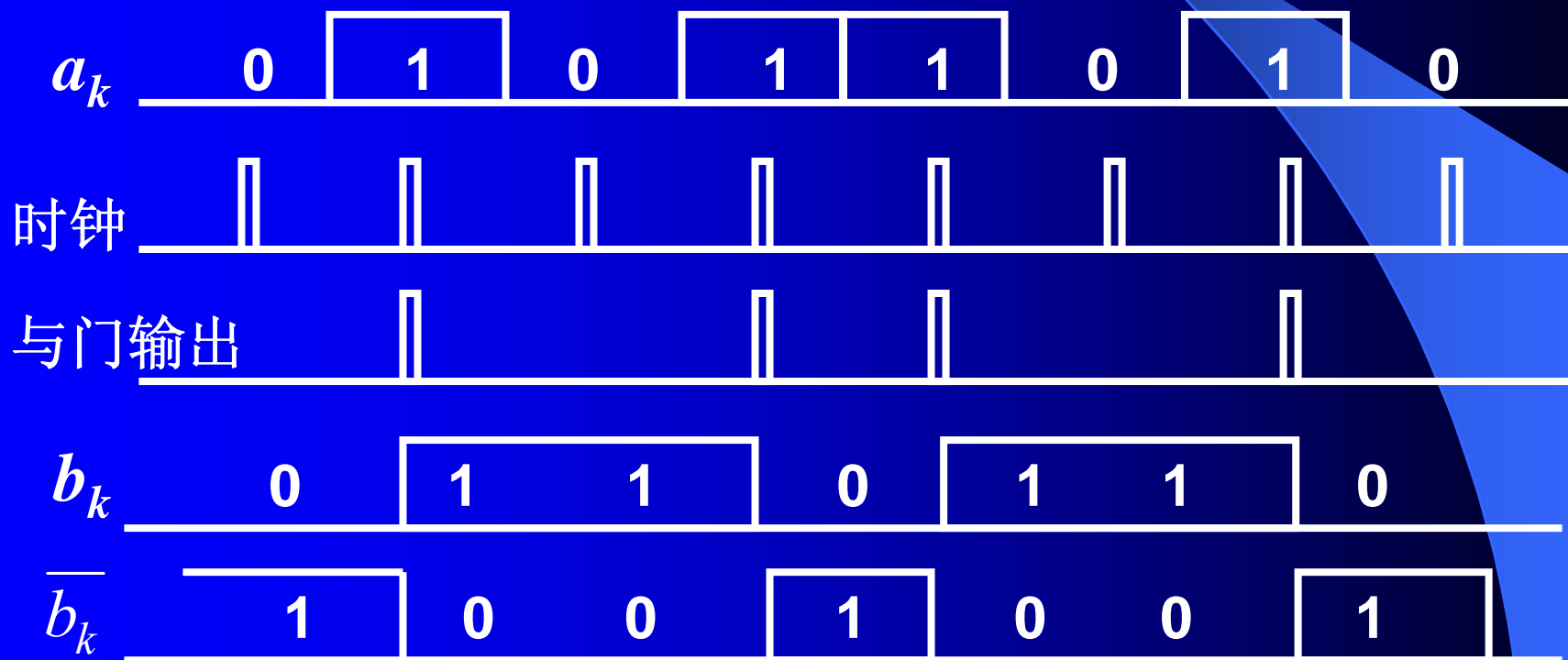
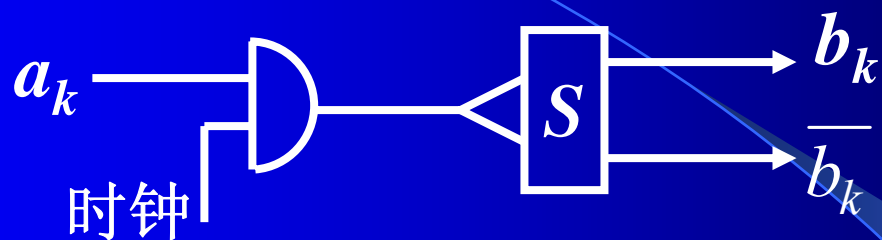
a_n	b_{n-1}	b_n
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

式中： \oplus 为模2加。

逻辑电路为：



实际电路和波形如下：



2、相关编码:

所谓相关编码，实际上是部分响应系统传输函数的等效电路。它造成相邻码元的叠加：

$$C_n = b_n + b_{n-1} \quad (\text{这里不是模2加!})$$

3、模2处理:

因为 $[2]_{\text{mod}2} = 0$; $[1]_{\text{mod}2} = 1$; $[0]_{\text{mod}2} = 0$;

所以 $[C_n]_{\text{mod}2} = [b_n + b_{n-1}]_{\text{mod}2} = b_n \oplus b_{n-1} = a_n$

实际上， C_n 是三电平码，判定规则是：

$$C_n = \begin{cases} \pm 2A & \text{判为“0”} \\ 0 & \text{判为“1”} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \pm 2A \text{ 代表 } b_n \text{ 与 } b_{n-1} \text{ 同级性,} \\ 0 \text{ 电平代表 } b_n \text{ 与 } b_{n-1} \text{ 反级性。} \end{array}$$

模2判决规则：由三电平抽样值 C_n 直接判定 a_n

$\{a_n\}$	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1
$\{b_n\}$	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0
幅值	A	A	-A	A	A	A	A	-A	-A	A	-A
$\{b_{n-1}\}$	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1
幅值	-A	A	A	-A	A	A	A	A	-A	-A	A
$\{C_n\}$	0	+2	0	0	+2	+2	+2	0	-2	0	0
样值	0	2A	0	0	2A	2A	2A	0	-2A	0	0
$\{a_n\}$	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1

三、推广

- ❖ 部分响应波形的一般形式是 N 个相距间隔 T_b 的

$Sa(x)$ 波形之和:

$$h(t) = \sum_{m=1}^N R_m Sa\left\{\frac{\pi}{T_b}[t - (m-1)T_b]\right\}$$

- ❖ R_1, R_2, \dots, R_N 为加权系数, 其取值为正、负

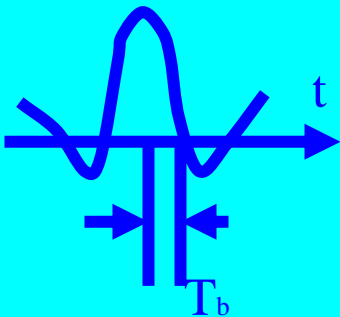
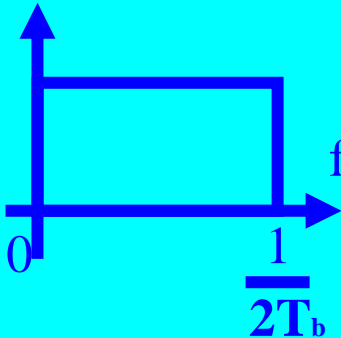
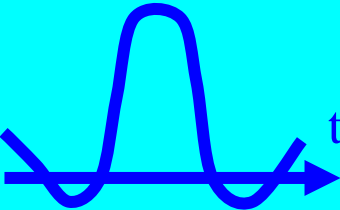
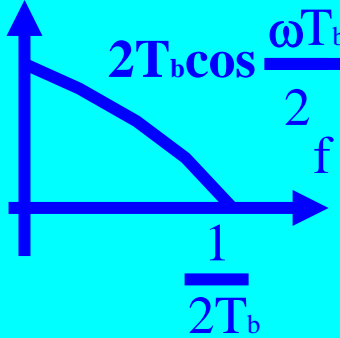
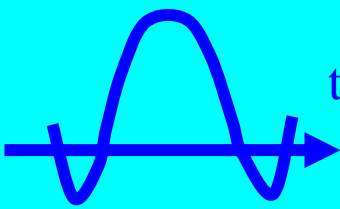
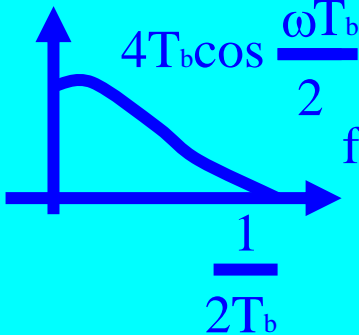
整数及零。

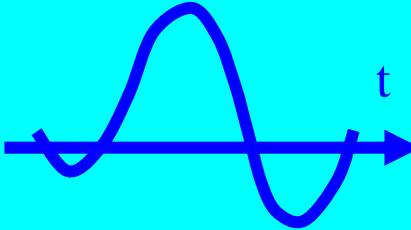
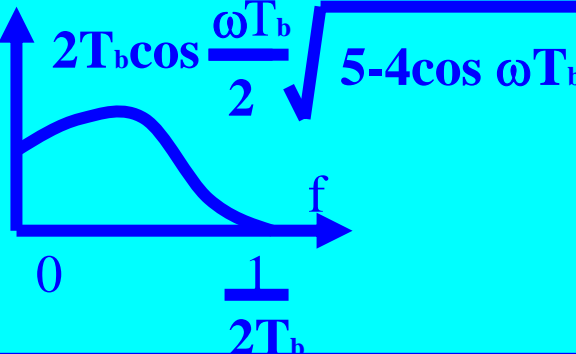
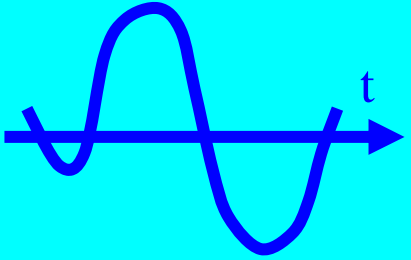
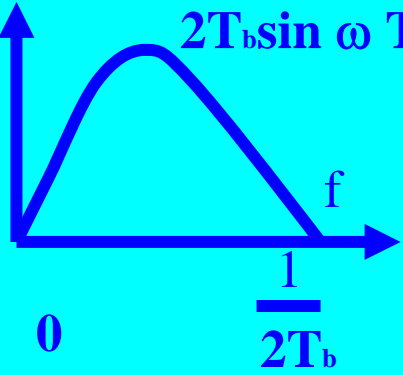
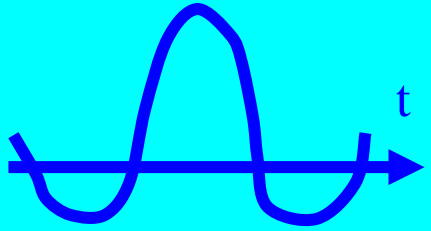
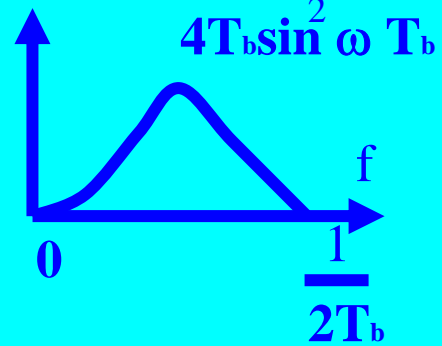
$$H(\omega) = \begin{cases} T_b \sum_{m=1}^N R_m e^{-j\omega(m-1)T_b} & , \quad |\omega| \leq \frac{\pi}{T_b} \\ 0 & , \quad |\omega| > \frac{\pi}{T_b} \end{cases}$$

它们都具有最小带宽 $B_N = 1/2T_b$

和最大传码率 $R_B = 2B_N$

常见五类部分响应系统

类别	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	$h(t)$	$ G(\omega) , \omega \leq \frac{\pi}{T_b}$	二进输入时 C _n 的电平数
0	1							2
I		1	1					3
II		1	2	1				5

III	2	1	-1					5
IV	1	0	-1					3
V	-1	0	2	0	-1			5



§ 5.6 均衡

- ❖ 假设：信道特性 $H(\omega)$ 已知，人们可以精心设计接收和发送滤波器以达到消除码间串扰和尽量减小噪声影响的目的。
- ❖ 问题：现实中，由于难免存在滤波器的设计误差和信道特性的变化，所以无法实现理想的传输特性，因而导致系统性能的下降。
- ❖ 解决方法：在接收滤波器和抽样判决器间加均衡器（可调或不可调）
- ❖ 作用：校正或补偿系统特性，减小码间串扰的影响。这种起补偿作用的滤波器称为**均衡器**。

一、频域均衡

均衡可分为频域均衡和时域均衡。

❖ 所谓频域均衡，是从校正系统的频率特性出发，使包括均衡器在内的基带系统的总特性满足无失真传输条件（奈奎斯特第一准则）；

$$T(\omega) \cdot H(\omega) = H'(\omega) \quad T(\omega) \text{ 为频域均衡器传输特性}$$

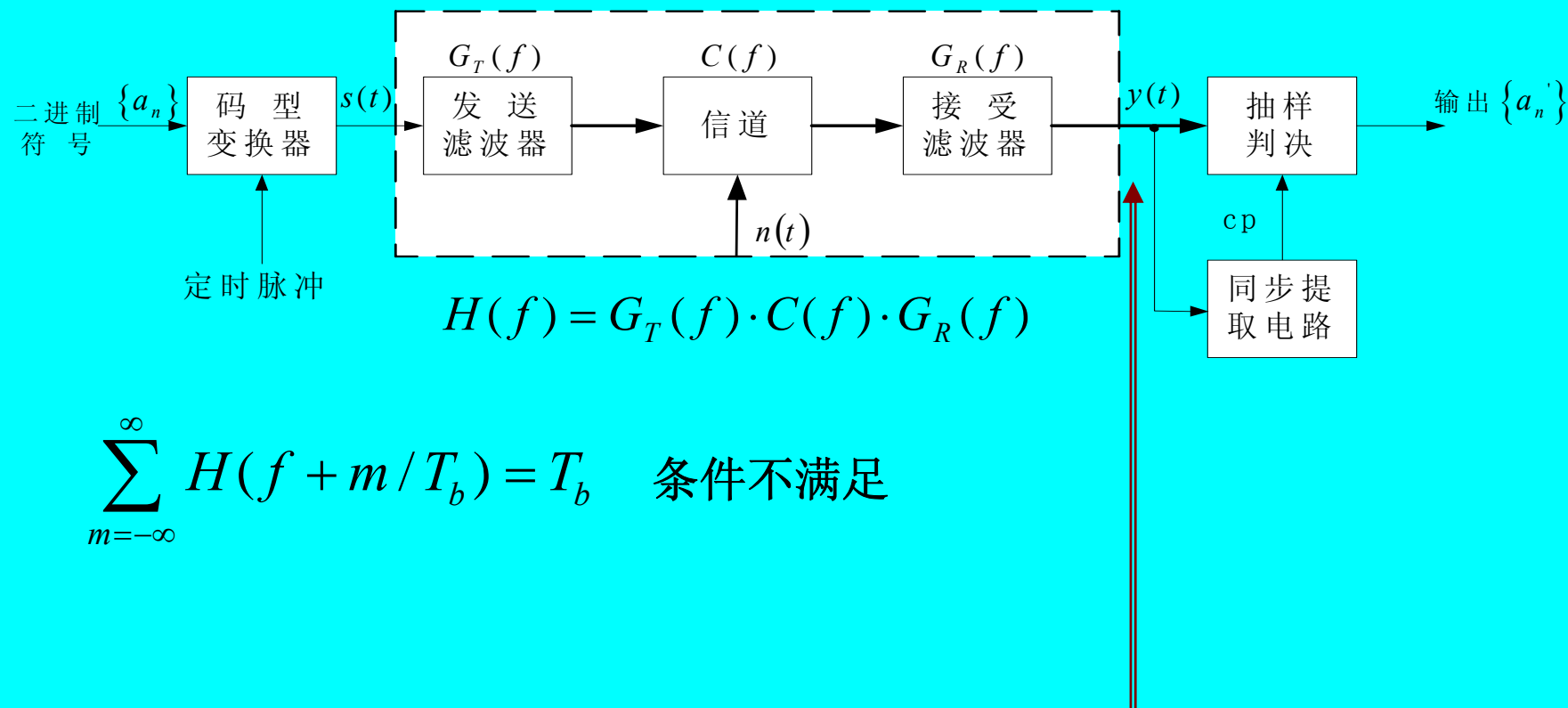
使得下式成立

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} H'(\omega + \frac{2m\pi}{T_b}) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} H'(\omega + 2\pi m R_b) = \text{常数}, \quad \text{当} |\omega| \leq \frac{\pi}{T_b}$$

二、时域均衡

❖时域均衡是从时域上进行补偿，使整个系统（包括均衡器在内）的冲激响应在各抽样点严格为零。

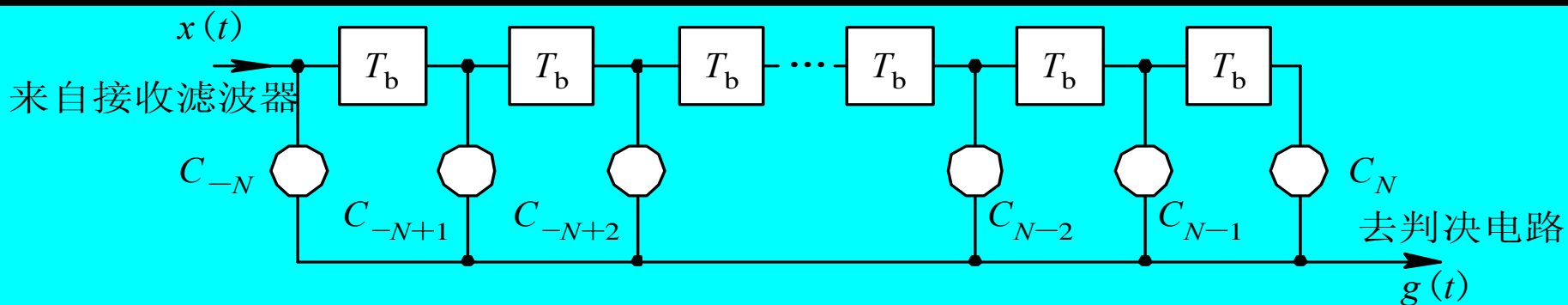
❖使用时域均衡器的好处是不必预知信道特性，完全可以根据实际观测波形（或眼图）有针对性的调节每个具体的实际系统。使之达到抽样时刻波形过零。



$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} H(f + m/T_b) = T_b \quad \text{条件不满足}$$

证明：如果在接收滤波器和抽样判决器之间插入一个称之为**横向滤波器**的可调滤波器，那么理论上就可以完全消除抽样时刻上的码间串扰。

❖ 横向滤波器：共 $2N+1$ 个抽头，各抽头增益分别为 C_n ($n = -N, \dots, -1, 0, 1, \dots, N$)



多抽头可调横向滤波器

输出

$$y(t) = \sum_{n=-N}^N C_n \cdot x(t - nT_b)$$

❖ 在抽样时刻 $t = t_0 + kT_b$

$$y(t_0 + kT_b) = \sum_{n=-N}^N C_n \cdot x[(k-n)T_b + t_0]$$

❖ 简写为

$$y_k = \sum_{n=-N}^N C_n \cdot x_{k-n}$$

$$(k = -N, \dots, -1, 0, 1, \dots, N)$$

❖ 通过调节各抽头增益 C_n ，使均衡器输出满足奈奎斯特无码间干扰条件：

$$y_k = \begin{cases} 1 & , \quad \text{当 } k = 0 \\ 0 & , \quad \text{当 } k \neq 0 \quad (\text{即 } k = \pm 1, \dots, \pm N) \end{cases}$$

由此得到方程:

$$y_k = \sum_{n=-N}^N C_n \cdot x_{k-n} = \begin{cases} 1 & \text{当 } k = 0 \\ 0 & \text{当 } k = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N \end{cases}$$

应当注意, 这里各个 x 是抽头电压(可测), 未知数是 C_n 。它是 $2N+1$ 元联立方程组:

$$\begin{cases} \sum_{n=-N}^N C_n \cdot x_{k-n} = 0 & \text{当 } k = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N \\ \sum_{n=-N}^N C_n \cdot x_{k-n} = 1 & \text{当 } k = 0 \end{cases}$$

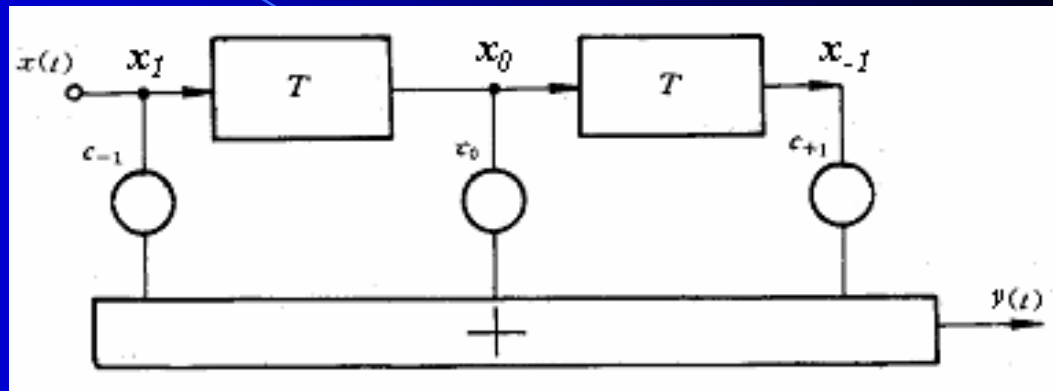
即
:

$$\begin{bmatrix} x_0 & x_{-1} & \cdots & x_{-2N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_N & x_{N-1} & \cdots & x_{-N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_{2N} & x_{2N-1} & \cdots & x_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{-N} \\ C_{-N+1} \\ \vdots \\ C_0 \\ \vdots \\ C_{N-1} \\ C_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

解此方程需要已知 $4N+1$ 个 x_i 的观测值。因为只有 $2N+1$ 个抽头，只好令 $i > 2N+1$ 的抽头上 $x_i=0$ ，求近似解。

满足此方程组的各系数 C_n ，可使 y_0 前后各有 N 个取样点上取零值，使输出满足奈奎斯特无码间干扰条件。

例 已知输入信号 $x(t)$ 在各抽样点上的取值分别为：
 $x_{-1}=1/4$, $x_0=1$, $x_{+1}=1/2$, 设计一个三抽头的横向滤波器。



解: $2N+1=3$,

得到联立方程组:

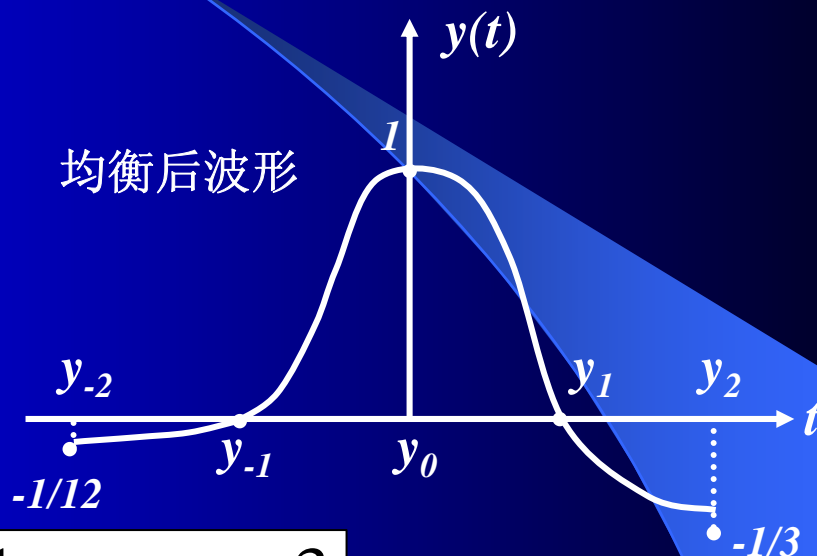
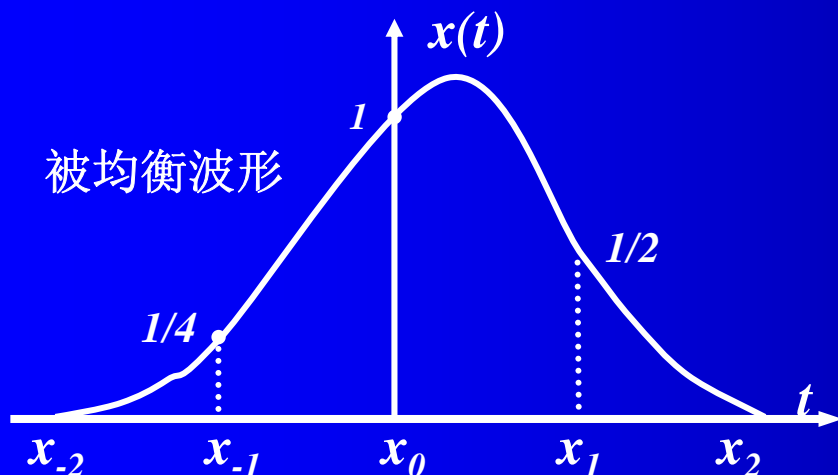
$$\begin{cases} y_{-1} = C_{-1}x_0 + C_0x_{-1} + C_1x_{-2} = 0 \\ y_0 = C_{-1}x_1 + C_0x_0 + C_1x_{-1} = 1 \\ y_1 = C_{-1}x_2 + C_0x_1 + C_1x_0 = 0 \end{cases}$$

$$y_k = \sum_{n=-N}^N C_n \cdot x_{k-n} = \begin{cases} 1 & \text{当 } k=0 \\ 0 & \text{当 } k=\pm 1, \pm 2, \dots, \pm N \end{cases}$$

代入 x 值时, x_{-2} 和 x_2 近似取为 0, 解得:

$$C_{-1} = -1/3, \quad C_0 = 4/3, \quad C_{+1} = -2/3。$$

按照这样的 $C_{-1}C_0C_{+1}$ 确实可使 $y_{-1}=0$, $y_0=1$, $y_1=0$,
 但由这样的 $x_2 x_1 x_0 x_{-1} x_{-2}$ 求出 $y_{-2} = -1/12$, $y_2 = -1/3$



输入峰值失真:

$$D_0 = \frac{1}{x_0} \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} |x_k| = \frac{3}{4}$$

输出峰值失真

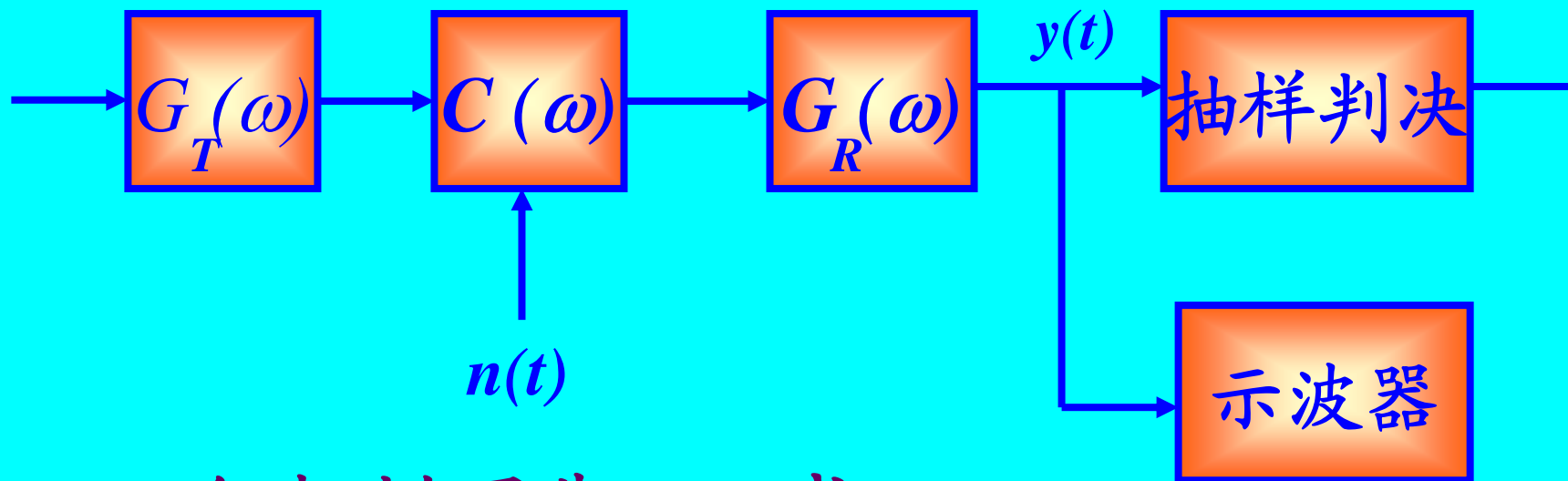
$$D = \frac{1}{y_0} \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} |y_k| = \frac{5}{12}$$

- ❖ 实际系统中并不用解方程，是通过调整各个抽头来“迫零”的，这种均衡器称为“迫零”均衡器。
- ❖ 时域“迫零”均衡器的多个抽头是相互关联的。需要由人工（或自动）反复调节各抽头的增益来实现最佳补偿效果。
- ❖ 在通过实验方法调整系统性能时，需要有一种简单的观测方法来判断码间串扰的大小。
- ❖ 眼图正是这样一个实验观测方法。

三、眼图

眼图是用示波器观察基带传输系统波形时显示的图形。

示波器的连接



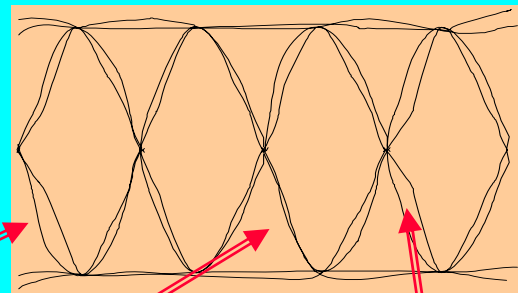
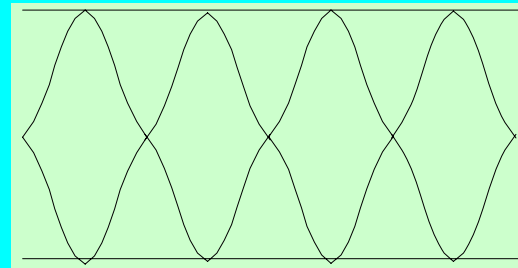
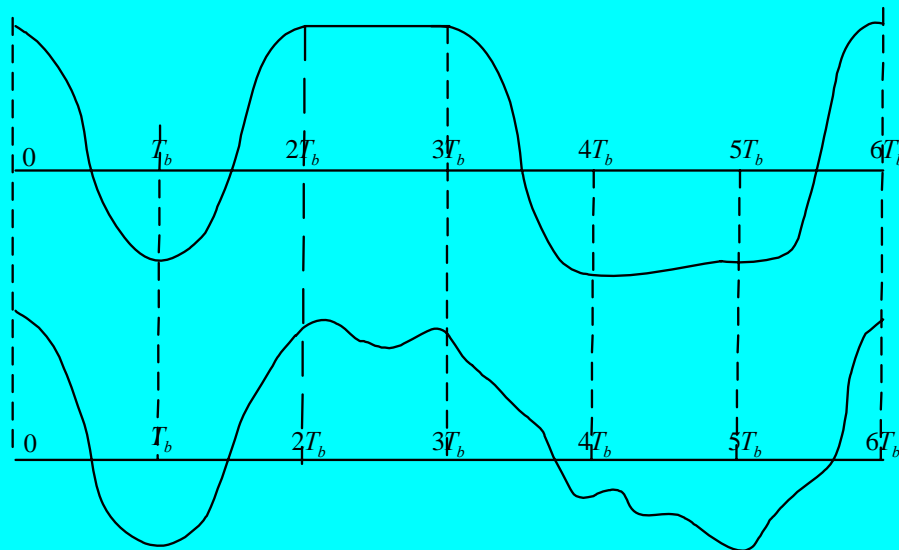
行扫描周期= T_b (或 nT_b)

当示波器行扫描频率等于码率时，我们可以看到多个码元波形叠加在一个码元周期上的状况。它有点像人的眼睛。

从这个称为眼图的图形上可以估计出系统的性能（指码间串扰和噪声的大小）。

另外也可以根据此特性对接收滤波器的特性加以调整，以减小码间串扰和改善系统的传输性能。

❖ 无噪声但有码间串扰的眼图

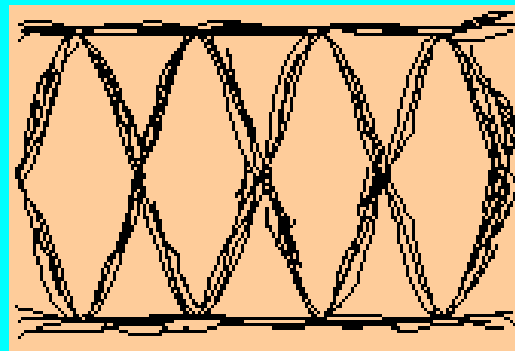
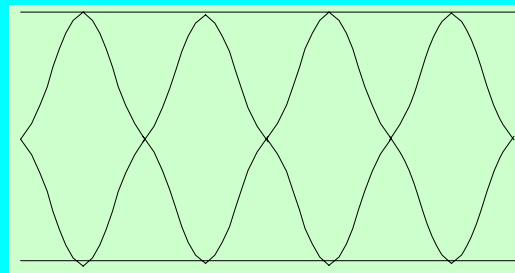
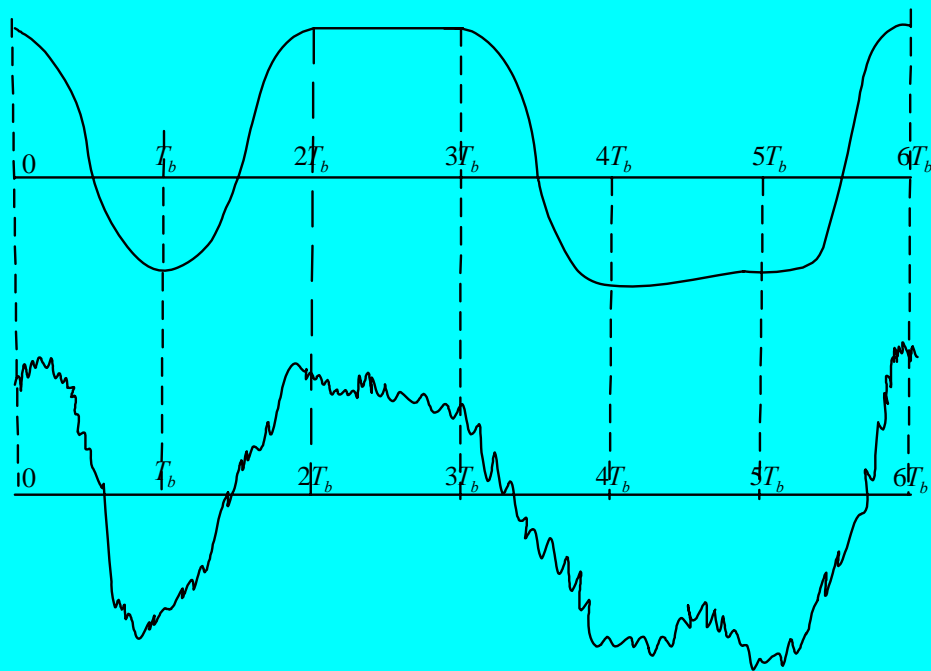


好几条线交织在一起组成

这几条线越靠近,眼图张得越大,码间串扰越小

眼图张得越小,表示码间串扰越大

❖ 有噪声又有码间串扰的眼图



❖ 原来清晰端正的细线，变成了比较模糊的带状的线，而且不很端正。

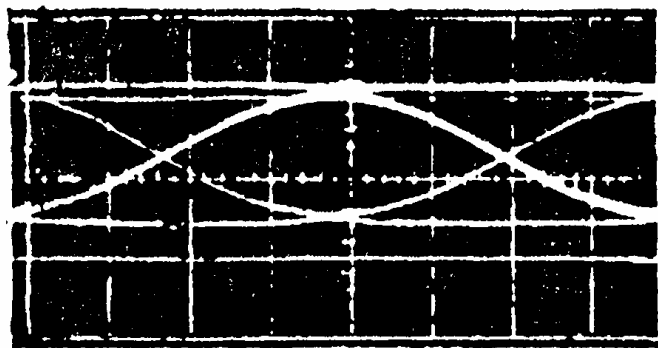
❖ 噪声越大，线条越宽，越模糊。

结论：噪声越大，眼图边沿带状线越模糊；
码间串扰越大，眼图张得越小。

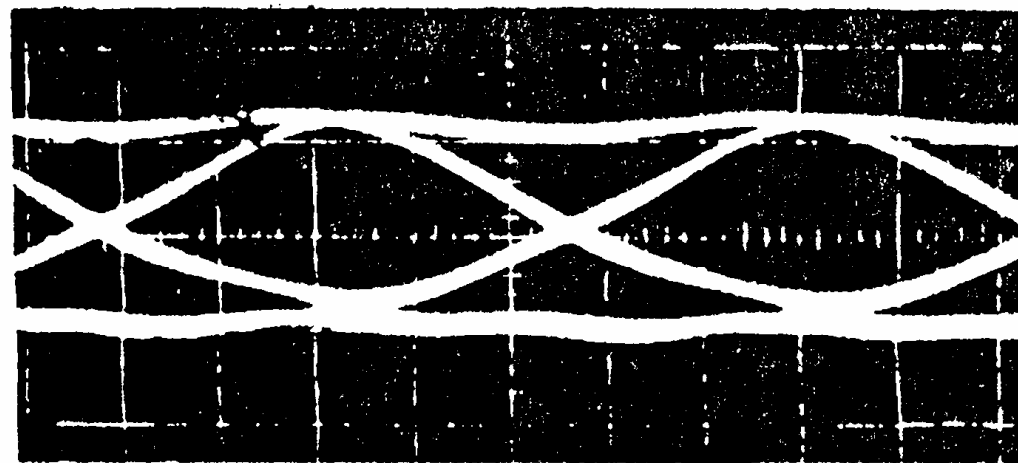
下图是等概双极性二进制升余弦系统的眼图模型。

(a) 是无噪声和无码间干扰时的眼图

(b) 是有噪声和有码间干扰时的眼图

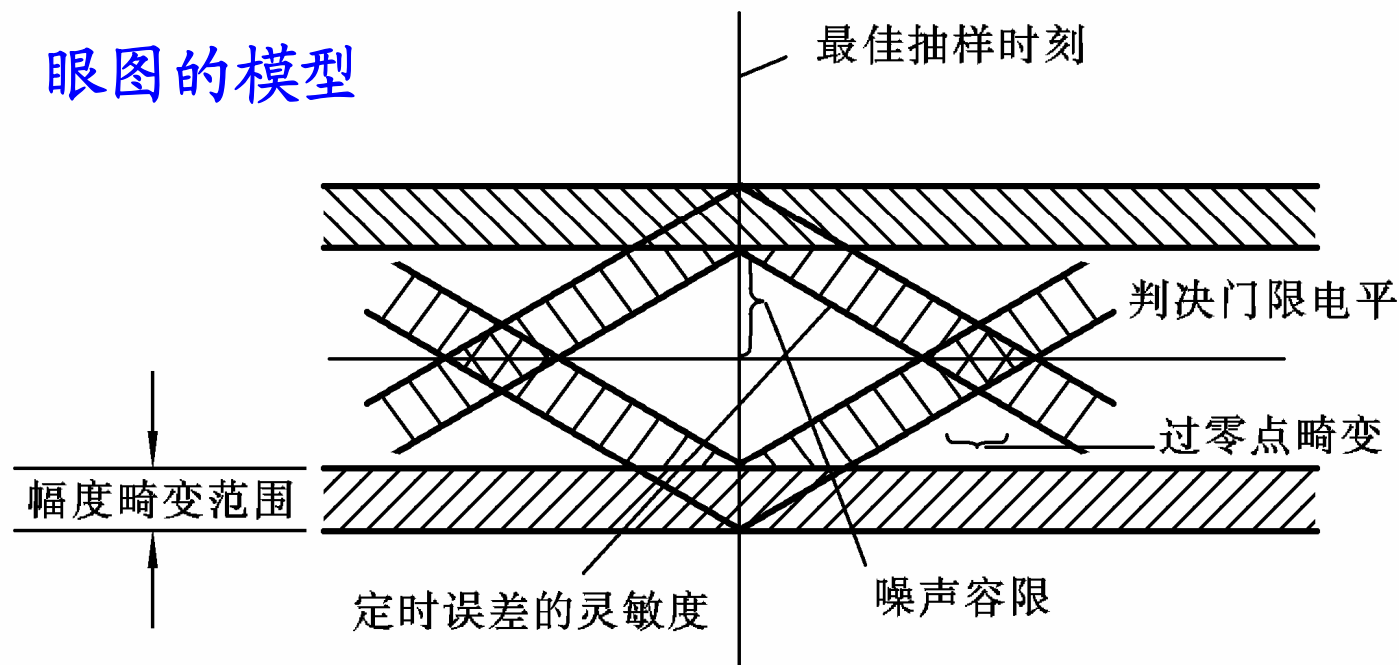


(a)



(b)

眼图的模型



- ❖ 最佳抽样时刻应选择眼图中“眼睛”张开最大的时刻；
- ❖ 对定时误差的灵敏度，由斜边斜率决定，斜率越大，对定时误差就越灵敏；
- ❖ 图中阴影区的垂直高度表示信号幅度畸变范围；
- ❖ 在抽样时刻上，上下两阴影区的间隔距离的一半为噪声容限，噪声瞬时值超过了它就可能发生错误判决；
- ❖ 图中央的横轴位置应对应判决门限电平



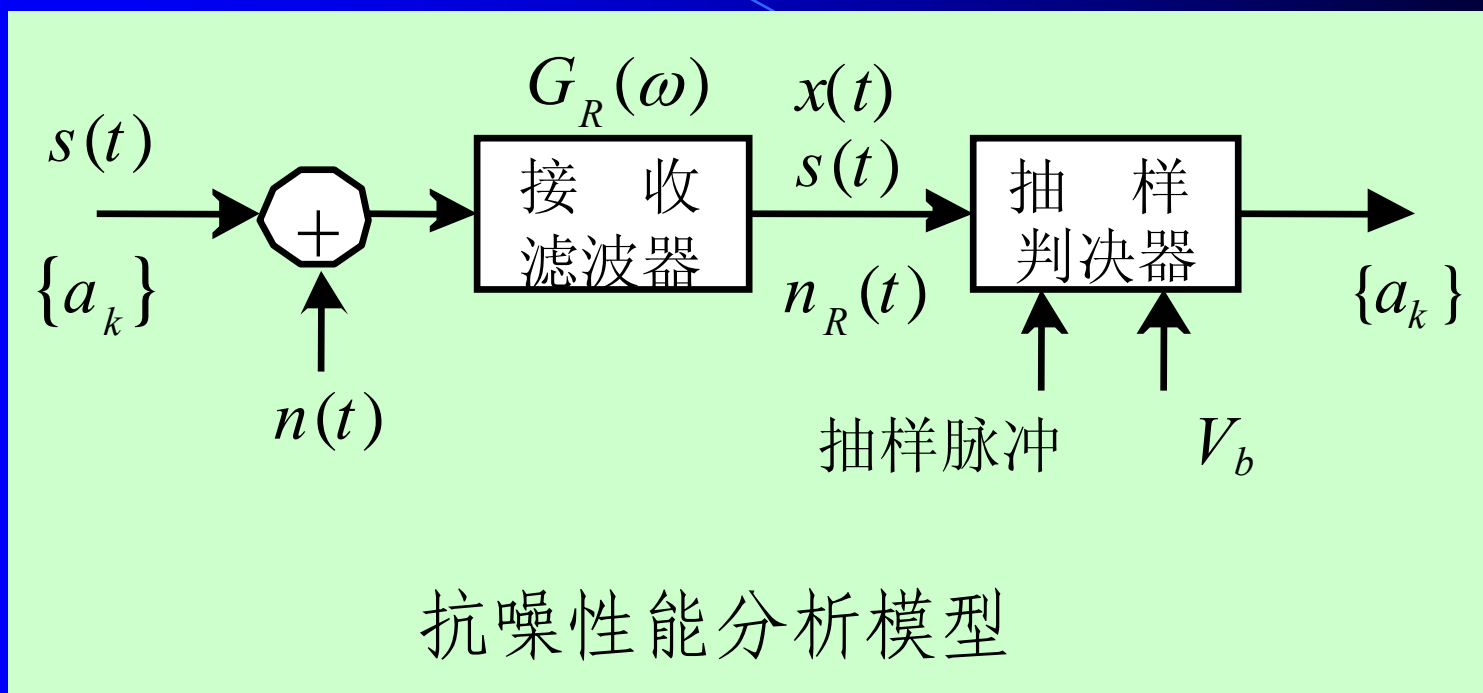
§ 5.7 基带传输系统的抗噪声性能

码间串扰和信道噪声是影响接收端正确判决而造成误码的两个因素。

上几节在不考虑噪声影响条件下，讨论了消除码间串扰的方法和原理。

本节则在无码间串扰的条件下，讨论噪声对基带信号传输的影响，即计算噪声引起的误码率。

一、误码的产生



假设无噪声的基带信号为 $s(t)$ ，混入信号中的噪声为 $n_R(t)$ ，则接收滤波器的输出是信号加噪声的混合(抽样电平): $x(t)=s(t)+n_R(t)$

抽样电平:

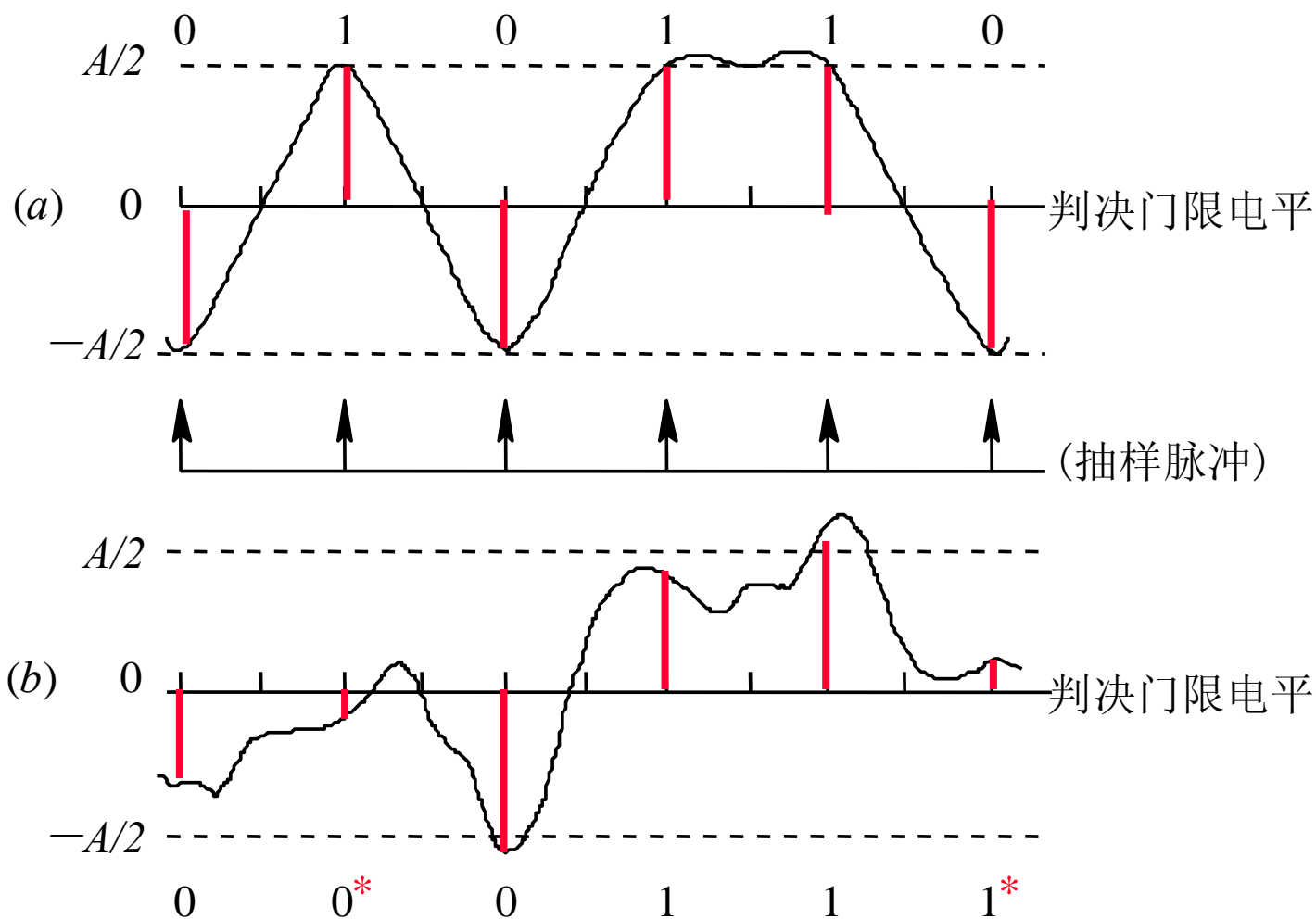
$$x(t)=s(t)+n_R(t)=\begin{cases} A_1+n_R(t), & \text{发送“1”码时} \\ A_0+n_R(t), & \text{发送“0”码时} \end{cases}$$

其中, A_1 为“1”码电平值, A_0 为“0”码电平值。

对单极性码, $A_1 = A$, $A_0 = 0$ 。

对双极性码, $A_1 = A/2$, $A_0 = -A/2$ 。

设 V_b 为判决基准电平值 (阈值电平),
判决规则为: $\begin{cases} x(kT_b) > V_b, & \text{判为“1”码} \\ x(kT_b) < V_b, & \text{判为“0”码} \end{cases}$



图(a)是无噪声影响时的信号波形。

图(b)则是图(a)波形叠加上噪声后的混合波形。

噪声是引起误码的基本原因。由于随机噪声叠加于信号波形上，造成波形畸形。当噪声严重时，就会在抽样判决时，发生漏报（原“1”错判成“0”）和虚报（原“0”错判成“1”）。见上图*号的代码。

二、误码率

误码有两种来源。定义误码率 P_e 为发生漏报和虚报的概率之和。

设 $P(S_1)$ 和 $P(S_0)$ 为发端发送“1”码和“0”码的概率, V_b 为判决门限电平值 (阈值电平), 则:

$$P[x < V_b / S_1] = P(0 / 1)$$

表示发出“1”码而错判为“0”码的概率 (漏报概率)

$$P[x > V_b / S_0] = P(1 / 0)$$

表示发出“0”码而错判为“1”码的概率 (虚报概率)

总误码率为:

$$P_e = P(S_1) \cdot P(0 / 1) + P(S_0) \cdot P(1 / 0)$$

信道加性噪声 $n(t)$ 通常被假设为均值为0、方差为 σ_n^2 的平稳高斯白噪声， kT_b 时刻的抽样值服从高斯概率密度函数：

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left(\frac{-x^2}{2\sigma_n^2}\right)$$

式中， x 是噪声的瞬时取值 $n_R(kT_b)$ 。

无噪声情况下，“1”码电平为 A_1 ，“0”码电平为 A_0 ，迭加上噪声后，抽样值 x 的分布分别就应当是以 A_1 和 A_0 为中心值的高斯概率密度函数。

发送“0”

时:

$$f_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{(x - A_0)^2}{2\sigma_n^2}\right]$$

发送“1”

$$f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{(x - A_1)^2}{2\sigma_n^2}\right]$$

则漏报概率:
时:

$$\begin{aligned} P(0/1) &= P(x < V_b | S_1) = \int_{-\infty}^{V_b} f_1(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{V_b} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[\frac{-(x - A_1)^2}{2\sigma_n^2}\right] dx \end{aligned}$$

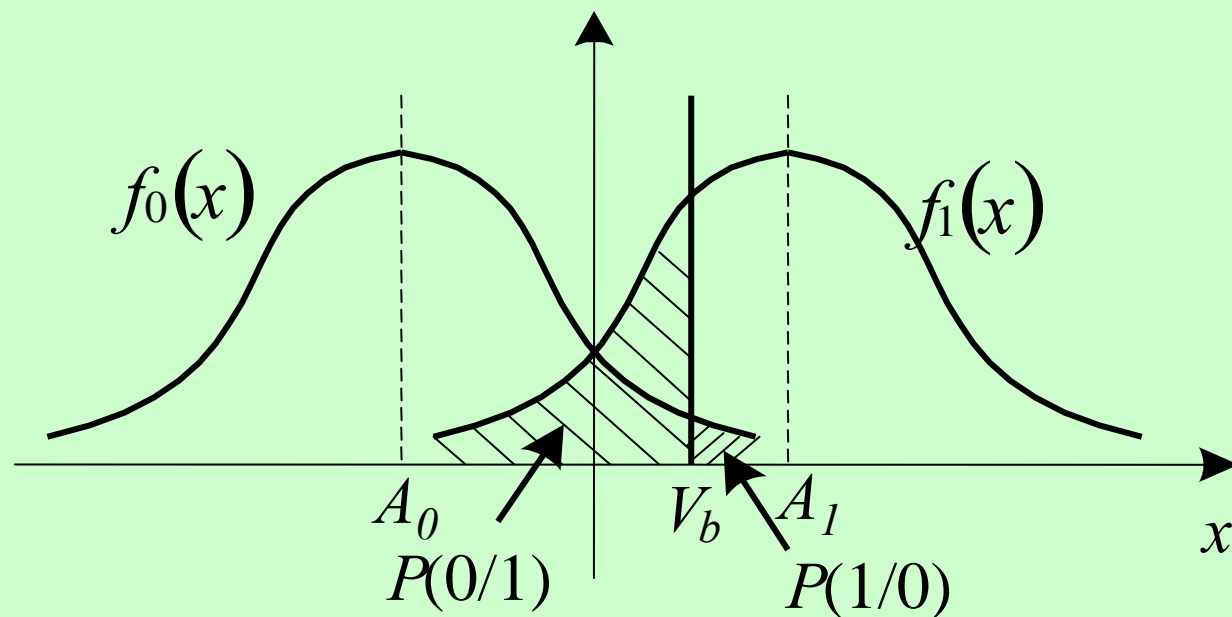
虚报概率:

$$\begin{aligned} P(1/0) &= P(x > V_b | S_0) = \int_{V_b}^{+\infty} f_0(x) dx \\ &= \int_{V_b}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[\frac{-(x - A_0)^2}{2\sigma_n^2}\right] dx \end{aligned}$$

因此，误码率为：

$$\begin{aligned} P_e &= p(s_1)P(0/1) + p(s_0)P(1/0) \\ &= p(s_1) \int_{-\infty}^{V_b} f_1(x) dx + p(s_0) \int_{V_b}^{+\infty} f_0(x) dx \\ &= p(S_1) \int_{-\infty}^{V_b} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{(x-A_1)^2}{2\sigma_n^2}\right] dx + p(S_0) \int_{V_b}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{(x-A_0)^2}{2\sigma_n^2}\right] dx \end{aligned}$$

以双极性
二进制基带
信号为例，
 $x(t)$ 概率密度
曲线如图：



三、最佳判决门限电平（最佳阈值）

在 A_1 、 A_0 和 σ_n^2 一定的条件下，可以找到一个使误码率最小的判决门限电平 V_b^* ，这个门限电平称为最佳门限电平。

令

$$\frac{dP_e}{dV_b^*} = 0$$

:

即

:

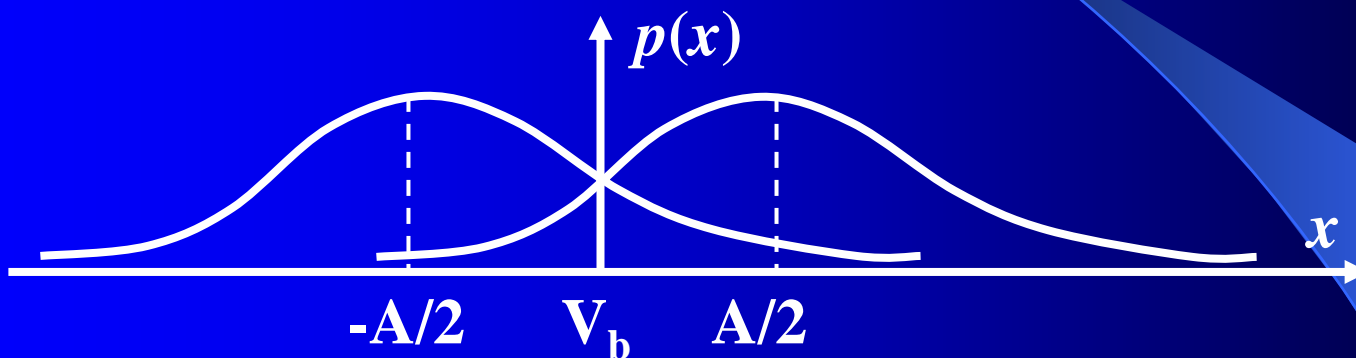
$$\frac{dP_e}{dV_b^*} = P(1)f_1(V_b^*) - P(0)f_0(V_b^*)$$

$$= P(1) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{(V_b^* - A_1)^2}{2\sigma_n^2}\right] - P(0) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{(V_b^* - A_0)^2}{2\sigma_n^2}\right] = 0$$

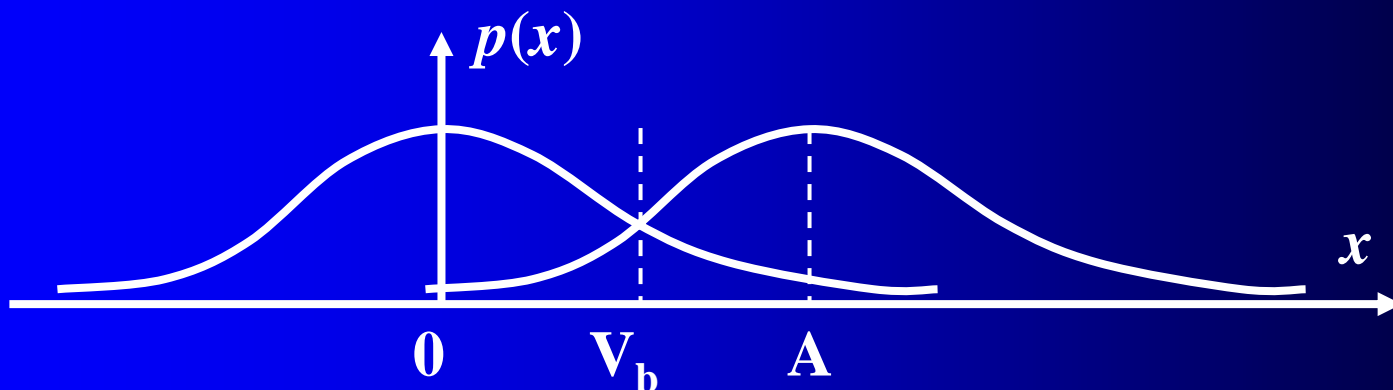
(1) 信源等概:

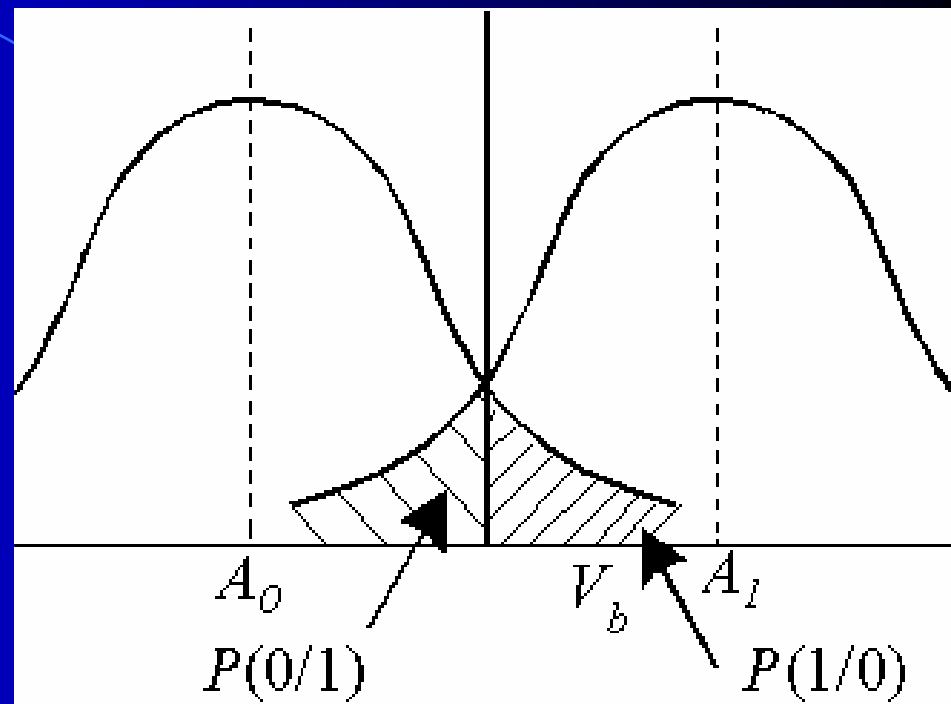
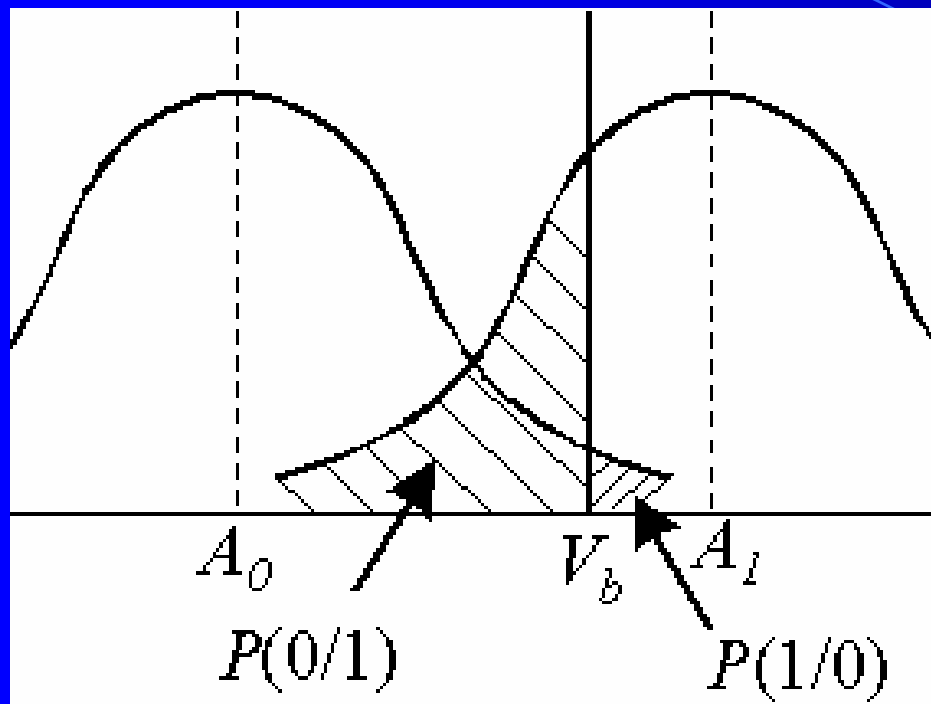
将 $P(1) = P(0) = 1/2$ 代入上式, 解得: $V_b^* = (A_1 + A_0) / 2$

对于双极性码: $A_1 = A/2$, $A_0 = -A/2$, 则 $V_b^* = 0$;



对于单极性码: $A_1 = A$, $A_0 = 0$, 则 $V_b^* = A/2$;





由图易知，只有 V_b 取在两曲线交点上时，
误码率（阴影）才会最小。考虑到高斯分布曲
线的对称性，此交点位置必然在 $(A_1 + A_0) / 2$ 。

(2) 信源不等概

$P(1) \neq P(0)$ 时, 对于双极性码

$$P(1) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{(V_b^* - A/2)^2}{2\sigma_n^2}\right] = P(0) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{(V_b^* + A/2)^2}{2\sigma_n^2}\right]$$

解得:
$$V_b^* = \frac{\sigma_n^2}{2A} \ln \frac{P(0)}{P(1)}$$

对于单极性码 ($A_1 = A$, A_0

$$P(1) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{(V_b^* - A)^2}{2\sigma_n^2}\right] = P(0) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{(V_b^*)^2}{2\sigma_n^2}\right]$$

解得:
$$V_b^* = \frac{A}{2} + \frac{\sigma_n^2}{A} \ln \frac{P(0)}{P(1)}$$

四、(信源等概时的)误码率公式:

$$P_e = \frac{1}{2} \left\{ \int_{-\infty}^{V_b} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{(x-A_1)^2}{2\sigma_n^2}\right] dx + \int_{V_b}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{(x-A_0)^2}{2\sigma_n^2}\right] dx \right\}$$

无论单极性码还是双极性码, 最佳门限电平公式是一样的: $V_b^* = (A_1 + A_0) / 2$; 将它代入 P_e 公式, 同时

$$\text{令 } y = (x - A_i) / \sqrt{2\sigma_n^2}$$

$$P_e = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left[\int_{-\infty}^{\frac{-(A_1-A_0)}{2\sqrt{2\sigma_n^2}}} e^{-y^2} dy + \int_{\frac{(A_1-A_0)}{2\sqrt{2\sigma_n^2}}}^{+\infty} e^{-y^2} dy \right]$$

$$\text{令 } x_0 = \frac{A_1 - A_0}{2\sqrt{2}\sigma_n^2}$$

$$P_e = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left[\int_{-\infty}^{-x_0} e^{-y^2} dy + \int_{x_0}^{+\infty} e^{-y^2} dy \right] = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{x_0}^{+\infty} e^{-y^2} dy$$

利用误差函数:

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-y^2} dy$$

互补误差函数:

$$\text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-y^2} dy$$

则误码率公式:

$$P_e = \frac{1}{2} \text{erfc}(x_0) = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{A_1 - A_0}{2\sqrt{2}\sigma_n^2}\right)$$

误码率与信噪比的关系:

❖ 对单极性不归零码 (信源等概):

“1”码电平 $A_1 = A$, 平均功率为 $S_1 = A^2$ 。

“0”码电平 $A_0 = 0$, 平均功率为 $S_2 = 0$ 。

信号平均功率为 $S = P(1) \cdot S_1 + P(0) \cdot S_0 = A^2 / 2$

噪声平均功率为 $N = \sigma_n^2$

信噪比为 $\gamma = S / N = A^2 / 2 \sigma_n^2$,

则单极性不归零码误码率为:

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{A}{2\sqrt{2}\sigma_n}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{\gamma}}{2}\right)$$

❖ 对双极性不归零码(信源等概):

“1”码电平 $A_1 = A/2$, 平均功率为 $A^2/4$ 。

“0”码电平 $A_0 = -A/2$, 平均功率为 $A^2/4$ 。

信号平均功率为 $S = P(1) \cdot S_1 + P(0) \cdot S_0 = A^2/4$

噪声平均功率为 $N = \sigma_n^2$

信噪比为 $\gamma = S/N = A^2/4\sigma_n^2$,

则双极性不归零码误码率为

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{A}{2\sqrt{2}\sigma_n}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\gamma}{2}}\right)$$

❖注意：对双极性不归零码，有时并不是以 $A/2$ 与 $-A/2$ 来表示1和0的。

如果用 $A_1=A$ 表示“1”码电平，平均功率为 A^2 。

用 $A_0=-A$ 表示“0”码电平，平均功率也为 A^2 。

信号平均功率为 $S = P(1) \cdot S_1 + P(0) \cdot S_0 = A^2$ 。

噪声平均功率为 $N = \sigma_n^2$

信噪比为 $\gamma = S/N = A^2/\sigma_n^2$ ，这时双极性不归零码误码率仍为：

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{2A}{2\sqrt{2}\sigma_n}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\gamma}{2}}\right)$$

结论：（对于等概信源）

误码率公式统一表达为：

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{A_1 - A_0}{2\sqrt{2}\sigma_n^2}\right)$$

在用信噪比表达的情况下，

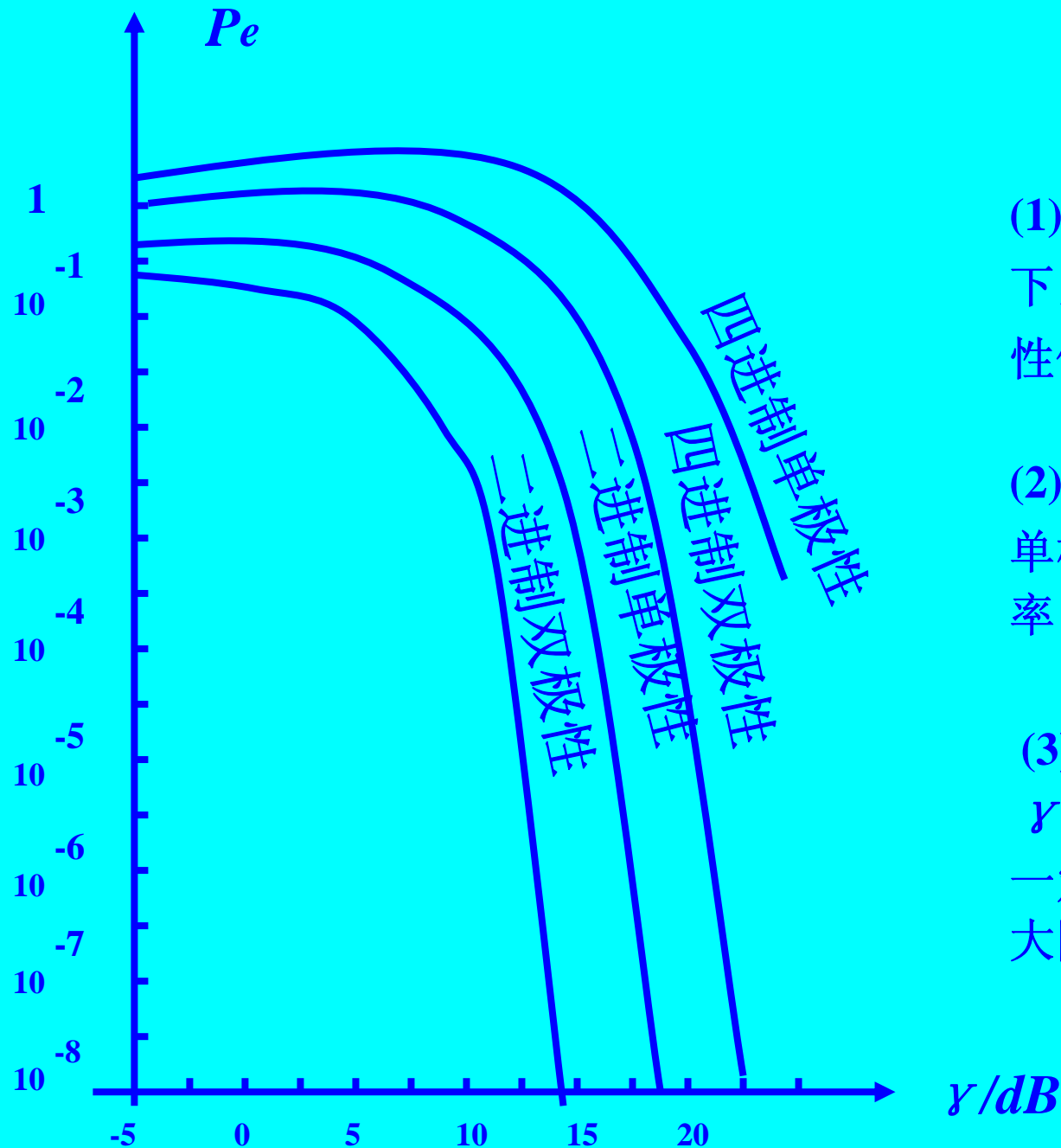
单极性码为：

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{\gamma}}{2}\right); \quad \gamma = \frac{A^2}{2\sigma_n^2};$$

双极性码为：

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\gamma}{2}}\right); \quad \gamma = \frac{(A_1 - A_0)^2}{4\sigma_n^2};$$

P_e 与 γ 曲线



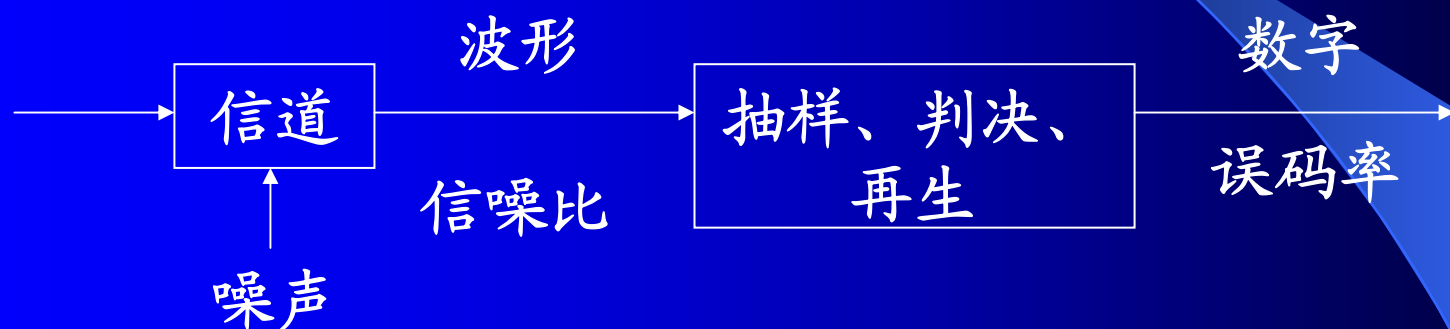
(1) 在信噪比 γ 相同条件下，双极性误码率比单极性低，抗干扰性能好。

(2) 在误码率相同条件下，单极性信号需要的信噪功率率比要比双极性高**3dB**。

(3) $P_e \sim \gamma$ 曲线总的趋势是 $\gamma \uparrow, P_e \downarrow$ ，但当 γ 达到一定值后， $\gamma \uparrow, P_e$ 将大大降低。

五、误码率计算

1、计算基带系统误码率有关的问题时，首先应明确思路。从系统来分析：



计算信噪比与所采用的码型有关：

单极性 $\gamma = A^2 / 2 \sigma_n^2$ ，双极性 $\gamma = (A_1 - A_0)^2 / 4 \sigma_n^2$ ；

而噪声功率 $\sigma_n^2 = n_0 B$ ，不归零 $B = R_b$ ，归零 $B = 2R_b$ ；

2、使用误码率公式有两种方法

①查表法：查附录C的《Q函数和误差函数》，
利用以下关系式：

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(x) = \frac{1}{2} [1 - \operatorname{erf}(x)] = Q(\sqrt{2}x)$$

对单极性码

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{\gamma}}{2}\right) = \frac{1}{2} [1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{\gamma}}{2}\right)] = Q\left(\sqrt{\frac{\gamma}{2}}\right)$$

对双极性码

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\gamma}{2}}\right) = \frac{1}{2} [1 - \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\gamma}{2}}\right)] = Q(\sqrt{\gamma})$$

②近似法：（当 $x \geq 3$ ，即 $P_e \leq 10^{-5}$ 时）

$$\text{利用： } \operatorname{erfc} x \approx \frac{1}{x\sqrt{\pi}} \exp(-x^2)$$

对单极性码

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{\gamma}}{2}\right) \approx \frac{1}{\sqrt{\pi \gamma}} \exp\left(-\frac{\gamma}{4}\right)$$

对双极性码

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\gamma}{2}}\right) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi \gamma}} \exp\left(-\frac{\gamma}{2}\right)$$

[例] 计算机产生比特率 $R_b=1\text{Mb/s}$ 的双极性脉冲，在噪声功率谱密度 $n_0=4 \times 10^{-8}$ 的信道中传输，若要求误码率不超过 3×10^{-5} ，计算信号功率和幅度。

解：由
$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\gamma}{2}}\right) = Q(\sqrt{\gamma}) \leq 3 \times 10^{-5}$$

查Q函数表知 $\gamma = 16.0$ ；对双极性($\pm A$)不归零码有：

$$\gamma = (A_1 - A_0)^2 / 4 \sigma_n^2 = A^2 / n_0 R_b,$$

$$A^2 = n_0 R_b \gamma = 4 \times 10^{-8} \times 10^6 \times 16.0 = 64.0 \times 10^{-2} = 640 \text{ (mW)}$$

信号幅度为： $A = 8.0 \times 10^{-1} = 0.8 \text{ V}$

小结

- ❖ 根据实际信号的频谱特性，常常把信号分为基带信号（信号频谱在零频率附近）和频带信号（信号频谱远离零频率）。如果在数字通信系统中信号的传递过程始终保持信号频谱在零频率附近，该通信系统常被称为数字信号的基带传输系统（或数字基带传输系统）
- ❖ 数字基带信号码型
单极性不归零码、单极性归零码、双极性不归零码、双极性归零码、差分码、多电平码、AMI码（传号交替反转码）、HDB₃码（三阶高密度双极性码）

❖ 码间串扰问题

1、什么是码间串扰？码间串扰的产生原因。
码间串扰造成的危害。

2、如何消除码间串扰？（无码间串扰的条件）

在系统冲激响应过零点处抽样，就不会对相邻码元抽样值产生影响。即

$$h(nT_b) = \begin{cases} 1 & , \quad n = 0 \\ 0 & , \quad n \neq 0 \end{cases}$$

3、*Nyquist* 准则：

对广义信道传输函数要求：系统等效传输函数

$$H_{eq}(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} H(\omega + 2\pi m R_b) = \begin{cases} const & , \quad |\omega| \leq \pi R_b \\ 0 & , \quad |\omega| > \pi R_b \end{cases}$$

只要 $H_{eq}(\omega)$ 具有理想低通形式就可使系统无码间串扰。

- ❖ 本章围绕提高数字基带传输系统传输信息的有效性和可靠性展开了讨论。
- ❖ 通过学习奈奎斯特第一准则，认识到通信系统的有效性不可能无限提高，即：在信道带宽受限和无码间串扰的条件下，可传送的最高码元速率数值上等于信道带宽的两倍 $R_B=2B_N$ （理想低通系统）。
- ❖ 通过对数字基带传输系统性能（误码率）的分析，认识到噪声是影响通信系统可靠性的重要因素。

- ❖ 在和实际结合方面，本章通过在码元速率等于信道带宽两倍和无码间串扰两个条件下信号设计问题的讨论，说明了奈奎斯特第一准则的不可实现性；
- ❖ 通过运用部分响应技术设计信号将大大提高系统的可实现性；
- ❖ 本章强调指出，在实际中要做到信号传输完全无码间串扰是不可能的，在接收端通过对眼图的观察采用时域均衡技术可有效地减小码间串扰的影响，提高系统的可靠性。





谢 谢 大 家