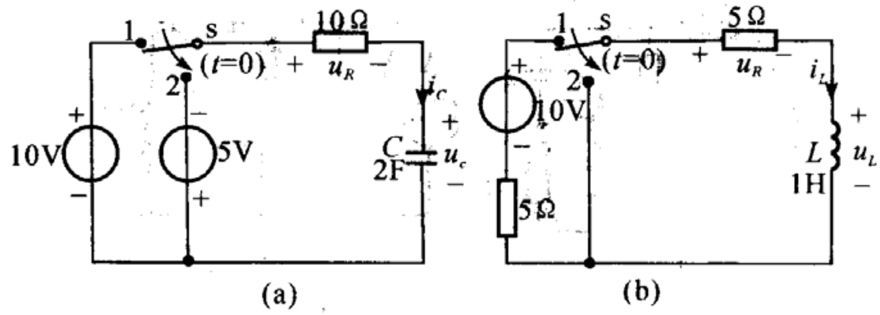
6-1 图(a)，(b)所示电路中开关S在 $t=0$ 时动作，试求电路在 $t=0_+$ 时刻电压、电流的初始值.



题 6-1 图

解 (a) 提示 在直流电源输入下，电路处于稳定状态时电容可看作开路，电感可看作短路.

在 $t<0_-$，电路处于稳定状态时，

$$u_C(0_-)=10\text{V}$$

根据换路定律 $u_C(0_+)=u_C(0_-)=10\text{V}$

对 $t=0_+$ 时的电路可看到

$$u_R(0_+)=-5-u_C(0_+)=-15\text{V},$$

所以电容电流的初始值

$$i_C(0_+)=i_R(0_+)=\frac{u_R(0_+)}{R}=-1.5\text{A}$$

（b） 在 $t<0_-$，电路处于稳定状态时，

$$i_L(0_-)=\frac{10}{5+5}\text{A}=1\text{A}$$

根据换路定律 $\quad i_L(0_+)=i_L(0_-)=1\text{A}$

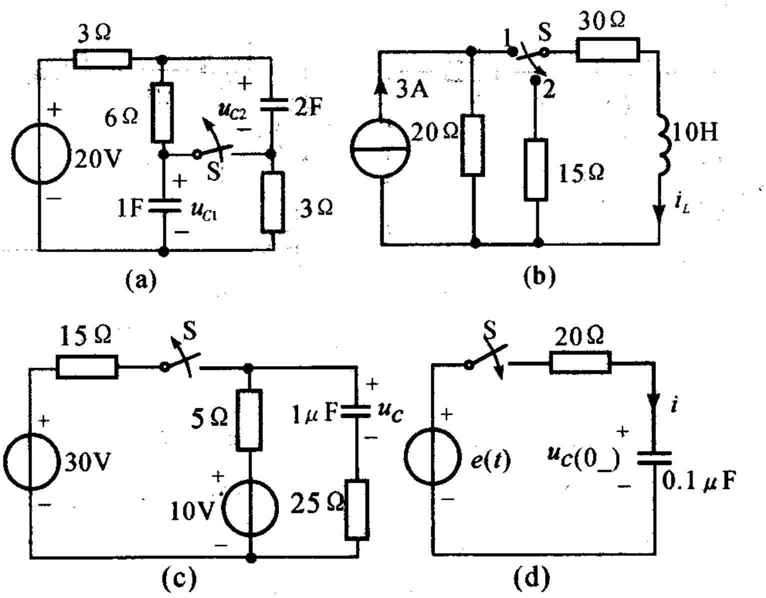
对 $t=0_+$ 时的电路可看到

$$u_R(0_+)=i_L(0_+)\times 5\Omega=5\text{V}$$

所以电感电压的初始值

$$u_L(0_+)=-u_R(0_+)=-5\text{V}$$

6-2 图示各电路中开关S在 $t=0$ 时动作，试求各电路在 $t=0_+$ 时刻的电压、电流. 已知图(d) 中的 $e(t)=100\sin(\omega t+\frac{\pi}{3})\text{V}$，$u_C(0_-)=20\text{V}$.



题 6-2 图

解 (a) 在 $t<0_-$ 时，电路处于稳定状态，电容看作开路，两个电容上的电压分别为

$$u_{C1}(0_-)=\frac{20}{3+6+3}\times 3\text{V}=5\text{V},$$

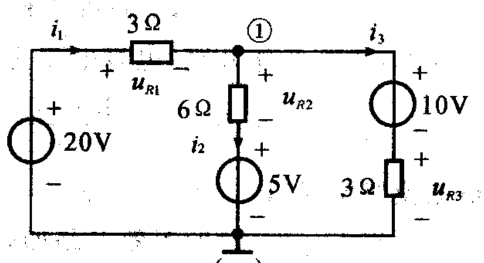
$$u_{C2}(0_+)=\frac{20}{3+6+3}\times 6\text{V}=10\text{V}$$

根据换路定律，电容电压不能跃变，有

$$u_{C1}(0_+)=u_{C1}(0_-)=5\text{V},$$
$$u_{C2}(0_+)=u_{C2}(0_-)=10\text{V}$$

画出 $t=0_+$ 时的等效电路如题解 6-2 图(a1)所示，由图可得结点电压 $u_{n1}(0_+)$ 为

$$\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\right)u_{n1}(0_+)$$
$$=\frac{20}{3}+\frac{5}{6}+\frac{10}{3}$$
$$u_{n1}(0_+)=\frac{10+\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}}\text{V}=13\text{V}$$



(a_1)

题解 6-2 图

故各支路电流为

$$i_1(0_+)=\frac{20-u_{n1}(0_+)}{3}=\frac{20-13}{3}\text{A}=\frac{7}{3}\text{A}$$

$$i_2(0_+)=\frac{u_{n1}(0_+)-5}{6}=\frac{13-5}{6}\text{A}=\frac{4}{3}\text{A}$$

$$i_3(0_+)=\frac{u_{n1}(0_+)-10}{3}=\frac{13-10}{3}\text{A}=1\text{A}$$

电阻上的电压为

$$u_{R1}(0_+)=3i_1(0_+)=7\text{V}$$
$$u_{R2}(0_+)=6i_2(0_+)=8\text{V}$$
$$u_{R3}(0_+)=3i_3(0_+)=3\text{V}$$

(b) 在 $t<0_-$ 时，电路处于稳定状态，电感看作短路，根据电阻并联情况下的分流公式有

$$i_L(0_-) = \frac{20}{20+30} \times 3\text{A} = 1.2\text{A}$$

根据换路定律，电感电流不能跃变，有

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 1.2\text{A}$$

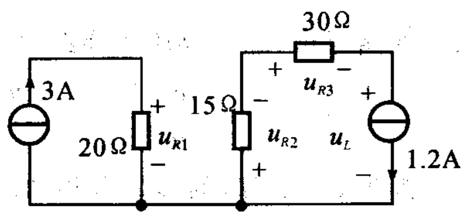
画出 $t = 0_+$ 时的等效电路如题解 6－2 图(b1) 所示. 由图可知

$$u_{R1}(0_+) = 20 \times 3\text{V} = 60\text{V}$$

$$u_{R2}(0_+) = 15 \times 1.2\text{V} = 18\text{V}$$

$$u_{R3}(0_+) = 30 \times 1.2\text{V} = 36\text{V}$$

$$u_L(0_+) = -[u_{R2}(0_+) + u_{R3}(0_+)] = -54\text{V}$$



(b1)

题解 6－2 图

(c) 在 $t < 0_-$ 时，电路处于稳定状态，电容看作开路，电容电压为

$$u_C(0_-) = \frac{30-10}{15+5} \times 5\text{V} + 10\text{V} = 15\text{V}$$

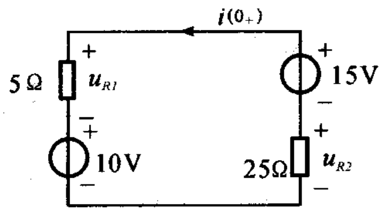
根据换路定律有 $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 15\text{V}$

画出 $t = 0_+$ 时的等效电路如题解 6－2 图(c1) 所示，由图可知

$$i(0_+) = \frac{15-10}{5+25}\text{A} = \frac{1}{6}\text{A}$$

$$u_{R1}(0_+) = 5 \times i(0_+) = \frac{5}{6}\text{V}$$

$$u_{R2}(0_+) = -25 \times i(0_+) = -\frac{25}{6}\text{V}$$



(c1)

题解 6－2 图

(d) 由题意可知

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 20\text{V}$$

$$e(0_+) = 100\sin\frac{\pi}{3}\text{V} = 50\sqrt{3}\text{V}$$

$$i(0_+) = \frac{e(0_+) - u_C(0_+)}{20} = \frac{50\sqrt{3}-20}{20}\text{A} = 3.33\text{A}$$

$$u_R(0_+) = 20 \times i(0_+) = 66.6\text{V}$$

6－3 图示电路在 $t = 0$ 时开关 S 闭合，求 $u_C(t)$.

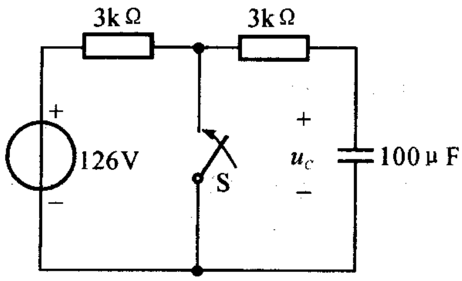
解 由图可知：$u_C(0_-) = 126\text{V}$，所以 $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 126\text{V}$，

在 $t=0$ 时，开关S闭合，电路是一个 RC 一阶电路的零输入响应的电路，因此有

$$u_C(t) = u_C(0_+)e^{-t/\tau}$$

其中时间常数

$$\tau = RC = 3\times10^3\times100\times10^{-6}\text{s} = 0.3\text{s}$$



题 6-3 图

故在 $t\geqslant 0_+$ 后的电容电压有

$$u_C(t) = 126e^{-3.33t}\text{V}$$

6-4 开关S原在位置1已久，$t=0$ 时合向位置2，求 $u_C(t)$ 和 $i(t)$.

解 由题6-4图可知在 $t<0_-$ 时，

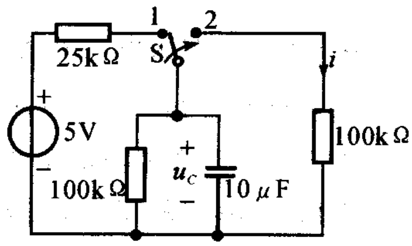
$$u_C(0_-) = \frac{5\times10^5}{(25+100)\times10^3} = 4\text{V}$$

根据换路定律有

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 4\text{V}$$

在 $t>0_+$ 后，电路为 RC 一阶电路的零输入响应，其中等效电阻 R 为两个 100kΩ 电阻的并联等效，即

$$R = 100\text{k}\Omega \,/\!/\, 100\text{k}\Omega = 50\text{k}\Omega$$



题 6-4 图

故时间常数

$$\tau = RC = 50\times10^3\times10\times10^{-6}\text{s} = 0.5\text{s}$$

所以电容电压

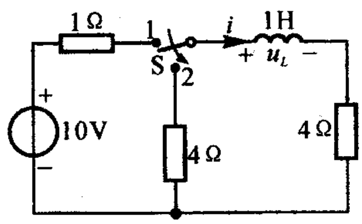
$$u_C(t) = u_C(0_+)e^{-t/\tau} = 4e^{-2t}\text{V}$$

电流
$$i(t) = \frac{u_C(t)}{100\times10^3\Omega} = 0.04e^{-2t}\text{mA}$$

6-5 图中开关S在位置1已久，$t=0$ 时合向位置2，求换路后的 $i(t)$ 和 $u_L(t)$.

解 在 $t<0_-$ 的稳定电路中可求得

$$i(0_-) = \frac{10}{1+4}\text{A} = 2\text{A}$$



题 6－5 图

根据换路定律有

$$i(0_+) = i(0_-) = 2\text{A}$$

$t > 0_+$ 后，电路是一个一阶 RL 零输入响应电路，其时间常数为

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{1}{4+4}\text{s} = \frac{1}{8}\text{s}$$

所以电感电流和电压分别为

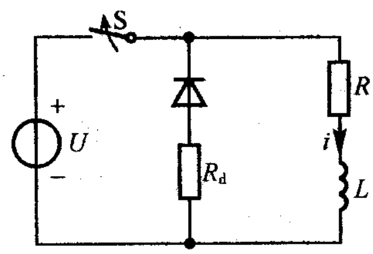
$$i(t) = i(0_+)\text{e}^{-t/\tau} = 2\text{e}^{-8t}\text{A}$$

$$u_L(t) = L\frac{\text{d}i}{\text{d}t} = 1 \times 2 \times (-8) \times \text{e}^{-8t}\text{V} = -16\text{e}^{-8t}\text{V}$$

也可利用 KVL 计算 $u_L(t)$，即

$$u_L(t) = -(4+4)\Omega \times i(t) = -16\text{e}^{-8t}\text{V}$$

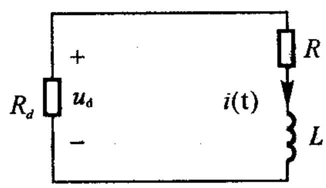
6－6 图示电路为发电机励磁电路，励磁绕组的参数为 $R = 40\Omega$，$L = 1.5\text{H}$，接在 $U = 120\text{V}$ 的直流电源上．当打开开关 S 时，要求绕组两端电压不超过正常工作电压的 2.5 倍，并使电流在 0.05s 内衰减到初值的 5%，试求并联放电电阻 R_d 为多大？（图中二极管的作用是，当开关 S 闭合时，放电电阻 R_d 中无电流，当 S 打开后，绕组电流将通过 R_d 衰减到零，此时二极管如同短路．）



题 6－6 图

解 根据题意可知在 $t < 0_-$ 时，电路处于稳定状态，二极管处于反向偏置不导通，R_d 中无电流，只有电压源 U 和电阻 R，电感 L 构成回路，此时

$$i_L(0_-) = i(0_-) = \frac{U}{R} = \frac{120}{40}\text{A} = 3\text{A}$$



题解 6－6 图

根据换路定律，有

$$i(0_+) = i_L(0_+) = i_L(0_-) = 3\text{A}$$

在 $t > 0_+$ 后的电路中二极管导通，电流将通过 R_d 与 R、L 形成回路，这时电路如题解 6－6 图所示，由图中可

知，绕组两端的最大电压

$$U_d(0_+) = -R_d i(0_+) = -3R_d$$

因为要求 $|u_d(0_+)| < 2.5 \times 120$ 所以有

$$3R_d < 2.5 \times 120\Omega$$

故

$$R_d < 100\Omega$$

又因为要求在 0.05S 内，$i(t)$ 衰减至初值的 5%，所以有

$$i(0.05) = i(0_+)e^{-0.05/\tau} = i(0_+) \times 5\%$$

从题解 6-6 图中可知，

$$\tau = \frac{L}{R+R_d} = \frac{1.5}{40+R_d}$$

代入上式有

$$e^{-\frac{40+R_d}{1.5}\times 0.05} = \frac{5}{100}$$

解得

$$R_d = (30\ln 20 - 40)\Omega = 49.87\Omega \approx 50\Omega$$

考虑以上两个要求，R_d 的值应该取 $R_d = 50\Omega$.

6-7 一个高压电容器原先已充电，其电压为 10kV，从电路中断开后，经过 15min 它的电压降低为 3.2kV，问：

(1) 再过 15min 电压将降为多少？

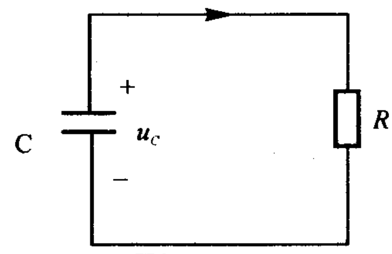
(2) 如果电容 $C = 15\mu F$，那么它的绝缘电阻是多少？

(3) 需经多少时间，可使电压降至 30V 以下？

(4) 如果以一根电阻 0.2Ω 的导线将电容接地放电，最大放电电流是多少？若认为在 5τ 时间内放电完毕，那么放电的平均功率是多少？

(5) 如果以 $100k\Omega$ 的电阻将其放电，应放电多少时间？并重答(4).

解 根据题意，这个高压电容器为非理想电容，其电路模型如题解 6-7 图所示.



题解 6-7 图

由已知可得 $u_C(0_+) = 10kV$

在 $t > 0$ 时，

$$u_C(t) = u_C(0_+)e^{-t/\tau} = 10e^{-t/\tau}kV$$

由于经过 15min，$u_C(t) = 3.2kV$

所以有

$$3.2 = 10e^{-15\times 60/\tau}$$

从中可解得

$$\tau = RC = \frac{15 \times 60}{\ln \frac{100}{32}} \text{s} = 789.866 \text{s}$$

（1）再经过 15min，即 $t = (15 + 15) \times 60 = 1800\text{s}$ 时电容电压将降为

$$u_C(t) = 10\text{e}^{-t/\tau} \text{kV} = 1.024 \text{kV}$$

（2）如果电容 $C = 15\mu\text{F}$，那么绝缘电阻 R 为

$$R = \frac{\tau}{C} = \frac{789.866}{15 \times 10^{-6}} \text{M}\Omega = 52.658 \text{M}\Omega$$

（3）当 u_C 降至 30V 时，有 $30 = 10 \times 10^3 \text{e}^{-t/789.866}$ 从中解得放电时间 t 为

$$t = 789.866 \ln \frac{1000}{3} \text{s} = 4588.44 \text{s}$$

（4）用电阻为 0.2Ω 的导线将电容放电，这时电路的等效电阻为绝缘电阻和导线电阻的并联，即

$$R_{\text{eq}} = R \;/\!/\; 0.2 = 52.658 \times 10^6 \Omega \;/\!/\; 0.2\Omega \approx 0.2\Omega$$

因为 $t = 0_+$ 时放电电流最大，所以有

$$I_{\max} = \frac{u_C(0_+)}{R_{\text{eq}}} = \frac{10 \times 10^3}{0.2} \text{kA} = 50 \text{kA}$$

在这种情况下的时间常数

$$\tau = R_{\text{eq}} C = 0.2 \times 15 \times 10^{-6} \text{s} = 3\mu\text{s}$$

在 5τ 时间内，电容若放电完毕，放出的总能量为

$$W_C = \frac{1}{2} C u_C^2(0_+) = \frac{1}{2} \times 15 \times 10^{-6} \times (10 \times 10^3)^2 \text{J} = 750 \text{J}$$

则放电的平均功率为

$$P = \frac{W_C}{5\tau} = \frac{750}{5 \times 3 \times 10^{-6}} \text{W} = 50 \text{MW}$$

（5）如果以 100kΩ 的电阻将其放电，这时电路的等效电阻为

$$R_{\text{eq}} = R \;/\!/\; 100 \times 10^3 = 52.658 \times 10^6 \;/\!/\; 10^5 \approx 10^5 (\Omega)$$

最大放电电流为

$$I_{\max} = \frac{u_C(0_+)}{R_{\text{eq}}} = \frac{10 \times 10^3}{10^5} \text{A} = 0.1 \text{A}$$

电路的时间常数

$$\tau = R_{eq}C = 10^5 \times 15 \times 10^{-6}\,\mathrm{s} = 1.5\mathrm{s}$$

放电所需的时间为

$$t = 5\tau = 5 \times 1.5\mathrm{s} = 7.5\mathrm{s}$$

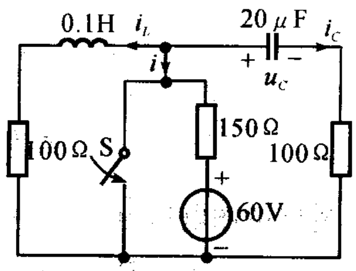
放电的平均功率为

$$P = \frac{W_C}{5\tau} = \frac{750}{7.5}\mathrm{W} = 100\mathrm{W}$$

从中可以看到，放电电阻越大，对放电电流的阻碍作用就越大，故放电电流变小，所需的放电时间变长.

6-8 图示电路中，若 $t=0$ 时开关 S 闭合，求电流 i.

解 在 $t<0_-$ 时，电路处于稳定状态，电容看作开路，电感看作短路，这时有



题 6-8 图

$$i_L(0_-) = \frac{60}{150+100}\mathrm{A} = 0.24\mathrm{A}$$

$$u_C(0_-) = 100 \times i_L(0_-) = 24\mathrm{V}$$

根据换路定律有

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0.24\mathrm{A}$$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 24\mathrm{V}$$

在 $t=0$ 时，开关 S 闭合，由于开关的短路线把电路分成了三个相互独立的回路.

由 RL 串联回路，可得

$$i_L(t) = i_L(0_+)\mathrm{e}^{-t/\tau_1} = 0.24\mathrm{e}^{-\frac{100}{0.1}t}\mathrm{A} = 0.24\mathrm{e}^{-1000t}\mathrm{A}$$

由 RC 串联回路，可得

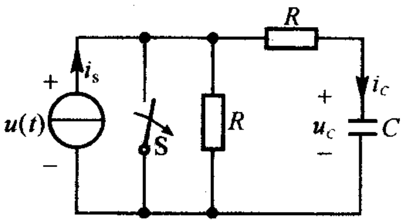
$$u_C(t) = u_C(0_+)\mathrm{e}^{-t/\tau_2} = 24\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}\mathrm{V} = 24\mathrm{e}^{-\frac{t}{100\times20\times10^{-6}}}\ \mathrm{V}$$
$$= 24\mathrm{e}^{-500t}\mathrm{V}$$

$$i_C(t) = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 20\times10^{-6}\times24\times(-500)\mathrm{e}^{-500t}\ \mathrm{A}$$
$$= -0.24\mathrm{e}^{-500t}\mathrm{A}$$

根据 KCL，电流 $i(t)$ 为

$$i(t) = -[i_L(t) + i_C(t)] = 0.24[\mathrm{e}^{-500t} - \mathrm{e}^{1000t}]\mathrm{A}$$

6-9 图示电路中，若 $t=0$ 时开关 S 打开，求 u_C 和电流源发出的功率.



题 6－9 图

解 在 $t<0$ 时，电流源 i_s 被短路，所以电容电压 $u_C(0_-)=0\mathrm{V}$.

在 $t>0$ 时，电流源 i_s 作用于电路，这时电路为 RC 一阶电路的零状态响应电路.

由于 $u_C(0_+)=u_C(0_-)=0\mathrm{V}$

$$u_C(\infty)=Ri_s$$

$$\tau=(R+R)C=2RC$$

所以

$$u_C(t)=u_C(\infty)(1-\mathrm{e}^{-t/\tau})$$

$$=Ri_s(1-\mathrm{e}^{-t/2RC})\mathrm{V}$$

$$i_C(t)=C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}=C\times(-Ri_s)\times(-\frac{1}{2RC})\mathrm{e}^{-t/2RC}$$

$$=\frac{i_s}{2}\mathrm{e}^{-t/2RC}\mathrm{A}$$

电流源两端电压为

$$u(t)=Ri_C+u_C=\frac{1}{2}Ri_s\mathrm{e}^{-t/2RC}+Ri_s(1-\mathrm{e}^{-t/2RC})$$

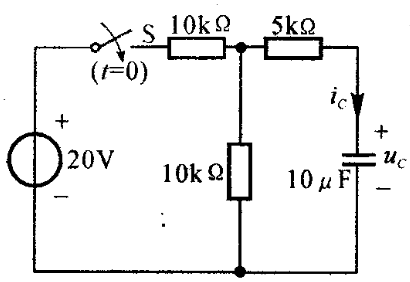
$$=Ri_s(1-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-t/2RC})\mathrm{V}$$

故电流源发出的功率

$$p_{i_s}=i_su(t)=Ri_s^2(1-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-t/2RC})\mathrm{W}$$

6－10 图示电路中开关 S 闭合前，电容电压 u_C 为零. 在 $t=0$ 时 S 闭合，求

$t>0$ 时的 $u_C(t)$ 和 $i_C(t)$.



题 6－10 图

解 由题意可知 $u_C(0_-)=0\mathrm{V}$

所以 $u_C(0_+)=u_C(0_-)=0\mathrm{V}$

根据 $t>0$ 时电路可知

$$u_C(\infty)=\frac{20}{10+10}\times10\mathrm{V}=10\mathrm{V}$$

$$\tau=RC=(10\mathbin{/\!/}10+5)\times10^3\times C$$

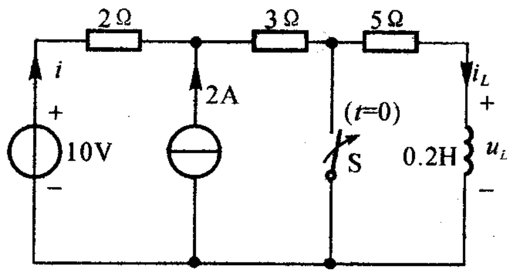
$$= 10 \times 10^3 \times 10 \times 10^{-6} = 0.1\text{s}$$

故在 $t > 0$ 时 RC 一阶电路的零状态响应为

$$u_C(t) = u_C(\infty)[1 - e^{-t/\tau}] = 10(1 - e^{-10t})\text{V}$$

$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = e^{-10t}\text{mA}$$

6-11 图示电路中开关 S 打开前已处稳定状态. $t=0$ 开关 S 打开，求 $t \geqslant 0$ 时的 $u_L(t)$ 和电压源发出的功率.



题 6-11 图

解 由图可知，$t < 0$ 时电感支路被短路，所以有 $i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0\text{A}$，对 $t > 0$ 时的电路，可应用叠加定理，求得

$$i_L(\infty) = \frac{10}{2+3+5}\text{A} + \frac{2 \times 2}{2+3+5}\text{A} = 1.4\text{A}$$

从电感两端间电路左边看去的等效电阻

$$R_{eq} = (2+3+5)\Omega = 10\Omega$$

所以电路的时间常数

$$\tau = L/R_{eq} = \frac{0.2}{10}\text{s} = \frac{1}{50}\text{s}$$

故在 $t \geqslant 0$ 时的电感电流、电压分别为

$$i_L(t) = i_L(\infty)(1 - e^{-t/\tau}) = 1.4(1 - e^{-50t})\text{A}$$

$$u_L(t) = L\frac{di_L}{dt} = 0.2 \times 1.4 \times 50e^{-50t}\text{V} = 14e^{-50t}\text{V}$$

10V 电压源中的电流 i 为

$$i = i_L - 2 = 1.4(1 - e^{-50t}) - 2\text{A}$$
$$= -0.6 - 1.4e^{-50t}\text{A}$$

电压源发出功率为

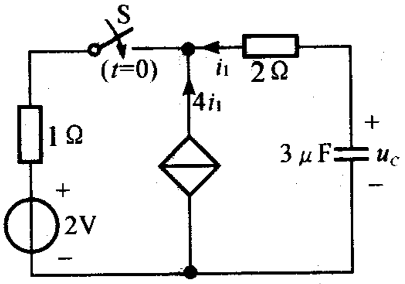
$$p_{u_S} = 10\text{V} \times i = (-6 - 14e^{-50t})\text{W}$$

即电压源实际为吸收功率.

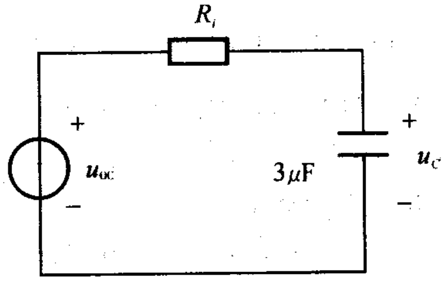
6－12 图示电路中开关闭合前电容无初始储能，$t=0$ 时开关 S 闭合，求 $t\geqslant 0$ 时的电容电压 $u_C(t)$.

解 由题意可知

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=0\text{V}$$



题 6－12 图



题解 6－12 图

由于本题是含有受控源的 RC 一阶电路，因此可先利用戴维宁定理把电容左边的电路等效为戴维宁等效支路，对 $t\geqslant 0$ 后等效电路如题解 6－12 图所示，其中开路电压 $u_{oc}=2\text{V}$. 为求输入电阻 R_i，可采用开路、短路法. 在求短路电流 i_{sc} 时，让题 6－12 图中的电容处于短路，这时列 KVL 方程，有

$$2i_1+1\times(4i_1+i_1)=-2$$

解得短路电流 $$i_{sc}=-i_1=\frac{2}{7}\text{A}$$

所以输入电阻 $$R_i=\frac{u_{oc}}{i_{sc}}=\frac{2}{\frac{2}{7}}\Omega=7\Omega$$

从题解 6－12 图可求得

$$u_C(\infty)=u_{oc}=2\text{V}$$
$$\tau=R_iC=7\times 3\times 10^{-6}\,\text{s}=21\times 10^{-6}\,\text{s}$$

故在 $t\geqslant 0$ 时的电容电压

$$u_C(t)=u_C(\infty)(1-e^{-t/\tau})=2(1-e^{-\frac{10^6}{21}t})\text{V}$$

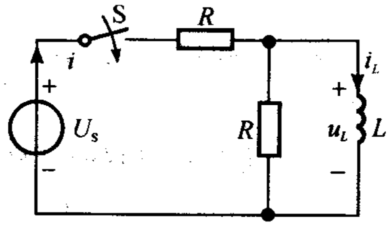
6－13 图示电路中 $t=0$ 时开关 S 闭合，求 i_L 和电压源发出的功率.

解 $t<0$ 时 S 打开，电感中无电流，所以

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0\text{A}$$

$t \geqslant 0$ 后，开关 S 闭合，在稳定状态下

$$i_L(\infty) = \frac{U_s}{R}$$



题 6－13 图

时间常数

$$\tau = L/(R /\!/ R) = \frac{2L}{R}\text{s}$$

故在 $t \geqslant 0$ 后，电感的电流和电压分别为

$$i_L(t) = i(\infty)(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}) = \frac{U_s}{R}(1 - \mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t})\text{A}$$

$$u_L(t) = L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = \frac{U_s}{2}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}\text{V}$$

电压源中的电流 $i(t)$ 为

$$i(t) = i_L(t) + \frac{u_L(t)}{R} = \frac{U_s}{R}(1 - \mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}) + \frac{U_s}{2R}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}$$

$$= \frac{U_s}{R}(1 - \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t})\text{A}$$

电压源发出的功率

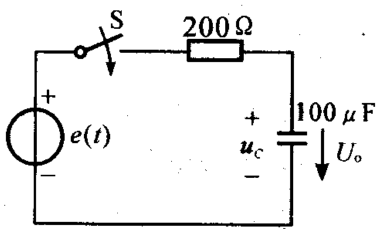
$$p_{u_s} = U_s i(t) = \frac{U_s^2}{R}(1 - \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t})\text{W}$$

6－14 图示电路中 $e(t) = \sqrt{2}220\cos(314t + 30°)\text{V}$，$t = 0$ 时合上开关 S. 求：(1)u_C；(2)U_o 为何值时，瞬态分量为零.

解 由题意可知

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = U_o$$

(1) $t = 0$ 时合上开关 S，由 KVL 可得到电路的微分方程为



题 6－14 图

$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = e(t)$$

$$= \sqrt{2} \times 220\cos(314t + 30°)$$

其通解为 $u_C(t) = u_C' + u_C''$

u_C' 为对应齐次方程的通解，即

$$u_C' = Ae^{-t/\tau} = Ae^{-t/RC}$$

把时间常数 $\tau = RC = 200 \times 100 \times 10^{-6}\text{s} = 0.02\text{s}$

代入上式中有 $u_C' = Ae^{-50t}\text{V}$

u_C'' 为非齐次方程的特解，设

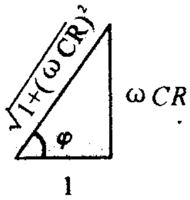
$$u_C'' = U_{\text{cm}}\cos(314t + \theta)$$

代入微分方程中，有

$$U_{\text{cm}}[\cos(314t+\theta) - RC\omega\sin(314t+\theta)]$$
$$= \sqrt{2} \times 220\cos(314t + 30^\circ)$$

用待定系数法确定 U_{cm} 和 θ，引入 $\tan\varphi = \omega CR$，有

$$\sin\varphi = \frac{\omega CR}{\sqrt{1+(\omega CR)^2}}, \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega CR)^2}}$$



再令 $|Z| = \sqrt{1+(\omega CR)^2}$，则上面等式变为

$$U_{\text{cm}}[\cos(314t+\theta) - \omega CR\sin(314t+\theta)]$$
$$= U_{\text{cm}}|Z|[\cos(314t+\theta)]\cos\varphi - \sin(314t+\theta)\sin\varphi]$$
$$= U_{\text{cm}}|Z|\cos(314t+\theta+\varphi)$$

于是，得

$$U_{\text{cm}}|Z|\cos(314t+\theta+\varphi) = \sqrt{2} \times 220 \times \cos(314t + 30^\circ)$$

比较等式两边可求得各待定系数为

$$U_{\text{cm}} = \frac{\sqrt{2}\times 220}{\sqrt{1+(\omega CR)^2}} = \frac{\sqrt{2}\times 220}{\sqrt{1+(314\times 100\times 10^{-6}\times 200)^2}}$$
$$= 34.6\sqrt{2}\text{V}$$

$$\theta = 30^\circ - \varphi = 30^\circ - \arctan(\omega CR) = 30^\circ - 80.95^\circ = -50.95^\circ$$

所以，特解 $u_C'' = 34.6\sqrt{2}\cos(314t - 50.95^\circ)\text{V}$

方程的通解为

$$u_C(t) = u_C' + u_c'' = [Ae^{-50t} + 34.6\sqrt{2}\cos(314t - 50.95^\circ)]\text{V}$$

代入初始值，由于 $u_C(0_+) = U_o$，得

$$U_o = A + 34.6\sqrt{2}\cos(-50.95^\circ)$$

所以 $A = U_o - 34.6\sqrt{2}\cos(-50.95^\circ) = U_o - 30.83$

故电容电压

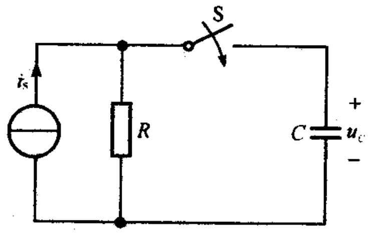
$u_C(t) = [34.6\sqrt{2}\cos(314t - 50.95°) + (U_o - 30.83)e^{-50t}]V$

(2) 由解得到 $u_C(t)$ 可知，当 $U_o = 30.83V$ 时，瞬态分量为零，即

$$u_C(t) = 34.6\sqrt{2}\cos(314t - 50.95°)V$$

6-15 图示电路中 $i_s = 6A, R = 2\Omega, C = 1F, t = 0$ 时闭合开关 S，在下列两种情况下求 u_C，i_C 以及电流源发出的功率：(1) $u_C(0_-) = 3V$；

(2) $u_C(0_-) = 15V$.



题 6-15 图

解 (1) 利用三要素法求解.

$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 3V$

$u_C(\infty) = Ri_s = 2 \times 6V = 12V$

$\tau = RC = 2 \times 1s = 2s$

所以有

$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-t/\tau}$$
$$= 12 + (3 - 12)e^{-t/2} = 12 - 9e^{-t/2}V \quad (t \geqslant 0)$$

$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = 1 \times (-9) \times (-\frac{1}{2})e^{-t/2}A$$
$$= 4.5e^{-t/2}A \qquad (t \geqslant 0)$$

电流源发出功率为

$$p_{i_s} = i_s u_C(t) = 6 \times (12 - 9e^{-t/2})W$$
$$= 72 - 54e^{-t/2}W$$

(2) $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 15V$

$u_C(\infty) = Ri_s = 12V$

$\tau = RC = 2s$

所以有 $u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-t/\tau}$

$$= 12 + [15 - 12]e^{-t/2}V = 12 + 3e^{-t/2}V \quad (t \geqslant 0)$$

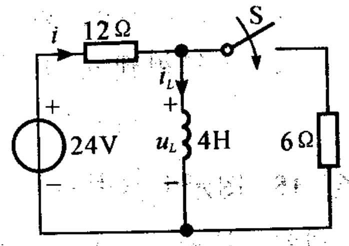
$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = 1 \times 3 \times (-\frac{1}{2})e^{-t/2}A$$
$$= -1.5e^{-t/2}A \quad (t \geqslant 0)$$

电流源发出的功率为

$$p_{i_s} = i_s u_C = 6 \times (12 + 3e^{-t/2})W = 72 + 18e^{-t/2}W$$

6-16 图示电路中直流电压源的电压为24V,且电路原已达稳态,$t=0$时合上开关S,求：

(1) 电感电流i_L;(2) 直流电压源发出的功率.



题 6-16 图

解 (1) $i_L(0_+) = i_L(0_-) = \dfrac{24}{12}\text{A} = 2\text{A}$

$$i_L(\infty) = \frac{24}{12}\text{A} = 2\text{A}$$

$$\tau = L/R = 4/(12 \mathbin{/\!/} 16) = \frac{4}{4}\text{s} = 1\text{s}$$

利用三要素公式得$t \geqslant 0$时,电感电流

$$\begin{aligned} i_L(t) &= i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)]\mathrm{e}^{-t/\tau} \\ &= 2\text{A} + (2-2)\mathrm{e}^{-t}\text{A} = 2\text{A} \end{aligned}$$

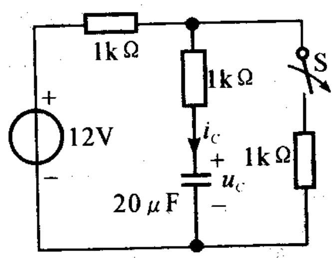
(2) 因为$u_L = L\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = 0\text{V}$,所以6Ω电阻上的电压为零,因此有

$$i(t) = i_L(t) = 2\text{A}$$

故电压源发出的功率

$$p_{u_s} = 24 \times i = 24 \times 2\text{W} = 48\text{W}$$

6-17 图示电路中开关S打开以前已达稳态,$t=0$时开关S打开.求$t \geqslant 0$时的$i_C(t)$,并求$t = 2\text{ms}$时电容的能量.



题 6-17 图

解 $u_C(0_+) = u_C(0_-) = \dfrac{12 \times 1}{1+1} = 6\text{V}$

$$u_C(\infty) = 12\text{V}$$

$$\tau = RC = (1+1) \times 10^3 \times 20 \times 10^{-6}\text{s} = 0.04\text{s}$$

利用三要素公式,有

$$\begin{aligned} u_C(t) &= u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]\mathrm{e}^{-t/\tau} \\ &= 12 + (6-12)\mathrm{e}^{-t/0.04}\text{V} \\ &= 12 - 6\mathrm{e}^{-25t}\text{V}\ (t \geqslant 0) \end{aligned}$$

$$i_C(t)=C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}=20\times10^{-6}\times(-6)\times(-25)\mathrm{e}^{-25t}$$

$$=3\mathrm{e}^{-25t}\mathrm{mA}\ (t\geqslant0)$$

当 $t=2\mathrm{ms}$ 时，

$$u_C(2\mathrm{ms})=(12-6\mathrm{e}^{-25\times2\times10^{-3}})\mathrm{V}$$

$$=(12-6\mathrm{e}^{-0.05})\mathrm{V}=6.293\mathrm{V}$$

电容的能量为 $W_C(2\mathrm{ms})=\frac{1}{2}Cu_C^2(2\mathrm{ms})$

$$=\frac{1}{2}\times20\times10^{-6}\times6.293^2\mathrm{J}$$

$$=396\times10^{-6}\mathrm{J}$$

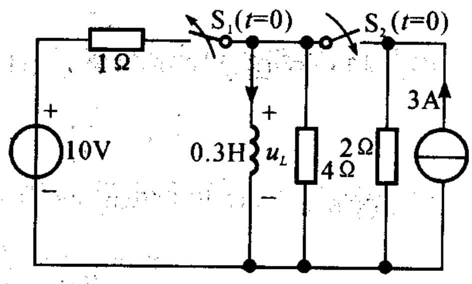
6-18 图示电路中 $t=0$ 时开关 S_1 打开，S_2 闭合，在开关动作前，电路已达稳态. 试求 $t\geqslant0$ 时的 $u_L(t)$，$i_L(t)$.

解

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=\frac{10}{1}\mathrm{A}=10\mathrm{A}$$

$$i_L(\infty)=3\mathrm{A}$$

$$\tau=\frac{L}{R}=\frac{0.3}{2\,/\!/\,4}=\frac{9}{40}\mathrm{s}$$



题 6-18 图

根据三要素公式，在 $t\geqslant0$ 时电感电流有

$$i_L(t)=i_L(\infty)+[i_L(0_+)-i_L(\infty)]\mathrm{e}^{-t/\tau}$$

$$=3+(10-3)\mathrm{e}^{-\frac{40}{9}t}\mathrm{A}=3+7\mathrm{e}^{-\frac{40}{9}t}\mathrm{A}$$

则电感电压 $u_L(t)=L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}=0.3\times7\times(-\frac{40}{9})\mathrm{e}^{-\frac{40}{9}t}\mathrm{V}$

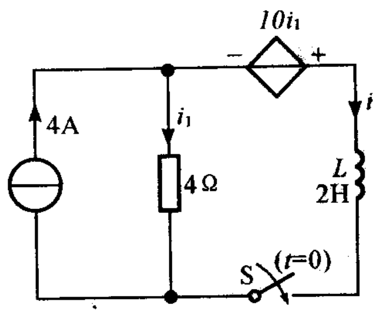
$$=-\frac{28}{3}\mathrm{e}^{-\frac{40}{9}t}\mathrm{V}$$

6-19 图示电路中开关原打开，$t=0$ 时将开关S闭合，已知 $i_L(0_-)=0$，求 $t>0$ 时的电流 $i(t)$.

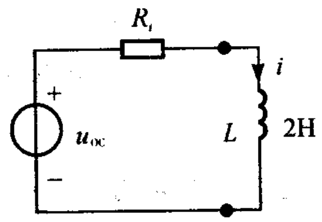
解 $i_L(0_+)=i_L(0_-)=0\mathrm{A}$

换路后应用戴维宁定理得出的等效电路如题解 6-19 图所示，其中

将电感 L 开路求开路电压 u_{oc} 为



题 6-19 图



题解 6-19 图

$$u_{oc} = 10i_1 + 4i_1 = 14i_1 = 14 \times 4 = 56\text{V}$$

将 L 进行短路，求短路电流 i_{sc}（列 KVL 方程）.

$$10i_1 + 4i_1 = 0$$

解得 $i_1 = 0$，所以短路电流 i_{sc} 为

$$i_{sc} = 4 - i_1 = 4\text{A}$$

由开路、短路法可求得等效电阻 R_i 为

$$R_i = \frac{u_{oc}}{i_{sc}} = \frac{56}{4}\Omega = 14\Omega$$

由题解 6-19 图可得电路的时间常数 τ 为

$$\tau = \frac{L}{R_i} = \frac{2}{14}\text{s} = \frac{1}{7}\text{s}$$

电感电流的稳态值 $i_L(\infty)$ 就是短路电流 i_{sc}，即

$$i_L(\infty) = i_{sc} = 4\text{A}$$

利用三要素公式，可求得 $t > 0$ 时的电流 $i(t)$

$$i(t) = i_L(t) = 4 + (0-4)\text{e}^{-7t}\text{A} = 4(1-\text{e}^{-7t})\text{A}$$

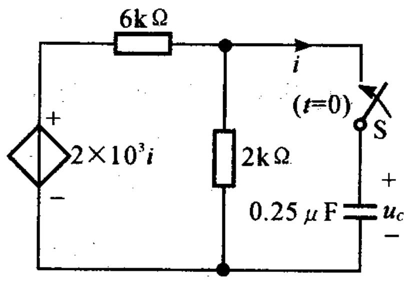
6-20 图示电路中，已知 $u_C(0_-) = 6\text{V}$，$t = 0$ 时将开关 S 闭合，求 $t > 0$ 时的电流 i.

解 $$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 6\text{V}$$

在 $t \to \infty$ 时，由于电路中无独立电源，故有

$$u_C(\infty) = 0\text{V}$$

为求输入电阻 R_i，把电容断开，外加电压源，如题解 6－20 图所示，由 KVL 得



题 6－20 图

$$u = -2\times10^3 i + 6\times10^3\left(i - \frac{u}{2\times10^3}\right)$$

$$= 4\times10^3 i - 3u$$

从中解出　　$u = 10^3 i$

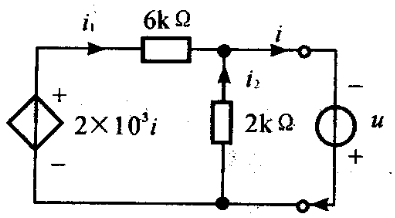
故电路的输入电阻

$$R_i = \frac{u}{i} = 10^3\,\Omega$$

电路的时间常数

$$\tau = R_i C = 10^3\times0.25\times10^{-6}\,\text{s}$$

$$= 0.25\times10^{-3}\,\text{s}$$



题解 6－20 图

由三要素公式可得电容电压

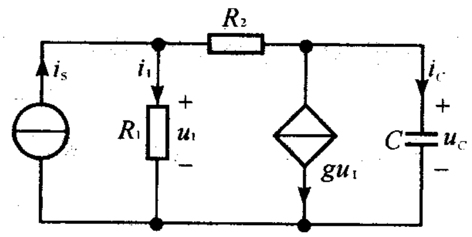
$$u_C(t) = 6\text{e}^{-\frac{10^3}{0.25}t} = 6\text{e}^{-4\times10^3 t}\,\text{V}\quad(t\geqslant0)$$

所以电容电流

$$i = C\frac{\text{d}u_C}{\text{d}t} = 0.25\times10^{-6}\times6\times(-4\times10^3)\text{e}^{-4\times10^3 t}\,\text{mA}$$

$$= -6\text{e}^{-4\times10^3 t}\,\text{mA}\quad(t\geqslant0)$$

6－21 图示电路中，已知 $i_s = 10\varepsilon(t)\,\text{A}$，$R_1 = 1\Omega$，$R_2 = 2\Omega$，$C = 1\mu\text{F}$，$u_C(0_-) = 2\text{V}$，$g = 0.25\text{S}$. 求全响应 $i_1(t)$，$i_C(t)$，$u_C(t)$.



题 6－21 图

解　将电容 C 断开，求电容左边电路的一端口网络开路电压 u_{oc}.

由 KCL 得

$$u_{oc} = u_1 - R_2\times gu_1$$

由 KCL 得　$\dfrac{u_1}{R_1} + gu_1 = i_s$

联立求解以上两个方程，解得

$$u_{oc} = (1 - R_2 g)u_1 = (1 - R_2 g)\frac{i_s\cdot R_1}{1 + R_1 g}$$

$$= (1-2\times 0.25)\frac{10\times 1}{1+1\times 0.25}\text{V} = 4\text{V}$$

将电容 C 短路，求一端口网络的短路电流 i_{sc}.

$$i_{sc} = \frac{R_1}{R_1+R_2}i_s - gu_1 = \frac{R_1}{R_1+R_2}i_s - g\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}i_s$$

$$= \frac{R_1 i_s}{R_1+R_2}(1-gR_2) = \frac{1\times 10}{1+2}(1-0.25\times 2)\text{A} = \frac{5}{3}\text{A}$$

所以一端口网络的等效电阻 R_i 为

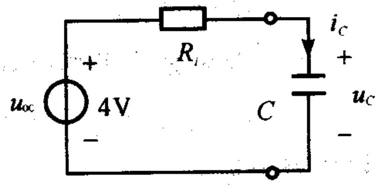
$$R_i = \frac{u_{oc}}{i_{sc}} = \frac{4}{\frac{5}{3}}\Omega = 2.4\Omega$$

对于 $t>0$ 后，戴维宁等效电路如题解 6-21 图所示，由此图可知电路的三个要素为

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 2\text{V}$$

$$u_C(\infty) = u_{oc} = 4\text{V}$$

$$\tau = R_iC = 2.4\times 10^{-6}\text{s}$$



题解 6-21 图

代入三要素公式，得电容电压 $u_C(t)$ 为

$$u_C(t) = [4+(2-4)e^{-\frac{10^6}{2.4}t}]\varepsilon(t)$$

$$= [4-2e^{-4.17\times 10^5 t}]\varepsilon(t)\text{V}$$

电容电流 i_C 为

$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = 0.833e^{-4.17\times 10^5 t}\varepsilon(t)\text{A}$$

应用 KCL 于原电路（题 6-21 图），有

$$i_1 = i_s - gu_1 - i_C$$

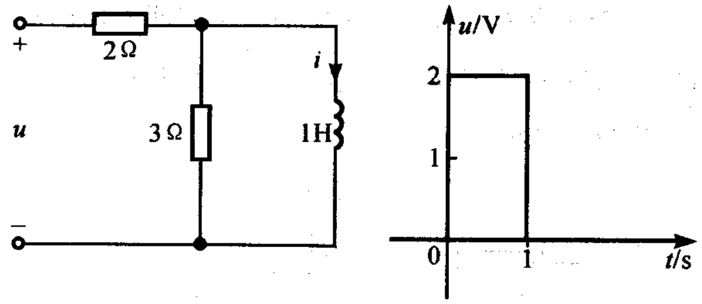
把 $u_1 = R_1 i_1$ 代入上式，解得电流 i_1 有

$$i_1 = \frac{i_s - i_C}{1+R_1 g} = \frac{10-0.833e^{-4.17\times 10^5 t}}{1+1\times 0.25}\varepsilon(t)$$

$$= [8-0.667e^{-4.17\times 10^5 t}]\varepsilon(t)$$

6-22 图(a) 所示电路中的电压 $u(t)$ 的波形如图(b) 所示，试求电流 $i(t)$.

解 *方法一* 将电路的工作过程分段求解.



(a)　　　　　　　　(b)

题 6-22 图

在 $0 \leqslant t \leqslant 1$ 区间，电路为零状态响应.

$$i(0_+) = i(0_-) = 0\text{A}$$

$$i(\infty) = \frac{u}{2} = \frac{2}{2}\text{A} = 1\text{A}$$

$$\tau = L/R = 1(2 \ /\!/ \ 3) = \frac{5}{6}\text{s}$$

故电流
$$i(t) = (1 - e^{-\frac{6}{5}t})\text{A}$$

在 $1 \leqslant t < \infty$ 区间，电路为零输入响应

$$i(1_+) = i(1_-) = 1 - e^{-\frac{6}{5}\times 1}\text{A} = 0.699\text{A}$$

$$i(\infty) = 0\text{A}$$

故电流
$$i(t) = 0.699e^{-\frac{6}{5}(t-1)}\text{A}$$

方法二　将题6-22图(b)中的电压 $u(t)$ 波形用阶跃函数表示，即

$$u(t) = 2\varepsilon(t) - 2\varepsilon(t-1)\text{V}$$

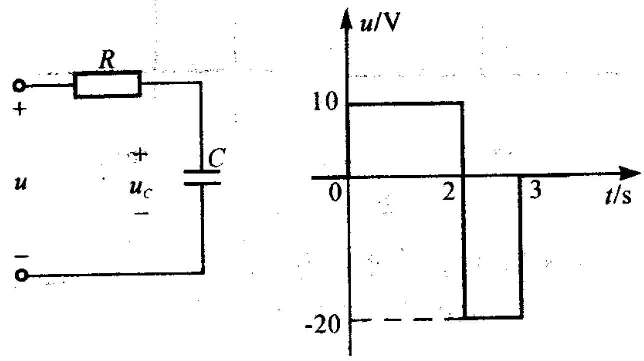
由于 $i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0\text{A}$，$\tau = \frac{5}{6}\text{s}$. 在单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$ 的作用下，其稳态值为 $i_L(\infty) = \frac{1}{2}\text{A}$，所以电路的单位阶跃响应为

$$s(t) = \frac{1}{2}(1 - e^{-\frac{6}{5}t})\varepsilon(t)\text{A}$$

故当激励为 $u(t)$，根据线性叠加定理和时不变网络性质，电路的阶跃响应为

$$\begin{aligned} i(t) &= 2s(t) - 2s(t-1) \\ &= (1 - e^{-\frac{6}{5}t})\varepsilon(t) - [1 - e^{-\frac{6}{5}(t-1)}]\varepsilon(t-1)\text{A} \end{aligned}$$

6-23 RC 电路中电容 C 原未充电，所加 $u(t)$ 的波形如图所示，其中 $R=1000\Omega$，$C=10\mu F$。求：(1) 电容电压 u_C；(2) 用分段形式写出 u_C；(3) 用一个表达式写出 u_C。



题 6-23 图

解 (1) 用分段形式写出 $u_C(t)$。

在 $0 \leqslant t \leqslant 2$ 区间，RC 电路为零状态响应

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0\text{V}$$

$$u_C(\infty) = 10\text{V}$$

$$\tau = RC = 1000 \times 10 \times 10^{-6}\text{s} = 10^{-2}\text{s}$$

所以有 $$u_C(t) = 10(1 - e^{-100t})\text{V}$$

在 $t = 2\text{s}$ 时

$$u_C(2) = 10(1 - e^{-200}) \approx 10\text{V}$$

在 $2\text{s} \leqslant t \leqslant 3\text{s}$ 区间，RC 电路为全响应

$$u_C(2_+) = u_C(2_-) = 10\text{V}$$

$$u_C(\infty) = -20\text{V}$$

所以有 $$u_C(t) = -20 + [10 - (-20)]e^{-100(t-2)}$$
$$= -20 + 30e^{-100(t-2)}\ (\text{V})$$

在 $t = 3\text{s}$ 时，

$$u_C(3) = -20 + 30e^{-100(3-2)}\text{V} \approx -20\text{V}$$

在 $3\text{s} \leqslant t < \infty$ 区间，RC 电路为零输入响应

$$u_C(3+) = u_C(3-) = -20\text{V}$$

$$u_C(\infty) = 0\text{V}$$

所以有 $$u_C(t)=-20e^{-100(t-3)}\ \mathrm{V}$$

（2）同一个表达式写出 u_C

输入电压 u 用阶跃函数表示，即

$$u(t)=10\varepsilon(t)-30\varepsilon(t-2)+20\varepsilon(t-3)\ \mathrm{V}$$

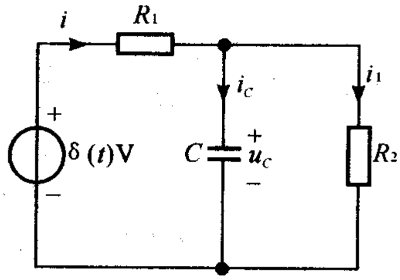
而 RC 串联电路的单位阶跃响应为

$$s(t)=(1-e^{-t/RC})\varepsilon(t)=(1-e^{-100t})\varepsilon(t)\ \mathrm{V}$$

根据线性电路的叠加齐次性，有

$$\begin{aligned}u_C(t)&=10s(t)-30s(t-2)+20s(t-3)\\&=10(1-e^{-100t})\varepsilon(t)-30[1-e^{-100(t-2)}]\varepsilon(t-2)\\&\quad+20[1-e^{-100(t-3)}]\varepsilon(t-3)(\mathrm{V})\end{aligned}$$

6－24 图示电路中，$u_C(0_-)=0$，$R_1=3\mathrm{k\Omega}$，$R_2=6\mathrm{k\Omega}$，$C=2.5\mu\mathrm{F}$，试求电路的冲激响应 i_C，i_1 和 u_C。



题 6－24 图

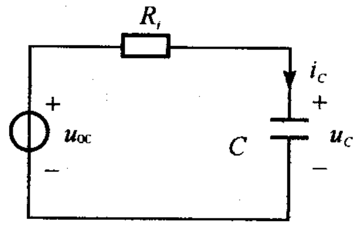
解 先应用戴维宁定理将原电路简化，从电容两端看进，其戴维宁等效电路如题解 6－24 图所示，其中

$$u_{oc}=\frac{R_2\delta(t)}{R_1+R_2}=\frac{2}{3}\delta(t)\mathrm{V}$$

$$R_i=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=2\mathrm{k\Omega}$$

方法一　先求冲激电压 $\frac{2}{3}\delta(t)$。

在电容中引起的初始电压 $u_C(0_+)$，然后再计算由初始电压 $u_C(0_+)$ 所产生的零输入响应 $u_C(t)$。



题解 6－24 图

根据 KVL 有

$$R_iC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=u_{oc}=\frac{2}{3}\delta(t),\ t>0_-$$

对方程两边 0_- 至 0_+ 积分得

$$\int_{0_-}^{0_+}R_iC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t+\int_{0_-}^{0_+}u_C\mathrm{d}t=\int_{0_-}^{0_+}\frac{2}{3}\delta(t)\mathrm{d}t$$

由于电容电压 $u_C(t)$ 不可能为冲激函数，所以有

$$\int_{0_-}^{0_+} u_C \mathrm{d}t = 0$$

上式积分为

$$R_i C[u_C(0_+) - u_C(0_-)] = \frac{2}{3}$$

因 $u_C(0_-) = 0$，所以

$$u_C(0_+) = \frac{2}{3}\frac{1}{R_i C} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2 \times 10^3 \times 2.5 \times 10^{-6}} \mathrm{V} = \frac{400}{3} \mathrm{V}$$

当 $t \geqslant 0_+$ 时，$\delta(t) = 0$，即电路为零输入，电容电压为

$$u_C(t) = u_C(0_+)\mathrm{e}^{-t/\tau} = \frac{400}{3}\mathrm{e}^{-t/R_i C} \mathrm{V} = 133.3\mathrm{e}^{-200t} \mathrm{V}$$

原图中的电流为

$$i_1(t) = \frac{u_C(t)}{R_2} = \frac{400}{3 \times 6 \times 10^3}\mathrm{e}^{-200t} \mathrm{A} = 22.22 \times 10^{-3} \mathrm{e}^{-200t} \mathrm{A}$$

$$i(t) = \frac{\delta(t) - u_C(t)}{R_1} = \frac{1}{3}\delta(t) \times 10^{-3} - \frac{0.4}{9}\mathrm{e}^{-200t}$$

$$= [0.333\delta(t) - 44.44\mathrm{e}^{-200t}] \mathrm{mA} \quad (t > 0_-)$$

$$i_C(t) = i - i_1 = [0.333\delta(t) - 66.66\mathrm{e}^{-200t}] \mathrm{mA} \quad (t > 0_-)$$

方法二　利用阶跃响应求冲激响应.

设题解 6－24 图电路中的电压源 $u_{oc} = \frac{2}{3}\varepsilon(t)$，其阶跃响应为

$$s_{uc}(t) = \frac{2}{3}(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{R_i C}})\varepsilon(t)$$

$$= \frac{2}{3}(1 - \mathrm{e}^{-200t})\varepsilon(t)$$

则对应此电路冲激响应为

$$u_C(t) = \frac{\mathrm{d}s_{uc}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{400}{3}\mathrm{e}^{-200t}\varepsilon(t) \mathrm{V}$$

$$= 133.3\mathrm{e}^{-200t}\varepsilon(t) \mathrm{V}$$

电容电流

$$i_C = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\frac{400}{3}\mathrm{e}^{-200t}\varepsilon(t)]$$

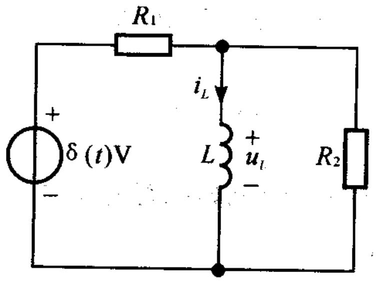
$$= 2.5 \times 10^{-6} \times [\frac{400}{3} \times (-200)\mathrm{e}^{-200t}\varepsilon(t) + \frac{400}{3}\delta(t)]$$

$$= [0.333\delta(t) - 66.66e^{-200t}\varepsilon(t)]\ \text{mA}$$

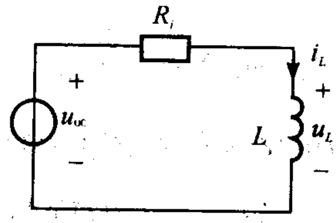
电阻 R_2 中电流 $i_1 = \dfrac{u_C(t)}{R_2} = \dfrac{400}{3\times6\times10^3}e^{-200t}\varepsilon(t)\text{mA}$

$$= 22.22e^{-200t}\varepsilon(t)\ \text{mA}$$

6-25 图示电路中，$i_L(0_-) = 0$，$R_1 = 60\Omega$，$R_2 = 40\Omega$，$L = 100\text{mH}$，试求冲激响应 i_L，u_L。



题 6-25 图



题解 6-25 图

解 *方法一* 化为零输入响应

先应用戴维宁定理把原电路变为题解 6-25 图所示的等效电路，其中

$$u_{oc} = \frac{R_2}{R_1+R_2}\delta(t) = \frac{40}{60+40}\delta(t) = 0.4\delta(t)\ \text{V}$$

$$R_i = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{60\times40}{60+40}\Omega = 24\Omega$$

将电感视为开路求冲激电压强度 B 为

$$B = \frac{u_{oc}}{\delta(t)} = 0.4$$

由冲激电源引起电感电流初始值为

$$i_L(0_+) = \frac{B}{L} = \frac{0.4}{0.1} = 4(\text{A})$$

则在 $t \geqslant 0_+$ 后，电路的零输入响应为

$$i_L(t) = i_L(0_+)e^{-t/\tau}\varepsilon(t) = 4e^{-\frac{R_i}{L}t}\varepsilon(t) = 4e^{-240t}\varepsilon(t)\ \text{A}$$

$$u_L(t) = L\frac{di_L}{dt} = 0.1\times[4(-240)e^{-240t}\varepsilon(t) + 4\times\delta(t)]$$

$$= [-96e^{-240t}\varepsilon(t) + 0.4\delta(t)]\text{V} \quad (t > 0_-)$$

方法二　利用阶跃响应求冲激响应

设题解 6－25 图中的 $u_{oc}=0.4\varepsilon(t)\text{V}$，则阶跃响应为

$$s_{iL}(t)=\frac{u_{oc}}{R_i}(1-e^{-\frac{R_i}{L}t})\varepsilon(t)$$

$$=\frac{1}{60}(1-e^{-240t})\varepsilon(t)\ \text{A}$$

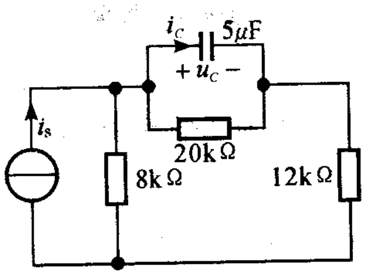
则当 $u_{oc}=0.4\delta(t)$ 时，电路的冲激响应

$$i_L(t)=\frac{\mathrm{d}s_{iL}}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{60}\times 240\times e^{-240t}\varepsilon(t)=4e^{-240t}\varepsilon(t)\text{A}$$

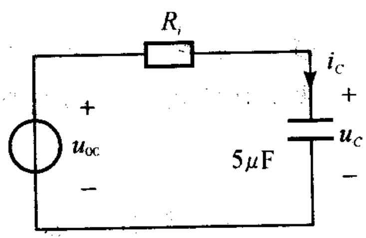
$$u_L(t)=L\frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t}=[-96e^{-240t}+0.4\delta(t)]\ \text{V}\quad (t>0_-)$$

6－26 图示电路中电容原未充电，求当 i_s 给定为下列情况时的 u_C 和 i_C。

(1) $i_s=25\varepsilon(t)\text{mA}$；(2) $i_s=\delta(t)\text{mA}$.



题 6－26 图



题解 6－26 图

解　应用戴维宁定理把原电路变为题解 6－26 图，其中

$$u_{oc}=\frac{8\times i_s}{8+12+20}\times 20\times 10^3=4\times 10^3\times i_s\ \text{V}$$

$$R_i=\frac{20\times(8+12)\times 10^3}{20+8+12}\text{k}\Omega=10\text{k}\Omega$$

(1) 当 $i_s=25\varepsilon(t)\text{mA}$ 时，

$$u_{oc}=4\times 10^3\times 25\times 10^{-3}\varepsilon(t)\text{V}=100\varepsilon(t)\text{V}$$

$$\tau=R_iC=10\times 10^3\times 5\times 10^{-6}\text{s}=0.05\text{s}$$

所以电容电压为

$$u_C(t)=u_{oc}(1-e^{-t/\tau})=100(1-e^{-20t})\varepsilon(t)\ \text{V}$$

$$i_C(t)=C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}=5\times 10^{-6}\times 100\times 20e^{-20t}\varepsilon(t)\text{mA}$$

$$= 10e^{-20t}\varepsilon(t)\ \text{mA}$$

(2) 当 $i_s = \delta(t)$mA 时

根据(1)求解结果以及线性电路的齐次性可知，当 $i_s = \varepsilon(t)$mA 时，电容电压为：

$$s_{uc}(t) = \frac{100}{25}(1 - e^{-20t})\varepsilon(t) = 4(1 - e^{-20t})\varepsilon(t)\text{V}$$

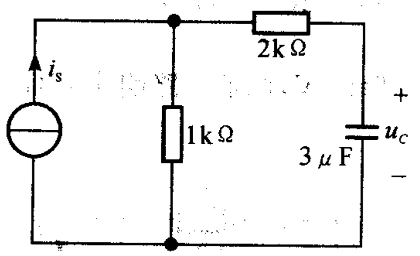
所以对应于 $i_s = \delta(t)$mA 时的单位冲激响应为

$$u_C(t) = \frac{ds_{uc}(t)}{dt} = 4 \times 20 \times e^{-20t}\varepsilon(t) = 80e^{-20t}\varepsilon(t)\ \text{V}$$

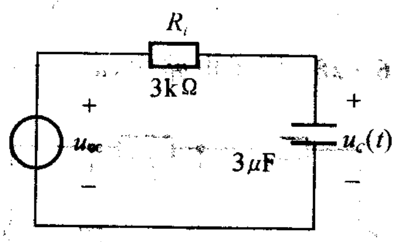
$$i_C(t) = C\frac{du_C(t)}{dt} = 5 \times 10^{-6}[80 \times (-20)e^{-20t}\varepsilon(t) + 80\delta(t)]$$

$$= [-8e^{-20t}\varepsilon(t) + 0.4\delta(t)]\ \text{mA} \qquad (t > 0_-)$$

6-27 电路如图所示，当：(1) $i_s = \delta(t)$A，$u_C(0_-) = 0$；(2) $i_s = \delta(t)$A，$u_C(0_-) = 1$V；(3) $i_s = 3\delta(t-2)$A，$u_C(0_-) = 2$V 时，试求响应 $u_C(t)$。



题 6-27 图



题解 6-27 图

解 应用戴维宁定理把原电路变为题解 6-27 图所示的等效电路，其中

$$u_{oc} = 1 \times 10^3 \times i_s = i_s\text{kV}$$

$$R_i = 3\text{k}\Omega$$

设 $i_s = \varepsilon(t)$A 时，电路的单位阶跃响应为

$$s_{uc}(t) = u_{oc}(1 - e^{-\frac{t}{R_iC}})\varepsilon(t) = 10^3(1 - e^{-\frac{1000}{9}t})\varepsilon(t)\text{V}$$

(1) 当 $i_s = \delta(t)$ A，$u_C(0_-) = 0$ 时，电路的单位冲激响应为

$$u_C(t) = \frac{ds_{uc}(t)}{dt} = 10^3 \times \frac{1000}{9} \times e^{-\frac{1000}{9}t}\varepsilon(t)\text{V}$$

$$= \frac{10^6}{9} e^{-\frac{1000}{9}t} \varepsilon(t) \mathrm{V}$$

（2）当 $i_s = \delta(t)$ A，$u_C(0_-) = 1$V 时，应用叠加定理电路的响应可看作是单位冲激响应和零输入响应的叠加，即

$$u_C(t) = \frac{\mathrm{d}s_{uc}(t)}{\mathrm{d}t} + u_C(0_-) e^{-\frac{10^3}{9}t} \varepsilon(t)$$

$$= \left[\frac{10^6}{9} e^{-\frac{10^3}{9}t} + e^{-\frac{10^3}{9}t}\right] \varepsilon(t) \mathrm{V}$$

$$= \left[\frac{10^6}{9} + 1\right] e^{-\frac{10^3}{9}t} \varepsilon(t) \mathrm{V}$$

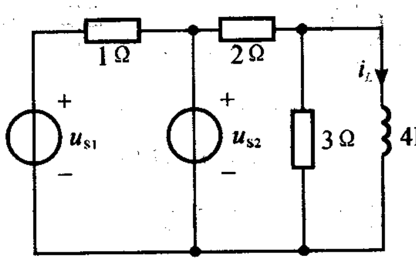
（3）当 $i_s = 3\delta(t-2)$A，$u_C(0_-) = 2$V 时，应用叠加定理，电路的响应可看作是带延迟的强度为 3 的冲激响应和零输入响应的叠加，即

$$u_C(t) = 3\frac{\mathrm{d}s_{uc}(t-2)}{\mathrm{d}t} + u_C(0_-) e^{-\frac{10^3}{9}t} \varepsilon(t)$$

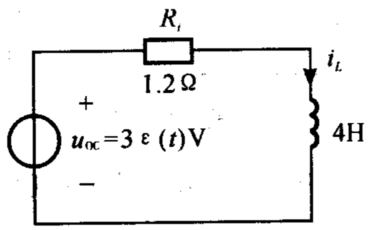
$$= \frac{3 \times 10^6}{9} e^{-\frac{10^3}{9}(t-2)} \varepsilon(t-2) + 2e^{-\frac{10^3}{9}t} \varepsilon(t) \mathrm{V}$$

$$= \frac{10^6}{3} e^{-\frac{10^3}{9}(t-2)} \varepsilon(t-2) + 2e^{-\frac{10^3}{9}t} \varepsilon(t) \mathrm{V}$$

6-28 图示电路中，$u_{s1} = \varepsilon(t)$V，$u_{s2} = 5\varepsilon(t)$V，试求电路响应 $i_L(t)$。



题 6-28 图



题解 6-28 图

解 原电路的戴维宁等效电路如题解 6-28 图所示，其中

$$u_{oc} = \frac{u_{s2}}{2+3} \times 3 = 0.6u_{s2} = 3\varepsilon(t)\mathrm{V}$$

$$R_i = \frac{2 \times 3}{2+3} \Omega = 1.2\Omega$$

（注意：由于 u_{s1} 与 1Ω 电阻串联支路与 u_{s2} 电压源并联，对电感支路

没有影响，因此在进行戴维宁等效电路之前，将 u_{s1} 与 1Ω 电阻串联支路支掉.）

因为在 $t=0_-$ 时，$u_{oc}=0\mathrm{V}$ 所以

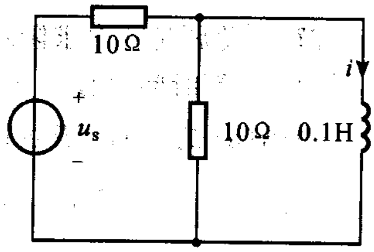
$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=0\mathrm{A}$$

$$\tau=L/R_i=\frac{4}{1.2}\mathrm{s}=\frac{10}{3}\mathrm{s}$$

故电感电流为

$$i_L(t)=\frac{u_{oc}}{R_i}(1-\mathrm{e}^{-t/\tau})=\frac{3}{1.2}(1-\mathrm{e}^{-0.3t})\varepsilon(t)\mathrm{A}$$
$$=2.5(1-\mathrm{e}^{-0.3t})\varepsilon(t)\ \mathrm{A}$$

6-29 图示电路中电源 $u_s=[50\varepsilon(t)+2\delta(t)]\mathrm{V}$，求 $t>0$ 时电感支路的电流 $i(t)$.



题 6-29 图

解 应用戴维宁定理，原电路可以等效为题解 6-29 图所示的电路，其中

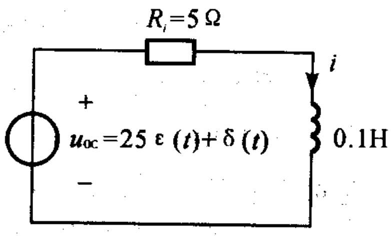
$$u_{oc}=\frac{1}{2}u_s=25\varepsilon(t)+\delta(t)\ \mathrm{V}$$

$$R_i=\frac{1}{2}\times10\Omega=5\Omega.$$

电路的时间常数

$$\tau=\frac{L}{R}=\frac{0.1}{5}\mathrm{s}$$

对题解 6-29 图所示电路的单位阶跃响应为



题解 6-29 图

$$s_i(t)=\frac{1}{R_i}(1-\mathrm{e}^{-t/\tau})\varepsilon(t)$$
$$=\frac{1}{5}(1-\mathrm{e}^{-50t})\varepsilon(t)$$

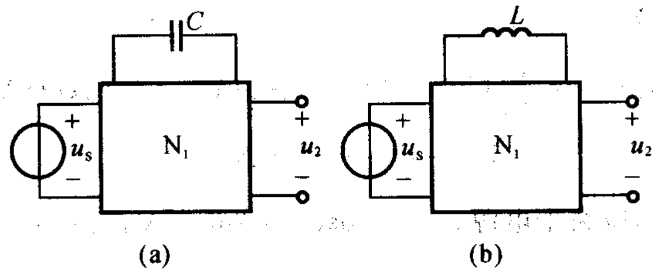
根据线性电路的叠加性和齐次性，把 u_{oc} 看成两个激励源之和，因此电感电流为

$$i(t)=25s_i(t)+\frac{\mathrm{d}s_i(t)}{\mathrm{d}t}=5(1-\mathrm{e}^{-50t})\varepsilon(t)+\frac{1}{5}\times50\mathrm{e}^{-50t}\varepsilon(t)$$
$$=(5+5\mathrm{e}^{-50t})\varepsilon(t)\ \mathrm{A}$$

6-30 已知图(a)电路中，$u_s(t)=\varepsilon(t)\text{V}$，$C=2\text{F}$，其零状态响应为

$$u_2(t)=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{8}e^{-0.25t}\right)\varepsilon(t)\text{V}$$

如果用 $L=2\text{H}$ 的电感代替电容 C[见图(b)]，试求零状态响应 $u_2(t)$。



题 6-30 图

解 此题是一个求阶跃响应的问题，利用三要素法进行求解

(1) 计算时间常数

由图(a)的 $u_2(t)$ 表达式可知

$$\tau=RC=R\times 2=\frac{1}{0.25}\text{s}$$

所以有
$$R=\frac{1}{2\times 0.25}\Omega=2\Omega$$

对于图(b)中的电阻与图(a)一致，故图(b)电路的时间常数 τ 为

$$\tau=\frac{L}{R}=\frac{2}{2}\text{s}=1\text{s}$$

(2) 计算初始值 $u_2(0_+)$

因为图(b)中 $i_L(0_+)=0\text{A}$，即在 $t=0_+$ 时，电感相当于开路，这种情况对应于图(a)相当 $t\to\infty$ 时，电容在稳态情况下相当于开路，由此可得在图(a)零状态响应的稳态值就是图(b)零状态响应 u_2 的初始值，即
$$u_2(0_+)=\frac{1}{2}\text{V}$$

(3) 计算稳态值 $u_2(\infty)$

在图(b)中，电感达到稳态时，电感相当于短路，这与图(a)中电容的初始电压为零的状态一致，因此图(b)中的响应 u_2 的稳态值就是图

（a）中响应 u_2 的初始值. 即

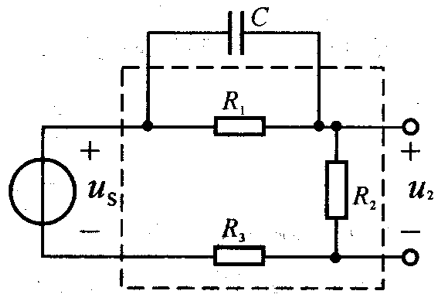
$$u_2(\infty) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8}\right)\text{V} = \frac{5}{8}\text{V}$$

则利用三要素公式，可求得零状态响应 $u_2(t)$ 为

$$u_2(t) = \{u_2(\infty) + [u_2(0_+) - u_2(\infty)]e^{-t/\tau}\}\varepsilon(t)$$
$$= [\frac{5}{8} + (\frac{1}{2} - \frac{5}{8})e^{-t}]\varepsilon(t) = \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{8}e^{-t}\right)\varepsilon(t) \quad \text{V}$$

6－31 接续上题，试设计一个电路 N_1（指题 6－30 图中的 N_1），并选取合适的元件值.

解 由题意可知，电路 N_1 由电阻组成，设它由三个电阻连接而成，见题解 6－31 图所示.



题解 6－31 图

根据 6－30 题可知

$$u_2(t) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8}e^{-0.25t}\right)\varepsilon(t)$$

从中得： $\tau = RC = 4\text{s}$

$$u_2(0_+) = \frac{5}{8}\text{V} \quad （电容短路）$$

$$u_2(\infty) = \frac{1}{2}\text{V} \quad （电容开路）$$

因此，题解 6－31 图所示电路中三个电阻应满足如下关系.

$$R = R_1 \mathbin{/\!/} (R_2 + R_3) = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{\tau}{C} = \frac{4}{2}\Omega = 2\Omega$$

$$\frac{u_s}{R_2 + R_3} \times R_2 = \frac{R_2 \times 1}{R_2 + R_3} = u_2(0_+) = \frac{5}{8}$$

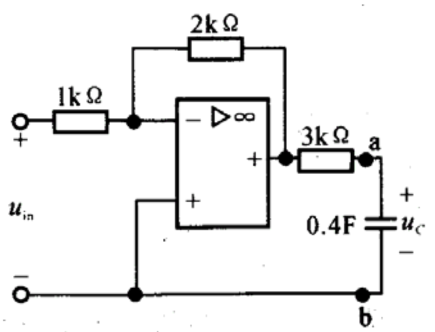
$$\frac{u_s}{R_1 + R_2 + R_3} \times R_2 = \frac{R_2 \times 1}{R_1 + R_2 + R_3} = u_C(\infty) = \frac{1}{2}$$

联立求解以上三个方程，得

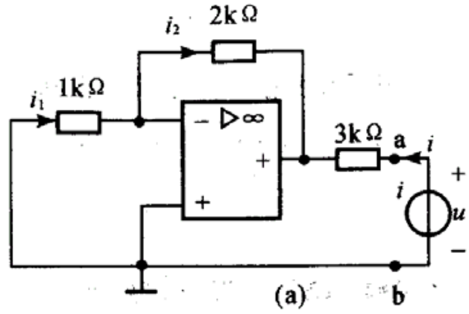
$$R_1 = 2.5\Omega, \quad R_2 = 6.25\Omega, \quad R_3 = 3.75\Omega$$

6－32 图示电路中有理想运算放大器，试求零状态响应 $u_C(t)$，已知 $u_{in} = 5\varepsilon(t)\text{V}$.

解　先将电容两端看进去的一端口电路，进行戴维宁等效变换.



题 6－32 图



题解 6－32 图

(1) 求开路电压 u_{oc}.

把电容断开，根据理想运放的性质可知

$$\frac{u_{in}}{10^3} = -\frac{u_{oc}}{2\times 10^3}$$

$$u_{oc} = -2u_{in} = -10\varepsilon(t)\,\mathrm{V}$$

(2) 求输入电阻 R_i.

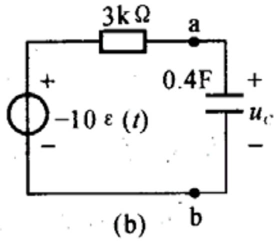
将输入电压源 u_{in} 处于短路，在一端口电路的 a，b 二端加上电压源 u，电路如题解 6－32 图(a) 所示，对此电路有

$$i_1 = i_2 = 0\mathrm{A}$$

$$u = 3\times 10^3 i$$

所以输入电阻

$$R_i = \frac{u}{i} = 3\times 10^3\,\Omega$$



题解 6－32 图

故题 6－32 图所示电路的戴维宁等效电路如题解 6－32 图(b) 所示.

(3) 求零状态响应 $u_C(t)$.

对题解 6－32 图(b) 电路有

$$u_c(t) = -10(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{1200}})\varepsilon(t)\ \mathrm{V}$$