作业

1: No:11;

2: 自学本章各例题并完成书上的习题(对照书后的参考答案自己订正)。

第十六周星期三交作业

习题课　热力学第一定律及其应用

热力学第一定律：

包括机械运动和热运动在内的能量守恒定律

对任何热力学系统　$Q = \Delta E + A$

理想气体准静态过程　$Q = \frac{M}{\mu} C_V \Delta T + \int_{V_1}^{V_2} p\mathrm{d}V$

要求：

应用于理想气体等体、等压、等温过程，绝热过程，和各种循环过程。

主要关系：

•状态方程 $pV = \frac{M}{\mu}RT \quad ; \quad p = nkT$

•摩尔热容 $C_V = \frac{i}{2}R \qquad C_p = C_V + R = \frac{i+2}{2}R$

泊松比： $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$

单原子分子气体： $i = 3$

刚性双原子分子气体： $i = 5$

刚性多原子分子气体： $i = 6$

过程方程：

等体过程：$\frac{p_1}{p_2}=\frac{T_1}{T_2}$

等压过程：$\frac{V_1}{V_2}=\frac{T_1}{T_2}$

等温过程：$p_1V_1=p_2V_2$

绝热过程：$p_1V_1^{\gamma}=p_2V_2^{\gamma}$，

$T_1V_1^{\gamma-1}=T_2V_2^{\gamma-1}$，

$p_1^{\gamma-1}T_1^{-\gamma}=p_2^{\gamma-1}T_2^{-\gamma}$

循环过程：$\Delta E = 0$　　$Q_{净} = A_{净}$

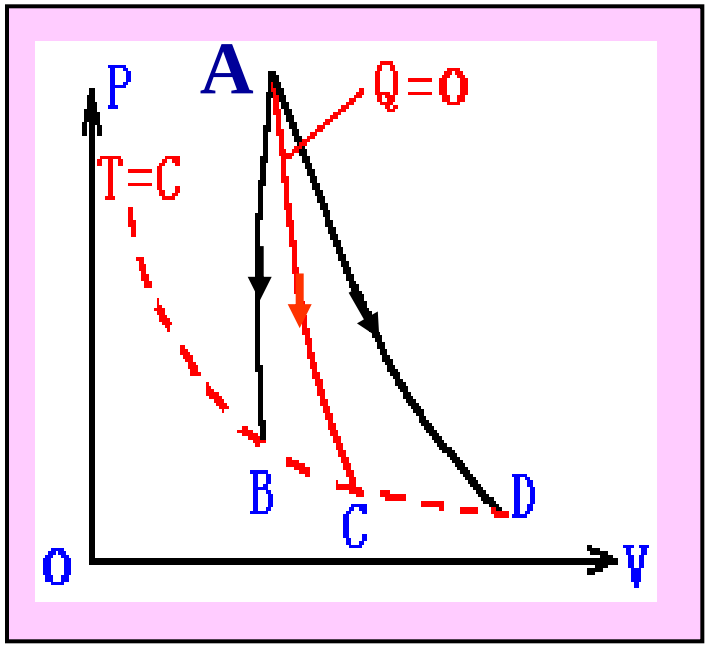
$$\eta = A_{净} / Q_{吸} = 1 - \frac{|Q_{放}|}{Q_{吸}},$$

$$w = \frac{Q_{吸}}{A} = \frac{Q_{吸}}{|Q_{放}| - Q_{吸}}$$

卡诺循环：$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

$$w = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

练习1. 讨论图中：$A \to B$　$A \to D$过程摩尔热容的正负。



思路：

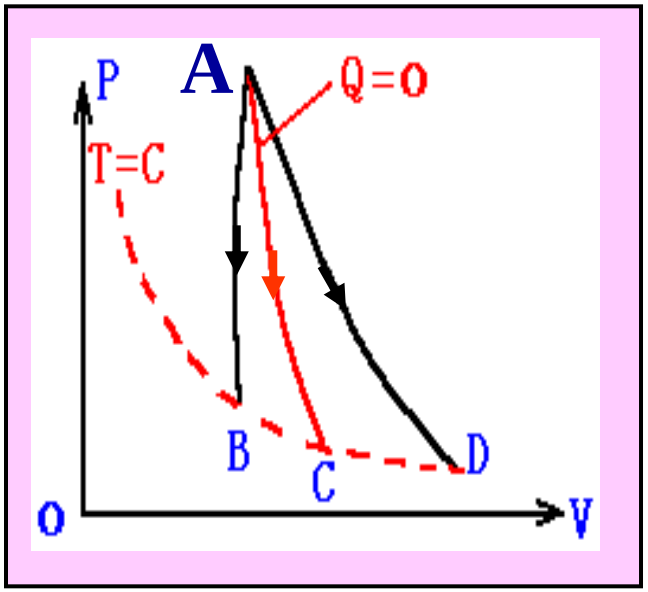
$$Q = \frac{M}{\mu} C_\mu \Delta T$$

$$T_A > T \qquad \therefore \Delta T < 0$$

$$\therefore\ Q > 0 \qquad C_\mu < 0$$

$$Q < 0 \qquad C_\mu > 0$$

解：$A \to B$，$A \to C$，$A \to D$ 内能改变相同，为ΔE，且$\Delta E < 0$



$A \to C$：绝热

$Q_1 = A_1 + \Delta E = 0$

AC曲线下面积S_1

$A \to B \quad Q_2 = A_2 + \Delta E$

$< A_1 + \Delta E (= 0)$

$S_2 < S_1$

AB曲线下面积

在$Q_2 = \dfrac{M}{\mu} C_\mu \Delta T$中：$Q_2 < 0, \quad \Delta T < 0$

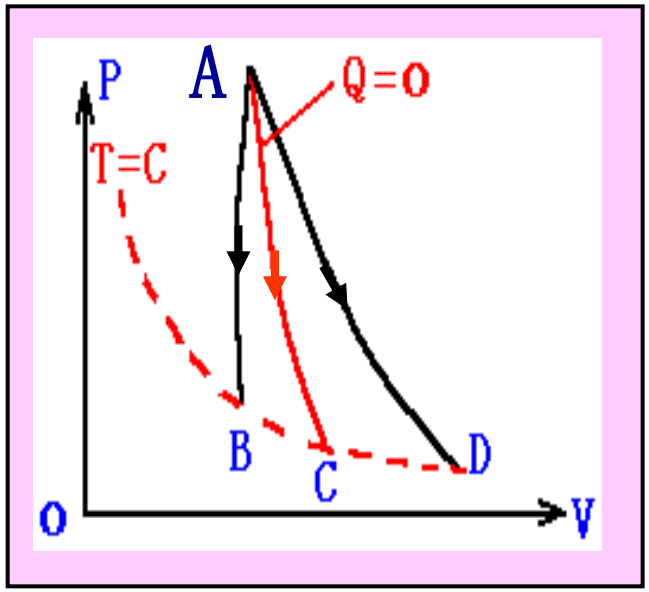
$\therefore \quad C_\mu > 0$

$A \to D$：　$Q_3 = A_3 + \Delta E$

$> A_1 + \Delta E(=0)$

$S_3 > S_1$

S_3 — AD曲线下面积



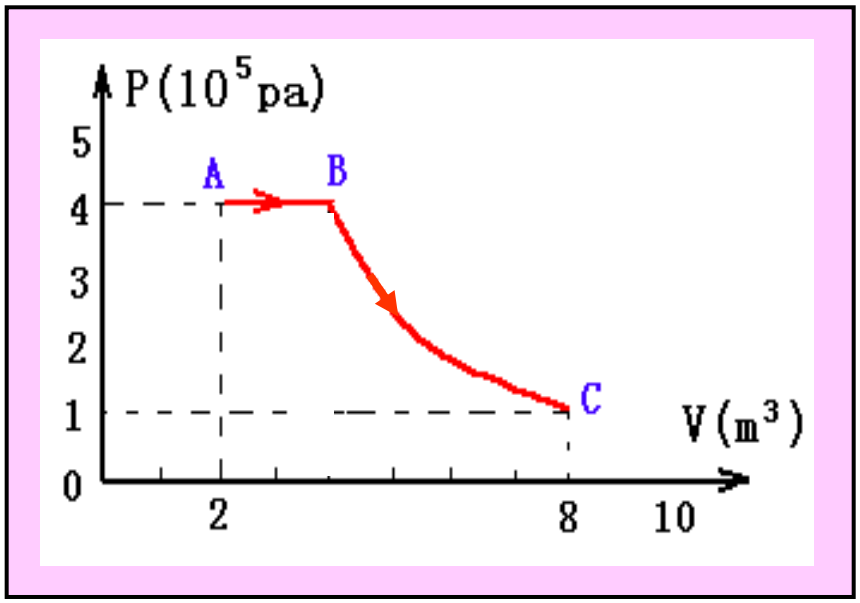
在 $Q_3 = \dfrac{M}{\mu} C_\mu' \Delta T$ 中：

$Q_3 > 0, \quad \Delta T < 0$

$\therefore \quad C_\mu' < 0$

$\therefore C_\mu > 0 > C_\mu'$

练习2. P_{271} 19.9



已知：单原子分子理想气体

$$p_A = p_B$$

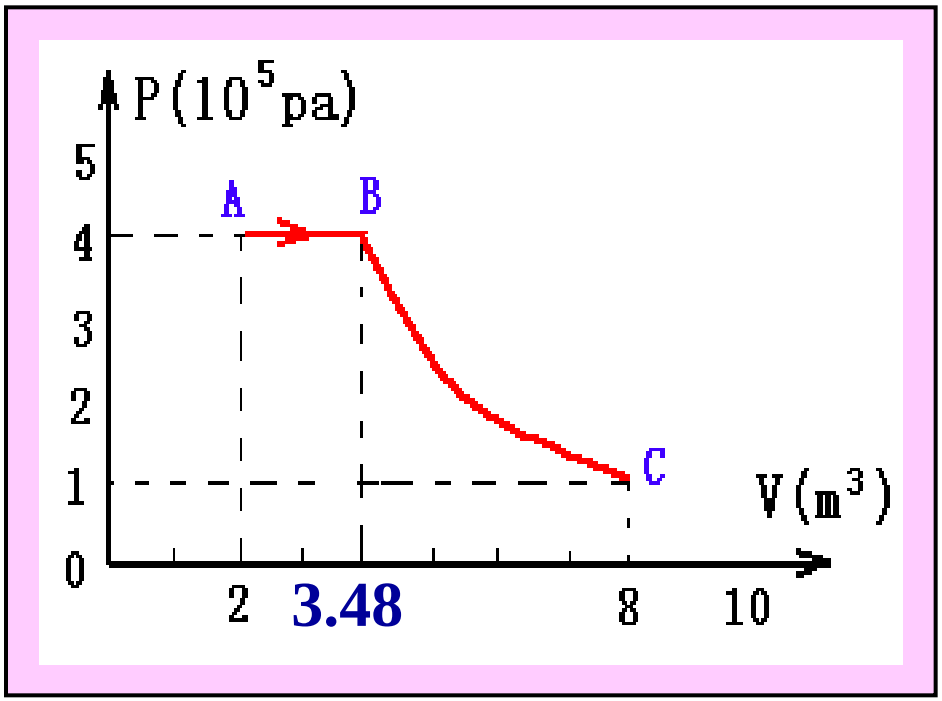
$$Q_{BC} = 0$$

求： A、ΔE、Q

解：$$\Delta E = \frac{M}{\mu}\cdot\frac{i}{2}R\Delta T = \frac{M}{\mu}\cdot\frac{i}{2}R(T_C - T_A) = \frac{3}{2}(P_C V_C - P_A V_A) = 0$$

$$P_B V_B^{\gamma} = P_C V_C^{\gamma} \quad \gamma = \frac{5}{3}$$

$$\therefore V_B = \sqrt[5/3]{\frac{8^{5/3}}{4}} = 3.48$$



$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} = Q_{AB}$$

$$= \frac{M}{\mu} C_p (T_B - T_A) = \frac{M}{\mu} \frac{i+2}{2} R(T_B - T_A)$$

$$= \frac{5}{2}(p_B V_B - p_A V_A) = \frac{5}{2} p_A (V_B - V_A)$$

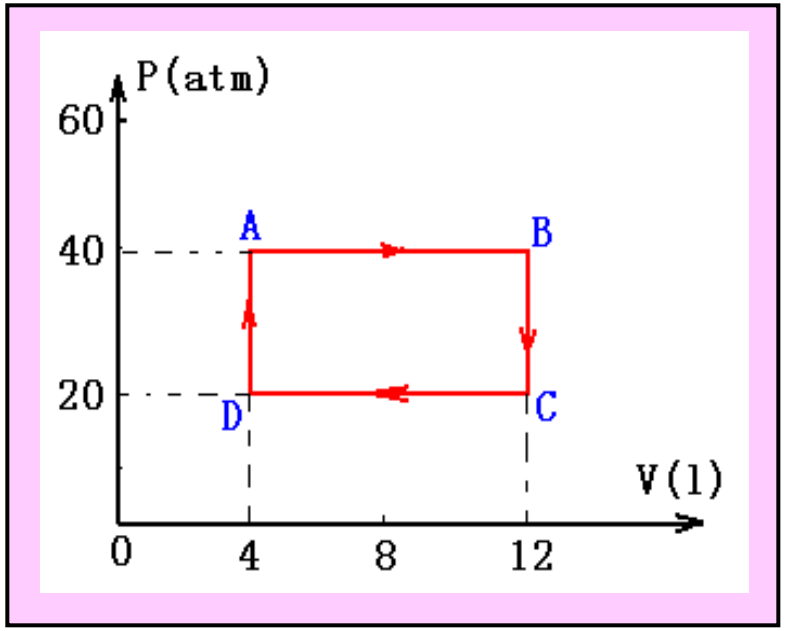
$$Q = \frac{5}{2} p_A (V_B - V_A) = \frac{5}{2} \times 4 \times 10^5 \times (3.48 - 2) = 1.48 \times 10^6 \ (\mathrm{J})$$

$$A = Q - \Delta E = 1.48 \times 10^6 \ (\mathrm{J})$$

练习3.

已知：一定量的理想气体 $T_A = 300\text{K}$，$C_p = \frac{5}{2}R$

进行如图循环过程



求：(1) $Q_{净} = ?$

(2) $\eta = ?$

(3) 循环中 $E = E_A$ 的状态

解：(1) 循环过程

$$Q_{净} = A_{净} = S_{ABCD} = (40-20)(12-4)\ \text{atm}\cdot\text{l}$$

$$= 20\times 8\times 101.3\,(\text{J}) = 1.62\times 10^{4}\ (\text{J})$$

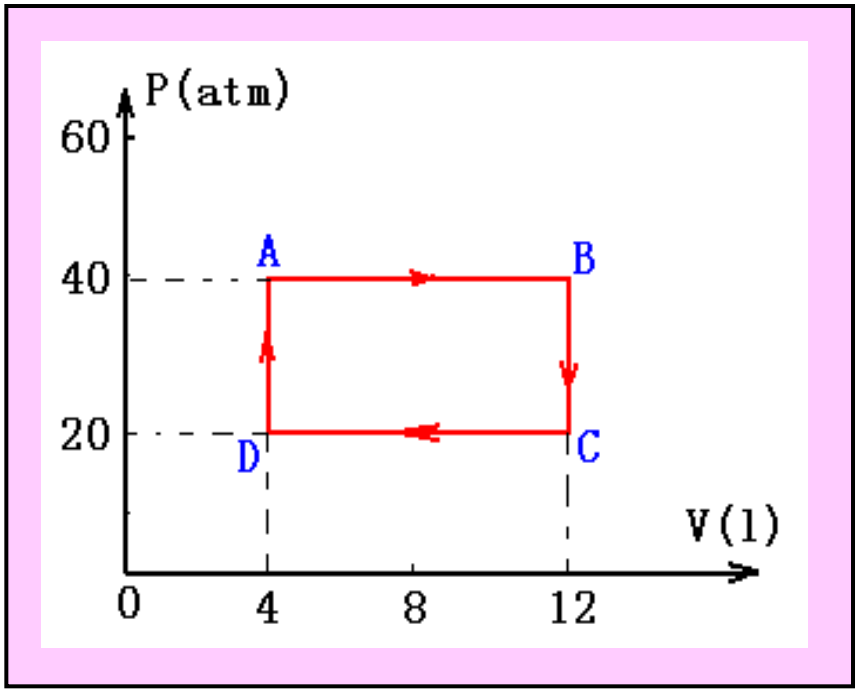
（2）哪些过程吸热？

$$T_A = 300\text{K}$$

$$T_B = \frac{V_B}{V_A} \cdot T_A = 900\text{K}$$

$$T_C = \frac{P_C}{P_B} \cdot T_B = 450\text{K}$$

$$T_D = \frac{V_D}{V_C} \cdot T_C = 150\text{K}$$



$\therefore A \to B,\quad D \to A$为吸热过程　　$Q_{吸} = Q_{AB} + Q_{DA}$

$$Q_{吸}=Q_{AB}+Q_{DA}$$

$$=\frac{M}{\mu}C_p(T_B-T_A)+\frac{M}{\mu}C_V(T_A-T_D)$$

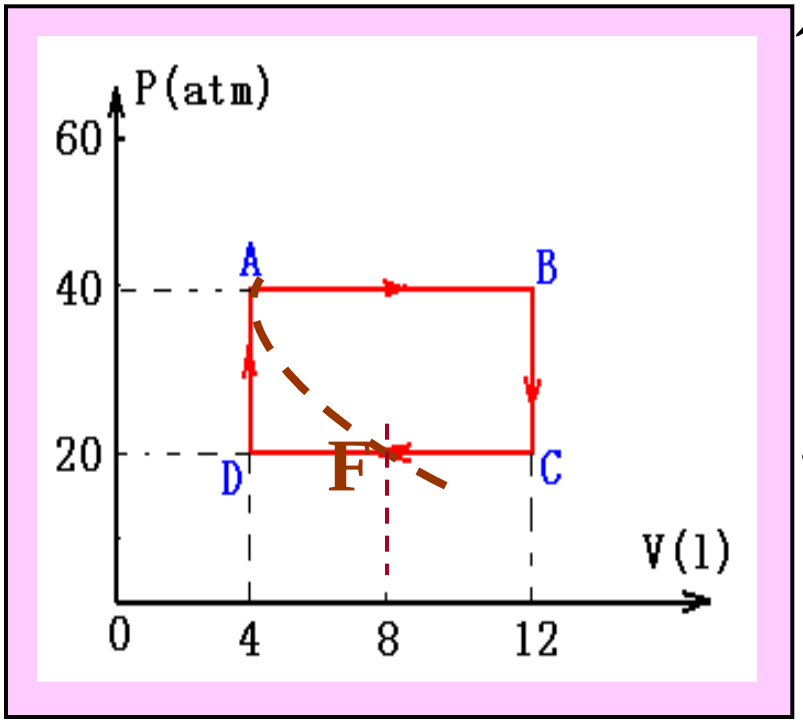
$$=\frac{p_AV_A}{RT_A}\cdot\frac{5}{2}R(T_B-T_A)+\frac{p_AV_A}{RT_A}\cdot\frac{3}{2}R(T_A-T_D)$$

$$=\frac{40\times4\times101.3}{300\times2}(5\times600+3\times150)$$

$$=9.32\times10^4\ \ (\mathrm{J})$$

$$\eta=\frac{A_{净}}{Q_{吸}}=\frac{1.62\times10^4}{9.32\times10^4}=17.4\%$$

（3）与A内能相同的点必与A在同一条等温线上,又该点在循环上, 为等温线与循环的交点。



$$T_B = 900\text{K} > T_A(300\text{K})$$

$$T_C = 450\text{K} > T_A(300\text{K})$$

$$T_D = 150\text{K} < T_A(300\text{K})$$

∴过A等温线必然与CD相交，设交点为F

$$p_F = 20\ \text{atm} \qquad T_F = 300\ \text{K}$$

由 $p_A V_A = p_F V_F \rightarrow V_F = \dfrac{40\times 4}{20} = 8 \quad (\text{l})$

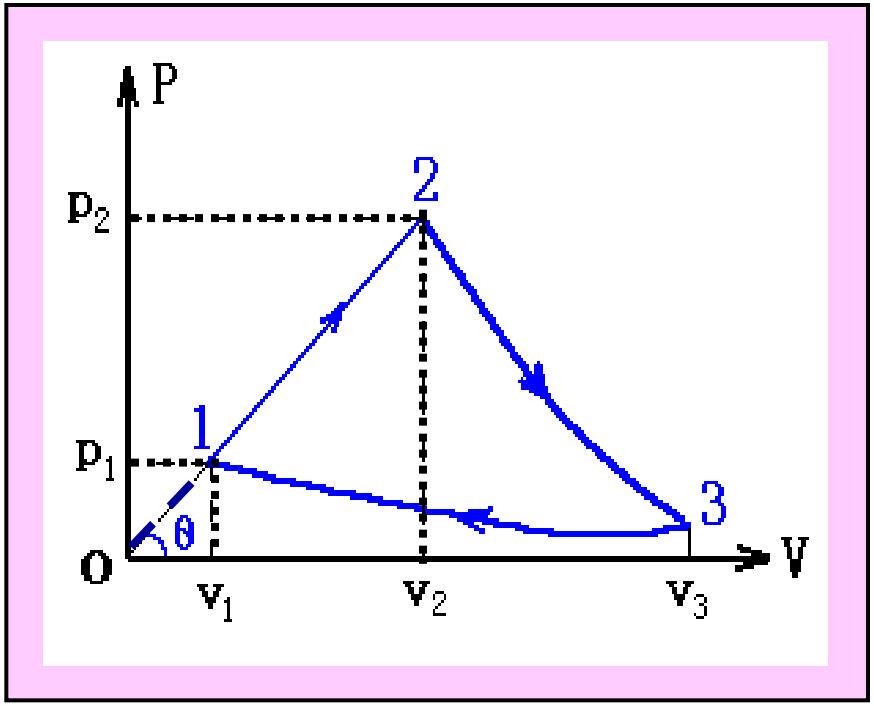
∴循环中与A有相同内能的状态为F(20 atm, 8 l, 300 K)

练习4. P_{272}19.14

已知: 1mol双原子分子气体如图循环

1－2为直线，2－3为绝热线，3－1为等温线.

$T_2 = 2T_1 \quad V_3 = 8V_1$

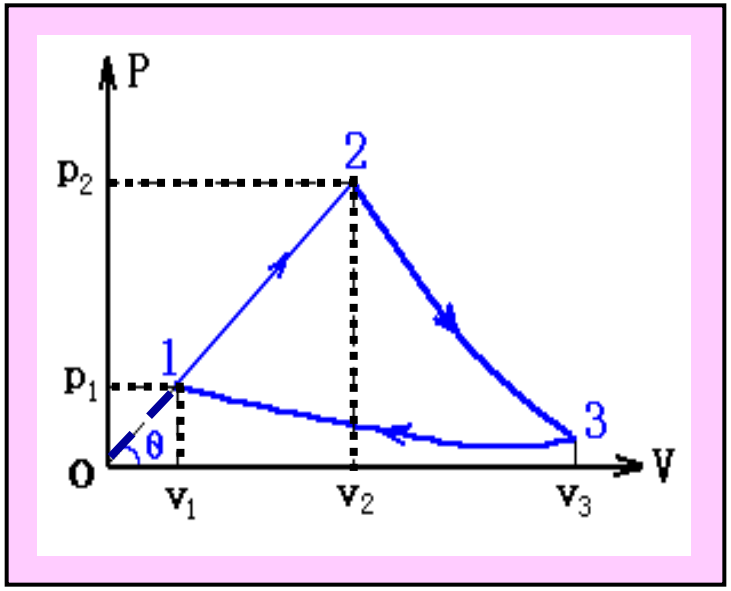


求: 1. 各过程 $A, \Delta E, Q$

2. η

解: $\dfrac{M}{\mu} = 1, \quad C_V = \dfrac{5}{2}R$

1-2：多方过程



$$\Delta E_1 = \frac{M}{\mu} C_V (T_2 - T_1)$$

$$= \frac{5}{2} R(2T_1 - T_1) = \frac{5}{2} RT_1$$

$$A_1 = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)$$

$$= \frac{1}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{1}{2} R(T_2 - T_1) = \frac{1}{2} RT_1 \quad Q_1 = A + \Delta E = 3RT_1$$

2-3：绝热膨胀 $Q_2 = 0$

$$\Delta E_2 = \frac{M}{\mu} C_V (T_3 - T_2) = \frac{5}{2} R(T_1 - 2T_1) = -\frac{5}{2} RT_1$$

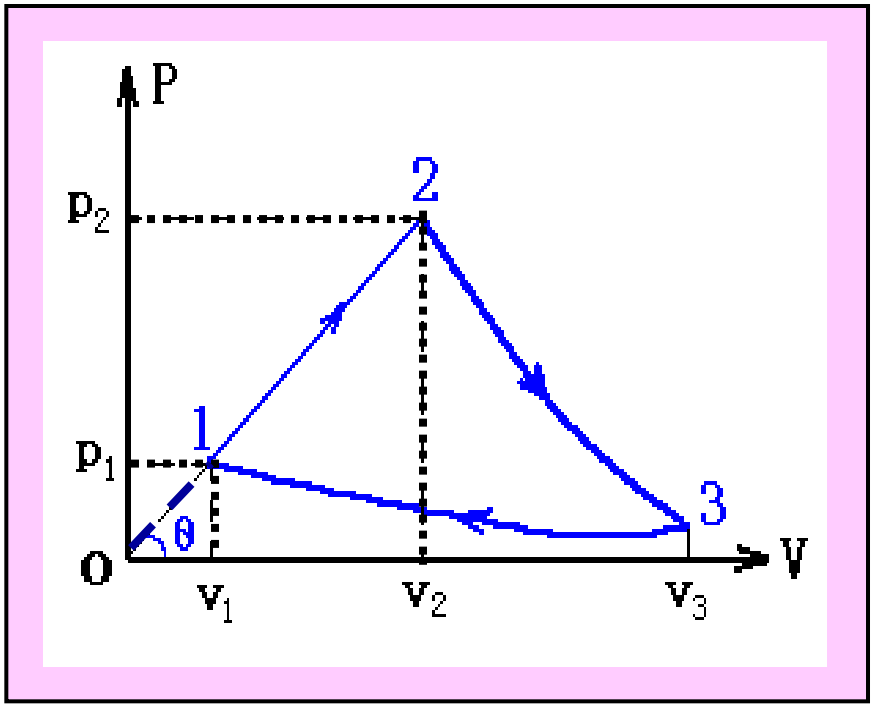
$$A_2 = -\Delta E_2 = \frac{5}{2} RT_1$$

3-1：等温压缩

$$\Delta E_3 = 0$$

$$A_3 = \frac{M}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_1}{V_3}$$

$$= RT_1 \ln \frac{1}{8} = -2.08RT_1$$



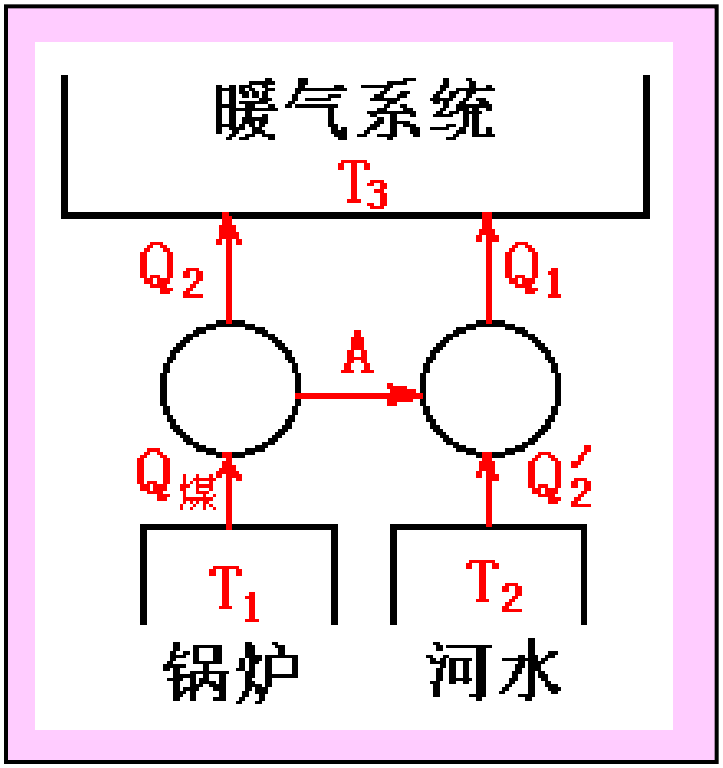
$$Q_3 = A_3 = -2.08RT_1$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_3|}{Q_1} = 1 - \frac{2.08}{3} = 30.7\%$$

练习5. P_{273} 19.17

设一暖气装置由一台卡诺热机和一台卡诺致冷机组合而成。热机靠燃料燃烧释放的热量工作并向暖气系统中的水放热，同时带动致冷机。致冷机自河水中吸热，也向暖气系统放热。假定热机锅炉的温度为 $t_1 = 210^\circ\mathrm{C}$，河水的温度为 $t_2 = 15^\circ\mathrm{C}$，暖气系统的温度为 $t_3 = 60^\circ\mathrm{C}$，设煤的燃烧值 $3.34\times10^7\,\mathrm{J/kg}$，求每燃烧1kg煤，暖气系统中的水获得热量是多少？是煤发出热量的几倍？

画出问题的能流图



$T_1 = 483\mathrm{K}$

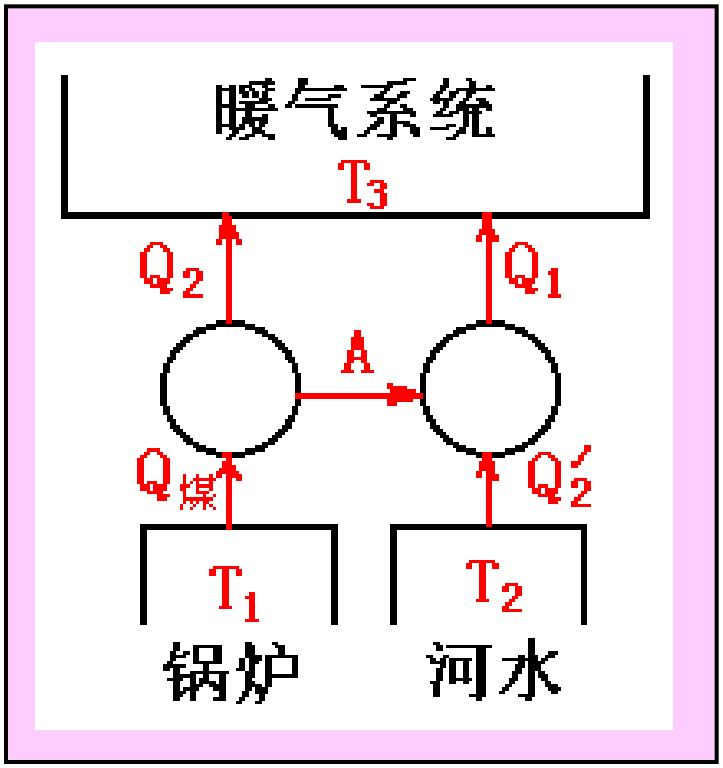
$T_2 = 288\mathrm{K}$

$T_3 = 333\mathrm{K}$

$Q_{煤} = 3.34\times10^{7}\mathrm{J}\cdot\mathrm{kg}^{-1}$

为卡诺机

求：$Q = Q_2 + Q_1 = ?$　$\dfrac{Q}{Q_{煤}} = ?$



(1)卡诺热机:

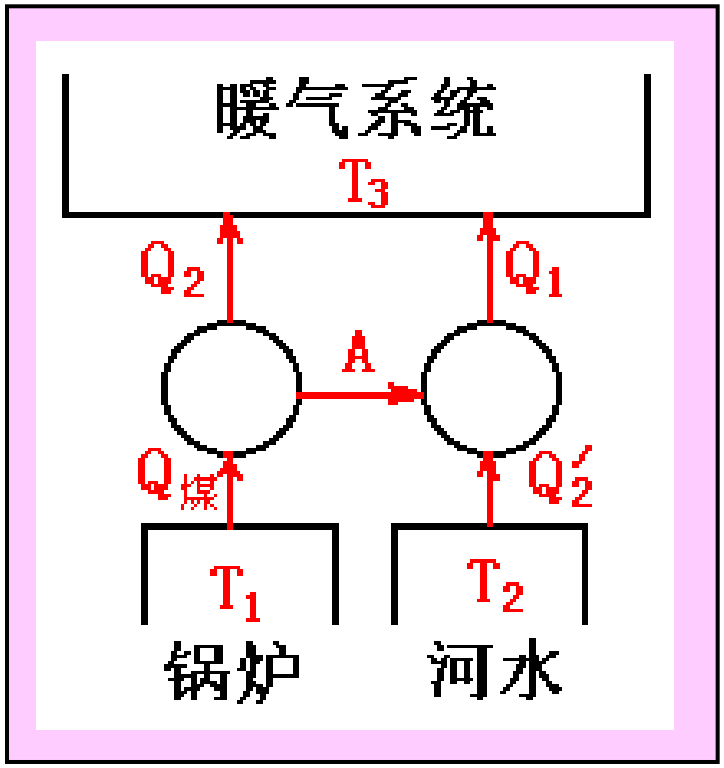
$$\eta = 1 - \frac{T_3}{T_1} = 1 - \frac{333}{483} = 31.1\%$$

每燃烧1kg煤

$$Q_{煤} = 3.34 \times 10^7\ \mathrm{J}$$

$$A = \eta Q_{煤} = 31.1\% \times 3.34 \times 10^7 = 1.04 \times 10^7\ (\mathrm{J})$$

$$Q_2 = Q_{煤} - A = 2.30 \times 10^7\ (\mathrm{J})$$



(2)卡诺致冷机:

$$w=\frac{T_2}{T_3-T_2}=\frac{288}{333-288}=6.4$$

$$Q_2'=Aw=1.04\times10^7\times6.4$$

$$=6.66\times10^7(\mathrm{J})$$

$$Q_1=A+Q_2'=(1.04+6.66)\times10^7$$

$$=7.70\times10^7(\mathrm{J})$$

(4)暖气系统得热:

$$Q=Q_1+Q_2=(7.7+2.3)\times10^7=10^8(\mathrm{J})$$

$$\frac{Q}{Q_{煤}}=\frac{10^8}{3.34\times10^7}=2.99$$

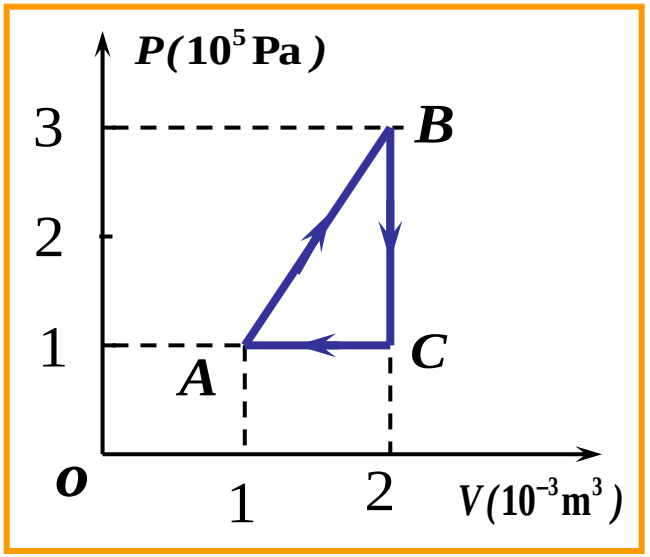
练习6

一定量的单原子分子理想气体，从初态 *A* 出发，沿图示直线过程变到另一状态 *B*，又经过等体、等压两过程回到状态 *A*。求：

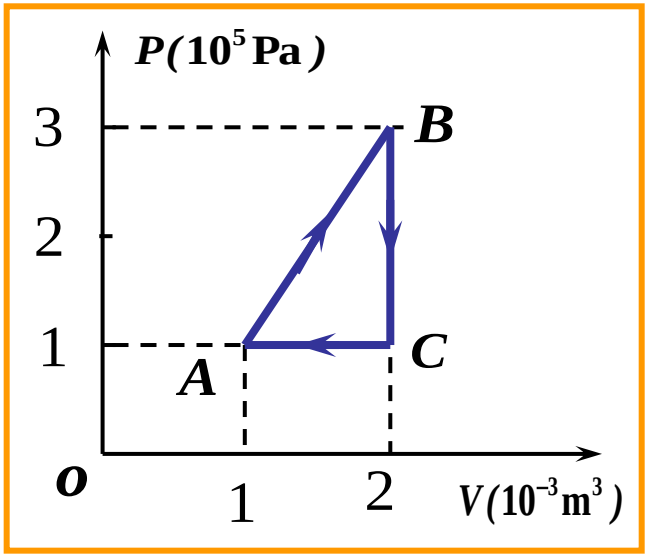
（1）*A*—*B*，*B*—*C*，*C*—*A* 各过程中系统对外所作的功 *W*，内能增量及所吸收的热量 *Q*。

（2）整个循环过程中系统对外所作的总功以及总热量。

（3）热机效率。



解：(1) A—B过程：



$$W_{AB}=\frac{1}{2}(p_B+p_A)(V_B-V_A)$$

$$=200\text{J}$$

$$\Delta E_{AB}=\frac{M}{\mu}C_V(T_B-T_A)$$

$$=\frac{3}{2}(p_BV_B-p_AV_A)\ =750\text{J}$$

$$Q_{AB}=\Delta E_{AB}+W_{AB}=950\text{J}\ >0\text{吸热}$$

B—C过程：

$$W_{BC}=0$$

$$\Delta E_{BC}=\frac{M}{\mu}C_V(T_C-T_B)=\frac{3}{2}(p_CV_C-p_BV_B)=-600\text{J}$$

$$Q_{BC}=\Delta E_{BC}+W_{BC}\ =-600\text{J}\ <0\text{放热}$$

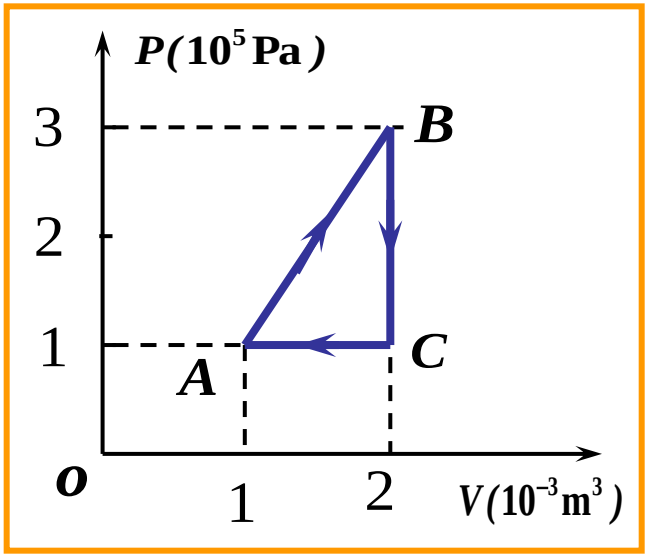
C—A过程：

$$W_{CA}=P_A(V_A-V_C)=-100\text{J}$$

$$\Delta E_{CA}=\frac{M}{\mu}C_V(T_A-T_C)$$

$$=\frac{3}{2}(p_AV_A-p_CV_C)$$

$$=-150\text{J}$$



$$Q_{CA}=\Delta E_{CA}+W_{CA}=-250\text{J}<0\text{放热}$$

（2）总功：$W=W_{AB}+W_{BC}+W_{CA}=100\text{J}$

总热量：$Q=Q_{AB}+Q_{BC}+Q_{CA}=100\text{J}$

（3）热机效率

$$Q_{吸}=Q_{AB}=950\mathrm{J}$$

$$Q_{放}=Q_{BC}+Q_{CA}$$

$$=-850\mathrm{J}$$

$$\eta=1-\frac{|Q_{放}|}{Q_{吸}}=10.5\%$$