

第十章 双口网络

10.1 双口网络

端子：一个电路与另外的电路的联接端或引出端

端口：一个有多个联接端的电路，当流入一个端子的电流恒等于另一个端子流出的电流，这两个端子称为一个端口。

二端口网络（双口网络）：一个有四个端子、两个端口的电路。

无源线性二端口网络：由线性电阻、电容电感（包括互感）以及受控源构成，其内部不含有任何独立电源。

10.2 二端口的方程和参数

10.2.1 Y 参数(短路导纳参数)

$$I_1 = Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2$$

$$I_2 = Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2$$

10.2.1.1 矩阵形式

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{Y} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}$$

其中 $\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$ 称为 **Y 参数矩阵**。

10.2.1.2 Y 参数矩阵的确定及其含义

端口 2 短路：

$$\text{输入导纳： } i_1 = Y_{11}\dot{U}_1 \rightarrow Y_{11} = \left. \frac{i_1}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2=0};$$

$$\text{转移导纳： } i_2 = Y_{21}\dot{U}_1 \rightarrow Y_{21} = \left. \frac{i_2}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2=0};$$

端口 1 短路：

$$\text{转移导纳： } i_1 = Y_{12}\dot{U}_2 \rightarrow Y_{12} = \left. \frac{i_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{U}_1=0};$$

$$\text{输出导纳： } i_2 = Y_{22}\dot{U}_2 \rightarrow Y_{22} = \left. \frac{i_2}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{U}_1=0}。$$

10.2.1.3 互易网络与对称网络

二端口网络具有互易性时, $Y_{12} = Y_{21}$;

二端口网络具有对称性时, $Y_{11} = Y_{22}$ 。

10.2.2 Z 参数(开路阻抗参数)

$$\dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2$$

$$\dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2$$

10.2.2.1 矩阵形式

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{Z} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

其中 $\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$ 称为 \mathbf{Z} 矩阵。

10.2.2.2 Z 参数矩阵的确定及其含义

端口 2 开路:

输入阻抗: $Z_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0}$;

转移阻抗: $Z_{21} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0}$;

端口 1 开路:

转移阻抗: $Z_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1=0}$;

输出阻抗: $Z_{22} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1=0}$ 。

10.2.2.3 互易网络与对称网络

当二端口网络具有互易性时: $Z_{21} = Z_{12}$;

当二端口网络具有对称性时: $Z_{11} = Z_{22}$ 。

10.2.2.4 Y 参数与 Z 参数间的关系

同一二端口网络, Y 参数与 Z 参数之间有相互转换的关系: $\mathbf{Y} = \mathbf{Z}^{-1}$, $\mathbf{Z} = \mathbf{Y}^{-1}$, \mathbf{Y} , \mathbf{Z} 互为逆矩阵。

10.2.3 T 参数(传输参数)

10.2.3.1 传输矩阵

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A\dot{U}_2 - B\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 - D\dot{I}_2 \end{cases} \quad \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

其中 $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ 为传输矩阵。

$-\dot{I}_2$: 在传输线问题分析中, 输出电流用与图示相反的参考方向, 并且便于二端口网络的级联。

10.2.3.2 T 参数矩阵的确定及其含义

开路电压比: $A = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_2=0}$;

短路转移阻抗: $B = \left. \frac{\dot{U}_1}{-\dot{I}_2} \right|_{\dot{U}_2=0}$;

开路转移导纳: $C = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_2=0}$;

短路电流比: $D = \left. \frac{\dot{I}_1}{-\dot{I}_2} \right|_{\dot{U}_2=0}$ 。

10.2.3.3 互易网络与对称网络

对于互易二端口网络, T 参数的特征为: $AD - BC = 1$;

对于对称二端口网络, T 参数的特征为: $A = D$ 。

10.2.4 H 参数

10.2.4.1 混合参数矩阵

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2 \end{cases}, \quad \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}$$

其中 $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}$ 为混合参数矩阵, 多用于晶体管电路的等效电路中。

10.2.4.2 H 矩阵的确定及含义

短路参数:

输入阻抗: $H_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} = \frac{1}{Y_{11}}$;

正向电流传输比: $H_{21} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} = \frac{Y_{21}}{Y_{11}}$;

开路参数:

$$\text{反向电压传输比: } H_{12} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \Big|_{i_1=0} = \frac{Z_{12}}{Z_{22}};$$

$$\text{输出导纳: } H_{22} = \frac{i_2}{\dot{U}_2} \Big|_{i_1=0} = \frac{1}{Z_{22}}.$$

10.2.4.3 互易网络与对称网络

互易二端口网络, $H_{12} = -H_{21}$;

对称二端口网络: $H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21} = 1$ 。

10.2.4.4 晶体管在小信号工作条件下的等效电路

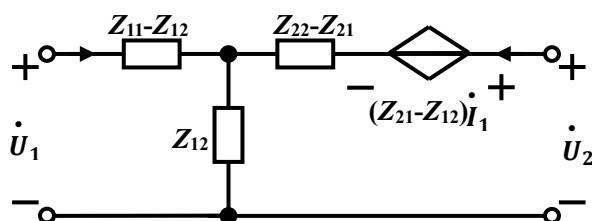
一般 $H_{12} = \mu_r$ 很小 (一般为 10^{-4} 量级) 可以忽略为 0, 所以有:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{be} \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ \beta & \frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_b \\ \dot{U}_{ce} \end{bmatrix}$$

R_1 : 输入电阻、较小; R_2 : 输出电阻、较大; β : 电流放大系数。

10.3 二端口网络的等效电路

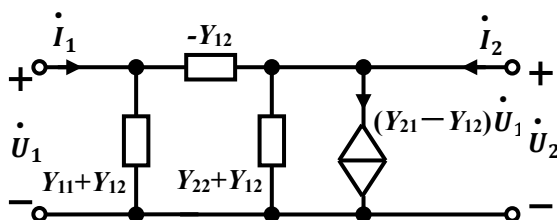
10.3.1 Z 参数 T 型等效电路



若二端口网络内不含受控源, 为互易网络, 则: $Z_{12} = Z_{21}$;

若二端口网络为对称二端口网络, 则等效电路也是对称的。

10.3.2 Y 参数 π 型等效电路



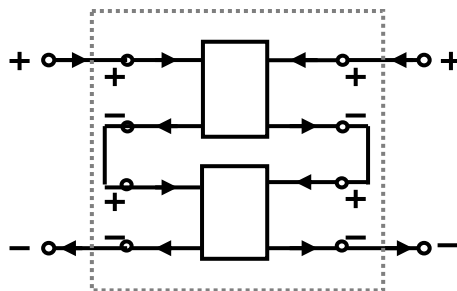
若二端口网络内不含受控源, 为互易网络, $Y_{12} = Y_{21}$;

若二端口网络为对称二端口网络，则等效电路也是对称的。

10.4 二端口的联接

10.4.1 串联

两个二端口同一侧的端口流过同一个电流：

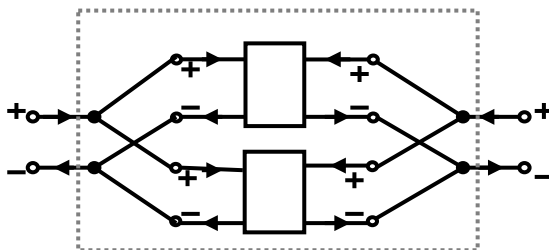


如果串联后两个二端口仍能保持端口约束条件，这两个二端口仍然是独立的，那么，总的双口网络的 Z 参数应等于这两个双口网络 Z 参数相加。

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_a + \mathbf{Z}_b$$

10.4.2 并联

两个二端口同一侧端口相应端子联接在一起，所加电压相同：

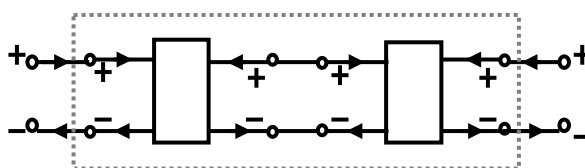


若两个双口网络并联后仍能各自保持端口约束条件，那么总的 Y 参数等于各自 Y 参数之和。

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_a + \mathbf{Y}_b$$

10.4.3 级连

一个二端口的输出端口联接另一个二端口的输入端口。



实际电路中双口网络最常用的是级联。**级联时端口约束条件是自动满足的**。各双口网络本身是独立的。双口网络级联后总的传输参数 \mathbf{T} 等于各网络传输参数 \mathbf{T} 之乘积。

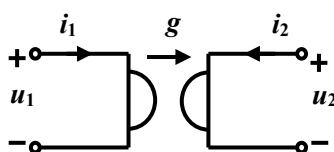
$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_a \mathbf{T}_b$$

多级链联: $\mathbf{T} = \prod_{k=1}^n \mathbf{T}_k$ 。

注: 两个二端口网络串联或并联成一个新的二端口网络后, 并不一定满足端口约束条件。

10.5 回转器和负阻抗变换器

10.5.1 回转器

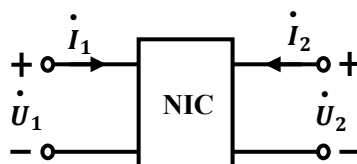


$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 0 & g \\ -g & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 0 & -r \\ r & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & r \\ g & 0 \end{bmatrix}$ 。其中 $g = \frac{1}{r}$, g 为回转电导/回转常数, r 为回转电阻。

在回转器 2 端口接一个电容, 从 1 端口看, 等效于一个 $L = \frac{C}{g^2} = r^2 C$ 的电感。

从一个端口输入的功率等于从另一个端口输出的功率, 回转器本身无功耗。

10.5.2 负阻抗变换器 NIC



其端口特性可以用 \mathbf{T} 参数来描述:

a 型(电流反向型 NIC): $\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix}$, $Z_1 = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{U}_2}{k\dot{I}_2} = -\frac{1}{k} \left(\frac{\dot{U}_2}{-\dot{I}_2} \right) = -\frac{1}{k} Z_2$;

b 型(电压反向型 NIC): $\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix}$, $Z_1 = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{-k\dot{U}_2}{-\dot{I}_2} = -kZ_2$ 。