西南交通大学 2018—2019 学年第（ 一 ）学期考试试卷

课程代码 1271046 课程名称 高等数学 BI（A 卷） 考试时间 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	总成绩
得分						

阅卷教师签字：________________

密封装订线 姓名________ 密封装订线 学号________ 密封装订线 班级________

一. 选择题（每小题 4 分，共 16 分）

1、若函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\cos x}{x+2}, & x>0,\\ 1, & x=0,\\ \dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{a-x}}{x}, & x<0,\end{cases}$ 有可去间断点 $x=0$，则 $a=$（　　）.

（A） 0　　（B） $\dfrac{1}{4}$　　（C） $\dfrac{1}{2}$　　（D） 1

2、下列各积分中积分值不为 0 的是（　　）.

（A） $\int_{-\pi}^{\pi} x\cos x\mathrm{d}x$　　（B） $\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\dfrac{x^2}{1+\cos x}\mathrm{d}x$

（C） $\int_{0}^{2\pi}\sin^5 x\mathrm{d}x$　　（D） $\int_{-\pi}^{\pi}\dfrac{\sin x+\cos x}{2}\mathrm{d}x$

3、函数 $y=c_1e^x+c_2e^{-2x}+xe^x$ 满足的一个微分方程是：（　　）.

（A） $y''-y'-2y=3xe^x$　　（B） $y''-y'-2y=3e^x$

（C） $y''+y'-2y=3xe^x$　　（D） $y''+y'-2y=3e^x$

4、设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases}x=\dfrac{1}{3}t^3+t+\dfrac{1}{3},\\ y=\dfrac{1}{3}t^3-t+\dfrac{1}{3},\end{cases}$ 确定，关于 $y(x)$ 的极值以下正确的是（　　）.

（A）极大值是1，极小值是 $-\dfrac{1}{3}$　　（B）极大值是1和 $-\dfrac{1}{3}$

（C）极大值是 $-\dfrac{1}{3}$，极小值是1　　（D）极小值是1和 $-\dfrac{1}{3}$

二. 填空题（每小题 4 分，共 20 分）

5、当 $x\to 0$ 时，$(1-\cos x)\ln(1+x^2)$ 是比 $x\sin^n x$ 高阶的无穷小，而 $x\sin^n x$ 是比 $e^{x^2}-1$ 高阶的无穷小，则正整数 $n=$ ________.

6、曲线 $xy=1$ 在点 $(1,1)$ 处的曲率为________.

7、若$\int f'(x^3)\mathrm{d}x = x^3 + C$，则 $f(x) =$__________________.

8、曲线 $y = xe^{2x}$ 的拐点是__________________.

9、$\int_0^{+\infty} \dfrac{x\mathrm{d}x}{\left(1+x^2\right)^2} =$__________________.

三. 计算题（每小题 7 分，共 28 分）

10、计算极限$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\int_0^x \left[\ln(1+t) - t\right]\mathrm{d}t}{x - \sin x}$.

11、设 $y = x\arctan x - \ln\sqrt{1+x^2}$，求 $\mathrm{d}y\big|_{x=\sqrt{3}}$.

12、计算不定积分 $I = \int \dfrac{3\mathrm{d}x}{x + \sqrt{x+2}}$.

13、设函数 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{1+\cos x}, & -\pi < x < 0, \\ xe^{-x^2}, & x \ge 0, \end{cases}$ 计算定积分 $I = \int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

四. 解答题（14、15 小题每题 10 分，16 小题 11 分，共 31 分）

14、若连续函数 $f(x)$ 满足关系式 $f(x) = \int_0^{2x} f(\dfrac{t}{2})\mathrm{d}t + 3e^x$，求 $f(x)$.

15、计划建造一粮仓，下部为圆柱体，上部为半球体，圆柱底面圆半径与半球半径相同.圆柱表面积（不含顶面）的材料单价为 a 元/ m^2，半球体表面积（不含底面）的材料单价为 $2a$ 元/ m^2，且粮食只存储于圆柱体部分，规定储量为 $b\mathrm{m}^3$，问如何设计尺寸使造价最低？（球的表面积为 $4\pi r^2$，r 为半径）

16、设曲线 $y = \ln x$，

(1) 求该曲线过原点的切线；

（2）求上述切线与曲线及 x 轴所围图形的面积；

（3）求（2）中平面图形绕 x 轴旋转而成的旋转体体积.

五. 证明题（第 17 题 5 分，共 5 分）

17、设函数 $f(x)$ 在$[a,b]$上连续，其中 $a > 0$，且$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = 0$，证明：存在点 $\xi \in (a,b)$ 使得 $\xi f(\xi) + \int_\xi^b f(x)\mathrm{d}x = 0$.