

小结：第三节 狭义相对论时空观

- 揭示出时间、空间彼此关联，并与物质、运动密不可分，形成四维时空概念：不是“时间 + 空间”，而是“时间 — 空间”统一体。
- 不同惯性系中的观察者有各自不同的时空观念，不存在对所有观察者都相同的绝对时间和绝对空间。
- 由洛仑兹变换给出不同惯性系中观察者时空观念的关联。

不同惯性系中观察者时空观念的关联

事件	S 系 $I(x_1, t_1)$ $II(x_2, t_2)$	S' 系 $I(x'_1, t'_1)$ $II(x'_2, t'_2)$
变换	$x = \gamma(x' + ut')$ $t = \gamma\left(t' + \frac{u}{c^2} x'\right)$	$x' = \gamma(x - ut)$ $t' = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2} x\right)$
事件空间间隔	$\Delta x = \gamma(\Delta x' + u\Delta t')$	$\Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t)$
事件时间间隔	$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{u}{c^2} \Delta x'\right)$	$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{u}{c^2} \Delta x\right)$

注意：

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} > 1$$

“同时”的相对性：

一个惯性系中的同时、同地事件，在其它惯性系中必为同时事件；一个惯性系中的同时、异地事件，在其它惯性系中必为不同同时事件。

时间量度的相对性：

- 在一切时间测量中，原时最短。那么从相对事件发生地运动的参考系中测量出的时间总比原时长（时间膨胀）。
- 每个参考系中的观测者都会认为相对自己运动的钟比自己的钟走得慢（动钟变慢）。

空间量度的相对性：

空间间隔的测量是相对的，物体的长度与惯性系的选择有关；**在一切长度测量中原长最长**，那么在其它惯性系中测量相对其运动的尺，总得到比原长小的结果（**动尺缩短**）。

长度、时间：不仅是事物本身的属性，而且反映了观察者与事物的相互关系。

钟慢尺缩是洛仑兹变换的特例：

$$\begin{array}{ccccc} \Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2} \Delta x) & & \Delta t = \gamma(\Delta t' + \frac{u}{c^2} \Delta x') \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{非原时} & \text{原时} & 0 & \text{非原时} & \text{原时} & 0 \end{array}$$

在一切时间测量中，**原时最短！**

$$\begin{array}{ccccc} \Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t) & & \Delta x = \gamma(\Delta x' + u\Delta t') \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{原长} & \text{观测长度} & 0 & \text{原长} & \text{观测长度} & 0 \end{array}$$

在一切长度测量中，**原长最长！**

习题课

例1 (P₁₇₉ 8.13):

在惯性系 K 中, 有两个事件同时发生在 x 轴上相距1000m的两点, 而在另一惯性系 K' (沿 x 轴方向相对于 K 系运动)中测得这两个事件发生的地点相距2000m。求在 K' 系中测这两个事件的时间间隔。

已知: $\Delta x = 1000\text{m}$, $\Delta t = 0$, $\Delta x' = 2000\text{m}$

求: $\Delta t' = ?$

思路: $\gamma \rightarrow u \rightarrow \Delta t'$

解: 由洛伦兹变换得: $\Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t)$

$$\text{由题意: } \gamma = \frac{\Delta x'}{\Delta x} = \frac{2000}{1000} = 2$$

$$\text{由 } \gamma = 1 / \sqrt{1 - (\frac{u}{c})^2} \text{ 得 } u = \frac{\sqrt{3}}{2}c$$

由洛伦兹变换得：

$$\begin{aligned}\Delta t' &= t'_2 - t'_1 = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2} \Delta x) = -\frac{\gamma u \Delta x}{c^2} \\ &= -2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1000}{3 \times 10^8} = -5.77 \times 10^{-6} (\text{s})\end{aligned}$$

负号的意义是什么？ 在 K' 系中，事件2先发生

例2 (P₁₇₈ 8.1 (3)) :

宇宙飞船相对地球以 $0.8c$ 飞行，一光脉冲从船尾传到船头，飞船上的观察者测得飞船长 90m ，地球上的观察者测得光脉冲从船尾传到船头两事件的空间间隔是：

(A) 30 m (B) 54 m (C) 270 m (D) 90 m

解：设飞船系为 s' ，地球系为 s ，飞船系中

$$\Delta x' = 90 \quad \Delta t' = 90/c$$

由洛仑兹变换，地球系中：

$$\Delta x = \gamma(\Delta x' + u\Delta t') = \frac{1}{\sqrt{1-0.8^2}} \left(90 + 0.8c \times \frac{90}{c} \right) = 270\text{m}$$

因此：应选(c)

例3. 地面上一个短跑选手用10 s跑完100 m，问在与运动员同方向上以 $u=0.6c$ 运动的飞船中观测，这个选手跑了多远距离？用了多少时间？

	地球系 S	飞船系 S'
事件I:起跑	(x_1, t_1)	(x'_1, t'_1)
事件II:到终点	(x_2, t_2)	(x'_2, t'_2)

思考：有原时和原长吗？

s 中： $\Delta x = x_2 - x_1 = 100\text{m}$ 为原长 $\Delta t = t_2 - t_1 = 10\text{s}$ 非原时。

s' 中： $\Delta x' = x'_2 - x'_1$ 非观测长度 $\Delta t' = t'_2 - t'_1$ 非原时

解：由洛仑兹变换得：

$$\begin{aligned}\Delta x' &= \gamma(\Delta x - u\Delta t) \\ &= 1.25 \times (100 - 0.6c \times 10) = -2.25 \times 10^9 \text{ (m)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta t' &= \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2} \Delta x) \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{0.6c}{c})^2}} (10 - \frac{0.6c}{c^2} \times 100) \approx 12.5 \text{ s}\end{aligned}$$

在飞船中的观察者看来，选手用12.5秒时间反向跑了 2.25×10^9 米。

例4 (P₁₇₉ 8.11) :

一宇宙飞船的船身固有长度为 $L_0 = 90\text{m}$, 相对地面以 $v = 0.8c$ 的匀速率在一观测站的上空飞过。

- (1) 宇航员测得飞船的船身通过观测站的时间间隔是多少?
- (2) 观测站测得飞船的船身通过观测站的时间间隔是多少?

解：(1) 宇航员测得飞船船身通过观测站的时间间隔

$$\Delta t' = \frac{L_0}{v} = \frac{90}{0.8 \times 3 \times 10^8} = 3.75 \times 10^{-7} (\text{s})$$

—— 非原时


(2) 观测站测得飞船的船身通过观测站的时间间隔 Δt 为原时，则：

$$\Delta t = \frac{1}{\gamma} \Delta t' = \sqrt{1 - 0.8^2} \times 3.75 \times 10^{-7} = 2.25 \times 10^{-7} (\text{s})$$

练习1 (P₁₇₈ 8.1(1)):

一火箭的固有长度为 L ，相对于地面匀速直线运动的速率为 v_1 ，火箭上的人从火箭后端向位于前端的靶发射子弹，子弹相对于火箭的速率为 v_2 ，在火箭上测得子弹从射出到击中靶的时间间隔是：

(A) $\frac{L}{v_1 + v_2}$;

(B) $\frac{L}{v_2}$; 

(C) $\frac{L}{v_2 - v_1}$;

(D) $\frac{L}{v_1 \sqrt{1 - v_1^2/c^2}}$.

练习2:

某宇宙飞船以 $0.8c$ 的速度离开地球，若地球上接收到它发出的两个信号之间的时间间隔为 $10s$ ，则宇航员测出的相应的时间间隔为：



(A) $6s$

(B) $8s$

(C) $10s$

(D) $16.7s$

解： $\Delta t = 10$ 为非原时； $\Delta t'$ 为原时

$$\Delta t' = \frac{1}{\gamma} \Delta t = 10 \sqrt{1 - 0.8^2} = 6(s)$$

练习3 (P₁₇₈ 8.2(2)):

牛郎星距地球16光年，宇宙飞船若以速率 $v =$ _____
匀速飞行，将用4年时间（飞船钟）抵达牛郎星。

解：飞船时为原时 $\Delta t' = 4$ 年

地球时为观测时 $\Delta t = \frac{16\text{光年}}{v} = \frac{16c}{v}$ 年

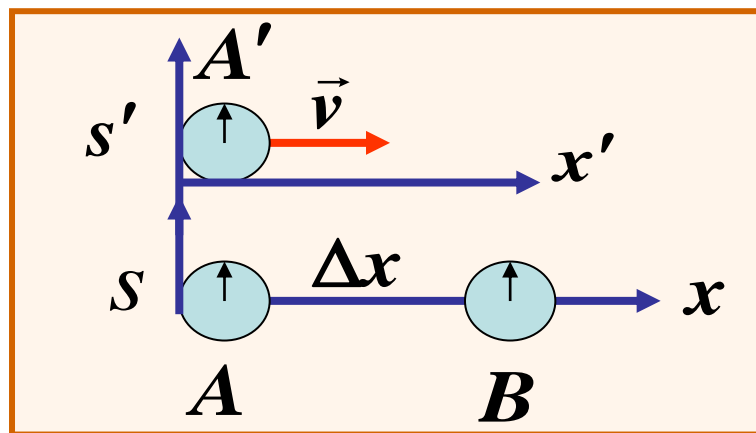
由 $\Delta t = \gamma \Delta t'$

$$\text{得: } \frac{16c}{v} = \frac{4}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

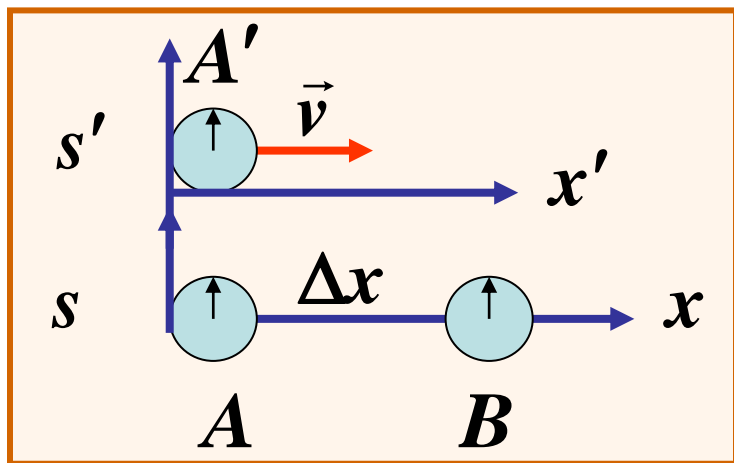
$$\therefore v = \sqrt{\frac{16}{17}} \cdot c \approx \underline{2.91 \times 10^8 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1})}$$

练习4 (P₁₆₁ 例2):

在 S 系中的 x 轴上距离为 Δx 处有两个同步的钟 A 和 B ，在 S' 系中的 x' 轴上有一个同样的钟 A' 。设 S' 系相对于 S 系的速度为 v ，沿 x 方向，且当 A' 与 A 相遇时，两钟的读数均为零。那么，当 A' 钟与 B 钟相遇时，在 S 系中 B 钟的读数是_____；此时在 S' 系中 A' 钟的读数是_____。



解:

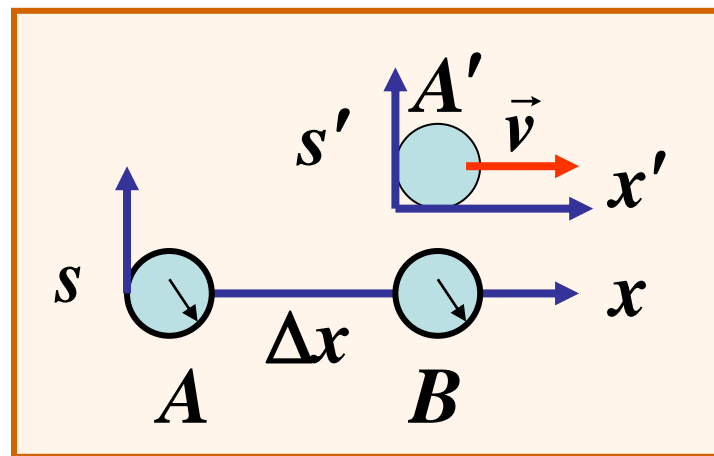


事件 I : $t_1 = t'_1 = 0$

$$\Delta t = t_2 = \frac{\Delta x}{v} \longrightarrow \text{非原时}$$

$$\Delta t' = \frac{1}{\gamma} \Delta t = \sqrt{1 - v^2/c^2} \cdot \frac{\Delta x}{v}$$

答案: B 钟读数 $\frac{\Delta x}{v}$; A' 钟读数: $\sqrt{1 - v^2/c^2} \cdot \frac{\Delta x}{v}$



事件 II : $t_2 = \Delta t$; $t'_2 = \Delta t'$

$$\Delta t' = t'_2 \longrightarrow \text{原时}$$