

西南交通大学 2020—2021 第 1 学期期中测试卷

课程代码 MATH000112 课程名称 线性代数 B 考试时间 90 分钟

题号	一	二	三	四	总成绩
得分					

阅卷教师签字：_____

一. 选择题 (每题 5 分, 共 20 分)

1. 设有 n 阶方阵 A 与 B 等价, 则 ().

- (A) $|A| = |B|$ (B) $|A| \neq |B|$
 (C) 若 $|A| \neq 0$, 则必有 $|B| \neq 0$ (D) $|A| = -|B|$

2. 行列式 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$, 则行列式 $\begin{vmatrix} 3a_{11} & 4a_{11} - a_{12} & -a_{13} \\ 3a_{21} & 4a_{21} - a_{22} & -a_{23} \\ 3a_{31} & 4a_{31} - a_{32} & -a_{33} \end{vmatrix} = ()$.

- (A) $12D$ (B) $-12D$ (C) $-3D$ (D) $3D$

3. 多项式 $f(x) = \begin{vmatrix} x & 2x & -x & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ 的常数项是 ().

- (A) 4 (B) 2 (C) -2 (D) -4

4. 设 A, B 均为 n 阶可逆方阵, 则下列关系正确的是 ().

- (A) $(A^3)^{-1} = (A^{-1})^3$ (B) $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$
 (C) $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ (D) $(kA)^{-1} = kA^{-1} (k \neq 0)$

二. 填空题 (每题 5 分, 共 20 分)

5. 在 5 阶行列式 $D = \det(a_{ij})$ 中, 含有 $a_{13}a_{34}a_{51}$ 且带有负号的项是_____.

6. 设 3 阶矩阵 A 的伴随矩阵为 A^* , 且 $|A| = \frac{1}{2}$, 则 $|A^{-1} + 2A^*| =$ _____.

7. 设 $\alpha^T = (1, -1, 2)$, $\beta^T = (-1, 1, 1)$, $A = E + \alpha\beta^T$, 则 $A^n =$ _____.

8. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^9 \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{10} =$ _____.

三、计算题 (每题 12 分, 共 48 分)

9. 已知 A_{ij} 和 M_{ij} 为如下行列式 D 中 a_{ij} 的代数余子式和余子式,

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 3 \end{vmatrix},$$

(1) 计算 $A_{41} + A_{42} + A_{43} + A_{44}$

(2) 计算 $M_{41} - M_{42} + M_{43} - 2M_{44}$

10. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1-x & x & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1-x & x & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1-x & x & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-x & x \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1-x \end{vmatrix}.$

11. 求解矩阵方程 $X \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ -3 & 3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$

12. 当 λ 取何值时, 线性方程组 $\begin{cases} \lambda x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + \lambda x_2 - 2x_3 = 1 \\ -3x_1 + 4x_2 + \lambda x_3 = 1 \end{cases}$ 有唯一解; 无解; 无穷多解.

并在有无穷多解时求出所有的解.

四、证明题 (每题 6 分, 共 12 分)

13. 设 $A = E - 2\alpha\alpha^T$, 其中 α 为 n 维向量, 且 $\alpha^T\alpha = 1$. 证明:

(1) A 是对称矩阵; (2) $A^2 = E$

14. 设 A, B 均为 n 阶非零矩阵, 且 $AB = O$, 证明 $R(A) < n$ 且 $R(B) < n$.