习题 1

一、填空题（每空 2 分，共 16 分）

1、某数字通信系统以四进制传输时的信息速率为 4 kbps，则传输每个码元所需要的时间为 **0.5 ms** 。

2、某数字传输系统在 1 分钟内传送的信息量为 3600 kbit，则采用 16 进制传输时，1 s 内传送 **15000** 个码元。

3、某数字传输系统的频带利用率 η_s=1.2 Bd/Hz，传输带宽 B =3.5 kHz，则该系统的码元速率为 **4.2 kBd** 。

4、若数字通信系统传送 256 进制码元，已知系统传输带宽为 10 kHz，码元频带利用率 η_s=1 Bd/Hz，则每秒传送的信息量为 **80 kbit** 。

5、一个二进制数字通信系统的误码率为 10^{-6}，已知码元速率为 10 kBd，则连续发送一小时，接收端共接收到 **36** 个错误码元。

6、某数字通信系统以 2 kBd 的速率传输 16 进制符号，传输 1 s 时间共检测到 4 bit 错误，则误信率为 **5×10^{-4}** 。

7、已知单脉冲信号持续的时间为 2 ms，则其谱零点带宽为 **500 Hz** 。

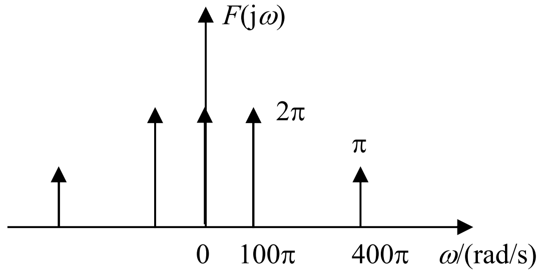
8、已知信道引入高斯白噪声的单边功率谱密度为 1×10^{-6} W/Hz，通过带宽为 2 kHz 的 BPF 后，输出噪声的功率为 **2 mW** 。

二、简单分析题（共 50 分）

1、已知信号 $f(t)$的幅度谱和相位谱如图所示。（**10 分**）

（1）直接写出信号的时间表达式（不用推导）；

（2）求信号的带宽 B。



解：（1） $f(t)=1+2\cos(100\pi t)+\cos(400\pi t)$

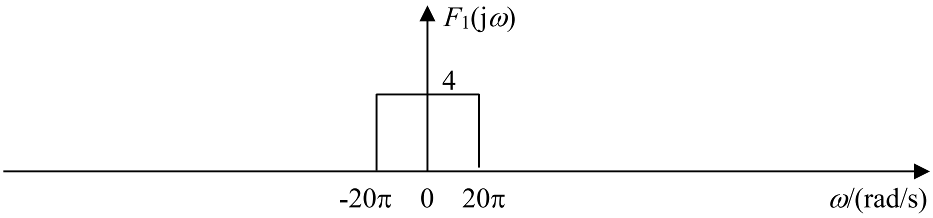
（2） $B=400\pi/(2\pi)=200\ \text{Hz}$

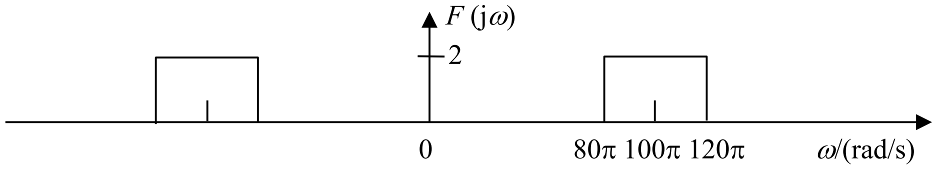
2、已知信号 $f(t)=4\dfrac{\sin(20\pi t)\cos(100\pi t)}{\pi t}$，分析并画出其频谱图。 （**10** 分）

解：$f(t)=80\dfrac{\sin(20\pi t)\cos(100\pi t)}{20\pi t}=f_1(t)\cos(100\pi t)$

其中 $f_1(t)=80\dfrac{\sin(20\pi t)}{20\pi t}=80\mathrm{Sa}(20\pi t)\leftrightarrow F_1(\mathrm{j}\omega)=80\dfrac{\pi}{20\pi}g_{40\pi}(\omega)=4g_{40\pi}(\omega)$

则根据傅里叶变换的频移性质得到 ***f*(*t*)**的频谱如图所示。



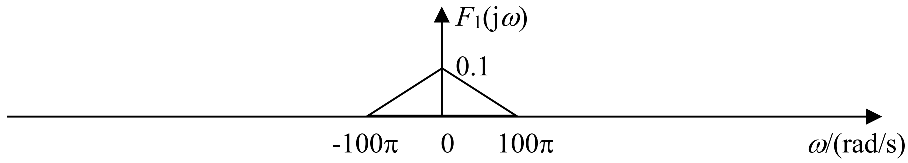


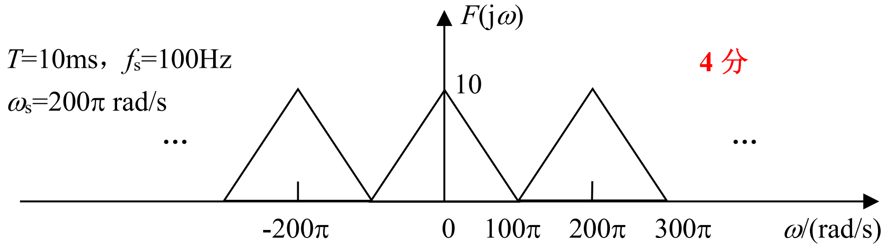
参数标注错误酌情扣分。

3、已知信号 $f(t)=5\mathrm{Sa}^2(50\pi t)\delta_T(t)$，分析并分别画出当 $T=10$ ms、20ms 时 $f(t)$的频谱图。提示：抽样的概念及抽样定理。 （**10** 分）

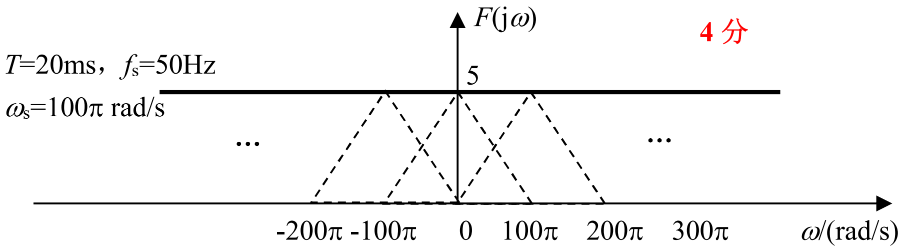
解：设 $f_1(t)=5\mathrm{Sa}^2(50\pi t)$，则其频谱 $F_1(\mathrm{j}\omega)$如图所示。

***f*(*t*)是由 *f*₁(*t*)采样得到的，其频谱是 $F_1(\mathrm{j}\omega)$以 $\omega_s=2\pi/T$ 为间隔周期延拓。**





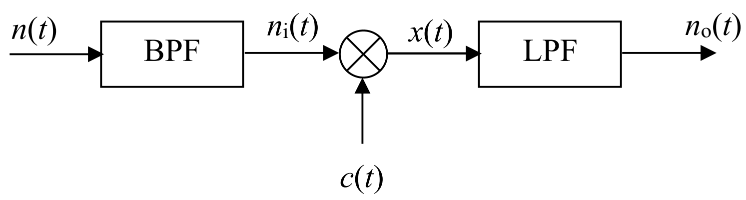
4 分



4 分

参数标注错误酌情扣分。

4、如图所示系统，已知输入 $n(t)$为高斯白噪声，其单边功率谱密度为 1 μW/Hz。理想带通滤波器 BPF 的带宽为 2 kHz，中心频率为 10 kHz；$c(t)=\cos(20\times10^3\pi t)$。理想低通滤波器 LPF 的带宽为 1 kHz。分别用时域和频域**两种方法**求输出噪声 $n_o(t)$的功率 N_o 。 （**20** 分）



解：时域方法。（**10** 分）

BPF 的输出为窄带高斯白噪声，设 $n_i(t)=N_I(t)\cos(\omega_0 t)-N_Q(t)\sin(\omega_0 t)$

则 $\overline{n_i^2(t)}=\overline{N_I^2(t)}=\overline{N_Q^2(t)}=n_0 B=1\times2=2\ \text{mW}$

乘法器输出 $x(t)=n_i(t)c(t)=\dfrac{1}{2}N_I(t)[1+\cos(2\omega_0 t)]-\dfrac{1}{2}N_Q(t)\sin(2\omega_0 t)$

经低通滤波后得到 $n_o(t)=\dfrac{1}{2}N_I(t)$

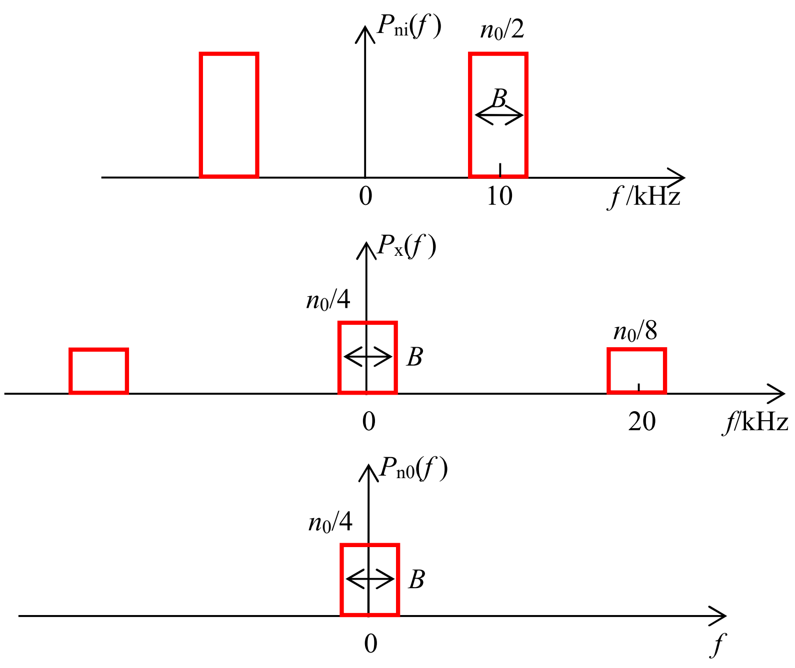
则 $N_o=\overline{\left[\dfrac{1}{2}N_I(t)\right]^2}=\dfrac{1}{4}\overline{N_I^2(t)}=0.5\ \text{mW}$

频域方法。 （**10** 分）

各信号的功率谱如图所示。其中，$\boldsymbol{n_0=1\mu W/Hz}$，$\boldsymbol{B=2kHz}$，$\boldsymbol{f_0=\omega_0/(2\pi)}$。

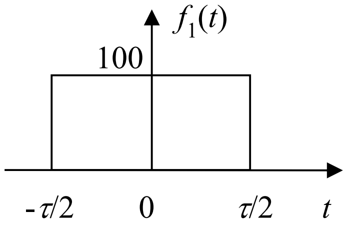
则输出噪声 $\boldsymbol{n_o(t)}$的功率为

$$N_o=\int_{-\infty}^{\infty}P_{no}(f)\mathrm{d}f=\frac{1}{4}n_0 B=0.5\ \text{mW}$$



三、综合分析计算题（每小题 **17** 分，共 **34** 分）

1、如图所示单脉冲信号 $f_1(t)$，已知脉冲宽度 $\tau = 2$ ms。



（1）用如下傅里叶变换的定义推导 $f_1(t)$的频谱 $F_1(f)$：

$$F_1(f) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi ft}\mathrm{d}t$$

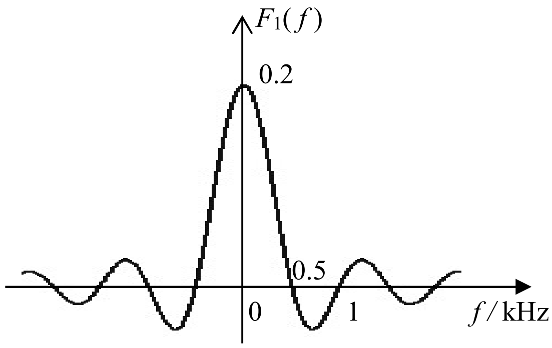
（2）粗略画出该信号的频谱图，并分析计算信号的第一谱零点带宽 B_1。

（3）分析并画出 $f_2(t)=f_1(t)\cos(2\pi f_c t)$的频谱 $F_2(f)$波形，并计算其第一谱零点带宽 B_2。其中 $f_c = 10$kHz。

解 **（1）根据傅里叶变换的定义得到** **（3 分）**

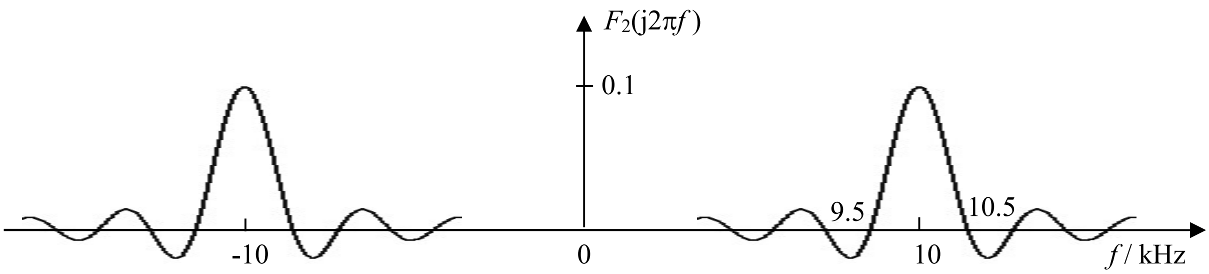
$$F_1(\mathrm{j}2\pi f) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi ft}\mathrm{d}t = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} 100\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi ft}\mathrm{d}t = 100\tau\mathrm{Sa}(\pi f\tau) = 0.2\mathrm{Sa}(0.002\pi f)$$

（2）频谱图如图所示。 **（5 分）**



由频谱图求得带宽 $B_1 = 0.5$ kHz。 **（2 分）**

（3）根据傅里叶变换的频移性质得到频谱图如图所示。（5 分）



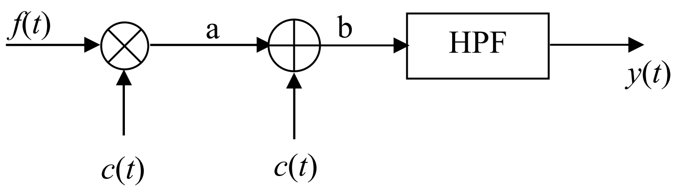
由频谱图求得带宽 $B_2 = 1$ kHz。 **（2 分）**

2、如图（a）所示系统，其中理想高通滤波器 HPF 的截止频率为 55 Hz，$f(t)$的频谱如图（b）所示，$c(t)$=cos100πt。

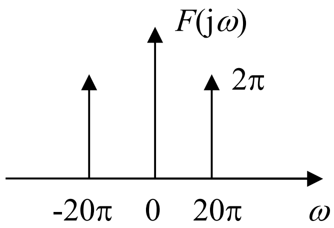
（1）分析并画出图中 a、b 点信号和 $y(t)$的频谱。

（2）求输出信号 $y(t)$的时间表达式。

（3）画出信号 $y(t)$的功率谱图 $P(f)$，并根据功率谱求其平均功率 P。

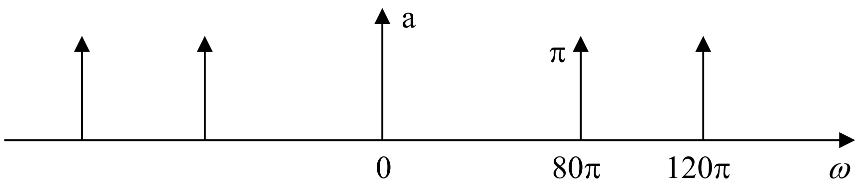


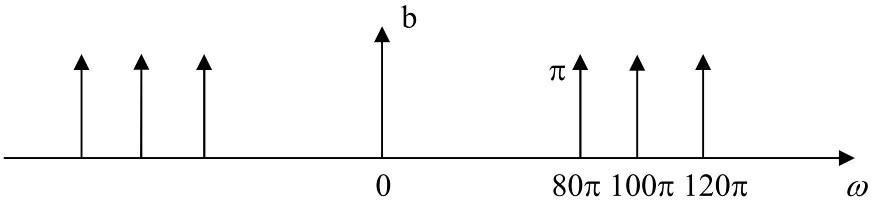
（a）

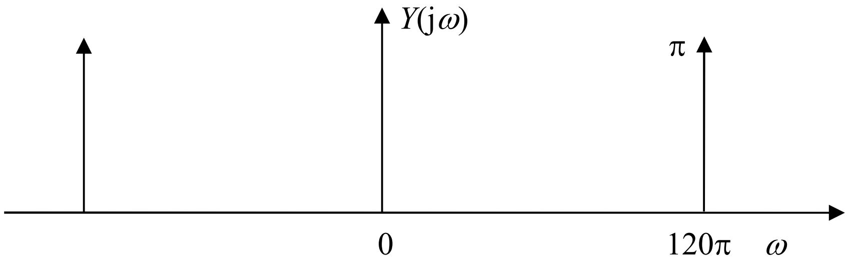


（b）

解 （1）各信号频谱如图所示。（每个图 3 分）

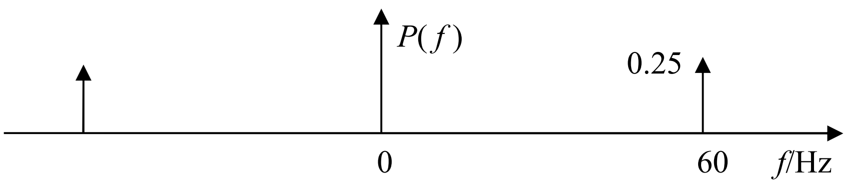






（2）由 $Y(\mathrm{j}\omega)$ 取傅里叶反变换得到 $y(t)=\cos 120\pi t$ 2 分

（3）功率谱如图所示。



3 分

由功率谱图求得 $P=\int_{-\infty}^{\infty}P(f)\mathrm{d}f=0.25\int_{-\infty}^{\infty}[\delta(f-60)+\delta(f+60)]\mathrm{d}f=0.5\ \mathrm{W}$ 3 分