习 题 6

6.1 用 z 变换的定义求以下序列的 z 变换。

① $2\delta(k-3)$ ② $0.7u(k-5)$ ③ $k\left[u(k-1)-u(k-4)\right]$ ④ $(0.3k-0.5)\left[u(k)-u(k-3)\right]$

⑤ $\sum_{m=0}^{\infty}(0.3)^m\delta(k-2m)$ ⑥ $\sum_{m=0}^{\infty}u(m)\delta(k-2m)$ ⑦ $\sum_{m=0}^{\infty}\cos\left(\frac{\pi}{2}m\right)\delta(k-2m)$ ⑧ $\sum_{m=0}^{\infty}(a)^m\delta(k-2m-1)$

6.2 求下列序列的单边 z 变换。

① $\delta(k)+\delta(k-1)$ ② $u(k)+u(k-2)$ ③ $(-0.5)^k$ ④ $2^k u(k)+2^k u(k-1)$ ⑤ k

⑥ $k\left[u(k)-u(k-2)\right]$ ⑦ $k(-0.3)^k$ ⑧ $\cos\left(\frac{\pi}{3}k\right)$ ⑨ $2\sin\left(\frac{\pi}{2}k\right)$ ⑩ $\sin\left(\frac{\pi}{3}k+\frac{\pi}{6}\right)$

⑪ $k\cos(2k\pi)$ ⑫ $k\sin\left(\frac{\pi}{2}k\right)$ ⑬ $(0.2)^k\sin\left(\frac{\pi}{2}k\right)u(k)$ ⑭ $(0.5)^k\cos(\pi k)u(k)$

6.3 用 z 变换的时域卷积性质计算下列各题。

① $(-2)^k u(k)*3^k u(k)$ ② $(0.2)^k u(k)*(0.2)^k u(k)$

③ $(0.5)^k u(k)*ku(k-2)$ ④ $(4)^k*\left[u(k-1)-u(k-3)\right]$

6.4 用 z 变换的时域卷积定理证明：$\sum_{i=0}^{k}f(k)\Leftrightarrow\frac{z}{z-1}F(z)$。

6.5 已知因果序列 $f(k)$ 的 z 变换 $F(z)$，用初值定理和终值定理求 $f(0)$、$f(\infty)$。

① $F(z)=\dfrac{z^2+2z+1}{\left(z+\frac{1}{3}\right)\left(z-\frac{1}{2}\right)}$ ② $F(z)=\dfrac{z^2-2}{(z-0.4)(z+0.3)(z-0.9)}$

6.6 求下列函数 $F(z)$ 的单边 z 反变换。

① $F(z)=\dfrac{z}{z+0.2}$ ② $F(z)=\dfrac{z}{(z+1)(z+2)}$ ③ $F(z)=\dfrac{1}{z+0.5}$ ④ $F(z)=\dfrac{z}{z^2+1}$

⑤ $F(z)=\dfrac{z(3+e^2)}{(z+e^2)(z-3)}$ ⑥ $F(z)=\dfrac{(z+0.5)^2}{z^2}$ ⑦ $F(z)=\dfrac{z(2z+1)}{(z-1)(z^2+5z+6)}$

⑧ $F(z)=\dfrac{z^2+2}{(z-3)^3}$ ⑨ $F(z)=\dfrac{z}{(z+0.5)^2}$ ⑩ $F(z)=\dfrac{z(z^2-2.5z-0.75)}{(z+0.5)^2(z-1)}$

6.7 若序列 $f(k)$ 的象函数如下，用长除法求 $f(0)$、$f(1)$、$f(2)$ 的值。

① $F(z)=\dfrac{z}{z+0.2}$ ② $F(z)=\dfrac{1+2z+2z^2}{(z+2)(z+3)}$ ③ $F(z)=\dfrac{z^2-2}{(z-1)^2}$

6.8 利用级数展开式 $\ln(1-\lambda)=-\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k}(\lambda)^k$，其中 $|\lambda|<1$，求下列 $F(z)$ 的 z 反变换。

① $F(z)=\ln\left(\dfrac{z}{z-2}\right)$ ② $F(z)=\ln\left(\dfrac{z}{z+0.4}\right)$ ③ $F(z)=\ln\left(\dfrac{z+3}{z}\right)$ ④ $F(z)=\ln\left(\dfrac{z-0.5}{z}\right)$

6.9 利用 z 变换求解下列差分方程的解。

① $y(k)+3y(k-1)=0$，初始值 $y(-1)=3$。 ② $y(k+1)+2y(k)=0$，初始值 $y(0)=1$。

③ $y(k+2)+y(k+1)-2y(k)=0$，初始值 $y(0)=0$、$y(1)=1.5$。

④ $y(k)+0.2y(k-1)-0.03y(k-2)=0$，初始值 $y(0)=1$、$y(1)=0.5$。

⑤ $y(k+2)+3y(k+1)+2y(k)=f(k)$，初始值 $y(0)=0$、$y(1)=1$，输入序列 $f(k)=u(k)$。

⑥ $y(k)+5y(k-1)+6y(k-2)=f(k)+2f(k-1)$，初始值 $y(-1)=0$、$y(-2)=\frac{1}{6}$，输入序列 $f(k)=2\times3^k u(k)$。

6.10 已知各离散系统的差分方程，求各系统的系统传递函数和单位响应。

① $y(k)-0.6y(k-1)=f(k)$ ② $y(k+1)+0.1y(k)=f(k)$

③ $y(k)+0.4y(k-1)+0.04y(k-2)=f(k-1)$ ④ $y(k+2)+0.2y(k+1)-0.03y(k)=f(k+1)+0.2f(k)$

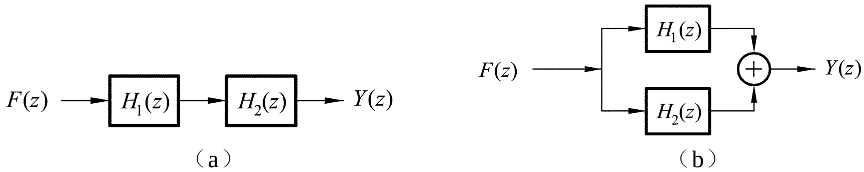
6.11　已知一离散系统的单位响应 $h(k)=(-0.6)^k u(k)$：

① 如果系统是一个一阶系统，请写系统向后形式的差分方程。

② 如果系统是一个二阶系统，请写系统向后形式的差分方程。

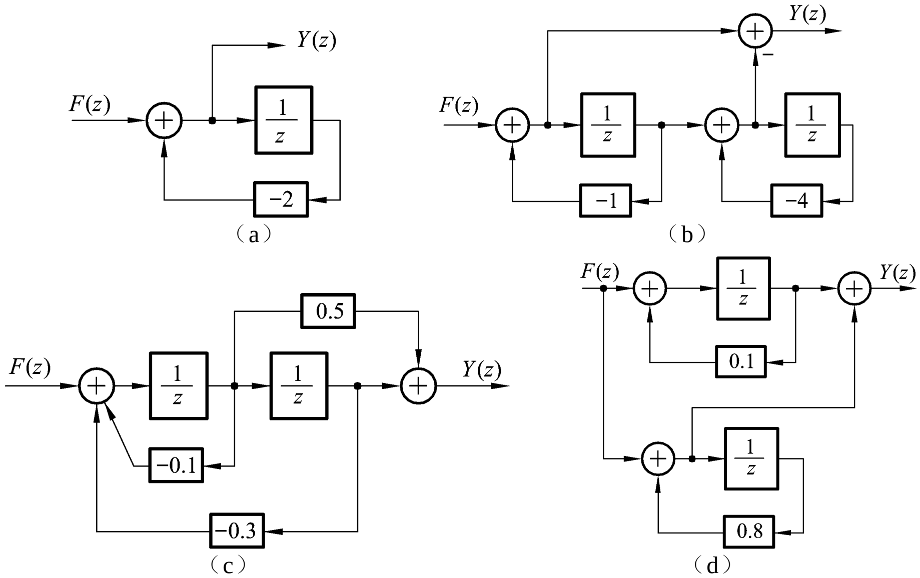
6.12　① 题 6.12 图（a）所示的离散系统是由两个子系统级联组成，试证明系统传递函数 $H(z)=H_1(z)H_2(z)$。

② 题 6.12 图(b)所示的离散系统是由两个子系统并联组成，试证明系统传递函数 $H(z)=H_1(z)+H_2(z)$。



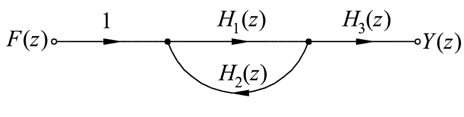
题 **6.12** 图

6.13　求题 6.13 图所示系统的系统传递函数。



题 **6.13** 图

6.14　题 6.14 图所示系统中，$H_1(z)=\dfrac{z}{z+2}$，$H_2(z)=\dfrac{z}{z+1}$，$H_3(z)\ =\dfrac{3z+2}{(z+2)(z+3)}$，求该系统的系统传递函数和单位响应。



题 **6.14** 图

6.15　已知各离散系统的差分方程和输入序列，求系统的零状态响应。

① $y(k)+0.1y(k-1)=f(k)$，输入序列 $f(k)=(-0.2)^k u(k)$。

② $y(k+1)+0.5y(k)=f(k)$，输入序列 $f(k)=(-0.5)^k u(k)$。

③ $y(k+1)+0.8y(k)=f(k)$，输入序列 $f(k)=0.2k(-1)^k u(k)$。

④ $y(k)+0.1y(k-1)-0.2y(k-2)=f(k-1)+0.6f(k-2)$，输入序列 $f(k)=0.9(-0.6)^k u(k)$。

⑤ $y(k+2)+0.2y(k+1)-0.15y(k)=f(k+1)+0.2f(k)$，输入序列 $f(k)=(-0.2)^k u(k)$。

⑥ $y(k)+y(k-1)-6y(k-2)=f(k)+2f(k-1)$，输入序列 $f(k)=(-2)^k u(k)$。

6.16　已知一离散系统的单位响应是 $h(k)=\left[2\times(-0.2)^k-(-0.3)^k\right]u(k)$，输入序列是 $f(k)=(-0.4)^k u(k-1)$，求系统的零状态响应。

6.17　已知离散系统的输入序列是 $f(k)=(0.3)^k u(k)$，

系统的零状态响应 $y_{\mathrm{f}}(k)=\left[0.2^k+0.3^k-2\times0.4^k\right]u(k)$，求系统的单位响应。

6.18　已知离散系统的单位阶跃是 $g(k)=\left[-(3)^k+(-2)^k\right]u(k)$，求系统的单位响应。

6.19　已知离散系统的单位阶跃是 $g(k)=\left[(-0.5)^k-1\right]u(k)$，

若希望系统的零状态响应 $y_{\mathrm{f}}(k)=\left[4(-0.5)^k-3(-1)^k-1\right]u(k)$，求系统的输入序列。

6.20　已知二阶离散系统的初始条件是 $y_{\mathrm{x}}(0)=1$、$y_{\mathrm{x}}(1)=5$，当系统输入序列是 $f(k)=u(k)$ 时，系统的完全响应是 $y(k)=4\times(2)^k-\dfrac{1}{2}\times(-1)^k-\dfrac{3}{2}u(k)$，求该系统的差分方程。

6.21　已知二阶离散系统的差分方程是 $y(k+2)+3y(k+1)+2y(k)=f(k+1)+f(k)$

系统的全响应 $y(k)=(-2)^k-2\times(-1)^k+(2)^k$（$k\geqslant0$），系统初始值是 $y(0)=0$，$y(-1)=1$

求此时输入序列 $f(k)$。

6.22　已知离散系统的差分方程是 $y(k)-3y(k-1)+2y(k-2)=f(k)+f(k-1)$，系统的初始值是 $y(0)=4$、$y(1)=16$，输入序列 $f(k)=3^k u(k)$。

① 求系统的单位响应 $h(k)$；　② 求系统的零输入响应；　③ 求系统的零状态响应。

6.23　已知离散系统的差分方程 $y(k+1)+3y(k)=f(k+1)$，系统的初始值是 $y(0)=1+\mathrm{e}$，输入序列 $f(k)=\mathrm{e}^{-(k-1)}u(k)$，求系统的零输入和零状态响应分量。

6.24　已知系统的差分方程是 $y(k+2)-y(k+1)-2y(k)=f(k)$，系统的初始值是 $y(0)=0$、$y(1)=3$，输入序列 $f(k)=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}k\right)u(k)$，求系统的输出 $y(k)$。

6.25　已知各离散系统的系统传递函数如下，请判定系统的稳定性。

① $H(z)=\dfrac{1}{z+1.5}$　② $H(z)=\dfrac{z}{z-2}$　③ $H(z)=\dfrac{z-2}{z^2+0.2z-0.3}$

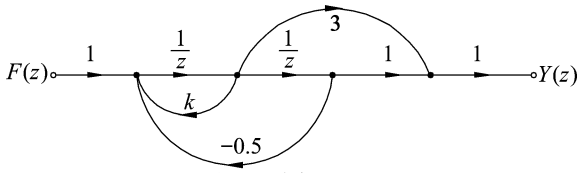
④ $H(z)=\dfrac{z^2+2z+1}{(z+3)(z-2)}$　⑤ $H(z)=\dfrac{z^2+4}{(z+1.3)^2}$　⑥ $H(z)=\dfrac{z^3+3z}{z^4-2z^2+1}$

6.26　一离散系统如题 6.26 图所示。① 求系统传递函数；② 当 k 满足什么条件时系统是稳定系统？

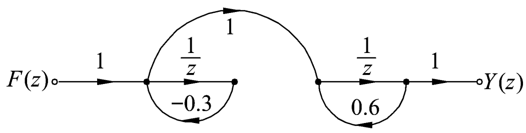
6.27　已知一离散系统的差分方程 $y(k)-0.4y(k-1)=f(k)$，

求当输入序列 $f(k)=u(k)+2\cos\left(\dfrac{\pi}{6}k\right)+0.5\sin\left(\dfrac{\pi}{3}k+\dfrac{1}{2}\right)$ 时系统的稳态响应 $y_{\mathrm{ss}}(k)$。

6.28　离散系统如题 6.28 图所示。求：① 系统传递函数和单位响应；② 请判断系统是否是稳定系统；③ 输入序列 $f(k)=\sin\left(\dfrac{\pi}{12}k+1\right)$ 时系统的稳态响应。



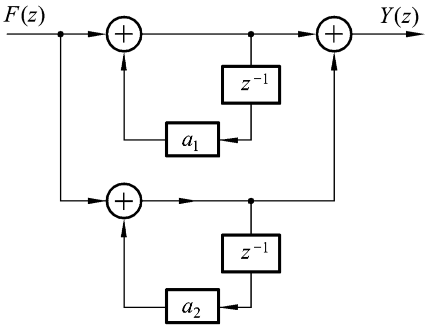
题 **6.26** 图



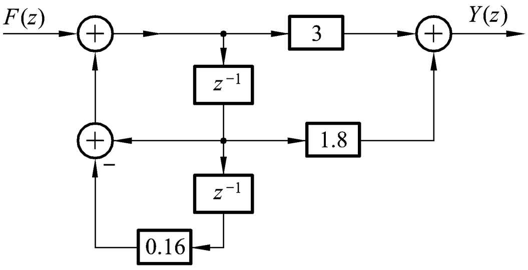
题 **6.28** 图

6.29　离散系统如题 6.29 图所示，已知系统的单位响应 $h(k)=\left[\left(\dfrac{1+\mathrm{j}1}{\sqrt{2}}\right)^k+\left(\dfrac{1-\mathrm{j}1}{\sqrt{2}}\right)^k\right]u(k)$，求题 6.29 图中系数 a_1 和 a_2。

6.30　离散系统如题 6.30 图所示，求系统的单位响应。



题 **6.29** 图



题 **6.30** 图