姓名______ 密封装订线 学号______ 密封装订线 班级______ 密封装订线

西南交通大学2020－2021学年第(二)学期期末考试试卷

课程代码MATH001612 课程名称 概率论与数理统计(A卷) 考试时间 120分钟

题号	一	二	三.1	三.2	三.3	三.4	总成绩
得分							

阅卷教师签字：________

一、 选择题(每题4分, 共24分)

1. 设$P(AB)=0$，则必有(　　)。

A. 事件A,B互不相容　　B. 事件A,B互为对立事件

C. $P(AB)=P(A)P(B)$　　D. $P(A-B)=P(A)$

2. 设$F(x)$是某随机变量的分布函数, 则以下函数一定是分布函数的是(　　)。

A. $F(-x)$　　B. $F(0.3x)$　　C. $F\left(x^{-1}\right)$　　D. $F(x^2)$

3. 设随机变量X,Y不相关, 则一定有(　　)。

A. X,Y的协方差等于0　　B. X,Y相互独立

C. $D(X-Y)=D(X)-D(Y)$　　D. $D(XY)=D(X)D(Y)$

4. 设$X_1,\cdots,X_n$是简单随机样本，来自总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$, 其中μ,σ是未知参数，则以下是统计量的是(　　)。

A. $X_1+X_2+\cdots+X_n-n^2E\left(\overline{X}\right)$　　B. $X_1+X_2+\cdots+X_n-n\mu$

C. $\dfrac{X_1+X_2+\cdots+X_n}{n\sqrt{S^2}}$　　D. $\dfrac{X_1+X_2+\cdots+X_n}{n\sigma}$

5. 设总体X服从参数为λ的泊松分布, 简单样本$X_1,X_2,\cdots,X_n$来自该总体，$\overline{X},S^2$分别是样本均值和样本方差, 则以下不能作为未知参数λ的矩估计量的是(　　)。

A. $\overline{X}$　　B. S^2

C. S　　D. $\dfrac{-1+\sqrt{1+\dfrac{4}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i^2}}{2}$

6. 设简单样本$X_1,\cdots,X_n$来自标准正态分布, $\overline{X},S^2$ 分别是样本均值和样本方差, 则以下选项正确的是(　　　)。

A. $\overline{X}\sim N(0,1)$　　　　B. $\overline{X}^2$服从卡方分布

C. S^2服从卡方分布　　　　D. $\dfrac{n\overline{X}^2}{S^2}$服从$F$分布

二、 填空题(每题4分，共24分)

1. 若X服从区间[0, 5]上的均匀分布, 则$E\left(e^{-X}\right)=$__________。

2. 设X,Y相互独立, X的分布律为$P\{X=1\}=0.2,P\{X=2\}=0.8$, $Y\sim U(0,5)$, 则$P\{X+Y\leqslant 3\}=$__________。

3. 若$X\sim t(n)$, 且$P\{X^2>4\}=0.3$, 则 $P\{X>-2\}=$__________。

4. 若随机变量 X 服从参数为 3 的指数分布，即它具有概率密度函数 $f(x)=3e^{-3x}\ (x\geqslant 0)$, 定义 $P\{X>z_\alpha\}=\alpha$, 求 $z_{0.5}=$__________。

5. 设$(X,Y)\sim N(2,1,4,9,-0.5)$, 则$X$与$Y$的协方差等于__________。

6. 设$Y\sim B(n,0.5)$，要使得$P\{Y\leqslant 40\}\leqslant 0.98$, 则 n 的最小值约为__________。
(标准正态分布表: $\Phi(2)=0.98$,　$\Phi(-2)=0.02$)

三、 计算题

1. (13分) 设(X,Y)具有概率密度函数$f(x,y)=\begin{cases} axy, & 0<y\leqslant x<1; \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$ 其中a是常数. (1) 求常数a的值；(2) 计算概率$P\{Y>X^2\}$; (3) 当$0<y<1$时，求条件概率密度函数$f_{X|Y}(x|y)$.

2. (12分) 设随机变量X,Y的分布律分别为

X	0	1
p_k	0.4	0.6

Y	-1	0	1
p_k	0.4	0.3	0.3

且$P\{X \neq Y\} = 1$. (1) 求X,Y的联合分布律；(2) 协方差$cov(X,XY)$

3. (15分) 设总体X具有概率密度函数$f(x;\alpha) = \begin{cases} \dfrac{\alpha}{1-\alpha} x^{\frac{\alpha}{1-\alpha}-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & 其他 \end{cases}$ 其中$0 < \alpha < 1$是未知参数，$X_1, X_2, \cdots, X_n$是来自该总体的一个简单样本. (1) 求α的矩估计量$\hat{\alpha}_1$；(2) 求α的最大似然估计量$\hat{\alpha}_2$；(3) 令$\hat{\alpha}_3 = \max\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$, 求$E\left(\hat{\alpha}_3\right)$.

4. (12分) 在针织品漂白工艺过程中，需要考察温度对针织品断裂强度的影响。假设在80摄氏度时，针织品的断裂强度服从正态分布$N(\mu, \sigma^2)$, 现获得来自该总体的一个简单样本$X_1, X_2, \cdots, X_n$，其样本值为：1.3, 1.2, 1.2, 1.5, 1.1

(1) 求μ的置信水平为0.9的置信区间；(2) 如果$\sigma = 0.5$ 时，认为该批次针织品的断裂强度是稳定的，在显著性水平为0.05时, 通过该样本值判断针织品的断裂强度是否稳定.

(上分位数表$t_{0.05}(4) = 2.13, t_{0.05}(5) = 2.01, \chi^2_{0.05}(4) = 9.5, \chi^2_{0.95}(4) = 0.7, \chi^2_{0.025}(4) = 11.1, \chi^2_{0.975}(4) = 0.5$)。