第三节 菲涅耳原理

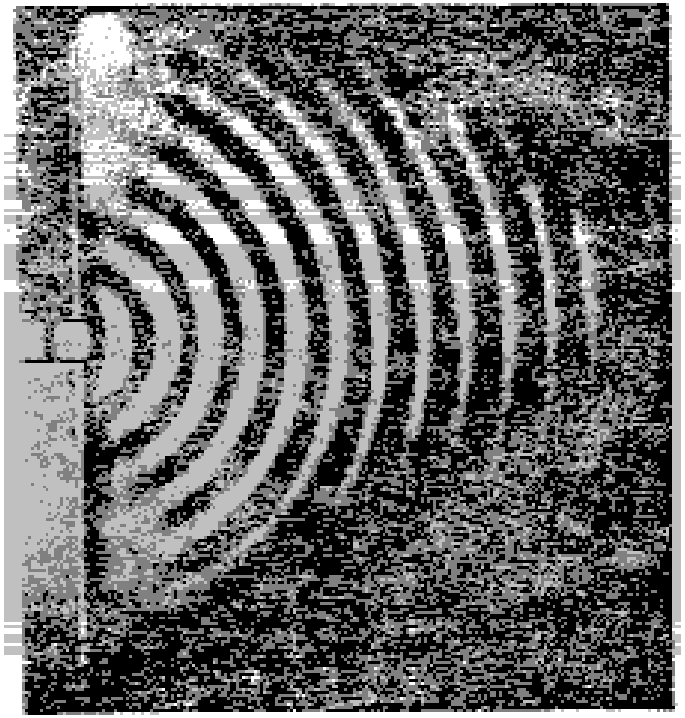
一、衍射现象

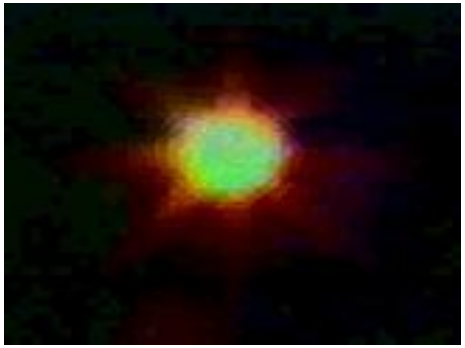
二、菲涅耳原理

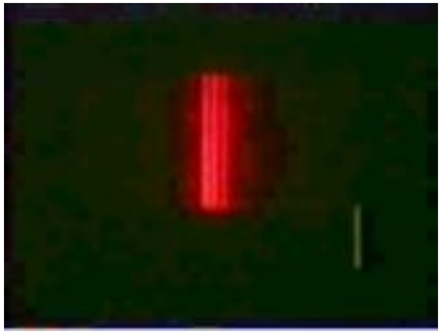
三、衍射分类

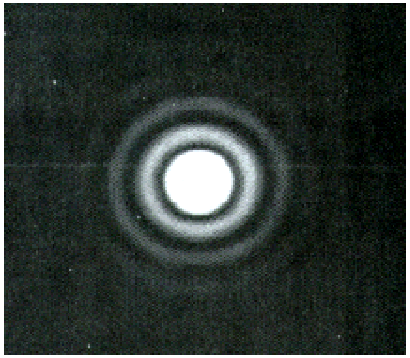
一、衍射现象

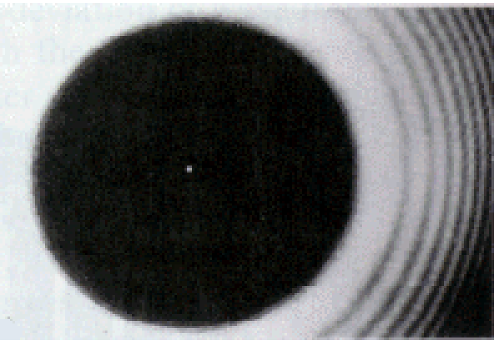
衍射现象：波遇到障碍物时，绕过障碍物进入几何阴影区的现象。











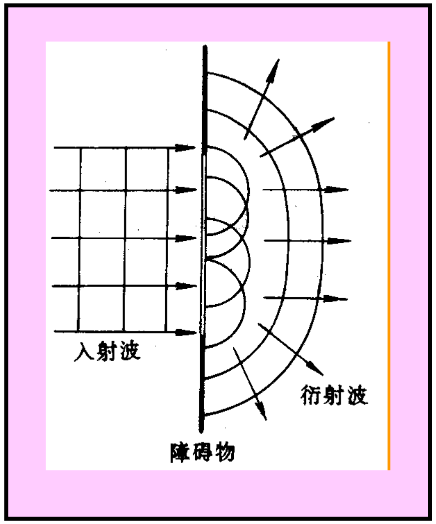
光偏离直线传播路径进入几何阴影区，并形成光强非均匀稳定分布。

二、菲涅耳原理

惠更斯原理

荷兰
1629—1695

原理内容： 介质中任一波阵面上的各点，都可以看作是发射子波的波源，其后任一时刻，这些子波的包络面就是新的波阵面。



成功： 可解释衍射成因，用几何法作出新的波面，推导反射、折射定律。

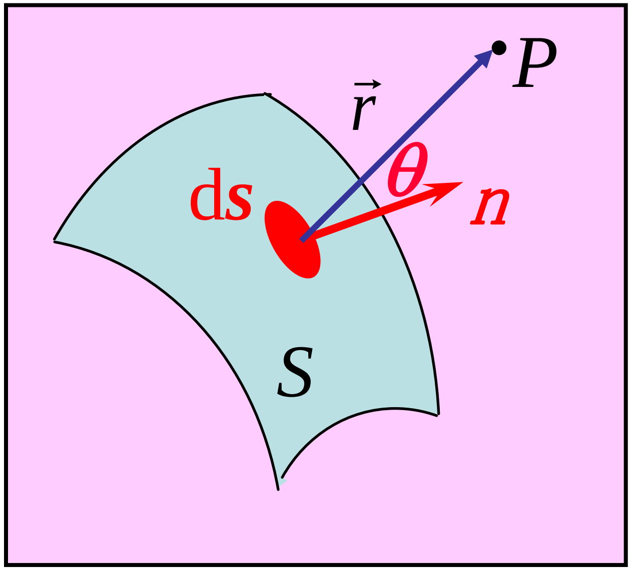
不足： 不能定量说明衍射波的强度分布。

菲涅耳原理

菲涅耳：1788—1827。法国. 发展了惠更斯和托马斯. 杨的波动理论，开创了光学研究的新阶段，成为“物理光学的缔造者”。

(1) 对子波的振幅和相位作了定量描述。

波阵面上各面元为子波源



各子波初相相同（J_0）

子波在P点相位：$\omega t+\varphi_0-2\pi\dfrac{r}{\lambda}$

子波在P点振幅：$A=cf(\theta)\mathrm{d}s/r$

其中：c为比例系数，θ为$\vec{r}$点与ds法线方向的夹角

倾斜因子：$f(\theta)=\frac{1}{2}(1+\cos\theta)=\begin{cases}1 & (\theta=0)\\ 1/2 & (\theta=\pi/2)\\ 0 & (\theta=\pi)\end{cases}$

子波波函数：$\mathrm{d}\psi=\frac{c}{2r}(1+\cos\theta)\cdot\cos(\omega t+\varphi_0-2\pi\frac{r}{\lambda})\cdot\mathrm{d}s$

(2)空间任一点振动为所有子波在该点相干叠加的结果。

合振动：$\psi=\int\mathrm{d}\psi$　注意：合振动是光矢量振动的相干叠加

作笔记

惠更斯原理和菲涅耳原理合称惠更斯-菲涅耳原理

衍射现象的本质：衍射为各子波的相干叠加(干涉)。

干涉和衍射的区别：

干涉：有限个分立相干波叠加。

衍射：无限多个连续分布子波源相干叠加。

三、衍射分类

1.菲涅耳衍射（近场衍射）：

波源 $\underline{\text{有限距离}}$ 障碍物 $\underline{\text{有限距离}}$ 屏

（或二者之一有限远）

2.夫琅和费衍射（远场衍射、平行光衍射）：

波源 $\underline{\text{无限远}}$ 障碍物 $\underline{\text{无限远}}$ 屏

实际上：波源 $\xleftrightarrow{f_1}$ L_1 障碍物 L_2 $\xleftrightarrow{f_2}$ 屏

第四节　光的夫琅和费衍射

一、单缝夫琅和费衍射

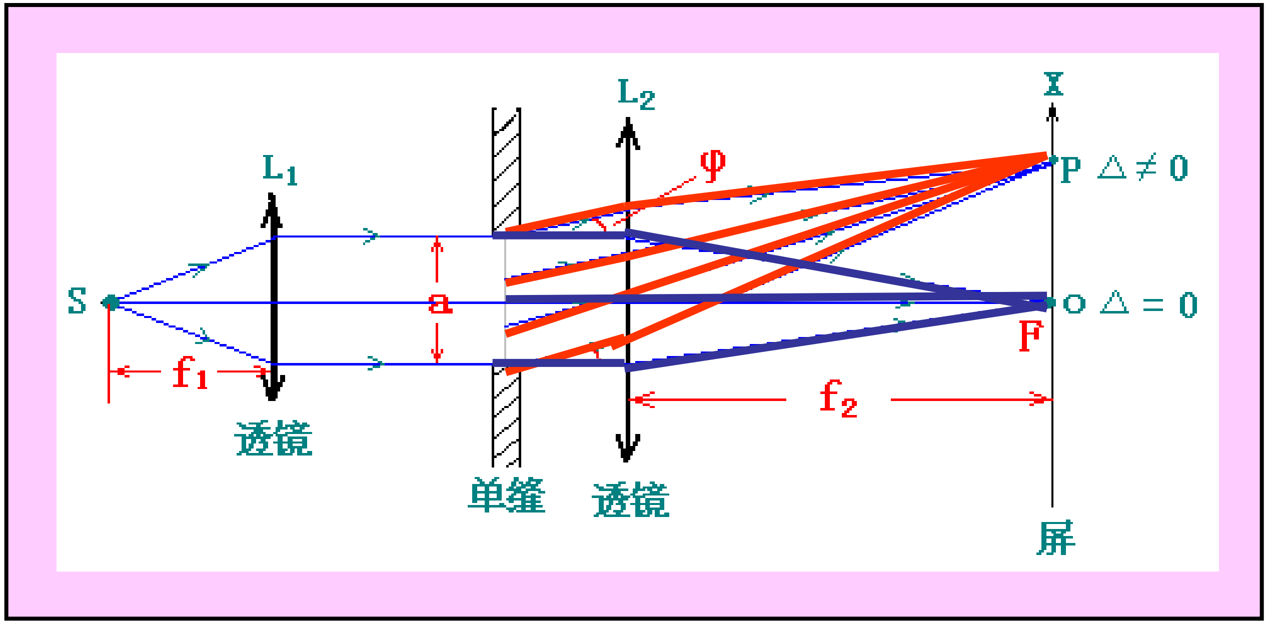
二、圆孔夫琅和费衍射

三. 光栅夫琅和费衍射

四、晶格衍射(X光衍射)

一、单缝夫琅和费衍射

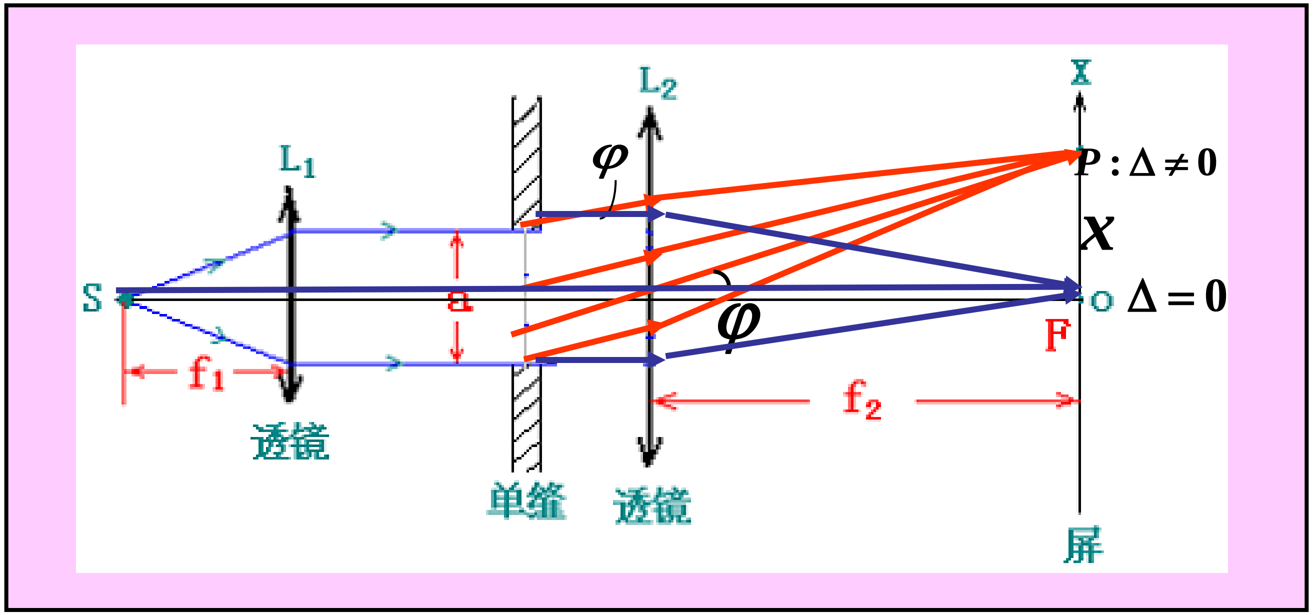
1.装置



光源置于 L_1 的焦点上，屏置于L_2 的焦平面上。

缝宽a: 其上每一点均为子波源，发出衍射光。

衍射角φ: 衍射光线与波面法线夹角$(-\dfrac{\pi}{2}<\varphi<\dfrac{\pi}{2})$



$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{x}{f_2}$$

$\varphi = 0$ 衍射光线汇集于L_2焦点F

$\Delta = 0$ 中央明纹中心

$\varphi \neq 0$ 衍射光线汇集于L_2副轴与焦平面的交点P

$\Delta \neq 0$ P处光强可由菲涅耳公式计算

注意：若x轴向上为正，规定衍射光线方向沿斜上方$\varphi>0$，计算时光程差$\Delta=n(l_{下}-l_{上})$。

作笔记

2.确定P点光强的方法

(1)菲涅耳半波带法（半定量方法）

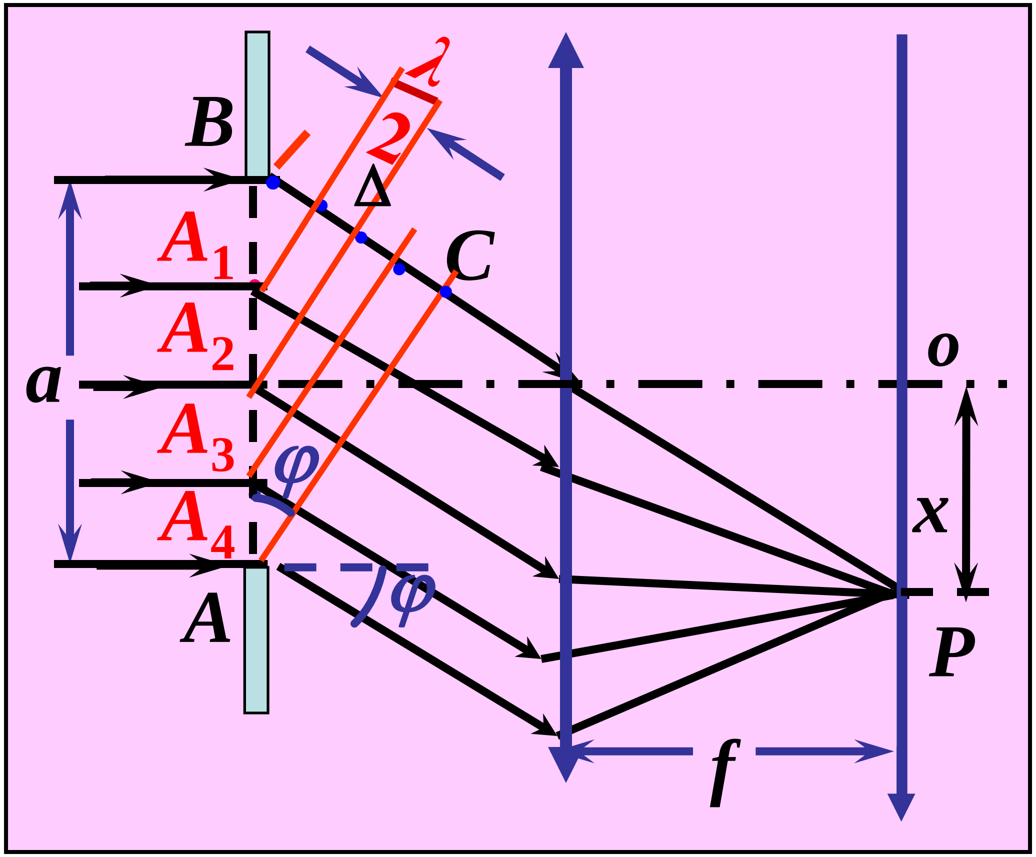
①明暗纹条件

以向下为x轴正方向，则衍射角为φ的一束平行光线的最大光程差：

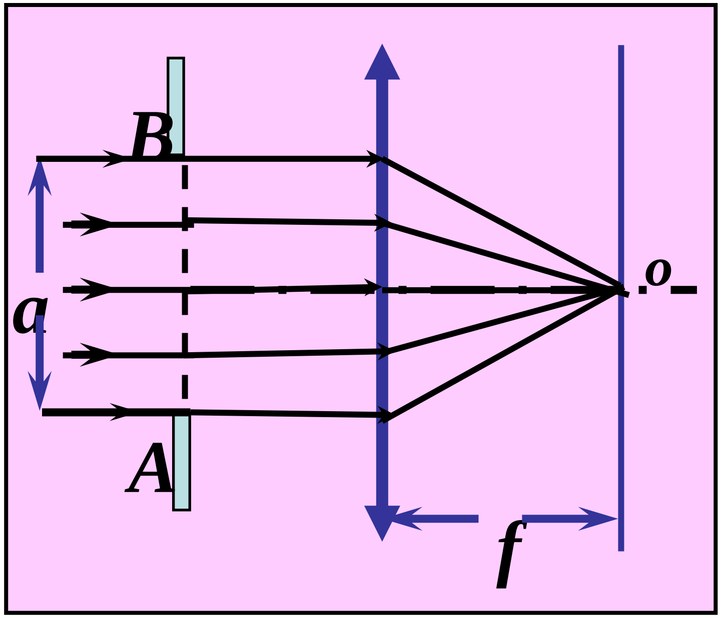
$$\Delta = BC = a\sin\varphi$$

用$\frac{\lambda}{2}$去分Δ，设$\Delta = n\cdot\frac{\lambda}{2}$

对应的单缝a被分为n个半波带。



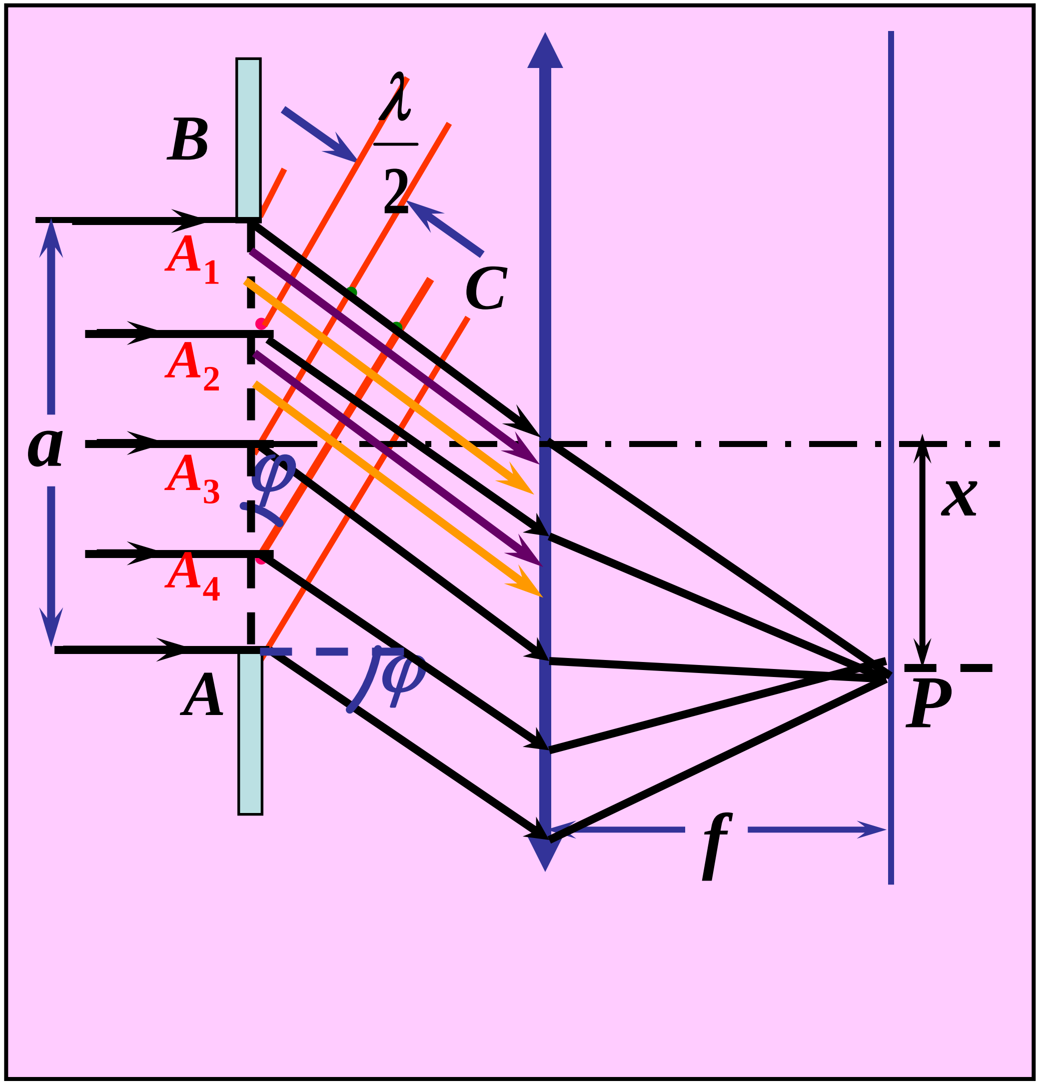
a: $n = 0$:



$\varphi = 0 \qquad \Delta = 0$

对应中央明纹中心

b: n为偶数：

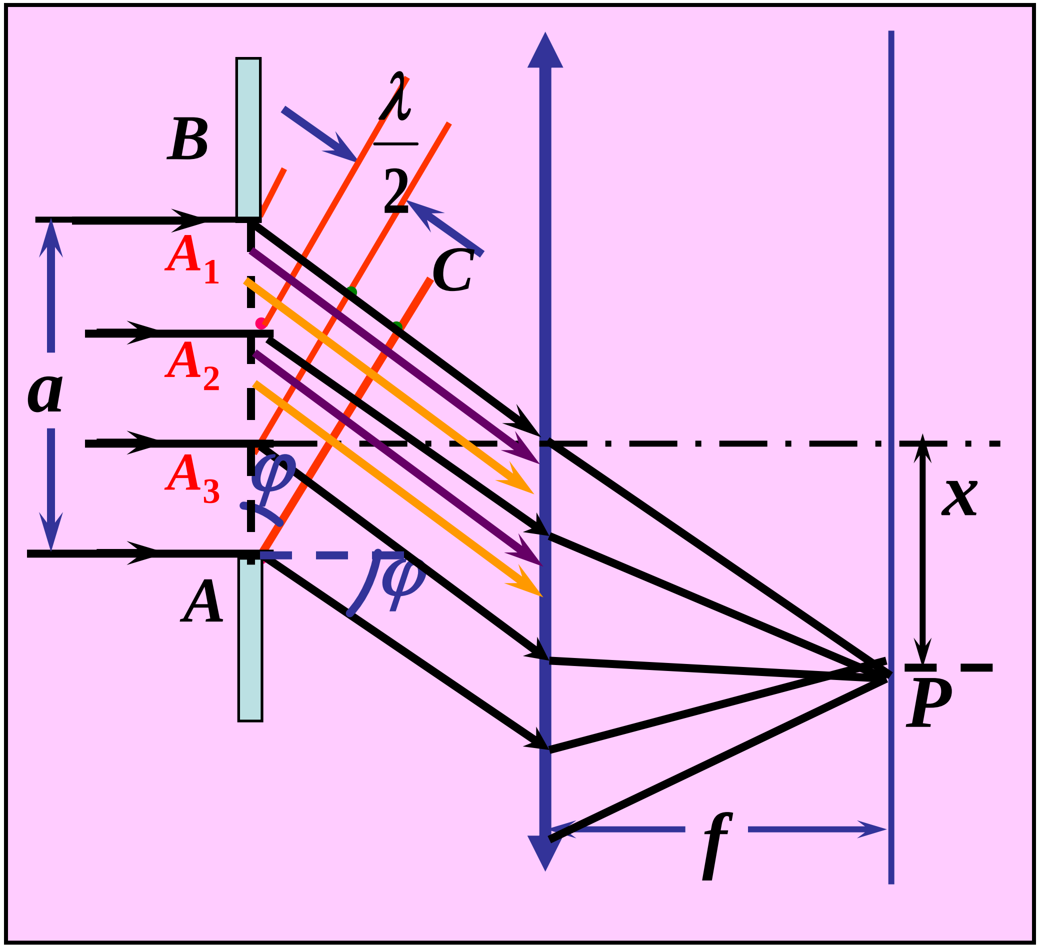


相邻两半波带中对应光线：

$$\Delta = \frac{\lambda}{2}, \quad \Delta\varphi = \pi$$

两两相消，屏上相聚点为暗纹。

c: n为奇数:



剩下一个半波带中的衍射光线未被抵消。

对应的屏上相聚点为明纹中心

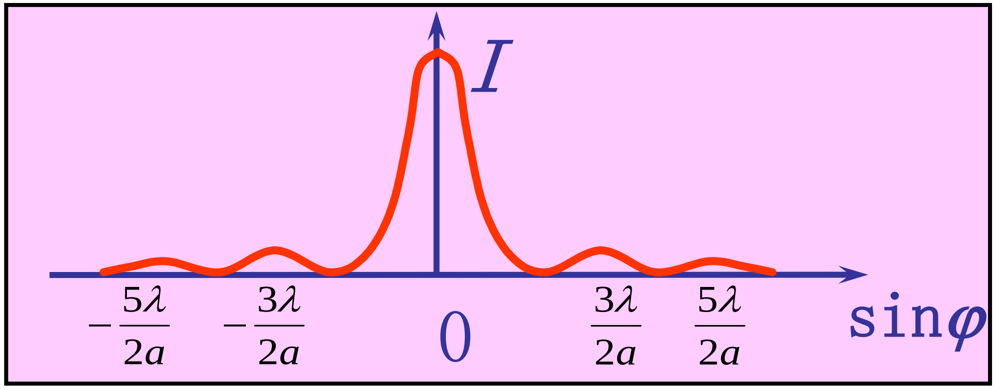
d: $n \neq$ 整数: 对应非明、暗纹中心的其余位置。

$$\Delta = BC = a\sin\varphi = n\cdot\frac{\lambda}{2}$$

单缝衍射明暗纹条件：

$$\Delta = a\sin\varphi = \begin{cases} 0 & \text{中央明纹中心} \\ \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{各级明纹中心} \\ \pm k\lambda & \text{暗纹} \end{cases}$$

$$k = 1、2、3\cdots$$



讨论：a: 由明暗纹条件可以求明暗纹位置。

b:明暗纹条件和干涉中的相反。

$$\text{双缝干涉中}\ \Delta=\begin{cases}\pm k\lambda & \text{明}\\ \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗}\end{cases}\qquad k=0、1、2、\cdots$$

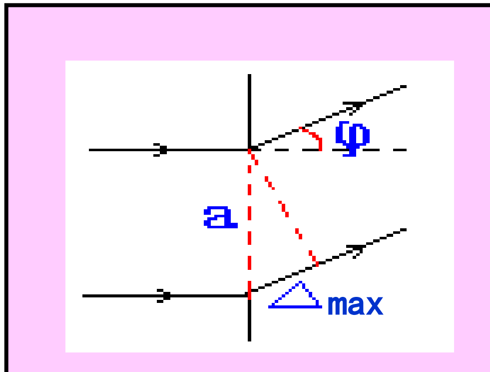
两相干光线的光程差

$$\text{单缝衍射中}\ \Delta=\begin{cases}\pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{明}\\ \pm k\lambda & \text{暗}\end{cases}\qquad k=1、2、\cdots$$

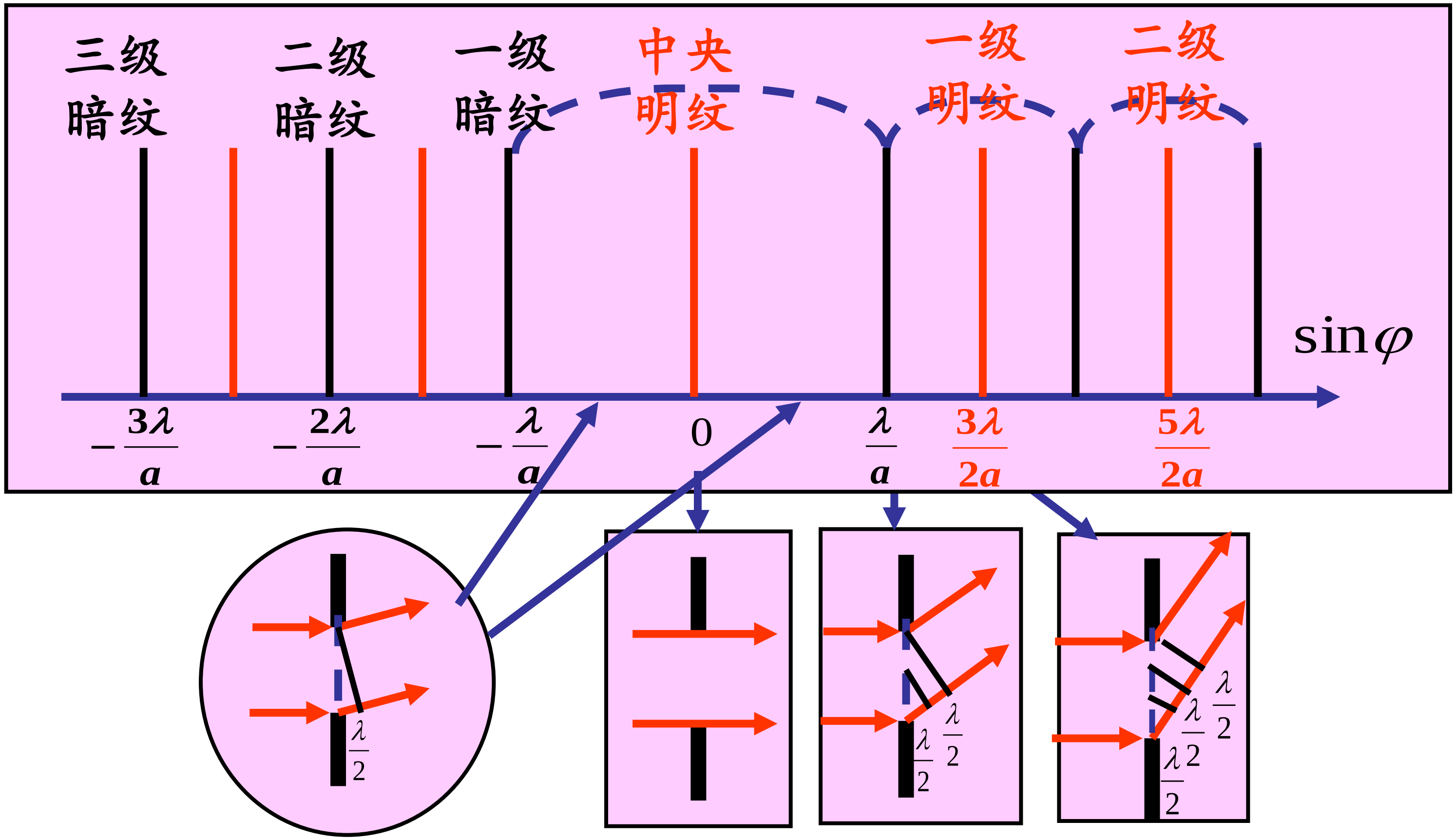
衍射角为φ的一束光线的最大光程差

是否二者相互矛盾?

两式中Δ的含义不同，不矛盾。



c: 单缝衍射明暗纹条件中k值不能取零。



暗纹公式中 $k=0$ $\Delta=0$ 为中央明纹中心，不是暗纹。

明纹公式中 $k=0$ $\Delta=\frac{\lambda}{2}$ 仍在中央明纹区内，不是明纹中心。

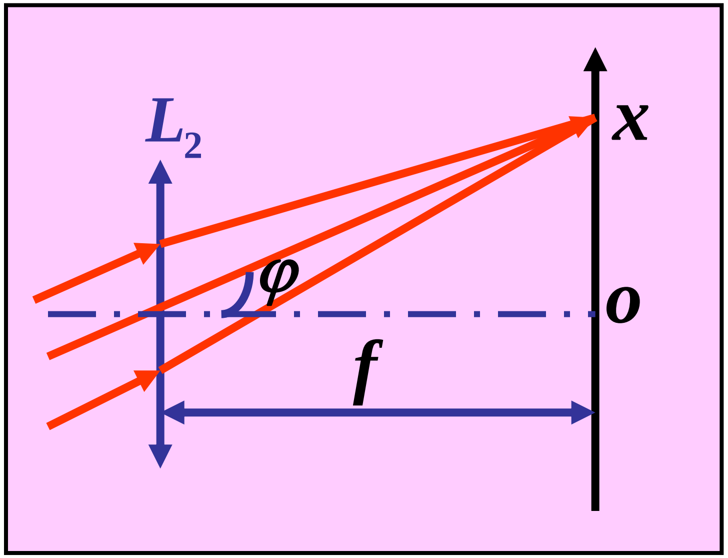
② 衍射条纹宽度

$$\sin\varphi \approx \varphi = \begin{cases} 0 & \text{中央明纹中心} \\ \pm k\dfrac{\lambda}{a} & \text{暗纹} \\ \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2a} & \text{明纹} \end{cases} \qquad k = 1、2、\cdots$$

实际问题中用 φ 很小的区域

中央明纹 $\Delta\varphi = \dfrac{2\lambda}{a}$ 其余明纹 $\Delta\varphi = \dfrac{\lambda}{a}$

各级明纹角宽度相同，均为中央明纹的一半。



$$x = f\,\mathrm{tg}\varphi$$

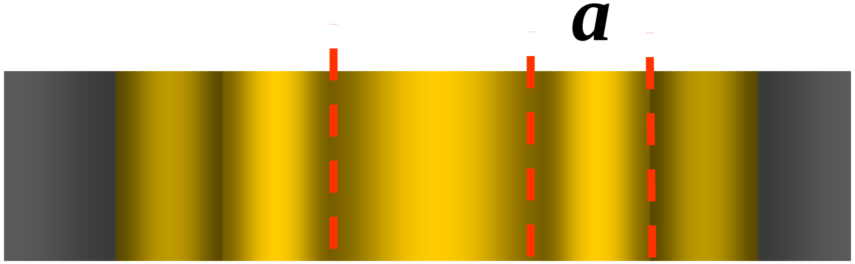
则m、n级暗纹之间的距离为：

$$\Delta x = f(\mathrm{tg}\varphi_m - \mathrm{tg}\varphi_n)$$

$\because \varphi$很小　　$\therefore \Delta x = f(\varphi_m - \varphi_n) = f \cdot \Delta\varphi$

衍射条纹线宽度：

中央明纹　$\Delta x = \dfrac{2\lambda}{a} \cdot f$　　其余明纹　$\Delta x = \dfrac{\lambda}{a} \cdot f$



各级明纹线宽度相同，均为中央明纹的一半。

③条纹亮度

由菲涅尔半波带法:

中央明纹中心:

全部光线干涉相长

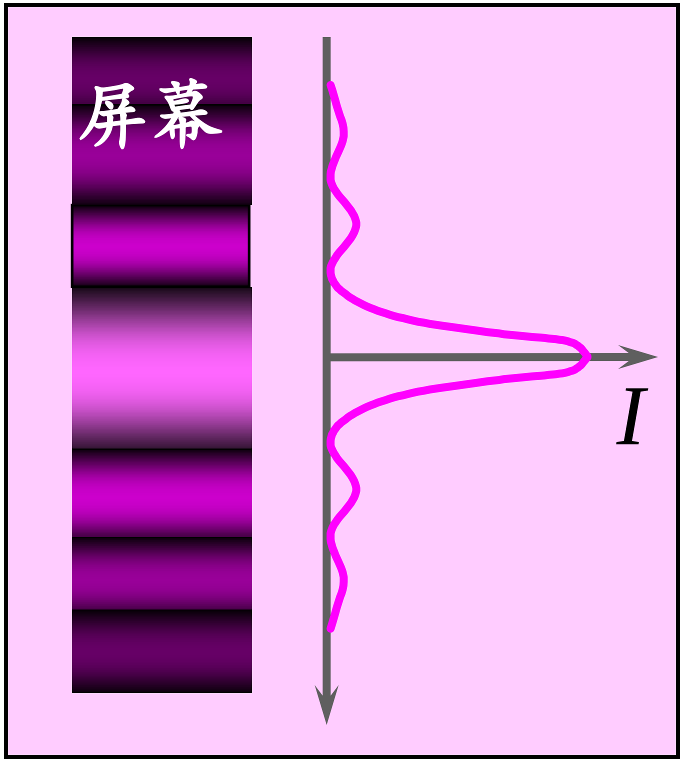
一级明纹中心:

$\frac{1}{3}$ 光线干涉相长

二级明纹中心:

$\frac{1}{5}$ 光线干涉相长

……



中央明纹集中大部分能量，明条纹级次越高亮度越弱.实际问题中只能用 φ 很小的区域。

④衍射条纹随λ、a的变化

中央明纹：$\Delta\varphi=\dfrac{2\lambda}{a}$　　其余明纹：$\Delta\varphi=\dfrac{\lambda}{a}$

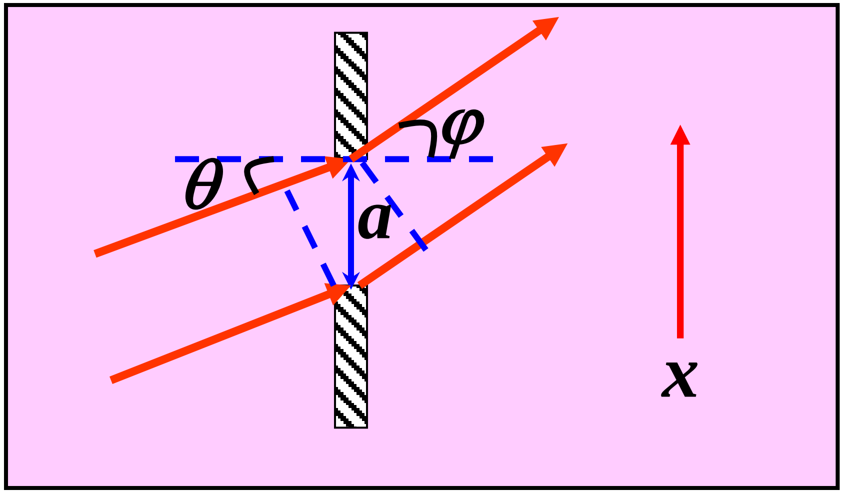
λ一定

- $a\downarrow$　$\Delta\varphi\uparrow$　衍射显著　$a\downarrow\downarrow$　光强太弱
- $a\uparrow$　$\Delta\varphi\downarrow$　衍射不明显　$a\uparrow\uparrow$　直线传播

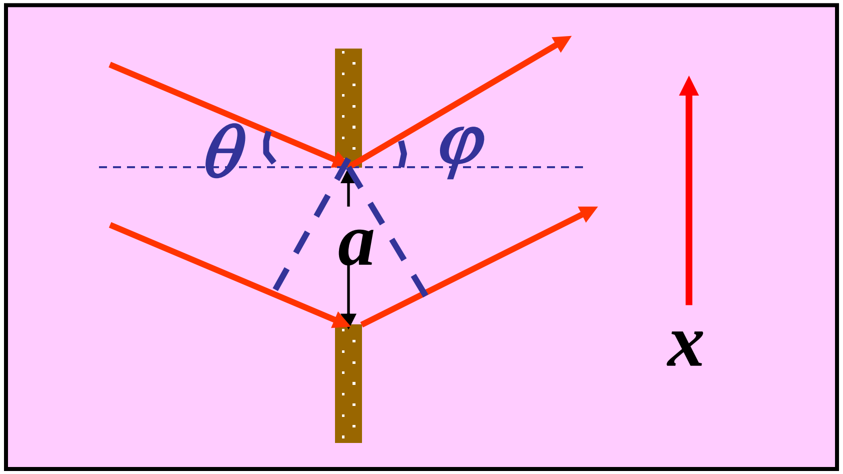
a一定

- $\lambda\uparrow$　$\Delta\varphi\uparrow$　白光照射，中央白色，其余明纹形成 $\Delta x_{红}>\Delta x_{紫}$　内紫外红光谱，高级次重叠。
- $\lambda\downarrow$　$\Delta\varphi\downarrow$　浸入液体中、条纹变密。

⑤平行光非垂直入射时的光程差公式和明暗纹条件



$$\Delta = l_{下} - l_{上} = a\sin\varphi - a\sin\theta$$



$$\Delta = l_{下} - l_{上} = a\sin\varphi + a\sin\theta$$

明暗纹条件：

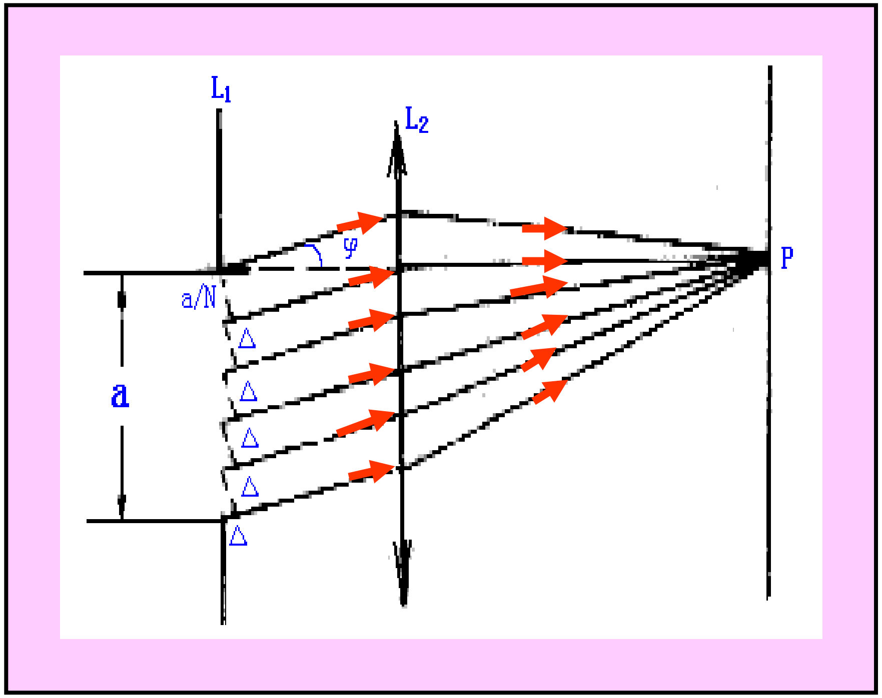
$$\Delta = a\sin\varphi \pm a\sin\theta = \begin{cases} 0 & \text{中央明纹中心} \\ \pm k\lambda & \text{暗} \\ \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{明} \end{cases} \qquad k = 1、2、3\cdots$$

注意：若设向下为x轴正方向，则光程差：$\Delta = l_{上} - l_{下}$

可按相同的方法计算光程差，并确定明暗纹条件。

(2).振幅矢量叠加法（定量）

将a划分为N个等宽（$\dfrac{a}{N}$）的狭窄波带，设每个波带内能量集中于图中所示光线



每两相邻光线光程差：

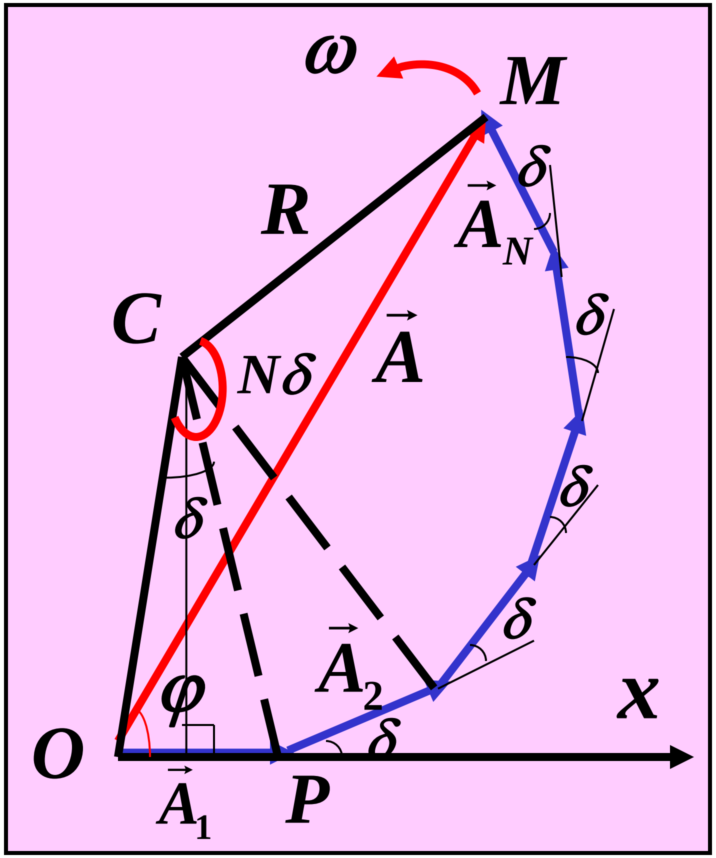
$$\Delta = \frac{a}{N}\sin\varphi$$ （不一定为$\frac{\lambda}{2}$）相等

每两相邻光线相位差：

$$\delta = 2\pi\frac{\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{a}{N}\sin\varphi$$ 相等

每条光线在屏上引起光振动振幅相等 $A_1 = A_2 = \cdots = A_N$

采用P$_{17}$例 1 的方法，即采用多边形法则进行 N个大小相等，两两依次相差为δ的光振动的叠加，得



P点合振动振幅：

$$A = A_1 \frac{\sin\frac{N\delta}{2}}{\sin{\delta/2}} \approx A_1 \frac{\sin\frac{N\delta}{2}}{\delta/2}$$

$$= NA_1 \frac{\sin\frac{N\delta}{2}}{N\delta/2}$$

其中：两相邻光线相位差：

$$\delta = 2\pi\frac{\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{a}{N}\sin\varphi$$

令 $\alpha = \dfrac{N\delta}{2} = \dfrac{\pi a\sin\varphi}{\lambda}$

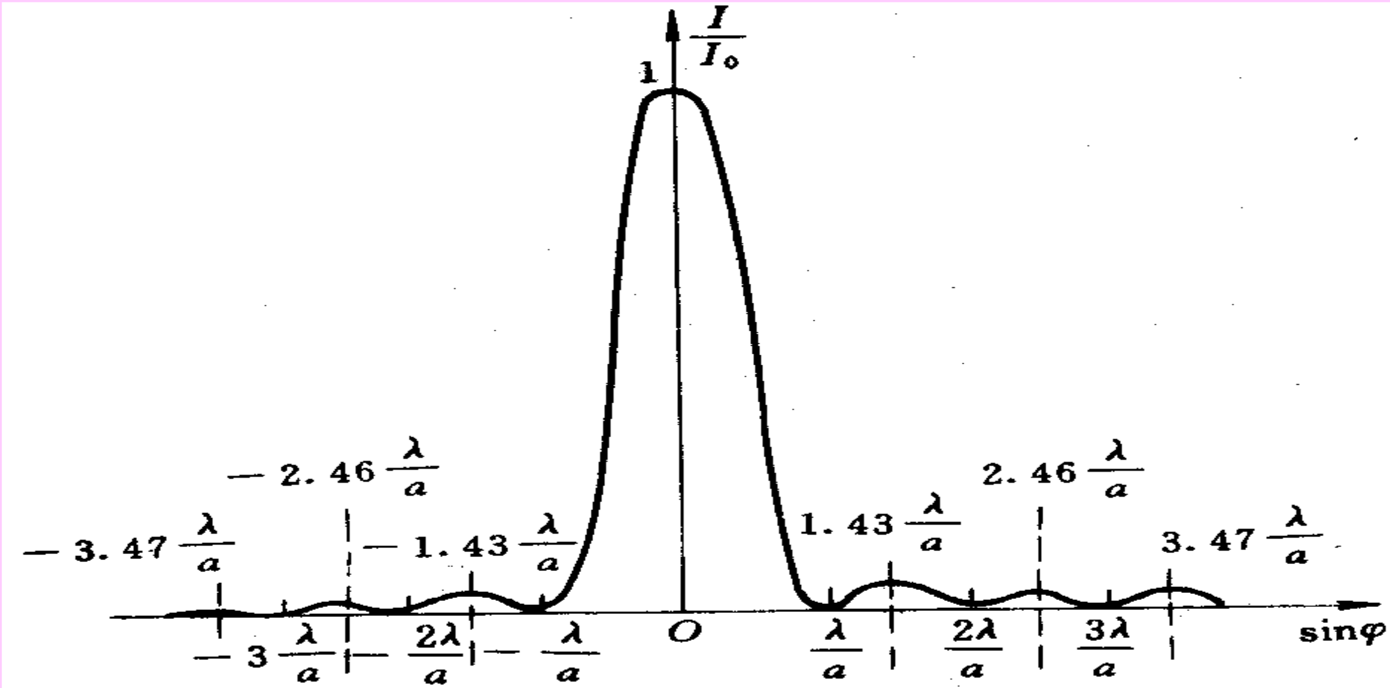
$A_0 = NA_1$ 即中央明纹中心处振幅

则

$$A = NA_1 \frac{\sin\frac{N\delta}{2}}{N\delta/2} = A_0 \frac{\sin\alpha}{\alpha}, \quad I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$$

式中$I_0 = A_0^2 = (NA_1)^2$为中央明纹中心光强

令$\dfrac{\partial I}{\partial \alpha} = 0$，得极值位置。作光强曲线。



明纹： $\sin\varphi = 0, \pm 1.43\dfrac{\lambda}{a}, \pm 2.46\dfrac{\lambda}{a}, \cdots$

暗纹： $\sin\varphi = \pm\dfrac{\lambda}{a}, \pm\dfrac{2\lambda}{a}, \pm\dfrac{3\lambda}{a}, \cdots$

请与半波带法比较

练习：

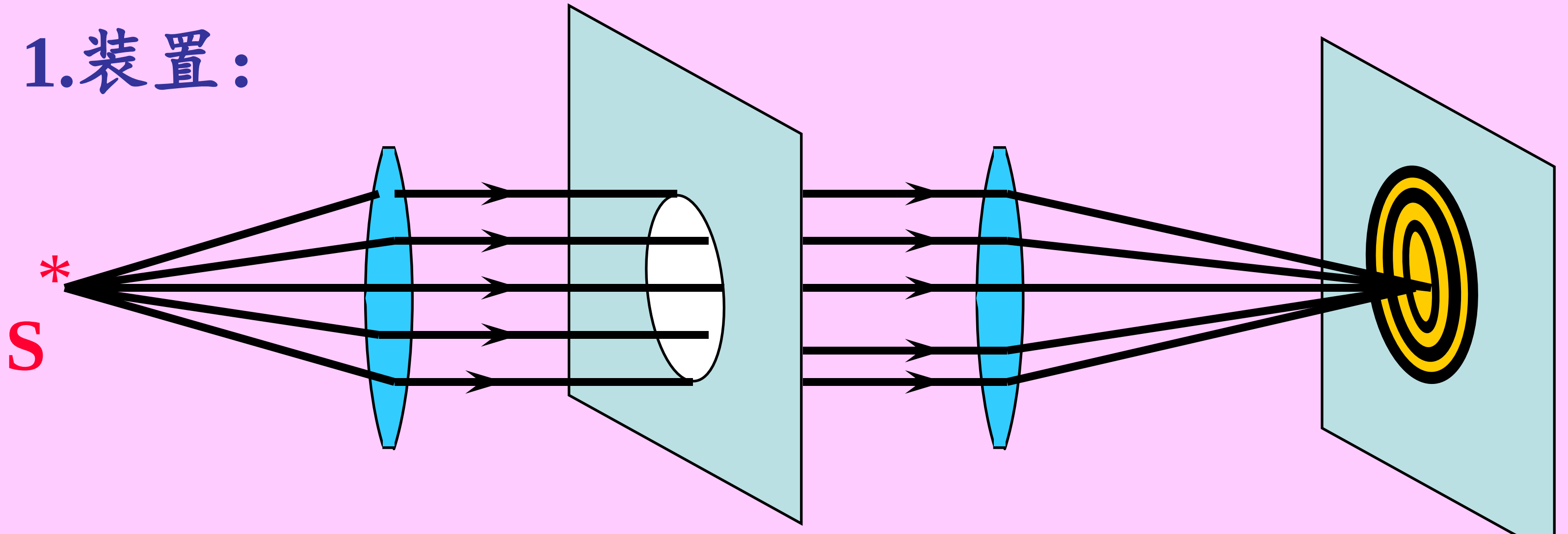
1.在单缝夫朗和费衍射实验中，屏上第三级暗纹对应的单缝处可划分为__6__个半波带，若将缝宽减小一半，原来第三级暗纹处将是第__一__级__明__纹。

2.平行单色光垂直入射在缝宽为 $a = 0.15$ mm的单缝上，缝后有焦距为 $f = 400$ mm 的凸透镜，在其焦平面上放置屏幕，测得屏幕上中央明纹两侧的两个第三级暗纹之间的距离为 8 mm，则入射光的波长为

$\lambda =$ __5×10^{-7}m__。$(6\Delta x = 6\dfrac{\lambda f}{a} = 8\times10^{-3}\,\mathrm{m} \rightarrow \lambda = 5\times10^{-7}\,\mathrm{m})$

二、圆孔夫琅和费衍射

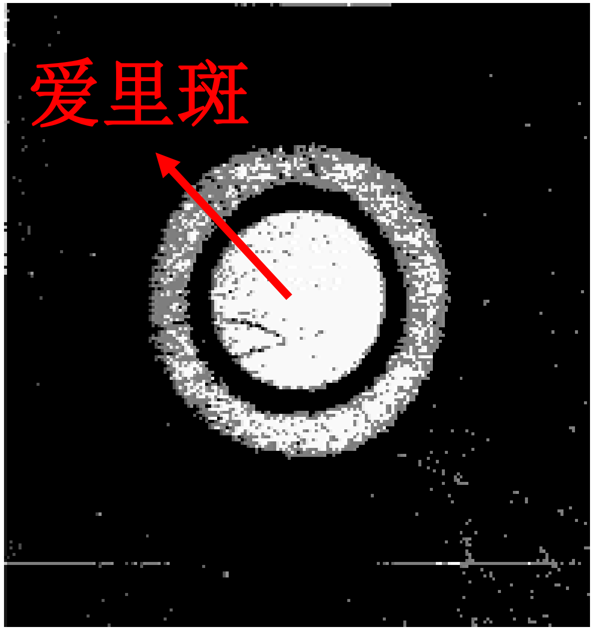
1.装置：



2.条纹特点：

条纹形状：明暗相间同心圆环

爱里斑：中央亮斑



爱里斑的特点：

集中大部分能量；

角宽度为其余明纹2倍。

设圆孔直径为D，入射波长为λ，

爱里斑半角宽度(其它明纹角宽度)：

$$1.22\frac{\lambda}{D}$$

3.光学仪器分辨率

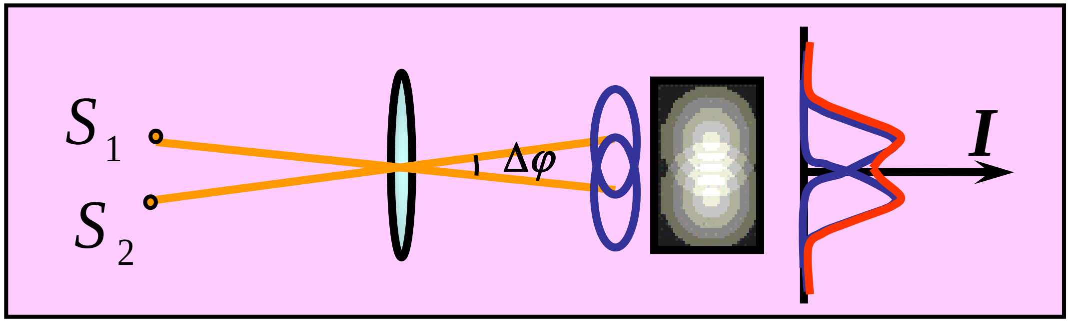
物镜～圆孔； 物点的象～衍射图样

由于衍射现象，会使图像边缘变得模糊不清，使图像分辨率下降。

① 瑞利准则

瑞利（1842—1919）:英国，因为气体密度研究和发现氩荣获1904年诺贝尔物理奖。

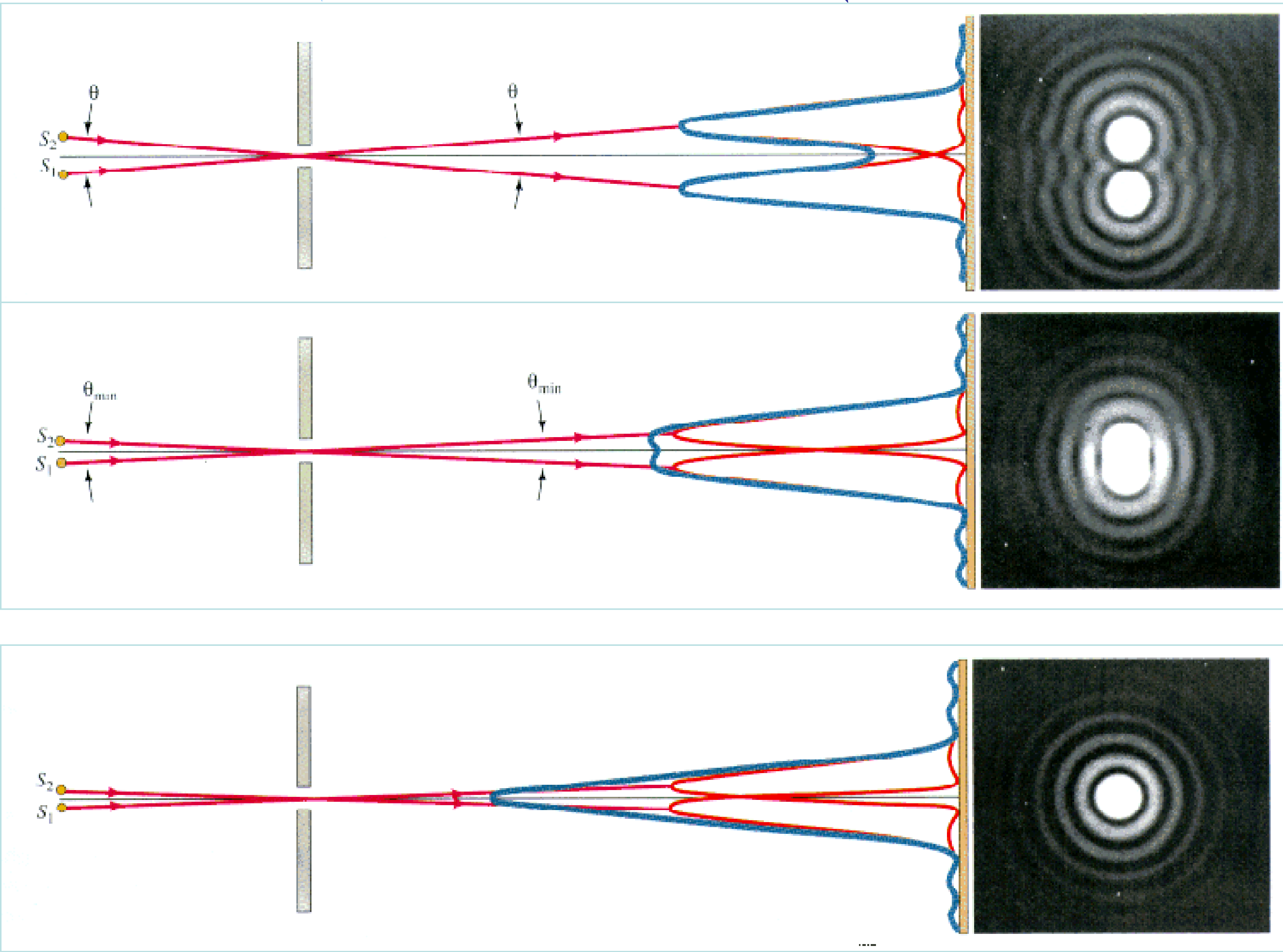
瑞利准则：第一个象的爱里斑边沿与第二个象的爱里斑中心重合——恰能分辨。

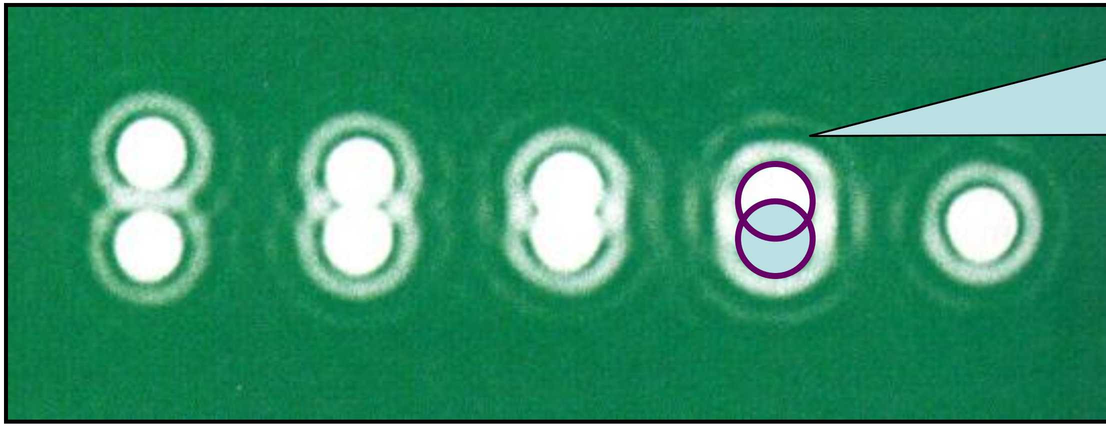


最小分辨角：

$$\Delta\varphi = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

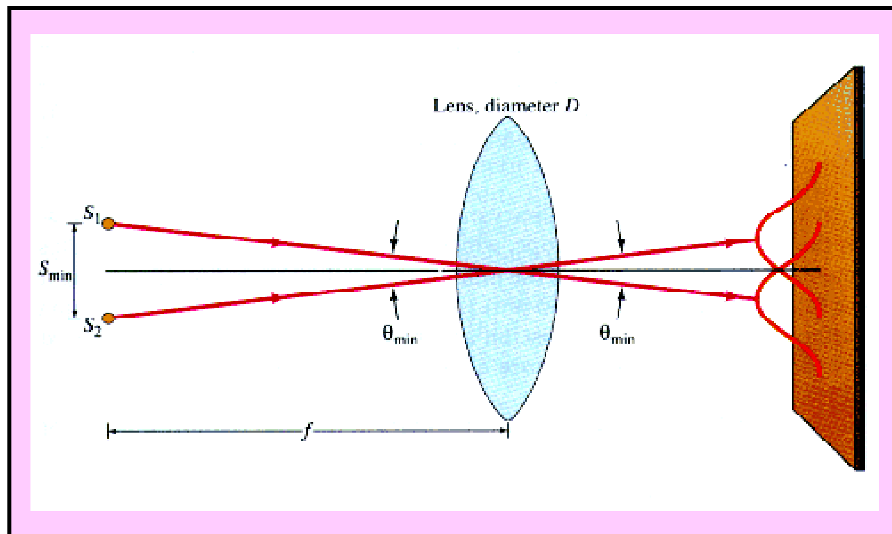
此时两爱里斑重叠部分的光强为一个光斑中心最大值的 80%。


θ
θ
S_2
S_1
θ_{min}
θ_{min}
S_2
S_1
S_2
S_1



第一个象的爱里斑边沿与第二个象的爱里斑中心重合
—恰能分辨

② 光学仪器分辨率



最小分辨角：$\Delta\varphi = 1.22\dfrac{\lambda}{D}$

光学仪器分辨率：

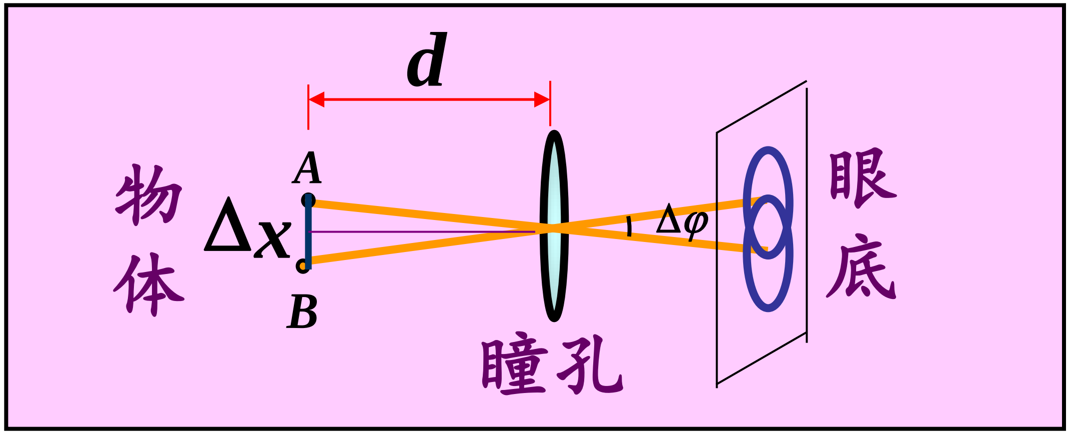
$$\frac{1}{\Delta\varphi} = \frac{1}{1.22}\cdot\frac{D}{\lambda}$$

提高分辨率途径　$D\uparrow,\lambda\downarrow$

光学镜头直径越大，分辨率越高。

人的瞳孔成像也是圆孔夫琅和费衍射。

例：



$$\text{最小分辨角：}\Delta\varphi = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

$$d = \frac{\Delta x/2}{\mathrm{tg}(\Delta\varphi/2)} = \frac{\Delta x}{\Delta\varphi} = \Delta x\cdot D/(1.22\lambda)$$