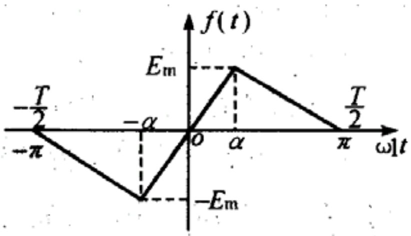
12-1 求图示波形的傅里叶级数的系数.



题 12-1 图

解 $f(t)$ 在第一个周期内表达式为：

$$f(t)=\begin{cases}-\dfrac{E_m}{\pi-\alpha}(\omega_1 t+\pi) & \pi\leqslant\omega_1 t\leqslant-\alpha\\ \dfrac{E_m}{\alpha}(\omega_1 t) & -\alpha\leqslant\omega_1 t\leqslant\alpha\\ -\dfrac{E_m}{\pi-\alpha}(\omega_1 t-\pi) & \alpha\leqslant\omega_1 t\leqslant\pi\end{cases}$$

$f(t)$ 展开成傅里叶级数为

$$f(t)=a_0+\sum_{k=1}^{\infty}(a_k\cos k\omega_1 t+b_k\sin k\omega_1 t)$$

$f(t)$ 为奇函数，$a_0=0$，$a_k=0$，确定 b_k：

$$b_k=\frac{2}{\pi}\left\{\int_0^{\alpha}\left[\frac{E_m}{\alpha}(\omega_1 t)\sin(k\omega_1 t)\right]d(\omega_1 t)+\int_{\alpha}^{\pi}\frac{E_m}{\alpha-\pi}(\omega_1 t-\pi)\sin(k\omega_1 t)d(\omega_1 t)\right\}$$

$$=\frac{2E_m}{k^2\alpha(\pi-\alpha)}\sin k\alpha\qquad(k=1,2,3,\cdots)$$

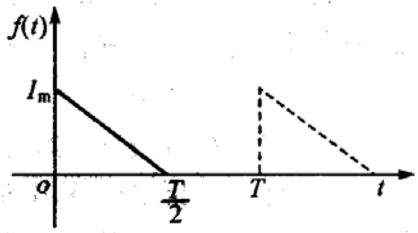
12-2 已知某信号半周期的波形如图所示. 试在下列各不同条件下画出整个周期的波形：

(1) $a_0=0$;

(2) 对所有 k，$b_k=0$;

(3) 对所有 k，$a_k=0$;

(4) a_k 和 b_k 为零，当 k 为偶数时.



题 12-2 图

解

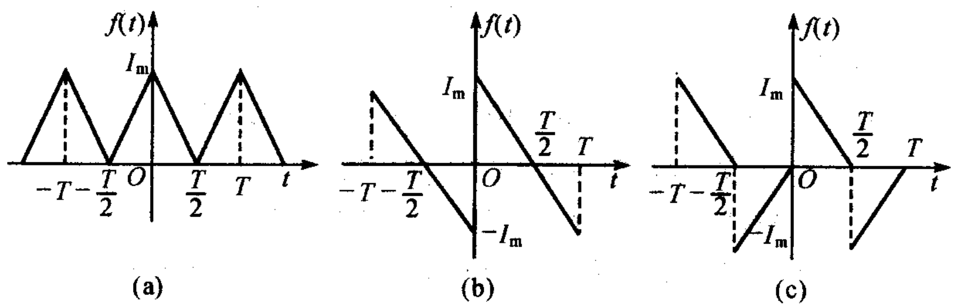
(1) 当 $a_0=0$ 时，在后半个周期上，只要画出 $f(t)$ 的负波形与横轴（t 轴）所围面积与已给前半个周期波形所围面积相等即可. 图(b)，(c) 满足条件

(2) 对所有 k，$b_k=0$，$f(t)$ 应为偶函数，即有 $f(t)=f(-t)$，如图(a).

(3) 对所有 k，$a_k=0$，$f(t)$ 应为奇函数，$f(t)=-f(+t)$，波形如(b).

(4) a_k 和 b_k 为 0，当 k 为偶数时，此时 $f(t)$ 为奇谐波函数，波形如(c).

12-3 一个 RLC 串联电路，其 $R=11\Omega$，$L=0.015\text{H}$，$C=70\mu\text{F}$，外加电压为 $u(t)=[11+141.4\cos(1000t)-35.4\sin(2000t)]\text{V}$，试求电路中

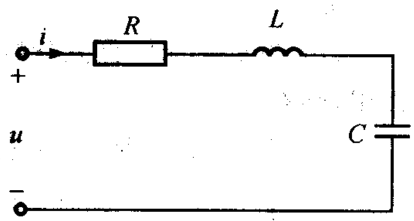


题解 12－2 图

的电流 $i(t)$ 和电路消耗的功率.

解　R,L,C 串联电路如图所示，电流相量 $\dot{I}_k$ 表达式为

$$\dot{I}_{(k)}=\frac{\dot{U}_k}{Z_{(k)}}=\frac{\dot{U}_k}{R+\mathrm{j}(k\omega L-\frac{1}{k\omega C})}$$



题解 12－3 图

其中 $\omega L=15\Omega$，　$\frac{1}{\omega C}=14.286\Omega$.

电压分量单独作用，产生的电流和功率分量为：

(1) 直流 $U_0=11\text{V}$ 作用时，电感 L 为短路，电容为开路. 故

$$I_0=0,\qquad P_0=0$$

(2) 基波作用时，有

$$\dot{U}_{(1)}=100\angle 0^\circ\ \text{V}$$

$$Z_{(1)}=R+\mathrm{j}(\omega L-\frac{1}{\omega C})=11.023\angle 3.71^\circ\Omega$$

$$\dot{I}_{(1)}=\frac{\dot{U}_{(1)}}{Z_{(1)}}=\frac{100\angle 0^\circ}{11.023\angle 3.71^\circ}\text{A}=9.072\angle -3.71^\circ\text{A}$$

$$P_{(1)}=I_{(1)}^2R=905.28\text{W}$$

(3) 二次谐波作用时，有

$$\dot{U}_{(2)}=\frac{35.4}{\sqrt{2}}\angle 90^\circ\text{V}=25.032\angle 90^\circ\text{V}$$

$$Z_{(2)}=R+\mathrm{j}(2\omega L-\frac{1}{2\omega C})=25.366\angle 64.3^\circ\Omega$$

$$\dot{I}_{(2)}=\frac{\dot{U}_{(2)}}{Z_{(2)}}=0.987\angle 25.7^\circ\text{A}$$

$$P_{(2)} = I_{(2)}^2 \times R = (0.98)^2 \times 11\text{W} = 10.716\text{W}$$

综上所得

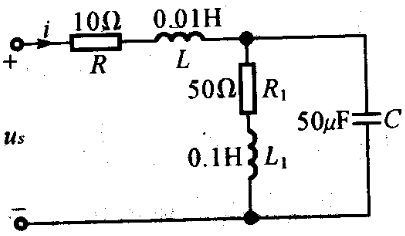
$$i(t) = [0 + 9.072 \times \sqrt{2}\cos(1000t - 3.71^\circ) + 0.987 \times \sqrt{2}\cos(2000t + 25.7^\circ)]\text{A}$$
$$= [12.83\cos(1000t - 3.71^\circ) - 1.396\sin(2000t - 64.3^\circ)]\text{A}$$
$$P = P_0 + P_{(1)} + P_{(2)} = 905.28 + 10.716 = 916(\text{W})$$

12-4 电路如图所示，电源电压为

$$u_s(t) = [50 + 100\sin(314t) - 40\cos(628t) + 10\sin(942t + 20^\circ)]\text{V}$$

试求电流 $i(t)$ 和电源发出的功率及电源电压和电流的有效值.

解



题 12-4

(1) 当 $k=0$ 时，直流分量 $U_o = 50\text{V}$ 作用，则有

$$Z_0 = R + R_1 = 60\Omega$$
$$I_0 = \frac{U_o}{Z_0} = \frac{50}{60} = \frac{5}{6}\text{A}$$
$$P_{s0} = U_o I_0 = 50 \times \frac{5}{6} = 41.667\text{W}$$

(2) 当 $k = 1$ 时，基波相量 $\dot{U}_{sm(1)} = 100\angle -90^\circ\text{V}$ 作用时，则有

$$Z_{(1)} = 10 + \text{j}3.14 + \cfrac{1}{\text{j}0.0157 + \cfrac{1}{50 + \text{j}3.14}}$$
$$= 71.267\angle -19.31^\circ\Omega$$
$$\dot{I}_{m(1)} = \frac{\dot{U}_{sm(1)}}{Z_{(1)}} = \frac{100\angle -90^\circ}{71.267\angle -19.31^\circ}\text{A} = 1.403\angle -70.69^\circ\text{A}$$
$$P_{s(1)} = \frac{1}{2}U_{sm(1)} I_{m(1)} \cos(-19.31^\circ)$$
$$= \frac{1}{2} \times 100 \times 1.403\cos 19.31^\circ\text{W} = 66.2\text{W}$$

(3) 当 $k = 2$ 时，$\dot{U}_{sm(2)} = -40\angle 0^\circ\text{V}$ 作用时，有

$$Z_{(2)} = 10 + \text{j}6.28 + \cfrac{1}{\text{j}0.0314 + \cfrac{1}{50 + \text{j}62.8}}$$

$$= 42.528 \angle{-54.552^\circ}\Omega$$

$$\dot{I}_{m(2)} = \frac{\dot{U}_{sm(2)}}{Z_{(2)}} = \frac{-40\angle{0^\circ}}{42.528\angle{-54.552^\circ}}\mathrm{A}$$

$$= 0.941\angle{-125.448^\circ}\mathrm{A}$$

$$P_{s(2)} = \frac{1}{2}U_{sm(2)}I_{m(2)}\cos(-54.552^\circ)$$

$$= \frac{1}{2}\times 40\times 0.94\times \cos 54.552^\circ \mathrm{W} = 10.915\mathrm{W}$$

(4) 当 $k=3$ 时，$\dot{U}_{sm(3)} = 10\angle{-70^\circ}\mathrm{V}$ 作用时，有

$$Z_{(3)} = 10 + \mathrm{j}9.42 + \frac{1}{\mathrm{j}0.0471 + \frac{1}{50+\mathrm{j}94.2}}$$

$$= 20.552\angle{-51.19^\circ}(\Omega)$$

$$\dot{I}_{m(3)} = \frac{\dot{U}_{sm(3)}}{Z_{(3)}} = \frac{10\angle{-70^\circ}}{20.552\angle{-51.19^\circ}}$$

$$= 0.487\angle{-18.81^\circ}(\mathrm{A})$$

$$P_{s(3)} = \frac{1}{2}U_{sm(3)}I_{m(3)}\cos(-51.19^\circ) = 1.526(\mathrm{W})$$

综上所得

$$i(t) = 0.833 + 1.403\sin(314t + 19.31^\circ) - 0.941\cos(628t + 54.552^\circ) + 0.487\sin(942t + 71.19^\circ)\ \mathrm{A}$$

$$P_s = P_{s0} + P_{s(1)} + P_{s(2)} + P_{s(3)} = 120.308\mathrm{W}$$

电源电压有效值

$$U_s = \left(U_0^2 + \frac{U_{sm(1)}^2}{2} + \frac{u_{sm(2)}^2}{2} + \frac{U_{sm(3)}^2}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(50^2 + \frac{100^2}{2} + \frac{40^2}{2} + \frac{10^2}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\mathrm{V} = 91.378\mathrm{V}$$

电源电流有效值

$$I = \sqrt{(\frac{5}{6})^2 + (\frac{1.403}{2})^2 + \frac{0.941^2}{2} + \frac{0.487^2}{2}}\mathrm{A} = 1.497\mathrm{A}$$

12-5 有效值为 100V 的正弦电压加在电感 L 两端时，得电流 $I=10\mathrm{A}$，当电压中有 3 次谐波分量，而有效值仍为 100V 时，得电流 $I=$

8A. 试求这一电压的基波和 3 次谐波电压的有效值.

解 提示 电压中有 3 次谐波时，其有效值为$\sqrt{U_1^2+U_3^2}$.

(1) 基波时，感抗为

$$|Z_{L_1}| = \omega L = \frac{100}{10} = 10\Omega$$

三次谐波时，感抗为

$$|Z_{L_3}| = 3\omega L = 30\Omega$$

(2) 由题意

$$U_1^2 + U_3^2 = 100^2 \tag{1}$$

$$\left(\frac{U_1}{|Z_{L_1}|}\right)^2 + \left(\frac{U_1}{|Z_{L_3}|}\right)^2 = 8^2 \tag{2}$$

代入参数值，并整理得

$$U_1^2 + U_3^2 = 100^2$$

$$9U_1^2 + U_3^2 = 64 \times 900$$

解得 $U_1 = 77.14\text{V}$, $U_3 = 63.64\text{V}$.

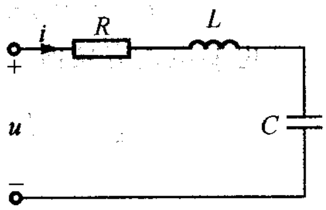
12-6 已知一 RLC 串联电路的端口电压和电流为：

$$u(t) = [100\cos(314t) + 50\cos(942t - 30°)]\text{V}$$

$$i(t) = [100\cos(314t) + 1.755\cos(942t + \theta_3)]\text{A}$$

试求：(1) R、L、C 的值；(2) θ_3 的值；(3) 电路消耗的功率.

解 (1) 基波的电压、电流同相位，RLC 电路在基波频率下发生串联谐振.



题解 12-6 图

$$R = \frac{U_{m1}}{I_{m1}} = \frac{100}{10} = 10\Omega$$

且 $X_{L1} = X_{C1} = X_1$

即 $\omega_1 L = \dfrac{1}{\omega_1 C} = X_1 \quad (\omega_1 = 314\text{rad/s})$

(2) 三次谐波的阻抗为

$$Z_{(3)} = R + \text{j}3\omega_1 L - \text{j}\frac{1}{3\omega_1 C}$$

$$= 10 + \text{j}(3X_1 - \frac{1}{3}X_1) = 10 + \text{j}\frac{8}{3}X_1\ \Omega$$

$$|Z_{(3)}|=\sqrt{10^2+(\frac{8}{3}X_1)^2}=\frac{U_{m3}}{I_{m3}}=\frac{50}{1.755}=28.49\Omega.$$

解得 $$X_1=10.004\Omega$$

故 $$L=\frac{X_1}{\omega_1}=\frac{10.004}{314}=31.86(\text{mH})$$

$$C=\frac{1}{\omega_1 X_1}=\frac{1}{314\times 10.004}=318.34(\mu\text{F})$$

(3) 三次谐波时，Z_3 的阻抗角为

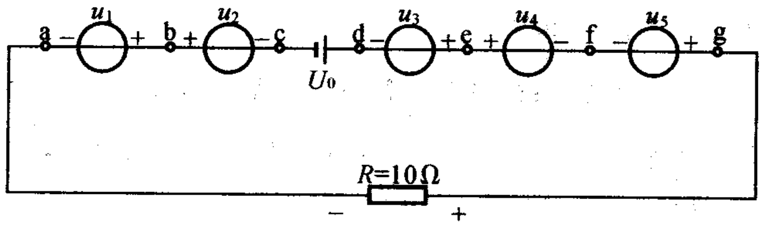
$$\varphi_3=\arctan\frac{\frac{8}{3}X_1}{10}=\arctan 2.668=69.45°$$

$$\varphi_3=\varphi_{u3}-\varphi_{i3}=-30-\theta_3$$

$$\theta_3=-99.45°$$

(4) $P=\frac{1}{2}\times 100\times 10+\frac{1}{2}\times 50\times 1.755\cos 69.45°=515.4(\text{W})$

12-7 图示电路各电源的电压为：



题 12-7 图

$$U_o=60\text{V}$$

$$u_1=[100\sqrt{2}\cos(\omega_1)+20\sqrt{2}\cos(5\omega_1 t)]\text{V}$$

$$u_2=50\sqrt{2}\cos(3\omega_1 t)\text{V}$$

$$u_3=[30\sqrt{2}\cos(\omega_1 t)+20\sqrt{2}\cos(3\omega_1 t)]\text{V}$$

$$u_4=[80\sqrt{2}\cos(\omega_1 t)+10\sqrt{2}\cos(5\omega_1 t)]\text{V}$$

$$u_5=10\sqrt{2}\sin(\omega_1 t)\text{V}$$

(1) 试求 U_{ab}，U_{ac}，U_{ad}，U_{ae}，U_{af}；

(2) 如将 U_o 换为电流源 $i_s=2\sqrt{2}\cos(7\omega_1 t)$，试求电压 U_{ac}，U_{ad}，

U_{ae}，U_{ag}（U_{ab} 等为对应电压的有效值）．

解

(1) $U_{ab} = \sqrt{100^2 + 20^2} = 101.98\text{V}$

$$U_{ac} = \sqrt{100^2 + 50^2 + 20^2} = 113.578\text{V}$$

$$U_{ad} = \sqrt{60^2 + 100^2 + 50^2 + 20^2} = 128.45\text{V}$$

$$U_{ae} = \sqrt{60^2 + (100 + 30)^2 + (50 - 20)^2 + 20^2} = 147.648\text{V}$$

$$U_{af} = \sqrt{60^2 + (100 + 30 - 80)^2 + (50 - 20)^2 + (20 - 10)^2} = 84.261\text{V}$$

(2) 设U_R参考方向如图中所示，当将U_0换为电流源i_s，方向从 c→d，

$$U_R = R_{i_s} = 20\sqrt{2}(\cos 7\omega_1 t)\text{V}$$

则各电压有效值为

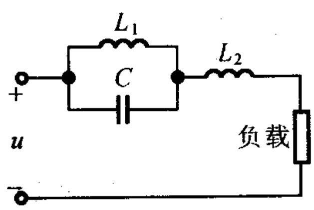
$$U_{ac} = \sqrt{100^2 + 50^2 + 20^2} = 113.578\text{V}$$

$$U_{ad} = \sqrt{[(80 - 30)^2 + 10^2] + 20^2 + 10^2 + 20^2} = 59.16\text{V}$$

$$U_{ae} = \sqrt{(80^2 + 10)^2 + 10^2 + 20^2} = 83.666\text{V}$$

$$U_{ag} = U_R = 20\text{V}$$

12-8 图示为滤波电路，要求负载中不含基波分量，但 $4\omega_1$ 的谐波分量能全部传送至负载．如 $\omega_1 = 1000\text{rad/s}$，$C = 1\mu\text{F}$，求 L_1 和 L_2．



题 12-8 图

解 提示 基波对 L_1 和 C 发生并联谐振，对 4 次谐波，电路发生串联谐振．

由题分析，负载中不含基波分量，即在负载中电流为 0，则有 L_1 和 C 在 ω_1 处在发生并联谐振，由谐振条件得

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C}} = 1000\ \text{rad/s}$$

$$L_1 = \frac{1}{\omega_1^2 C} = \frac{1}{1000^2 \times 10^{-6}} = 1\text{H}$$

若要求 4 次谐波分量能全部传送至负载端，需在 $4\omega_1$ 处发生串联谐振，则有

$$X_{L_2} = 4\omega_1 L_2 = 4000 L_2$$

而 L_1 与 C 并联的电抗为

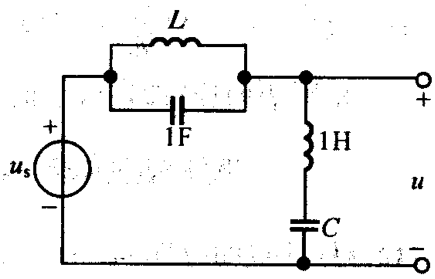
$$X_{L_1C} = \frac{1}{4\omega_1 C - \frac{1}{4\omega_1 L_1}} = \frac{4\omega_1 L_1}{16\omega_1^2 CL_1 - 1} = \frac{800}{3}\Omega$$

串联谐振时，有

$$X_{L_2} - X_{L_1C} = 4000L_2 - \frac{800}{3} = 0$$

$$L_2 = 66.67\text{mH}$$

12-9 图示电路中 $u_s(t)$ 为非正弦周期电压，其中含有 $3\omega_1$ 及 $7\omega_1$ 的谐波分量. 如果要求在输出电压 $u(t)$ 中不含这两个谐波分量，问 L,C 应为多少？



题 12-9 图

解 提示　使 1H 电感与 C 对 $3\omega_1$，发生串联谐振，1F 电容与 L 对 $7\omega_1$ 发生并联谐振.

由题意，输出电压 $u(t)$ 中不含 $3\omega_1$ 和 $7\omega_1$ 的谐波分量，需在这两个频率时发生谐振.

（1）若在 $3\omega_1$ 处 1H 电感与电容 C 发生串联谐振，输出电压的三次谐波 $U_{(3)} = 0$，即

$$3\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C}}$$

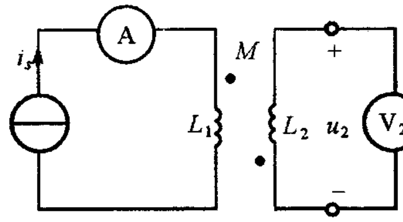
故
$$C = \frac{1}{9\omega_1^2 L_1} = \frac{1}{9\omega_1^2}$$

（2）若在 $7\omega_1$ 处 1F 电容与电感 L 发生并联谐振，则 $I_{(7)} = 0$，电压 $U_{(7)} = 0$，即

$$7\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC_1}}$$

故
$$L = \frac{1}{49\omega_1^2 C_1^2} = \frac{1}{49\omega_1^2}$$

12-10 图示电路中 $i_s = [5 + 10\cos(10t - 20°) - 5\sin(30t + 60°)]$A，$L_1 = L_2 = 2$H，$M = 0.5$H. 求图中交流电表的读数和 u_2.



题 12－10

解 由题可知，电流表读数为有效值，即

$$\text{电流表的示数}=\sqrt{5^2+\frac{10^2}{2}+\frac{5^2}{2}}$$

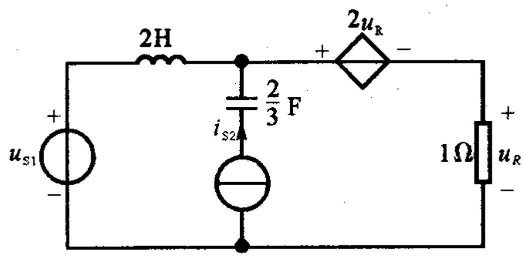
$$=9.354\text{A}$$

而 $U_{2(t)}=-M\frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t}=[50\sin(10t-20^\circ)+75\cos(30t+60^\circ)]\text{V}$

电压表的读数即为 U_2 的有效值，即

$$\text{电压表的示数}=\sqrt{\frac{50^2}{2}+\frac{75^2}{2}}\text{V}=63.738\text{V}$$

12－11 图示电路中 $u_{s1}=[1.5+5\sqrt{2}\sin(2t+90^\circ)]\text{V}$，电流源电流 $i_{s2}=2\sin(1.5t)\text{A}$. 求 u_R 及 u_{s1} 发出的功率.

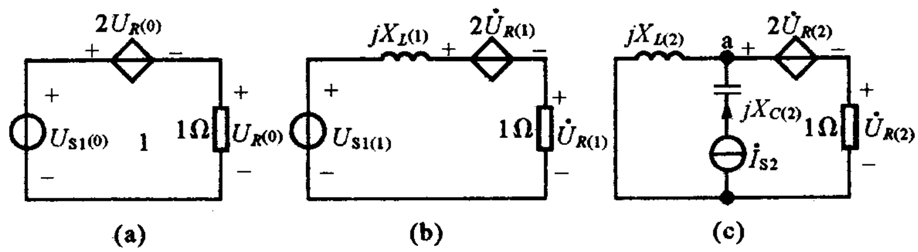


题 12－11 图

解 由题意，利用叠加定理求各响应分量.具体计算如下：

(1) 直流 $U_{s1_{(0)}}=1.5\text{V}$ 单独作用时，电感处于短路，电容处于开路，有

$$U_{s1_{(0)}}=2U_{R_{(0)}}+U_{R_{(0)}}=3U_{R_{(0)}}$$



题解 12－11 图

$$U_{R_{(0)}} = \frac{1}{3}U_{s1_{(0)}} = 0.5\text{V}$$

$$I_{(0)} = U_{R_{(0)}} = 0.5\text{A}$$

$$P_{s1_{(0)}} = U_{s1_{(0)}} I\omega = 1.5 \times 0.5 = 0.75\text{W}$$

(2) 当 $U_{s1_{(1)}} = 5\sqrt{2}\sin(2t + 90°)\text{V}$ 的电压分量单独作用时，有

$$\dot{U}_{s1_{(1)}} = 5\,\underline{/0°}\text{V},\ \text{j}X_{L_{(1)}} = \text{j}\omega_1 L = \text{j}4\Omega$$

由 KVL，得

$$U_{s1_{(1)}} = \text{j}X_{L_{(1)}}\dot{I}_{(1)} + 2\dot{U}_{R_{(1)}} + \dot{U}_{R_{(1)}} = \text{j}4\dot{I}_{(1)} + 3\dot{U}_{R_{(1)}}$$

$$\dot{U}_{R_{(1)}} = \dot{I}_{(1)}$$

解得

$$\dot{U}_{R_{(1)}} = \frac{\dot{U}_{s1_{(1)}}}{3 + \text{j}4} = \frac{5\,\underline{/0°}}{5\,\underline{/53.13°}} = 1\,\underline{/-53.13°}\text{V}$$

$$\dot{I}_{(1)} = \dot{U}_{R_{(1)}} = 1\,\underline{/-53.13°}\text{A}$$

$$P_{s1_{(1)}} = U_{s1_{(1)}} I_{(1)}\cos 53.13° = 5 \times 1 \times 0.6 = 3\text{W}$$

(3) 当电流源 i_{s2} 单独作用时，有

$$\dot{I}_{s2} = \sqrt{2}\,\underline{/-90°}\text{A}$$

$$\text{j}X_{L(2)} = \text{j}\omega_2 L = \text{j}3\Omega,\quad \text{j}X_{C_{(2)}} = -\text{j}\frac{1}{\omega_2 C} = -\text{j}1\Omega$$

对独立结点 a 列出结点电压方程，有

$$\left(\frac{1}{\text{j}X_{L(2)}} + 1\right)\dot{U}_{a(2)} = \dot{I}_{s(2)} + 2\dot{U}_{R_{(2)}}/1$$

$$\dot{U}_{a(2)} = 3\dot{U}_{R_{(2)}}$$

代入参数值，并消去 $\dot{U}_{a(2)}$，有

$$\left(-\text{j}\frac{1}{3} + 1\right) \times 3\dot{U}_{R_{(2)}} = \dot{I}_{s(2)} + 2\dot{U}_{R_{(2)}}$$

$$\dot{U}_{R_{(2)}} = \frac{\dot{I}_{s(2)}}{1 - \text{j}1} = 1\,\underline{/-45°}\text{V}$$

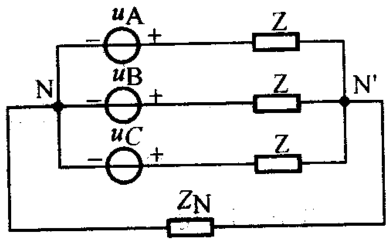
综上所得

$$U_{R(t)} = 0.5 + \sqrt{2}\cos(2t - 53.13°) + \sqrt{2}\cos(1.5t - 45°)\text{V}$$

电源 $U_{s(1)}$ 发出功率

$$P_{s1} = P_{s1_{(0)}} + P_{s1_{(1)}} = (0.75 + 3)\text{W} = 3.75\text{W}$$

12-12 对称三相星形连接的发电机的 A 相电压为 $u_A = [215\sqrt{2}\cos(\omega_1 t) - 30\sqrt{2}\cos(3\omega_1 t) + 10\sqrt{2}\cos(5\omega_1 t)]\text{V}$，在基波频率下负载阻抗为 $Z = (6 + \text{j}3)\Omega$，中线阻抗 $Z_N = (1 + \text{j}2)\Omega$。试求各相电流、中线电流及负载消耗的功率。如不接中线，再求各相电流及负载消耗的功率；这时中点电压 $U_{N'N}$ 为多少？



题 12-12 图

解 提示 对称三相电压源，基波构成正序对称三相电压，三次谐波构成零序对称组，五次谐波构成负序对称三相电压。对称三相电路，中线电流为 0，可以归结为一相计算。

令 $\dot{U}_{A(1)} = 215\angle 0^\circ \text{V}$，$\dot{U}_{A(5)} = 10\angle 0^\circ \text{V}$

$Z_{(1)} = (6 + \text{j}3)\Omega$，$Z_{(5)} = (6 + \text{j}15)\Omega$

$$\dot{I}_{A(1)} = \frac{\dot{U}_{A(1)}}{Z_{(1)}} = \frac{215\angle 0^\circ}{6 + \text{j}3}\text{A} = 32.05\angle -26.57^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_{A(5)} = \frac{\dot{U}_{A(5)}}{Z_{(5)}} = \frac{10\angle 0^\circ}{6 + \text{j}15}\text{A} = 0.62\angle -68.2^\circ \text{A}$$

由对称性可以写出

$$\dot{I}_{B(1)} = 32.05\angle -146.57^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_{C(1)} = 32.05\angle 93.43^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_{B(5)} = 0.62\angle -68.2^\circ + 120^\circ \text{A} = 0.62\angle 51.8^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_{C(5)} = 0.62\angle -68.2^\circ - 120^\circ \text{A} = 0.62\angle -188.2^\circ \text{A}$$

三次谐波时，有

$$\dot{U}_{A(3)} = \dot{U}_{B(3)} = \dot{U}_{C(3)} = 30\angle 0^\circ \text{V}$$

$$Z_{(3)} = (6 + \text{j}9)\Omega$$

$$Z_{N(3)} = (1 + \text{j}6)\Omega.$$

则中性点 N′ 与 N 之间电压 $\dot{U}_{N'N(3)}$ 为

$$\dot{U}_{N'N(3)} = \frac{\dfrac{3\dot{U}_{A(3)}}{Z_{(3)}}}{\dfrac{3}{Z_{(3)}} + \dfrac{1}{Z_{N(3)}}} = \frac{3\dot{U}_{A(3)} Z_{N(3)}}{3Z_{N(3)} + Z_{(3)}} = 19.236\angle 8.968^\circ \text{V}$$

$$\dot{I}_{A(3)} = \dot{I}_{B(3)} = \dot{I}_{C(3)} = \frac{\dot{U}_{A(3)} - \dot{U}_{N'N}}{Z_{(3)}} = 1.054\angle{-71.57^\circ}\ \text{A}$$

中线电流为

$$\dot{I}_{N(3)} = 3\dot{I}_{A(3)} = 3.162\angle{-71.57^\circ}\ \text{A}$$

所以，各相电流为

$$i_A = [32.05\sqrt{2}\cos(\omega_1 t - 26.57^\circ) - 1.054\sqrt{2}\cos(3\omega_1 t - 71.57^\circ) + 0.62\cos(5\omega_1 t - 68.2^\circ)]\ \text{A}$$

$$i_B = [32.05\sqrt{2}\cos(\omega_1 t - 146.57^\circ) - 1.054\sqrt{2}\cos(3\omega_1 t - 71.57^\circ) + 0.62\sqrt{2}\cos(5\omega_1 t + 51.8^\circ)]\ \text{A}$$

$$i_C = [32.05\sqrt{2}\cos(\omega_1 t + 93.43^\circ) - 1.054\sqrt{2}\cos(3\omega_1 t - 71.57^\circ) + 0.62\sqrt{2}\cos(5\omega_1 t - 188.2^\circ)]\ \text{A}$$

中线电流为

$$i_N = 3.16\sqrt{2}\cos(3\omega_1 t - 71.57^\circ)\ \text{A}$$

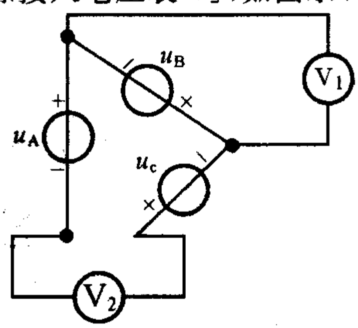
负载消耗功率为

$$\begin{aligned} P &= 3(I^2_{A(1)} + I^2_{A(3)} + I^2_{A(5)})R \\ &= 3 \times (32.05^2 + 1.054^2 + 0.62^2) \times 6\text{W} \\ &= 18517\ \text{W} \end{aligned}$$

若不接中线，则无零序组电流，即上述表达式中不含 3 次谐波.

$$P = 3(I^2_{A(1)} + I^2_{A(5)})R = 18497\ \text{W}$$

12-13 如果将上题中三相电源连接成三角形并计及每相电源的阻抗，(1) 试求测各相电压的电压表读数，即题图中 V_1 的读数，但三角形电源没有插入电压表 V_2；(2) 打开三角形电源接入电压表 V_2，如图示，试求此时两个电压表的读数.



题 12-13 图

解

(1) 当三角形电源中未插入电压表 V_2 时，三角形电源构成闭合回路，其端电压中将不含零序对称组，而只含正序和负序对称组，$U_1 = \sqrt{215^2 + 10^2} = 215.232\text{V}$.

(2) 当打开三角形插入电压表 V_2 时，

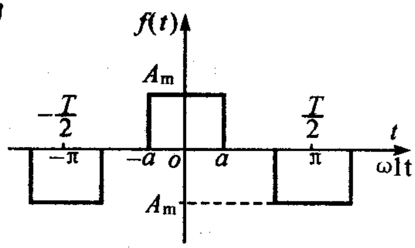
由于此时三角形电源回路处于开路，电路中无 3 次谐波，且正序和负序对称电压之和为 0，电压表 V_2 的读数为 3 次谐波电压有效值的 3 倍，即

$$V_2 = 3U_A = 3 \times 30 = 90\text{V}$$

$$V_1 = \sqrt{215^2 + 10^2 + 30^2} = 217.31\text{V}$$

12-14 求图形波形的傅里叶级数的指数形式的系数.

解 $f(t)$ 在一个周期内的表达式为



题 12-14 图

$$f(t) = \begin{cases} -A_m & \frac{T}{-2} \leqslant t \leqslant -\frac{\pi-\alpha}{\omega_1} \\ 0 & -\frac{\pi-\alpha}{\omega_1} \leqslant t \leqslant -\frac{\alpha}{\omega_1} \\ A_m & -\frac{\alpha}{\omega_1} \leqslant t \leqslant \frac{\alpha}{\omega_1} \\ 0 & \frac{\alpha}{\omega_1} \leqslant t \leqslant -\frac{\pi-\alpha}{\omega_1} \\ -A_m & \frac{\pi-\alpha}{\omega_1} \leqslant t \leqslant \frac{T}{2} \end{cases}$$

$f(t)$ 展开为傅里叶级数的指数形式为

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_1 t}$$

由于 $f(t)$ 为偶函数，且具有镜对称性质，有 $c_0 = 0$ 和 $c_{2k} = 0$.

$$\begin{aligned} c_k &= \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jk\omega_1 t} dt \\ &= \frac{1}{T}\left[\int_{-\frac{T}{2}}^{-\frac{\pi-\alpha}{\omega_1}} (-A_m) e^{-jk\omega_1 t} dt + \int_{-\frac{\alpha}{\omega_1}}^{\frac{\alpha}{\omega_1}} A_m e^{-jk\omega_1 t} dt \right. \\ &\quad \left. + \int_{\frac{\pi-\alpha}{\omega_1}}^{\frac{T}{2}} (-A_m) e^{-jk\omega_1 t} dt\right] \\ &= \frac{2A_m}{k\pi}\sin k\alpha \qquad (k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \cdots) \end{aligned}$$

所以 $$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{2A_m}{k\pi}\sin k\alpha\, e^{jk\omega_1 t} \quad (k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \cdots)$$