西南交通大学电气工程学院
2008 考研电路分析笔记

renxiaoyao_jtu @ 163.com

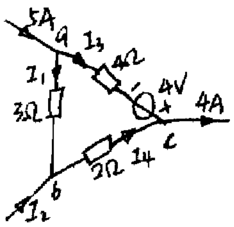
2008-6-29 SZ

直流电路部分

一、电路模型与电路定律：

1. 电路模型
2. 电路定律 KVL，KCL
3. 参考方向：关联与非关联参考方向
4. 基本元件：R，L，C，电压源，电流源，受控源.

例：



解：$I_2=-1A$

$$\begin{cases} I_1+I_3=5 \\ I_2+I_1=I_4 \\ 4I_3-2I_4-3I_1=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1=2A \\ I_3=3A \\ I_4=1A \end{cases}$$

二 电路的等效变换

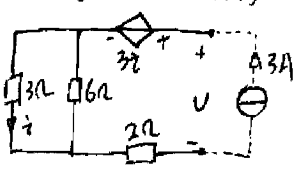
1. 电路的等效及等效变换：只对外部等效，对内不等效.
2. 电阻电路的等效变换：

   ① 串-并联　② Δ-Y 变换　③ 有等电位点的电路(形成电桥)
3. 实际电压源，电流源及其等效变换：多余元件(对外电路而言)
4. 输入电阻与等效电阻：

   ① 若内部不含独立源，则输入电阻=等效电阻.

   ② 用外加电压源法求等效电阻(一阶电路，非线性电阻)

例：求等效电阻 R_{ab}



解：外加3A电流源，则 $i=2A$

$\therefore U=3i+6+2\times3=18V$

$\therefore R_{ab}=U/3=6Ω$

三 网络分析法(KVL，KCL，网孔电流法，回路电流法…)

1. 图论：① 拓扑图 ②. 树，树支，连支

   ② 独立结点，独立回路(网孔或基本回路)

   ③ 基本割集(封闭面或广义结点，KCL)

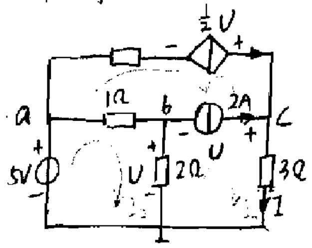
   ④ 独立 KVL，KCL 方程数.
2. 支路电流法
3. 结点电压法：自导，互导，理想电压源的处理，受控源(广义结点)

网孔电流法：自阻，互阻 ……

回路电流法：

割集分析法：

例：求 U，I



解：① 结点电压法：

结点 a：$U_a=5V$

结点 b：$-U_a+(1+\frac{1}{2})U_b=-2A$

结点 c：$\frac{1}{3}U_c=2+\frac{1}{2}U_b$

解得 $U_b=2V$，$U_c=9V$，$I=\frac{1}{3}U_c=3A$

② 网孔电流法：

$$\begin{cases} I_1=\frac{1}{2}U \\ I_2-I_1+2(I_2-I_3)=5 \\ 3(I_3-I_2)=2 \\ U=2(I_2-I_3) \end{cases}$$

③ 回路法：

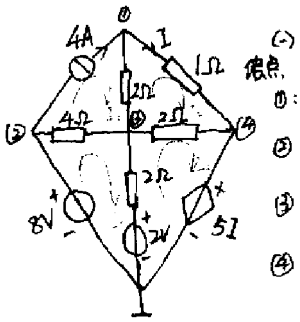
$i_1=\frac{1}{2}U$

$i_2=2A$

$i_3=\frac{U}{2}$

$(i_3+i_2)+2i_3=5V$

例：求 I.



(一) 结点法：

①：$(1+\frac{1}{2})U_1-U_4-\frac{1}{2}U_3=4$

②：$U_2=8V$

③：$(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2})U_3-\frac{1}{2}U_1-\frac{1}{4}U_2-\frac{1}{2}U_4=1$

④：$U_4=5I$

$I=\frac{U_1-U_4}{1}$

(二) 网孔法：

$I_1=4A$ …网孔1

$I_2+2(I_2-I_4)+2(I_2-I_1)=0$ …网孔2

$4(I_3-I_1)+2(I_3-I_4)+2=8$ … 3

$2(I_4-I_3)+2(I_4-I_2)+5I=2$ … 4

$I=I_2$　　解得 $I=2A$.

四. 电路定理：

1. 叠加定理：（周期性非正弦的电路中常用此方法）. ①齐次性 ②叠加性

$$y=y_1+y_2+y_3+\cdots=k_1f_1+k_2f_2+\cdots$$

注意：①独立电源置零；②受控源处理（当电阻处理）.

③不能用叠加定理求功率（而周期性非正弦电流可以用叠加定理）

2. 替代定理（一阶、二阶电路中求 $\frac{du_c}{dt}\Big|_{0^+}$，$\frac{di_L}{dt}\Big|_{0^+}$ …）

3. 戴维南—诺顿定理（一般应用于求最大功率传输，一阶电路，非线性电阻电路中）

a. 定理（略）

b. 求等效电路. ①求U_{oc}、I_{sc}.

② 求R_0 { 不含受控源：电源置零
　　　　　 含受控源：外加电源法或开短路法.

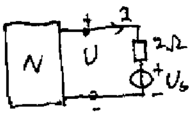
c. 应用

4. 特勒根定理：{ 之一：$\sum_{k=1}^{n} u_k i_k = 0$ （u_k，i_k为关联参考）
　　　　　　　 之二：$\sum_{k=1}^{n} u_k \hat{i}_k = \sum_{k=1}^{n} \hat{u}_k i_k = 0$ （具有同一拓扑图，关联参考）

5. 互易定理. N_R — 无源网络

互易网络：直流—R；交流—R.L.C. （无受控源）

例：N为线性有源二端网络，当$U_s=0$时，$I=3A$；当$U_s=6V$时，$U=10V$；求当$U_s=12V$时的U=?，I=?



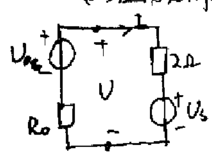
解：(一)叠加定理：

令N内独立源作用，U_s置零产生I'；令$U_s=6V$单独作用产生I''，

由已知可得$I'=3A$，$I=I'+I''=\frac{U-U_s}{2}=2A$ ∴$I''=-1A$

当$U_s=12V$时，$I=I'+2I''=1A$. $U=2I+U_s=2+12=14V$

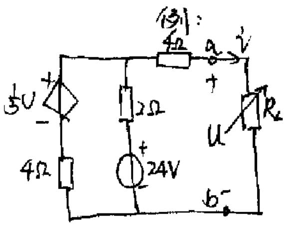
(二)应用戴维南定理：



$$\begin{cases} \frac{U_{oc}}{2+R_0}=3 \\ \frac{U_{oc}-U_s}{2+R_0}=\frac{U_{oc}-6}{2+R_0}=\frac{U-U_s}{2}=\frac{10-6}{2}=2 \end{cases}$$

∴$R_0=4\Omega$，$U_{oc}=18V$. 当$U_s=12V$时，$I=\frac{18-12}{6}=1A$，$U=14V$

例：



当R_L=?时获得P_{max}=?

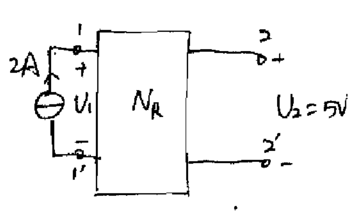
解：a.b以左的戴维南等效电路.

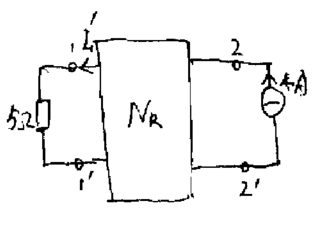
a.b开路. $\frac{U_{oc}-\frac{1}{3}U_{oc}}{4}=\frac{24-U_{oc}}{2}$ ∴$U_{oc}=18V$

a.b短路：$U=0V$. $i_{sc}=3A$ ∴$R_{eq}=\frac{U_{oc}}{i_{sc}}=6\Omega$

当$R_L=6\Omega$时，R_L可获得最大功率$P_{max}=\frac{U_{oc}^2}{4R_{eq}}=\frac{18^2}{4\times6}=13.5W$

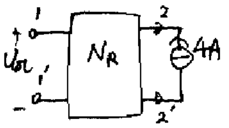
例：图(a) $U_1=10V$，$U_2=5V$，求图(b)中电流I_1=?





图(a)　　图(b)

解：求(b)中从1-1'向右看过去的戴维南等效电路



$U_{oc} = \frac{4\times5}{2} = 10V$（此图和(a)图可以应用互易定理）

$R_0 = 10/2 = 5\Omega$（4A电流源置零 外加2A的电流源就是(a)图）

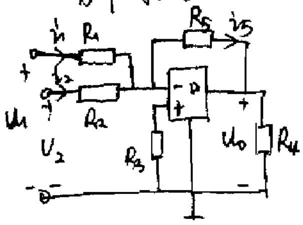
$\therefore I_1' = \frac{10}{5+5} = 1A$

五. 含理想运放.

理想运放：输入端口；$u^+ = u^-$（虚短）　$i^+ = i^- = 0$（虚断），KVL方程（输入结点电压法）

输出端口：具有理想（受控）电压源特性.

例：求u_0



$u^+ = u^- = 0$

$i_1 + i_2 = i_5$，$i_1 = \frac{u_1}{R_1}$，$i_2 = \frac{u_2}{R_2}$

$i_5 R_5 + u_0 = 0$

$\therefore u_0 = -(\frac{R_5}{R_1}u_1 + \frac{R_4}{R_2}u_2)$

正弦交流部分

一. 正弦量与相量：

1. 正弦稳态交流电路（电流源.电压源频率相同）
2. 正弦量
3. 相量　$i \rightleftharpoons \dot{I}$

二. 电路定律的相量形式：

KVL：$\Sigma\dot{U} = 0$，　KCL：$\Sigma\dot{I} = 0$

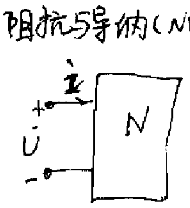
电阻R　$\dot{U}_R = \dot{I}R$　　$R = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = U/I$（$\dot{U}$.$\dot{I}$同相）

电感L　$\dot{U}_L = jX_L\dot{I}_L$　　$jX_L = \frac{\dot{U}_L}{\dot{I}_L}$（$\varphi_u - \varphi_i = 90°$，关联下）

电容C　$\dot{U}_C = -jX_C\dot{I}_C$　　$-jX_C = -j\frac{1}{\omega C} = \dot{U}_C/\dot{I}_C$（$\varphi_u - \varphi_i = -90°$）

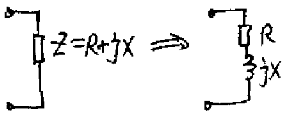
$\dot{I}_C = j\omega C\dot{U}_C$

三. 阻抗与导纳（N中不含独立源）



$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U}{I}\angle\varphi_u - \varphi_i = |Z|\angle\varphi_Z = R + jX$

$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = |Y|\angle\varphi_Y = G + jB$　　$Z = \frac{1}{Y}$



$X>0$，$\varphi_Z>0$，感性

$X<0$，$\varphi_Z<0$，容性

$X=0$，$\varphi_Z=0$，阻性

四. 正弦电路的功率：

1. 瞬时功率：$p=ui\,(W)$

2. 有功功率：$P=UI\cos\varphi=I^2R=U^2/R\,(W)$

3. 无功功率：$Q=UI\sin\varphi=I^2X\,(Var)$ $\begin{cases} Q>0，感性 & Q_L=I^2\omega L. \\ Q<0，容性 & |Q_C|=\omega CU^2 \end{cases}$

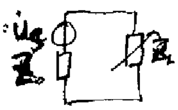
4. 视在功率：$S=UI=|Z|I^2=\sqrt{P^2+Q^2}$

5. 功率因素：$\lambda=\cos\varphi=P/S$ $(\varphi=\varphi_u-\varphi_I=\varphi_Z)$.

6. 复功率：$\bar{S}=S\angle\varphi=P+jQ=\dot{U}\dot{I}^*=I^2Z$

7. 功率因素提高：并电容

五. 最大功率传输：



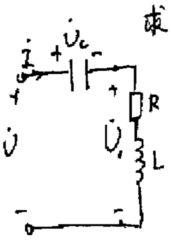
当$Z_L=Z_0^*=R_0-jX_0$时可获得最大功率

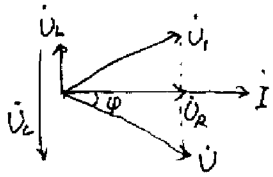
$P_{max}=\frac{U_S^2}{4R_0}$

六. 正弦电路的相量分析法：

例：图中已知$U=U_1=50V$，$\dot{I}=10\angle 0^\circ A$，$\cos\varphi=0.8$，$\omega=1000\,rad/s$，

求①R，L，C. ②$\dot{U}$，$\dot{U}_1$，$\dot{U}_C$





解：由相量图可知 要满足$U=U_1$

则(1) $\varphi<0$，$\because\cos\varphi=0.8$ $\therefore\varphi=-36.87^\circ$，

(2) 容性 $Q_C-Q_L=Q$

$S=UI=500VA$，$P=S\cos\varphi=400W=I^2R$ $\therefore R=4\Omega$

$Q_L=I^2\omega L=\sqrt{U_1I-P^2}=300$ ~~$\frac{100}{U_1}$~~

$\therefore L=3mH$

$Q=\sqrt{S^2-P^2}=300\,Var$

又 $Q_C-Q_L=Q$ $\therefore Q_C=Q+Q_L=I^2\frac{1}{\omega C}$ $\therefore C=166.67\mu F$

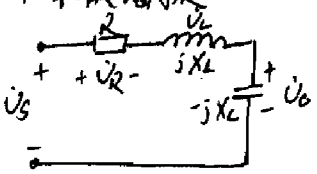
由相量图可知 $\dot{U}=50\angle -36.87^\circ V$，$\dot{U}_1=50\angle 36.87^\circ V$.

$\dot{U}_C=$ ~~$\frac{1}{j\omega C}\dot{I}$~~ $=\dot{U}-\dot{U}_1=60\angle -90^\circ V$

七. 谐振：一个R, L, C电路，若$\dot{U}$，$\dot{I}$同相，则发生谐振，$\omega_0L=\frac{1}{\omega_0C}$

谐振时，$Z_0=\frac{U_0}{I_0}=\frac{\dot{U}_0}{\dot{I}_0}=R$ $X_0=0$. $Y=\frac{\dot{I}}{\dot{U}}=\frac{I}{U}=G$ $B_0=0$. .

1. 串联谐振：

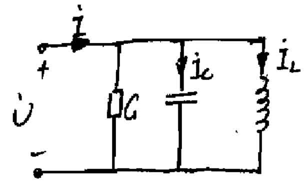


$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$　　$X_0=X_{L0}-X_{C0}=0$　　$\dot U_L+\dot U_C=0$

$X_{L0}=X_{C0}=QU_s$　　（L、C 串联为一条导线）

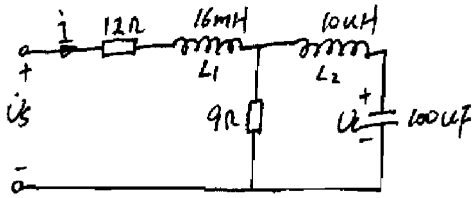
$Q=\frac{U_0}{U_s}=\frac{U_{L0}}{U_{R0}}$

2. 并联谐振



谐振时 $\dot I_C+\dot I_L=0$，L、C 相当于断开.

例：



已知：$\dot U_s=40\angle 0°$　$\omega=1000\ rad/s$

求 $\dot I$ 和 $\dot U_C$

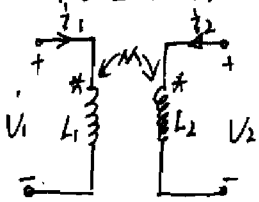
解：$X_{L_1}=\omega L_1=16\Omega$　　$X_{L_2}=\omega L_2=10\Omega$　　$X_C=\frac{1}{\omega C}=10\Omega$

$\because \omega_0 L_2=\frac{1}{\omega_0 C}$　$\therefore L_2$ 与 C 串联谐振．$\therefore Z=12+j16\Omega=20\angle 53.13°\ V$

$\therefore \dot I=\frac{\dot U_s}{Z}=2\angle -53.13°\ A$　　$\dot U_C=-jX_C\dot I=20\angle -143.13°\ (V)$

八 互感：

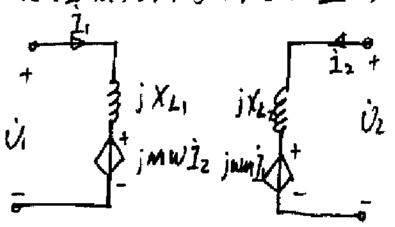
1. 耦合电感：L、M、$K=\frac{M}{\sqrt{L_1L_2}}$，同名端



$$\begin{cases}u_1=L_1\frac{di_1}{dt}+M\frac{di_2}{dt}\\ u_2=L_2\frac{di_2}{dt}+M\frac{di_1}{dt}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dot U_1=j\omega L_1\dot I_1+j\omega M\dot I_2\\ \dot U_2=j\omega L_2\dot I_2+j\omega M\dot I_1\end{cases}$$

2. 去耦：

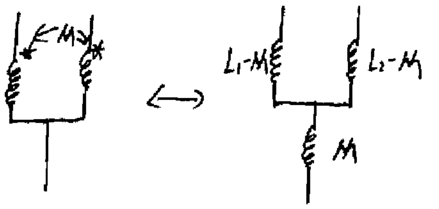
a. 受控源去耦法（相量形式如下）

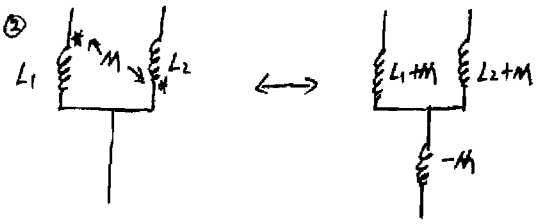


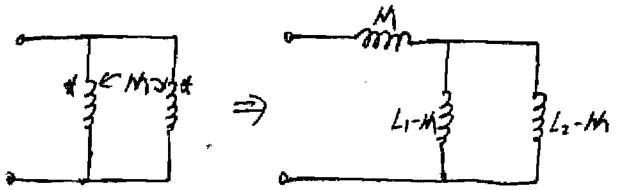
b 顺串　$L=L_1+L_2+2M$

反串　$L=L_1+L_2-2M\geq 0$

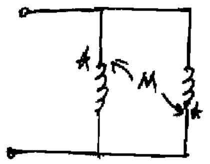
2. T型等效去耦:

①


②


③


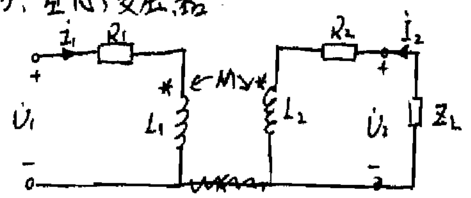
$L = \frac{L_1L_2 - M^2}{L_1+L_2-2M}$ (M反并)

④


. . .

$L = \frac{L_1L_2 - M^2}{L_1+L_2+2M}$

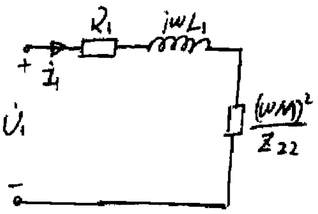
3. 空芯变压器

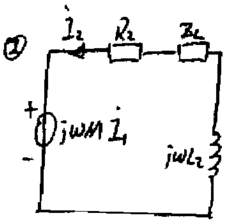


$Z_{11} = R_1 + jX_{L1}$

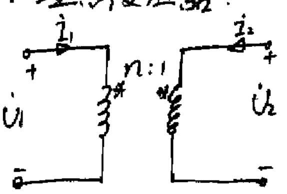
$Z_{22} = R_2 + jX_{L2} + Z_L$

①原边等效 ···· ②副边等效 ···

①


②


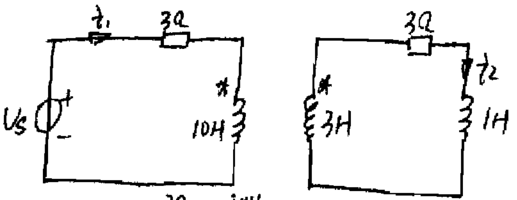
4. 理想变压器:



$\dot{I}_1 = -\frac{1}{n}\dot{I}_2$ (注意$\dot{U}_1$, $\dot{U}_2$, $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$的方向)

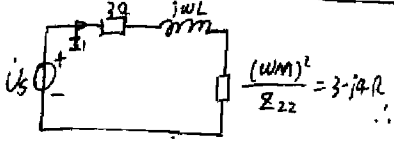
$\dot{U}_1 = n\dot{U}_2$

例:



已知 $u_s = 60\sin t$ (V) 求 i_1, i_2

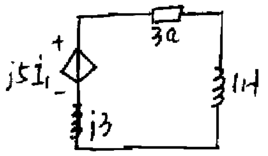
解:



$\frac{(\omega M)^2}{Z_{22}} = 3-j4\Omega$

$Z_{22} = 3+j1+j3 = 3+j4\ \Omega$ $Z_{11} = 3+j10\Omega$

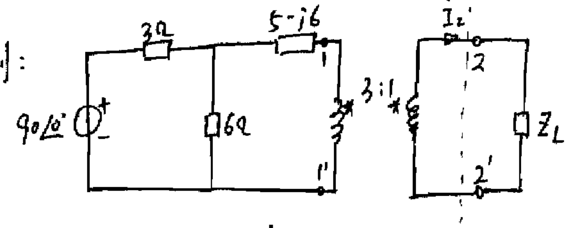
$\therefore \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_S}{3+j10+3-j4} = 5\angle{-45^\circ}A$.



$\dot I_2 = \frac{j5\dot I_1}{Z_{22}} = 5\angle -8.13^\circ$ A

$i_1 = 5\sqrt{2}\sin(t-45^\circ)$ A　　$i_2 = 5\sqrt{2}\sin(t-8.13^\circ)$ A

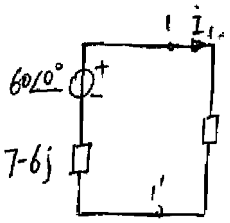
例:



$Z_L = 1+j2\,\Omega$

求 Z_L 的吸收功率

↓



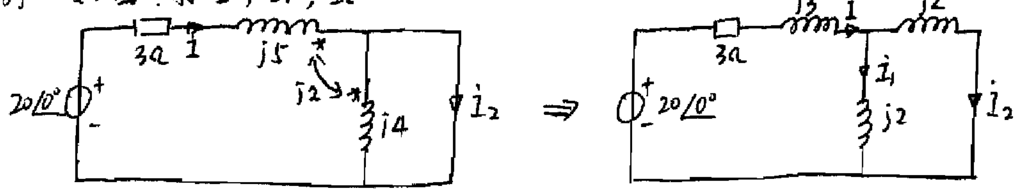
$Z_L' = 3^2 \times Z_L = 9+j18\,\Omega$
$\downarrow$
R_L'

$\therefore \dot I_1 = \frac{60\angle 0^\circ}{7-j6+9+j18} = 3\angle -36.87^\circ$ A

$P = I_1^2 R_L' = 9\times 3^2 = 81W$

或 $\dot I_2 = 3\dot I_1 = 9\angle -36.87^\circ$ A　$P = I_2^2 R_L = 81W$

例: 如图 求 $\dot I$, $\dot I_1$, $\dot I_2$



$\dot I = \frac{20\angle 0^\circ}{3+j3+j} = 4\angle -53.13^\circ$ A　　$\dot I_1 = \dot I_2 = \frac{1}{2}\dot I = 2\angle -53.13^\circ$ A

三相电路部分

一、三相电路及其连接

1、对称三相电路 (正序)

2. 三相电路连接

① $Y_0 - Y_0$ 三相四线

② Y - Y
③ Y - Δ
④ Δ - Y
⑤ Δ - Δ
} 三相三线

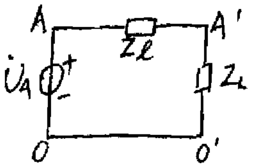
二、对称三相电路

1. 三相电源对称
2. 三相负载对称
3. 线路阻抗对称

1、Y接　$\dot{I}_p = \dot{I}_l$（相应）
$\dot{U}_l = \sqrt{3}\,\dot{U}_p \angle 30^\circ$（相应）

2. Δ接　$\dot{U}_l = \dot{U}_p$（相应）
$\dot{I}_l = \sqrt{3}\,\dot{I}_p \angle -30^\circ$（相应）

3. 对称三相电路的计算：
Y-Y 或 Y_0-Y_0 电源与负载中点等电位



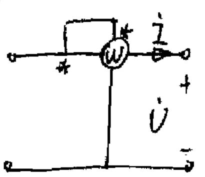
$\dot{I}_A = \dfrac{\dot{U}_A}{Z_L+Z_l}$　$\dot{I}_B = \dot{I}_A \angle -120^\circ$　$\dot{I}_C = \dot{I}_A \angle +120^\circ$.

其他形式：
无线路阻抗：直接求得一相，再写出其他两相.
有线路阻抗：化为 Y-Y 来求解（电源Δ接不用变换，其实给出的是相电压）

三 负载不对称的三相电路：
① Y_0-Y_0 或 Y-Y 连接，先求电源与负载中点间电压 $\dot{U}_{OO'}$，再逐相求各相电压 各相电流
②.其他形式，无线路阻抗：逐相求相电流，再由 KCL 求线电流
有线路阻抗：可从三角形化Y型.

四. 三相电路的功率：
一般：$P = P_A + P_B + P_C$　　$P_{av} = P_A + P_B + P_C$
三相对称：$P = 3U_pI_p\cos\varphi$ 或 $P = \sqrt{3}U_lI_l\cos\varphi = 3I_p^2R_L$
$Q = 3U_pI_p\sin\varphi = \sqrt{3}U_lI_l\sin\varphi = 3I_p^2X_L$
$S = 3U_pI_p = \sqrt{3}U_lI_l = 3|Z|I_p^2$

五 三相功率的测量
功率表读数：

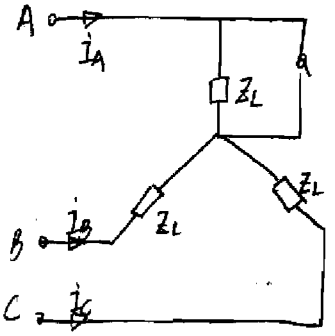


$P = \frac{1}{T}\int_0^T u\,i\,dt$
所测端口的平均功率

三相四线制：(Y_0-Y_0)　三瓦计数法：$P = P_A + P_B + P_C$

三相三线制：二瓦计数法 $P=P_1+P_2$（代数和．其中表的读数可能为负值）

例：如图．三相电源对称．且 $\dot{U}_{AB}=380\angle 60^\circ\ V$ $Z_L=20\angle 36.87^\circ\ \Omega$



1．求开关断开时 $\dot{I}_A$，$\dot{I}_B$，$\dot{I}_C$，P，Q

2．K 闭合时 $\dot{I}_A$，$\dot{I}_B$，$\dot{I}_C$

解：① 开关断开．属对称 Y接情况

$\dot{U}_A=220\angle 30^\circ\ V$

$\dot{I}_A=\frac{\dot{U}_A}{Z_L}=\frac{220\angle 30^\circ}{20\angle 36.87^\circ}=11\angle -6.87^\circ\ A$

$\dot{I}_B=11\angle -126.87^\circ\ A$ $\dot{I}_C=11\angle 113.13^\circ\ A$

$Z_L=20\angle 36.87^\circ=16+j12\ \Omega$

$P=3R_L I_P^2=3\times 16\times 11^2=5808\ W$

$Q=3X_L I_P^2=3\times 12\times 11^2=4356\ Var$

② K 闭合时

$\dot{I}_B=\frac{-\dot{U}_{AB}}{Z_L}=19\angle 156.87^\circ\ (A)$

$\dot{I}_C=\frac{\dot{U}_{CA}}{Z_L}=19\angle 143.13\ (A)$ $\dot{I}_A=-(\dot{I}_B+\dot{I}_C)=32.91\angle -6.87^\circ\ (A)$

周期非正弦部分

一．傅立叶级数（不考）

二．周期非正弦量的有效值

$U=\sqrt{U_0^2+U_1^2+U_2^2+\cdots}=\sqrt{U_0^2+\sum_{k=1}^{\infty}U_k^2}$ $\begin{cases}U_0 & \text{直流分量}\\ U_K & K\text{次谐波有效值}\end{cases}$

$I=\sqrt{I_0^2+\sum_{k=1}^{\infty}I_k^2}$

三．周期非正弦电路的有功功率及功率因数

$P=\frac{1}{T}\int_0^T ui\,dt=U_0I_0+U_1I_1\cos\varphi_1+U_2I_2\cos\varphi_2+\cdots$

$=U_0I_0+\sum_{k=1}^{\infty}U_KI_K\cos\varphi_k$ （只有同频的电压电流才产生有功功率）

功率因数：$\lambda=\frac{P}{S}=\frac{P}{UI}$

四．周期非正弦电路的分析计算（谐波分析法）

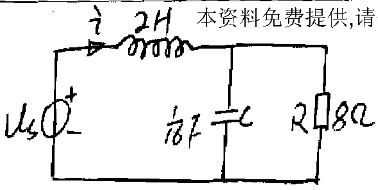
1．将周期非正弦激励信号用傅立叶级数展开（一般都给出）

2．应用叠加定理：

让激励的各频率分量各自单独作用，求得其各频率分量响应．然后叠加

（千万不能用相量叠加）

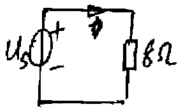
例，如图，已知 $u_S = 16 + 16\sin 2t$ (V)



求：① 电流 i 及其有效值 I

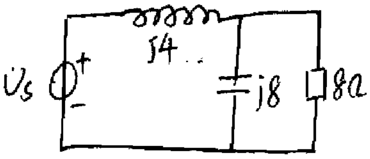
② 电压发出的有功功率

解：① 直流分量：



$I_0 = 2A$

② u_S 交流作用时 $\omega = 2\,rad/s$ $\dot U_{S1} = 8\sqrt{2}\angle 0°$



$Z_1 = j4 + \frac{j8\cdot 8}{8+j8} = 4\Omega$

$\therefore \dot I_1 = \frac{\dot U_S}{Z_1} = 8\sqrt{2}\angle 0°$ A $\quad i_1 = 4\sin 2t$ (A)

$\therefore i = I_0 + i_1 = 2 + 4\sin 2t$ (A)

$\therefore I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2} = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{2})^2} \approx 3.464$ (A)

$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos\varphi_1 = 16\times 2 + \frac{1}{2}\times 16\times 4\times \cos 0° = 64\,w$

二端口网络部分（内部不含独立源）

一、二端口网络的基本定义：

二、二端口网络的参数方程：

1. Y 参数

$$\begin{cases} \dot I_1 = Y_{11}\dot U_1 + Y_{12}\dot U_2 \\ \dot I_2 = Y_{21}\dot U_1 + Y_{22}\dot U_2 \end{cases} \qquad Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} (S)$$ （短路导纳矩阵）

2. Z 参数：

$$\begin{cases} \dot U_1 = Z_{11}\dot I_1 + Z_{12}\dot I_2 \\ \dot U_2 = Z_{21}\dot I_1 + Z_{22}\dot I_2 \end{cases} \qquad Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} (\Omega)$$

$Y = Z^{-1} \quad Z = Y^{-1}$

如果无源（不含受控源）是互易的，$Z_{12} = Z_{21} \quad Y_{12} = Y_{21}$

3. 传输参数：

$$\dot U_1 = A\dot U_2 - B\dot I_2 \qquad T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \dot U_1 \\ \dot I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot U_2 \\ -\dot I_2 \end{bmatrix}$$

$$\dot I_1 = C\dot U_2 - D\dot I_2$$

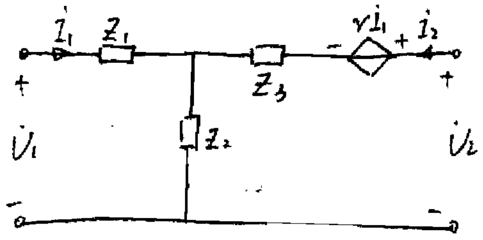
4. 混合参数

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}$$

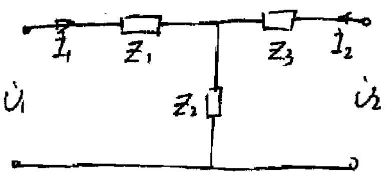
三. 二端口网络的等效电路:

1. T型等效电路(与Z参数直接相关)

若已知 $Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$



若无源二端口网络 $Z_{12} = Z_{21}$



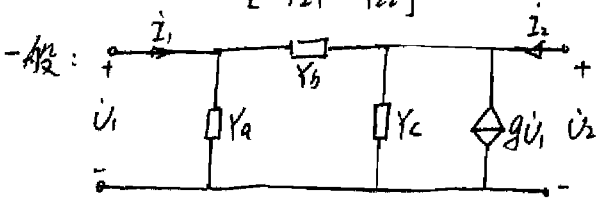
$Z_1 = Z_{11} - Z_{12}$　　$Z_3 = Z_{22} - Z_{12}$

$Z_2 = Z_{12}$　　$r = Z_{21} - Z_{12}$

2. Π型等效电路(与Y参数直接相关)

若已知 $Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$

一般:



$Y_a = Y_{11} + Y_{12}$　　$Y_b = -Y_{12}$　　无源: $g = 0$

$Y_c = Y_{12} + Y_{22}$　　$g = Y_{21} - Y_{12}$

用等效电路分析比用方程更便捷.

四. 二端口网络的连接:

1. 串联 $Z = Z_1 + Z_2 + \cdots$

2. 并联 $Y = Y_1 + Y_2 + \cdots$

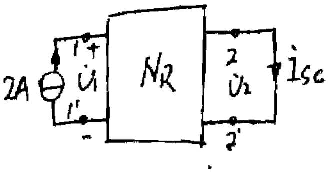
3. 级联 $T = T_1 + T_2 + \cdots$

五. 回转器与负阻抗变换器.

$$\begin{cases} u_1 = -r i_2 \\ u_2 = r i_1 \end{cases}$$

例: 如图, N_R为一无源二端口网络, 当 2-2' 端口开路时 $\dot{U}_1 = 20V$ $\dot{U}_2 = 10V$

当 2-2' 端口短路时 $i_{sc} = 1A$ 求 Z, Y



解: 当2-2'开路 $\dot{I}_2 = 0$　$Z_{11} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = 10\Omega$　$Z_{21} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} = 5\Omega$

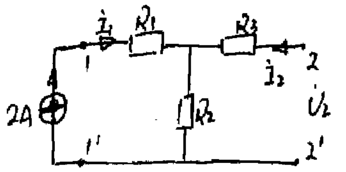
当 2-2'短路时 $\dot{I}_2 = -\dot{I}_{sc} = -1A$

而 $\dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 = 5\times2 - Z_{22}\cdot1 = 0 \Rightarrow Z_{22} = 10\Omega$

$Z_{12} = Z_{21} = 5\Omega$

$\therefore Z = \begin{bmatrix} 10 & 5 \\ 5 & 10 \end{bmatrix}(\Omega)$ $Y = Z^{-1} = \frac{1}{75}\begin{bmatrix} 10 & -5 \\ -5 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{15} & -\frac{1}{15} \\ -\frac{1}{15} & \frac{2}{15} \end{bmatrix}(S)$

解法二：电路可等效为：

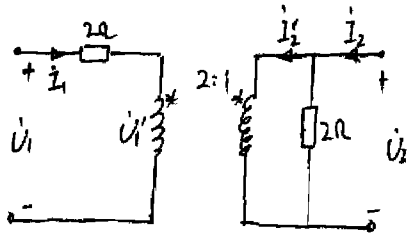


$R_1 + R_2 = \frac{20}{2} = 10\Omega$ $R_2 = 10/2 = 5\Omega$ $R_1 = 5\Omega$

$R_2 = R_3 = 5\Omega$

$\therefore Z = \begin{bmatrix} 10 & 5 \\ 5 & 10 \end{bmatrix}(\Omega)$ $Y = \begin{bmatrix} \frac{2}{15} & -\frac{1}{15} \\ -\frac{1}{15} & \frac{2}{15} \end{bmatrix}(S)$

例：求 T 矩阵



解：令 $i_2 = 0$ $i_2' = -\frac{1}{2}u_2$

$i_1 = -\frac{1}{2}i_2' = \frac{1}{4}u_2 \Rightarrow C = \frac{1}{4}$

$u_1 = 2i_1 + u_1' = \frac{5}{2}u_2 \Rightarrow A = \frac{5}{2}$

令 $u_2 = 0$ $i_1 = -\frac{1}{2}i_2' = -\frac{1}{2}i_2 \Rightarrow D = \frac{1}{2}$

$u_1 = 2u_2 + 2i_1 = -i_2 \Rightarrow B = 1$

$\therefore T = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

暂态电路的时域分析

初始条件：

换路定则：若 u_L，i_C 为有限值，则 i_L u_C 不跳变。

一、一阶电路：

任一一阶电路的响应 = 零输入响应 + 零状态响应

= 特解 + 补解

= 稳态分量 + 暂态分量。

1. 三要素法：$y(t) = y_p + [y(0^+) - y_p(0^+)]e^{-t/\tau}$ $(t>0)$

或 $y(t) = y_p + [y(t_0^+) - y_p(t_0^+)]e^{-t/\tau}$ $(t \geq t_0)$

一阶电路三要素法：

① 初始值 $y(0^+)$

② 稳态解 $y_p(0^+)$

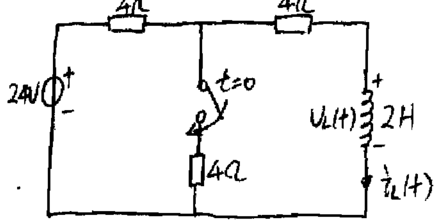
③ 时间常数 $\tau = R_0C = \frac{L}{R_0}$。（$R_0$ 是换路后从电容或电感看过去的等效电阻的电路）

2. 单位阶跃响应和单位冲激响应

$\varepsilon(t) \to s(t)$ $\delta(t) \to h(t)$ $h(t) = \frac{d}{dt}s(t)$（先求阶跃再求冲激）

renxiaoyao_jtu@163.com

例：如图，$t<0$，电路达到稳态，$t=0$，开关K闭合，求 $t\geq 0$ 时的 $i_L(t)$ 及 $u_L(t)$



解：$i_L(0-) = \frac{24}{8} = 3(A)$

$i_L(0+) = i_L(0-) = 3(A)$

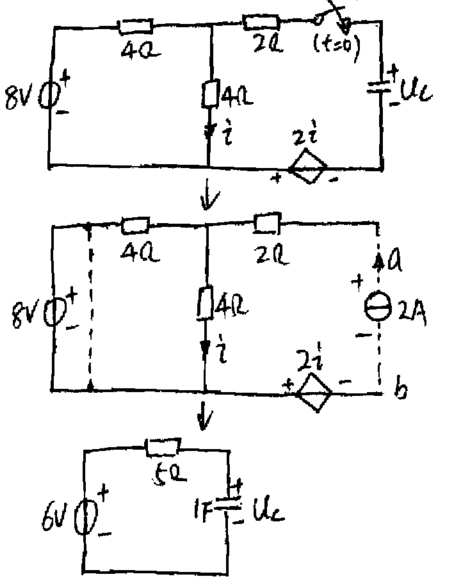
$i_L(\infty) = 2A \quad \tau = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}s$

$\therefore i_L(t) = 2 + e^{-3t}(A) \quad (t\geq 0)$ ※

$u_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} = -6e^{-3t}(V) \quad (t\geq 0)$ ※

（注意时间条件）

例：如图，已知 $u_C(0-)=0$，求 $t\geq 0$ 时 $u_C(t)=?$



解：$u_C(0+) = u_C(0-) = 0$

求C的外部等效电路.

开路：$i = 1A$

$U_{oc} = 4i + 2i = 6V$

求 R_i（用外加电流法，2A电流源）

$u = 2\times 2 + 4\times 1 + 2\times 1 = 10V$

$\therefore R_0 = U/2A = 5\Omega$

$\therefore u_C(t) = 6(1 - e^{-\frac{t}{5}})(V) \quad (t\geq 0)$

二、二阶电路：

1. 列微分方程. 2. 解微分方程.

3. 补解. ① $p_1 \neq p_2$，有二负实根. $y_h = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$

② $p_1 = p_2 = p$ 重根. $y_h = (A_1 + A_2 t)e^{pt}$

③ 共轭复根 $p_{1,2} = -\delta + j\omega \quad y = Ke^{-\delta(t)}\cos(\omega t + \phi)$

④ 求特解（稳态解）

⑤ 写通解 $y(t) = y_p + y_h$

⑥ 由初始条件确定积分常数

（二阶电路一般都用拉氏变换求解）

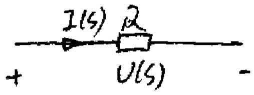
动态电路的复频域分析方法

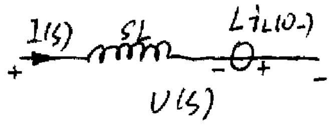
一、拉氏变换，反变换，部分分式展开（真分式）

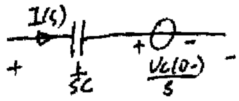
二. 线性电路的复频域分析法（运算法）

1. 初始值，0^-时初始值.

2. 电路元件的复频域模型.

电阻：

电感：$U(s)=sLI(s)-Li_L(0_-)$ 

电容：$U(s)=\frac{1}{sC}I(s)+\frac{1}{s}U_C(0_-)$ 

$I(s)=sCU(s)-CU_C(0_-)$

3. 运算电路

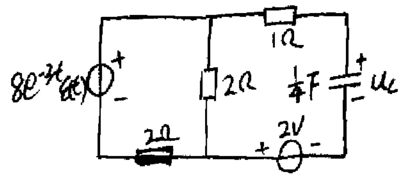
$U(s)=Z(s)I(s)$　$Z(s)\to$ 运算阻抗

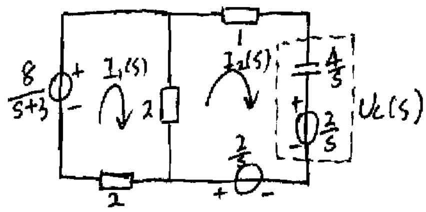
$I(s)=Y(s)U(s)$　$Y(s)\to$ 运算导纳

4 运算电路的建立（复频域形式的电路方程）

求得复频域解，再反变换求得时域解.

例. 如图，$t<0$时电路处于稳态，求$t\geq 0$时 $u_C(t)$





解: $U_C(0_-)=2V$

作运算电路

$$\begin{cases}4I_1(s)-2I_2(s)=\frac{8}{s+3}\\ -2I_1(s)+(3+\cancel{\ })I_2(s)=-\frac{2}{s}+\frac{2}{s}=0\end{cases}$$

$$I_2(s)=\frac{2s}{(s+3)(s+4)}$$

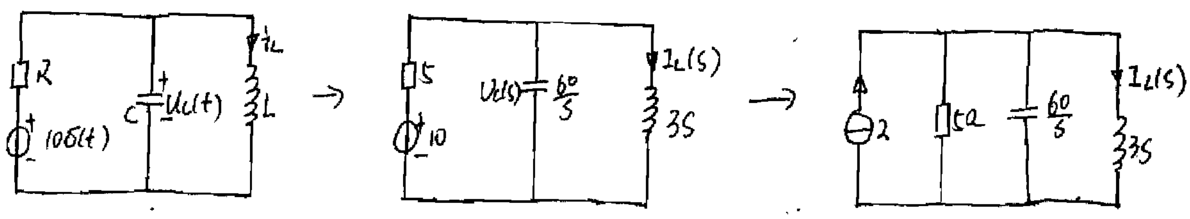
$$\Rightarrow U_C(s)=\frac{2}{s}+\frac{4}{s+4}-\frac{8}{s+3}$$

$$\therefore u_C(t)=\mathcal{L}^{-1}[U_C(s)]$$

$$=2+4e^{-4t}-8e^{-3t}\ (V)\ (t\geq 0)$$

（※只有零状态才乘 $\varepsilon(t)$，乘 $\varepsilon(t)$ 相当于强制跳变）

例: 已知 $u_C(0_-)=u_C(0_+)=0$　$R=5\Omega$　$L=3H$　$C=\frac{1}{60}F$ 求 $t\geq 0$时 $u_C(t)$及$i_L(t)$



解：运算电路如上

$(\frac{s}{60}+\frac{1}{5}+\frac{1}{3s})U_C(s)=2$

$(s^2+12s+20)U_C(s)=120s \Rightarrow U_C(s)=\frac{120}{(s+10)(s+2)}=\frac{-30}{s+2}+\frac{150}{s+10}$

$I_L(s)=\frac{U_C(s)}{3s}=\frac{40}{(s+2)(s+10)}=\frac{5}{s+2}+\frac{-5}{s+10}$

$\therefore u_C(t)=(150e^{-10t}-30e^{-2t})\varepsilon(t)$

$i_L(t)=(5e^{-2t}-5e^{-10t})\varepsilon(t)$

三 网络函数

$H(s)=\frac{R(s)}{E(s)}$ → 零状态响应 / → 激励.

$\mathcal{L}^{-1}(H(s))=h(t) \quad h(t)\Leftrightarrow H(s)$

状态方程部分.

一.状态变量：从电路当中独立电感电流和独立电容电压为状态变量.

二.状态方程与输出方程

$\dot{X}=AX+BF \quad X$：状态矢量

输出方程：$Y=CX+IF$

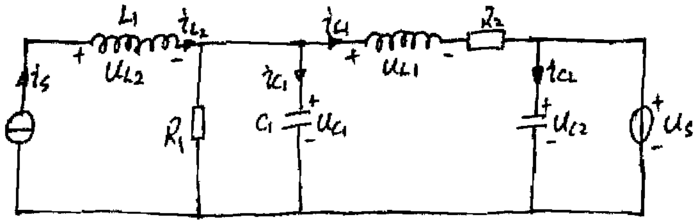
1.状态方程的建立

① 电容结点—电感回路法

② 拓扑法(割集分析法)

③ 叠加法

例：在图示中电路选一组状态变量并列出状态方程



解：从 u_{C_1}，i_{L_1} 为状态变量

$C_1\frac{du_{C_1}}{dt}=i_S-\frac{u_{C_1}}{R_1}-i_{C_1} \Rightarrow \frac{du_{C_1}}{dt}=-\frac{1}{R_1C_1}u_{C_1}-\frac{1}{C_1}i_{C_1}+\frac{1}{C_1}i_S$

$L_1\frac{di_{L_1}}{dt}=u_{C_1}-R_2i_{L_1}-u_S \Rightarrow \frac{di_{L_1}}{dt}=\frac{1}{L_1}u_{S_1}-\frac{R_2}{L_1}i_{L_1}-\frac{1}{L_1}u_S$

$$\therefore \begin{bmatrix}\dot u_{C_1}\\ \dot i_{L_1}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1C_1} & -\frac{1}{C_1}\\ \frac{1}{L_1} & -\frac{R_2}{L_1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_{C_1}\\ i_{L_1}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & \frac{1}{C_1}\\ \frac{1}{L_1} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_S\\ i_S\end{bmatrix}$$

非线性电阻电路部分（分段线性分析法，小信号分析法）

一、非线性元件

二、非线性电阻电路分析

1. 分段线性分析法：① 确定每一分段 u, i 范围和线性等效电路.

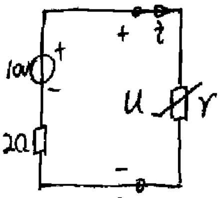
② 将线性部分化简.

③ 将各分段等效电路代入计算并验证，确定正确结果.

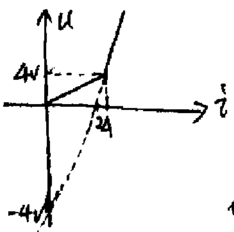
2. 小信号分析法：① 求静态工作点 Q，并求得 Q 点处动态电阻 R_d 或动态电导 g_d

② 作出小信号工作电路，求得小信号电路电压，电流.

例：如图(a) r 为非线性电阻，伏安关系如图 b，求 u, i.



(a)



解：分为两个区间

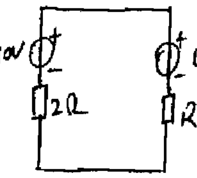
I: $u \le 4V$　$i \le 2A$　$u = 2i$

II: $u > 4V$　$i > 2A$　$u = -4+4i$

假设 r 工作于 I 区：

$i = \frac{10}{2+2} = 2.5A > 2A$ 与假设矛盾，舍去

线性等效：

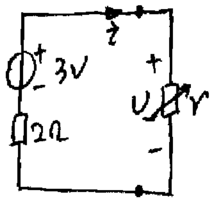


假设 r 工作于 II 区：

$i = \frac{10-(-4)}{2+4} = \frac{7}{3}A > 2A$

与假设符合　$\therefore i = \frac{7}{3}A = 2.33A$　$u = 5.32V$

例：求图示电路静态工作点 r 在 Q 处的动态电阻



$$u = \begin{cases} i^2 & i \ge 0 \\ 0 & i < 0 \end{cases}$$

解：$2i + i^2 = 3 \Rightarrow i = 1A$　$i = -3A$（舍去）

$\therefore I_Q = 1A$　$U_Q = 1V$

$\therefore R_d = \frac{du}{di}\Big|_Q = 2i\Big|_{i=1A} = 2\Omega$