

《大学物理 I》作业 No.7 静电场 (II) (A 卷)

班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____ 成绩 _____

一、选择题

1. [C] 关于静电场中某点电势值的正负, 下列说法中正确的是

- (A) 电势值的正负取决于置于该点的试验电荷的正负
- (B) 电势值的正负取决于电场力对试验电荷做功的正负
- (C) 电势值的正负取决于电势零点的选取和电场强度的分布
- (D) 电势值的正负取决于产生电场的电荷的正负

解: 由电势的定义 $U_a = \int_a^{\text{零势点}} \vec{E} \cdot d\vec{l}$ 可知, 电势值是相对的, 如果电场分布已知的, 其正

负只决定于电势零点的选取。空间某点电势的高低只与电场强度的分布和电势零点的选择有关, 与试验电荷无关, 也与产生电场的电荷的正负无关。

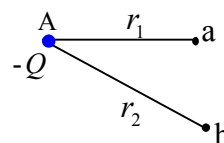
2. [C] 在带电量为 $-Q$ 的点电荷 A 的静电场中, 将另一带电量为 q 的点电荷 B 从 a 点移到 b 点, a、b 两点距离点电荷 A 的距离分别为 r_1 和 r_2 , 如图所示。则在电荷移动过程中电场力做的功为

(A) $\frac{-Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$

(B) $\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$

(C) $\frac{-qQ}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$

(D) $\frac{-qQ}{4\pi\epsilon_0(r_2 - r_1)}$



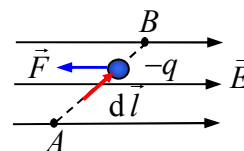
解: 以无穷远处为电势零点, 点电荷 $-Q$ 在 a、b 两点产生的电势分别为:

$$U_a = \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0 r_1}, \quad U_b = \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0 r_2}$$

移动 q 时电场力的功 $A_{ab} = q(U_a - U_b) = \frac{-qQ}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$

3. [D] 在均匀电场中, 将一负电荷从 A 点移到 B 点, 如图所示。则下列说法正确的是

- (A) 电场力作正功, 负电荷的电势能减少
- (B) 电场力作正功, 负电荷的电势能增加
- (C) 电场力作负功, 负电荷的电势能减少
- (D) 电场力作负功, 负电荷的电势能增加



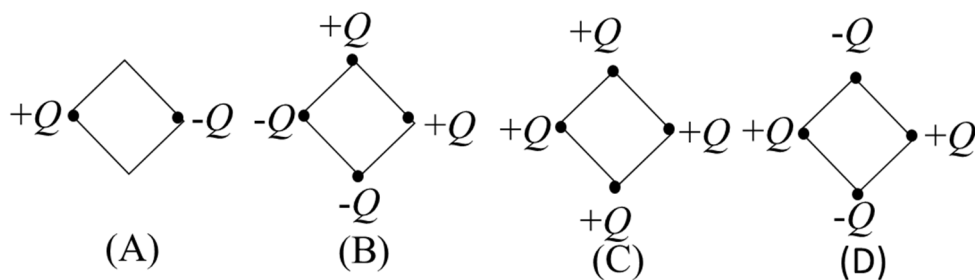
解: 因电场力是保守力, 做功与路径无关。根据功的定义, 电场力的功

$$A = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_A^B -q\vec{E} \cdot d\vec{l} < 0, \text{ 电场力做负功}$$

由电场强度与电势的关系知: $U_A > U_B$, 电势能 $W = -q\Delta U$, 所以 $W_A < W_B$ 选 D

4. [D] 分别用两个或四个点电荷放置在四个正方形的顶点上, 组成四种不同的图案, 每个点电荷所带电荷量的绝对值相等, 符号如图所示。假定无穷远处的电势为零, 那么图案中心处的电场强度和电势都为零的是

- (A) A
(B) B
(C) C
(D) D



解: 叠加原理: 电场强度的叠加是矢量叠加、电势的叠加是标量叠加。

5. [D] 半径分别为 R 和 r 的两个金属球, 相距很远。用一根细长导线将两球连接在一起并使它们带电。在忽略导线的影响下, 两球表面的电荷面密度之比 σ_R/σ_r 为

- (A) R/r
(B) R^2/r^2
(C) r^2/R^2
(D) r/R

解: 用一根细长导线将两球连接在一起并使它们带电后, 两金属球的电势相等 $U_R = U_r$

即
$$\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

而
$$Q_1 = \sigma_R 4\pi R^2, \quad Q_2 = \sigma_r 4\pi r^2$$

于是有两球表面的电荷面密度之比 σ_R/σ_r 为 $\frac{\sigma_R}{\sigma_r} = \frac{r}{R}$ 故选 D

6. [A] 对于一个空腔导体的空腔内部的电场和电势可作如下判断

- (A) 场强不受腔外电荷的影响, 但电势要受腔外电荷影响
(B) 电势不受腔外电荷的影响, 但场强要受腔外电荷影响
(C) 场强和电势都不受腔外电荷的影响
(D) 场强和电势都受腔外电荷的影响

解: 腔外电荷和导体上的感应电荷使得空腔导体内部和空腔内的电场强度为 0, 导体空

腔使腔内电场不受腔外电荷影响，空腔导体是等势体。当腔外电场发生改变时，空腔导体的电势改变。

二、判断题

1. 【 F 】如果把均匀带电圆环去掉一半，任意场点的电势等于原来的一半。

解析： $U = \int dU = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r}$ ，电势叠加是标量的叠加，但各电荷元到场点的距离一般不同，错在任意点

2. 【 F 】静电场的等势面上各点的电场强度大小相等、方向与等势面垂直。

解析：等势面上各点电势相等，电场强度大小不一定相等。

3. 【 F 】已知电场中某点的电场强度，可以计算出该点的电势。

解析：由电势定义 $U_a = \int_a^{\text{零势点}} \vec{E} \cdot d\vec{l}$ 可知，某点电势取决于电场分布和零势点的选择。

4. 【 F 】电场中某点的电势以及两点间的电势差，和零势点的选择有关。

解析：电势具有相对意义，和零势点选择有关；电势差具有绝对意义，和零势点选择无关；

5. 【 F 】当把一带电体移近一带电导体时，导体内部任一点的电势不会发生变化。

解析：静电平衡时，导体内部 $\vec{E} = 0$ ，但电势会发生变化。

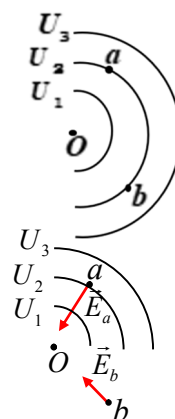
6. 【 F 】场强为零处，电势一定为零。

解析：不一定，如果该点附近的电势附近没有变化是一常量，那么电势梯度为零，电场强度必定为零，而电势仍可以是一相对电势零点很高的值。例如：带电的金属球，其内部各点的电场强度均为零，但各点的电势可以是一不为零的常量。

三、填空题

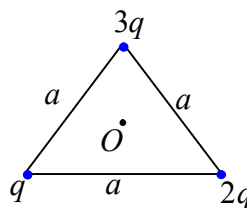
1. 图中所示为静电场的等势(位)线图，已知 $U_1 < U_2 < U_3$ ，在图上画出 a 、 b 两点的电场强度的方向，并比较它们的大小， E_a = E_b (填 <、=、>)。

解：同一等势面的 a 、 b 两点，电场强度的方向均垂直于该等势面，且指向电势降低的方向，如图所示。电场强度的大小取决于等势面各处电势梯度，由图可知，等势面是同心球面，说明同一等势面上各处的电势梯度相同，故有 $E_a = E_b$



2. 图示为一边长均为 a 的等边三角形, 其三个顶点分别放置着电量为 q 、 $2q$ 、 $3q$ 的三个正点电荷。若将一电量为 Q 的正点电荷从无穷远处移至三角形的中心 O 处, 则外力需作

功 $A = \underline{(3\sqrt{3}qQ)/(2\pi\epsilon_0 a)}$ 。



解: 以无限远处为零电势点, 则由电势叠加原理, 中心 O 处电势为:

$$U_o = \frac{q + 2q + 3q}{4\pi\epsilon_0 \frac{a}{\sqrt{3}}} = \frac{3\sqrt{3}Q}{2\pi\epsilon_0 a}$$

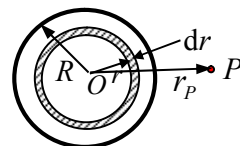
将 Q 从无穷远处移到 O 点, 电场力的功为 $A_{\infty 0} = Q(U_{\infty} - U_0) = -QU_0$

外力的功为 $A_{\text{外}} = -A_{\infty 0} = QU_0 = \underline{\frac{3\sqrt{3}qQ}{2\pi\epsilon_0 a}}$

3. 一半径为 R 的绝缘实心球体, 非均匀带电, 电荷体密度为 $\rho = \rho_0 r$ (r 为离球心的距离, ρ_0 为常量)。设无限远处为电势零点。则球外($r > R$)各点的电势分布为 $U =$

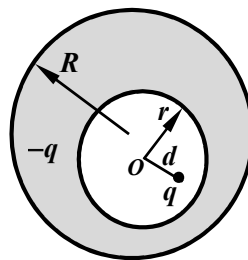
_____。

解: 在非均匀带电绝缘实心球体内作一半径为 r 厚度为 dr 的同心薄球壳, 如图所示, 则由均匀带电球面外电势分布有:



P 点电势 $U_P = \int_0^R \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r} = \int_0^R \frac{\rho_0 r \cdot 4\pi r^2 dr}{4\pi\epsilon_0 r_p} = \frac{\rho_0 R^4}{4\epsilon_0 r_p}$

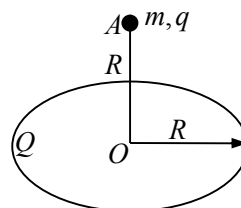
4. 在半径为 R 的金属球内挖出一个半径为 r 的球形空腔, 如图所示, 金属球的球心和球形空腔的球心不重合, 在距空腔中心 O 点 d 处放一点电荷 q , 带有空腔的金属球带电量为 $-q$, 则 O 点的电势为_____。



解: 根据静电平衡条件, 金属球所带的电荷 $-q$ 不均匀地分布在内表面, 外表面不带电。由电势叠加原理, O 点电势由点电荷 q 和金属内表面电荷共同产生。

$$U_o = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d} + \int_{\text{内表面}} \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 d} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

5. 一半径为 R 的均匀带电圆环, 带电量为 Q , 水平放置。在圆环轴线的上方离圆心 R 处, 有一质量为 m 、带电量为 q 的小球, 当小球从静止下落到圆心位置时, 它的速度为 $v =$ _____。



解：典型均匀带电圆环在起点 A 和终点 O 的电势分别为：

$$U_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \cdot \sqrt{2}R}, \quad U_O = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

对带电小球应用动能定理有：

$$A = A_{\text{电场力}} + A_{\text{重力}} = q(U_A - U_O) + mgR = \frac{qQ(1-\sqrt{2})}{4\sqrt{2}\pi\epsilon_0 R} + mgR = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

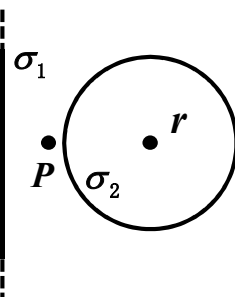
由以上各式可以解出速度：

$$v = \sqrt{2gR + \frac{qQ(1-\sqrt{2})}{2\sqrt{2}m\pi\epsilon_0 R}}$$

6. 带电球体 O 和无限大均匀带电平面如图放置， P 为导体球表面附近一点，若无限大带电平面的电荷面密度为 σ_1 ， P 点附近导体球表面的电荷面密度为 σ_2 ，则 P 点电场强度的大小等于_____。

解：导体静电平衡时，导体表面电荷密度与表面附近的场点电场强度

的关系为 $E_{\text{表}} = \frac{\sigma_2}{\epsilon_0}$



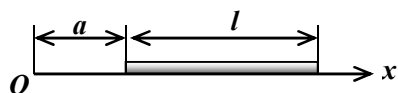
7. 在一个不带电的导体球壳内，先放进一电荷为 $+q$ 的点电荷，点电荷不与球壳内壁接触。然后使该球壳与地接触一下，再将点电荷 $+q$ 取走。此时，球壳的电荷为_____，电场分布的范围是_____。

解：由于静电感应，导体球壳内表面带等量异号电荷 $-q$ ，外表面带等量同号电荷 $+q$ ，在球壳与地接触，空腔导体和地球电势相等，二者之间没有电场，意味着接地造成球壳外表面电荷 $+q$ 因中和而消失，导体球壳内表面的电荷 $-q$ 保持不变，球壳的带电量为 $-q$ 。与地断开后，再将点电荷 $+q$ 取走，达到静电平衡时，则球壳的所带电荷 $-q$ 分布在球壳外表面，由高斯定理知电场分布的范围是球壳外的整个空间。

四、计算题

1. 图中所示为一沿 X 轴放置的长度为 l 的不均匀带电

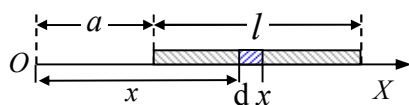
细棒，其电荷线密度为 $\lambda = \lambda_0(x-a)$ ， λ_0 为一常



量。取无穷远处为电势零点，求坐标原点 O 处的电势。

解：在带电细棒上坐标为 x 处取电荷元

$$dq = \lambda dx = \lambda_0(x-a)dx$$

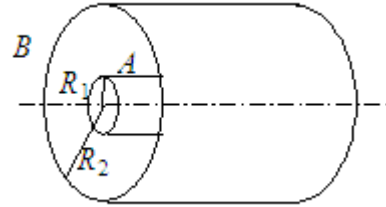


它在 O 点产生的电势为 $dU = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 x} = \frac{\lambda_0(x-a)dx}{4\pi\epsilon_0 x}$

由电势叠加原理可得 O 点的电势为

$$U = \int dU = \int_a^{a+l} \frac{\lambda_0(x-a)dx}{4\pi\epsilon_0 x} = \frac{\lambda_0}{4\pi\epsilon_0} (l - a \ln \frac{a+l}{a})$$

2. 一真空二极管，其主要构件是一个半径 $R_1 = 5 \times 10^{-4} \text{ m}$ 的圆柱形阴极 A 和一个套在阴极外的半径 $R_2 = 4.5 \times 10^{-3} \text{ m}$ 的同轴圆筒形阳极 B，如图所示。阳极电势比阴极高 300 V，忽略边缘效应。求电子刚从阴极射出时所受的电场力和方向。



(基 本 电 荷 $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$,

$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m})$)

解：与阴极同轴作半径为 r ($R_1 < r < R_2$) 的单位长度的圆柱形高斯面，设阴极上电荷线密度为 λ 。按高斯定理有：

$$2\pi r E = \frac{\lambda}{\epsilon_0}$$

即两极间的电场强度可表示为：

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (R_1 < r < R_2)$$

\vec{E} 的方向沿半径指向轴线。两极之间电势差

$$U_A - U_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} = \frac{U_B - U_A}{\ln(R_2 / R_1)}$$

所以，两极间的电场强度为：

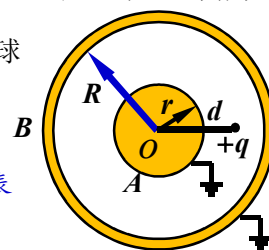
$$E = \frac{U_B - U_A}{\ln(R_2 / R_1)} \cdot \frac{1}{r}$$

在阴极表面处电子受电场力的大小为

$$F = eE(R_1) = e \frac{U_B - U_A}{\ln(R_2 / R_1)} \cdot \frac{1}{R_1} = 4.37 \times 10^{-14} \text{ N}$$

方向沿半径指向阳极。

3. 如图所示, 半径为 r 的导体球 A 外有一半径为 R 的同心导体薄球壳 B 。在距球心距离为 d 处有一带电量为 q 的点电荷, 将导体球和薄球壳接地, 求: 导体球 A 和薄球壳 B 上的电荷。



解: 静电平衡时, 设金属球 A 表面的感应电荷为 q_A , 球壳 B 内表

面的感应电荷为 q_B , 球壳 B 外表面的感应电荷为 $q_{B外}$;

球壳 B 接地, 空腔导体和地球电势相等, 即: $U_B = U_{大地} = U_{\infty} = 0$ 。球壳 B 外表面

的电荷 $q_{B外}$ 发出或吸收的电场线 (若是正电荷, 则发出电场线; 若是负电荷, 则吸收电

场线), 电场线不能进入球壳 B 体内, 只能终止于无穷远处或地球, 沿电场线电势逐渐降低, 则地球或无穷远处电势与球壳 B 电势不等, 这与球壳 B 接地矛盾, 故球壳 B 外

表面无感应电荷, 即: $q_{B外} = 0$

金属球 A 和球壳 B 都是等势体, 二者都接地, 即 $U_A = U_B = 0$, 球心 $U_O = 0$

根据电势叠加原理, 有

$$U_O = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{d} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_A}{r} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_B}{R} = 0 \quad (1)$$

在球壳 B 内部紧贴其内表面做一封闭曲面, 由高斯定理, 可得式 (2) 或由电场线的性质, 正电荷发出的电场线终止于负电荷或无穷远, 可得: 点电荷 $+q$ 发出的电场线, 终止在 A 球面上和球壳 B 的内表面), 即

$$q = -(q_A + q_B) \quad (2)$$

联立方程 (1) 和 (2), 解得

$$q_A = -\frac{(R-d)r}{(R-r)d} q; \quad q_B = -\frac{(d-r)R}{(R-r)d} q$$

五、问答或者讨论题

万有引力和静电力都服从平方反比关系, 都是保守力, 都存在高斯定理, 空腔导体可以把空腔内部屏蔽起来, 使其不受腔外带电体的影响。试问: 有人设想把引力场屏蔽起来, 能做到吗?

解: 虽然静电力和万有引力有很多相似性, 但是引力不能屏蔽。原因: 静电屏蔽是由静电平衡条件导致的, 是腔外带电体和空腔导体外表面感应电荷产生的电场叠加的结果。电荷有正负、可以在导体表面移动, 而质量只有正的质量, 没有负质量; 质量也只是分布在物体表面; 质量也不可移动, 正是这些不同点, 引力场无法屏蔽。