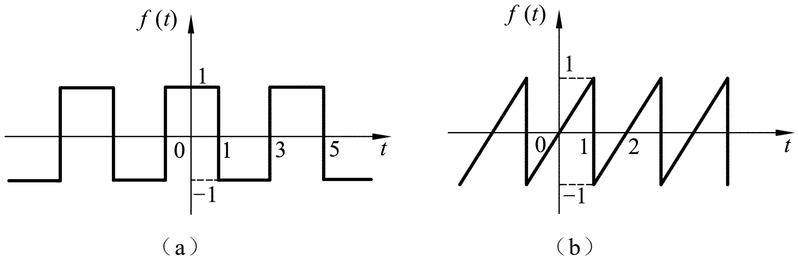
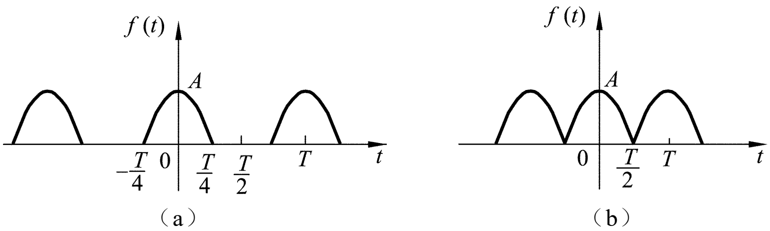
习 题 3

3.1 已知波形如题 3.1 图所示，求三角函数形式傅里叶级数展开式，并画出频谱图。



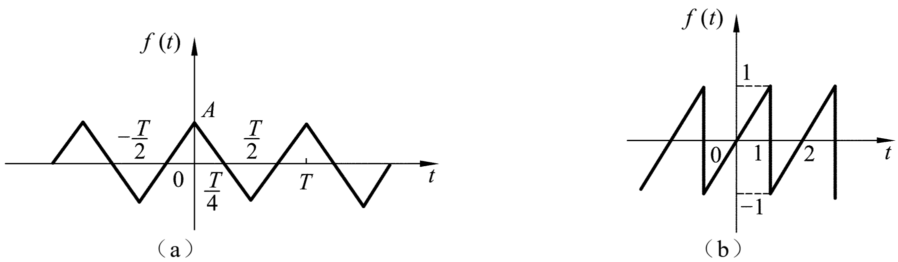
题 **3.1** 图

3.2 求题 3.2 图所示正弦信号的指数函数形式傅里叶级数系数，并画出频谱图。



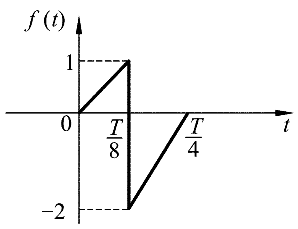
题 **3.2** 图

3.3 判断题 3.3 图所示信号的傅里叶级数中所含的频率分量。



题 **3.3** 图

3.4 已知周期函数 $f(t)$ 四分之一周期的波形如题图 3.4 所示。根据下列要求，画出 $f(t)$ 在一个周期（$0<t<T$）的波形。



题 **3.4** 图

① $f(t)$ 含有各次谐波，但只有正弦项； ② $f(t)$ 含有奇次谐波，但只有余弦项；

③ $f(t)$ 含有偶次谐波，但只有正弦项； ④ $f(t)$ 是奇函数，只含有奇次谐波；

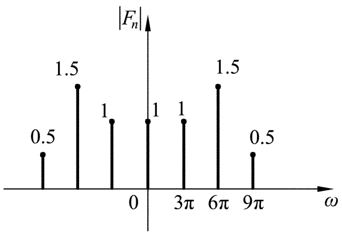
⑤ $f(t)$ 是奇函数，只含有偶次谐波； ⑥ $f(t)$ 是偶函数，只含有奇次谐波。

3.5 求下列信号的指数形式傅里叶级数，并画出幅度谱和相位谱。

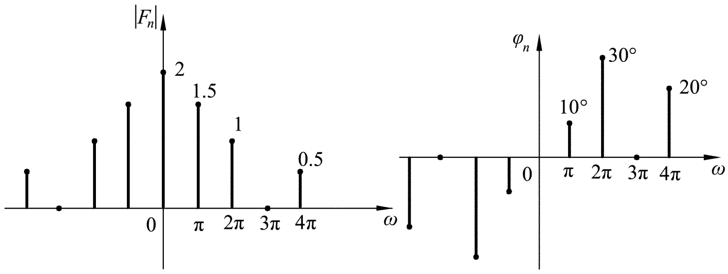
① $f(t)=\cos^2\omega_0 t$； ② $f(t)=\sin 2t+\cos\left(4t+\dfrac{\pi}{4}\right)+\sin\left(6t+\dfrac{\pi}{3}\right)$。

3.6 已知频谱图如题 3.6 图所示，其中 $\omega_0=3\pi$，相位频谱为零。试写出对应的 $f(t)$ 的三角函数形式傅里叶级数。

3.7 已知频谱图如题 3.7 图所示，其中 $\omega_0=\pi$，试写出对应的 $f(t)$ 的三角函数形式傅里叶级数。

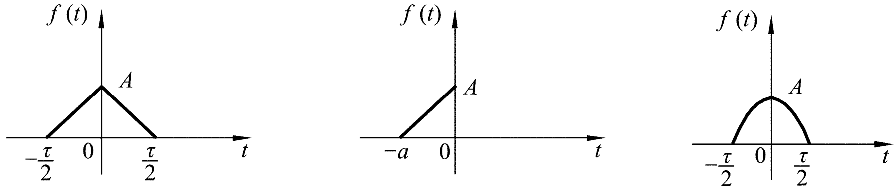


题 **3.6** 图



题 **3.7** 图

3.8　求题 3.8 图所示信号的傅里叶变换。



（a）　　　　（b）　　　　（c）

题 **3.8** 图

3.9　求下列信号的傅里叶变换。

① $f(t)=\mathrm{e}^{-3t}u(t-1)$　　② $f(t)=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2t}\delta(t-1)$　　③ $f(t)=\mathrm{e}^{-t}\cos(\pi t)u(t)$

④ $f(t)=u\left(\dfrac{t}{3}+1\right)$　　⑤ $f(t)=\begin{cases}2-\cos t & |t|\leqslant\pi\\ 0 & |t|>\pi\end{cases}$　　⑥ $f(t)=\begin{cases}2+t & 0\leqslant t\leqslant 1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$

3.10　求下列信号的傅里叶变换。

① $f(t)=\mathrm{sgn}(t^2-4)$　② $f(t)=t\,\mathrm{e}^{-t}\cos(\pi t)u(t)$　③ $f(t)=\dfrac{\alpha}{\alpha^2+t^2}$　④ $f(t)=\begin{cases}\sin t & |t|\leqslant\pi\\ 0 & |t|>\pi\end{cases}$

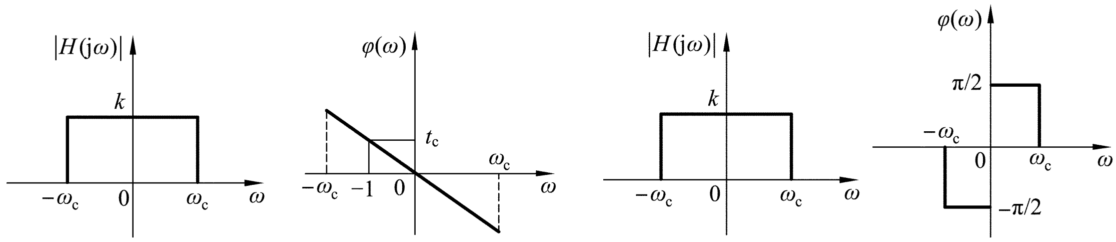
3.11　已知 $f(t)\leftrightarrow F(j\omega)$，试计算下列信号的频谱函数。

① $f(2t)$　② $f(t-3)$　③ $t f(2t)$　④ $(t-3)f(t)$　⑤ $f(1-t)$

⑥ $f(2t-3)$　⑦ $t\dfrac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}$　⑧ $\mathrm{e}^{\mathrm{j}2t}f(3t)$　⑨ $\displaystyle\int_{-\infty}^{1-2t}f(\tau)\,\mathrm{d}\tau$　⑩ $(1-t)f(1-t)$

3.12　求题 3.13 图所示周期信号的频谱函数。

3.13　求题 3.13 图所示信号的傅里叶逆变换。



（a）　　　　（b）

题 **3.13** 图

3.14　求下列信号的傅里叶逆变换。

① $F(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{2(\mathrm{j}\omega)^2+11\mathrm{j}\omega-3}{(\mathrm{j}\omega)^2+6\mathrm{j}\omega+5}$　　② $F(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{1}{\omega^2}$　　③ $F(\mathrm{j}\omega)=\cos(2\omega)$

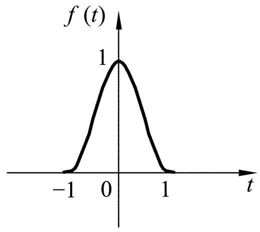
④ $F(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{\sin(3\omega)}{\omega}$　　⑤ $F(\mathrm{j}\omega)=\begin{cases}3 & |\omega|\leqslant 1\\ 0 & |\omega|>1\end{cases}$　　⑥ $F(\mathrm{j}\omega)=\mathrm{j}\pi\,\mathrm{sgn}(\omega)$

⑦ $F(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\tau}}{\mathrm{j}\omega(\mathrm{j}\omega+1)}$　　⑧ $F(\mathrm{j}\omega)=\delta(\omega+\omega_0)-\delta(\omega-\omega_0)$

⑨ $F(\mathrm{j}\omega)=\left[u(\omega)-u(\omega-2)\right]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega}$　　⑩ $F(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{3}{(\mathrm{j}\omega-1)(\mathrm{j}\omega+2)}$

3.15　题 3.15 图所示升余弦脉冲函数可以表示为

$$f(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}(1+\cos\pi t) & |t|\leqslant 1\\ 0 & |t|>1\end{cases}$$



题 3.15 图

求此升余弦脉冲函数的傅里叶变换。

3.16　已知微分方程为

$$\frac{\mathrm{d}^2 y(t)}{\mathrm{d}t^2}+5\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+6y(t)=\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}+f(t)$$

求系统传递函数 $H(\mathrm{j}\omega)$ 和单位冲激响应 $h(t)$。

3.17　已知系统的输出和输入微分方程为

$$\frac{\mathrm{d}^2 y(t)}{\mathrm{d}t^2}+6\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+8y(t)=2f(t)$$

① 求系统的冲激响应。　　② 如果输入信号 $f(t)=t\,\mathrm{e}^{-t}u(t)$，求系统的零状态响应。

3.18　一线性时不变系统的传递函数 $H(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{2-\mathrm{j}\omega}{2+\mathrm{j}\omega}$，如果输入信号 $f(t)=\cos 3t$，求系统的零状态响应。

3.19　已知信号 $f(t)=\cos(\pi t)+2\sin(3\pi t)$，求信号经下列线性时不变系统后的输出信号 $y(t)$。

① $h(t)=\dfrac{\sin(2\pi t)}{\pi t}$；② $h(t)=\dfrac{\sin(2\pi t)\cos(4\pi t)}{\pi t}$。

3.20　已知一稳定的线性时不变系统的传递函数为 $H(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{1}{1+\mathrm{j}\omega}$，求在下列输入 $f(t)$ 作用下的零状态响应。

① $f(t)=\mathrm{e}^{-2t}u(t)$　② $f(t)=\mathrm{e}^{-t}u(t)$　③ $f(t)=u(t)$　④ $f(t)=\mathrm{e}^{t}u(-t)$

3.21　若 $f(t)\leftrightarrow F(\mathrm{j}\omega)$，利用时移性质证明：

$$f(t+T)+f(t-T)\quad\leftrightarrow\quad 2F(\mathrm{j}\omega)\cos(T\omega)$$

3.22　理想低通滤波器的传递函数为 $H(\mathrm{j}\omega)=\begin{cases}1 & |\omega|\leqslant\pi\\ 0 & |\omega|>\pi\end{cases}$

求输入 $f(t)$ 为下列信号时的响应：① $f(t)=\delta(t)$；② $f(t)=\mathrm{Sa}(\pi t)$；③ $f(t)=\dfrac{\sin(4\pi t)}{\pi t}$。

3.23　求奈奎斯特抽样间隔和奈奎斯特抽样频率。

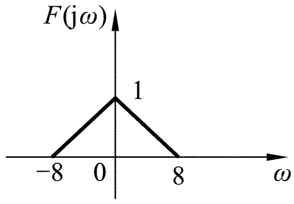
① $f(t)=\mathrm{Sa}^2(80t)$　② $f(t)=\mathrm{Sa}(100t)+\mathrm{Sa}(50t)$

③ $f(t)=\mathrm{Sa}(100t)+\mathrm{Sa}^2(80t)$　④ $f(t)=\mathrm{Sa}(100t)+\mathrm{Sa}^{20}(50t)$

3.24　设 $f(t)$ 的奈奎斯特抽样频率为 ω_0，试确定下列信号的奈奎斯特抽样频率。

① $f(2t)$　② $f^2(t)$　③ $\dfrac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}$　④ $f(t)+f(t-t_0)$　⑤ $f(t)*f(2t)$　⑥ $f(t)+f^2(t)$

3.25　设 $f(t)$ 为有限频带信号，$F(\mathrm{j}\omega)$ 如题 3.25 图所示，求 $f(2t)$、$f\left(\dfrac{t}{2}\right)$ 的奈奎斯特抽样间隔和奈奎斯特抽样频率。



题 3.25 图