

信息论与编码（第二章作业）

发布：2020.3.11 提交：2020.3.27

1 一副充分洗乱了的牌（含 52 张牌），试问

(1) 任一特定排列所给出的信息量是多少？

(2) 若从中抽取 13 张牌，所给出的点数都不相同能得到多少信息量？

2. 同时扔一对均匀的骰子，当得知“两骰子面朝上点数之和为2”或“面朝上点数之和为8”或“两骰子面朝上点数是3和4”时，试问这三种情况分别获得多少信息量？

3. 从大量统计资料知道，男性中红绿色盲的发病率为 7%，女性发病率为 0.5%，如果你问一位男士：“你是否是色盲？”他的回答可能是“是”，可能是“否”，问这两个回答中各含多少信息量，平均每个回答中含有多少信息量？如果问一位女士，则答案中含有的平均自信息量是多少？

4. 居住某地区的女孩子有 25%是大学生，在女大学生中有 75%是身高 160 厘米以上的，而女孩子中身高 160 厘米以上的占总数的一半。假如我们得知“身高 160 厘米以上的某女孩是大学生”的消息，问获得多少信息量？

5. 设有一个信源，它产生 0, 1 序列的信息。它在任意时间而且不论以前发生过什么符号，均按 $P(0) = 0.4$, $P(1) = 0.6$ 的概率发出符号。

(1) 试问这个信源是否是平稳的？

(2) 试计算 $H(X^2)$, $H(X_3/X_1X_2)$ 及 H_∞ ;

(3) 试计算 $H(X^4)$ 并写出 X^4 信源中可能有的所有符号。

6. 根据信息论信源熵性质，对于一个离散平稳无记忆信源，证明 $H(\mathbf{X}) = H(X^N) = H(X_1X_2 \cdots X_N) = NH(X)$

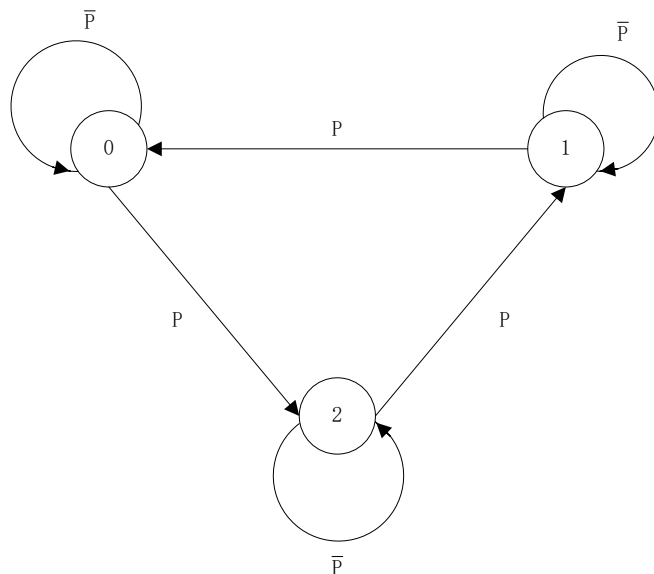
7. 为了使电视图像获得良好的清晰度和规定的适当的对比度，需要用 5×10^5 个像素和 8 个不同亮度电平，并设每秒要传送 30 帧图像，所有像素是独立变化的，且所有亮度电平等概率出现。(1)求传递此图像所需的信息率（比特/秒）。(2) 设某彩色电视系统，除了满足对于黑白电视系统的上述要求外，还必须有 30 个不同的色彩度，试计算传输该彩色系统的信息率为传输黑白系统的信息率的多少倍？

8. 设有 12 个体积、颜色均相同的小球，其中一个与其它球不同（或者轻或者重），现采用一个无砝码的天平来测量，为了在天平上称出哪一个球与其它球不同，且判断其重量是比其它球轻还是重，请问至少必须称多少次？

9. 一阶马尔可夫信源的状态图如下图所示。信源 X 的符号集为 $\{0, 1, 2\}$ 。

(1) 求平稳后信源的概率分布；

(2) 求信源的熵 H_{∞} 。



10. 黑白气象传真图的消息只有黑色和白色两种，即信源 $X=\{\text{黑}, \text{白}\}$ 。设黑色出现的概率为 $P(\text{黑})=0.3$ ，白色出现的概率为 $P(\text{白})=0.7$ 。

(1) 假设图上黑白消息出现前后没有关联，求熵 $H(X)$ ；

(2) 假设消息前后有关联，其依赖关系为 $P(\text{白}/\text{白})=0.9$ ， $P(\text{黑}/\text{白})=0.1$ ， $P(\text{白}/\text{黑})=0.2$ ， $P(\text{黑}/\text{黑})=0.8$ ，求此一阶马尔可夫信源的熵 $H_2(X)$ ；

(3) 分别求上述两种信源的剩余度，比较 $H(X)$ 和 $H_2(X)$ 的大小，并说明其物理含义。

