

数字图像处理原理到实现 习题解析

黄进 编著

清华大学出版社

2019 年 11 月

序

前言

目录

序.....	II
前言.....	III
目录.....	IV
第 1 章 绪论.....	1
习题 1-1	1
习题 1-2	1
习题 1-3	1
习题 1-4	1
习题 1-5	2
习题 1-6	3
第 2 章 图像与视觉系统.....	4
习题 2-1	4
习题 2-2	4
习题 2-3	4
习题 2-4	4
习题 2-5	5
习题 2-6	5
习题 2-7	5
习题 2-8	6
习题 2-9	6
习题 2-10	7
第 3 章 像素空间关系.....	8
习题 3-1	8
习题 3-2	8
习题 3-3	8
习题 3-4	8
习题 3-5	9
习题 3-6	9
习题 3-7	9
习题 3-8	10
习题 3-9	11
习题 3-10	11

习题 3-11.....	12
习题 3-12	13
习题 3-13	13
习题 3-14	13
习题 3-15	14
习题 3-16	14
习题 3-17	14
第 4 章 空域变换增强.....	15
习题 4-1	15
习题 4-2	15
习题 4-3	16
习题 4-4	16
习题 4-5	16
习题 4-6	17
习题 4-7	17
习题 4-8	18
习题 4-9	19
第 5 章 空域滤波增强.....	21
习题 5-1	21
习题 5-2	21
习题 5-3	21
习题 5-4	21
习题 5-5	21
习题 5-6	22
习题 5-7	22
习题 5-8	22
习题 5-9	23
第 6 章 图像变换.....	24
习题 6-1	24
习题 6-2	24
习题 6-3	24
习题 6-4	25
习题 6-5	25
习题 6-6	25

习题 6-7	26
习题 6-8	26
习题 6-9	27
习题 6-10	27
第 7 章 频域图像增强	29
习题 7-1	29
习题 7-2	29
习题 7-3	30
参考文献	31

第1章 绪论

习题1-1 试简述数字图像的显示方式及其优缺点。

解：数字图像的显示方式包括点方式、块方式和值方式。点方式指用像素点来表示像素，得到图像平面上的离散点。该方式的优点是简单清晰，缺点是仅能表示像素的有无，不能表示像素的灰度值。

块方式指用颜色深浅不同的像素区域块来表示像素。该方式的优点是可视性好，缺点是仅能表示灰度值不同的少量像素。

值方式指用像素灰度值来表示像素。该方式的优点是可以准确表示任意灰度值的像素，缺点是可视性稍差。

解毕

习题1-2 试简述数字图像处理的特点。

解：数字图像处理的特点包括：

(1) 图像信息量大、数据量也大。在数字图像处理中，图像由图像矩阵中的像素（pixel）组成，灰度图像每个像素的灰度级一般采用 1Byte 大小的空间来存储，真彩色图像每个像素的灰度级一般采用 3Bytes 大小的空间来存储。大数据量给存储、传输和处理都带来巨大的困难。

(2) 图像处理技术综合性强。图像处理技术涉及的基础知识和专业技术相当广泛，一般来说，涉及通信技术、计算机技术、电子技术、电视技术，涉及到的数学、物理等方面的基础知识更多。

(3) 图像信息理论与通信理论密切相关。图像信息论属于信息论科学中的一个分支。图像理论是把通信中的一维时间问题推广到二维空间上来研究的。具体来说，通信研究的是一维时间信息，图像研究的是二维空间信息；通信理论研究的是时间域和频率域的问题，图像理论研究的是空间域和空间频率域之间的关系；通信理论认为任何一个随时间变化的波形都是由许多频率不同、振幅不同的正弦波组合而成，图像理论认为任何一幅平面图像都是由许多频率不同、振幅不同的 x - y 方向的空间频率波相叠加而成，高空间频率波决定图像的细节，低空间频率波决定图像的背景和动态范围。

解毕

习题1-3 试简述数字图像处理的方法分类。

解：数字图像处理方法大致可分为两大类：

(1) 空域法。空域法把图像看作是空间域平面中各个像素组成的集合，用二维函数来表示，直接对二维函数进行相应处理。空域法主要分为点处理法和邻域处理法。

(2) 频域法。频域法首先采用图像变换的正变换方法，将图像从空域变换到频域，然后利用频域的特殊性质对图像进行处理，最后采用图像变换的反变换方法，将图像从频域变换回空域。频域法包括低通滤波、高通滤波等。

解毕

习题1-4 试简述数字图像处理系统的构成及其功能。

解：数字图像处理系统包括采集、处理和分析、显示、存储、通信五大模块。

采集模块主要是把一幅图像转换成适合计算机或数字设备处理的数字信号，该过程主要包括：摄取

图像、光电转换及数字化等几个步骤。

处理和分析模块主要用于图像的处理和分析。常用的图像处理和分析技术包括几何处理、算术处理、图像增强、图像复原、图像重建、图像编码、图像识别和图像理解。(1)几何处理 (Geometrical Processing) 主要包括几何变换、图像的移动、旋转、放大、缩小、镜像、多个图像配准、全景畸变校正、扭曲校正、周长计算、面积计算、体积计算等。(2)算术处理 (Arithmetic processing) 主要对图像施以加、减、乘、除、与、或、异或等运算。(3)图像增强 (Image Enhancement) 主要是突出图像中感兴趣的信息, 减弱或去除不需要的信息, 从而使有用信息得到加强, 以便于区分或解释。(4)图像复原 (Image Restoration) 的主要目的是去掉干扰和模糊, 恢复图像的本来面目。(5)图像重建 (Image Reconstruction) 是从数据到图像的处理, 即输入的是某种数据, 而处理结果得到的是图像。(6)图像编码 (Image Encoding) 技术的研究属于信息论中信源编码范畴, 主要宗旨是利用图像信号的统计特性及人类视觉的生理学及心理学特性对图像信号进行高效编码, 即研究数据压缩技术, 以解决数据量大的矛盾。(7)图像识别 (Image Recognition) 即模式识别, 方法大致包括三种: 统计识别法侧重于特征, 句法结构识别法侧重于结构和基元, 模糊识别法把模糊数学的一些概念和理论用于识别处理。(8)图像理解 (Image Understanding) 是由模式识别发展起来的方法, 该方法输入为图像, 输出为一种描述, 这种描述并不仅仅是单纯地用符号作出详细的描绘, 而是要利用客观世界的知识使计算机进行联想、思考及推论, 从而理解图像所表现的内容。

显示模块主要用于显示图像, 目的是为人或机器提供一幅更便于解译和识别的图像。常用的图像显示技术包括软拷贝和硬拷贝。

存储模块主要解决数据的海量存贮问题, 研究数据压缩、图像格式及图像数据库、图像检索技术等。

通信模块包括系统内部通信和系统外部远距离通信两类。系统内部通信多采用 DMA 技术 (Direct Memory Access) 以解决速度问题。系统外部远距离通信主要研究图像通信问题, 主要解决占用带宽问题。

解毕

习题1-5 试简述数字图像处理技术存在的问题及未来的发展方向。

解: 数字图像处理技术存在的问题包括:

- (1) 提高精度的同时还要解决处理速度的问题, 庞大的数据量和处理速度不相匹配;
- (2) 加强软件研究, 创造新的处理方法, 特别要注意移植和借鉴其他学科的技术和研究成果, 创造新的处理方法;
- (3) 加强边缘学科的研究工作, 促进图像处理技术的发展。例如, 人的视觉特性、心理学特性等的研究如果有所突破, 将对图像处理技术的发展会有极大的促进作用。
- (4) 加强理论研究, 逐步形成图像处理科学自身的理论体系;
- (5) 建立图像信息库和标准子程序, 统一存放格式和检索, 方便不同领域的图像交流和使用, 实现资源共享。

数字图像处理技术未来的发展方向包括:

- (1) 围绕高清晰度电视 (HDTV) 的研制;
- (2) 开展实时图像处理的理论及技术研究, 向着高速化、高分辨率、立体化、多媒体化、智能化和

标准化方向发展。

(3) 图像与图形相结合, 朝着三维成像或多维成像的方向发展;

(4) 硬件芯片研究, 把图像处理的众多功能固化在芯片上, 更便于应用, 例如, Thomson 公司的 ST13220 采用 Systolic 结构设计运动预测器等;

(5) 新理论和新算法研究。

解毕

习题1-6 波特率 (baud rate) 是一种常用的离散数据传输度量。当采用二进制时, 它等于每秒所传输的比特数。若传输时, 需先传输 1 个起始比特, 再传输 8 个比特的信息, 最后传输 1 个终止比特。试求:

(1) 以 9600 波特传输一幅 256×256 的 256 色灰度级图像所需的时间。

(2) 以 38400 波特传输一幅 1024×1024 的真彩色图像所需的时间。

解:

(1) 256 色灰度级图像的每个像素占 8 比特 ($2^8=256$), 实际传输时需 $8+2=10$ 比特, 故, 所需时间为: $256 \times 256 \times 10 / 9600 = 68.266667$ (秒)。

(2) 真彩色图像的每个像素占 24 比特 ($2^{24}=16777216$), 实际传输时需 $(8+2) \times 3=30$ 比特, 故, 所需时间为: $1024 \times 1024 \times 30 / 38400 = 819.2$ (秒)。

解毕

第2章 图像与视觉系统

习题2-1 试简述视觉过程的流程。

解：视觉过程由光学过程、化学过程和神经处理过程顺序构成。

(1) 光学过程。视觉过程从光源发光开始，光线被场景中的物体反射进入作为视觉感受器官人的左右眼睛，并在视网膜成像；

(2) 化学过程。物体在视网膜上成像并引起视感觉，视感觉本质上是从分子的观点来理解光反应的基本性质（如亮度、颜色）；

(3) 神经处理过程。光刺激在视网膜上经神经处理产生神经冲动，神经冲动沿视神经纤维传出眼睛，通过视觉通道传到大脑皮层，并引起视知觉，视知觉本质上体现神经系统接受视觉刺激后如何反应及其反应方式。

解毕

习题2-2 若人观看一个相距 $51m$ 、高 $6m$ 的柱状物体，试求物体在视网膜上的成像尺寸。

解：对于 $3m$ 以外的物体，人眼的屈光能力为 $17mm$ ，

故有方程：
$$\frac{6m}{51m} = \frac{x}{17mm}$$

有： $x=2.0mm$ ，物体在视网膜上的成像尺寸为 $2.0mm$ 。

解毕

习题2-3 若一个高 $6cm$ 的柱状物体在视网膜上的成像尺寸为 $2mm$ ，试求物体距离人的距离。

解：

(1) 若物体距离人的距离在 $3m$ 以内，则人眼的屈光能力为 $14mm$ ，

故有方程：
$$\frac{6cm}{x} = \frac{2mm}{14mm}$$

有： $x=42cm=0.42m$

(2) 若物体距离人的距离在 $3m$ 以外，则人眼的屈光能力为 $17mm$ ，

故有方程：
$$\frac{6cm}{x} = \frac{2mm}{17mm}$$

有： $x=51cm=0.51m$

综上所述， $0.42m$ 和 $0.51m$ 均在 $3m$ 以内，故取较小值 $0.42m$ ，即物体距离人的距离为 $0.42m$ 。

解毕

习题2-4 试根据光度学的知识分析解释日常生活中远近不同的路灯在人眼看来发光强度几乎一样的现象。

解：眼睛对光亮的感觉依赖于物体的发光强度；对于较远的路灯，可将其视为点光源，点光源的发光强度如(2-1)所示，即单位立体角内的光通量；对于点光源，它在空间任意朝向的发光强度如(2-2)所示，即与光源与观察者的距离无关。

$$I = \frac{\Phi}{\Omega} \quad (2-1)$$

$$I = \frac{\Phi}{4\pi} \quad (2-2)$$

因此，日常生活中远近不同的路灯在人眼看来发光强度几乎一样。

解毕

习题2-5 若路灯的输出光通量为 $2000lm$ ，试分别求距离它 $50m$ 和 $100m$ 处的亮度。

解：

(1) 距离为 $50m$ 时，可将光源看作点光源。

若：以点光源为球心， $r=50m$ 为半径作一球面，

则发光强度为：

$$I = \frac{\Phi}{\Omega} = \frac{\Phi}{4\pi r^2 / r^2} = \frac{\Phi}{4\pi} \quad (2-3)$$

则亮度为：

$$B = \frac{I}{S} = \frac{I}{4\pi r^2} = \frac{\Phi}{4\pi} \cdot \frac{1}{4\pi r^2} = \frac{\Phi}{(4\pi r)^2} \quad (2-4)$$

故，距离它 $50m$ 处的亮度为： $B = \frac{\Phi}{(4\pi r)^2} = \frac{2000lm}{(4 \times 3.14 \times 50m)^2} = 5.07 \times 10^{-3} (cd / m^2)$

(2) 距离为 $100m$ 时，可将光源看作点光源。

类似地，距离它 $100m$ 处的亮度为： $B = \frac{\Phi}{(4\pi r)^2} = \frac{2000lm}{(4 \times 3.14 \times 100m)^2} = 1.27 \times 10^{-3} (cd / m^2)$

解毕

习题2-6 若点光源的光通量为 $3435lm$ ，试求：

(1) 点光源的发光强度。

(2) 若距离点光源 $1m$ 的地方有一半径为 $2cm$ 的圆平面，点光源发出的经过圆平面中心的光线与圆平面法线的夹角为 60 度，试求圆平面表面的平均照度。

解：

(1) 点光源的发光强度 $I = \frac{\Phi}{\Omega} = \frac{\Phi}{4\pi r^2 / r^2} = \frac{\Phi}{4\pi} = \frac{3435lm}{4 \times 3.14} = 273.49 (lm / sr)$

(2) 圆平面表面的平均照度：

$$E = \frac{\Phi}{S} = 3435lm \times \cos 60^\circ \times \frac{3.14 \times 0.02m \times 0.02m}{4 \times 3.14 \times 1m \times 1m} \times \frac{1}{3.14 \times 0.02m \times 0.02m} = 136.74 (lm / m^2)$$

解毕

习题2-7 试简述发光强度、亮度和照度的概念及其联系。

解：发光强度定义为点光源沿某方向上单位立体角内发出的光通量。

亮度定义为某方向上单位投影面积的发光强度，或者某方向上单位投影面积在单位立体角内的光通

量。

照度定义为照射在物体单位面积上的光通量。

解毕

习题2-8 试简述主观亮度、同时对比度和马赫带效应的概念。

解：人类视觉系统感受到的物体亮度称为主观亮度。主观亮度受到物体表面与周围环境亮度之间相对关系的影响。

同时对比度表明人眼对某个区域感受到的主观亮度并不仅仅依赖于该区域本身的亮度，物体（反射相同亮度）放在较暗的背景里会显得比较亮，放在较亮的背景里会显得比较暗。

马赫带效应是指人类视觉系统有趋向于过高或过低估计不同亮度区域边界值的现象。

解毕

习题2-9 若图像的长宽比为 4:3。

(1) 试求 30 万像素的照相机拍摄图像的分辨率；若图像为二值图像，试求图像的大小。

(2) 试求 100 万像素的照相机拍摄图像的分辨率；若图像为灰度图像，试求图像的大小。

(3) 试求 600 万像素的照相机拍摄图像的分辨率；若图像为真彩色图像，试求图像的大小。

解：

(1) 对于 30 万像素的照相机，

有： $4x \times 3x = 300000$

$$\text{则： } x = \sqrt{\frac{300000}{12}} = 158.11$$

故： $4x : 3x = 632 : 474$ ，即分辨率为 632×474 。

故：分辨率为 632×474 的二值图像的大小为： $632 \times 474 \times 1(\text{bits}) = 632 \times 474 \times 1/8(\text{Bytes}) = 37446(\text{Bytes}) = 36.57(\text{KBytes})$ 。

(2) 对于 100 万像素的照相机，

有： $4x \times 3x = 1000000$

$$\text{则： } x = \sqrt{\frac{1000000}{12}} = 288.68$$

故： $4x : 3x = 1155 : 866$ ，即分辨率为 1155×866 。

故：分辨率为 1155×866 的灰度图像的大小为： $1155 \times 866 \times 1(\text{Bytes}) = 1000230(\text{Bytes}) = 976.79(\text{KBytes})$ 。

(3) 对于 600 万像素的照相机，

有： $4x \times 3x = 6000000$

$$\text{则： } x = \sqrt{\frac{6000000}{12}} = 707.11$$

故： $4x : 3x = 2828 : 2121$ ，即分辨率为 2828×2121 。

故：分辨率为 2828×2121 的真彩色图像的大小为： $2828 \times 2121 \times 3(\text{Bytes}) = 17994564(\text{Bytes})$

$=17572.82(KBytes)=17.16(MBytes)$ 。

解毕

习题2-10 在 PAL 制式电视频道观看电影。

(1) 试求长度为 1 小时 30 分钟的 720P (1280×720) 高清电影的大小。

(2) 试求长度为 2 小时的 1080P (1920×1080) 高清电影的大小。

解：PAL 制式为 25 帧/秒，即每秒播放 25 张图像。

(1) 长度为 1 小时 30 分钟的 720P (1280×720) 高清电影的大小为： $1280 \times 720 \times 3(Bytes) \times 25 \times 90 \times 60(s)$
 $=37324800000(Bytes)=364500000(KBytes)=355957.03(MBytes)=347.61(GBytes)$ 。

(2) 长度为 2 小时的 1080P (1920×1080) 高清电影的大小为： $1920 \times 1080 \times 3(Bytes) \times 25 \times 120 \times 60(s)$
 $=111974400000(Bytes)=1093500000(KBytes)=1067871.09(MBytes)=1042.84(GBytes)=1.02(TBytes)$ 。

解毕

第3章 像素空间关系

习题3-1 试简述邻域的定义和类型。

解：像素的邻域是指一个像素的相邻像素构成的像素集。

邻域的类型一般包括4邻域、对角邻域和8邻域。像素 p 的4邻域是指由像素 p 的水平方向（即左右）和垂直方向（即上下）共4个相邻像素所组成的集合。像素 p 的对角邻域是指由像素 p 的对角方向（即左上、左下、右上、右下）共4个相邻像素所组成的集合。像素 p 的8邻域是指由像素 p 的水平、垂直和对角方向（即左右、上下、左上、左下、右上、右下）共8个相邻像素所组成的集合。

解毕

习题3-2 试简述邻接的定义和类型。

解：像素的邻接是指一个像素与它邻域中的像素的接触关系。

邻接的类型根据邻域的类型不同一般分为4邻接、对角邻接和8邻接。4邻接是指一个像素与它4邻域中的像素的接触关系。对角邻接是指一个像素与它对角邻域中的像素的接触关系。8邻接是指一个像素与它8邻域中的像素的接触关系。

解毕

习题3-3 试简述连接的定义和类型。

解：两个像素的连接是指两个像素必须邻接（即接触）且它们的属性值必须满足某个特定的相似准则。属性值一般采用像素的灰度值。相似准则可以是灰度值相等，或者同在一个灰度值集合中取值。

连接的类型根据邻域的类型不同一般分为4连接、对角连接、8连接以及混合连接。4连接是指两个像素4邻接且它们的属性值满足某个特定的相似准则。对角连接是指两个像素对角邻接且它们的属性值满足某个特定的相似准则。8连接是指两个像素8邻接且它们的属性值满足某个特定的相似准则。混合连接又称 m 连接，是指两个像素的属性值必须满足某个特定的相似准则且满足下列两个条件之一：
(1) 两个像素4邻接；(2) 两个像素对角邻接且它们对角邻域的交集在相似准则的意义下是空集。

解毕

习题3-4 两个图像子集 P 和 Q 如下图所示，相似准则 $V=\{1\}$ ，试求：

	P					Q				
0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0
1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1
0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1

图 3-1 图像子集 P 和 Q

- (1) 子集 P 和子集 Q 是否：①4-邻接；②8-邻接。
- (2) 子集 P 和子集 Q 是否：①4-连接；②8-连接；③ m -连接。
- (3) 子集 P 和子集 Q 是否：①4-连通；②8-连通；③ m -连通。
- (4) 若将子集 P 和子集 Q 以外的所有像素看成另一个子集 R ，试指出子集 P 和子集 Q 是否与子集 R ：

①4-连接; ②8-连接; ③ m -连接。

解:

(1) 子集 P 和子集 Q : ①4-邻接、②8-邻接。

(2) 子集 P 和子集 Q : ②8-连接、③ m -连接。

(3) 子集 P 和子集 Q : ②8-连通、③ m -连通。

(4) 子集 P 和子集 R : ②8-连接、③ m -连接。

子集 Q 和子集 R : ①4-连接、②8-连接、③ m -连接。

解毕

习题3-5 图像子集如下图所示, 试求:

	3	1	2	1(q)
	2	2	0	2
	1	2	1	1
(p)	1	0	1	2

图 3-2 图像子集

(1) 若相似准则 $V=\{0,1\}$, 试计算 p 和 q 之间 4-通路、8-通路和 m -通路的长度。

(2) 若相似准则 $V=\{1,2\}$, 试计算 p 和 q 之间 4-通路、8-通路和 m -通路的长度。

解:

(1) 若相似准则 $V=\{0,1\}$, 则 p 和 q 之间 4-通路的长度 $=\infty$ 、8-通路的长度=4、 m -通路的长度的长度=5。

(2) 若相似准则 $V=\{1,2\}$, 则 p 和 q 之间 4-通路的长度=6、8-通路的长度=4、 m -通路的长度=6。

解毕

习题3-6 试简述欧式距离、城区距离和棋盘距离的几何意义。

解: 欧氏距离的几何意义为: 距离坐标为 (x,y) 的像素的 D_E 距离小于或等于某个值 d 的像素都包括在以 (x,y) 为中心以 d 为半径的圆中。

城区距离的几何意义为: 距离坐标为 (x,y) 的像素的 D_4 距离小于或等于某个值 d 的像素都包括在以 (x,y) 为中心的菱形中。

棋盘距离的几何意义为: 距离坐标为 (x,y) 的像素的 D_8 距离小于或等于某个值 d 的像素都包括在以 (x,y) 为中心的正方形中。

解毕

习题3-7 像素之间的位置如下图所示, 试求:

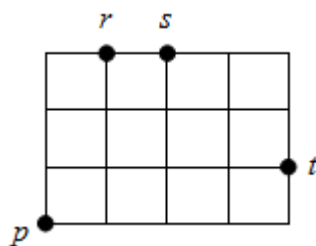


图 3-3 像素位置关系

- (1) 像素 p 和像素 r 之间的欧氏距离 D_E 、城区距离 D_4 和棋盘距离 D_8 。
- (2) 像素 p 和像素 s 之间的欧氏距离 D_E 、城区距离 D_4 和棋盘距离 D_8 。
- (3) 像素 p 和像素 t 之间的欧氏距离 D_E 、城区距离 D_4 和棋盘距离 D_8 。

解:

- (1) 若像素 p 的坐标为(0,0)，则像素 r 的坐标为(1,3)，因此，像素 p 和像素 r 之间的距离为：

$$\text{欧氏距离: } D_E = \sqrt{(1-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{10}$$

$$\text{城区距离: } D_4 = |(1-0)| + |(3-0)| = 4$$

$$\text{棋盘距离: } D_8 = \max(|(1-0)|, |(3-0)|) = 3。$$

- (2) 若像素 p 的坐标为(0,0)，则像素 s 的坐标为(2,3)，因此，像素 p 和像素 s 之间的距离为：

$$\text{欧氏距离: } D_E = \sqrt{(2-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{13}$$

$$\text{城区距离: } D_4 = |(2-0)| + |(3-0)| = 5$$

$$\text{棋盘距离: } D_8 = \max(|(2-0)|, |(3-0)|) = 3。$$

- (3) 若像素 p 的坐标为(0,0)，则像素 t 的坐标为(4,1)，因此，像素 p 和像素 t 之间的距离为：

$$\text{欧氏距离: } D_E = \sqrt{(4-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{17}$$

$$\text{城区距离: } D_4 = |(4-0)| + |(1-0)| = 5$$

$$\text{棋盘距离: } D_8 = \max(|(4-0)|, |(1-0)|) = 4。$$

解毕

习题3-8 像素之间的位置关系如下图所示，相似准则 $V=\{1\}$ ，试求：

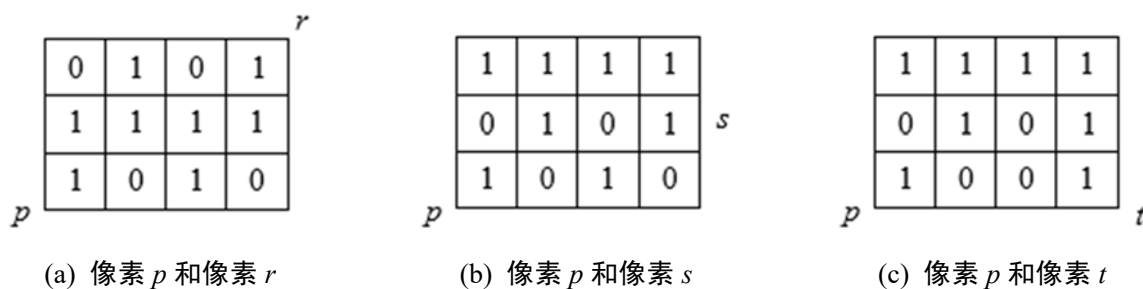


图 3-4 像素位置关系

- (1) 像素 p 和像素 r 之间的混合距离 D_m 。
- (2) 像素 p 和像素 s 之间的混合距离 D_m 。
- (3) 像素 p 和像素 t 之间的混合距离 D_m 。

解:

- (1) 像素 p 和像素 r 之间的混合距离 $D_m=5$ 。

(2) 像素 p 和像素 s 之间的混合距离 $D_m=3$ 。

(3) 像素 p 和像素 t 之间的混合距离 $D_m=6$ 。

解毕

习题3-9 试简述几何变换的分类及含义

解：几何变换指将图像的几何信息进行变换来获取新图像的变换方法，包括平移变换、放缩变换、旋转变换、镜像变换、剪切变换、透视变换等。

平移变换（Translation Transformation）是一种刚体变换（Rigid-Body Transformation），指将图像沿某方向平移来获取新图像的变换方法。

放缩变换（Scale Transformation）也称为尺度变换，指将图像在某方向按比例缩放来获取新图像的变换方法。

旋转变换（Rotation Transformation）是一种刚体变换（Rigid-Body Transformation），指将图像以某点为轴进行旋转来获取新图像的变换方法。

镜像变换（Mirror Transformation）是一种刚体变换（Rigid-Body Transformation），包括水平镜像和垂直镜像。水平镜像指将图像左半部分和右半部分以图像垂直中轴线为中心进行镜像对换来获取新图像的变换方法。垂直镜像指将图像上半部分和下半部分以图像水平中轴线为中心进行镜像对换来获取新图像的变换方法。

剪切变换（Shear Transformation）也称为错切变换，刻画了类似四边形不稳定性的性质，包括水平剪切和垂直剪切。水平剪切指将图像一条水平边固定，并沿水平方向拉长图像来获取新图像的变换方法。垂直剪切指将图像一条垂直边固定，并沿垂直方向拉长图像来获取新图像的变换方法。

透视变换（Perspective Transformation）指利用透视中心、像点、目标点三点共线的条件，按透视旋转定律使透视面绕透视轴旋转某一角度，破坏原有的投影光线束，仍能保持透视面上投影几何图形不变的变换方法。

解毕

习题3-10 若平移变换矩阵 T 和尺度变换矩阵 S 如下图所示，试计算：

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(a) 平移变换矩阵 T

$$S = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(b) 尺度变换矩阵 S

图 3-5 变换矩阵

(1) 对空间点 $P(1,2,3)$ 先进行平移变换、再进行尺度变换所得到的结果。

(2) 对空间点 $P(1,2,3)$ 先进行尺度变换、再进行平移变换所得到的结果。

解：

(1) 由题意知，空间点的齐次坐标 $P = [1 \quad 2 \quad 3 \quad 1]^T$

因此，对空间点先进行平移变换、再进行尺度变换所得到的结果为：

$$P' = S(TP) = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 18 \\ 18 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(2) 由题意知, 空间点的齐次坐标 $P = [1 \ 2 \ 3 \ 1]^T$

因此, 对空间点先进行尺度变换、再进行平移变换所得到的结果为:

$$P' = T(SP) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 10 \\ 12 \\ 1 \end{bmatrix}$$

解毕

习题3-11 试计算: 若平移变换矩阵 T 和尺度变换矩阵 S 如下图所示, 试计算:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(a) 平移变换矩阵 T

$$S = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(b) 尺度变换矩阵 S

图 3-6 变换矩阵

(1) 对空间点 $P(4,5,6)$ 先进行平移变换、再进行尺度变换、最后进行反平移变换所得到的结果。

(2) 对空间点 $P(4,5,6)$ 先进行尺度变换、再进行平移变换、最后进行反尺度变换所得到的结果。

解:

(1) 由题意知, 空间点的齐次坐标 $P = [4 \ 5 \ 6 \ 1]^T$

因此, 对空间点先进行平移变换、再进行尺度变换、最后进行反平移变换所得到的结果为:

$$P' = T^{-1}(S(TP)) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28 \\ 45 \\ 66 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(2) 由题意知, 空间点的齐次坐标 $P = [4 \ 5 \ 6 \ 1]^T$

因此, 对空间点先进行尺度变换、再进行平移变换、最后进行反尺度变换所得到的结果:

$$P' = S^{-1}(T(SP)) = \begin{bmatrix} 1/4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

解毕

习题3-12 试求能将图像顺时针旋转 45 度的旋转变换矩阵, 并计算利用该矩阵对图像点 $P(1,0)$ 进行旋转变换后所得到的结果。

解:

$$\text{能将图像顺时针旋转 } 45 \text{ 度的旋转变换矩阵为 } R = \begin{bmatrix} \cos 45 & \sin 45 \\ -\sin 45 & \cos 45 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix}$$

利用该矩阵对图像点进行旋转变换后所得到的结果为:

$$P' = RP = \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 \end{bmatrix}$$

解毕

习题3-13 试简述几何失真矫正的直接矫正法的原理及不足。

解: 几何失真矫正的直接矫正法也称为向前映射法, 它首先由空间变换函数 $h_1(x,y)$ 、 $h_2(x,y)$ 推导出反变换函数 $h_1'(x',y')$ 、 $h_2'(x',y')$, 然后依次计算出每一个畸变图像像素坐标 (x',y') 对应的校正坐标 (x,y) ; 但 (x,y) 一般不为整数, 无法直接将畸变坐标 (x',y') 处的灰度值赋值给校正坐标 (x,y) , 而是将 (x',y') 处的灰度值分配给校正坐标 (x,y) 周围的四个像素, 据此获得校正图像。

直接矫正法存在很多不足:

- (1) 畸变图像像素可能会被映射到校正图像之外, 因此计算效率不高;
- (2) 校正图像像素的灰度值由畸变图像像素的贡献之和决定, 导致分配时存在较多的寻址, 特别是在高阶插值时;
- (3) 生成校正图像的像素分布不规则, 容易出现像素挤压、疏密不均等现象, 需要通过灰度插值方法生成规则的栅格图像。

解毕

习题3-14 试简述几何失真矫正的间接矫正法的原理及步骤。

解: 间接矫正法也称为向后映射法, 它假设经过校正的图像像素坐标在基准坐标系中为等距网格的交叉点, 从网格交叉点的坐标 (x,y) 出发计算出畸变图像上的对应坐标 (x',y') ; 但 (x',y') 一般不为整数, 无法直接将畸变坐标 (x',y') 处的灰度值赋值给校正坐标 (x,y) , 而是将 (x',y') 周围像素的灰度值进行插值以得到校正坐标 (x,y) 处的灰度值, 据此获得校正图像。

间接矫正法的步骤包括空间变换和灰度插值, 如下式所示

$$\begin{cases} x' = h_1(x, y) \\ y' = h_2(x, y) \\ f(x, y) = g(x', y') \end{cases} \quad (3-1)$$

式中: (x,y) 为无失真坐标系中像素的坐标; (x',y') 为失真坐标系中像素的坐标; $h_1(x,y)$ 、 $h_2(x,y)$ 为无失真坐标系向失真坐标系变换的空间变换函数; $f(x,y)$ 为无失真的原始图像; $g(x',y')$ 为存在失真的畸变图像。

解毕

习题3-15 试简述空间变换的概念及原理。

解：空间变换是指对畸变图像像素坐标位置进行重新排列以恢复原始图像像素坐标位置的空间关系。空间变换的关键是确定空间变换函数，该函数可以通过先验知识得到，但实际中往往难以求得，通常需要采用后验校正的方法来确定。后验校正方法的基本思想是通过控制点（即基准图像上的正确像素点和畸变图像上的失真像素点）之间的对应关系来近似空间变换函数，一般采用如下式所示的多项式拟合的形式。

$$\begin{cases} x' = h_1(x, y) = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^{N-i} a_{ij} x^i y^j \\ y' = h_2(x, y) = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^{N-i} b_{ij} x^i y^j \end{cases} \quad (3-2)$$

式中： (x, y) 为无失真坐标系中像素的坐标； (x', y') 为失真坐标系中像素的坐标； $h_1(x, y)$ 、 $h_2(x, y)$ 为无失真坐标系向失真坐标系变换的空间变换函数； a_{ij} 、 b_{ij} 为拟合多项式的各项待定系数； N 为拟合多项式的次数。

解毕

习题3-16 试简述灰度插值的概念及基于间接矫正法进行灰度插值的原理。

解：灰度插值是指对图像映射位置及其周围像素的灰度值进行插值操作以复原原始图像像素的灰度值。

基于间接矫正法复原原始图像时，对原始图像中的每一个像素点 (x, y) ，计算出畸变图像上的对应坐标 (x', y') ，基于 (x', y') 处的灰度值确定原始图像中像素点 (x, y) 的灰度值。如果计算出的畸变图像上的对应坐标 (x', y') 为整数，则原始图像对应像素点 (x, y) 的灰度值与其保持一致；如果不为整数，则需要进行灰度插值操作。常用的灰度插值方法包括最近邻插值法、双线性插值法和双三次插值法等。

解毕

习题3-17 试简述最近邻插值法、双线性插值法和双三次插值法的概念。

解：最近邻插值法（Nearest Neighbor Interpolation）也称为零阶插值，是指将距离映射位置最近的像素点的灰度值作为插值结果的方法。

双线性插值法（Bilinear Interpolation）是指将映射位置周围四个像素点的灰度值在水平和垂直两个方向上进行插值以获取插值结果的方法。

双三次插值法（Bicubic Interpolation）是指将映射位置周围十六个像素点的灰度值在水平和垂直两个方向上进行插值以获取插值结果的方法。

解毕

第4章 空域变换增强

习题4-1 试简述空域图像增强技术的分类。

解：空域图像增强可以按照多种方式进行分类。按照处理图像的类型进行分类，空域图像增强可以分为灰度增强和彩色增强。灰度增强主要针对灰度图像进行增强。彩色增强主要针对彩色图像进行增强。按照处理图像的范围进行分类，空域图像增强可以分为局部增强和全局增强。局部增强是指仅针对图像的某一部分或者针对图像的各部分基于其局部特征进行增强。全局增强是指针对整幅图像进行增强。按照处理像素的多少进行分类，空域图像增强可以分为变换增强和滤波增强。变换增强也称为点操作，主要以单个像素为基础对图像进行增强，增强函数 $E()$ 定义在像素点 (x,y) 上。变换增强可以进一步分为灰度操作和几何操作。灰度操作是指根据一个像素的灰度（也可能根据这个像素的位置）来改变该像素的灰度。几何操作是指根据一个像素的位置来改变该像素的位置。从效果上来说，灰度操作和几何操作是互补的。由于两个不同的灰度可能被映射为同一个灰度，两个不同的位置可能被映射为同一个位置，因此一般来说，灰度操作和几何操作是不可逆的。滤波增强也称为模板操作，主要以像素邻域为基础对图像进行增强，增强函数 $E()$ 定义在像素点 (x,y) 的某个邻域上。模板是指滤波器、核、掩模或窗口。邻域可以是任意形状，通常采用正方形或矩形阵列。空域图像增强分类示意图如下图所示：

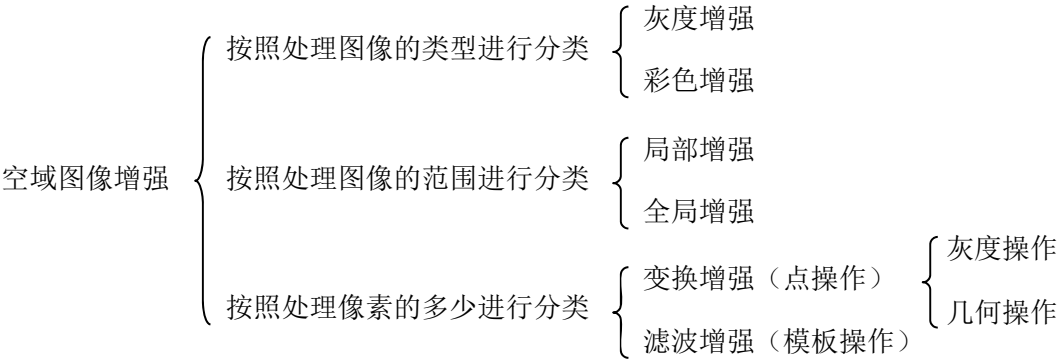


图 4-1 空域图像增强分类示意图

解毕

习题4-2 试简述算术运算的概念及分类

解：算术运算一般用于灰度图像，指将两幅原始图像对应位置处两个像素的灰度值通过算术操作得到一个新的灰度值，作为结果图像对应位置处像素的灰度值。算术运算主要包括加法运算、减法运算、乘法运算和除法运算。

加法运算是指将两幅原始图像对应位置处两个像素的灰度值相加得到一个新的灰度值，作为结果图像对应位置处像素的灰度值。注意：由于图像像素的灰度值范围为 $[0,255]$ ，因此，相加结果如果大于 255，则取 255。

减法运算是指将两幅原始图像对应位置处两个像素的灰度值相减得到一个新的灰度值，作为结果图像对应位置处像素的灰度值。注意：由于图像像素的灰度值范围为 $[0,255]$ ，因此，相减结果如果小于 0，则取 0。

乘法运算是指将两幅原始图像对应位置处两个像素的灰度值相乘得到一个新的灰度值,作为结果图像对应位置处像素的灰度值。注意:由于图像像素的灰度值范围为[0,255],因此,相乘结果如果大于255,则取255。

除法运算是指将两幅原始图像对应位置处两个像素的灰度值相除得到一个新的灰度值,作为结果图像对应位置处像素的灰度值。注意:由于图像像素的灰度值范围为[0,255]且为整数,因此,相除结果应保持灰度值范围不变;如果结果为小数,则要进行取整操作。特殊地,如果相除时分子分母均为0,则结果为0;如果仅分母为0,则结果为255。仅有黑白两种颜色的灰度图像和二值图像相除的结果略有差异:对于灰度图像,白与白相除为黑;对于二值图像,白与白相除为白;对于其他情况,灰度图像与二值图像相除的结果一致。

解毕

习题4-3 工业检测中工件的图像仅受到零均值不相关噪声的影响。若图像采集装置每秒可采集30幅图像,要实现采用图像平均方法将噪声的均方差减少到原来的1/10,试求工件在图像采集装置前需要保持固定的时间。

解: 由于原始图像消噪前后均方差的关系为:

$$\sigma_{\bar{g}(x,y)} = \sqrt{\frac{1}{M}} \sigma_{e(x,y)} \quad (4-1)$$

因此,实现采用图像平均方法将噪声的均方差减少到原来的1/10,需要样本图像 $M=100$ 张。

因此,工件在图像采集装置前需要保持固定的时间为: $t=100/30=3.34(s)$ 。

解毕

习题4-4 试简述逻辑运算的概念及分类。

解:逻辑运算是指将两幅原始图像对应位置处两个像素的灰度值通过逻辑操作得到一个新的灰度值,作为结果图像对应位置处像素的灰度值。逻辑运算将输入数据看作逻辑值(真或假),输出结果也为逻辑值(真或假)。逻辑运算在判断一个值是真或假时,将0看作假,将非0看作真;在给出逻辑结果时,用0表示假,用1表示真。因此,逻辑运算的结果为二值图像。

与运算是将两幅原始图像对应位置处两个像素的灰度值通过与操作得到一个新的灰度值,作为结果图像对应位置处像素的灰度值

或运算是将两幅原始图像对应位置处两个像素的灰度值通过或操作得到一个新的灰度值,作为结果图像对应位置处像素的灰度值。

补运算是将两幅原始图像对应位置处两个像素的灰度值通过补操作得到一个新的灰度值,作为结果图像对应位置处像素的灰度值。

异或运算是将两幅原始图像对应位置处两个像素的灰度值通过异或操作得到一个新的灰度值,作为结果图像对应位置处像素的灰度值。

解毕

习题4-5 试简述基于逻辑运算的边缘检测算法。

解: 基于逻辑运算的边缘检测算法包括以下六个步骤:

- (1) 设原始图像为图 A ;
- (2) 将图 A 的像素向左移动 1 个像素的位置得到图 B ;
- (3) 将图 A 和图 B 进行逻辑或运算得到图 C ;
- (4) 将图 A 和图 C 进行逻辑异或运算得到图 D ;
- (5) 对左右上下共 4 个方向都进行上述操作得到 4 个结果图像, 将 4 个结果图像进行逻辑或运算得到原图像的边缘。

解毕

习题4-6 试简述直方图均衡化的原理步骤。

解: 直方图均衡化主要用于增强动态范围偏小的图像的反差。基本思想为把原图像的直方图转换为均匀分布的形式, 增加像素灰度值的动态范围, 增强图像整体对比度。

直方图均衡化的算法步骤为:

- (1) 列出原始图像的灰度级 k , $k=0,1,2,\cdots,L-1$, L 为灰度级的数量;
- (2) 列出原始图像第 k 级灰度值的归一化表达形式 s_k ;
- (3) 统计各灰度级的像素数目 n_k , $k=0,1,2,\cdots,L-1$;
- (4) 得到灰度统计直方图的归一化概率表达形式: $p_s(s_k)=n_k/N$;
- (5) 基于累积分布函数计算灰度累积直方图: $E(s_k) = \sum_{i=0}^k \frac{n_i}{N} = \sum_{i=0}^k p_s(s_i)$;
- (6) 进行取整扩展, 计算映射后输出图像各灰度级对应灰度值的归一化表达形式 t_k : $t_k = \text{INT}((L-1)E(s_k)+0.5)/255$, 其中, INT 为取整函数;
- (7) 确定映射关系 $s_k \rightarrow t_k$;
- (8) 统计映射后各灰度级的像素数目 n_k ;
- (9) 得到新的灰度统计直方图的归一化概率表达形式: $p_t(t_k)=n_k/N$, N 为输出图像的像素数目, 即原始图像的像素数目。

解毕

习题4-7 试简述直方图规定化的原理步骤。

解: 直方图规定化是指通过灰度映射函数, 将灰度直方图改造成所希望的直方图, 从而有选择地增强某个灰度值范围内的对比度, 使图像灰度值的分布满足特定的要求。

直方图规定化的算法步骤为:

- (1) 列出原始图像的灰度级 k , $k=0,1,2,\cdots,L-1$, L 为灰度级的数量;
- (2) 列出原始图像第 k 级灰度值的归一化表达形式 s_k ;
- (3) 统计各灰度级的像素数目 n_k , $k=0,1,2,\cdots,L-1$;
- (4) 得到灰度统计直方图的归一化概率表达形式: $p_s(s_k)=n_k/N$, N 为原始图像的像素数目;
- (5) 基于累积分布函数计算灰度累积直方图: $E(s_k) = \sum_{i=0}^k \frac{n_i}{N} = \sum_{i=0}^k p_s(s_i)$;
- (6) 列出规定图像的灰度级 l , $l=0,1,2,\cdots,M-1$, M 为灰度级的数量;

(7) 列出规定图像第 l 级灰度值的归一化表达形式 t_l ;

(8) 规定直方图, 即得到规定图像的灰度统计直方图的归一化概率表达形式: $p_l(t_l)=n_l/N$;

(9) 基于累积分布函数计算规定图像的灰度累积直方图: $E(t_l) = \sum_{i=0}^l \frac{n_i}{N} = \sum_{i=0}^l p_l(t_i)$;

(10) 采用灰度映射规则, 计算映射后输出图像各灰度级对应灰度值的归一化表达形式 t_k ;

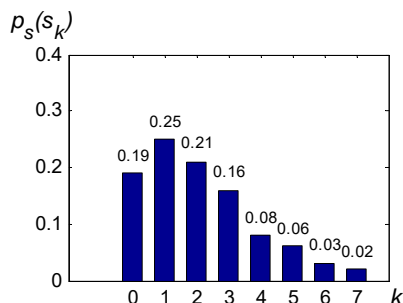
(11) 确定映射关系 $s_k \rightarrow t_k$;

(12) 统计映射后各灰度级的像素数目 n_l ;

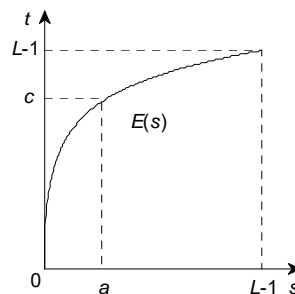
(13) 得到新的灰度统计直方图的归一化概率表达形式: $p_l(t_l)=n_l/N$, N 为输出图像的像素数目, 即原始图像的像素数目。

解毕

习题4-8 若一幅图像的归一化灰度统计直方图如图(a)所示, 灰度变换曲线 $E(s)$ 如图(b)所示。



(a) 归一化灰度统计直方图



(b) 灰度变换曲线 $E(s)$

图 4-2 习题 4-8

(1) 试简述灰度变换的基本原理。

(2) 试指出图(b)所示灰度变换曲线 $E(s)$ 的特点、功能和适用场合。

(3) 在图(b)所示灰度变换曲线 $E(s)$ 中, 若 $L=8$, $E(s) = \text{int}((7s)^{1/2} + 0.5)$, 试利用灰度变换曲线 $E(s)$ 对图(a)直方图所对应的图像进行灰度变换, 给出变换后图像的直方图(可画图或列表, $\text{int}()$ 为取整函数)。

解:

(1) 灰度变换的基本原理: 灰度变换属于空域变换增强技术, 是一种点操作, 根据原始图像中每个像素的灰度值, 按照某种映射规则将其转化为另一灰度值, 即将原始图像 $f(x,y)$ 中的每个像素的灰度值按灰度变换函数进行变换, 得到目标图像 $g(x,y)$ 对应像素的灰度值, 其关键是灰度变换函数的设计。

(2) 图(b)所示灰度变换曲线 $E(s)$ 的特点、功能和适用场合: $E(s)$ 在 $t=s$ 直线的上方, 能够提高图像中所有像素的灰度值, 较大地提高图像中灰度较小像素间的灰度差, 降低灰度较大像素间的灰度差, 所以可用来减少或压缩图像的动态范围以及明亮部分的反差, 适合应用于图像动态范围过大或背景偏暗的场合。

(3) 在图(b)所示灰度变换曲线 $E(s)$ 中, 若 $L=8$, $E(s) = \text{int}((7s)^{1/2} + 0.5)$, 则利用灰度变换曲线 $E(s)$ 对图(a)直方图所对应的图像进行灰度变换, 变换后图像的直方图的列表形式为:

表 4.1 变换后图像的直方图的列表形式

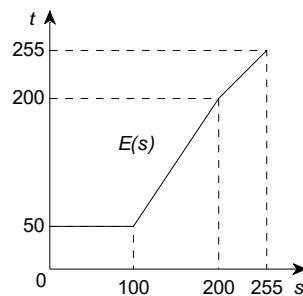
s	0	1	2	3	4	5	6	7
$P_s(s_k)$	0.19	0.25	0.21	0.16	0.08	0.06	0.03	0.02
$(7s)^{1/2}$	0	2.6458	3.7417	4.5826	5.2915	5.9161	6.4807	7
$t=E(s)=\text{int}((7s)^{1/2}+0.5)$	0	3	4	5	5	6	6	7
$P_t(t_k)$	0.19			0.25	0.21	0.24	0.09	0.02

解毕

习题4-9 若一幅 5*5 图像的图像数据如图(a)所示, 灰度变换函数如图(b)所示。

0	10	20	30	40
50	60	70	80	90
100	110	120	130	140
150	160	170	180	190
200	210	220	230	240

(a) 图像数据



(b) 灰度变换函数

图 4-3 习题 4-9

- (1) 试简述灰度变换的基本原理。
- (2) 试指出图(b)所示的灰度变换函数的数学表达形式及其功能。
- (3) 试求图(a)所示的图像经图(b)所示的灰度变换函数进行灰度变换处理后的结果。

解:

(1) 灰度变换的基本原理: 灰度变换属于空域变换增强技术, 是一种点操作, 根据原始图像中每个像素的灰度值, 按照某种映射规则将其转化为另一灰度值, 即将原始图像 $f(x,y)$ 中的每个像素的灰度值按灰度变换函数进行变换, 得到目标图像 $g(x,y)$ 对应像素的灰度值, 其关键是灰度变换函数的设计。

(2) 图(b)所示的灰度变换函数的数学表达形式为:

$$g(x,y) = \begin{cases} 50 & , 0 \leq f(x,y) \leq 100 \\ 1.5 \times f(x,y) - 100 & , 100 < f(x,y) < 200 \\ f(x,y) & , 200 \leq f(x,y) \leq 255 \end{cases} \quad (4-2)$$

功能: 将原始图像中灰度值小于 100 的像素点的灰度值保持为恒定值, 即 50; 将灰度值介于 100 至 200 间的像素点的灰度值进行拉伸, 即按照函数 $g(x,y)=1.5 \times f(x,y)-100$ 所指规律进行变换; 将灰度值大于 200 的像素点的灰度值保持不变。

(3) 图(a)所示的图像经图(b)所示的灰度变换函数进行灰度变换处理后的结果为:

50	50	50	50	50
50	50	50	50	50
50	65	80	95	110
125	140	155	170	185

200	210	220	230	240
-----	-----	-----	-----	-----

图 4-4 灰度变换结果

解毕

第5章 空域滤波增强

习题5-1 试简述空域滤波增强的步骤。

解：基于卷积的空域滤波增强的步骤为：

- (1) 将模板在原始图像中漫游，并将模板中心与原始图像中的某个像素重合；
- (2) 将模板上的各系数与模板下对应像素的灰度值相乘，再将所有乘积相加；
- (3) 将运算结果（模板的输出响应）赋值给变换图像中对应模板中心位置的像素。

解毕

习题5-2 将 M 幅图象相加求平均可以达到消除噪声的效果，用一个 $n \times n$ 的模板进行平滑滤波也可以达到消除噪声的效果。试比较这两种方法的区别和联系。

解：将 M 幅图象相加求平均利用了 M 幅图象中同一个位置的 M 个像素的平均值。用一个 $n \times n$ 的模板进行平滑滤波利用了同一幅图像中的 $n \times n$ 个像素的平均值。由于参与消噪的像素个数越多，消除噪声的能力越强，所以，若 $M > n \times n$ ，则前者消除噪声的效果较好，反之则后者消除噪声的效果较好。

解毕

习题5-3 试简述加权平均法的基本思想及其模板系数的确定原则。

解：加权平均法的基本思想是：离模板中心越近的像素对滤波结果的贡献越大，因此，可使接近模板中心的系数大些而远离模板中心的系数小些。

模板系数的确定一般遵循如下原则：

- (1) 模板中心的系数最大；
- (2) 模板周边最小的系数为 1；
- (3) 模板内部的系数根据与模板中心的距离反比地确定。一般成比例地增加，常取 2 的整数次幂，以便于计算机实现。

解毕

习题5-4 试简述中值滤波的基本原理及特点。

解：中值滤波是一种非线性平滑滤波技术，由 Turkey 于 1971 年提出，其基本原理是把数字图像序列中某点的值用该点邻域中各点值的中值代替。

极限像素是指与周围像素灰度值差别较大的像素。噪声属于极限像素，且往往以孤立点的形式存在，对应的像素很少；图像则由像素较多、面积较大的小块组成。中值滤波的特点包括：

- (1) 中值滤波对极限像素值的敏感度远不如像素平均值，能克服线性滤波器模糊图像细节的缺点，达到既消除噪声，又保持图像细节的目的，对滤除脉冲干扰和扫描噪声最为有效；
- (2) 不适宜细节多，特别是点、线、尖、顶等多的图像。

解毕

习题5-5 试简述中值滤波的根信号的概念及特点。

解：根信号是指不受中值滤波器影响的信号。

一个信号是尺寸为 $M=2r+1$ 的中值滤波器的根信号的充分条件是：信号局部单调且为 $2r+1$ 阶，即

信号的每个长度为 $2r+1$ 的段均为单调。

解毕

习题5-6 试简述二维中值滤波的基本原理及步骤。

解： 设：原始图像为 $f(x,y)$ ，变换图像为 $g(x,y)$ ，二维中值滤波的基本原理如下式所示：

$$g_{med}(x,y) = \underset{(i,j) \in S}{median}(f(i,j)) \quad (5-1)$$

式中： S 表示像素 (x,y) 的 $m \times n$ 邻域， $median()$ 表示取中值函数，即对模板覆盖的像素按灰度值大小排序，并取排序后处在中间位置处的值，由此可知，模板覆盖的像素灰度值有一半大于 $g(x,y)$ ，另一半小于 $g(x,y)$ 。

二维中值滤波的步骤为：

- (1) 将模板在原始图像中漫游，并将模板中心与原始图像中的某个像素重合；
- (2) 读取模板下对应像素的灰度值，并按升序或降序排序；
- (3) 读取排序后处在中间位置的值；
- (4) 将该中间值赋值给变换图像中对应模板中心位置的像素。

注意：模板尺寸通常选择奇数，以确保唯一的中间值；一般地，首先选择 3×3 ，再选择 5×5 ，并逐渐增大，直到滤波效果满意为止。

解毕

习题5-7 试简述最小值滤波、最大值滤波和中点滤波的概念。

解： 最小值滤波指信号序列中某点的值用该点邻域中升序序列位于 0% 位置处的值代替的方法，常用来检测图像中的最暗点并可消弱高取值的椒盐噪声。

最大值滤波指信号序列中某点的值用该点邻域中升序序列位于 100% 位置处的值代替的方法，常用来检测图像中的最亮点并可消弱低取值的椒盐噪声。

中点滤波指信号序列中某点的值用该点邻域中有序序列的最大值和最小值的均值代替的方法，该方法结合了排序滤波器和均值滤波器，对多种随机分布的噪声（如高斯噪声、均匀噪声）都比较有效。

解毕

习题5-8 若原始图像数据如图(a)所示，试求：

$$\begin{bmatrix} 10 & 40 & 70 \\ 100 & 130 & 160 \\ 190 & 220 & 250 \end{bmatrix}$$

(a) 原始图像数据

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(b) 滤波模板 1

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(c) 滤波模板 2

图 5-1 习题 5-8

(1) 若采用图(b)所示的滤波模板对原始图像进行滤波，试求：最小值滤波、中值滤波、最大值滤波、中点滤波的结果。

(2) 若采用图(c)所示的滤波模板对原始图像进行滤波，试求：最小值滤波、中值滤波、最大值滤波、中点滤波的结果。

解：

(1) 采用图(b)所示的滤波模板对原始图像进行滤波的结果为:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 40 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 10 & 40 & 40 \\ 100 & 130 & 130 \\ 100 & 190 & 160 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 100 & 130 & 160 \\ 190 & 220 & 250 \\ 220 & 250 & 250 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 50 & 65 & 80 \\ 95 & 130 & 125 \\ 110 & 125 & 125 \end{bmatrix}$$

(a) 最小值滤波

(b) 中值滤波

(c) 最大值滤波

(d) 中点滤波

图 5-2 滤波结果 1

(2) 采用图(c)所示的滤波模板对原始图像进行滤波的结果为:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 40 & 0 \\ 40 & 130 & 40 \\ 0 & 100 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 130 & 160 & 130 \\ 220 & 250 & 220 \\ 190 & 220 & 250 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 65 & 80 & 65 \\ 110 & 130 & 110 \\ 95 & 110 & 125 \end{bmatrix}$$

(a) 最小值滤波

(b) 中值滤波

(c) 最大值滤波

(d) 中点滤波

图 5-3 滤波结果 2

解毕

习题5-9 若一维图像数据如下图所示, 试求其一阶微分和二阶微分的结果。

$$[10 \quad 30 \quad 30 \quad 50 \quad 100 \quad 200 \quad 200 \quad 200 \quad 150 \quad 90]$$

图 5-4 一维图像数据

解: 一阶微分和二阶微分的结果为:

图像数据	[10	30	30	50	100	200	200	200	150	90]
一阶微分	20	0	20	50	100	0	0	-50	-60	
二阶微分		-20	20	30	50	-100	0	-50	-10	

图 5-5 一阶微分和二阶微分结果

解毕

第6章 图像变换

习题6-1 试简述频域图像增强的基本原理、关键技术和步骤。

解：频域图像增强的基本原理是利用图像变换的正变换方法将原始图像由空域变换到频域，随后利用频域的特有性质对图像进行处理，然后再利用图像变换的反变换方法将处理后的图像变换回空域。

频域图像增强的关键技术包括：

- (1) 图像变换方法。
- (2) 频域增强方法。

频域图像增强的步骤包括以下三步，如式(6-1)所示。

- (1) 利用图像变换的正变换方法，将原始图像从空域变换到频域，得到频域原始图像；
- (2) 在频域中，设计一个转移函数对频域原始图像进行处理，得到频域变换图像；
- (3) 利用图像变换的反变换方法，将频域变换图像从频域变换回空域，得到变换图像。

$$g(x, y) = T^{-1} \left(E \left(T \left(f(x, y) \right) \right) \right) \quad (6-1)$$

式中： $f(x, y)$ 为原始图像； $g(x, y)$ 为增强图像； $T()$ 为正向变换函数； $E()$ 为增强函数； $T^{-1}()$ 为反向变换函数。

解毕

习题6-2 试证明一维离散傅里叶变换的正变换和反变换都是周期函数。

解：一维离散傅里叶变换的正变换是周期函数：

$$\begin{aligned} g(u + N) &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) e^{-j \frac{2\pi(u+N)x}{N}} = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) e^{-j \frac{2\pi ux}{N}} e^{-j 2\pi x} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) e^{-j \frac{2\pi ux}{N}} [\cos(-2\pi x) + j \sin(-2\pi x)] = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) e^{-j \frac{2\pi ux}{N}} = g(u) \end{aligned} \quad (6-2)$$

一维离散傅里叶变换的反变换是周期函数：

$$\begin{aligned} f(x + N) &= \frac{1}{N} \sum_{u=0}^{N-1} g(u) e^{j \frac{2\pi u(x+N)}{N}} = \frac{1}{N} \sum_{u=0}^{N-1} g(u) e^{j \frac{2\pi ux}{N}} e^{j 2\pi u} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{u=0}^{N-1} g(u) e^{j \frac{2\pi ux}{N}} [\cos(2\pi u) + j \sin(2\pi u)] = \frac{1}{N} \sum_{u=0}^{N-1} g(u) e^{j \frac{2\pi ux}{N}} = f(x) \end{aligned} \quad (6-3)$$

解毕

习题6-3 试证明二维离散傅里叶变换的正向变换核和反向变换核是可分离的和对称的。

解：二维离散傅里叶变换的正向变换核是可分离的和对称的：

$$h(x, y, u, v) = e^{-j 2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} = e^{-j 2\pi \frac{ux}{M}} e^{-j 2\pi \frac{vy}{N}} = h_1(x, u) h_2(v, y) = h(x, u) h(v, y) \quad (6-4)$$

二维离散傅里叶变换的反向变换核是可分离的和对称的：

$$k(x, y, u, v) = e^{j 2\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} = e^{j 2\pi \frac{ux}{M}} e^{j 2\pi \frac{vy}{N}} = k_1(x, u) k_2(v, y) = k(x, u) k(v, y) \quad (6-5)$$

解毕

习题6-4 试简述傅里叶变换的频域特征与空域特征的关系。

解：由傅里叶变换的公式可知，频域的每个 $F(u,v)$ 项都包含了空域中被指数修正的所有 $f(x,y)$ 项，因此，除特殊情况外，一般不可能建立图像的频域特征与空域特征之间的直接联系。但由于频率与变化率直接相关，因此，图像的频域特征与空域特征之间也有一定的关联，包括：

- (1) 变化最慢的频率成分 ($u=v=0$) 对应图像的平均灰度级。
- (2) 低频对应图像的慢变化成份。例如，对于一幅房间图像，墙和地板对应平滑的慢变化成份。
- (3) 高频对应图像的快变化成份。例如，对于一幅房间图像，物体的边缘和噪声对应突变的快变化成份。

解毕

习题6-5 试简述基于傅里叶变换的卷积过程的步骤。

解：基于傅里叶变换的卷积过程的步骤包括：

- (1) 设原始矩阵 A 的大小为 $m \times n$ ，模板矩阵 B 的大小为 $p \times q$ ；
- (2) 对原始矩阵 A 进行补 0 扩展得到矩阵 A_0 ，大小为 $(m+p-1) \times (n+q-1)$ ，对模板矩阵 B 进行补 0 扩展得到矩阵 B_0 ，大小为 $(m+p-1) \times (n+q-1)$ ；
- (3) 对矩阵 A_0 进行傅里叶变换得到矩阵 F_{A_0} ，即 $F_{A_0} = \text{fft}(A_0)$ ，对矩阵 B_0 进行傅里叶变换得到矩阵 F_{B_0} ，即 $F_{B_0} = \text{fft}(B_0)$ ；
- (4) 对矩阵 F_{A_0} 和矩阵 F_{B_0} 进行点乘得到矩阵 C ，即 $C = F_{A_0} * F_{B_0} = \text{fft}(A_0) * \text{fft}(B_0)$ ；
- (5) 对矩阵 C 进行傅里叶反变换得到卷积结果，即 $A \otimes B = \text{ifft}(C) = \text{ifft}(F_{A_0} * F_{B_0}) = \text{ifft}(\text{fft}(A_0) * \text{fft}(B_0))$ 。

解毕

习题6-6 试简述基于傅里叶变换的模板匹配过程。

解：基于傅里叶变换的模板匹配过程包括以下 7 个步骤，如图 6-1 所示。

- (1) 把原始图像 $f(x,y)$ 转换为二值图像 $f_b(x,y)$ ；
- (2) 对 $f_b(x,y)$ 进行傅里叶变换得到 $F(u,v)$ ；
- (3) 把模板图像 $t(x,y)$ 转换为二值图像 $t_b(x,y)$ ；
- (4) 把 $t_b(x,y)$ 旋转 180 度得到 $t_{b,r}(x,y)$ ，这样，卷积计算与相关计算等价；
- (5) 对 $t_{b,r}(x,y)$ 进行傅里叶变换得到 $T(u,v)$ ；
- (6) 计算模板图像与匹配图像的相关性：对 $F(u,v)$ 和 $T(u,v)$ 作点乘，再将结果进行傅立叶反变换并求模，得到相关性矩阵的模矩阵 $f_{\text{result}}(x,y)$ ；
- (7) 在 $f_{\text{result}}(x,y)$ 中，找出最高峰值的位置，即为检索到的模板图像在原始图像中的位置。

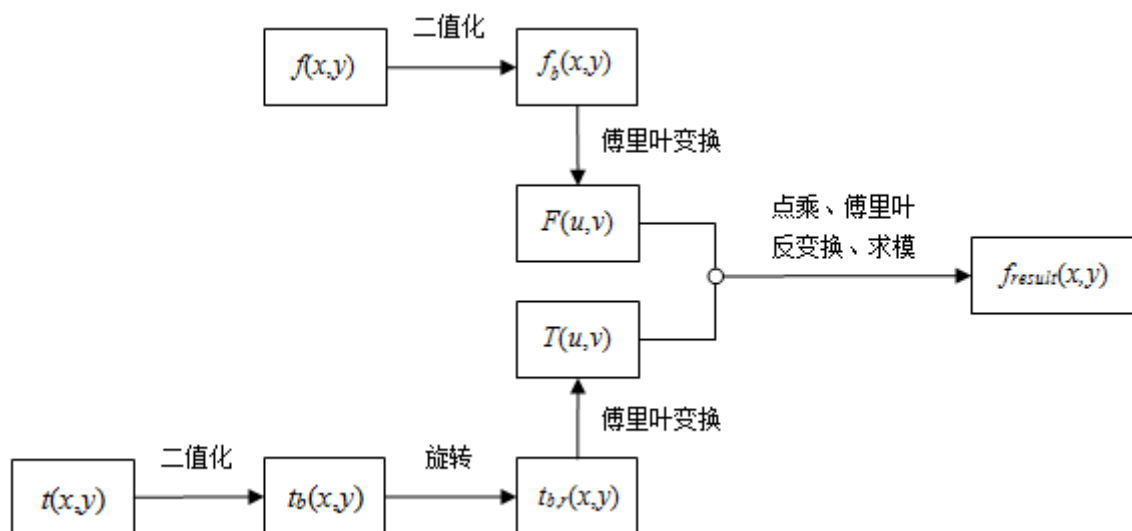


图 6-1 模板匹配步骤

解毕

习题6-7 试证明一维离散余弦变换的正变换和反变换都是周期函数。

解：一维离散余弦变换的正变换是周期函数：

$$\begin{aligned}
 g(u+2N) &= a(u+2N) \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \cos \frac{(2x+1)(u+2N)\pi}{2N} \\
 &= a(u) \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \cos \left[\frac{(2x+1)u\pi}{2N} + \frac{(2x+1)2N\pi}{2N} \right] = a(u) \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \cos \left[\frac{(2x+1)u\pi}{2N} + (2x+1)\pi \right] \\
 &= a(u) \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \left[\cos \frac{(2x+1)u\pi}{2N} \cos(2x+1)\pi - \sin \frac{(2x+1)u\pi}{2N} \sin(2x+1)\pi \right] \\
 &= a(u) \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \left[\cos \frac{(2x+1)u\pi}{2N} \cos(2x+1)\pi \right] = a(u) \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \left[-\cos \frac{(2x+1)u\pi}{2N} \right] \\
 &= a(u) \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \cos \frac{(2x+1)u\pi}{2N} = g(u)
 \end{aligned} \tag{6-6}$$

一维离散余弦变换的反变换是周期函数：

$$\begin{aligned}
 f(x+2N) &= \sum_{u=0}^{N-1} a(u) g(u) \cos \frac{[2(x+2N)+1]u\pi}{2N} \\
 &= \sum_{u=0}^{N-1} a(u) g(u) \cos \left[\frac{(2x+1)u\pi}{2N} + \frac{2u\pi \cdot 2N}{2N} \right] \\
 &= \sum_{u=0}^{N-1} a(u) g(u) \cos \left[\frac{(2x+1)u\pi}{2N} + 2u\pi \right] = \sum_{u=0}^{N-1} a(u) g(u) \cos \frac{(2x+1)u\pi}{2N} = f(x)
 \end{aligned} \tag{6-7}$$

解毕

习题6-8 试简述基于离散余弦变换的图像压缩重构的算法。

解：基于离散余弦变换的图像压缩重构的算法步骤包括：

- (1) 对空域中的原始图像进行离散余弦变换，得到频域中的离散余弦变换结果；
- (2) 在频域中，对离散余弦变换结果进行量化处理，实现图像压缩；
- (3) 对频域中的量化处理结果进行离散余弦变换的反变换，得到空域中的重构图像。

解毕

习题6-9 试简述 JPEG 标准中的图像压缩的典型算法。

解： JPEG 标准中的图像压缩的典型算法步骤包括：

- (1) 将原始图像划分成 8×8 或 16×16 大小的图像块；
- (2) 对每个图像块分别进行离散余弦变换，并对变换结果进行量化处理。例如，仅保留变换结果图像块左上角的部分数据；
- (3) 对量化处理后的每个图像块分别进行离散余弦变换的反变换，并将反变换结果图像块进行拼接得到重构图像。

解毕

习题6-10 设函数 $f(x)$ 为： $f(0)=0, f(1)=1, f(2)=1, f(3)=2$ ，试计算函数 $f(x)$ 的离散余弦变换的结果 $g(u)$ 。

解：

(1) 函数 $f(x)$ 的离散余弦变换的结果 $g(0)$ 为：

$$\begin{aligned} g(0) &= a(0) * [f(0) \cos \frac{(2*0+1)*0*\pi}{2*4} + f(1) \cos \frac{(2*1+1)*0*\pi}{2*4} + f(2) \cos \frac{(2*2+1)*0*\pi}{2*4} \\ &\quad + f(3) \cos \frac{(2*3+1)*0*\pi}{2*4}] = a(0) * [f(0) \cos 0 + f(1) \cos 0 + f(2) \cos 0 + f(3) \cos 0] \\ &= \sqrt{1/4}(0+1+1+2) = 2 \end{aligned}$$

(2) 函数 $f(x)$ 的离散余弦变换的结果 $g(1)$ 为：

$$\begin{aligned} g(1) &= a(1) * [f(0) \cos \frac{(2*0+1)*1*\pi}{2*4} + f(1) \cos \frac{(2*1+1)*1*\pi}{2*4} + f(2) \cos \frac{(2*2+1)*1*\pi}{2*4} \\ &\quad + f(3) \cos \frac{(2*3+1)*1*\pi}{2*4}] = a(1) * [f(0) \cos \frac{\pi}{8} + f(1) \cos \frac{3\pi}{8} + f(2) \cos \frac{5\pi}{8} + f(3) \cos \frac{7\pi}{8}] \\ &= \sqrt{2/4}(\cos \frac{3\pi}{8} + \cos \frac{5\pi}{8} + 2 \cos \frac{7\pi}{8}) = -\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{8} = -1.3066 \end{aligned}$$

(3) 函数 $f(x)$ 的离散余弦变换的结果 $g(2)$ 为：

$$\begin{aligned} g(2) &= a(2) * [f(0) \cos \frac{(2*0+1)*2*\pi}{2*4} + f(1) \cos \frac{(2*1+1)*2*\pi}{2*4} \\ &\quad + f(2) \cos \frac{(2*2+1)*2*\pi}{2*4} + f(3) \cos \frac{(2*3+1)*2*\pi}{2*4}] \\ &= a(2) * [f(0) \cos \frac{\pi}{4} + f(1) \cos \frac{3\pi}{4} + f(2) \cos \frac{5\pi}{4} + f(3) \cos \frac{7\pi}{4}] \\ &= \sqrt{2/4}(\cos \frac{3\pi}{4} + \cos \frac{5\pi}{4} + 2 \cos \frac{7\pi}{4}) = 0 \end{aligned}$$

(4) 函数 $f(x)$ 的离散余弦变换的结果 $g(3)$ 为：

$$\begin{aligned} g(3) &= a(3) * \left[f(0) \cos \frac{(2*0+1)*3*\pi}{2*4} + f(1) \cos \frac{(2*1+1)*3*\pi}{2*4} \right. \\ &\quad \left. + f(2) \cos \frac{(2*2+1)*3*\pi}{2*4} + f(3) \cos \frac{(2*3+1)*3*\pi}{2*4} \right] \\ &= a(3) * \left[f(0) \cos \frac{3\pi}{8} + f(1) \cos \frac{9\pi}{8} + f(2) \cos \frac{15\pi}{8} + f(3) \cos \frac{21\pi}{8} \right] \\ &= \sqrt{2/4} \left(\cos \frac{3\pi}{8} + \cos \frac{9\pi}{8} + 2 \cos \frac{21\pi}{8} \right) = -\sqrt{2} \cos \frac{3\pi}{8} = -0.5412 \end{aligned}$$

解毕

第7章 频域图像增强

习题7-1 试问：在什么条件下巴特沃斯低通滤波器会转变成理想低通滤波器。

解：巴特沃斯低通滤波器（BLPF，Butterworth LowPass Filter）也称最大平坦滤波器，其传递函数如下式所示：

$$h(u, v) = \frac{1}{1 + (D(u, v) / D_0)^{2n}} \quad (7-1)$$

式中： D_0 是一个非负整数，称为截止频率； $D(u, v) = (u^2 + v^2)^{1/2}$ ，为点 (u, v) 到傅里叶频率平面原点的距离； n 称为阶数。

因此，当 n 趋向于无穷大时，若： $D(u, v) \leq D_0$ ，则： $H(u, v)$ 趋向于1；若： $D(u, v) > D_0$ ，则： $H(u, v)$ 趋向于0，即如下式所示，这就是理想低通滤波器（ILPF，Ideal LowPass Filter）。

$$h(u, v) = \begin{cases} 1, & D(u, v) \leq D_0 \\ 0, & D(u, v) > D_0 \end{cases} \quad (7-2)$$

式中： D_0 是一个非负整数，称为截止频率，指小于 D_0 的频率可以完全不受影响地通过滤波器，而大于 D_0 的频率则完全通不过滤波器； $D(u, v) = (u^2 + v^2)^{1/2}$ ，为点 (u, v) 到傅里叶频率平面原点的距离。

解毕

习题7-2 试从巴特沃斯低通滤波器出发推导出其对应的高通滤波器。

解：巴特沃斯低通滤波器（BLPF，Butterworth LowPass Filter）也称最大平坦滤波器，其传递函数如下式所示：

$$h(u, v) = \frac{1}{1 + (D(u, v) / D_0)^{2n}} \quad (7-3)$$

式中： D_0 是一个非负整数，称为截止频率； $D(u, v) = (u^2 + v^2)^{1/2}$ ，为点 (u, v) 到傅里叶频率平面原点的距离； n 称为阶数。

高通滤波器的传递函数可由式(7-4)得到，这样的高通滤波器是对应低通滤波器的精确反操作，即对应低通滤波器衰减的频率都能通过该高通滤波器。

$$h_{hp}(u, v) = 1 - h_{lp}(u, v) \quad (7-4)$$

式中： $h_{hp}(u, v)$ 是高通滤波器的传递函数， $h_{lp}(u, v)$ 是低通滤波器的传递函数。

因此：巴特沃斯高通滤波器的传递函数为：

$$h_{hp}(u, v) = 1 - h_{lp}(u, v) = 1 - \frac{1}{1 + (D(u, v) / D_0)^{2n}} = \frac{(D(u, v) / D_0)^{2n}}{1 + (D(u, v) / D_0)^{2n}} = \frac{1}{1 + (D_0 / D(u, v))^{2n}} \quad (7-5)$$

式中： D_0 是一个非负整数，称为截止频率； $D(u, v) = (u^2 + v^2)^{1/2}$ ，为点 (u, v) 到傅里叶频率平面原点的距离； n 称为阶数。

解毕

习题7-3 试讨论用于频域滤波的平滑滤波器和锐化滤波器的相同点、不同点及其联系。

解：相同点：用于频域滤波的平滑滤波器和锐化滤波器都能减弱或消除傅里叶空间的某些分量，而不影响或较少影响其它分量，从而达到增强某些频率分量的效果。

不同点：平滑滤波器减弱或消除了傅里叶空间的高频分量，实现了增强低频分量、平滑图像细节的效果；锐化滤波器减弱或消除了傅里叶空间的低频分量，实现了增强高频分量、锐化图像细节的效果。

联系：两者效果相反，互为补充。从原始图像中减去平滑滤波器的结果将得到锐化滤波器的结果，从原始图像中减去锐化滤波器的结果将得到平滑滤波器的结果。

解毕

参考文献