



第三章 电路的基本分析方法

- 线性电路的一般分析方法

- (1) 普遍性：对任何线性电路都适用。
- (2) 系统性：计算方法有规律可循。

- 方法的基础

- (1) 电路的连接关系—KCL，KVL定律。
- (2) 元件的电压、电流约束特性。

复杂电路的一般分析法就是根据KCL、KVL及元件电压和电流关系列方程、解方程。根据列方程时所选变量的不同可分为支路电流法、回路电流法和节点电压法。



2B法，以支路电压和支路电流作为变量，对节点列写电流（KCL）方程，对回路列写电压（KVL）方程，再对各个支路写出其电压电流关系方程，简称支路方程。从而得到含 $2b$ 个变量的 $2b$ 个独立方程。

变量： b 个支路电流和 b 个支路电压，共 $2b$ 个变量。

基于元件约束的6个方程：

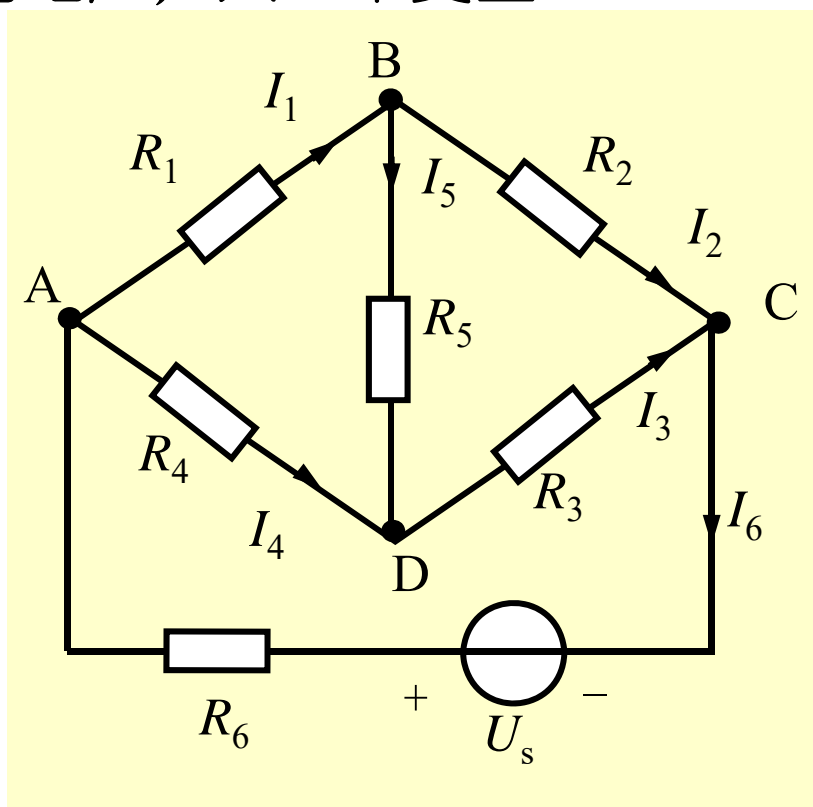
$$U_1 = I_1 R_1 \quad U_4 = I_4 R_4$$

$$U_2 = I_2 R_2 \quad U_5 = I_5 R_5$$

$$U_3 = I_3 R_3 \quad U_6 = I_6 R_6 - U_s$$

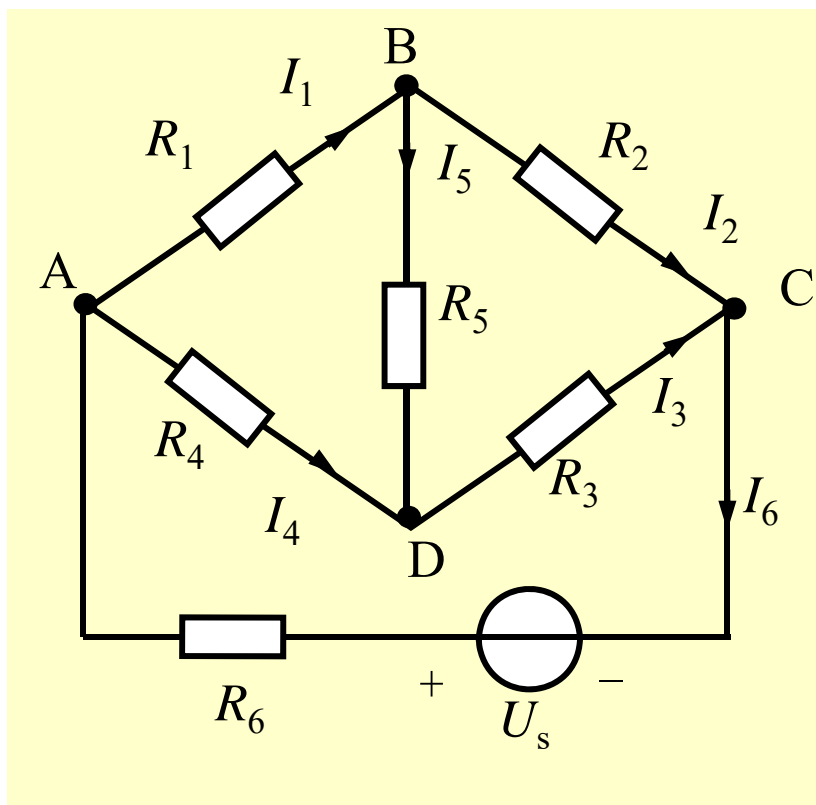
结论

基于元件约束的独立的方程为 b 个。



还需要基于KC1、KVL约束的6个方程：

1. KCL的独立方程数



结点A $I_1 + I_4 - I_6 = 0$

结点B $-I_1 + I_2 + I_5 = 0$

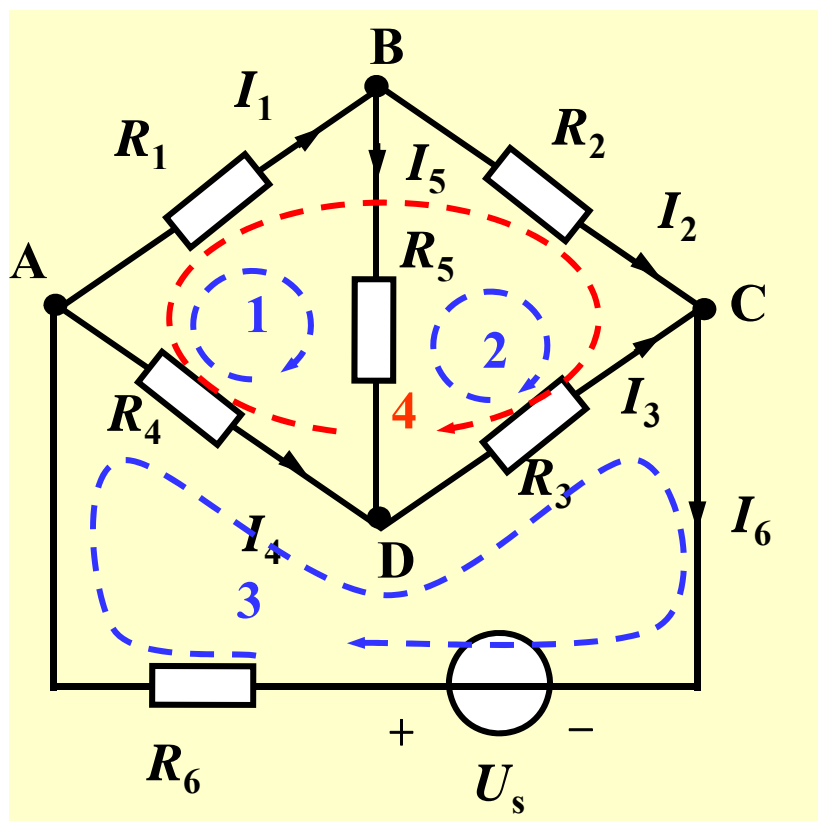
结点C $-I_2 - I_3 + I_6 = 0$

结点D $-I_4 - I_5 + I_3 = 0$

结论

n个结点的电路, 独立的KCL方程为n-1个。

2. KVL的独立方程数



回路1

$$U_1 + U_5 - U_4 = 0$$

回路2

$$U_2 - U_3 - U_5 = 0$$

回路3

$$U_4 + U_3 + U_6 = 0$$

联立求解得支路电流和电压。

结论

n个结点，b条支路的电路，KVL的独立方程数
 $= b - (n - 1)$



2B法：更多在于其理论意义，列写方程过多

§ 3-1 支路电流法

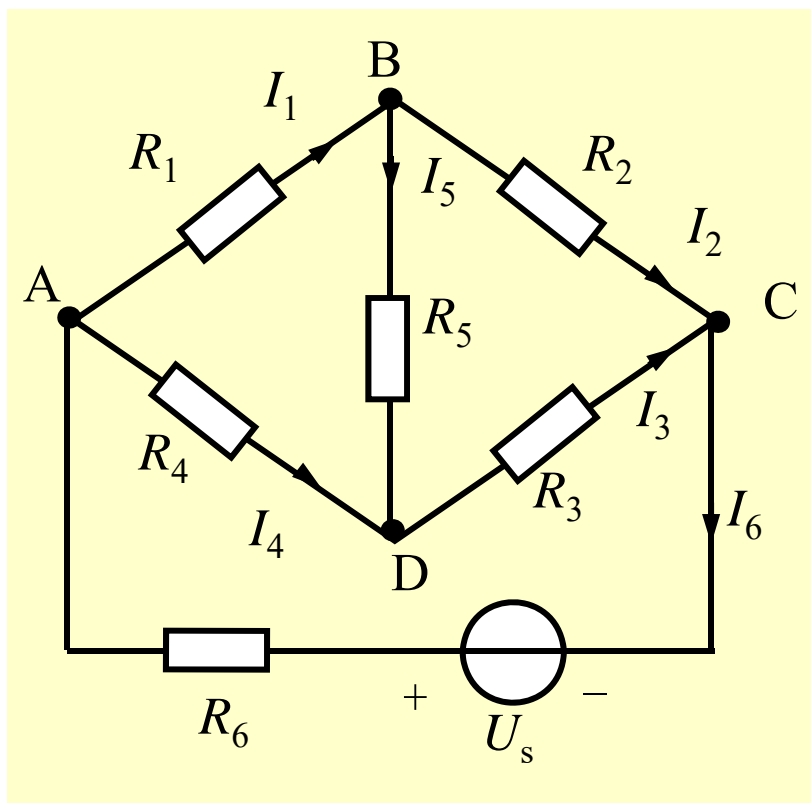
待求变量： b 个支路电流

方法：根据***KCL***建立 $(n-1)$ 个独立的电流方程

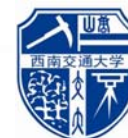
根据***KVL***建立 $b-(n-1)$ 个独立的电压方程

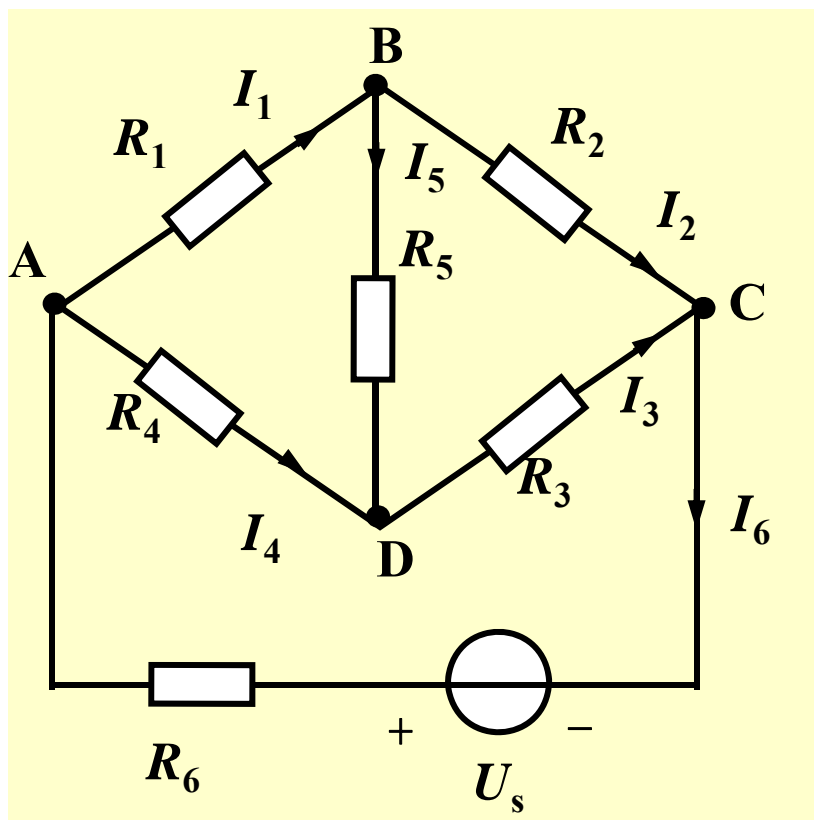
例3-2

用支路电流法求解图示电路。



解：各支路电流如图所设，变量有6个



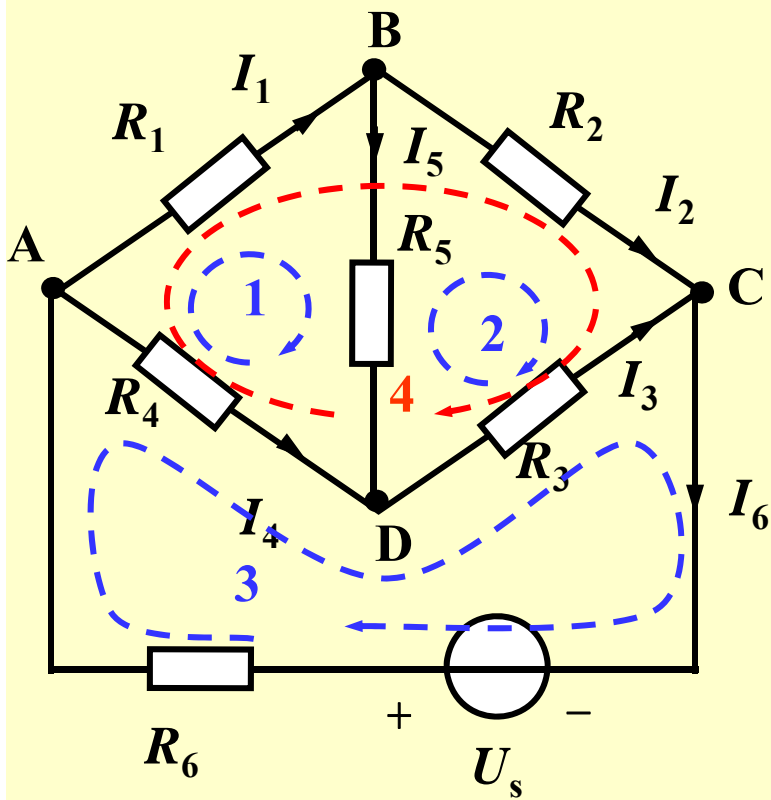


KCL方程： 结点A $I_1 + I_4 - I_6 = 0$

结点B $-I_1 + I_2 + I_5 = 0$

结点C $-I_2 - I_3 + I_6 = 0$





KVL方程：

回路1

$$R_1 I_1 + R_5 I_5 - R_4 I_4 = 0$$

回路2

$$R_2 I_2 - R_3 I_3 - R_5 I_5 = 0$$

回路3

$$R_4 I_4 + R_3 I_3 - U_s + R_6 I_6 = 0$$

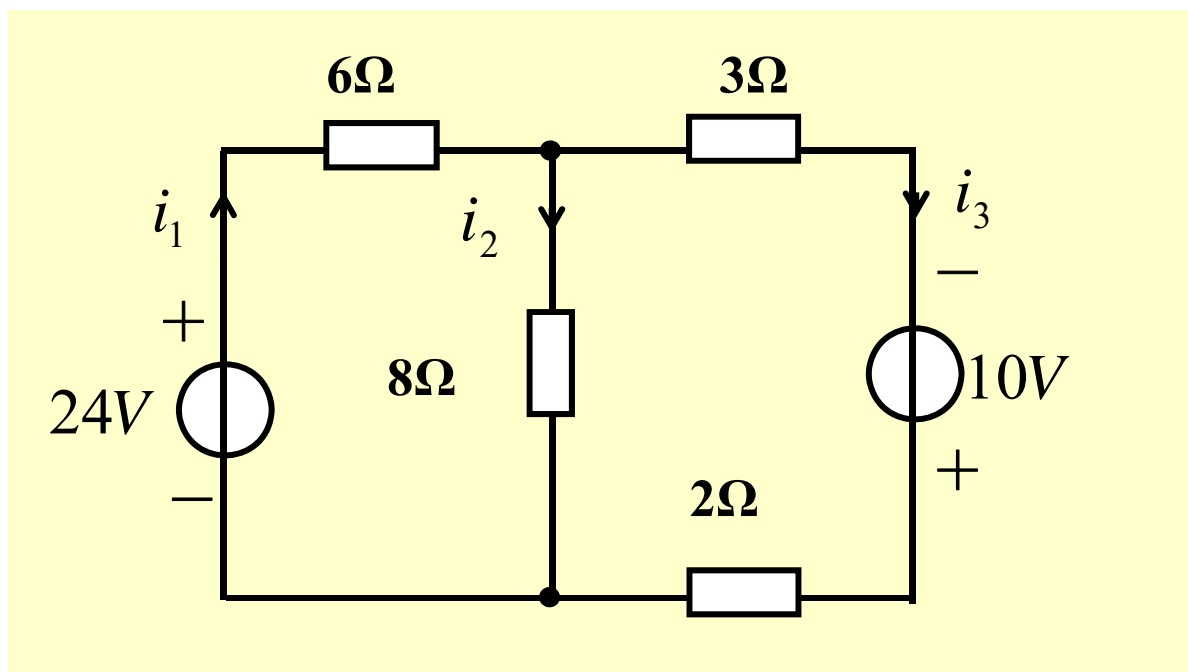
联立求解得支路电流 $I_1 \sim I_6$

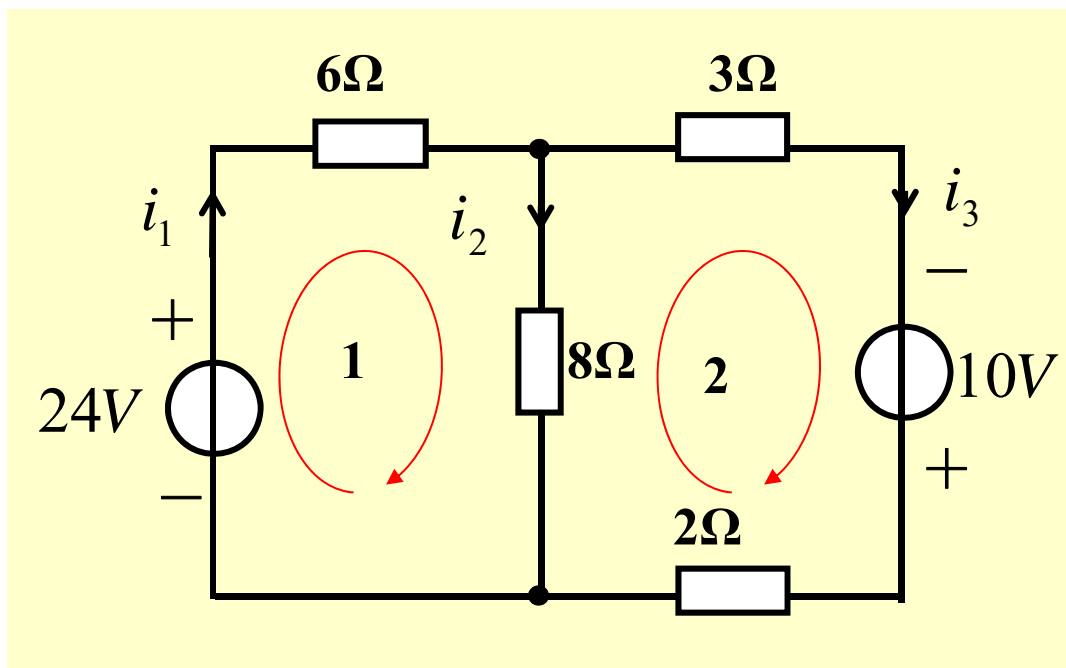


确保回路方程独立的充分条件：

每一个回路必须至少含有一条其它回路所没有的支路。

例 用支路电流法求 i_1 、 i_2 和 i_3 。

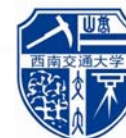




解:

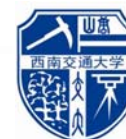
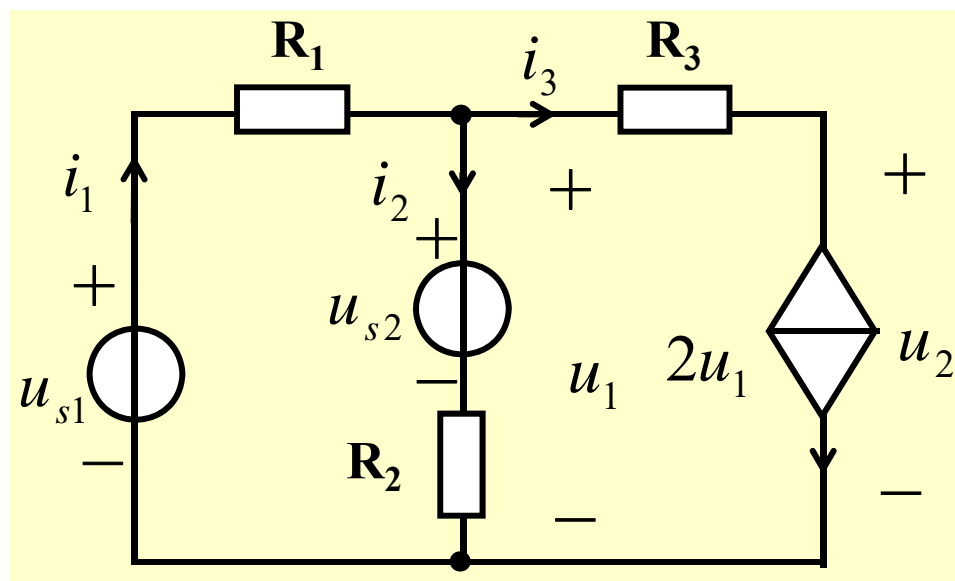
$$\begin{cases} -i_1 + i_2 + i_3 = 0 \\ -24 + 6i_1 + 8i_2 = 0 \\ -8i_2 + 3i_3 - 10 + 2i_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_1 = 3.32A \\ i_2 = 0.51A \\ i_3 = 2.81A \end{cases}$$



例 用支路电流法求 u_1 和 u_2 。已知：

$$R_1 = 1\Omega, R_2 = 2\Omega, R_3 = 3\Omega, u_{s1} = 1V, u_{s2} = 2V$$



解:

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ -u_{s1} + R_1 i_1 + u_{s2} + R_2 i_2 = 0 \\ i_3 = 2u_1 \\ u_1 = u_{s2} + R_2 i_2 \end{cases}$$

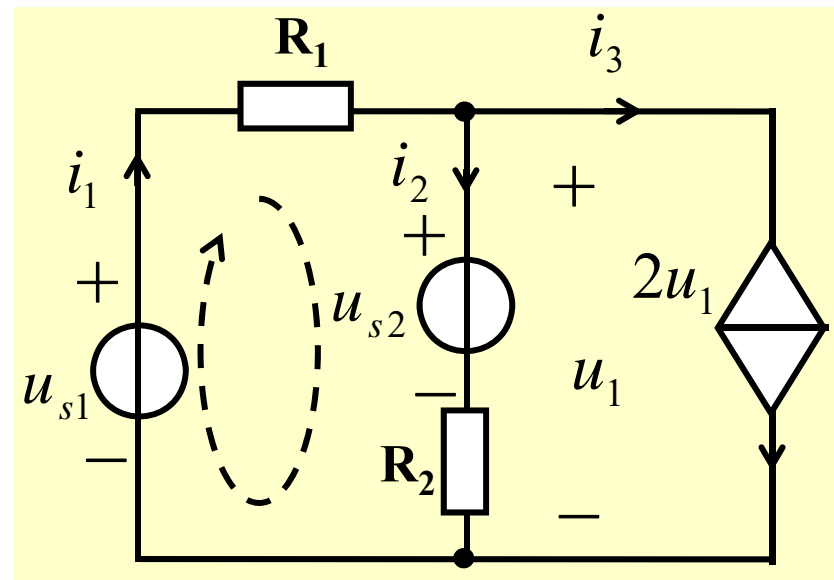
解得

$$\begin{cases} i_1 = 0.43A \\ i_2 = -0.71A \\ i_3 = 1.14A \end{cases}$$

$$u_1 = 0.57V$$

回原电路求 u_2 :

$$u_2 = -R_3 i_3 + u_{s2} + R_2 i_2 = -2.84V$$



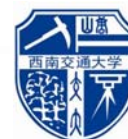


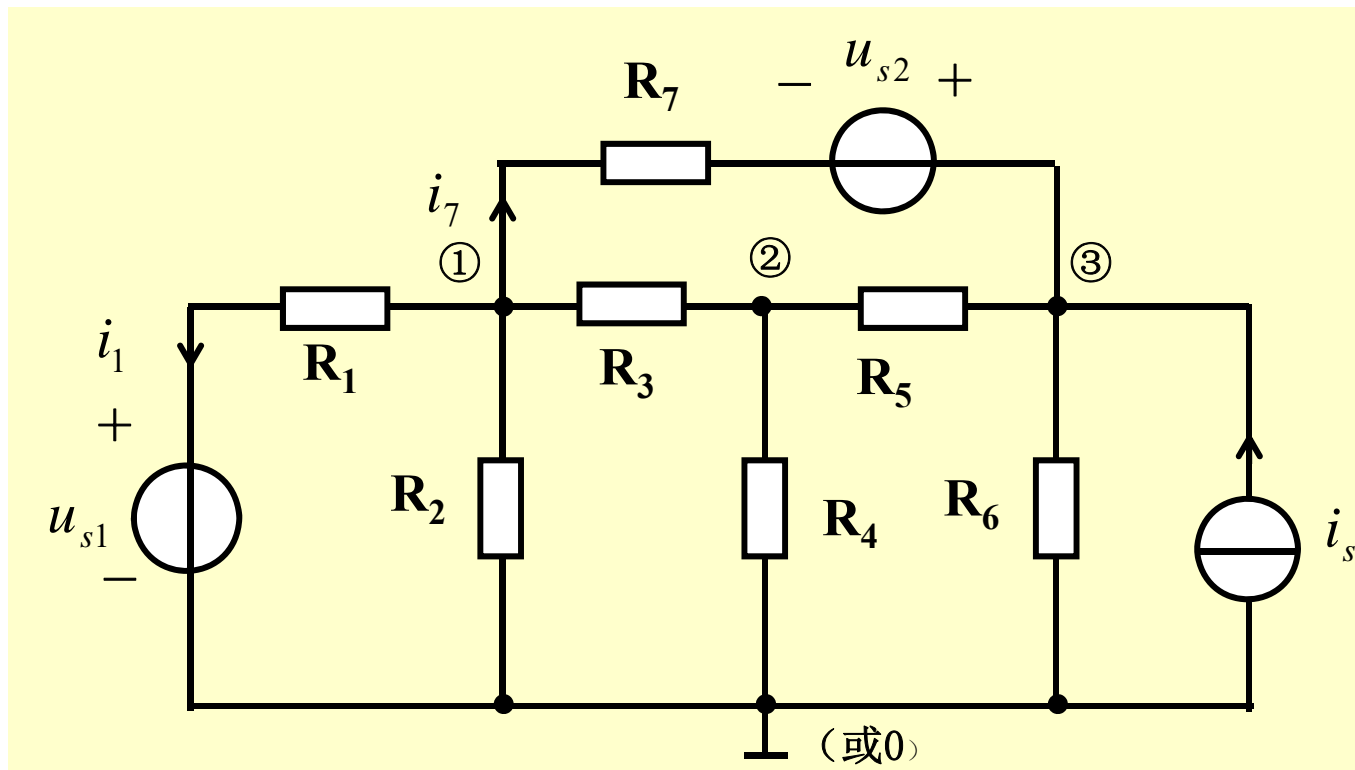
§ 3-2 结点电压法（结点电位法）

变量： 结点电压

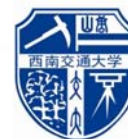
方法： 对独立结点（通常选除参考点以外的结点）
建立关于结点电压的**KCL**方程

结点电压： 任选电路的某一结点作为参考点，并假设该结点的电位为零（通常用接地符号或0表示），那么其它结点到该结点的电压就是结点电压，又称结点电位。



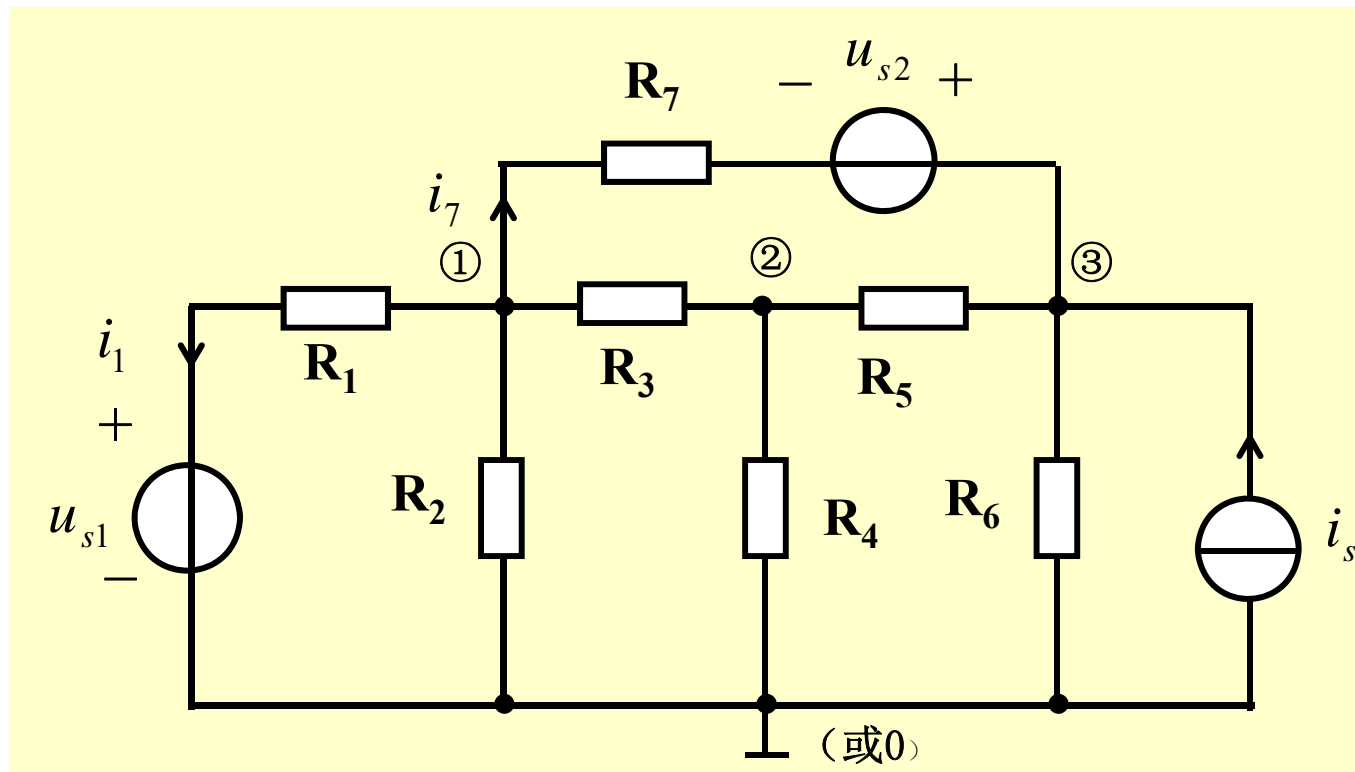


结点电压: u_1 、 u_2 、 u_3



几点说明:

(1) 电路中所有的量均可由结点电压表示。



$$u_{12} = u_1 - u_2$$

$$u_{23} = u_2 - u_3$$

$$i_1 = \frac{u_1 - u_{s1}}{R_1}$$

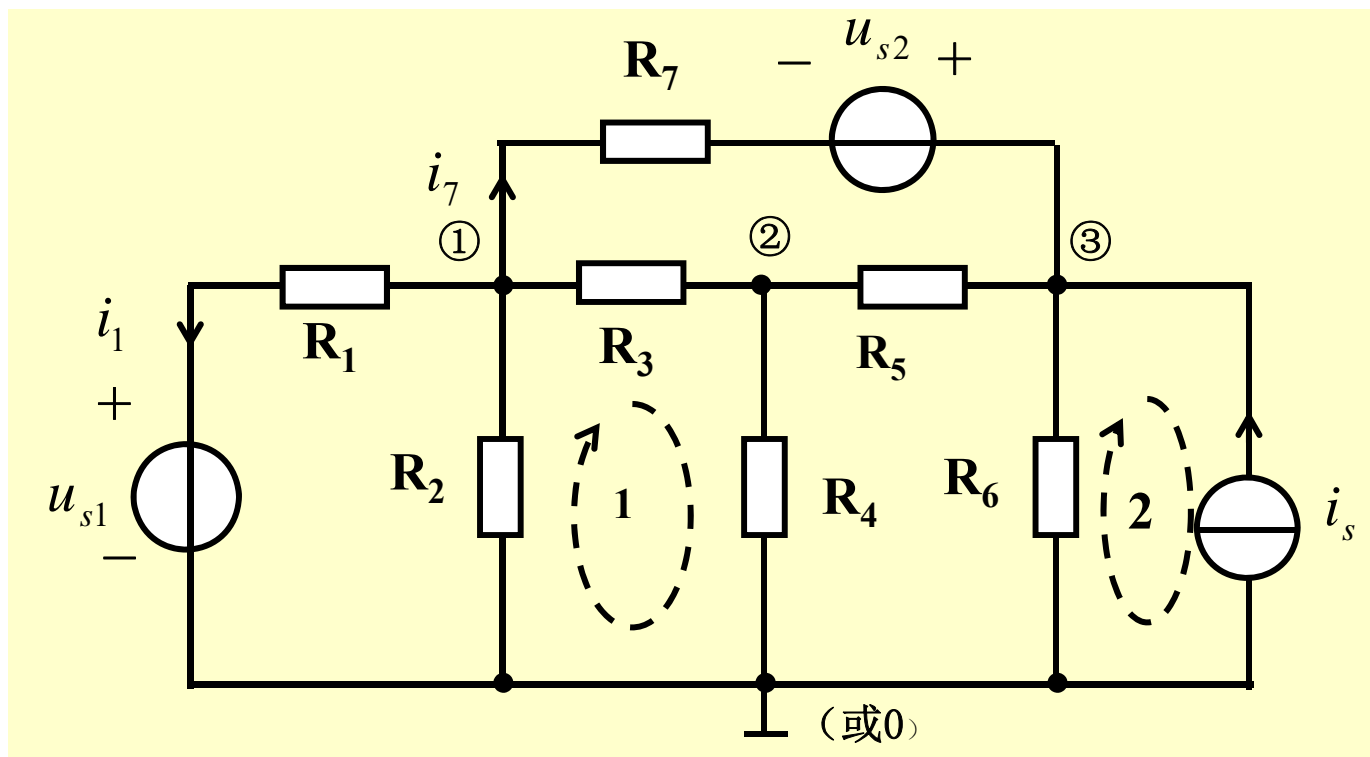
$$i_7 = \frac{u_{13} + u_{s2}}{R_7} = \frac{u_1 - u_3 + u_{s2}}{R_7}$$



西南交通大学



(2) 结点电压自动满足KVL



回路1 $-u_1 + u_{12} + u_2 = 0$ 而 $u_{12} = u_1 - u_2$

$$\therefore -u_1 + u_1 - u_2 + u_2 = 0$$

回路2 $-u_3 + u_3 = 0$





(3) 如果一个电路有 n 个结点、 b 条支路

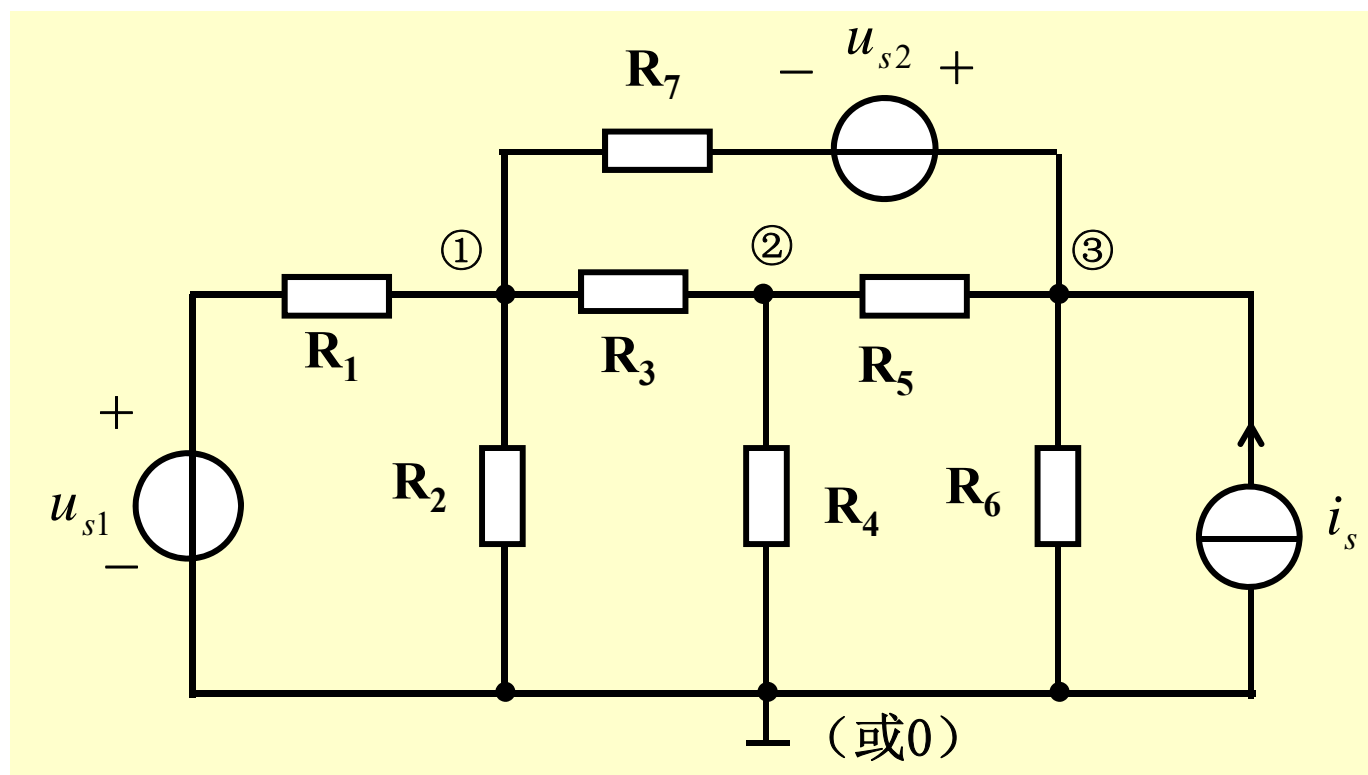
变量的个数: $(n-1)$

*KCL*方程的数目: $(n-1)$

结点电压法比支路电流法少了 $b-(n-1)$ 个变量。

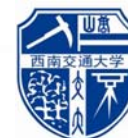


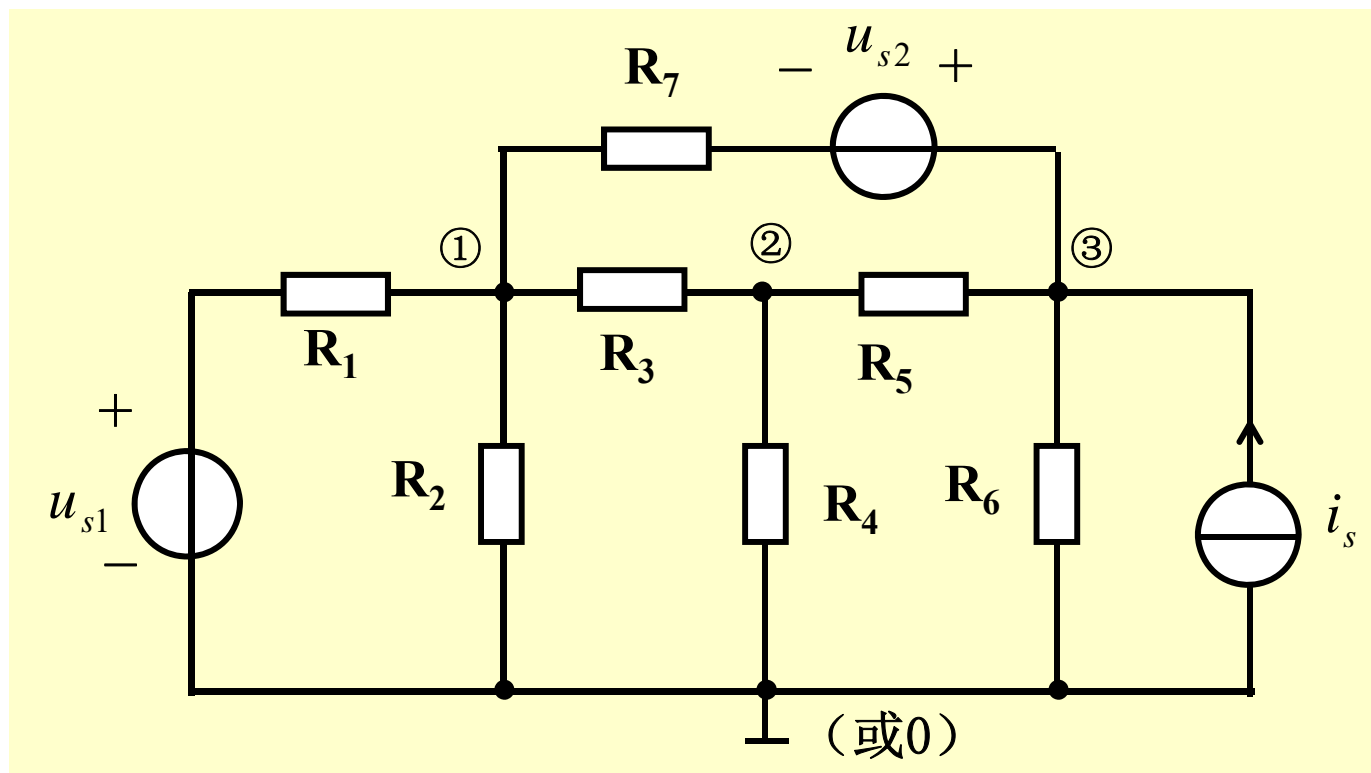
一、电路中没有不串联电阻的电压源



结点电压 u_1 、 u_2 、 u_3 如图所示设。

假设流出结点的电流为正，流入为负。

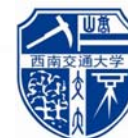


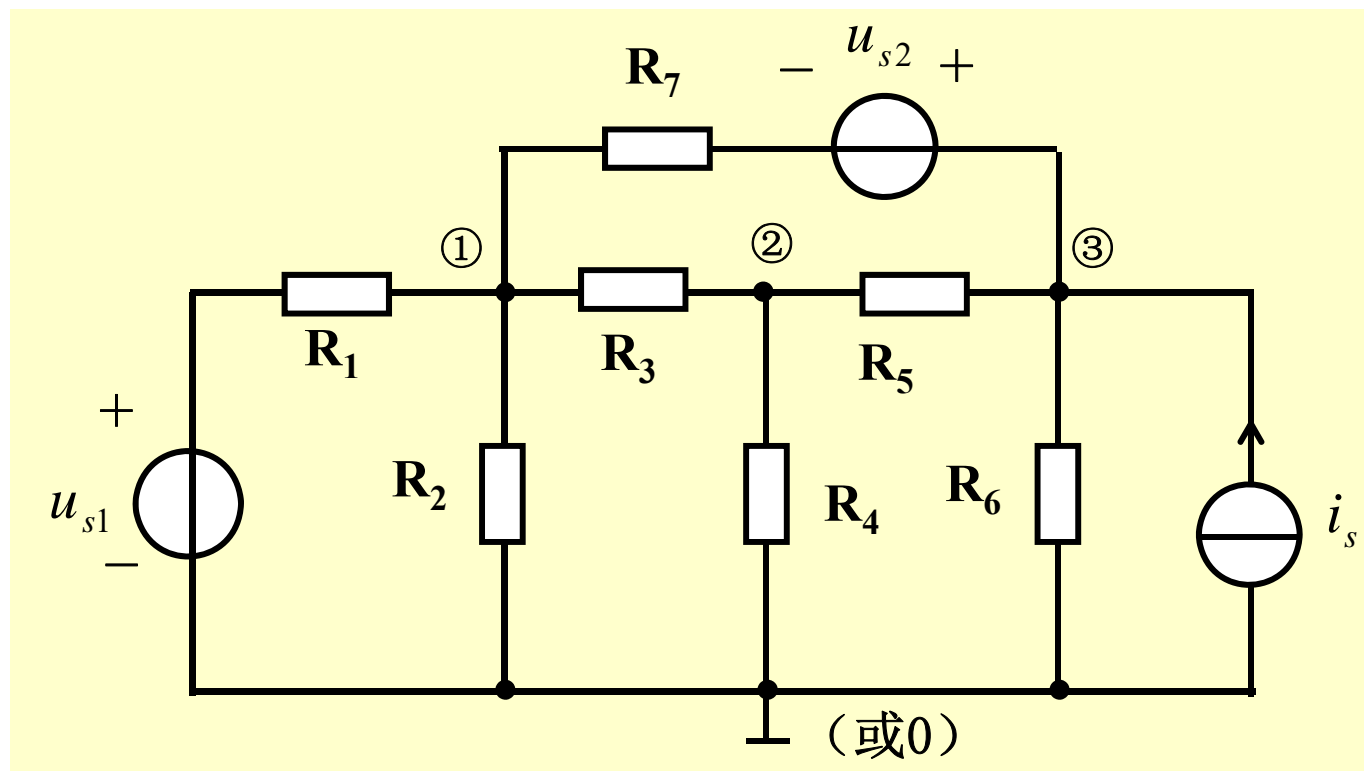


$$\frac{1}{R_1}(u_1 - u_{s1}) + \frac{1}{R_2}u_1 + \frac{1}{R_3}(u_1 - u_2) + \frac{1}{R_7}(u_1 - u_3 + u_{s2}) = 0$$

$$\frac{1}{R_3}(u_2 - u_1) + \frac{1}{R_4}u_2 + \frac{1}{R_5}(u_2 - u_3) = 0$$

$$\frac{1}{R_5}(u_3 - u_2) + \frac{1}{R_6}u_3 + \frac{1}{R_7}(u_3 - u_1 - u_{s2}) - i_s = 0$$

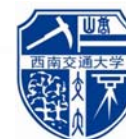


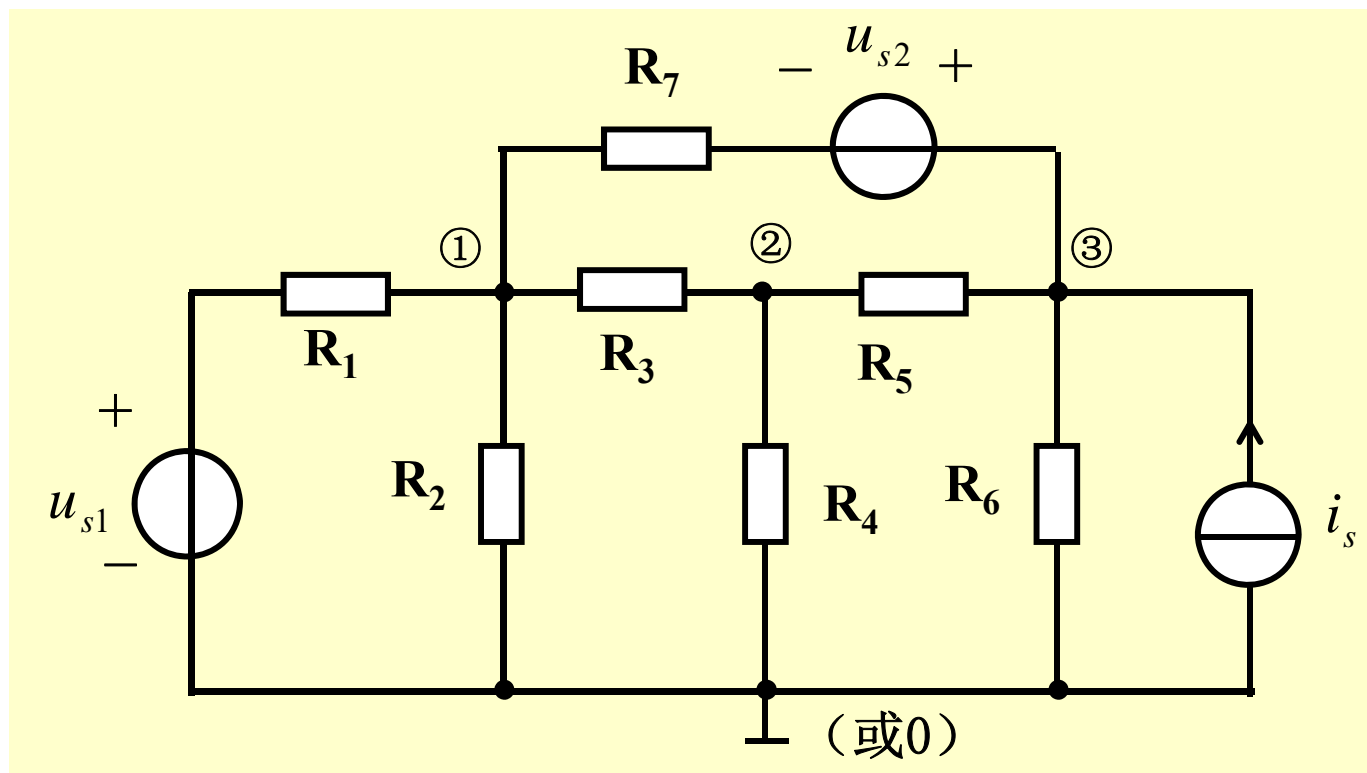


$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_7}\right)u_1 - \frac{1}{R_3}u_2 - \frac{1}{R_7}u_3 = \frac{u_{s1}}{R_1} - \frac{u_{s2}}{R_7}$$

$$-\frac{1}{R_3}u_1 + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right)u_2 - \frac{1}{R_5}u_3 = 0$$

$$-\frac{1}{R_7}u_1 - \frac{1}{R_5}u_2 + \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7}\right)u_3 = i_s + \frac{1}{R_7}u_{s2}$$

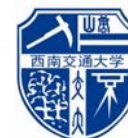




$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_7} = G_{11}$ 是与结点①相联的各支路电导的总和，称为结点①的自电导，且为正。

$-\frac{1}{R_3} = G_{12}$ 是结点①与结点②之间各支路电导之和并取负，称其为结点①与②的互电导，为负。

$-\frac{1}{R_7} = G_{13}$ 是结点①与结点③之间各支路电导之和，并取负。





$$\frac{u_{s1}}{R_1} - \frac{u_{s2}}{R_7} = i_{11}$$

流入结点①的电流源之和，且流入为正，流出为负。

简写为

$$G_{11}u_1 + G_{12}u_2 + G_{13}u_3 = i_{11}$$

$$G_{21}u_1 + G_{22}u_2 + G_{23}u_3 = i_{22}$$

$$G_{31}u_1 + G_{32}u_2 + G_{33}u_3 = i_{33}$$





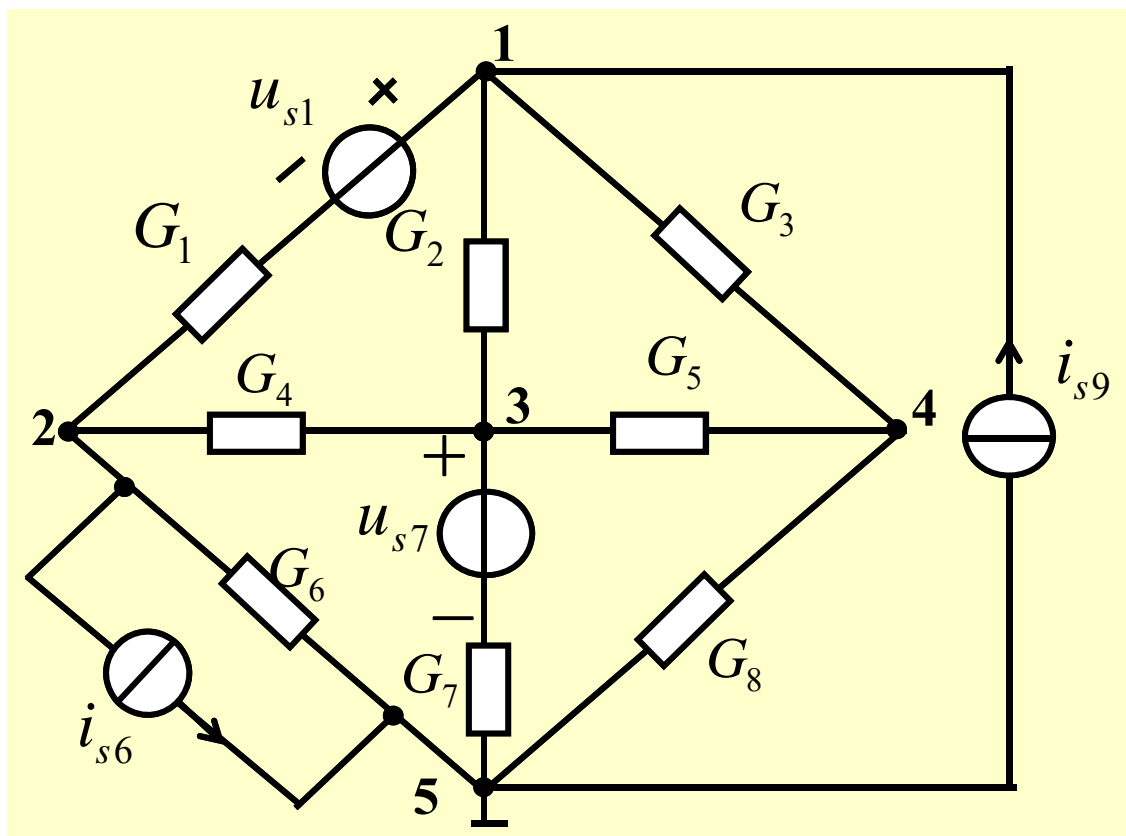
节点法的一般步骤:

- (1) 选定参考节点, 标定 $n-1$ 个独立节点;
- (2) 对 $n-1$ 个独立节点, 以节点电压为未知量, 列写其**KCL**方程;
- (3) 求解上述方程, 得到 $n-1$ 个节点电压;
- (4) 求各支路电流(用节点电压表示);
- (5) 其它分析。



例 列出图示电路的
结点电压方程。

解：选结点5为参考
结点，结点电压分别
为 u_1 、 u_2 、 u_3 、 u_4



$$\begin{cases} (G_1 + G_2 + G_3)u_1 - G_1u_2 - G_2u_3 - G_3u_4 = G_1u_{s1} + i_{s9} \\ -G_1u_1 + (G_1 + G_4 + G_6)u_2 - G_4u_3 = -i_{s6} - G_1u_{s1} \\ -G_2u_1 - G_4u_2 + (G_2 + G_4 + G_5 + G_7)u_3 - G_5u_4 = G_7u_{s7} \\ -G_3u_1 - G_5u_3 + (G_3 + G_5 + G_8)u_4 = 0 \end{cases}$$



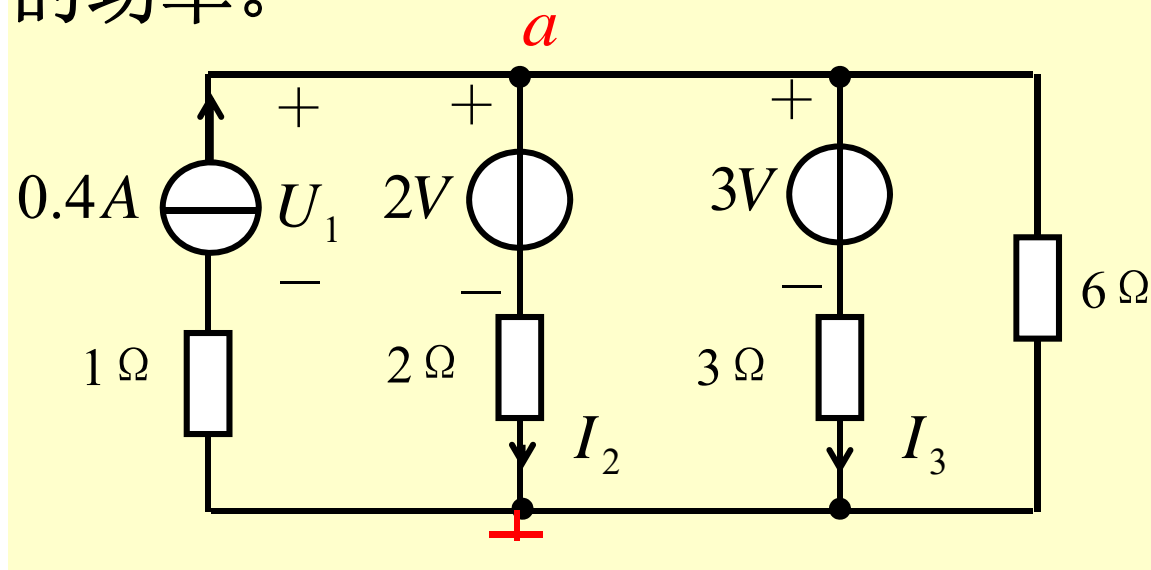
例

注：与电流源串连的电阻不参与列方程

以及各电源发出的功率。

解：结点电压为 U_a

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)U_a = 0.4 + \frac{2}{2} + \frac{3}{3}$$



$$\text{所以 } U_a = 2.4V \quad I_2 = \frac{U_a - 2}{2} = 0.2A \quad I_3 = \frac{U_a - 3}{3} = -0.2A$$

$$P_{2V} = -2 \times I_2 = -0.4W \quad P_{3V} = -3 \times I_3 = 0.6W$$

求电流源上的电压 U_1 及功率

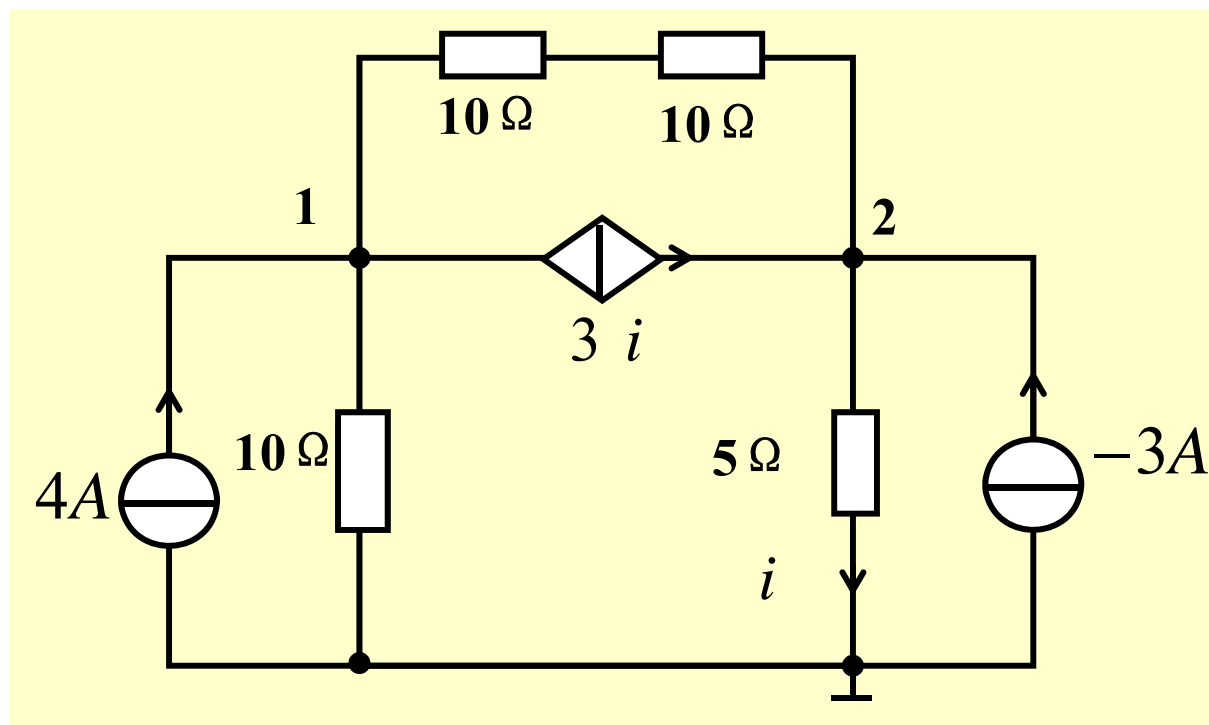
$$U_1 = U_a + 1 \times 0.4 = 2.8V \quad P_{0.4A} = 0.4 \times U_1 = 1.12W$$



西南交通大学



例 用结点电压法求图示电路的结点电压 u_1 和 u_2 。



$$\text{解: } \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10+10}\right)u_1 - \frac{1}{10+10}u_2 = 4 - 3i$$

$$-\frac{1}{10+10}u_1 + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10+10}\right)u_2 = 3i + (-3) \quad i = \frac{u_2}{5}$$

$$\text{联立求解得} \quad u_1 = -10V \quad u_2 = 10V$$



受控源支路的处理

对含有受控源支路的电路，可先把受控源看作独立电源按上述方法列方程，再将控制量用结点电压表示。

例 列写电路的节点电压方程。

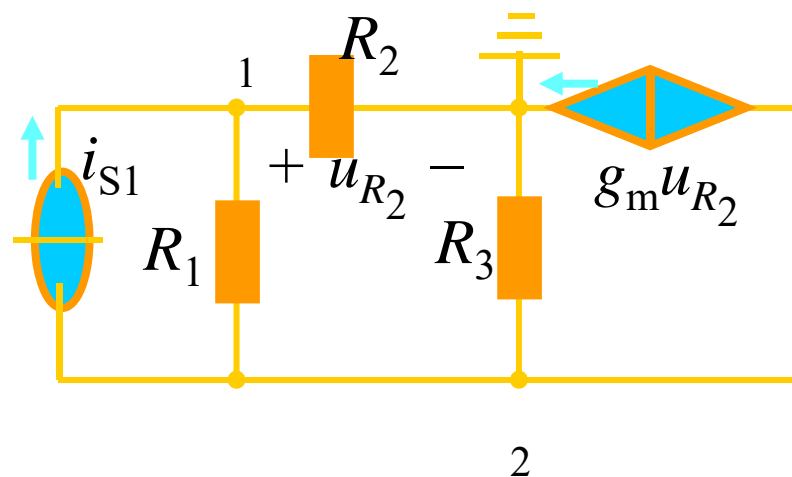
(1) 先把受控源当作独立源看列方程；

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)u_1 - \frac{1}{R_1}u_2 = i_{S1}$$

$$-\frac{1}{R_1}u_1 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}\right)u_2 = -g_m u_{R_2} - i_{S1}$$

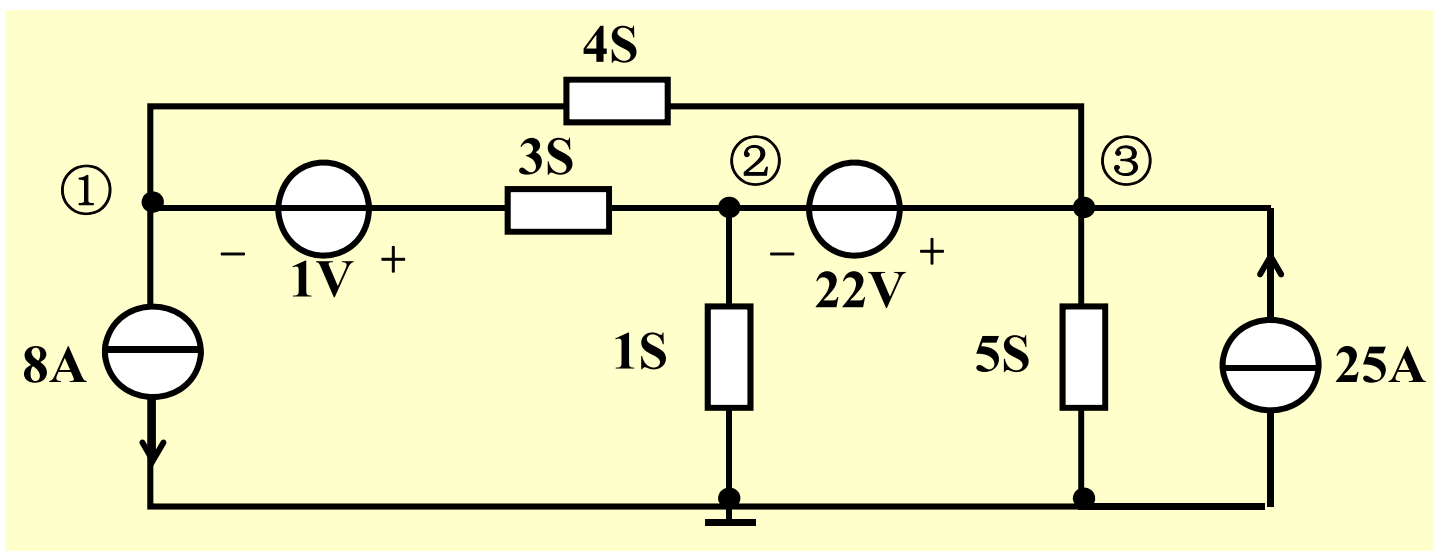
(2) 用节点电压表示控制量。

$$u_{R_2} = u_1$$

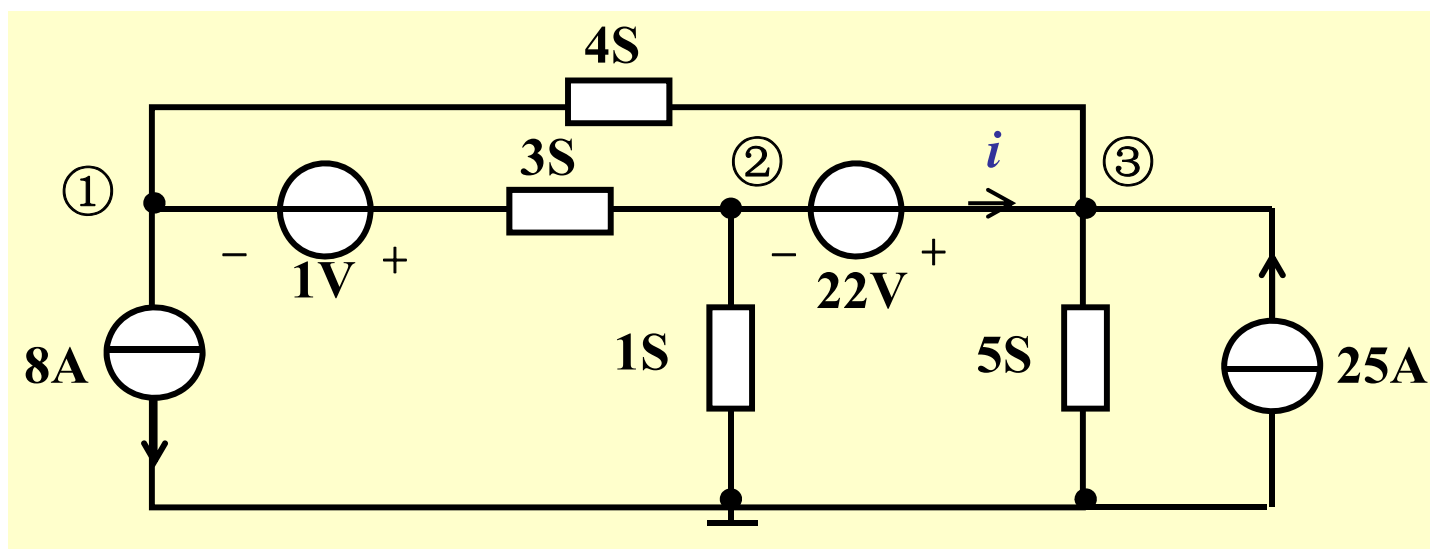


二 电路中有不串联电阻的电压源

例 电路如图所示。求结点①与结点②之间的电压 u_{12} 。



解法1: 假设流过22V电压源的电流为*i*

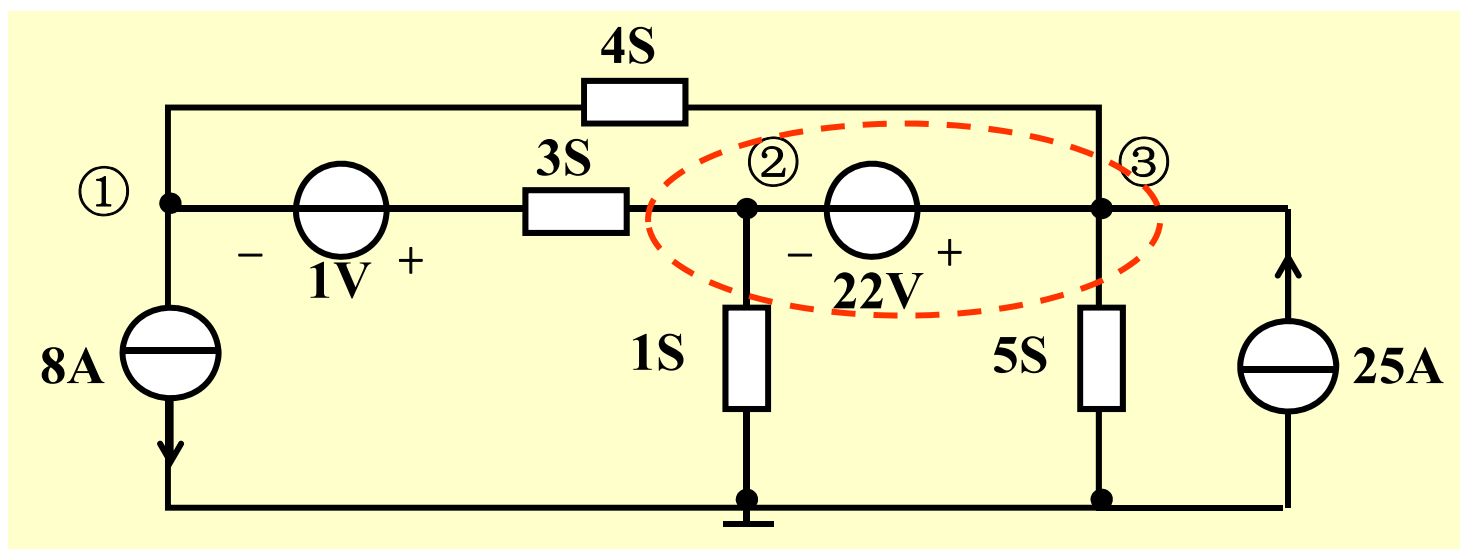


$$\begin{cases} \textcircled{1} & 4(u_1 - u_3) + 3(u_1 - u_2 + 1) + 8 = 0 \\ \textcircled{2} & 3(u_2 - u_1 - 1) + 1 \times u_2 + i = 0 \\ \textcircled{3} & \begin{cases} 4(u_3 - u_1) - i + 5u_3 - 25 = 0 \\ u_3 - u_2 = 22 \end{cases} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{联立求解得} \\ \begin{cases} u_1 = -4.5V \\ u_2 = -15.5V \end{cases} \end{array}$$

所以 $u_{12} = u_1 - u_2 = 11V$



解法2：将22V电压源包围在封闭面内



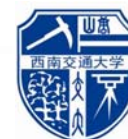
结点① $4(u_1 - u_3) + 3(u_1 - u_2 + 1) + 8 = 0$

广义结点 $4(u_3 - u_1) + 3(u_2 - u_1 - 1) + 1 \times u_2 + 5u_3 - 25 = 0$

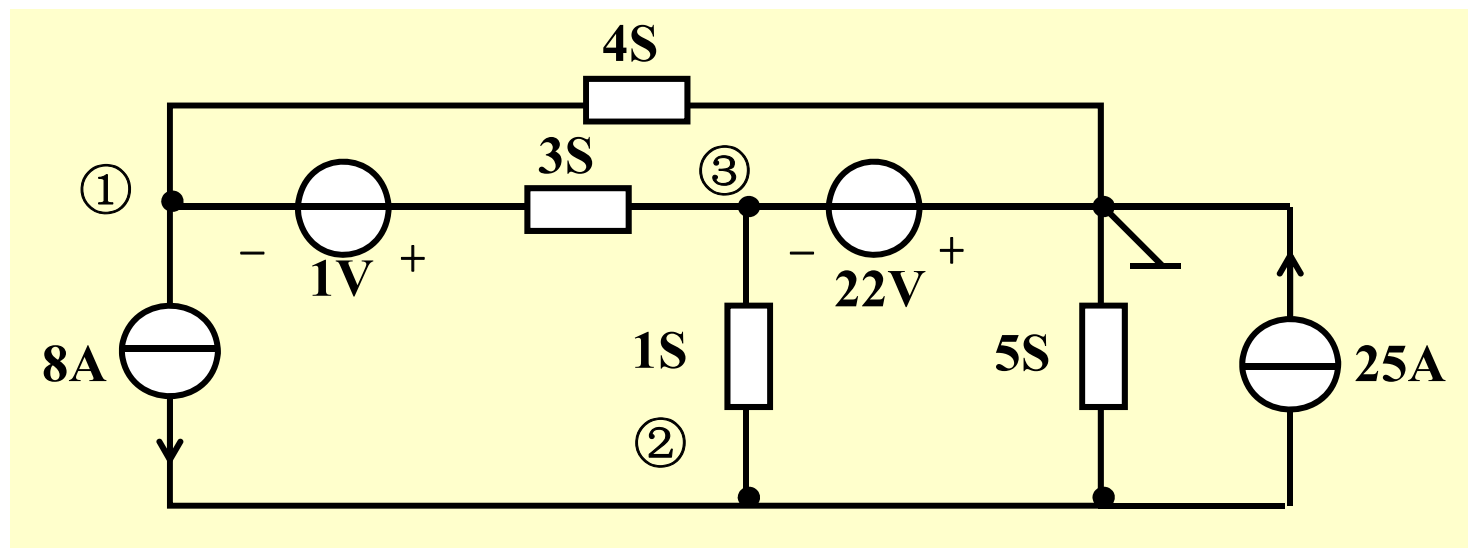
辅助方程 $u_3 - u_2 = 22$

联立求解得 $u_1 = -4.5V$ $u_2 = -15.5V$ $u_3 = 6.5V$

$$u_{12} = u_1 - u_2 = 11V$$



解法3：假如参考结点可以任意选择



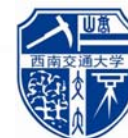
结点① $4u_1 + 3(u_1 - u_3 + 1) + 8 = 0$

结点② $-8 + 1 \times (u_2 - u_3) + 5u_2 + 25 = 0$

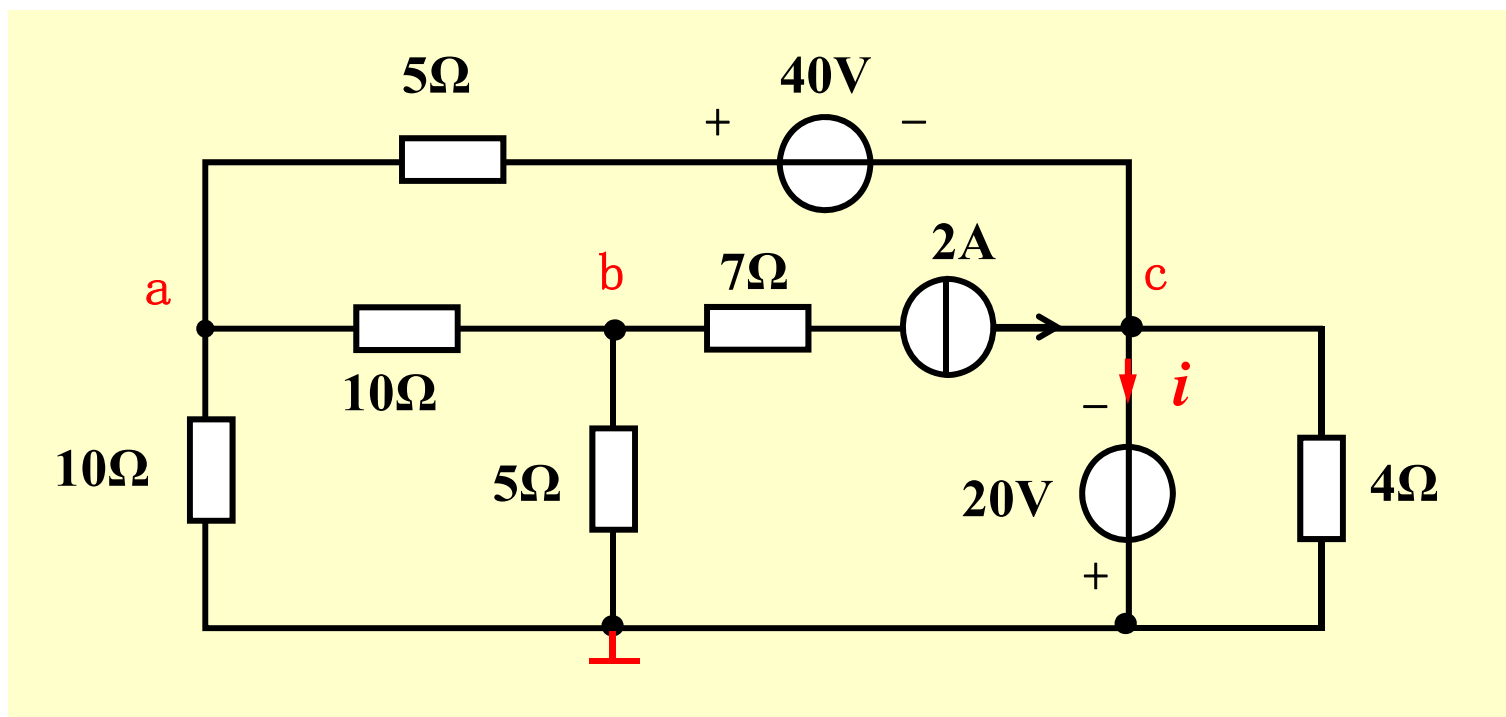
结点③ $u_3 = -22V$

联立求解得 $u_1 = -11V$ $u_2 = -6.5V$

$$u_{13} = u_1 - u_3 = 11V$$



例 用结点电压法求20V电压源发出的功率。



解：结点电压 u_a 、 u_b 、 u_c 如图所设。





$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{u_a}{10} + \frac{u_a - u_b}{10} + \frac{u_a - u_c - 40}{5} = 0 \\ \frac{u_b}{5} + \frac{u_b - u_a}{10} + 2 = 0 \\ u_c = -20V \end{array} \right. \quad \rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} u_a = 9.091V \\ u_b = -3.636V \\ u_c = -20V \end{array} \right.$$

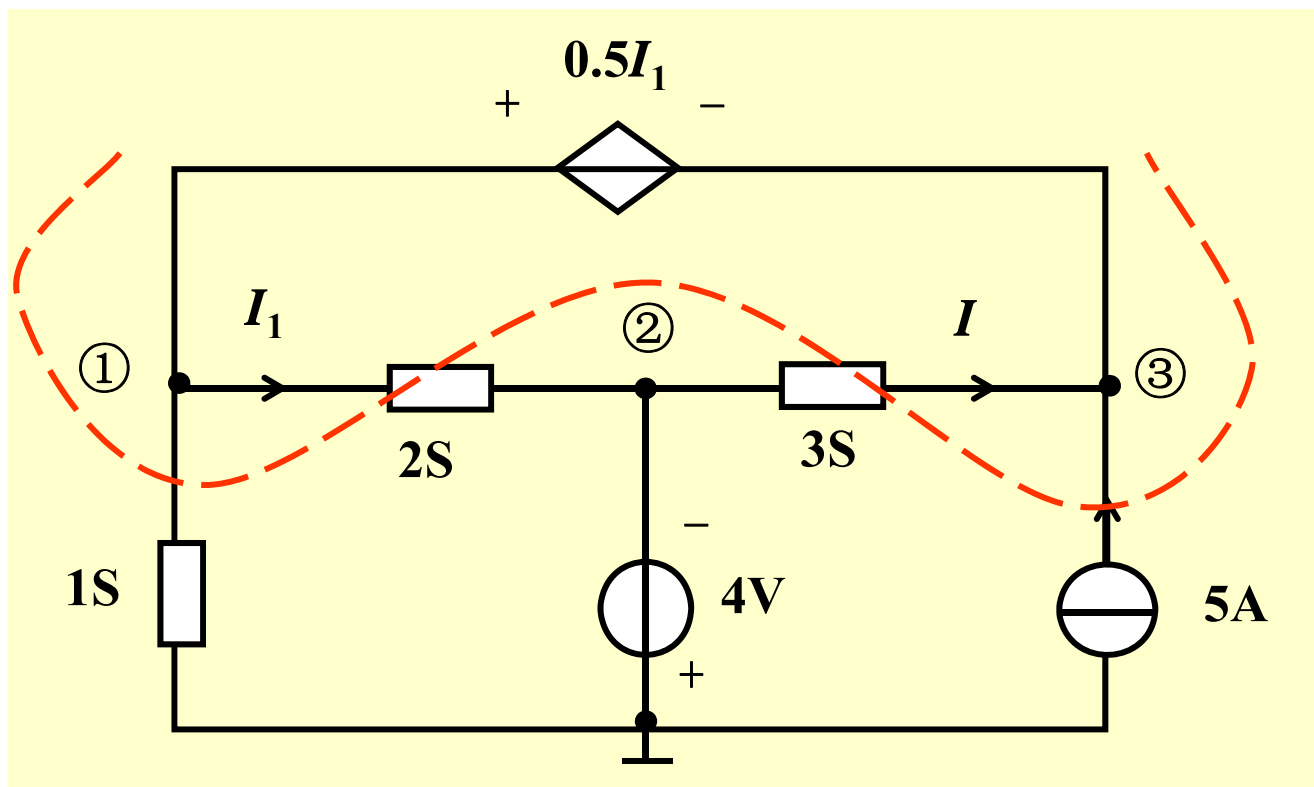
$$i = \frac{u_a - u_c - 40}{5} + 2 + \frac{20}{4} = 4.82A$$

$$\therefore p = 20i = 96.4W$$



例 用结点电压法求 I 。

解： U_1 、 U_2 、
 U_3 如图。



结点②

广义结点
辅助方程

联立求解得

所以

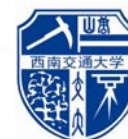
$$U_2 = -4V$$

$$1 \times U_1 + 2(U_1 - U_2) + 3(U_3 - U_2) - 5 = 0$$

$$U_1 - U_3 = 0.5I_1 \quad I_1 = 2(U_1 - U_2)$$

$$U_1 = -1V \quad U_2 = -4V \quad U_3 = -4V$$

$$I = 3(U_2 - U_3) = 0$$



例 列写电路的节点电压方程。

$$u_1 = 4$$

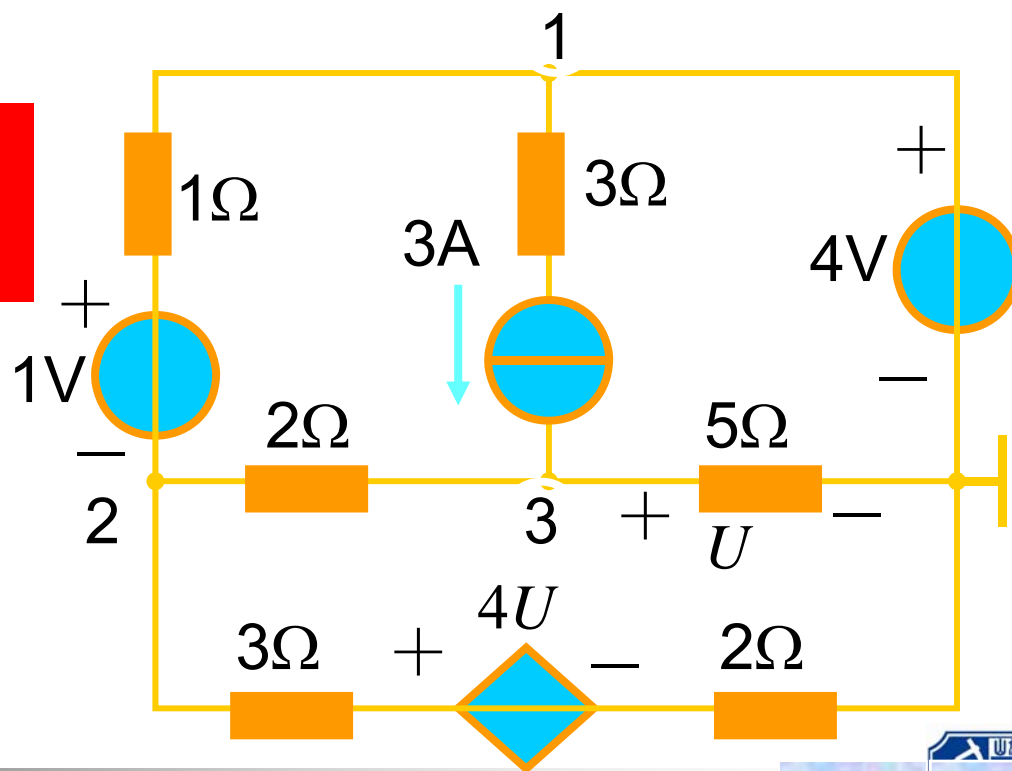
$$\frac{u_2 - u_3}{2} + \frac{u_2 - 4U}{5} + \frac{u_2 - u_1 + 1}{1} = 0$$

$$\frac{u_3 - u_2}{2} + \frac{u_3}{5} = 3$$

注：与电流源串连的电阻不参与列方程

增补方程：

$$U = U_3$$



例

求 U 和 I 。

解

应用结点法。

$$u_1 = 100V$$

$$u_2 = 100 + 110 = 210V$$

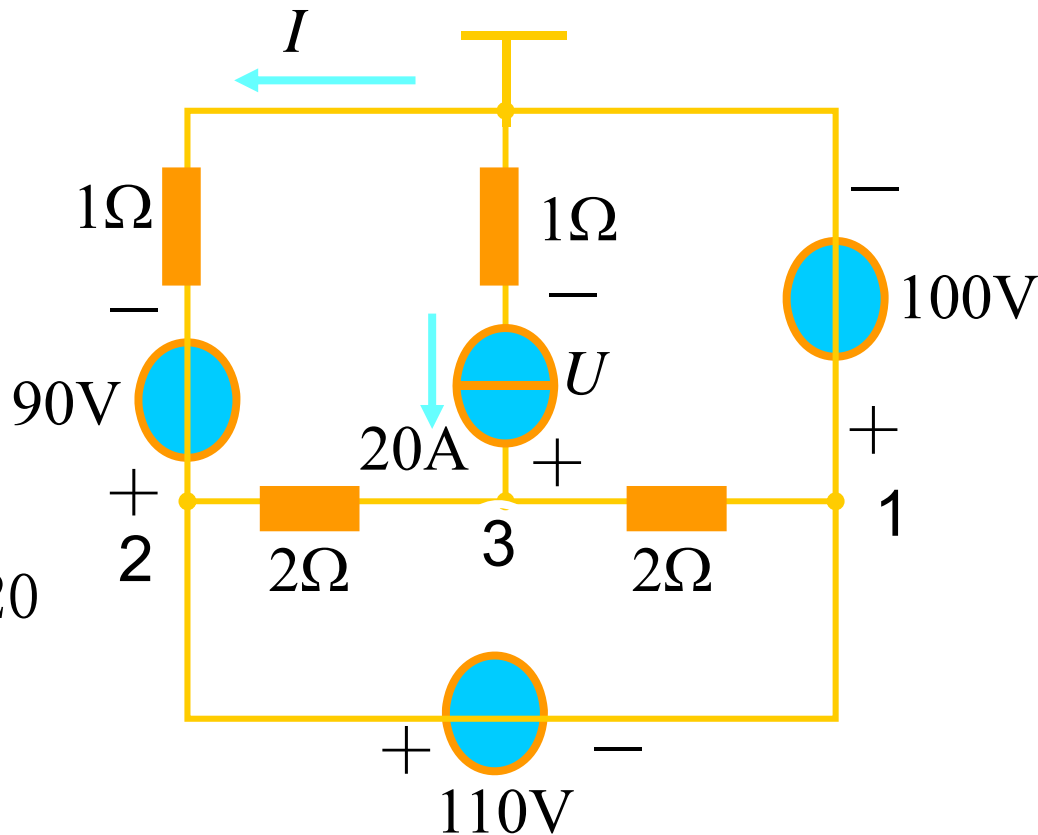
$$-0.5u_1 - 0.5u_2 + u_3 = 20$$

解得：

$$u_3 = 20 + 50 + 105 = 175V$$

$$U = u_3 + 1 \times 20 = 195V$$

$$I = -(u_2 - 90) / 1 = -120A$$



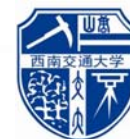
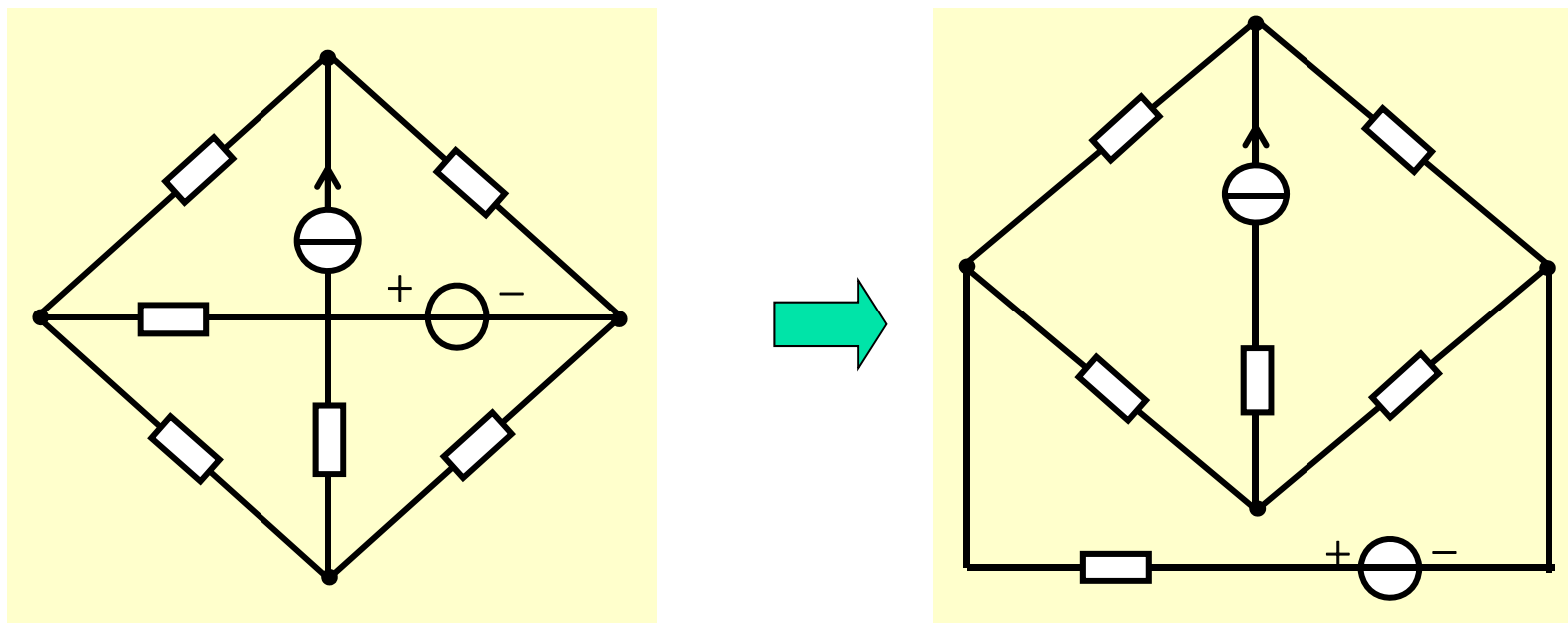
§ 3-3 网孔电流法

变量——网孔电流。

方法——沿网孔建立独立的KVL方程。

网孔电流法只适合于平面电路。

平面电路——可以画在平面上，而又不出现支路交叉的电路。



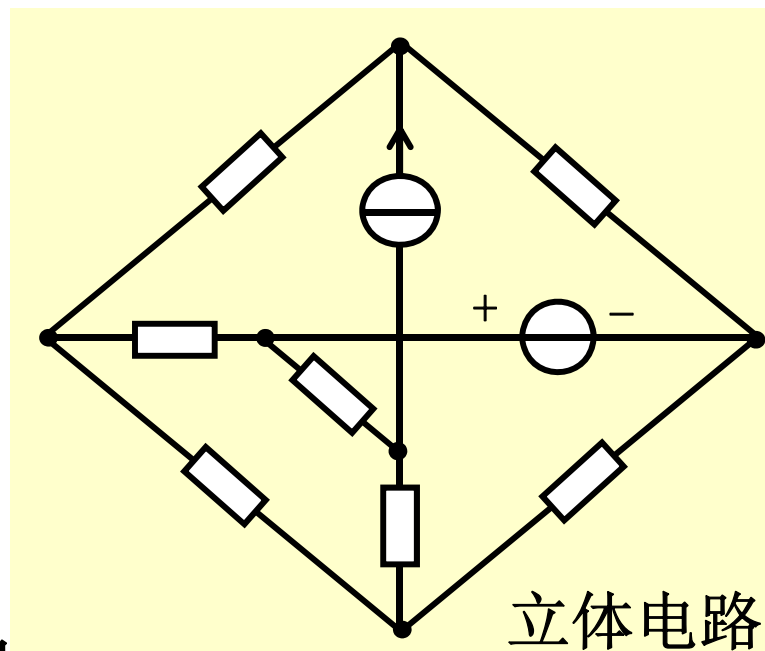
网孔电流——环流于网孔
各支路的电流。

网孔电流自动满足KCL方程。

网孔电流为一组独立的求解变量。

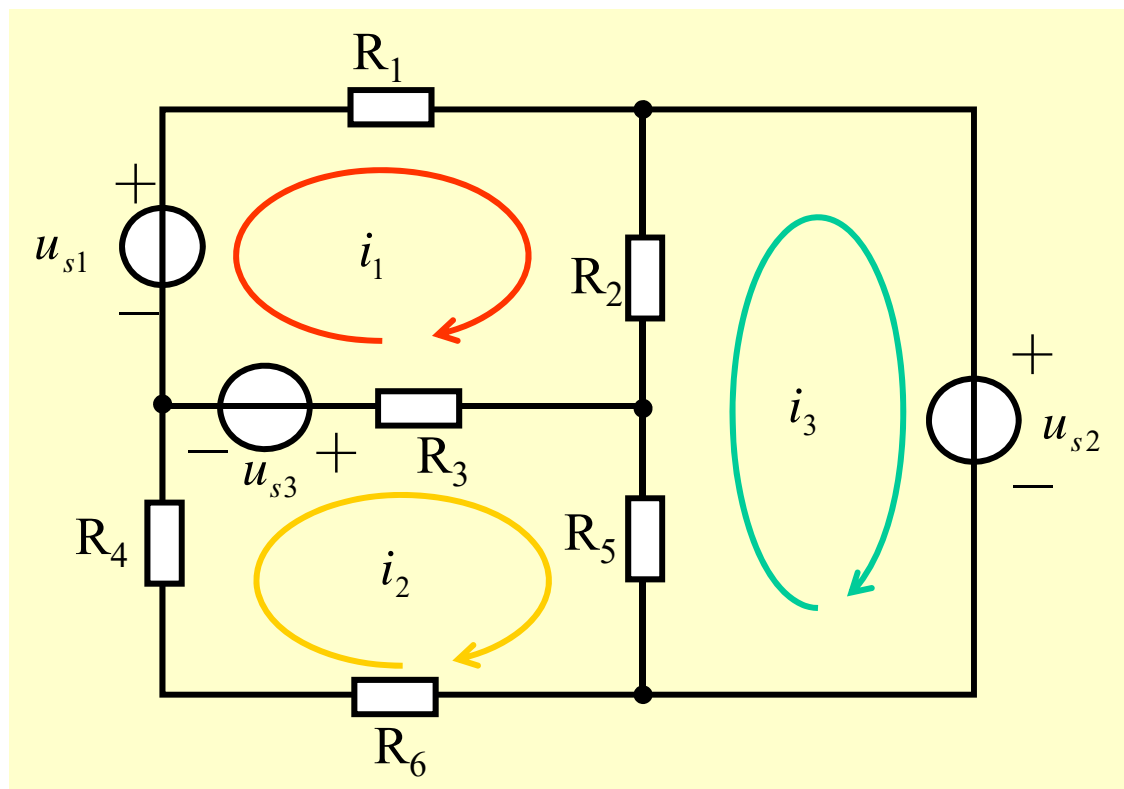
如果电路有 n 个节点、 b 条支路，则**网孔电流的数目为**
 $b - (n - 1)$ 个，比支路电流法少 $n - 1$ 个变量。

一、电路中没有不并联电阻的电流源



网孔电流为 i_1 、 i_2 和 i_3

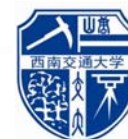
假设电压降方向与网孔电流的流向一致时
取正、反之取负。



$$i_1 \text{网孔} \quad -u_{s1} + R_1 i_1 + R_2 (i_1 - i_3) + R_3 (i_1 - i_2) + u_{s3} = 0$$

$$i_2 \text{网孔} \quad -u_{s3} + R_3 (i_2 - i_1) + R_5 (i_2 - i_3) + (R_4 + R_6) i_2 = 0$$

$$i_3 \text{网孔} \quad R_5 (i_3 - i_2) + R_2 (i_3 - i_1) + u_{s2} = 0$$





整理得

$$\left\{ \begin{array}{l} (R_1 + R_2 + R_3)i_1 - R_3i_2 - R_2i_3 = u_{s1} - u_{s3} \\ -R_3i_1 + (R_3 + R_4 + R_5 + R_6)i_2 - R_5i_3 = u_{s3} \\ -R_2i_1 - R_5i_2 + (R_2 + R_5)i_3 = -u_{s2} \end{array} \right.$$

$R_{11} = R_1 + R_2 + R_3$ — i_1 网孔的自电阻，为正。

$R_{12} = -R_3$ — 是 i_1 与 i_2 网孔的互电阻。在共用的支路上， i_1 与 i_2 方向相同取“+”，反之取“-”。

$R_{13} = -R_2$ — 是 i_1 与 i_3 网孔的互电阻。在共用的支路上，当 i_1 与 i_3 方向相同时取“+”，反之取“-”。

$u_{11} = u_{s1} - u_{s3}$ — 是 i_1 网孔内电压源的代数和。电压源压降的方向与为关联参考方向时取“-”，反之取“+”。





简写成

$$\begin{cases} R_{11}i_1 + R_{12}i_2 + R_{13}i_3 = u_{11} \\ R_{21}i_1 + R_{22}i_2 + R_{23}i_3 = u_{22} \\ R_{31}i_1 + R_{32}i_2 + R_{33}i_3 = u_{33} \end{cases}$$

当电路中没有受控源时：

$$R_{12} = R_{21} \quad R_{13} = R_{31} \quad R_{23} = R_{32}$$

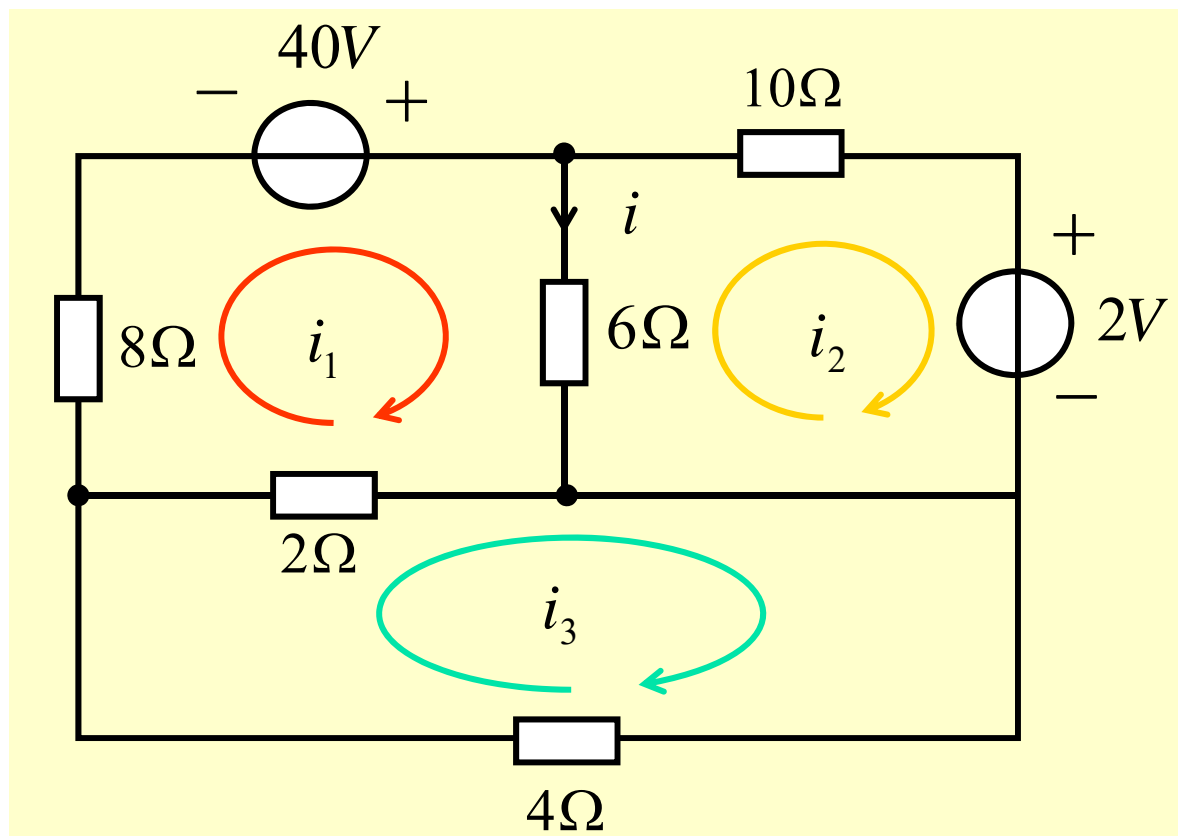


回路法的一般步骤:

- (1) 选定 $b-(n-1)$ 个独立回路, 并确定其绕行方向;
- (2) 对 $b-(n-1)$ 个独立回路, 以回路电流为未知量, 列写其KVL方程;
- (3) 求解上述方程, 得到 $b-(n-1)$ 个回路电流;
- (4) 求各支路电流(用回路电流表示);
- (5) 其它分析。

例 用网孔法求
流过 6Ω 电阻的
电流 i 。

解： 网孔电流 i_1 、 i_2 和 i_3 如图所示设

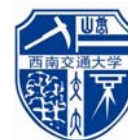


$$i_1 \text{ 网孔} \quad 8i_1 - 40 + 6(i_1 - i_2) + 2(i_1 - i_3) = 0$$

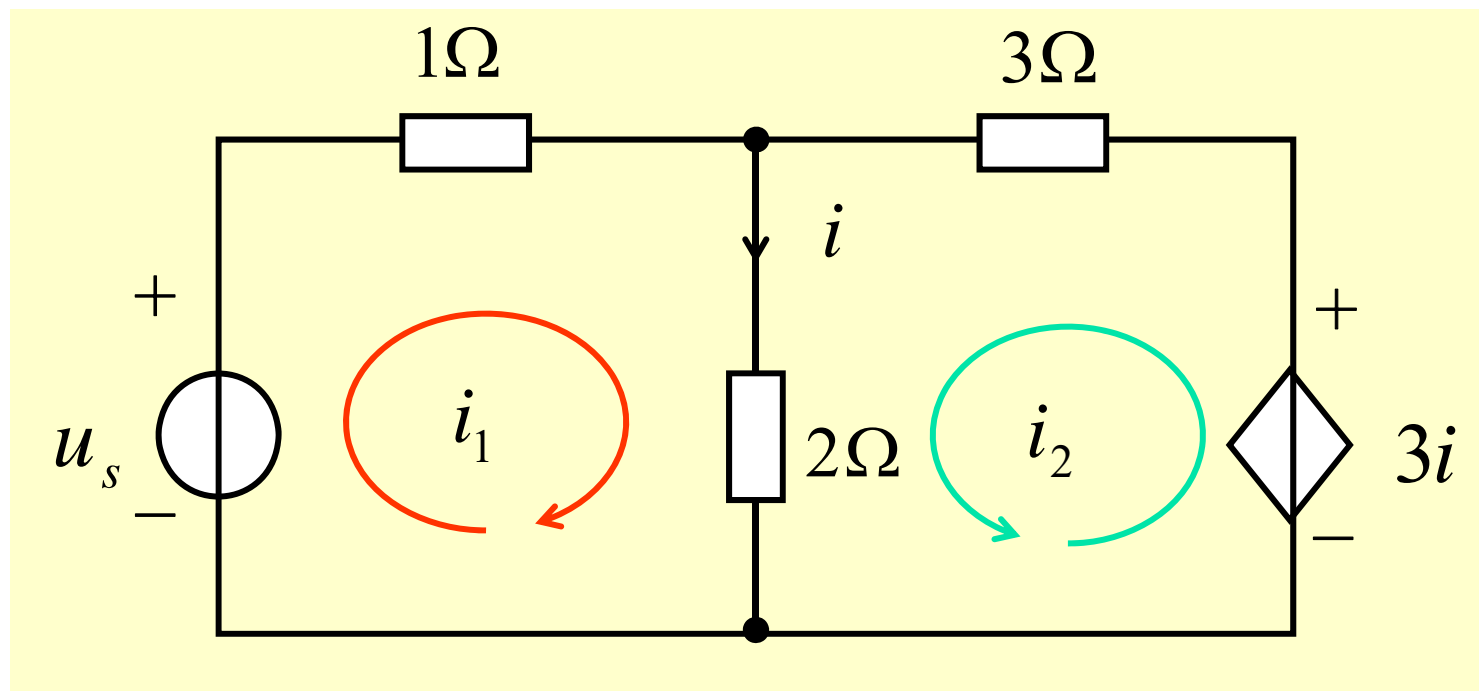
$$i_2 \text{ 网孔} \quad 6(i_2 - i_1) + 10i_2 + 2 = 0$$

$$i_3 \text{ 网孔} \quad 2(i_3 - i_1) + 4i_3 = 0$$

$$\text{解得} \quad i_1 = 3A \quad i_2 = 1A \quad i_3 = 1A \quad i = i_1 - i_2 = 2A$$



例 电路如图。求网孔电流 i_1 和 i_2 。



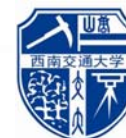
解: $-u_s + 1 \times i_1 + 2(i_1 + i_2) = 0$

$-3i + 3i_2 + 2(i_2 + i_1) = 0$

辅助方程 $i = i_1 + i_2$

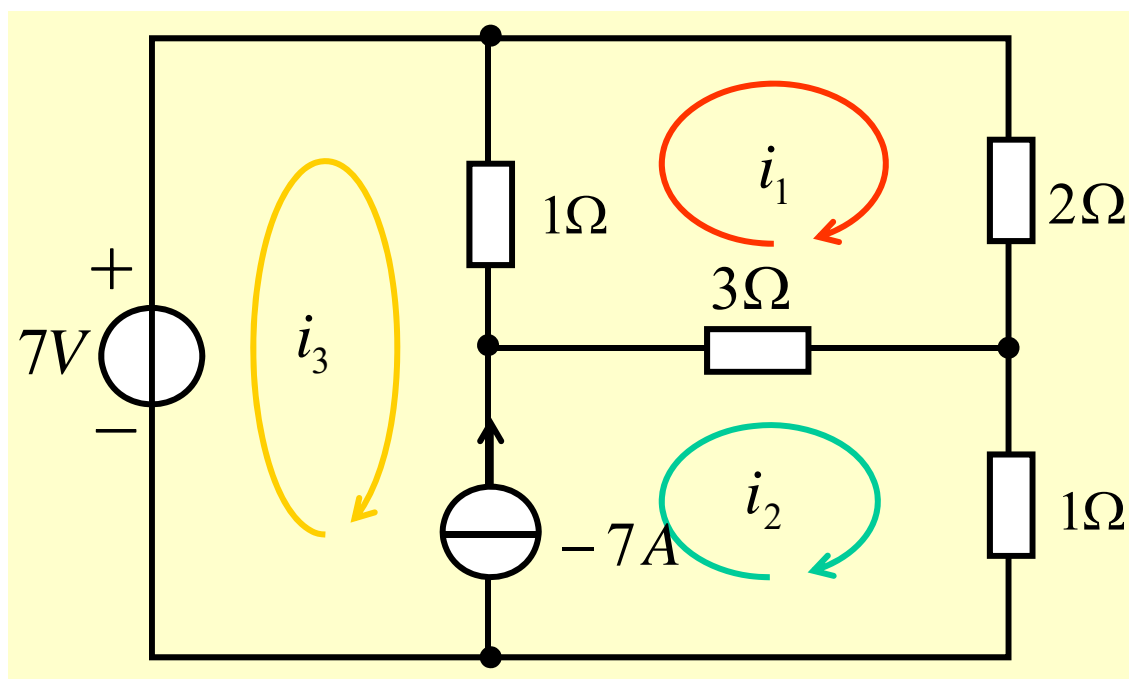
解得 $i_1 = 0.25u_s$

$i_2 = 0.125u_s$

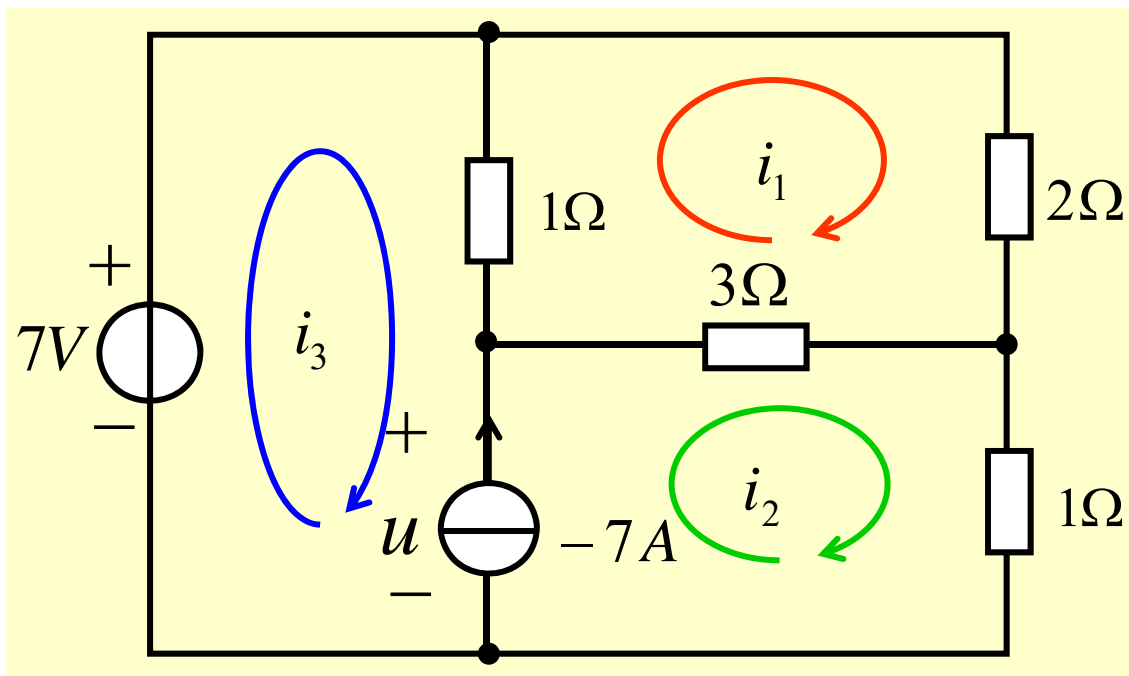


二、电路中有不并联电阻的电流源

例 试求电路中的网孔电流。



解法1: 假设电
源上的电压为 u



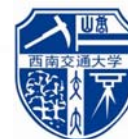
i_1 网孔 $(1 + 2 + 3)i_1 - 3i_2 - 1 \times i_3 = 0$

i_2 网孔 $3(i_2 - i_1) + 1 \times i_2 - u = 0$

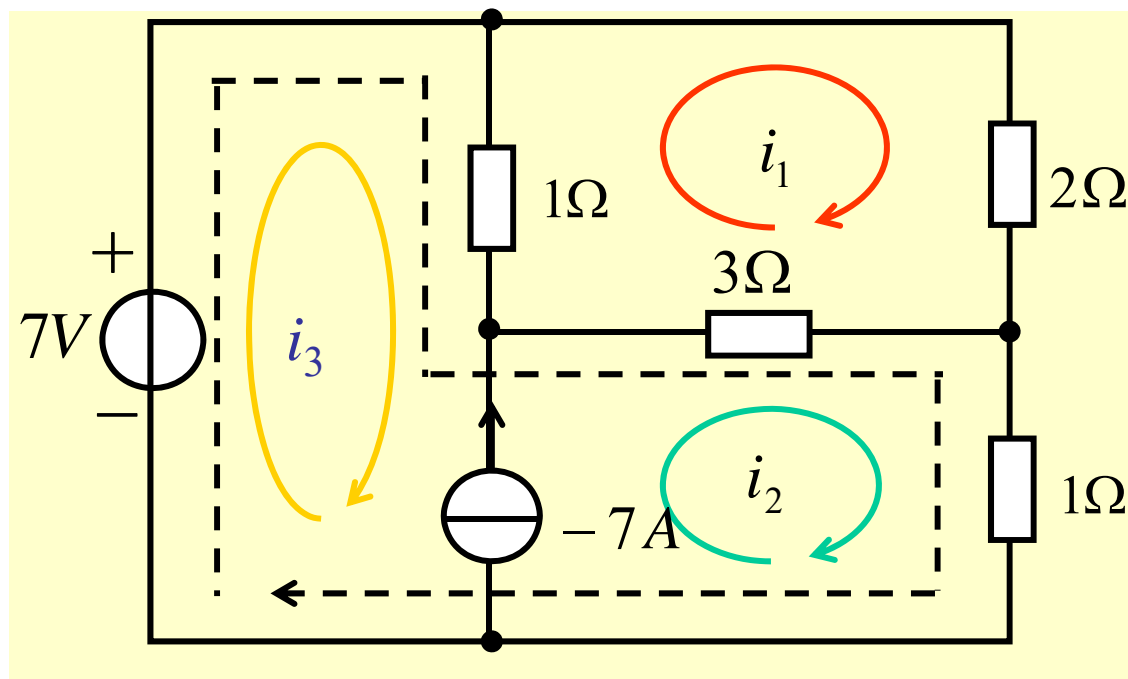
i_3 网孔 $1 \times (i_3 - i_1) + u - 7 = 0$

辅助方程 $i_2 - i_3 = -7$

联立求解 $i_1 = 2.5\text{A}, i_2 = 2\text{A}, i_3 = 9\text{A}$



解法2：网孔电
流 i_1 、 i_2 和 i_3 仍
如原图所设



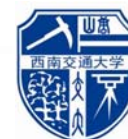
$$i_1 \text{网孔: } (1 + 2 + 3)i_1 - 3i_2 - 1 \times i_3 = 0$$

超网孔或广义网孔的KVL方程为：

$$1 \times (i_3 - i_1) + 3(i_2 - i_1) + 1 \times i_2 - 7 = 0$$

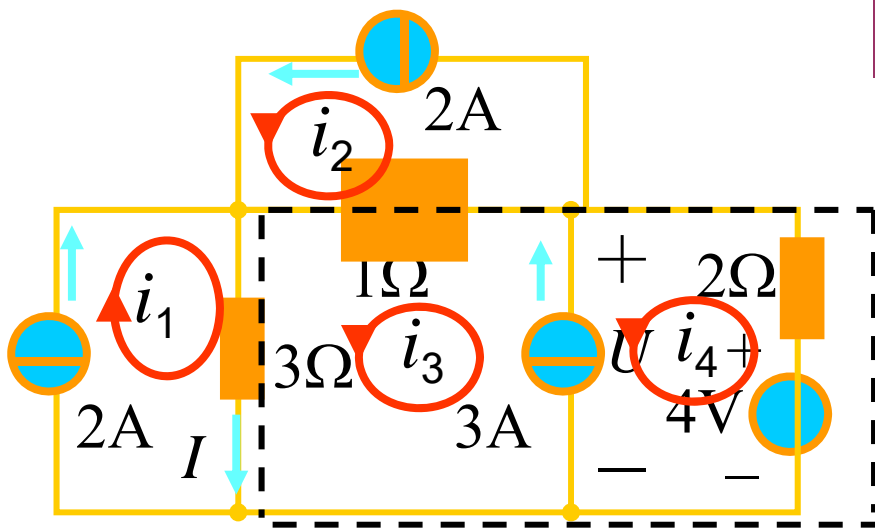
$$\text{辅助方程: } i_2 - i_3 = -7$$

$$\text{联立求解得: } i_1 = 2.5\text{A}, i_2 = 2\text{A}, i_3 = 9\text{A}$$



例

求电路中电压 U ，电流 I 和电压源产生的功率。



解

$$i_1 = 2A$$

$$i_2 = 2A$$

$$i_3 - i_4 = 3A$$

$$(i_3 - i_2) + 3(i_3 + i_1) - 4 + 2i_4 = 0$$



$$i_3 = 1A \quad i_4 = -2A$$

$$I = i_1 + i_3 = 3A$$

$$U = -2i_4 + 4 = 8V$$

$$P = 4 \times i_4 = -8W (\text{吸收})$$



注意：受控电源支路的处理

对含有受控电源支路的电路，可先把受控源看作独立电源按上述方法列方程，再将控制量用回路电流表示。

- 引入电流源电压，增加回路电流和电流源电流的关系方程。
- 选取独立回路，使理想电流源支路仅仅属于一个回路，该回路电流即 I_S 。

例 用网孔电流法
求5V电源发出的功率。

解：网孔电流 i_1 、 i_2 和 i_3 如图所示设。

i_2 网孔：

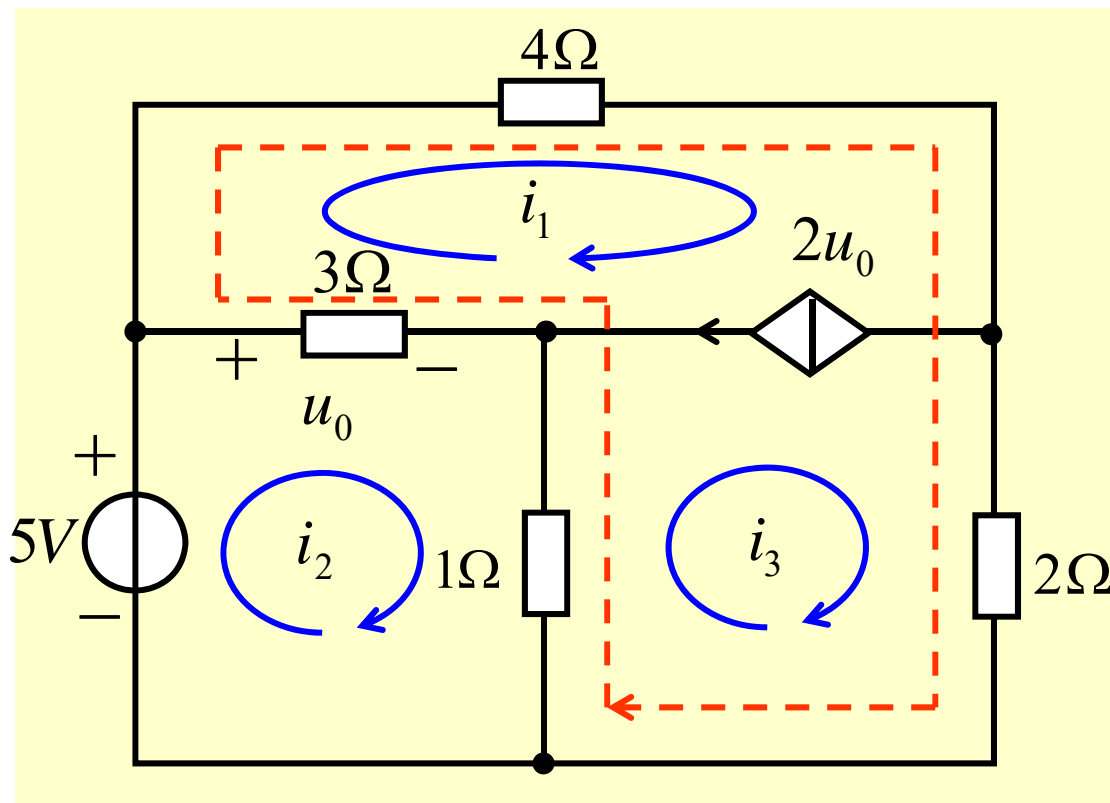
$$4i_2 - 3i_1 - i_3 = 5$$

超网孔： $3(i_1 - i_2) + 4i_1 + 2i_3 + 1 \times (i_3 - i_2) = 0$

辅助方程： $i_1 - i_3 = 2u_0 \quad u_0 = 3(i_2 - i_1)$

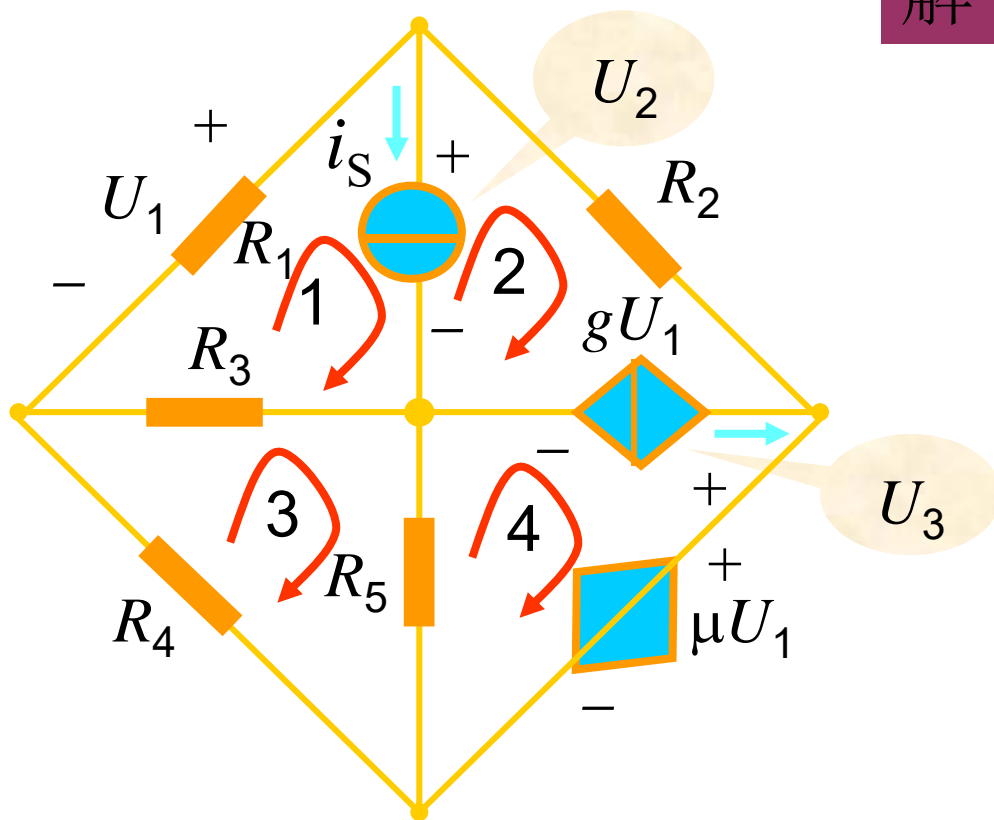
联立求解得： $i_1 = 1.83A \quad i_2 = 2.33A \quad i_3 = -1.17A$

$$\therefore p = 5i_2 = 11.65W$$



例

列回路电流方程



增补方程:

解1

选网孔为独立回路

$$(R_1 + R_3)i_1 - R_3i_3 = -U_2$$

$$R_2i_2 = U_2 - U_3$$

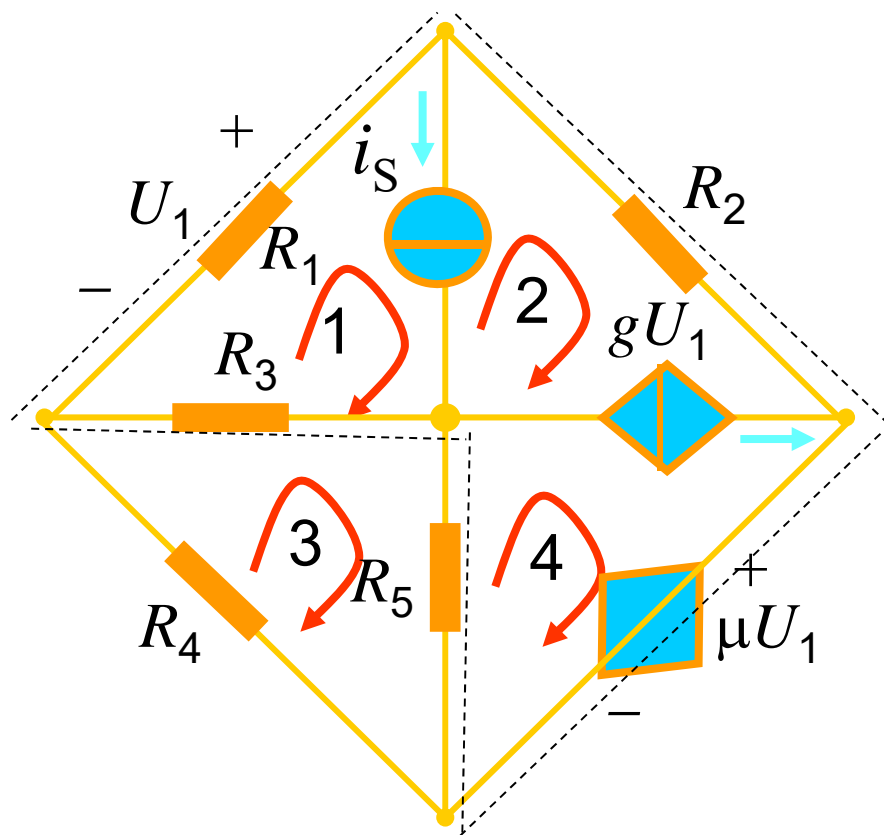
$$\begin{aligned} -R_3i_1 + (R_3 + R_4 + R_5)i_3 \\ - R_5i_3 = 0 \end{aligned}$$

$$-R_5i_3 + R_5i_4 = U_3 - \mu U_1$$

$$\begin{cases} i_1 - i_2 = i_s \\ i_4 - i_2 = gU_1 \\ U_1 = -R_1i_1 \end{cases}$$

例

列回路电流方程



解2

网孔3写KVL方程

$$-R_3 i_1 + (R_3 + R_4 + R_5) i_3 - R_5 i_3 = 0$$

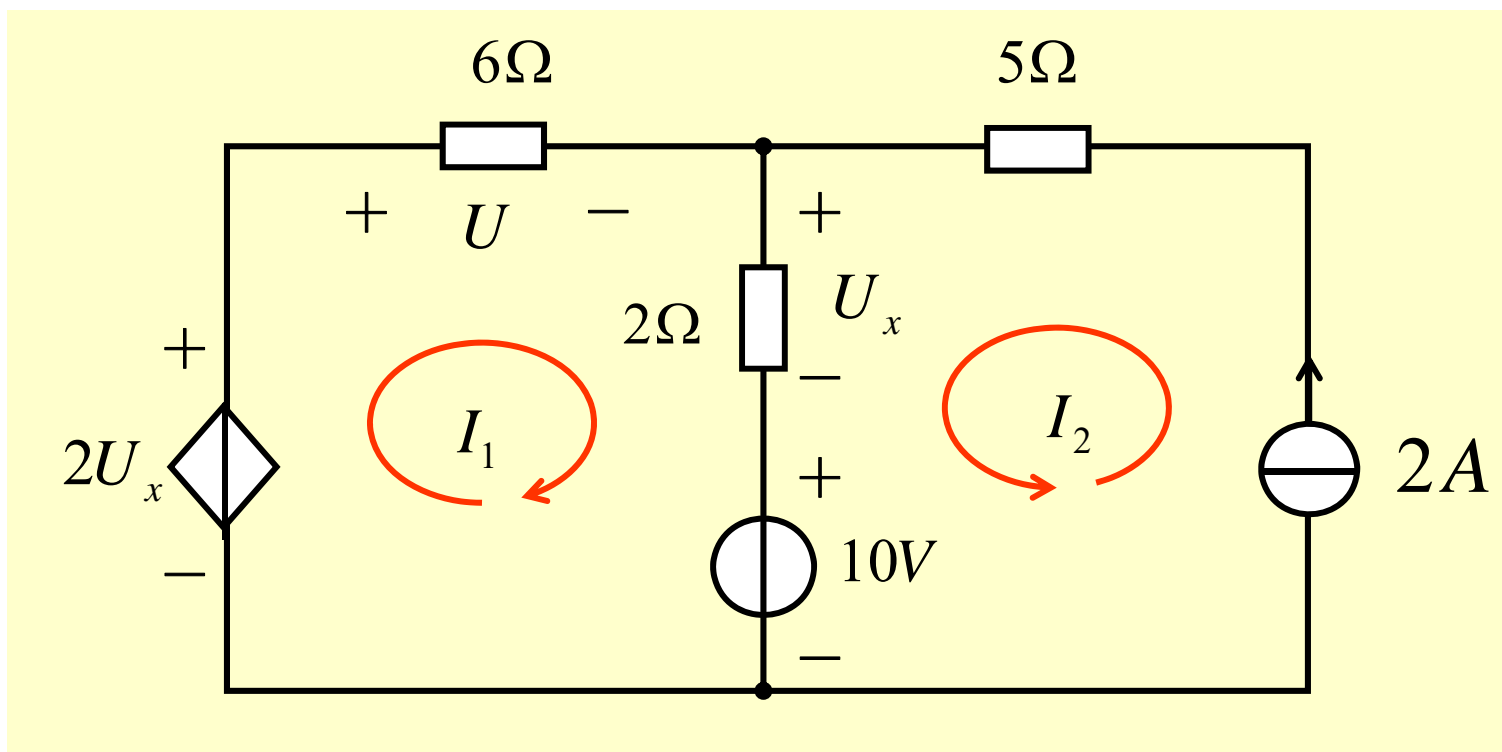
$$i_1 - i_2 = i_S$$

$$i_4 - i_2 = gU_1$$

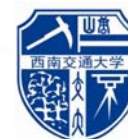
$$-U_1 + R_2 i_2 + \mu U_1 + R_5 (i_4 - i_3) + R_3 (i_1 - i_3) = 0$$

$$U_1 = -R_1 i_1$$

例 用网孔电流法求电压 U 。



解：网孔电流 I_1 、 I_2 如图所设。





$$\begin{cases} 6I_1 + 2(I_1 + I_2) + 10 - 2U_x = 0 \\ I_2 = 2A \\ U_x = 2(I_1 + I_2) \end{cases}$$

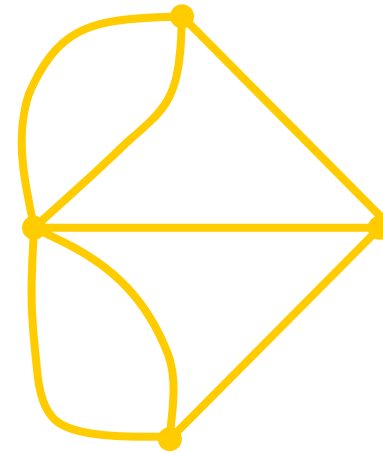
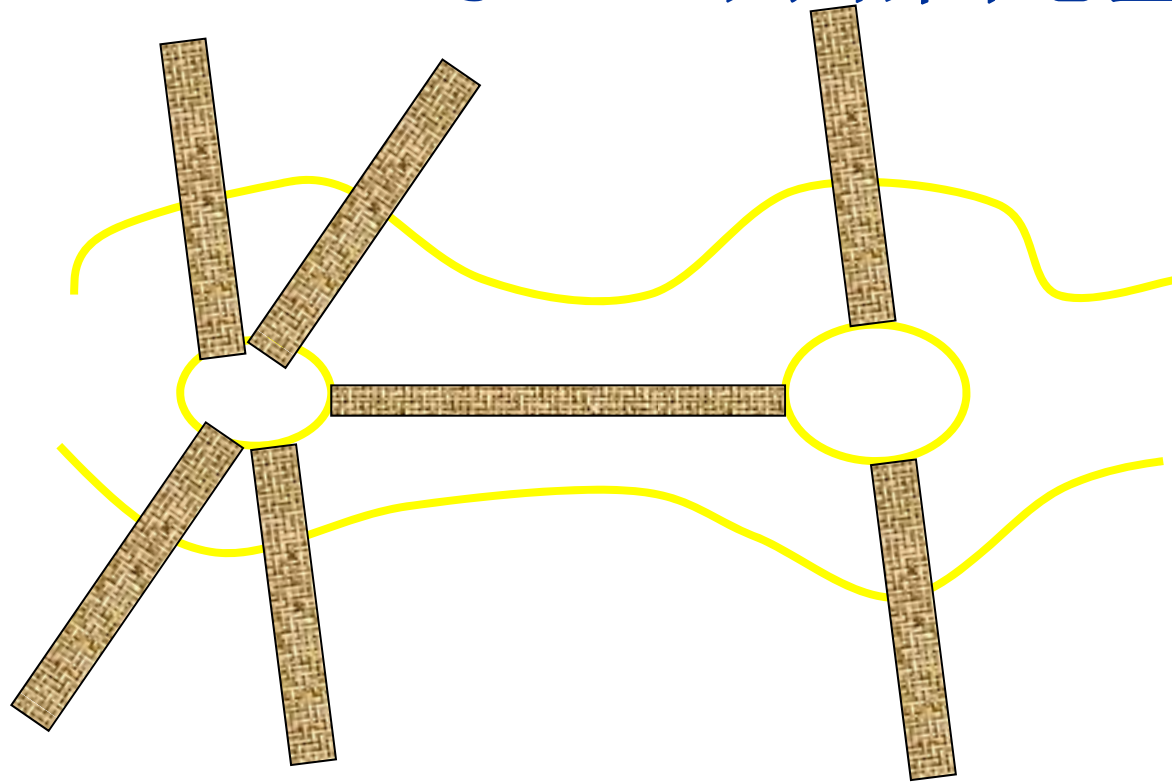
$$\begin{cases} I_1 = -1.5A \\ I_2 = 2A \end{cases}$$

$$U = 6I_1 = -9V$$



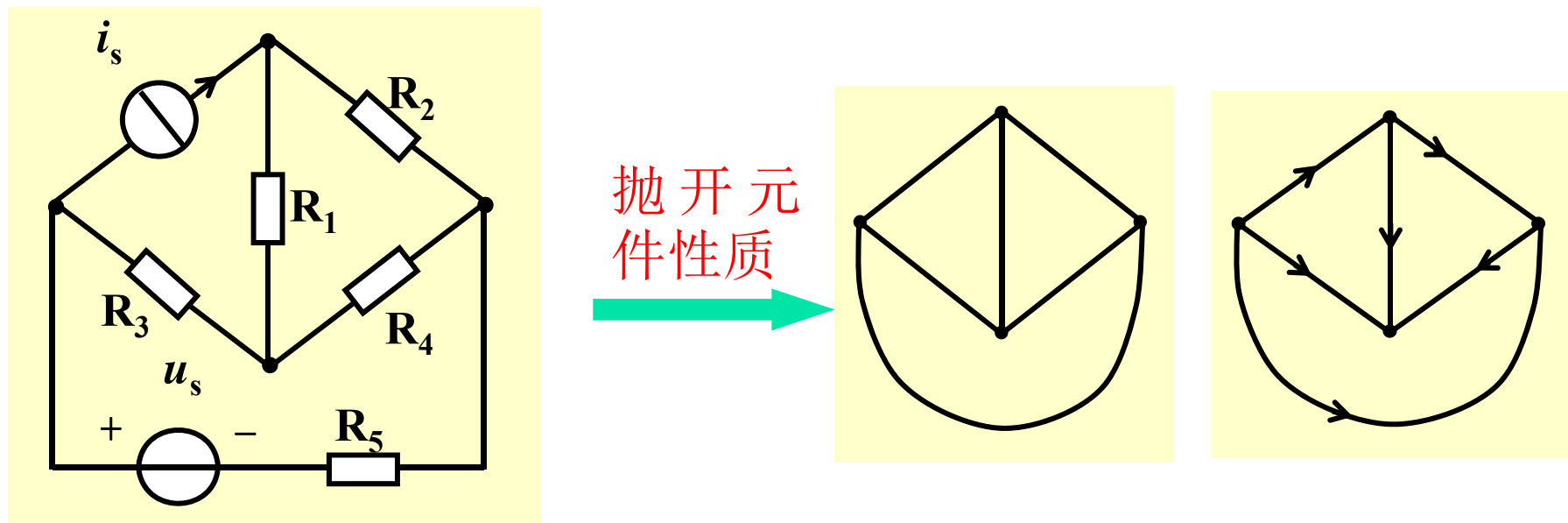


§ 3-4 网络图论基础



一、拓扑图

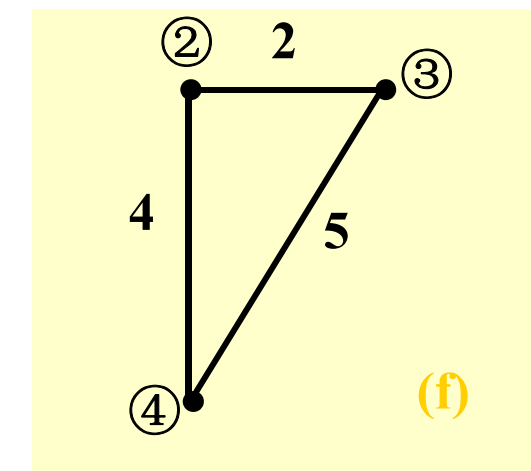
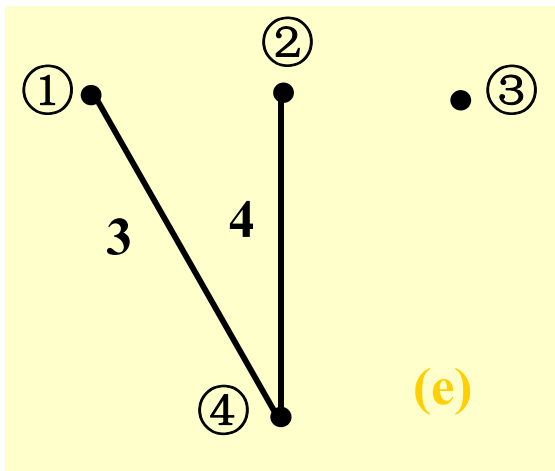
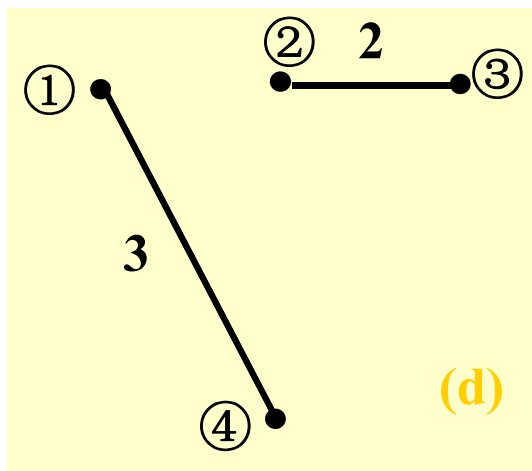
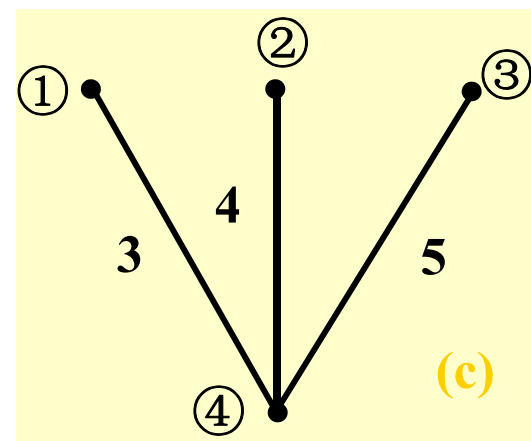
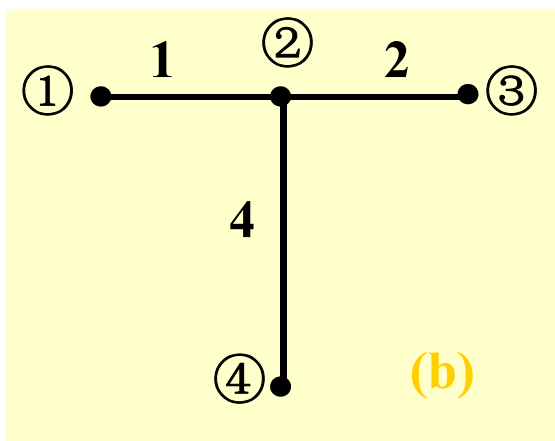
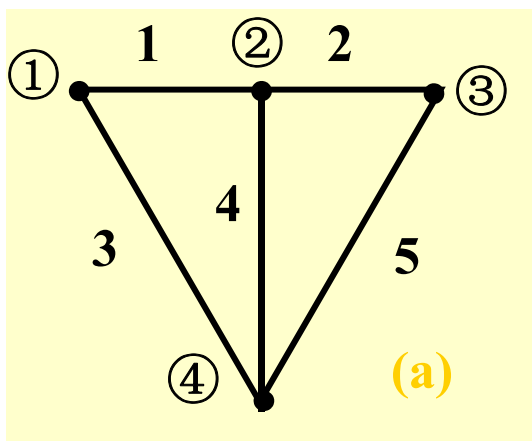
拓扑图是由结点与线段组成的图形，简称为图。

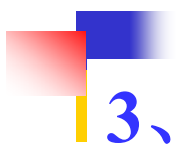


1、有向图（定向图）：标有电流参考方向的图称为有向图，否则为无向图。



2、子图：如果图 G_1 的每个结点和每条支路都是图 G 的，则称图 G_1 是图 G 的子图。





3、路径：从图 G 的某个结点沿不同支路及结点到达另一结点，那么所经过的支路序列称为路径。

4、连通图与非连通图：图 G 中的任意两个结点之间至少存在一条路径时，则称图 G 为连通图，否则为非连通图。

5、孤立结点：没有任何支路与之连接的结点。

在图论中，说移去一条支路，并不意味着把它所连接的结点同时移去；但是说移去一个结点，则意味着与该结点相连的支路也移去了。

二、树

1、树：设图 G 是一个连通图，图 T 是图 G 的一个子图，当图 T 同时满足下列三个条件时，则称图 T 是图 G 的一棵树。



- 
- (1) 是一个连通的子图。
 - (2) 包含图 G 的全部结点。
 - (3) 不包含回路。

树：连接全部结点所需的最少支路的集合。

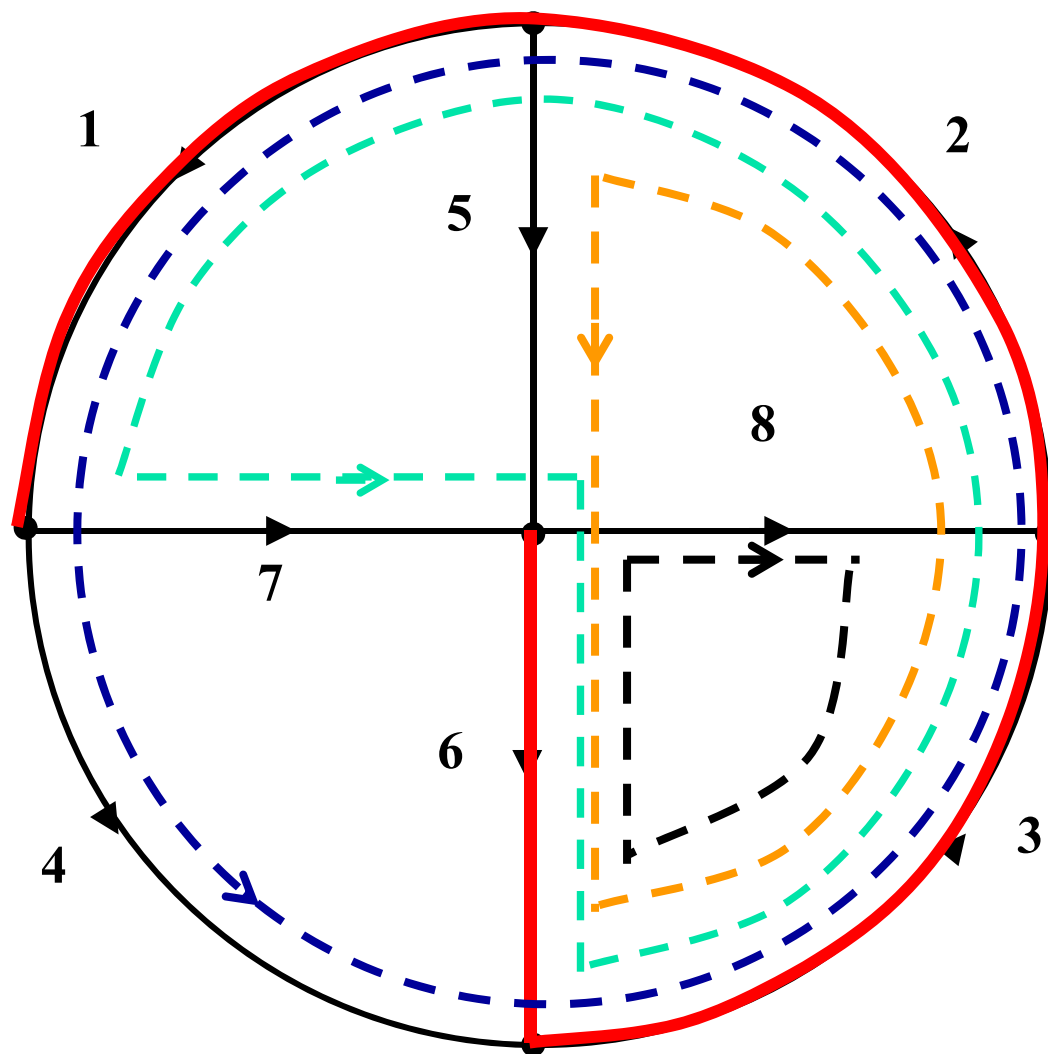
2、树支：组成树的支路称为树支。

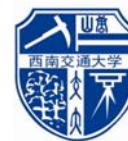
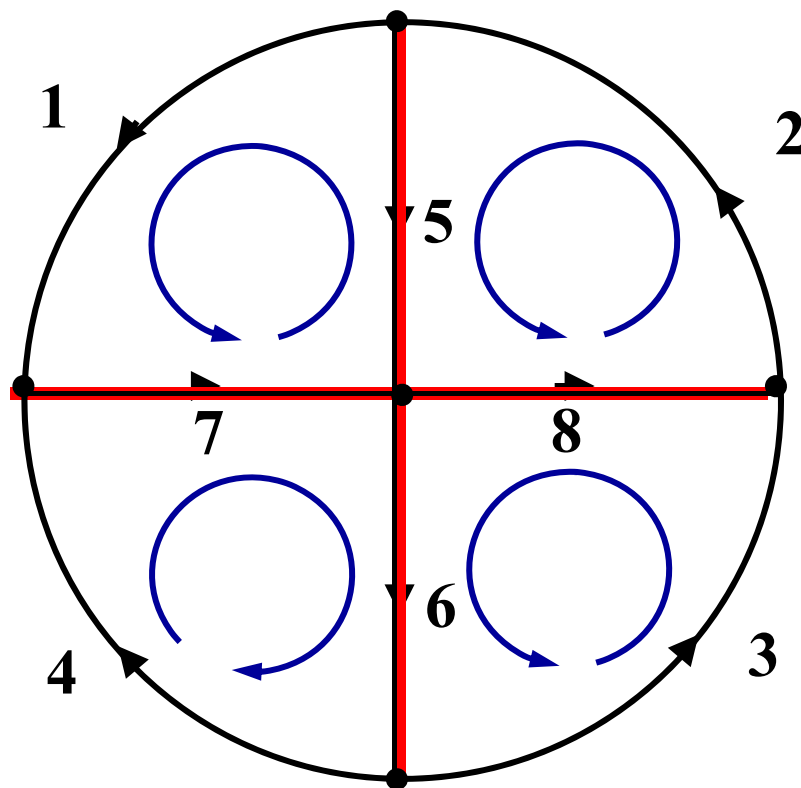
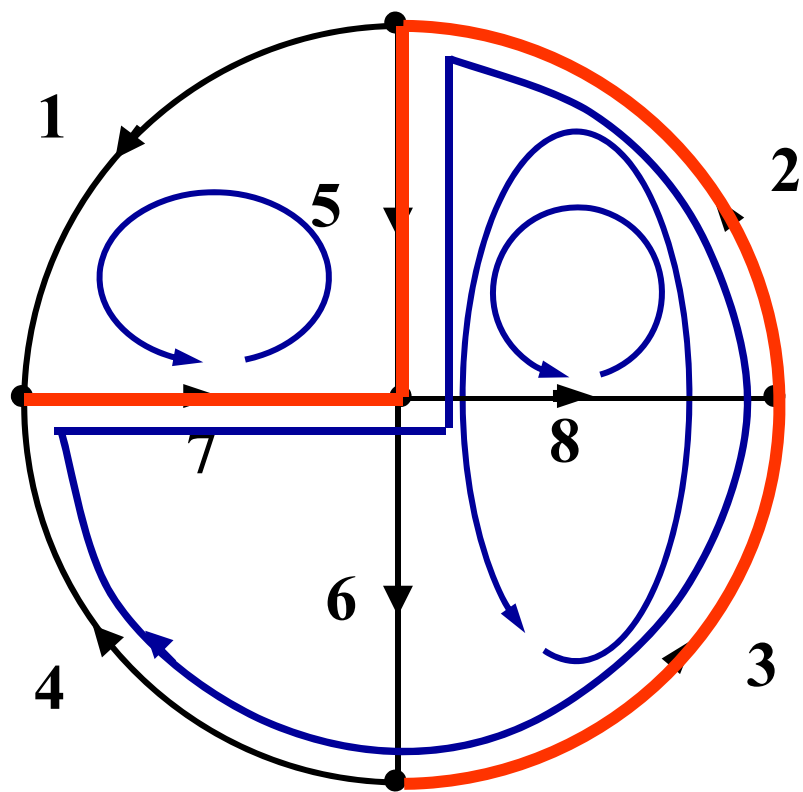
3、连支：除去树支后所剩支路即为连支。

三、回路与基本回路

1、回路：一个闭合的路径。

2、基本回路：仅由一条连支与多条树支构成的回路。
基本回路的方向与连支的方向一致。



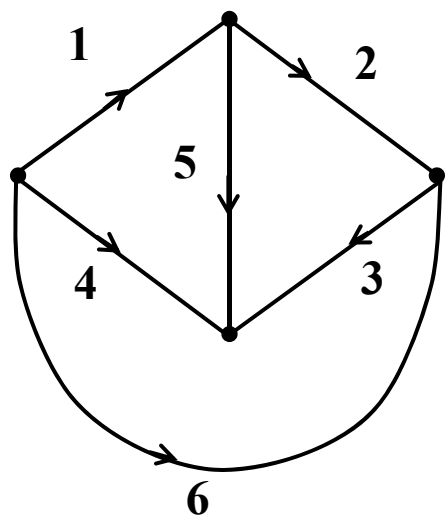


四、割集与基本割集

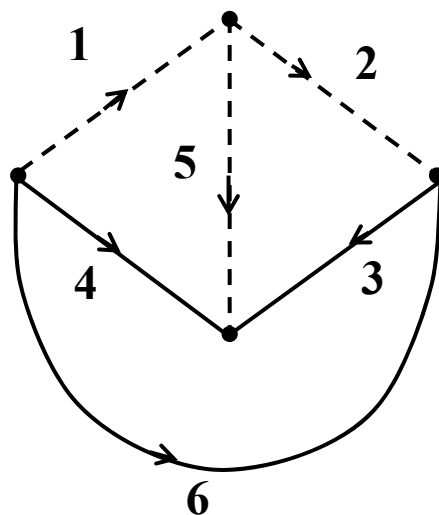
1、割集：是支路的集合，它必须满足两个条件：

- (1) 移去该集合中的所有支路，则图被分为两部分。
- (2) 当少移去该集合中的任何一条支路，则图仍是连通的。

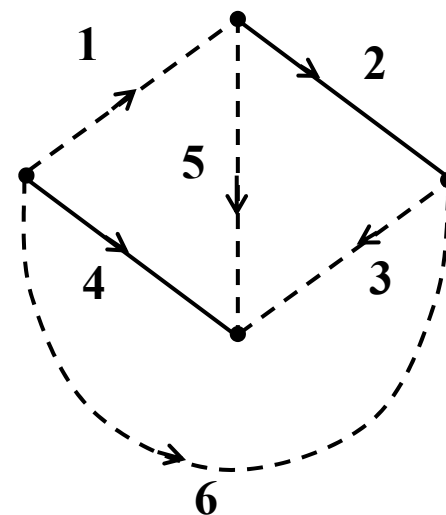
注：移支路时，与其相连的结点并不移去。



$\{1, 5, 2\}$

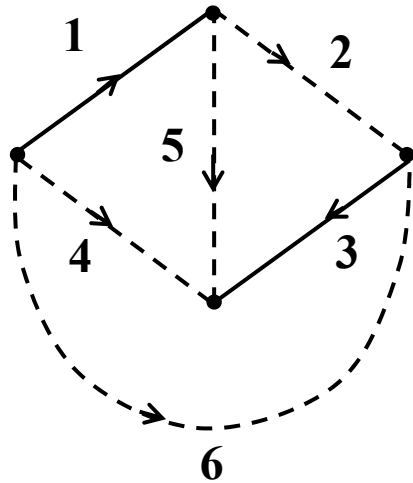


$\{1, 5, 3, 6\}$

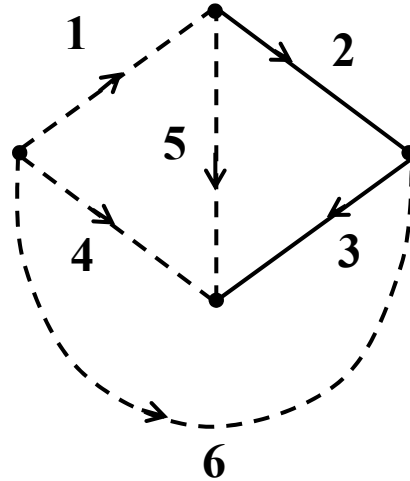




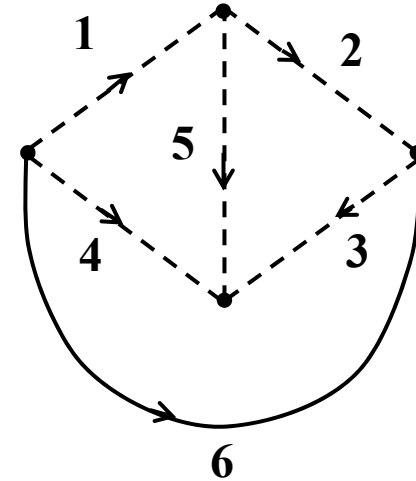
$\{2, 5, 4, 6\}$



$\{1, 5, 4, 6\}$



$\{1, 2, 3, 4, 5\}$



不是图G的集合

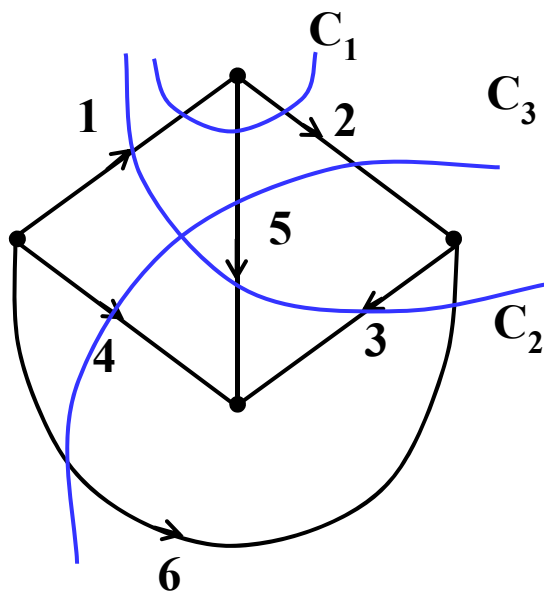
2、作高斯面确定割集:

在图 G 上作一个高斯面（闭合面），使其包围 G 的某些结点，而每条支路只能被闭合面切割一次，去掉与闭合面相切割的支路，图 G 将被分为两部分，那么这组支路即为图 G 的一个割集。

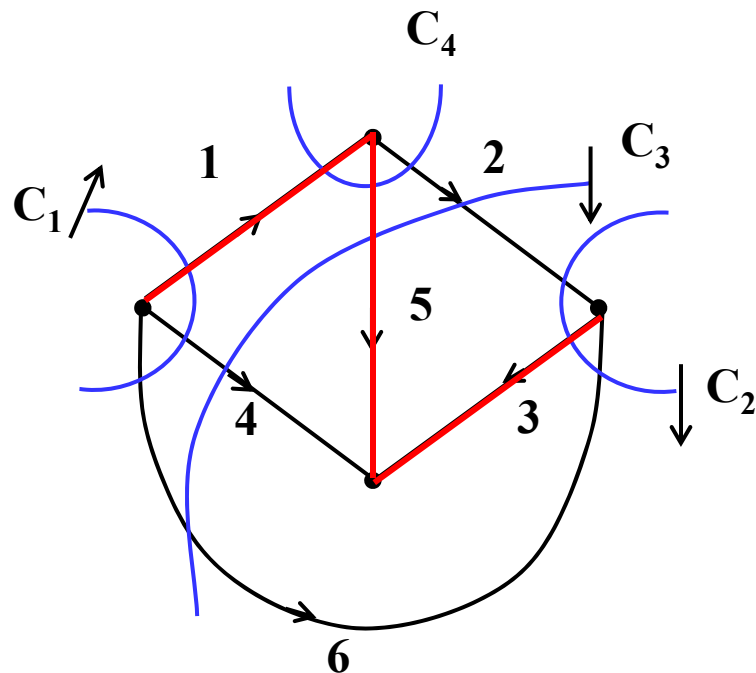


西南交通大学





割集 C_1 、 C_2 、 C_3



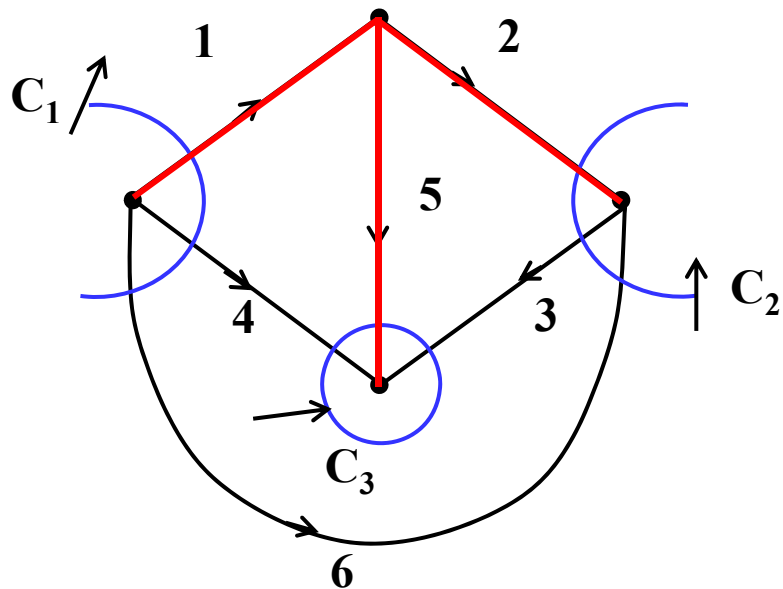
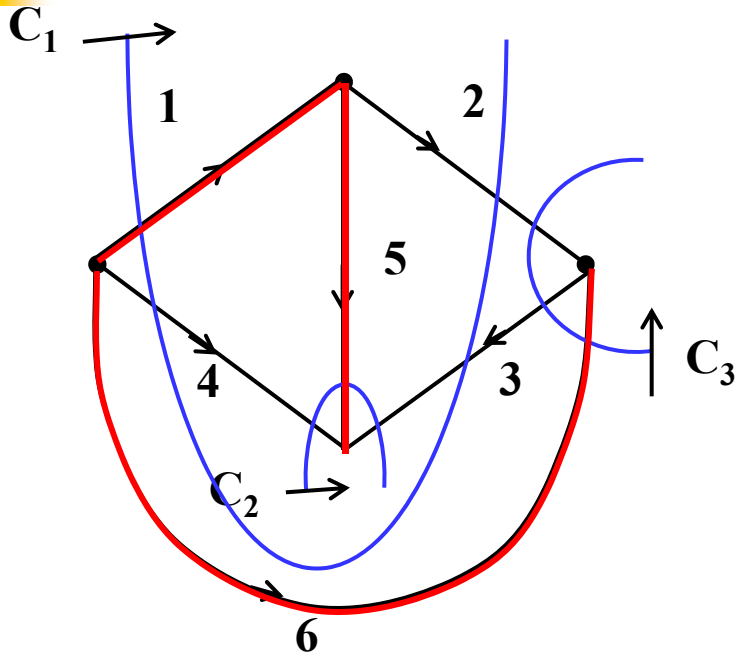
C_1 、 C_2 、 C_3 为基本割集
 C_4 为非基本割集

3、基本割集：

先选一棵树，如选支路1、5、3为树枝。

基本割集又称单树枝割集，即割集中只含一条树枝，其余均为连支。





基本割集数： 设有 n 个结点、 b 条支路

树枝数= $n-1$

基本割集数= $n-1$





§ 3-5 回路分析法

特点：平面电路、立体电路均适用。

变量：基本回路电流

方向：与连支电流的方向一致。

方法：沿基本回路建立 KVL 方程。

方程数：设网络的图有 n 个结点， b 条支路

$$\text{方程数} = \text{连支数} = b - (n - 1)$$



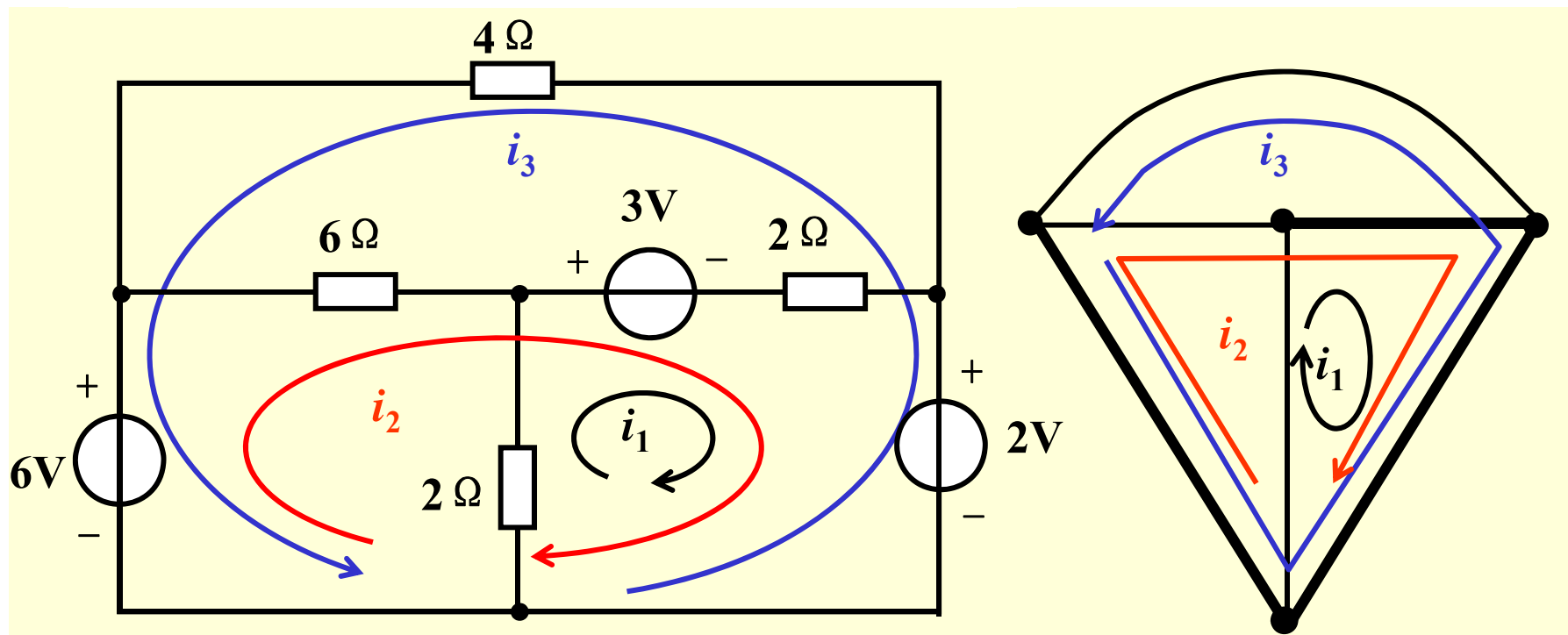


选一个合适的树：

- (1) 把电压源支路选为树支；
- (2) 把受控源的电压控制量选为树支；
- (3) 把电流源选取为连支；
- (4) 把受控源的电流控制量选为连支。

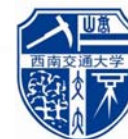


例 用回路法求解电路。



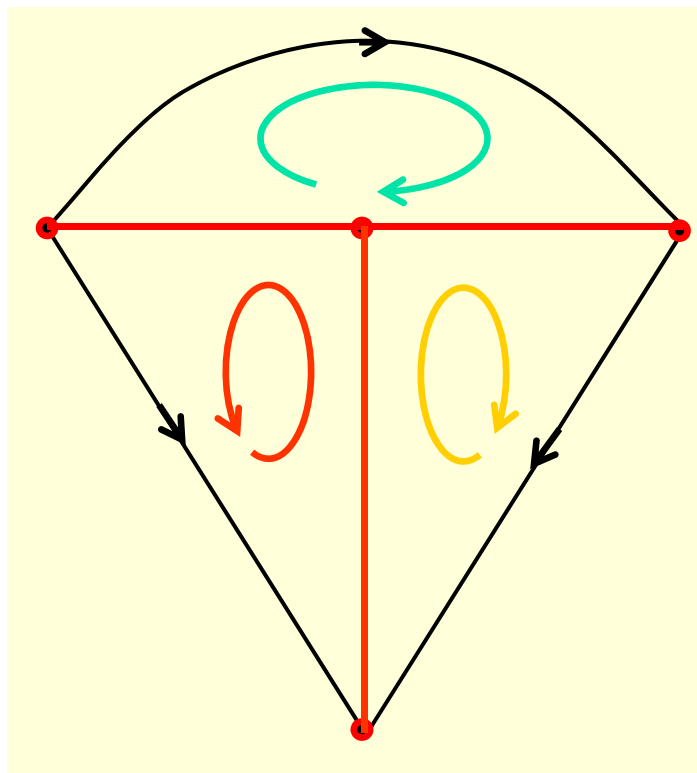
解：选树如图，回路电流如图

$$\begin{cases} 2i_1 + 3 + 2(i_1 + i_2) + 2 = 0 \\ -6 + 6i_2 + 3 + 2(i_1 + i_2) + 2 = 0 \\ -2 + 4i_3 + 6 = 0 \end{cases}$$



解得 $i_3 = -1A$, $i_1 = -1.5A$, $i_2 = 0.5A$

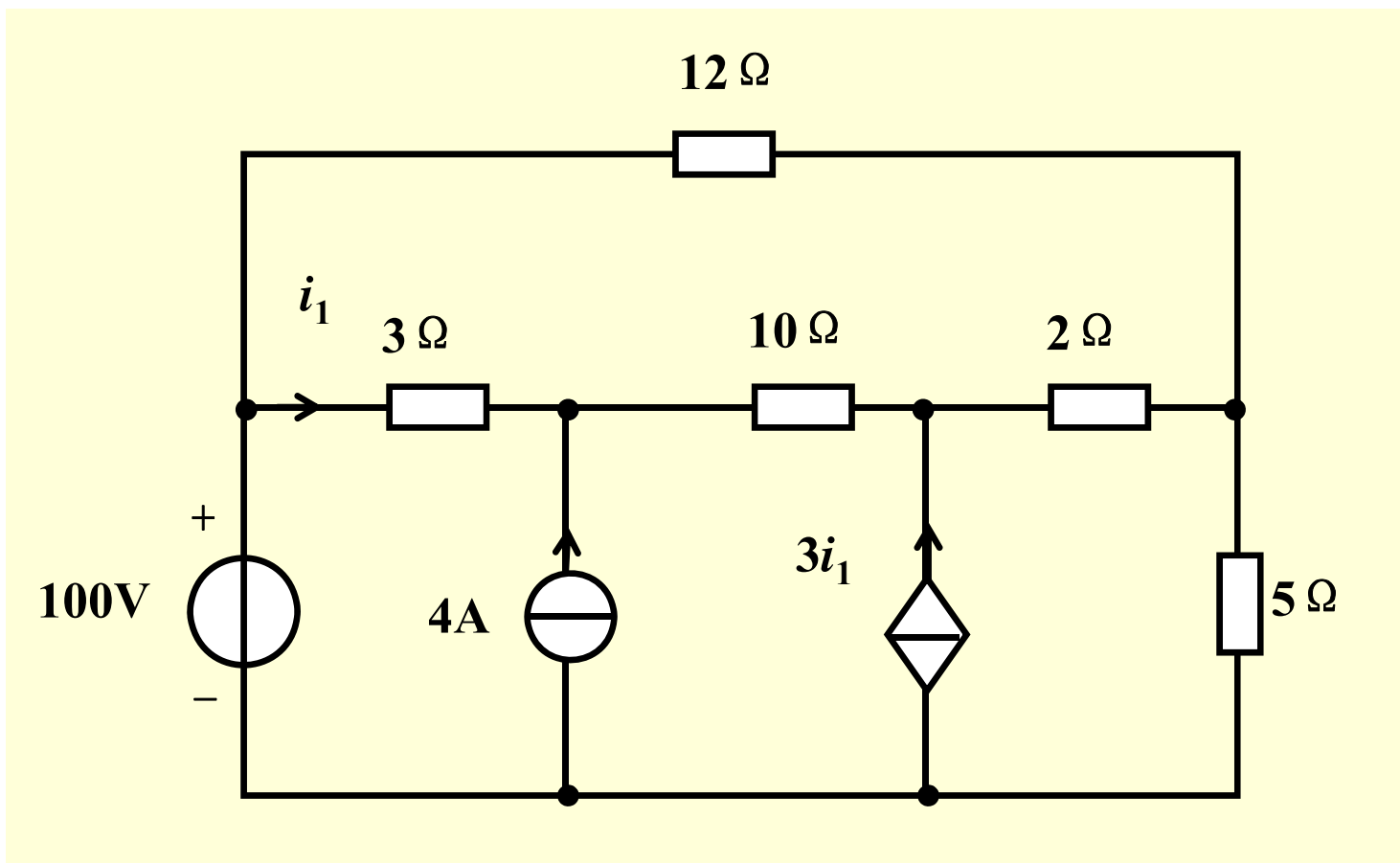
如按右图选树：



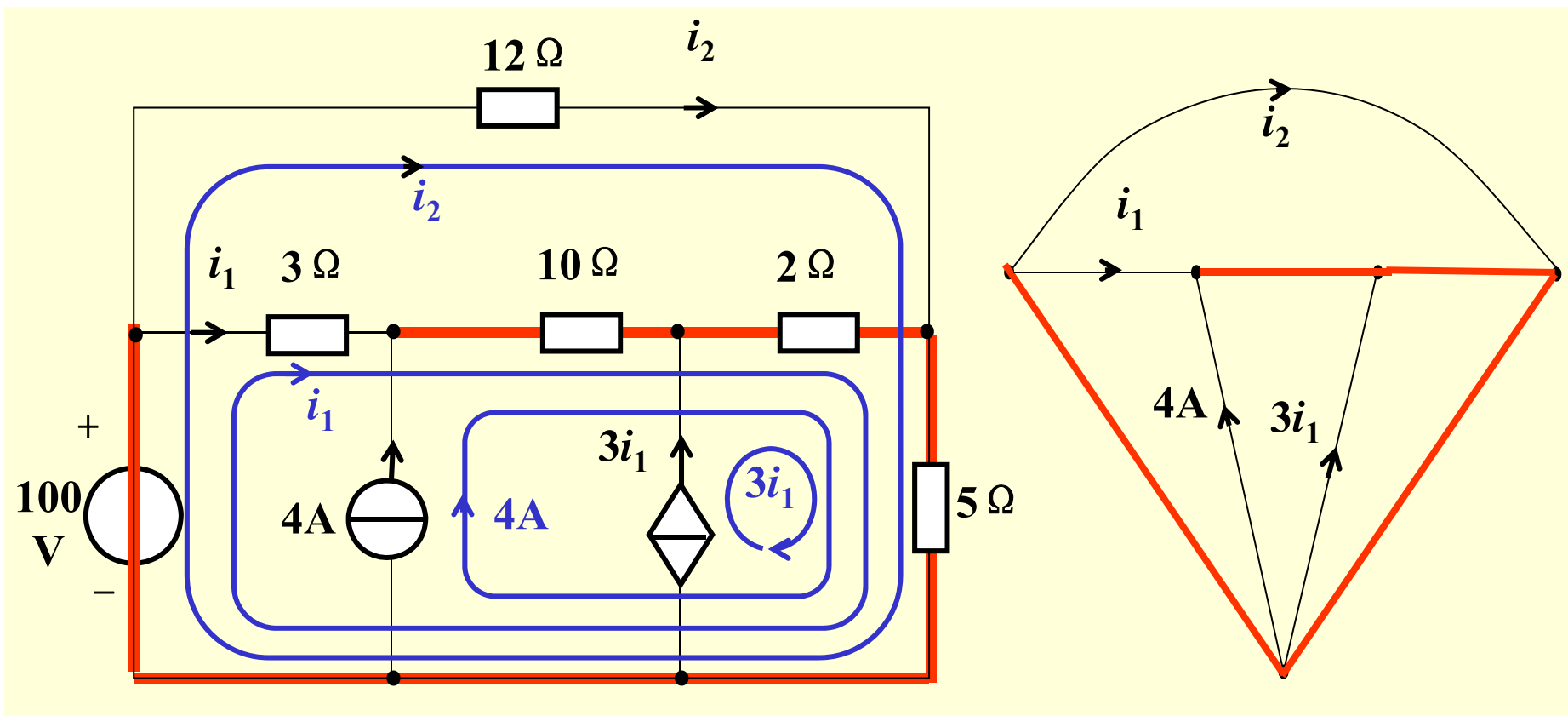
所以网孔电流法是回路法的一个特例。



例 电路如图所示，用回路法求 i_1 。

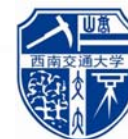


解：选树如图，回路电流为 i_1 、 i_2 、 $4A$ 、 $3i_1$



$$(3+10+2+5)i_1 + 5i_2 + (10+2+5) \times 4 + (2+5) \times 3i_1 = 100$$

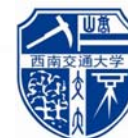
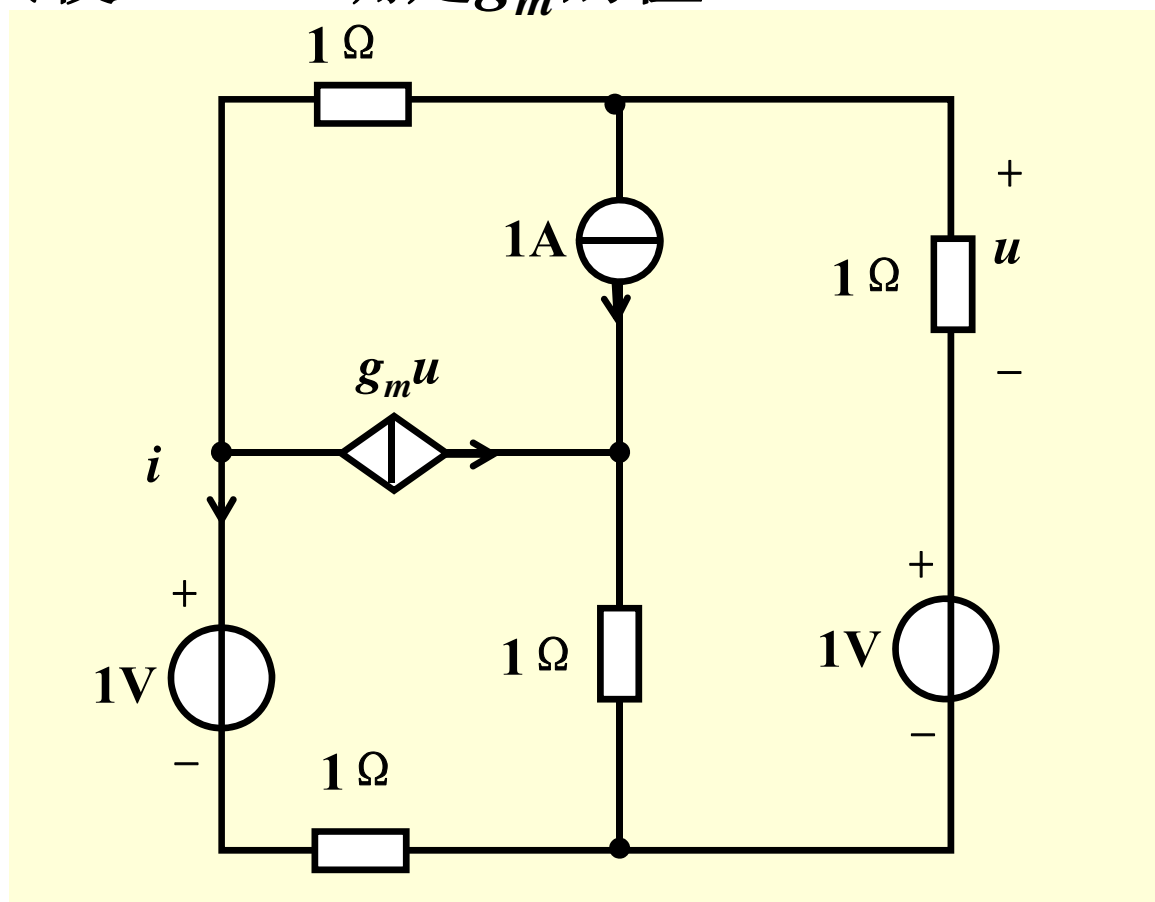
$$5i_1 + (12+5)i_2 + 5 \times 4 + 5 \times 3i_1 = 100$$



$$\begin{cases} 41i_1 + 5i_2 = 32 \\ 20i_1 + 17i_2 = 80 \end{cases}$$

解得 $i_1 = 0.241A$

例 要使 $i=0$ ，确定 g_m 的值。



解：选树如图红线所示

$$i \text{ 回路: } 1 + 1 \times i - 1 + 1 \times (i + g_m u + 1) + 1 \times (i + g_m u) = 0$$

即：

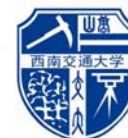
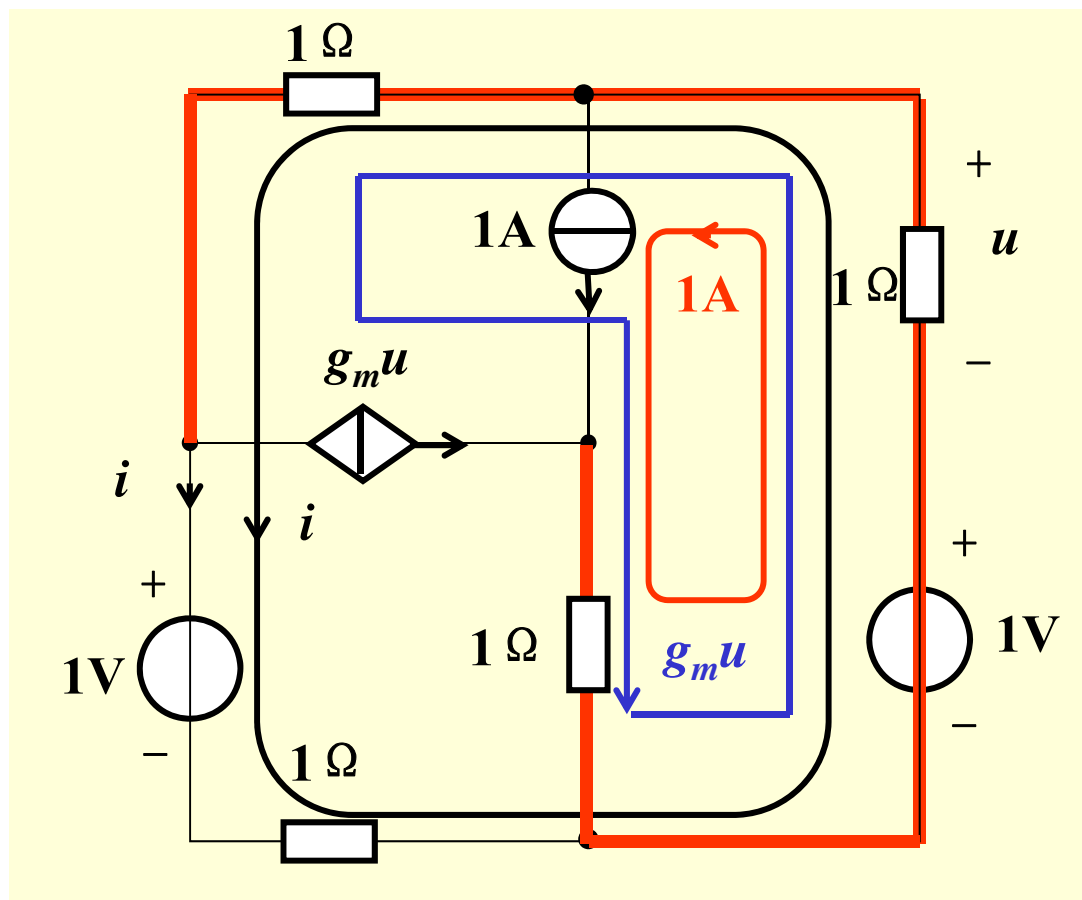
$$3i + 2g_m u = -1$$

辅助方程：

$$u = -1 \times (i + 1 + g_m u)$$

$$\text{解得 } i = \frac{g_m - 1}{3 + g_m}$$

$$\text{所以 } g_m = 1S$$





§ 3-6 割集分析法

变量：树支电压

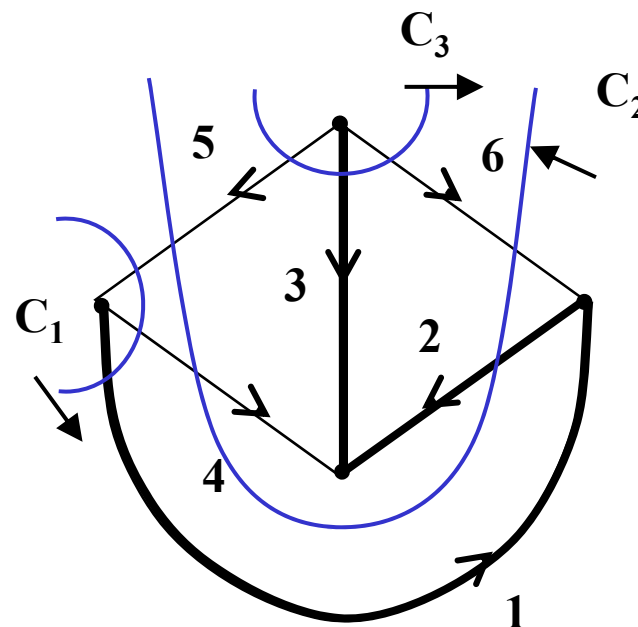
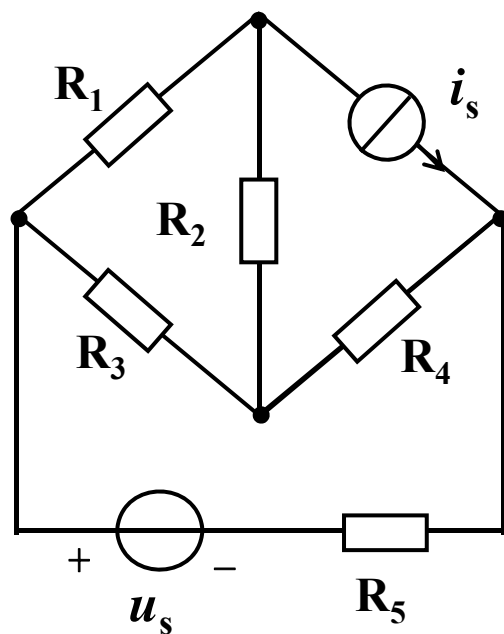
方法：根据基本割集建立KCL方程

方程数：有 $n-1$ 个树支电压，方程数 $=n-1$

选一个合适的树：将电压源及电压控制量选为树支，将电流源及电流控制量选为连支



例：



- 步骤：（1）选一个“合适”的树，并给各支路定向。
- （2）画出基本割集及其参考方向。
- （3）写基本割集的 KCL 方程。





C_1 :

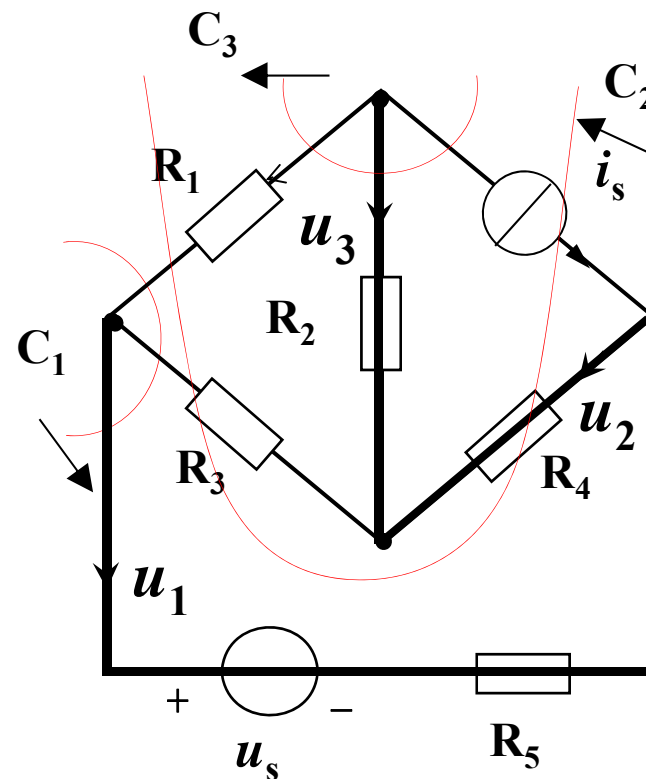
$$-\frac{u_3 - u_2 - u_1}{R_1} + \frac{u_1 - u_s}{R_5} + \frac{u_1 + u_2}{R_3} = 0$$

C_2 :

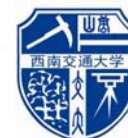
$$-i_s + \frac{u_2}{R_4} + \frac{u_1 + u_2}{R_3} - \frac{u_3 - u_2 - u_1}{R_1} = 0$$

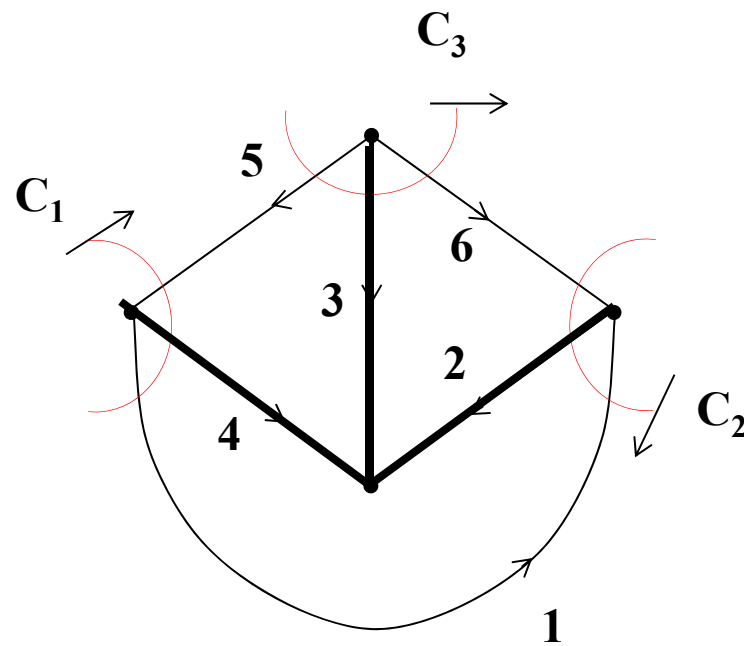
C_3 :

$$\frac{u_3 - u_2 - u_1}{R_1} + \frac{u_3}{R_2} + i_s = 0$$



(4) 联立求解，得树支电压 u_1 、 u_2 、 u_3 。

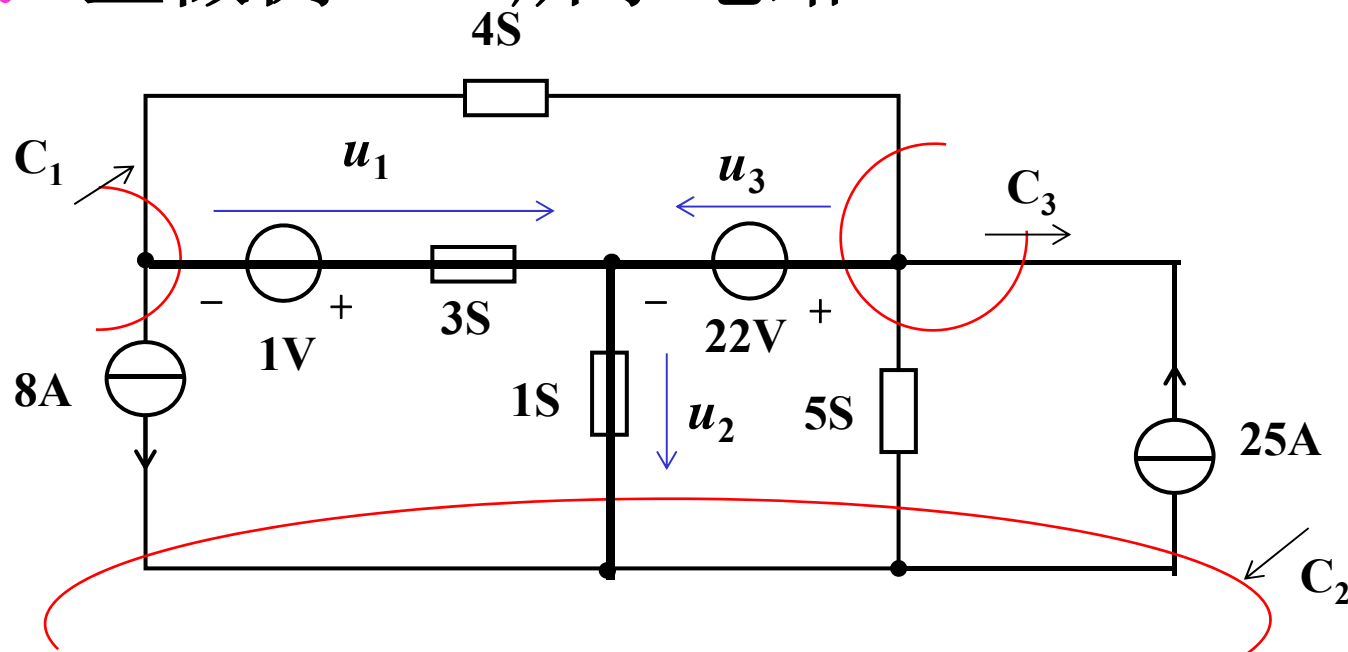




结点电压法是割集法的特例。

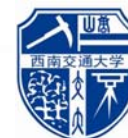


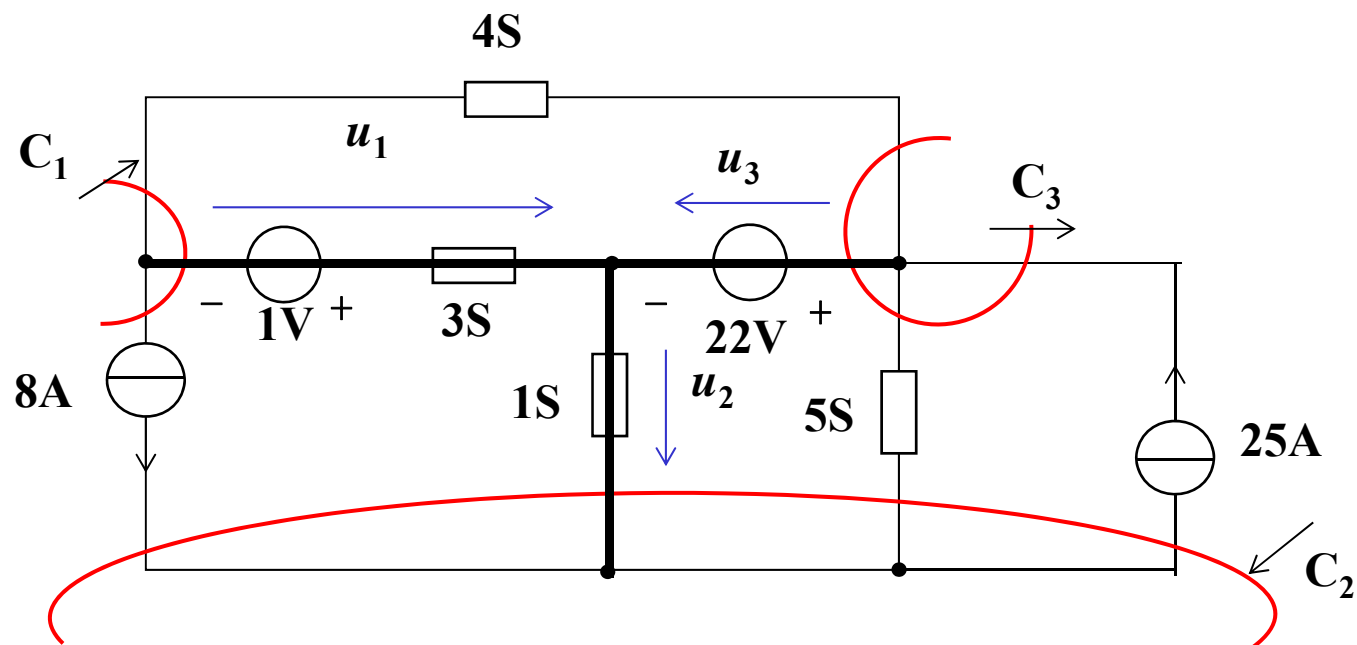
例：重做例3—7所示电路。



解：选树支电压： u_1 、 u_2 和 u_3 。

$u_3 = 22\text{V}$ 已知，可不建立 u_3 的割集方程。





$$C_1: \quad 4(u_1 - 22) + 3 + 3u_1 + 8 = 0$$

$$C_2: \quad 8 + 1 \times u_2 + 5(22 + u_2) - 25 = 0$$

$$\text{解得:} \quad u_1 = 11V \quad u_2 = -15.5V$$

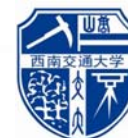
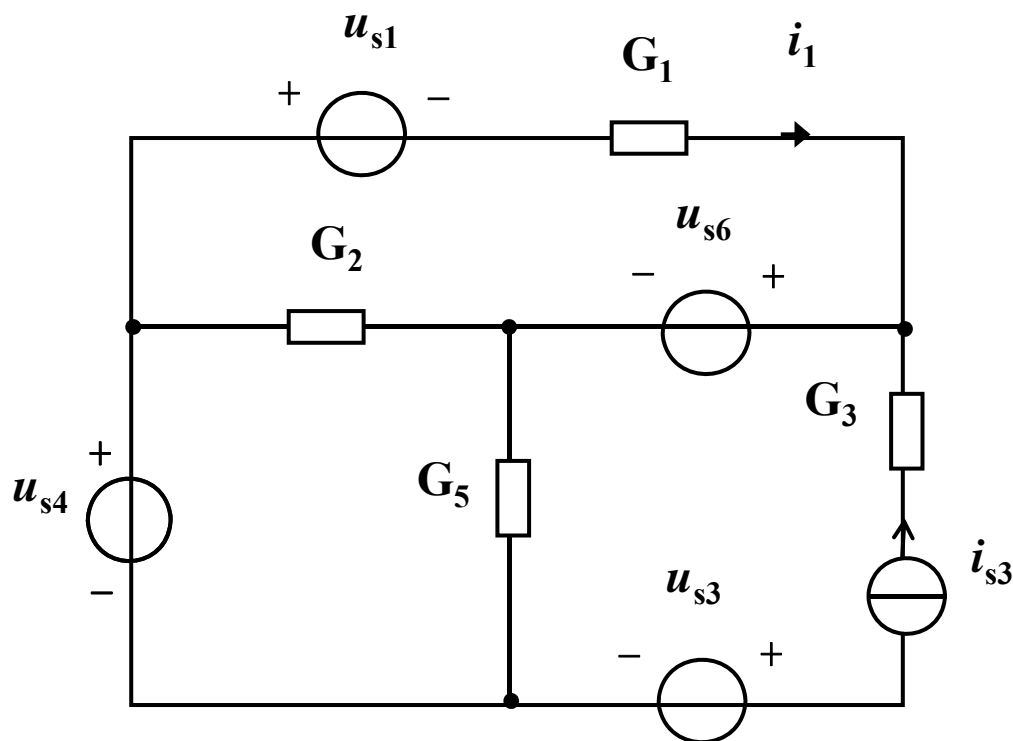


例： 已知：

$$G_1 = 1S, \quad G_2 = 2S, \quad G_3 = 3S, \quad G_5 = 5S, \quad u_{s1} = 1V, \quad u_{s3} = 3V,$$

$$i_{s3} = 3A, \quad u_{s4} = 4V, \quad u_{s6} = 6V$$

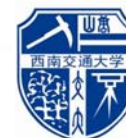
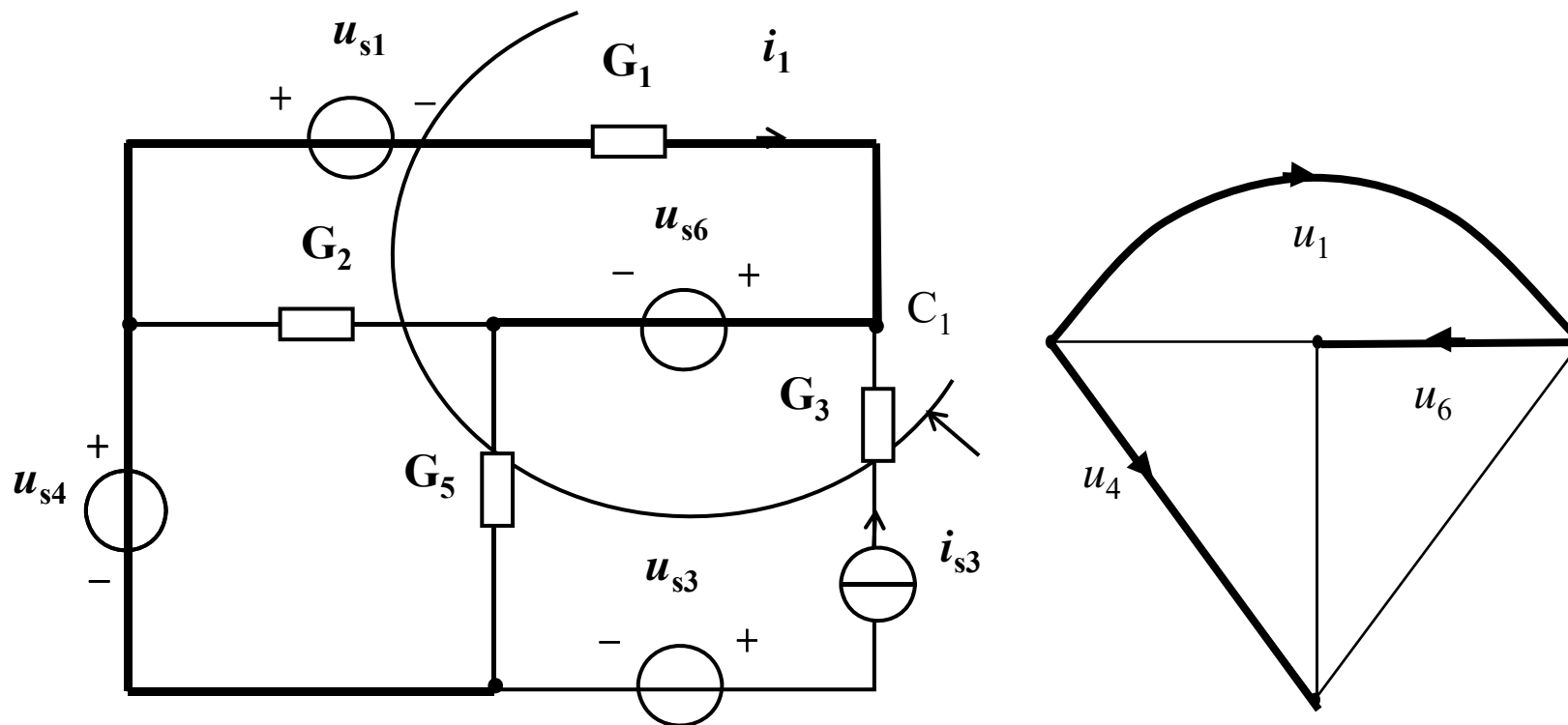
试用割集分析法求 i_1 及电压源 u_{s1} 发出的功率。

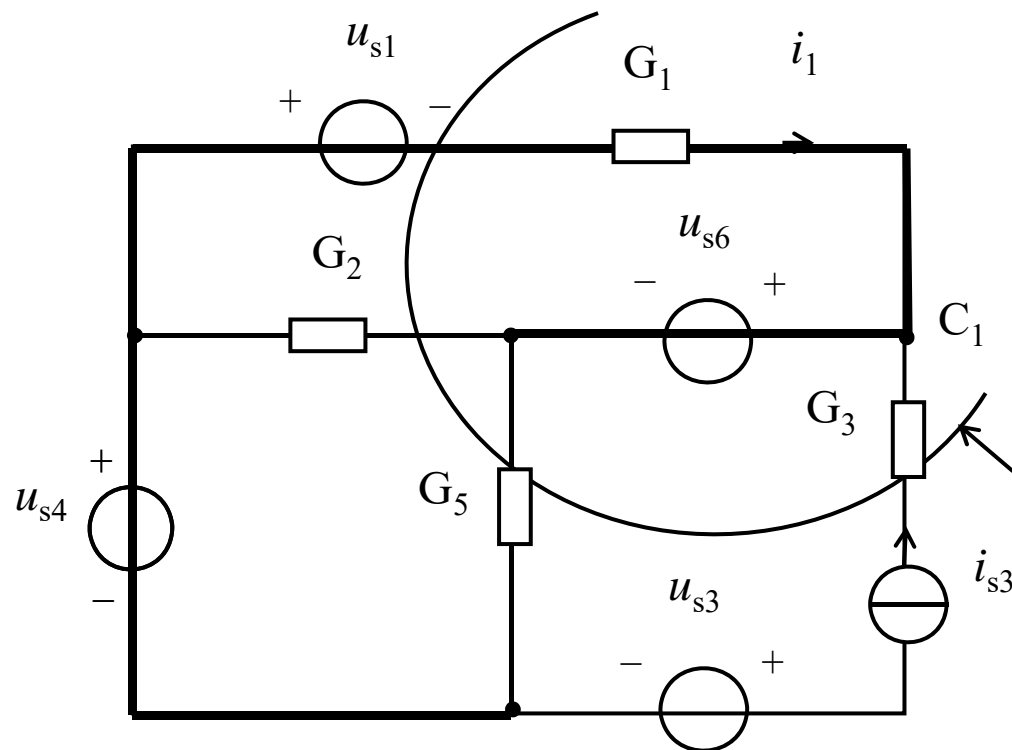


解：选树如图，树支电压 u_1 、 u_4 、 u_6 。

$$\therefore u_4 = u_{s4} = 4V \quad u_6 = u_{s6} = 6V$$

\therefore 可不建立关于 u_4 和 u_6 的基本割集方程。



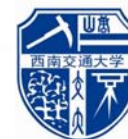


$$C_1: \quad G_1(u_1 - u_{s1}) + G_2(u_1 + u_{s6}) + G_5(-u_{s4} + u_1 + u_{s6}) + i_{s3} = 0$$

$$\text{即} \quad 8u_1 + 24 = 0 \quad \text{得} \quad u_1 = -3V$$

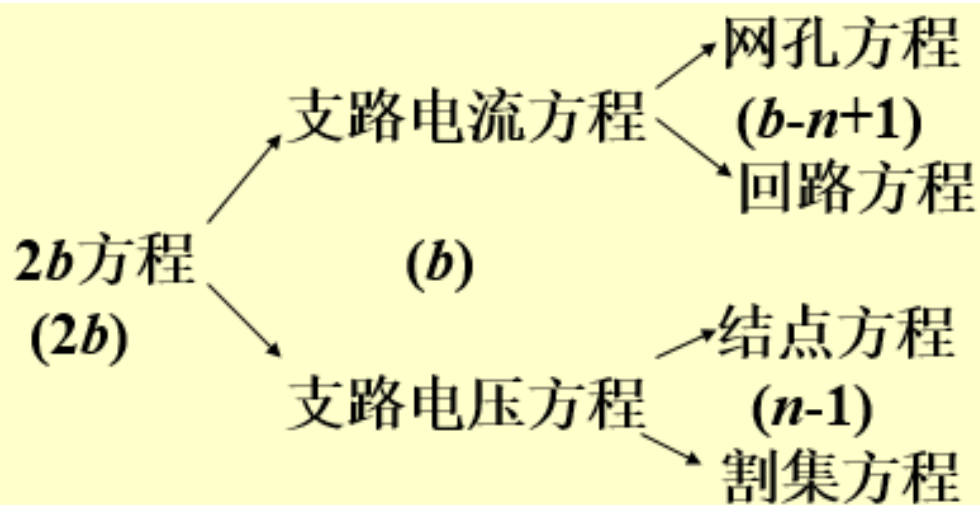
$$\therefore \quad i_1 = G_1(u_1 - u_{s1}) = (-3 - 1) = -4A$$

$$p_{u_{s1}} = -u_{s1}i_1 = 4W$$



电路分析方法回顾

到目前为止，我们已经介绍了 $2b$ 方程法，支路电流法、结点电压法、网孔电流法、回路分析法及割集分析法。其核心是用数学方式来描述电路中电压电流约束关系的一组电路方程，这些方程间的关系，如下所示





由于分析电路有多种方法，就某个具体电路而言，采用某个方法可能比另外一个方法好。在分析电路时，就有选择分析方法的问题。

选择分析方法时通常考虑的因素有 (1) 联立方程数目少；(2) 列写方程比较容易；(3) 所求解的电压电流就是方程变量；(4) 个人喜欢并熟悉的某种方法。

