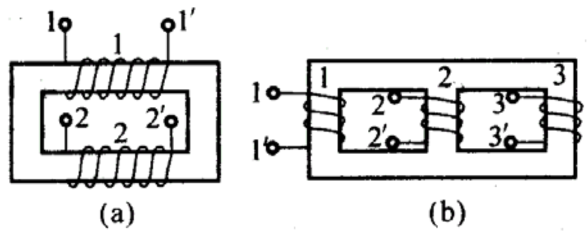
10－1 试确定图示耦合线圈的同名端.



题 10－1 图

解 当电流分别从两线圈各自的某端同时流入（或流出）时，若两者产生的磁通相互增强，则这两端称为耦合线圈的同名端.

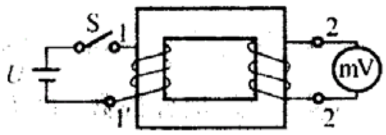
根据以上定义，可分别假设各线圈中流过施感电流，判别其所产生磁通的相互情况，若相互增强（同向），则电流入端互为同名端；若相互削弱（反向），则电流入端互为异名端.

可以判别对图(a)，同名端为(1,2′)或(1′,2)；对图(b)，同名端为(1,2′)，(1,3′)，(2,3′).

10－2 两个具有耦合的线圈如图所示.

(1) 标出它们的同名端；

(2) 当图中开关 S 闭合时或闭合后再打开时，试根据毫伏表的偏转方向确定同名端.

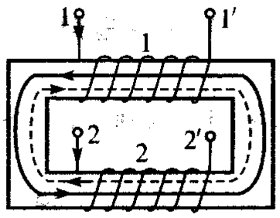


题 10－2 图

解 (1) 根据题 10－1 所用的方法，可判定同名端为(1,2)，在图上用相同的符号“·”标出（图略）.

(2) 该电路可以用于耦合线圈同名端的测试. 当开关 S 快速闭合时，线圈 1 中有随时间增大的电流 i_1 从电源正极流入线圈 1 的端子 1，此时 $\frac{di_1(t)}{dt} > 0$，则毫伏表的高电位端与端子 1 为同名端. 当开关 S 闭合后再打开时，电流 i_1 突然变小，此时毫伏表低电位端与端子 1 为同名端.

10-3 若有电流 $i_1 = 2 + 5\cos(10t + 30°)$ A，$i_2 = 10e^{-5t}$ A，各从图 10-1(a) 所示线圈的 1 端和 2 端流入，并设线圈 1 的电感 $L_1 = 6$ H，线圈 2 的电感 $L_2 = 3$ H，互感为 $M = 4$ H. 试求：(1) 各线圈的磁通链；(2) 端电压 $u_{11'}$ 和 $u_{22'}$；(3) 耦合因数 k.



题解 10-3 图

解 依题意，作题解 10-3 图，则

(1) $\Psi_1 = \Psi_{11} - \Psi_{12} = L_1 i_1 - M i_2$

$$= 6 \times [2 + 5\cos(10t + 30°)] - 4 \times 10e^{-5t}$$

$$= (12 + 30\cos(10t + 30°) - 40e^{-5t})\text{Wb}$$

$$\Psi_2 = \Psi_{22} - \Psi_{21} = L_2 i_2 - M i_1$$

$$= (-8 - 20\cos(10t + 30°) + 30e^{-5t})\text{Wb}$$

(2) $u_{11'} = \frac{d\Psi_1}{dt} = \frac{d}{dt}[12 + 30\cos(10t + 30°) - 40e^{-5t}]$

$$= (-300\sin(10t + 30°) + 200e^{-5t})\text{V}$$

$$u_{22'} = \frac{d\Psi_2}{dt} = \frac{d}{dt}[-8 - 20\cos(10t + 30°) + 30e^{-5t}]$$

$$= (200\sin(10t + 30°) - 150e^{-5t})\text{V}$$

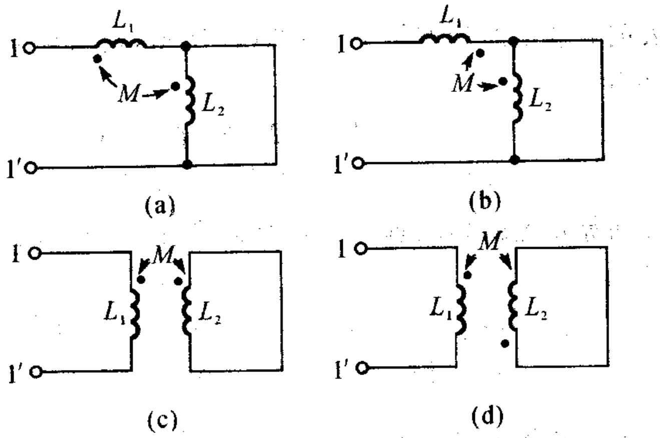
(3) $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{4}{\sqrt{6 \times 3}} = 0.943$

10-4 能否使两个耦合线圈的耦合因数 $k = 0$.

解 能. 耦合因数 k 的大小与线圈的结构、两线圈之间的相互位置以及线圈周围的磁介质有关. 如果让两线圈距离很远，或者轴线呈垂直放置，则因为耦合磁通在这种情况下近似为零，从而使耦合因数 $k = 0$，即没有耦合.

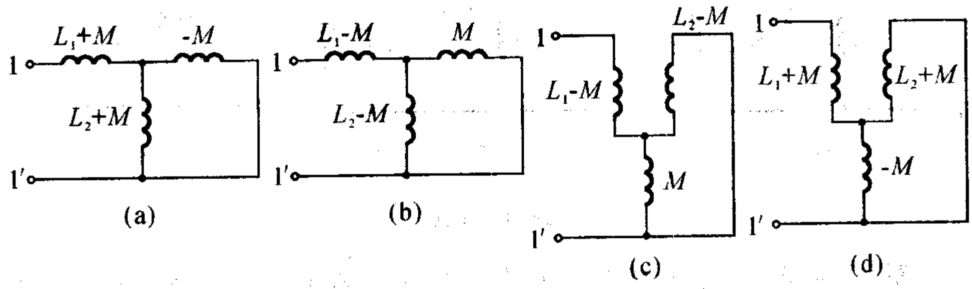
10-5 图示电路中 $L_1 = 6$ H，$L_2 = 3$H，$M = 4$ H. 试求从端子 1-1′

看进去的等效电感.



题 10－5 图

解 提示 含有耦合电感的电路的分析要注意恰当地使用去耦等效的方法.



题解 10－5 图

(1) 去耦等效电路如题解 10－5 图(a) 所示，则从端子 1－1′ 看进去的等效电感为

$$\begin{aligned} L_{eq} &= (L_1+M)+[(L_2+M) \mathbin{/\!/} (-M)] \\ &= (6+4)+[(3+4) \mathbin{/\!/} (-4)] = 10+[7 \mathbin{/\!/} (-4)] \\ &= 10+\frac{7\times(-4)}{7+(-4)} = 0.667\ \mathrm{H} \end{aligned}$$

(2) 去耦等效电路如题解 10－5 图(b) 所示，则从端子 1－1′ 看进去的等效电感为

$$\begin{aligned} L_{eq} &= (L_1-M)+[(L_2-M) \mathbin{/\!/} M] \\ &= (6-4)+[(3-4) \mathbin{/\!/} 4] = 2+[(-1) \mathbin{/\!/} 4] \end{aligned}$$

$$= 2 + \frac{(-1) \times 4}{(-1) + 4} = 0.667\ \text{H}$$

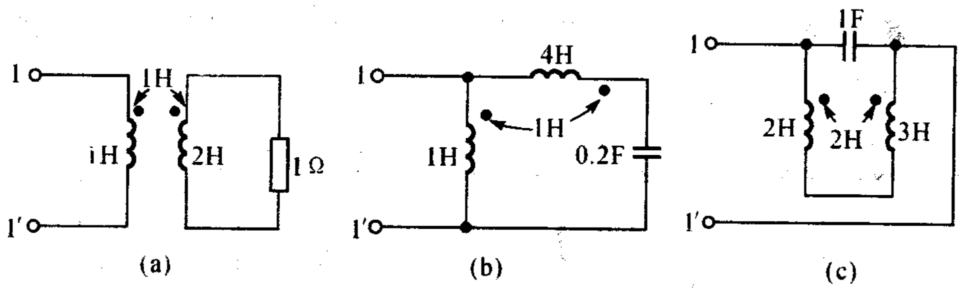
(3) 去耦等效电路如题解 10－5 图(c) 所示，则从端子 1－1′ 看进去的等效电感为

$$L_{eq} = (L_1 - M) + [M \mathbin{/\!/} (L_2 - M)]$$
$$= 2 + [4 \mathbin{/\!/} (-1)] = 0.667\ \text{H}$$

(4) 去耦等效电路如题解 10－5 图(d) 所示，则从端子 1－1′ 看进去的等效电感为

$$L_{eq} = (L_1 + M) + [(-M) \mathbin{/\!/} (L_2 + M)]$$
$$= 10 + [(-4) \mathbin{/\!/} 7] = 0.667\ \text{H}$$

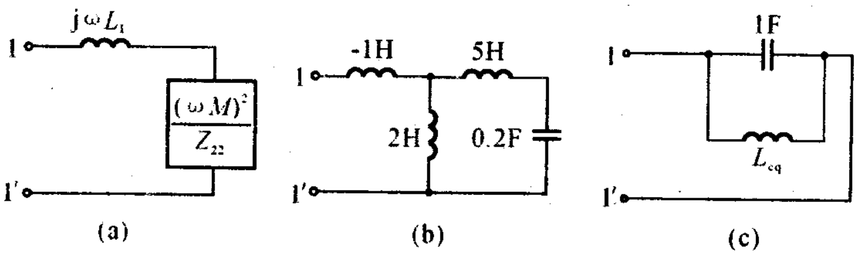
10－6 求图示电路的输入阻抗 $Z(\omega = 1\ \text{rad/s})$.



题 10－6 图

解 提示 一般情况下对于空芯变压器电路宜采用原边(或副边)等效电路法以利于分析计算.

对题 10－6 图(a) 采用原边等效电路法，对(b)，(c) 两电路分别采用去耦等效，得题解 10－6 图(a)，(b)，(c)，则：



题解 10－6 图

(1) $Z = j\omega L_1 + \dfrac{(\omega M)^2}{Z_{22}} = (j1 + \dfrac{1}{1+j2})\Omega = (0.2 + j0.6)\ \Omega$

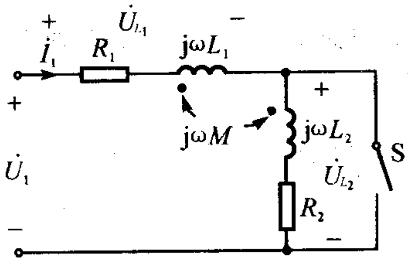
(2) $Z = -j1 + [j2 \mathbin{/\!/} (j5 - j\dfrac{1}{0.2})] = -j1\ \Omega$

(3) $L_{eq} = L_1 + L_2 - 2M = 2 + 3 - 2\times 2 = 1$ H，而由于

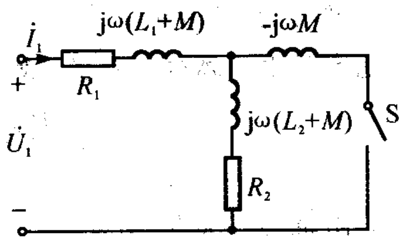
$$\frac{1}{\sqrt{L_{eq}C}} = \frac{1}{\sqrt{1\times 1}} = 1 = \omega$$

电路此时发生并联谐振，则输入电流为零，输入阻抗 Z 为无穷大.

10-7 图示电路中 $R_1 = R_2 = 1\ \Omega, \omega L_1 = 3\ \Omega, \omega L_2 = 2\ \Omega, \omega M = 2\ \Omega, U_1 = 100$ V. 求：(1) 开关 S 打开和闭合时的电流 $\dot{I}_1$；(2) S 闭合时各部分的复功率.



题 10-7 图



题解 10-7 图

解 依题意作出去耦等效电路如题解 10-7 图所示，并设 $\dot{U}_1 = 100\underline{/0^\circ}$ V，则

(1) 开关打开时，为两线圈顺串，则

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)}$$
$$= \frac{100\underline{/0^\circ}}{(1+1) + j(3+2+2\times 2)}\ \text{A}$$
$$= \frac{100}{2+j9}\text{A} = 10.85\underline{/-77.47^\circ}\ \text{A}$$

开关闭合时

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{[R_2 + j\omega(L_2+M)] \mathbin{/\!/} (-j\omega M) + R_1 + j\omega(L_1+M)}$$
$$= \frac{100\underline{/0^\circ}}{(1+j4) \mathbin{/\!/} (-j2) + 1 + j5} = 43.85\underline{/-37.88^\circ}\text{A}$$

(2) 开关S闭合时，由于线圈2被短路，其电压 $\dot{U}_{L2}=0$，则线圈2上不吸收复功率，且线圈1上的电压 $\dot{U}_{L1}=\dot{U}_1$，则线圈1上吸收的复功率应为：

$$\bar{S}_{L1}=\dot{U}_{L1}\cdot\dot{I}_1^*=100\underline{/0^\circ}\times43.85\underline{/37.88^\circ}\ \text{V}\cdot\text{A}$$
$$=4385\underline{/37.88^\circ}\ \text{V}\cdot\text{A}$$

电源部分发出的复功率应为

$$\bar{S}=\dot{U}_1\dot{I}_1^*=\bar{S}_{L1}=4385\underline{/37.88^\circ}\ \text{V}\cdot\text{A}$$

10-8 把两个线圈串联起来，接到50Hz、220V的正弦电源上，顺接时得电流 $I=2.7\text{A}$，吸收的功率为218.7W；反接时电流为7A，求互感 M.

解 提示 利用两个线圈顺接和反接的去耦等效电路分析.

依题意，$U_s=220\text{V}$，$\omega=2\pi f=314\ \text{rad/s}$.

顺接时，等效电阻为 $R=R_1+R_2$，等效电感为 L_1+L_2+2M，则由于功率是电阻器件消耗的，故 $P=I^2R$，则有

$$R=\frac{P}{I^2}\Omega=\frac{218.7}{2.7^2}\Omega=30\ \Omega$$

且总阻抗为 $\sqrt{R^2+\omega^2(L_1+L_2+2M)^2}=\dfrac{U_s}{I}=\dfrac{220}{2.7}=81.48$

故 $$\omega(L_1+L_2+2M)=\sqrt{81.48^2-30^2}=75.76 \tag{1}$$

反接时，等效电阻不变，等效电感为 L_1+L_2-2M，则总阻抗为

$$\sqrt{R^2+\omega^2(L_1+L_2-2M)^2}=\frac{U_s}{I}=\frac{220}{7}=31.43$$

故 $$\omega(L_1+L_2-2M)=\sqrt{31.43^2-30^2}=9.37 \tag{2}$$

式(1)减去式(2)可得

$$M=\frac{75.76-9.37}{4\omega}\text{mH}=52.86\ \text{mH}$$

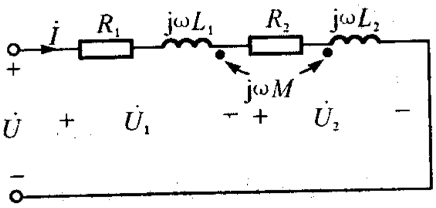
10-9 电路如图所示，已知两个线圈的参数为：$R_1=R_2=100\ \Omega$，$L_1=3\ \text{H}$，$L_2=10\ \text{H}$，$M=5\ \text{H}$，正弦电源的电压 $U=220\ \text{V}$，$\omega=100$ rad/s.

(1) 试求两个线圈端电压，并作出电路的相量图；

(2) 证明两个耦合电感反接串联时不可能有 $L_1+L_2-2M<0$；

(3) 电路中串联多大的电容可使电路发生串联谐振；

(4) 画出该电路的去耦等效电路.



题 10－9 图

解 该电路中耦合线圈为反接串联，其等效电感 $L_{eq}=L_1+L_2-2M=3+10-2\times5=3\text{H}$.

令 $\dot{U}=220\underline{/0^\circ}\text{V}$，则电流 $\dot{I}$ 为

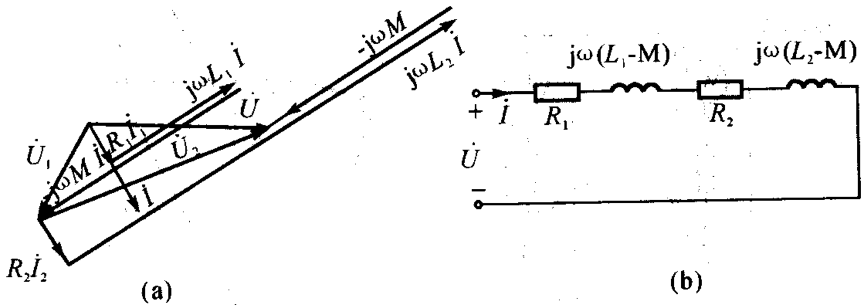
$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{(R_1+R_2)+j\omega L_{eq}}=\frac{220\underline{/0^\circ}}{100+100+j300}=0.61\underline{/-56.31^\circ}\ \text{A}$$

(1) 两个线圈端电压分别为 $\dot{U}_1$ 和 $\dot{U}_2$，其参考方向如图所示，则

$$\begin{aligned}\dot{U}_1&=[R_1+j\omega(L_1-M)]\dot{I}\\&=[100+j100\times(3-5)]\times0.61\underline{/-56.31^\circ}\ \text{V}\\&=136.4\underline{/-119.74^\circ}\ \text{V}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_2&=[R_2+j\omega(L_2-M)]\dot{I}\\&=[100+j100\times(10-5)]\times0.61\underline{/-56.31^\circ}\ \text{V}\\&=311.04\underline{/22.38^\circ}\ \text{V}\end{aligned}$$

电路相量图如题解 10－9 图(a) 所示.



题解 10－9 图

(2) 即要证明此时 $L_1+L_2-2M\geqslant0$ 成立.

耦合因数 $$k=\frac{M}{\sqrt{L_1L_2}}\leqslant1$$

则有 $$M\leqslant\sqrt{L_1L_2}$$

而 $$(\sqrt{L_1}-\sqrt{L_2})^2\geqslant0$$

得 $$L_1+L_2-2\sqrt{L_1L_2}\geqslant 0$$

因此 $$L_1+L_2\geqslant 2\sqrt{L_1L_2}$$

故 $L_1+L_2\geqslant 2M$ 成立，亦即 $L_1+L_2-2M\geqslant 0$.

(3) 根据串联谐振的条件 $\omega L_{\text{eq}}-\dfrac{1}{\omega C}=0$，可得

$$\omega L_{\text{eq}}=\frac{1}{\omega C}$$

所以 $$C=\frac{1}{\omega^2 L_{\text{eq}}}=\frac{1}{100^2\times 3}=33.33\ \mu\text{F}$$

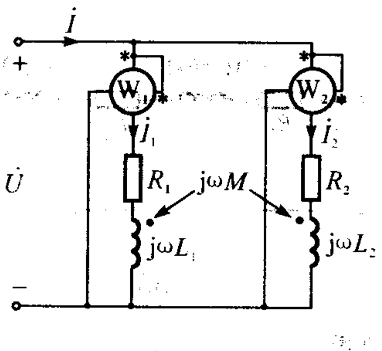
(4) 去耦等效电路如题解 10－9 图(b) 所示.

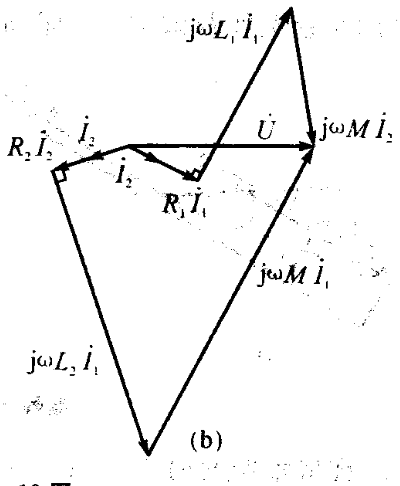
10－10 把题 10－9 中的两个线圈改为同侧并联接至相同的电源上.

(1) 此时要用两个功率表分别测量两个线圈的功率，试画出它们的接线图，求出功率表的读数，并作必要的解释，作出电路的相量图；

(2) 求电路的等效阻抗.

解 (1) 依题意作电路图如题解 10－10 图(a) 所示，则功率表的读数分别对应各自线圈所吸收的有功功率.





题解 10－10 图

设 $\dot U=220\angle 0^\circ$V，则对各支路可列写 KVL 方程：

$$\begin{cases}(R_1+j\omega L_1)\dot I_1+j\omega M\dot I_2=\dot U\\(R_2+j\omega L_2)\dot I_2+j\omega M\dot I_1=\dot U\end{cases}$$

即
$$\begin{cases}(100+\mathrm{j}300)\dot{I}_1+\mathrm{j}500\dot{I}_2=220\underline{/0^\circ}\\(100+\mathrm{j}1000)\dot{I}_2+\mathrm{j}500\dot{I}_1=220\underline{/0^\circ}\end{cases}$$

解上述方程组得
$$\begin{cases}\dot{I}_1=0.825\underline{/-28.41^\circ}\ \mathrm{A}\\\dot{I}_2=0.362\underline{/-170.56^\circ}\ \mathrm{A}\end{cases}$$

则两个功率表读数为

$$P_1=UI_1\cos\varphi_1=220\times0.825\times\cos28.41^\circ\mathrm{W}=159.64\mathrm{W}$$

$$P_2=UI_2\cos\varphi_2=220\times0.362\times\cos170.56^\circ\mathrm{W}=-78.56\mathrm{W}$$

$P_2<0$ 表明线圈 2 发出功率，这是由于互感引起的，在读取数值时应注意使用功率表上的反向旋组或调整电流圈的接线.

该电路的相量图如题解 10－10 图(b) 所示.

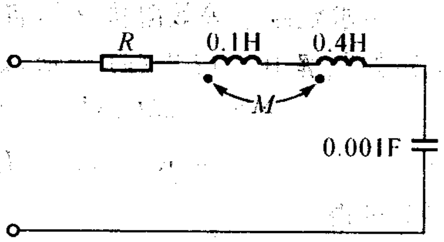
(2) 电路的等效阻抗为

$$Z_{\mathrm{eq}}=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{\dot{U}}{\dot{I}_1+\dot{I}_2}$$

$$=\frac{220\underline{/0^\circ}}{0.825\underline{/-28.41^\circ}+0.362\underline{/-170.56^\circ}}\Omega$$

$$=\frac{220\underline{/0^\circ}}{0.583\underline{/-50.8^\circ}}\Omega=377\underline{/50.8^\circ}\Omega$$

10－11 图示电路中 $M=0.04$ H. 求此串联电路的谐振频率.



题 10－11 图

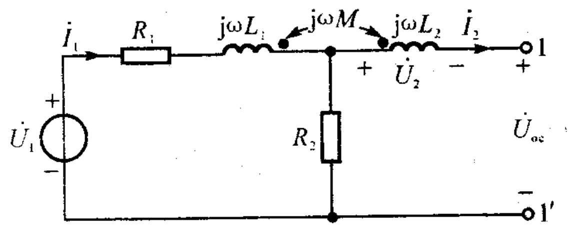
解 依题意，两耦合电感为顺接串联，其等效电感为

$$L_{\mathrm{eq}}=L_1+L_2+2M$$
$$=0.1+0.4+2\times0.04$$
$$=0.58\ \mathrm{H}$$

则此串联电路的谐振频率为

$$\omega=\frac{1}{\sqrt{L_{\mathrm{eq}}C}}=\frac{1}{\sqrt{0.58\times0.001}}=41.52\ \mathrm{rad/s}$$

10－12 求图示一端口电路的戴维宁等效电路. 已知 $\omega L_1=\omega L_2=10\ \Omega,\omega M=5\ \Omega,R_1=R_2=6\ \Omega,U_1=60$ V(正弦).



题 10－12 图

解　提示　对于含有耦合电感的一端口，求其戴维宁等效阻抗应采用加压求流法或加流求压法处理；也可以利用去耦等效电路来做.

解法Ⅰ　设 $\dot{U}_1 = U_1\angle 0° = 60\angle 0°$ V，先求 $\dot{U}_{oc}$，此时 1－1′ 开路，则 $\dot{I}_2 = 0$ A，故 L_1 上无互感电压，L_2 也没有自感电压，且

$$\begin{aligned}\dot{U}_{oc} &= -\dot{U}_2 + R_2\dot{I}_1 = -(-j\omega M\dot{I}_1) + R_2\dot{I}_1 \\ &= j\omega M\dot{I}_1 + R_2\dot{I}_1\end{aligned}$$

而
$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{R_1 + R_2 + j\omega L_1}$$

故
$$\begin{aligned}\dot{U}_{oc} &= (R_2 + j\omega M)\dot{I}_1 = \frac{R_2 + j\omega M}{R_1 + R_2 + j\omega L_1}\dot{U}_1 \\ &= \frac{6 + j5}{6 + 6 + j10} \times 60\angle 0° = 30\angle 0° \text{V}\end{aligned}$$

再求戴维宁等效阻抗 Z_{eq}，将独立电压源置零后采用加压求流法，电路如题解 10－12 图(a) 所示，则可列写网孔电流方程为

$$\begin{cases}(R_2 + j\omega L_2)\dot{I}_{m1} - (R_2 + j\omega M)\dot{I}_{m2} = \dot{U} \\ (R_1 + R_2 + j\omega L_1)\dot{I}_{m2} - (R_2 + j\omega M)\dot{I}_{m1} = 0\end{cases}$$

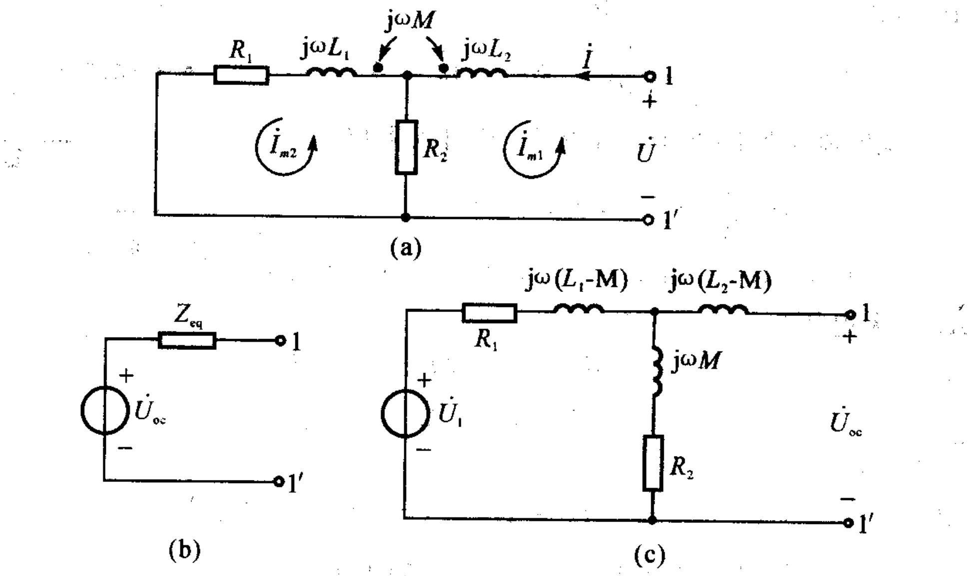
解之可得

$$\dot{I}_{m1} = \frac{(R_1 + R_2 + j\omega L_1)\dot{U}}{(R_1 + R_2 + j\omega L_1)(R_2 + j\omega L_2) - (R_2 + j\omega M)^2}$$

则
$$\begin{aligned}Z_{eq} &= \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}_{m1}} = (R_2 + j\omega L_2) - \frac{(R_2 + j\omega M)^2}{R_1 + R_2 + j\omega L_1} \\ &= 6 + j10 - \frac{(6 + j5)^2}{6 + 6 + j10} = (3 + j7.5)\Omega\end{aligned}$$

可得该含源一端口的戴维宁等效电路如题解 10－12 图(b) 所示.

解法Ⅱ　利用去耦等效电路计算，该电路的去耦等效电路如题解 10－12 图(c) 所示.



题解 10－12 图

设 $\dot{U}_1 = 60\angle 0^\circ\text{V}$，则由于求取 $\dot{U}_{oc}$ 时 $1-1'$ 开路，故 $j\omega(L_2-M)$ 上无电流，亦无电压，则

$$\dot{U}_{oc} = \frac{(R_2+j\omega M)\dot{U}_1}{R_1+R_2+j\omega(L_1-M)+j\omega M}$$

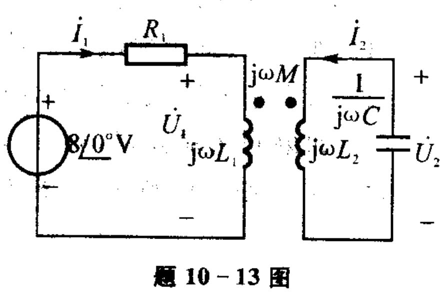
$$= \frac{(6+j5)\times 60\angle 0^\circ}{6+6+j(10-5)+j5} = 30\angle 0^\circ\text{V}$$

戴维宁等效阻抗为

$$Z_{eq} = [R_1+j\omega(L_1-M)] \mathbin{/\!/} (R_2+j\omega M)+j\omega(L_2-M)$$

$$= (6+j5) \mathbin{/\!/} (6+j5)+j5 = (3+j7.5)\Omega$$

10－13 图示电路中 $R_1 = 1\,\Omega, \omega L_1 = 2\,\Omega, \omega L_2 = 32\,\Omega, \omega M = 8\,\Omega, \dfrac{1}{\omega C} = 32\,\Omega$. 求电流 $\dot{I}_1$ 和电压 $\dot{U}_2$.



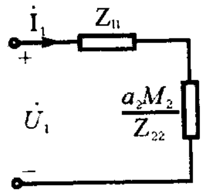
题 10－13 图

解　提示　对于空芯变压器电路，一般可以采用原、副边等效电路来简化计算，有时也可以用去耦等效法，对于很简单的电路，直接列写电路的回路方程也比较方便.

解法 Ⅰ　原电路的原边等效电

路如题解 10 - 13 图所示，由于

$$Z_{22}=\mathrm{j}\omega L_2+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}=\mathrm{j}32-\mathrm{j}32=0$$



题解 10 - 13 图

说明副边回路处于谐振状态，则引入阻抗

$$\frac{(\omega M)^2}{Z_{22}}\rightarrow\infty\text{，故 }\dot{I}_1=0.$$

对题 10 - 13 图，由于 $\dot{I}_1=0$，则 $\dot{U}_1=8\angle 0^\circ$（电阻 R_1 上无电压）.

而
$$\dot{U}_1=\mathrm{j}\omega L_1\dot{I}_1+\mathrm{j}\omega M\dot{I}_2=\mathrm{j}\omega M\dot{I}_2$$

故
$$\dot{I}_2=\frac{\dot{U}_1}{\mathrm{j}\omega M}=\frac{8\angle 0^\circ}{\mathrm{j}8}=-\mathrm{j}1\,\mathrm{A}$$

则
$$\dot{U}_2=-\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\cdot\dot{I}_2=\mathrm{j}32\times(-\mathrm{j}1)\,\mathrm{V}=32\angle 0^\circ\,\mathrm{V}$$

解法 Ⅱ 直接列写原、副边回路方程求解.

对原边，有 $(R_1+\mathrm{j}\omega L_1)\dot{I}_1+\mathrm{j}\omega M\dot{I}_2=8\angle 0^\circ$

对副边，有 $\left(\mathrm{j}\omega L_2+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\right)\dot{I}_2+\mathrm{j}\omega M\dot{I}_1=0$

将各数值代入后可得

$$\begin{cases}(1+\mathrm{j}2)\dot{I}_1+\mathrm{j}8\dot{I}_2=8\angle 0^\circ\\(\mathrm{j}32-\mathrm{j}32)\dot{I}_2+\mathrm{j}8\dot{I}_1=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\dot{I}_1=0\,\mathrm{A}\\\dot{I}_2=-\mathrm{j}1\,\mathrm{A}\end{cases}$$

故
$$\dot{U}_2=-\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\cdot\dot{I}_2=\mathrm{j}32\times(-\mathrm{j}1)\,\mathrm{V}=32\angle 0^\circ\,\mathrm{V}$$

10 - 14 已知空心变压器如图(a) 所示，原边的周期性电流源波形如图(b) 所示（一个周期），副边的电压表读数（有效值）为 25 V.

(1) 画出原、副边端电压的波形，并计算互感 M；

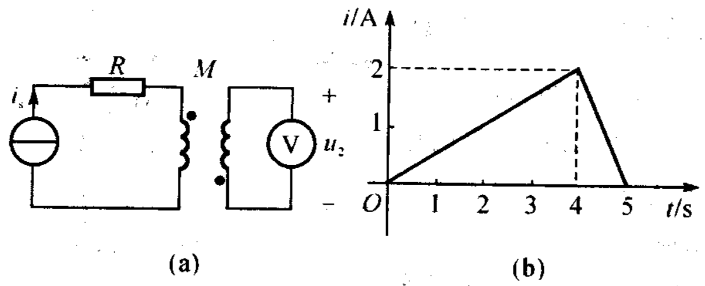
(2) 给出它的等效受控源(CCVS) 电路；

(3) 如果同名端弄错，对(1)，(2) 的结果有无影响？

解 (1) 原边电流为 i_s，根据原边电流波形图可知

$$i_s=\begin{cases}\frac{1}{2}t\ \mathrm{A} & 0\leqslant t\leqslant 4\mathrm{s}\\-2t+10\ \mathrm{A} & 4\mathrm{s}\leqslant t\leqslant 5\mathrm{s}\end{cases}$$

而副边接理想电压表，相当于副边开路，即副边无电流，故



题 10－14 图

$$u_2=-M\frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t}=\begin{cases}-\dfrac{M}{2}\mathrm{V} & 0\leqslant t\leqslant 4\mathrm{s}\\ 2M\ \mathrm{V} & 4\mathrm{s}\leqslant t\leqslant 5\mathrm{s}\end{cases}$$

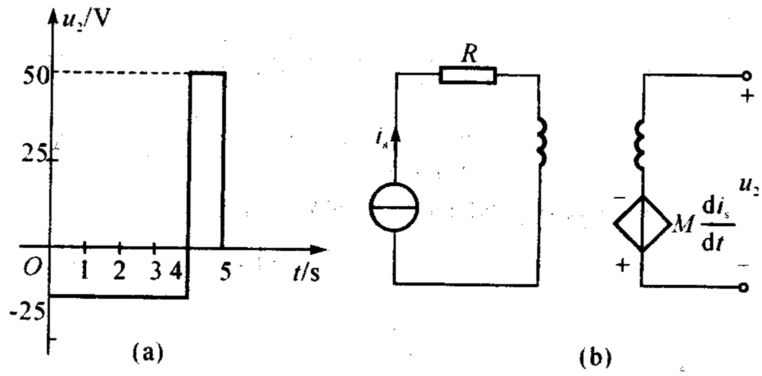
根据有效值定义可知

$$U_2=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u_2^2\,\mathrm{d}t}=\sqrt{\frac{1}{5}\int_0^5 u_2^2\,\mathrm{d}t}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{5}\left[\int_0^4\left(-\frac{M}{2}\right)^2\mathrm{d}t+\int_4^5(2M)^2\,\mathrm{d}t\right]}=M\mathrm{V}$$

而已知　$U_2=25$ V，故 $M=25$ H，则副边电压波形如题解 10－14 图(a) 所示.

(2) 等效受控源(CCVS) 电路如题解 10－14 图(b) 所示.

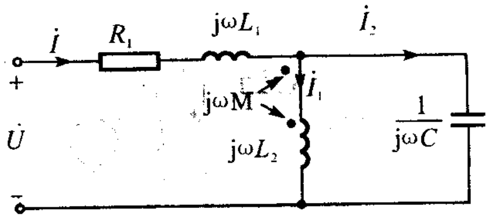


题解 10－14 图

(3) 如果同名端弄错，对互感 M 无影响，因此对电压表读数也无影响. 但是由于互感电压将反向，故(1) 中的 $u_2(t)$ 和(2) 中受控源(CCVS)

的方向将与原来方向相反.

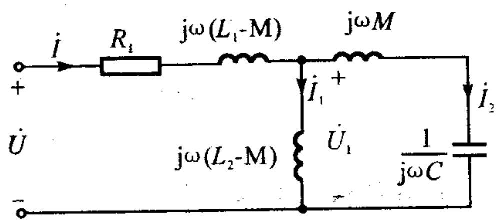
10－15 图示电路中 $R_1 = 50\ \Omega$，$L_1 = 75\ \text{mH}$，$L_2 = 25\ \text{mH}$，$M = 25\ \text{mH}$，$C = 1\ \mu\text{F}$，正弦电源的电压 $\dot{U} = 500\angle 0^\circ\ \text{V}$，$\omega = 10^4\ \text{rad/s}$. 求各支路电流.



题 10－15 图

解 提示 可采用去耦等效电路计算，也可以直接根据互感特性列写方程.

解法 I 去耦等效电路如题解 10－15 图所示，则由于



题解 10－15 图

$$L_2 = M = 25\ \text{mH}$$

故 $j\omega(L_2 - M) = 0$

因此有 $\dot{U}_1 = j\omega(L_2 - M)\cdot \dot{I}_1 = 0\text{V}$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_1}{j\omega M + \dfrac{1}{j\omega C}} = 0\ \text{A}$$

而 $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I}_1$

可得

$$\dot{I} = \dot{I}_1 = \frac{\dot{U} - \dot{U}_1}{R_1 + j\omega(L_1 - M)}$$

$$= \frac{500\angle 0^\circ}{50 + j\cdot 10^4 \times (70\times 10^{-3} - 25\times 10^{-3})}$$

$$\doteq \frac{500}{50 + j\,450} = 1.104\angle -83.66^\circ\ (\text{A})$$

解法 II 对原图直接写 KCL 和 KVL 方程，有

$$\begin{cases} \dot{U} = (R_1 + j\omega L_1)\dot{I} - j\omega M\dot{I}_1 + j\omega L_2\dot{I}_1 - j\omega M\dot{I} \\ j\omega L_2\dot{I}_1 - j\omega M\dot{I} = \dfrac{1}{j\omega C}\cdot \dot{I}_2 \\ \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \end{cases}$$

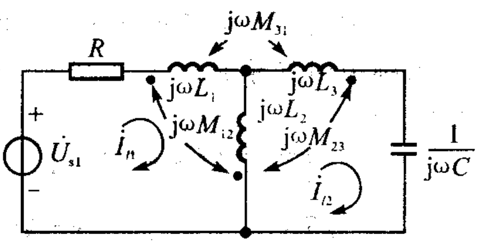
将各参数代入上述方程组并整理得

$$\begin{cases}(50+\mathrm{j}450)\dot{I}=500\underline{/0^\circ}\\ \mathrm{j}250\dot{I}_1-\mathrm{j}250\dot{I}=-\mathrm{j}100\dot{I}_2\\ \dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2\end{cases}$$

解得 $$\begin{cases}\dot{I}=\dot{I}_1=\dfrac{500\underline{/0^\circ}}{50+\mathrm{j}450}=1.104\underline{/-83.66^\circ}\mathrm{A}\\ \dot{I}_2=0\ \mathrm{A}\end{cases}$$

10-16 列出图示电路的回路电流方程.

解 **提示** 由于题目中涉及三个耦合电感，所以方程较为复杂，耦合电压较多，在列方程时可有几种办法：按元件上的电压列方程，即考察每一个元件上的电压项，一个都不能少，最后列 KVL 方程；按电流作用列方程；为避免混淆也可以设出各支路电流后列方程；先去耦再列方程.



题 10-16 图

解法 Ⅰ 按回路电流的作用直接列方程

$$[R+\mathrm{j}\omega(L_1+L_2-2M_{12})]\dot{I}_{l1}+\mathrm{j}\omega(M_{12}-M_{31}+M_{23}-L_2)\dot{I}_{l2}=\dot{U}_{s1}$$

上式第一项为 $\dot{I}_{l1}$ 在回路 1 中引起的电压降，第二项为 $\dot{I}_{l2}$ 在回路 1 中引起的电压降.

同理可对回路 2 列方程：

$$\mathrm{j}\omega(M_{12}-M_{31}+M_{23}-L_2)\dot{I}_{l1}+\left[\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}+\mathrm{j}\omega(L_2+L_3-2M_{23})\right]\dot{I}_{l2}=0$$

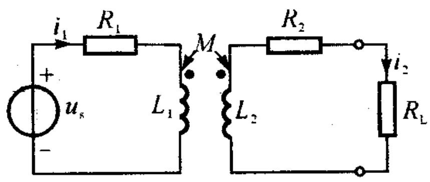
解法 Ⅱ 按元件电压列写方程

$$R\dot{I}_{l1}+[\mathrm{j}\omega L_1\dot{I}_{l1}-\mathrm{j}\omega M_{12}(\dot{I}_{l1}-\dot{I}_{l2})-\mathrm{j}\omega M_{31}\dot{I}_{l2}]+[\mathrm{j}\omega L_2(\dot{I}_{l1}-\dot{I}_{l2})-\mathrm{j}\omega M_{12}\dot{I}_{l1}+\mathrm{j}\omega M_{23}\dot{I}_{l2}]=\dot{U}_{s1}$$

$$\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\dot{I}_{l2}-[\mathrm{j}\omega L_2(\dot{I}_{l1}-\dot{I}_{l2})-\mathrm{j}\omega M_{12}\dot{I}_{l1}+\mathrm{j}\omega M_{23}\dot{I}_{l2}]+[\mathrm{j}\omega L_3\dot{I}_{l2}-\mathrm{j}\omega M_{31}\dot{I}_{l1}+\mathrm{j}\omega M_{23}(\dot{I}_{l1}-\dot{I}_{l2})]=0$$

再整理成解法 Ⅰ 的结果的形式.

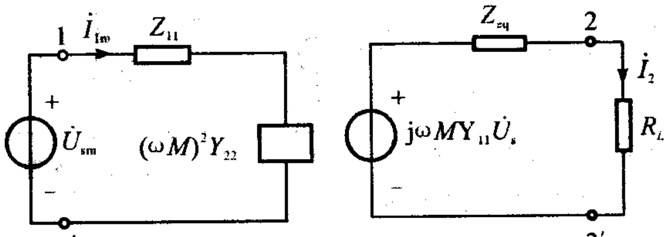
10-17 图示电路中 $L_1=3.6\ \mathrm{H}$，$L_2=0.06\ \mathrm{H}$，$M=0.465\ \mathrm{H}$，$R_1=20\ \Omega$，$R_2=0.08\ \Omega$，$R_L=42\ \Omega$，$u_s=115\cos(314t)\ \mathrm{V}$. 求：(1) 电流 i_1；(2) 用戴维宁定理求 i_2.



题 10-17 图

解　提示　对空芯变压器电路，分析原边工作情况宜采用原边等效电路；分析副边工作情况宜采用副边等效电路.

(1) 原边等效电路如题解 10-17 图(a) 所示，Z_{11} 为原边回路阻抗，Y_{22} 为副边回路导纳.



(a)　　　　(b)

题解 10-17 图

$$\dot{U}_{sm}=115\angle 0^\circ\ \mathrm{V}$$

$$Z_{11}=R_1+j\omega L_1=20+j314\times 3.6=(20+j1130.4)\Omega$$

$$Z_{22}=R_2+R_L+j\omega L_2=[0.08+42+j314\times 0.06]\Omega$$
$$=(42.08+j18.84)\Omega$$

$$Y_{22}=\frac{1}{Z_{22}}=\frac{1}{42.08+j18.84}=0.02169\angle -24.12^\circ\ \mathrm{S}$$

$$(\omega M)^2 Y_{22}=(314\times 0.465)^2\times 0.02169\angle -24.12^\circ$$
$$=462.4\angle -24.12^\circ(\Omega)$$

$$\dot{I}_{1m}=\frac{\dot{U}_{sm}}{Z_{11}+(\omega M)^2 Y_{22}}=\frac{115\angle 0^\circ}{20+j1130.4+462.4\angle -24.12^\circ}$$
$$=0.1106\angle -64.85^\circ\ (\mathrm{A})$$

故　　　$i_1=0.1106\cos(314t-64.85^\circ)\ \mathrm{A}$

(2) 题解 10-17 图(b) 所示为副边等效电路，同时也是戴维宁等效电路，其中

$$\dot{U}_{oc}=j\omega MY_{11}\dot{U}_s=\frac{j314\times0.465}{20+j1130.4}\times\frac{115}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ \text{V}$$

$$=10.502\angle 1.01^\circ \text{ V}$$

$$Z_{eq}=R_2+j\omega L_2+(\omega M)^2Y_{11}$$

$$=\left[0.08+j314\times0.06+\frac{(314\times0.465)^2}{20+j1130.4}\right]\Omega$$

$$=(0.412-j0.017)\Omega$$

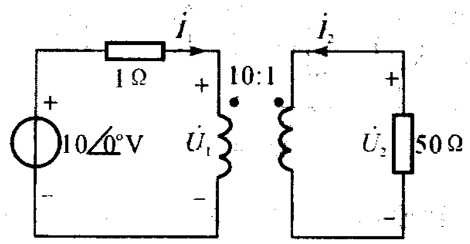
则 $$\dot{I}_2=\frac{\dot{U}_{oc}}{Z_{eq}+R_L}=\frac{j\omega MY_{11}\dot{U}_s}{Z_{eq}+R_L}=\frac{10.502\angle 1.01^\circ}{0.412-j0.017+42}$$

$$=0.2476\angle 1.033^\circ \text{ A}$$

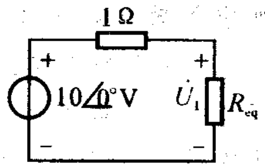
故 $$i_2=0.2476\sqrt{2}\cos(314t+1.033^\circ)\text{A}$$

$$=0.3502\cos(314t+1.033^\circ)\text{A}$$

10－18 图示电路中的理想变压器的变比为 10∶1. 求电压 $\dot{U}_2$.



题 10－18 图



题解 10－18 图

解 提示 对含有理想变压器的电路，可利用等效电路或变压器的阻抗变换特点分析，也可以直接列写方程. 应注意参考方向和同名端的影响.

解法 Ⅰ 直接列方程. 设出理想变压器的端电压和端电流如题 10－18 图中所示，则

对原边回路： $\dot{I}_1+\dot{U}_1=10\angle 0^\circ$

对副边回路： $\dot{U}_2=-50\dot{I}_2$

对理想变压器： $\dot{U}_1=n\dot{U}_2=10\dot{U}_2$

$$\dot{I}_1=-\frac{1}{n}\dot{I}_2=-\frac{1}{10}\dot{I}_2$$

解上述方程组 $$\dot{I}_1=-\frac{1}{10}\dot{I}_2=\frac{1}{10}\times\frac{\dot{U}_2}{50}=\frac{\dot{U}_2}{500}$$

因此有 $$\frac{\dot{U}_2}{500}+10\dot{U}_2=10\underline{/0^\circ}$$

故 $$\dot{U}_2=\frac{10\underline{/0^\circ}}{\frac{1}{500}+10}\text{V}=0.9998\underline{/0^\circ}\text{V}$$

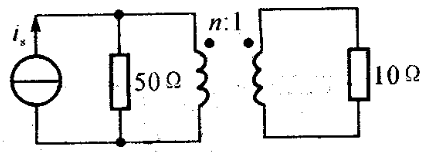
解法 Ⅱ 原边等效电路如题解 10－18 所示，R_{eq} 为副边折合到原边的等效阻抗

$$R_{eq}=n^2R_L=10^2\times 50\Omega=5000\Omega$$

$$\dot{U}_1=\frac{R_{eq}}{1+R_{eq}}\times 10\underline{/0^\circ}=\frac{5000}{1+5000}\times 10\underline{/0^\circ}\text{V}=9.998\underline{/0^\circ}\text{V}$$

故 $$\dot{U}_2=\frac{1}{n}\dot{U}_1=\frac{1}{10}\times 9.998\underline{/0^\circ}\text{V}=0.9998\underline{/0^\circ}\text{V}$$

10－19 如果使 10Ω 电阻能获得最大功率，试确定图示电路中理想变压器的变比 n.



题 10－19 图

解 提示 最大功率问题一般从戴维宁等效电路出发来分析，但适当利用原、副边等效电路和进行阻抗变换可能有助于解题.

解法 Ⅰ 将 10Ω 负载电阻折算到原边，得原边等效电路如题解 10－19 图(a) 所示，则

$$R_{eq}=n^2R_L=10n^2\ \Omega$$

由最大功率传输定理可知，要使 10Ω 上能获得最大功率，即 R_{eq} 上能获得最大功率，则有 $R_{eq}=50\Omega$.

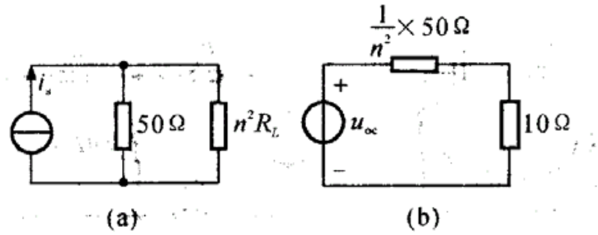
推得 $$10n^2=50$$

故 $$n=\sqrt{\frac{50}{10}}=\sqrt{5}=2.236$$

解法 Ⅱ 采用戴维宁等效电路(副边等效电路) 如题解 10－19 图 (b) 所示，则

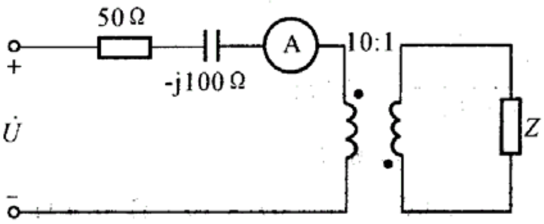
当 $\frac{1}{n^2}\times 50=10$ 时，在 10 Ω 上能够有最大功率.

故 $$n=\sqrt{\frac{50}{10}}=\sqrt{5}=2.236$$

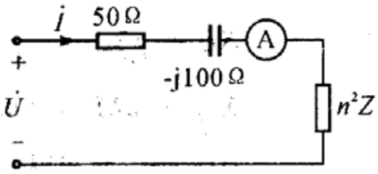


题解 10－19 图

10－20 求图示电路中的阻抗 Z. 已知电流表的读数为 10 A，正弦电压 $U=10$ V.



题 10－20 图



题解 10－20 图

解 提示 利用理想变压器阻抗变换功能，并注意到电流表读数与电阻和电压 U 的特殊关系，可简化此题的分析.

将负载阻抗折算到原边后的等效电路如题解 10－20 图所示，由于 $I=\dfrac{U}{R}=10$ A，故电流达到了最大值，电路发生了串联谐振，则

$$-\mathrm{j}100+n^2Z=0$$

故
$$Z=\frac{\mathrm{j}100}{n^2}\Omega=\frac{\mathrm{j}100}{10^2}=\mathrm{j}1\Omega$$