

## 第十四章 网络函数

## 第一部分 要点、考点归纳

## § 14-1 网络函数的定义

## 1. 网络函数的定义

在零初始条件下, 且电路的输入激励是单一的独立电压源或电流源时, 电路的零状态响应  $r(t)$  的象函数  $R(s)$  与输入激励  $e(t)$  的象函数  $E(s)$  之比。网络函数用  $H(s)$  表示, 即

$$H(s) = \frac{R(s)}{E(s)}$$

网络函数可分为两大类: 驱动点函数和转移函数。

## 2. 求网络函数的方法

(1) 利用给定的复频域电路模型按定义式求解。即按电路计算分析方法求出激励  $E(s)$  与响应  $R(s)$  之间的关系式:

$$H(s) = \frac{R(s)}{E(s)}$$

(2) 利用网络函数的零点、极点构造网络函数, 即

$$H(s) = H_0 \frac{(s - z_1)(s - z_2) \cdots (s - z_i) \cdots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \cdots (s - p_j) \cdots (s - p_n)}$$

(3) 利用频域网络函数  $H(j\omega)$  求解, 即

$$H(s) = H(j\omega) \Big|_{j\omega = s}$$

## 3. 网络函数的形式

(1) 如果响应与激励属于同一对端子, 则网络函数称为策动点函数。具体地说, 电压响应的象函数与电流激励象函数之比称为策动点阻抗函数; 电流响应的象函数与电压激励的象函数之比称为策动点导纳函数。所以, 有两种策动点函数。

(2) 如果响应与激励不属于同一对端子, 则网络函数称为转移函数。具体地说, 如果激励为电压源, 则当响应为电压时, 其网络函数称为电压转移函数; 当响应为电流时, 其网络函数称为转移导纳函数。如果激励为电流源, 则当响应为电压时, 其网络函数称为转移阻抗函数; 当响应为电流时, 其网络函数称为电流转移函数。所以, 共有四种转移函数。

## § 14-2 网络函数的极点和零点

## 1. 求网络函数的零、极点

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_0}$$

由式

可知,

网络函数  $H(s)$  的分子、分母都是关于  $s$  的多项式, 故可展开为部分分式的形式。

$$H(s) = H_0 \frac{\prod_{i=1}^m (s - z_i)}{\prod_{j=1}^n (s - p_j)}$$

式中： $H_0$  为常数。 $z_i (i=1, 2, \dots, m)$  为网络函数的零点。 $p_j (j=1, 2, \dots, n)$  为网络函数的极点。 $H(s)$  的零点和极点或为实数或为共轭复数。

## 2. 零、极点分布图

在复平面上，将  $H(s)$  的零点以 “○” 表示，极点以 “×” 表示，便得到了网络函数  $H(s)$  的零、极点分布图。

### § 14-3 极点、零点与冲激响应

#### 1. 冲激响应

由  $H(s)$  的定义可知， $R(s) = H(s) \times E(s)$

当  $E(s) = 1$  时， $R(s) = H(s)$ ，而  $E(s) = 1$  表示  $e(t) = \delta(t)$ 。所以网络函数  $H(s)$  的原函数  $h(t)$  即为电路的冲激响应即：

$$h(t) = L^{-1}[H(s)] = L^{-1}[R(s)]$$

$$\text{或 } H(s) = L[h(t)]$$

#### 2. 网络函数的极点与冲激响应的关系

若网络函数  $H(s)$  为真分式，且其分母具有单根，则网络的冲激响应为

$$h(t) = L^{-1}[H(s)] = L^{-1}\left[\sum_{i=1}^n \frac{k_i}{s - p_i}\right] = \sum_{i=1}^n k_i e^{p_i t} \quad (14-3-1)$$

式中， $p_i$  为  $H(s)$  的极点，由式 (14-3-1) 可知：

若  $p_i$  为负实数根，则  $e^{p_i t}$  为衰减的指数函数；当  $p_i$  为正实数根时， $e^{p_i t}$  为增长的指数函数，而且  $|p_i|$  越大，衰减或增长的速度越快。

当极点为共轭复数时， $h(t)$  是以指数曲线为包络线的正弦函数。设  $p_{1,2} = \lambda \pm j\omega$ ，则

$$H(s) = \frac{k_1}{s - \lambda - jw} + \frac{k_2}{s - \lambda + jw}$$

胡

$$h(t) = 2|k_1|e^{\lambda t} \cos(wt + \theta_1)$$

可见,  $P_i$  的实部和虚部分别决定了指数曲线的形状和正弦函数的频率。

(1)  $H(s)$  的极点位于负实轴上时,  $h(t) = h_1(t)$  为衰减指数函数, 如图 14.1.1 (a) 所示, 这种电路是稳定的。

(2)  $H(s)$  的极点位于正实轴上时,  $h(t) = h_2(t)$  为增长的指数函数, 如图 14.1.1 (b) 所示, 电路不稳定。

(3)  $H(s)$  的极点为共轭复数, 其实部  $\lambda > 0$ , 则极点位于右半平面, 则  $h(t) = h_3(t)$  为增长正弦量, 如图 14.1.1 (c) 所示, 电路不稳定。(  $h(t)$  的包络线是增长的指数曲线)。

(4)  $H(s)$  的极点为共轭复数, 其实部  $\lambda < 0$ , 即极点位于左半平面, 则  $h(t) = h_4(t)$  为衰减正弦量, 如图 14.1.1 (d) 所示, 电路稳定。

(5)  $H(s)$  的极点为共轭复数, 其实部  $\lambda = 0$ , 即极点位于虚轴上, 则  $h(t) = h_5(t)$  为等幅的正弦振荡, 如图 14.1.1 (e) 所示,  $|L_m[P_i]| = w$  越大, 即极点离开实轴越远, 则  $h(t)$  的振荡频率越高。

总之, 不论极点是实数还是共轭复数, 只要极点位于左半平面, 则  $h(t)$  必随时间增长而衰减, 电路稳定。所以一个实际的线性电路, 其网络函数的极点一定位于左半平面。

从式 (16-5) 可看出, 零点位置只影响常数  $k_i$  的大小, 不影响  $h(t)$  的变化规律。所以根据  $H(s)$  极点的分布情况, 就可以预见冲激响应  $h(t)$  的特性。

实际上, 网络函数的极点  $P_i$  仅由电路的结构和元件参数来确定, 它就是动态电路对应的特征方程的根。因此,  $P_i$  决定了在任意激励下时域响应中自由分量的特性, 而强制分量的特点仅决定于激励的变化规律。所以, 根据  $H(s)$  的极点分布情况和激励的变化规律可以预见时域响应的全部特点。

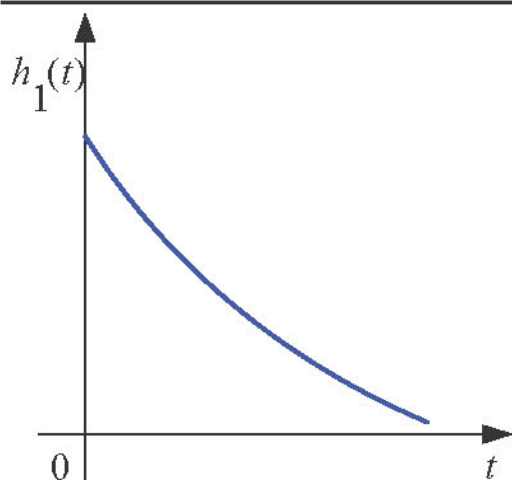


图14.3.1(a)

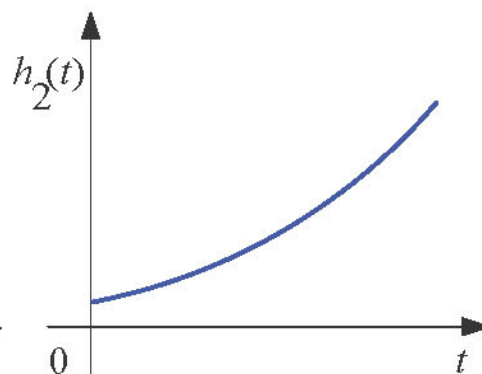


图14.3.1(b)

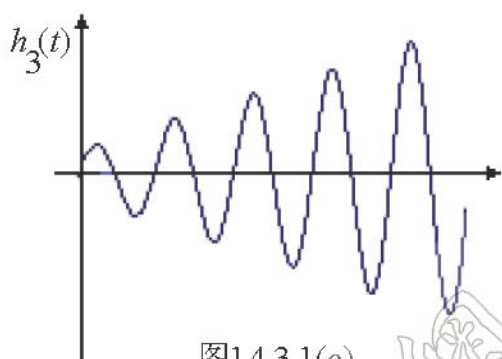


图14.3.1(c)

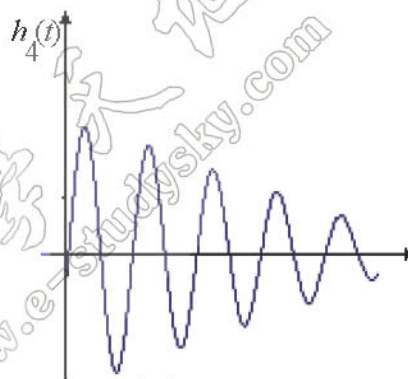


图14.3.1(d)

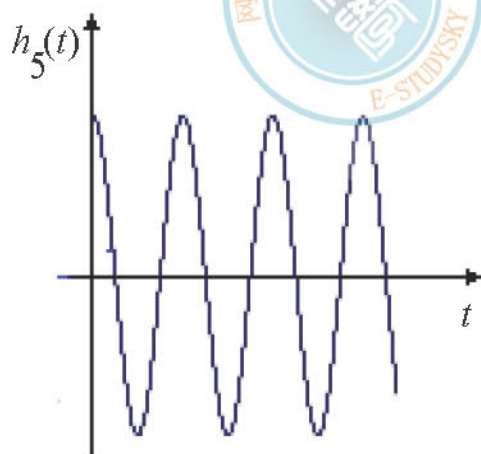


图14.3.1(e)

#### §14.4 极点、零点与频率响应

如果用相量法求图 14-2 (a) 所示电路在正弦稳态下的电压转移函数, 则该图 (b) 中的  $sL_1$ 、 $1/sC_2$  和  $sL_3$  将分别是  $j\omega L_1$ 、 $1/j\omega C_2$  和  $j\omega L_3$ , 输入电压  $U_1(s)$  和输出电压  $U_2(s)$  将是相



量  $\dot{U}_1$  和  $\dot{U}_2$ ，而回路电流将是  $\dot{I}_1$  和  $\dot{I}_2$ 。可求得

$$\dot{I}_2 = \frac{1}{D(j\omega)} \dot{U}_1$$

其中

$$D(j\omega) = L_1 L_3 C_2 (j\omega)^3 + R L_1 C_2 (j\omega)^2 + (L_1 + L_2) j\omega + R$$

代入数据后，得

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{1}{(j\omega)^3 + 2(j\omega)^2 + 2(j\omega) + 1}$$

$$H_1(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$$

可见，若把例 14-2 的解  $H_1(s)$  中的  $s$  用  $j\omega$  代替，则

就是说，在  $s=j\omega$  处计算所得网络函数  $H_1(s)$  即  $H_1(j\omega)$ ，而  $H_1(j\omega)$  是角频率为  $\omega$  时正弦稳态情况下的输出相量与输入相量之比。

同理，有

$$H_2(j\omega) = H_2(s)|_{s=j\omega} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}$$

上述结论在一般情况下也成立。所以如果令网络函数  $H(s)$  中复频率  $s=j\omega$ ，分析  $H(j\omega)$  随  $\omega$  变化的情况，就可以预见相应的转移函数或驱动点函数在正弦稳态情况下随  $\omega$  变化的特性。

对于某个固定角频率  $\omega$ ， $H(j\omega)$  通常是一个复数，即可以表示为

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{j\varphi} = |H(j\omega)| \angle \varphi(j\omega) \quad (14-5)$$

式中  $|H(j\omega)|$  为网络函数在频率  $\omega$  处的模值，而  $\varphi = \arg[H(j\omega)]$  随  $\omega$  变化的关系称为 **相位频率响应**，简称 **相频特性**。根据式 (14-3) 有

$$H(j\omega) = H_0 \frac{\prod_{i=1}^m (j\omega - z_i)}{\prod_{j=1}^n (j\omega - p_j)}$$

于是有：

$$|H(j\omega)| = H_0 \frac{\prod_{i=1}^m |j\omega - z_i|}{\prod_{j=1}^n |j\omega - p_j|}$$

(14-6)

$$\arg[H(j\omega)] = \sum_{i=1}^m \arg(j\omega - z_i) - \sum_{j=1}^n \arg(j\omega - p_j)$$

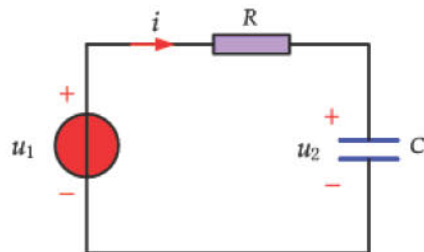


图14-6 例题1图

所以若已知网络函数的极点和零点，则按式 (14-6) 便可以计算对应的频率响应，同时还可以通过在  $s$  平面上作图的方法定性描绘出频率响应。

### §14-5 卷积

卷积是电路分析中的一个重要概念。本节只简要介绍卷积定理及其应用。

设有两个时间函数  $f_1(t)$  和  $f_2(t)$ ，它们地  $t < 0$  时为零， $f_1(t)$  和  $f_2(t)$  的卷积用下列积分定义

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^t f_1(t-\xi) f_2(\xi) d\xi$$

此式称为卷积积分。

**拉普拉斯的卷积定理**

设  $f_1(t)$  和  $f_2(t)$  的拉氏变换象函数分别为  $F_1(s)$  和  $F_2(s)$ , 有

$$L[f_1(t) * f_2(t)] = L\left[\int_0^t f_1(t-\xi)f_2(\xi)d\xi\right] = F_1(s)F_2(s)$$

证明:

根据拉氏变换定义, 有

$$L[f_1(t) * f_2(t)] = \int_0^\infty e^{-st} \left[ \int_0^t f_1(t-\xi)f_2(\xi)d\xi \right] dt$$

而

$$\int_0^t f_1(t-\xi)f_2(\xi)d\xi = \int_0^t f_1(t-\xi)\varepsilon(t-\xi)f_2(\xi)d\xi$$

故

$$L[f_1(t) * f_2(t)] = \int_0^\infty e^{-st} \left[ \int_0^t f_1(t-\xi)\varepsilon(t-\xi)f_2(\xi)d\xi \right] dt$$

令  $x = t - \xi$ , 则  $e^{-st} = e^{-s(x+\xi)}$ , 上式变为

$$\begin{aligned} L[f_1(t) * f_2(t)] &= \int_0^\infty \int_0^t f_1(x)\varepsilon(x)f_2(\xi)e^{-s\xi}e^{-sx}d\xi dx \\ &= \int_0^\infty f_1(x)\varepsilon(x)e^{-sx}dx \int_0^t f_2(\xi)e^{-s\xi}d\xi \\ &= F_1(s)F_2(s) \end{aligned}$$

同理, 可证明

$$L[f_2(t) * f_1(t)] = F_2(s)F_1(s)$$

所以

$$f_2(t) * f_1(t) = f_1(t) * f_2(t)$$

应用卷积定理可求电路的响应。设  $E(s)$  表示外施激励,  $H(s)$  表示网络函数, 网络响应为

$$R(s) = E(s)H(s)$$

求  $R(s)$  的拉氏反变换, 得时域中的响应

$$r(t) = L^{-1}[E(s)H(s)] = \int_0^t e(\xi)h(t-\xi)d\xi \quad (14-7)$$

上式中  $e(t)$  为外施激励的时间函数形式,  $h(t)$  为网络的冲激响应, 给定任何激励函数后, 就可以求得该网络的零状态响应。上式也可写为

$$r(t) = L^{-1}[E(s)H(s)] = \int_0^t e(t-\xi)h(\xi)d\xi \quad (14-8)$$

## 第二部分 例题

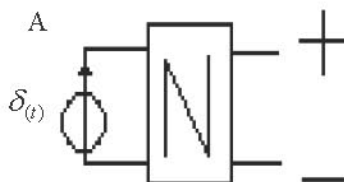
例 1 图中网络  $N$  在单位冲击电流作用下, 另一端口响应为  $u_0(t) = 4(e^{-2t} - e^{-4t} \cos 3t) V$

求该网络相应的转移函数  $H(s)$ , 不能感绘出零极点图。

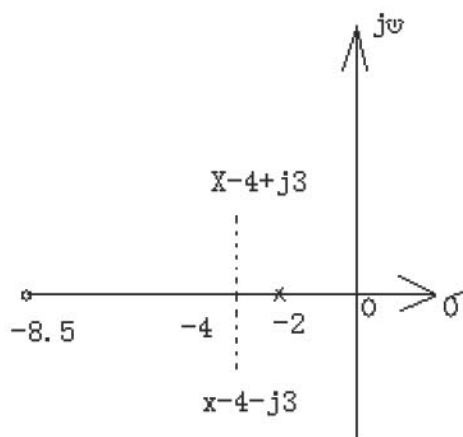
$$\begin{aligned} \text{解: } H(s) &= L[h(t)] = \frac{4}{s+2} - \frac{4(s+4)}{(s+4)^2 + 9} \\ &= \frac{8s+68}{(s+2)[(s+4)^2 + 9]} \end{aligned}$$

极点为:  $P_1 = -2, P_2 = -4 + j3, P_3 = -4 - j3$

零点为:  $Z = -\frac{68}{8} = 8.5$



画出极零点图，如图

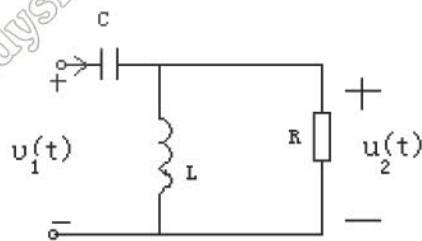


例 2 图所示电路为一高通滤波器，已知  $R=1\Omega$  单位阶跃响应为  $u_0(t) = (2e^{-6t} - e^{-3t})\varepsilon(t)$  V，求 (1)  $L$ 、 $C$  的值；(2) 幅频特性  $|H(j\omega)| \sim \omega$ ，(3) 截止频率。

解：(一) (1) 由图，应用节点法列方程

$$U_0(S)(SC + \frac{1}{SL} + \frac{1}{R}) = U_1(S)SC$$

$$U_0(S) = \frac{SCU_1(S)}{SC + \frac{1}{SL} + \frac{1}{R}} = \frac{S^2U_1(S)}{S^2 + \frac{1}{RC}S + \frac{1}{LC}}$$



(2) 当  $u_1(t) = \varepsilon(t)$ ,  $U_1(S) = \frac{1}{S}$

$\therefore$  单位阶跃响应为

$$U_0(S) = \frac{S}{S^2 + \frac{1}{RC}S + \frac{1}{LC}}$$

(3) 已知的单位阶跃响应 为

$$U_0(S) = L[2e^{-6t} - e^{-3t}] = \frac{2}{S+6} - \frac{1}{S+3} = \frac{S}{S^2 + 9S + 18}$$

(4) 比较两式

$$\frac{1}{RC} = 9$$

$$\frac{1}{LC} = 18, \text{ 已知 } R = 1\Omega \begin{cases} \frac{1}{C} = 9 \\ \frac{9}{L} = 18 \end{cases}$$

$$\therefore C = \frac{1}{9}F, L = \frac{1}{2}H$$

(二) 将  $S = j\omega H(S)$  得

$$H(j\omega) = \frac{(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + 9j\omega + 18} = \frac{-\omega^2}{-\omega^2 + j9\omega + 18}$$

计算下类各  $\omega$  时的  $H(j\omega)$

$$\omega=0 \quad H(j\omega) = 0$$

$$\omega=1 \quad H(j1) = 0.052152.10^0$$

$$\omega=2 \quad H(j2) = 0.175127.87^0$$

$$\omega=3 \quad H(j3) = 0.316108.44^0$$

$$\omega=5 \quad H(j5) = 0.54981.16^0$$

$$\omega=7 \quad H(j7) = 0.69863.8^0$$

$$\omega=9 \quad H(j9) = 0.78952.13^0$$

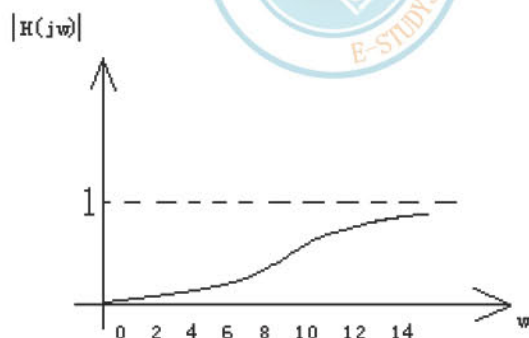
作幅频特性如图

求  $\omega_c$

$$|H(j\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}} = \left| \frac{-\omega_c^2}{-\omega_c^2 + j9\omega_c + 18} \right|$$

$$\frac{\omega_c^4}{(18 - \omega_c^2)^2 + (9\omega_c)^2} = \frac{1}{2}$$

解得  $\omega_c = 7.16 \text{ rad/s}$



**例 3** 如图 14.1.1 所示, N 网络为 RC 线性网络, 在激励为  $u_s(t) = 1\varepsilon(t)V$ , 电路的零状态响应为  $u_s(t) = 5 - 4e^{-5t}$ , 现若将激励改为  $u_s(t) = 24e^{-3t}\varepsilon(t)$  时, 求在该激励作用下的零状态响应。



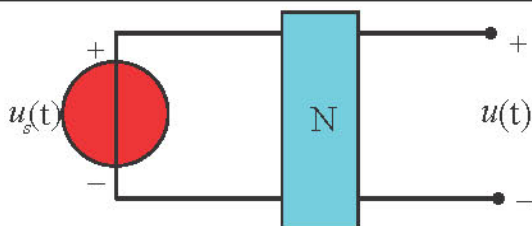


图14.1.1

解：零状态响应

$$R(s) = \frac{5}{s} - \frac{4}{s+5} = \frac{5s+2s-4s}{s(s+5)} = \frac{s+2s}{s(s+5)}$$

激励象函数  $E(s) = \frac{10}{s}$

网络函数  $H(s) = \frac{R(s)}{E(s)} = \frac{\frac{s+2s}{s(s+5)}}{\frac{10}{s}} = \frac{s+2s}{10(s+5)}$

给定激励象函数  $E(s) = \frac{2}{s+3}$

零状态响应象函数  $R(s) = H(s) \cdot E(s)$

$$\begin{aligned} &= \frac{s+2s}{10(s+5)} \cdot \frac{2}{s+3} \\ &= \frac{1}{5} \frac{s+2s}{(s+5)(s+3)} \end{aligned}$$

$$= \frac{A}{s+5} + \frac{B}{s+3}$$

$A=-2 \quad B=2.2$

因此,  $u(t) = (-2e^{-5t} + 2.2e^{-3t})\varepsilon(t) \text{ V}$

**例 4** 上题网络中, 零输入响应  $u(t) = e^{-10t}$   $u(t) = e^{-10t}$  V, 当  $u(t) = 12 \cdot \varepsilon(t)$  时, 全响应为  $u(t) = (6 - 3e^{-10t})\varepsilon(t)$ , 若将激励改为  $u_s(t) = 6e^{-5t}$  时, 其初始状态不变, 再求其全响应。

解：零状态响应： $u(t) = 6 - 3e^{-10t} - (-e^{-10t}) = 6 - 2e^{-10t}$

$$H(s) = \frac{\frac{6}{s} - \frac{2}{s+10}}{\frac{12}{s}} = \frac{4s+60}{s(s+10)} \cdot \frac{s}{12} = \frac{\frac{1}{3}s+5}{s+10}$$

响应（零状态） $R(s) = H(s)E(s)$

$$\frac{\frac{1}{3}s+5}{s+10} \cdot \frac{6}{s+5}$$

$$= \frac{A}{s+5} + \frac{B}{s+10}$$

A=4, B=-2

$$u(t) = 4e^{-5t} - 2e^{-10t}$$

因此全响应： $u(t) = 4e^{-5t} - 2e^{-10t} - e^{-10t} = (4e^{-5t} - 3e^{-10t}) \cdot \varepsilon(t)$  V

例5 绘出  $H(s) = \frac{2s^2 - 12s + 16}{s^3 + 4s^2 + 6s + 3}$  的零、极点图。

解：分子  $N(s) = 2(s-2)(s-4)$

$$D(s) = (s+1)(s^2 + 3s + 3) = ((s+1))(s + \frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2})(s + \frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2})$$

分母

所以  $H(s)$  的 2 个零点： $z_1 = 2$   $z_2 = 4$ ;

$$3 \text{ 个极点: } p_1 = -1 \quad p_2 = -\frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad p_3 = -\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

其零、极点图如 14.2.1 所示。

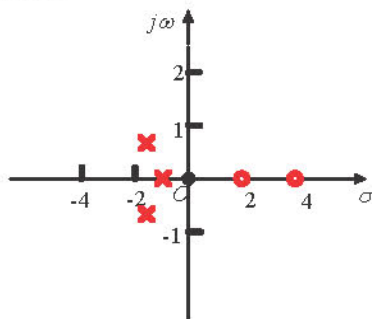


图14.2.1

例6 RLC 串联电路接通恒定电压源  $U_s$ ，如图 14.3.2 所示。根据网络函数

$H(s) = \frac{U_c(s)}{U_s(s)}$  的极点分布情况分析  $u_c(t)$  的变化规律。

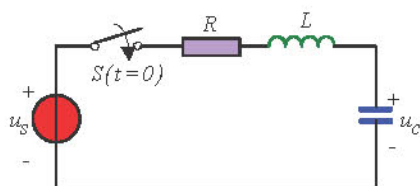


图14.3.2

$$H(s) = \frac{U_c(s)}{U_s(s)} = \frac{1}{R + sL + \frac{1}{sC}} \cdot \frac{1}{sC} = \frac{1}{s^2 LC + sRC + 1} = \frac{1}{LC} \frac{1}{(s - p_1)(s - p_2)}$$

解:

当  $0 < R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$  时,  $p_{1,2} = -\delta \pm j\omega_d$ ,

$$\text{其中, } \delta = \frac{R}{2L} \quad \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

这时  $H(s)$  的极点位于左半平面, 如图 14.3.3 中的  $p_1$ ,  $p_2$ , 因此  $u_c(t)$  的自由分量  $u_c''(t)$  为衰减的正弦振荡, 其包络线的指数为  $e^{-\delta t}$ , 振荡角频率为  $\omega_d$  且极点离开虚轴越远, 振荡衰减越快。

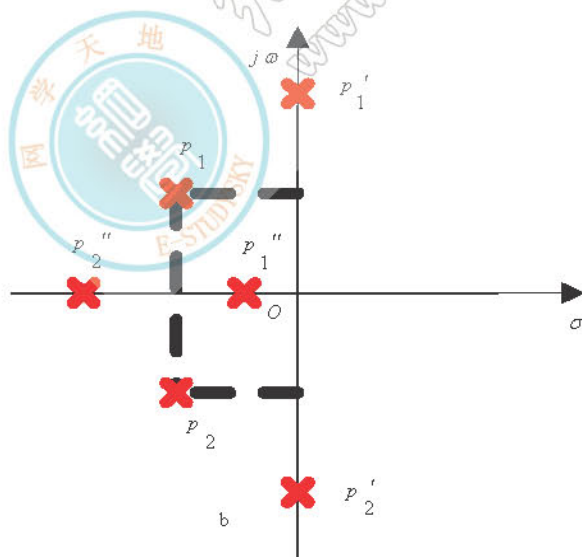


图14.3.3

当  $R = 0$  时, 其中,  $\delta = 0$   $\omega_d = \omega_0$ ,

故  $p_{1,2} = \pm j\omega_0$ , 这说明  $H(s)$  的极点位于虚轴上,

因此,  $u_c''(t)$  为等幅振荡且  $\omega_d$  的绝对值愈大, 等幅振荡的振荡频率愈高。

当  $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$  时, 有:

$$p_1'' = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

$$p_2'' = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

此时  $H(s)$  的极点位于负实轴上, 因此  $u_c''(t)$  是由 2 个衰减速度不同的指数函数组成。

且极点离原点越远,  $u_c''(t)$  衰减愈快。

$u_c(t)$  中的强制分量  $u_c'(t)$  取决于激励的情况。这里  $u_c'(t) = U_s$ 。

**例 7** 图 14-8 (a) 所示为 RLC 串联电路, 设电容电压为输出电压  $u_2$ , 电压转移函数  $H(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)}$ ; 试根据该网络函数的极点和零点, 定性地绘出  $H(j\omega)$ 。



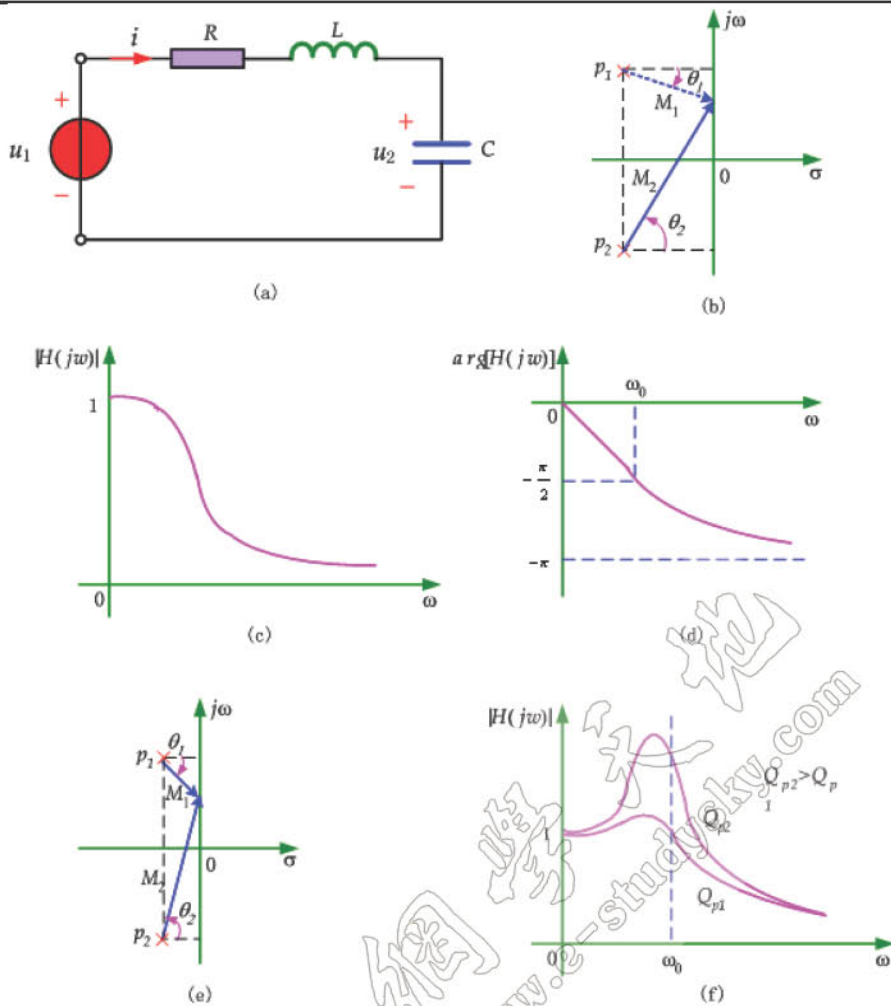


图14-8 例题2图

解：对RLC串联电路，有

$$H(s) = \frac{U(s)}{U_1(s)} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + sL + \frac{1}{sC}} = H_0 \frac{1}{(s - p_1)(s - p_2)}$$

其中：

$$H_0 = \frac{1}{LC}$$

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

$s = j\omega$ ，有

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = H(j\omega) = H_0 \frac{1}{(j\omega - p_1)(j\omega - p_2)}$$

设极点为一对共轭复数，即

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm j\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} = \delta \pm j\omega_d$$

式中  $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ ，而  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = \sqrt{\omega_d^2 + \delta^2}$ 。当  $\omega = \omega_1$  时，有[见图14-8 (b)]：



$$|H(j\omega_1)| = \frac{H_0}{|j\omega_1 - p_1||j\omega_1 - p_2|} = \frac{H_0}{M_1 M_2}$$

$$\arg[H(j\omega_1)] = -(\theta_1 + \theta_2)$$

定性绘出的幅频特性和相频特性如图 14-8 (c)、(d) 所示。

从上述分析中可以看出, 当  $p_1$ 、 $p_2$  在如图 14-8 (b) 所示位置时, 随  $\omega$  变化  $M_1$  和  $M_2$  的变化几乎相等, 可以看到没有一个极点对频率响应起主要作用。如果说  $p_1$ 、 $p_2$  的位置如图 14-8 (e) 所示, 极点  $p_1$  接近  $j$  轴, 则在  $j$  与  $p_1$  之间的矢量  $M_1$  的长度的角度对  $|H(j\omega)|$  和  $\arg[H(j\omega)]$  都产生较大的影响, 而  $M_2$  却改变较少。当  $\omega \approx \omega_0$  时,  $|H(j\omega)|$  达到峰值, 而  $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  为 RLC 串联电路的谐振频率。因此, 当极点为共轭复数时, 极点到达坐标原点的距离与极点的实部之比对网络的频率响应影响很大, 有时把此值的一半, 即  $\omega_0/2\delta$  定义为极点的品质因数, 以  $Q_p$  表示。对二阶电路

$$Q_p = \frac{\omega_0}{2\delta} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = Q$$

可以看出  $Q_p = Q$ , 而  $Q$  即回路品质因数。

根据第九章的讨论可知, 对例题 2 中的电路, 当  $Q_p < 1/\sqrt{2}$  时,  $|H(j\omega)|$  随  $\omega$  的增长而单调减少, 如图 14-8 (c), 而当  $Q_p$  增大时,  $|H(j\omega)|$  出现峰值, 如图 14-8 (f), 且峰值随  $Q_p$  的增大而增大, 峰值对应的频率值随  $Q_p$  的增大而趋于  $\omega_0$ 。

**例 8** 如图 14-9 所示, 为 RC 并联电路, 其中  $R=500\text{k}\Omega$ ,  $C=500\text{ }\mu\text{F}$ , 电流  $i_s(t) = 2e^{-t}\text{ A}$ 。设电容的初始电压为零, 求  $u_c(t)$ 。

**解:** 由第十三章可知, 电路的冲激响应为

$$h(t) = \frac{1}{C} e^{-\frac{t}{RC}} = 10^6 e^{-2t}$$

由式 (14-8) 有

$$\begin{aligned} u_c(t) &= \int_0^t i_s(t-\xi) h(\xi) d\xi \\ &= \int_0^t 2 \times 10^{-6} e^{-(t-\xi)} \times 10^6 e^{-2\xi} d\xi \\ &= 2 \int_0^t e^{-(t+\xi)} d\xi \\ &= 2e^{-t} \int_0^t e^{-\xi} d\xi \\ &= 2(e^{-t} - e^{-2t}) \varepsilon(t) \text{ V} \end{aligned}$$

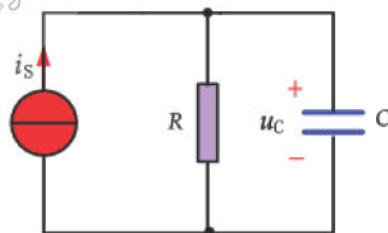


图14-9 例题图