Version 1.0

2019-05-08 11:28:52

目录

1 运动的描述

1.1 质点运动

1.1.1 参考系

为了确定物体的位置而选作参考的物体称为参考系。要作定量描述，还应在参考系上建立坐标系. 根据牛顿第一定律是否成立分为惯性系和非惯性系.

1.1.2 位矢与位移

位置矢量（位矢）：$\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$.

大小：$r=|\vec{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$；方向：$\cos\alpha=\frac{x}{r},\cos\beta=\frac{y}{r},\cos\gamma=\frac{z}{r}$.

运动方程

$$\vec{r}=\vec{r}(t)=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k}.$$

分量式$\begin{cases}x=x(t)\\y=y(t)\\z=z(t)\end{cases}$，消去参数$t$，可得轨道方程.

轨道方程

$$f(x,y)=0.$$

位移矢量（位移）：$\Delta\vec{r}=\vec{r}_B-\vec{r}_A=(x_B-x_A)\vec{i}+(y_B-y_A)\vec{j}$.

[注]：一般情况下，路程$\neq$位移，$\Delta t\to 0$时，$|d\vec{r}|=AB$.

1.1.3 速度

平均速度：$\bar{\vec{v}}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$，方向：$\Delta\vec{r}$.

瞬时速度：$\vec{v}=\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\vec{k}$.

大小：$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$；方向：$\cos\alpha=\frac{x}{r},\cos\beta=\frac{y}{r},\cos\gamma=\frac{z}{r}$.

速率，是质点路程对时间的变化率：$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$.

1.1.4 加速度

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}.$$

计算式：$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\vec{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\vec{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\vec{k}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$， $a=|\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$.

1.2 法向加速度与切向加速度

1.2.1 自然坐标系

沿轨道上某点，取切向 $\vec{e}_\tau$ 和法向 $\vec{e}_n$ 为两轴.

1.2.2 法向加速度与切向加速度

$$\begin{aligned}\vec{a}&=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_n+\Delta\vec{v}_\tau}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_n}{\Delta t}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_\tau}{\Delta t}\\&=\vec{a}_n+\vec{a}_\tau=a_n\vec{e}_n+a_\tau\vec{e}_\tau\end{aligned}$$

先求 $\vec{a}_\tau$： $\vec{a}_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_\tau$； 切向.

再求 $\vec{a}_n$： $\vec{a}_n=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_n}{\Delta t}=\frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$； 法向.

即： $\vec{a}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_\tau+\frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$.

1.3 圆周运动的角量描述

角位移： $\theta=\theta(t)$.

角速度： $\omega=\frac{d\theta}{dt}$ 方向：右手螺旋.

角加速度： $\beta=\frac{d\omega}{dt}$ 单位： rad/s^2 .

关系： $\vec{v}=\vec{\omega}\times\vec{r}$.

线量	角量	关系
r	θ	$v=R\omega$
$v=\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$	$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$	$a_n=\frac{v^2}{\rho}=R\omega^2$
$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$	$\beta=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$	$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=R\beta$

1.4 刚体的运动

1.4.1 基本概念

刚体：物体内任意两点间距离恒定的理想模型.
平动：所有点轨迹相同，或任两点连线方向不变.
转动：所有点都绕同一直线（轴）作圆周运动.
注：一般刚体：平动+转动，所有点与质心的平动情况一致，故用质心的平动代表整个刚体的平动.

1.4.2 转动定理 转动惯量

力：质点运动的原因；力矩：刚体转动的原因.

$\overrightarrow{M}=\vec{r}\times\overrightarrow{F}\Rightarrow M=r\sin\theta F$.

转动惯量

第 i 个质点动能：$E_{ki}=\dfrac{1}{2}\Delta m_i v_i^2=\dfrac{1}{2}\Delta m_i r_i^2\omega^2$.

整个刚体动能：$E_k=\sum\dfrac{1}{2}\Delta m_i v_i^2=\dfrac{1}{2}\omega^2\sum\Delta m_i r_i^2=\dfrac{1}{2}J\omega^2$.

转动惯量 $\begin{cases} J=\sum\Delta m_i r_i^2 & (\text{离散}) \\ J=\int r^2\mathrm{d}m & (\text{连续}) \end{cases}$.

三要素：质量大小，质量分布，转轴位置.

转动定律

$M=J\beta$.　　比较：$F=ma$.

1.5 相对运动

1.5.1 相对运动

$$\begin{aligned}\vec{v}_{AB}&=\vec{v}_{AC}+\vec{v}_{BC}\\ \vec{a}_{AB}&=\vec{a}_{AC}+\vec{a}_{BC}\end{aligned}.$$

1.5.2 时空观：

经典力学中，时间与空间的测量与参考系无关，即绝对。而与质点 $\Delta\vec{r}$ 、$\vec{v}$ 和轨迹与参考系的选择有关，即相对.

经典运用伽利略变换：$\begin{cases} x=x'+vt \\ y=y' \\ z=z' \\ t=t' \end{cases}$.

2 动量 动量守恒

2.1 动量 动量定理

2.1.1 动量

$$\overline{F}=\frac{\mathrm{d}\overline{p}}{\mathrm{d}t}\xrightarrow{\text{变形}}\overline{F}\cdot\mathrm{d}t=\mathrm{d}\overline{p}=\mathrm{d}\left(m\overline{v}\right)\xrightarrow{\text{积分}}I=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}\cdot dt=\overline{p}_2-\overline{p}_1=m\overline{v}_2-m\overline{v}_1.$$

2.1.2 动量定理

在给定的时间间隔内，外力作用在顶点上的冲量，等于质点在此时间内动量的增量.

矢量性：某方向上的外力只改变该方向的 $\overline{p}$.

优点：可忽略中间复杂过程，只看初末状态.

2.2 动量守恒定律

$\sum\overline{F}_{外}=0$ 时，$\Delta\overline{p}=0$.

注：①内□ 外时，近似认为动量守恒.

② $\sum\overline{F}_{外}\neq 0$ ，但在某一方向上分量为零，则该方向上有动量守恒.

③ 广泛适用，牛顿运动定律则不适于微观领域.

3 角动量 角动量守恒定理

3.1 质点的角动量定理

3.1.1 角动量

$$\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}=m\vec{r}\times\vec{v}, L=mrv\sin\theta$$

3.1.2 质点的角动量定理

$$\vec{F}=\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$$

$$\vec{r}\times\vec{F}=\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}\times\vec{r}$$

$$\vec{M}=\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}$$

$$\vec{M}\mathrm{d}t=\mathrm{d}\vec{L}\Leftrightarrow\int_{t_1}^{t_2}M\mathrm{d}t=\Delta L.$$

当 $\vec{M}=0\Rightarrow\vec{L}\equiv\vec{L}_0$，动量矩守恒.

3.2 刚体的角动量定理

$$L=\sum m_i r_i^2\omega=J\omega$$

$$M_{轴}=J\beta.$$

3.3 角动量定理的不同形式

	瞬时	微分	积分
质点	$\vec{M}_{外}=\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}$	$\vec{M}_{外}\mathrm{d}t=\mathrm{d}\vec{L}$	$\int_{t_1}^{t_2}\vec{M}_{外}\mathrm{d}t=\Delta\vec{L}.$
定轴转动刚体	$M_{轴}=J\beta$	$M_{轴}\mathrm{d}t=J\mathrm{d}\omega$	$\int_{t_1}^{t_2}M_{轴}\mathrm{d}t=J\Delta\omega$

3.4 角动量守恒定理

3.4.1 质点的角动量守恒定理

$$\vec{M}_{外}=\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}.$$

$\vec{M}_{外}=0$ 时，$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}$=0，$\vec{L}\equiv\vec{L}_0$.

3.4.2 定轴转动刚体的角动量守恒定理

$$M_{轴}=\frac{\mathrm{d}L_{轴}}{\mathrm{d}t}.$$

$M_{轴}=0$ 时，$\dfrac{\mathrm{d}L_{轴}}{\mathrm{d}t}=0$，$L_{轴}\equiv L_{轴0}$.

4 机械能 机械能守恒定律

4.1 保守力与势能

4.1.1 保守力

做功与路径无关的力: $W=\oint_l \vec{F}\cdot d\vec{r}=0$.

常见保守力：重力、万有引力、弹性力、库仑力.
常见非保守力：摩擦力、安培力.

4.1.2 势能

与位置有关的能量.

重力势能： $E_P=mgh$.

引力势能： $E_p=-G\dfrac{m_1m_2}{r}$.

弹性势能： $E_P=\dfrac{1}{2}kx^2$.

$W=-\left(E_{P2}-E_{P1}\right)=-\Delta E_P$.

说明：① E_k， E_p 都是状态量.

② E_p 有相对性.

4.2 功能原理与机械能守恒

质点动能定理：$W=E_k-E_{k0}$.

质点系动能定理：$W_{外}+\left(W_{保内}+W_{非保内}\right)=E_k-E_{k0}$.

$\left(E_k+E_p\right)-\left(E_{k0}-E_{kp0}\right)=W_{外}+W_{非保内}$

功能原理：$\Delta E=W_{外}+W_{非保内}$.

当 $W_{外}+W_{非保内}=0$ 时，$\Delta E=0$ ，机械能守恒.

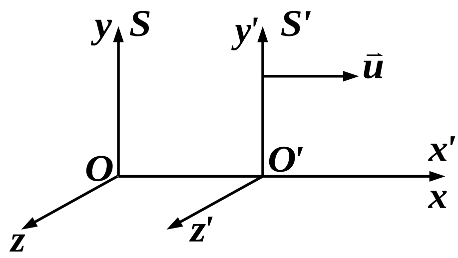
5 狭义相对论

5.1 经典及相对论时空观

5.1.1 经典力学时空观

伽利略变换

时空坐标变换



$t=0$时，O,O'重合， $x'=x-ut$，$t'=t$.

速度变换

$v_x{}'=v_x-u$，$v_y{}'=v_y$，$v_z{}'=v_z$.

加速度：对伽利略变换保持不变.

$\vec{a}'=\vec{a}$.

绝对时空观

时间间隔的测量是绝对的，即两事件的时间间隔在不同的惯性系中是相同的；

空间间隔的测量是绝对的，即：两点的空间间隔在一同的惯性系中是相同的.

牛顿力学动力学的特点

m与v无关， $m=m'$.

$a=a'$.

$F=F'$ $(F=ma,\ \ F'=m'a')$.

伽利略相对性原理：力学规律对一切惯性系都是等价的.

5.2 爱因斯坦的假设

相对性原理：物理学定律有所有惯性系中都是相同的.

光速不变原理：在所有的惯性参照系中，真空中的光速具有相同的量值c.

5.3 洛仑兹变换

$$\begin{cases} x'=\dfrac{x-ut}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ y'=y \\ z'=z \\ t'=\dfrac{t-\dfrac{u}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{cases} \xrightarrow{u\to\text{"}-u\text{"}} \begin{cases} x=\dfrac{x'+ut'}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ y=y' \\ z=z' \\ t=\dfrac{t'+\dfrac{u}{c^2}x'}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{cases}$$

5.3.1 洛仑兹速度变换

$$\begin{cases} v_x' = \dfrac{v_x - u}{1 - \dfrac{u}{c^2} v_x} \\ v_y' = \dfrac{v_y \sqrt{1-\beta^2}}{1 - \dfrac{u}{c^2} v_x} \\ v_z' = \dfrac{v_z \sqrt{1-\beta^2}}{1 - \dfrac{u}{c^2} v_x} \end{cases} \xrightarrow{u \to "-u"} \begin{cases} v_x = \dfrac{v_x' + u}{1 + \dfrac{u}{c^2} v_x'} \\ v_y = \dfrac{v_y' \sqrt{1-\beta^2}}{1 + \dfrac{u}{c^2} v_x'} \\ v_z = \dfrac{v_z' \sqrt{1-\beta^2}}{1 + \dfrac{u}{c^2} v_x'} \end{cases}$$

5.4 狭义相对论的时空观

5.4.1 同时的相对性

5.4.2 尺缩效应

$l = l_0 \sqrt{1-\beta^2}$.

当物体运动时，沿其运动方向上的长度，要比静止时短 $\sqrt{1-\beta^2}$ 倍；垂直方向的长度不变.

5.4.3 钟慢效应

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

相对于事件发生地运动的观察者测得的时间较相对于事件发生地静止的观察者测得的时间长.

5.5 狭义相对论的动力学

5.5.1 相对论质量

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

① $v << c$， $m = m_0$；

② $v \to c, m \to \infty \Rightarrow v \le c$；

③ $m_0 = 0, v = c$ 时, m 为定值.

5.5.2 相对论动力学方程

$$\vec{F}=m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}+\vec{v}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}.$$

5.6 相对论中的动能质能关系

5.6.1 动能

$$E_k=\int_{m_0}^{m}c^2\mathrm{d}m=mc^2-m_0c^2.$$

m_0c^2：物体的静止能量 E_0.

mc^2：运动物体的总能量 E.

当 $v<<c$ 时，$E_k=\dfrac{1}{2}m_0c^2$.

5.6.2 质能关系

$$E=mc^2$$

系统的质量变化必有能量变化 $\Delta E=\Delta mc^2$ 相伴随.

5.7 能量和动量的关系

$$E^2=p^2c^2+E_0{}^2=p^2c^2+m_0^2c^4.$$

对于光子：$m_0=0,E_0=0$，$m,p,E\neq 0$.