11－1 已知对称三相电路的星形负载阻抗 $Z=(165+j84)\Omega$，端线阻抗 $Z_1=(2+j1)\Omega$，中线阻抗 $Z_N=(1+j1)\Omega$，线电压 $U_1=380V$. 求负载端的电流和线电压，并作电路的相量图.

解 解题关键点：归结为一相电路进行计算.

由题意画出对称三相电路如题解 11－1 图(a) 所示. 对称三相电路可归结到一相电路(如 A 相) 计算，如图(b) 所示.

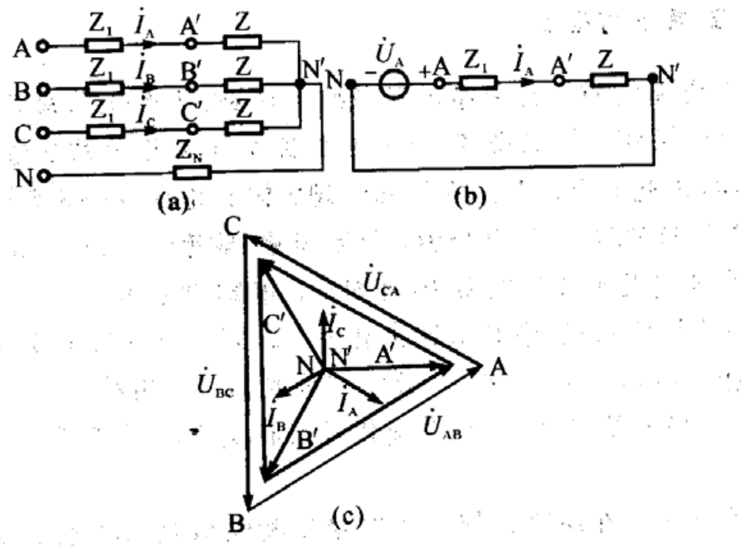
令对称电源的 A 相的相电压 $\dot{U}_A=\frac{U_1}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ=220\angle 0^\circ V$.

在图(b) 中根据 KVL，有负载端相电流

$$\dot{I}_A=\frac{\dot{U}_A}{Z_1+Z}=\frac{220\angle 0^\circ}{167+j85}A=1.174\angle -26.98^\circ A$$

根据对称性

$$\dot{I}_B=\dot{I}_A\angle -120^\circ=1.174\angle -146.98^\circ A$$
$$\dot{I}_C=\dot{I}_B\angle -120^\circ=1.174\angle 93.02^\circ A$$



题解 11－1 图

负载端的相电压为

$$\dot{U}_{A'N'}=\dot{I}_A\times Z=1.174\angle -26.98^\circ\times(168+j85)$$
$$=217.90\angle 0.275^\circ V$$

则负载端的线电压

$$\dot{U}_{A'B'}=\sqrt{3}\dot{U}_{A'N'}\angle 30^\circ=377.41\angle 30^\circ V$$

根据对称性可以写出

$$\dot{U}_{B'C'}=\dot{U}_{A'B'}\angle -120^\circ=377.41\angle -90^\circ V$$
$$\dot{U}_{C'A'}=\dot{U}_{B'C'}\angle -120^\circ=377.41\angle 150^\circ V$$

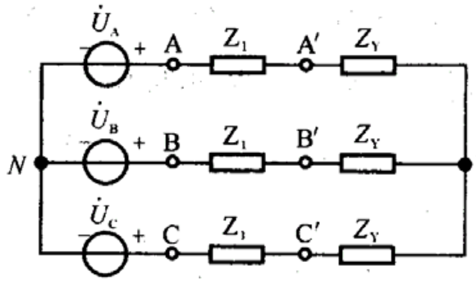
电路的相量图如题解 11－1 图(c) 所示.

11-2 已知对称三相电路的线电压 $U_1=380$ V(电源端)，三角形负载阻抗 $Z=(4.5+\mathrm{j}14)\ \Omega$，端线阻抗 $Z_1=(1.5+\mathrm{j}2)\ \Omega$. 求线电流和负载的相电流，并作相量图.

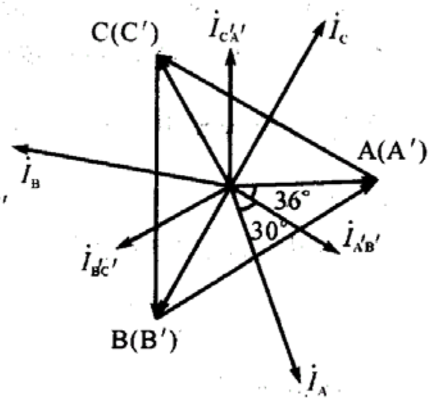
解 解题关键　将三角形负载用等效星形负载等效变换，再归结为一相计算.

将 Y-△形联接电路变换为对称 Y-Y 电路，如题解 11-2 图(a) 所示. 三角形负载阻抗 Z 变换为星形负载阻抗为

$$Z_Y=\frac{1}{3}Z=\frac{1}{3}\times(4.5+\mathrm{j}14)=(1.5+\mathrm{j}4.67)\Omega$$



(a)



(b)

题解 11-2 图

令 $\dot{U}_A=\frac{U_1}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ=220\angle 0^\circ$，根据一相计算电路(可参照题解 11-1 图(b))的计算方法，可得线电流为

$$\dot{I}_A=\frac{\dot{U}_A}{Z_1+Z_Y}=\frac{220\angle 0^\circ}{3+\mathrm{j}6.67}=30.08\angle -65.78^\circ \mathrm{A}$$

$$\dot{I}_B=\alpha^2\dot{I}_A=30.08\angle -185.78^\circ \mathrm{A}$$

$$\dot{I}_C=\alpha\dot{I}_A=30.08\angle 54.22^\circ \mathrm{A}$$

根据三角形联接的线电流与相电流之间关系，可求得原三角形负载中的相电流，有

$$\dot{I}_{A'B'}=\frac{1}{\sqrt{3}}\dot{I}_A\angle 30^\circ=17.37\angle -35.78^\circ \mathrm{A}$$

再由对称性写出

$$\dot{I}_{B'C'}=\alpha^2\dot{I}_{A'B'}=17.37\angle -155.78^\circ \mathrm{A}$$

$$\dot{I}_{C'A'}=\alpha\dot{I}_{A'B'}=17.37\angle 84.22^\circ \mathrm{A}$$

电路的相量图如题解 11-2 图(b) 所示.

11-3 对称三相电路的线电压 $U_1=230\text{V}$，负载阻抗 $Z=(12+\text{j}16)\Omega$. 试求：

(1) 星形联接负载时的线电流吸收的总功率；

(2) 三角形联接负载时的线电流、相电流和吸收的总功率；

(3) 比较(1) 和(2) 的结果能得到什么结论？

解 (1) 当负载为星形联接时，将对称三相电路归结为一相(A相)计算. 令电源相电压 $\dot{U}_A=\dfrac{U_1}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ=132.79\angle 0^\circ\text{V}$，则线电压 $\dot{U}_{AB}=U_1\angle 30^\circ=230\angle 30^\circ$

在单相电路中线电流 $\dot{I}_A$ 为

$$\dot{I}_A=\frac{\dot{U}_A}{Z}=\frac{132.79\angle 0^\circ}{12+\text{j}16}\text{ A}=6.64\angle -53.13^\circ\text{ A}$$

由对称性

$$\dot{I}_B=\alpha^2\dot{I}_A=6.64\angle -173.13^\circ\text{ A}$$

$$\dot{I}_C=\alpha\dot{I}_A=6.64\angle 66.87^\circ\text{ A}$$

星形联接时负载吸收总功率为

$$P=\sqrt{3}\dot{U}_{AB}\dot{I}_A\cos\varphi=\sqrt{3}\times 230\times 6.64\times\cos 53.13^\circ\text{ W}$$
$$=1587.11\text{ W}$$

(2) 当负载为三角形联接时，负载的相电压即为线电压

$$\dot{U}_{A'B'}=\dot{U}_{AB}=230\angle 0^\circ\text{V}$$

三角形负载中的相电流 $\dot{I}_{A'B'}$ 为

$$\dot{I}_{A'B'}=\frac{\dot{U}_{A'B'}}{Z}=\frac{230\angle 0^\circ}{12+\text{j}16}\text{ A}=11.5\angle -53.13^\circ\text{ A}$$

由对称性

$$\dot{I}_{B'C'}=\alpha^2\dot{I}_{A'B'}=11.5\angle -173.13^\circ\text{ A}$$

$$\dot{I}_{C'A'}=\alpha\dot{I}_A=11.5\angle 66.87^\circ\text{A}$$

在三角形负载中线电流与相电流的关系，求得线电流 $\dot{I}_A$ 为

$$\dot{I}_A=\sqrt{3}\dot{I}_{A'B'}\angle -30^\circ=19.92\angle -83.13^\circ\text{ A}$$

$$\dot{I}_B=\alpha^2\dot{I}_A=19.92\angle -203.13^\circ\text{ A}$$

$$\dot{I}_C=\alpha\dot{I}_A=19.92\angle 36.87^\circ\text{ A}$$

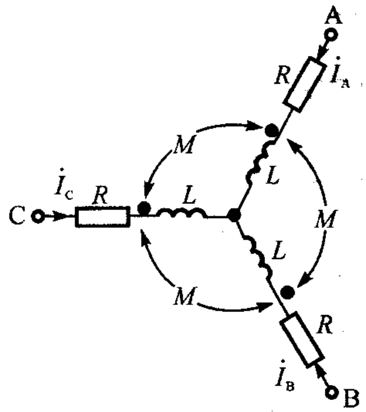
三角形负载吸收的总功率

$$P=\sqrt{3}\dot{U}_{AB}\dot{I}_A\cos\varphi=\sqrt{3}\times 230\times 19.92\times\cos 53.13^\circ\text{ W}$$
$$=4761.34\text{ W}$$

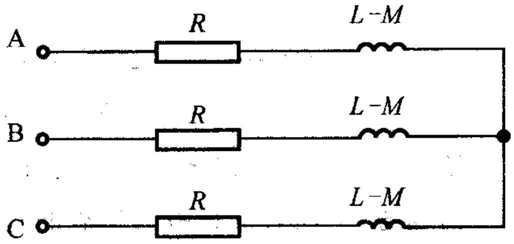
(3) 比较(1) 和(2) 的结果能得到在相同的线电压下，负载由 Y 联接改为 △ 联接，相电流增加到原来的$\sqrt{3}$倍，线电流增加到原来的 3 倍，

功率也增加到原来的 3 倍.

11-4 图示对称工频三相耦合电路接于对称三相电源，线电压 $U_1 = 380\ \text{V}, R = 30\ \Omega, L = 0.29\ \text{H}, M = 0.12\ \text{H}$. 求相电流和负载吸收的总功率.



题 11-4 图



题解 11-4 图

解 由题意，电路为对称三相电路，其去耦等效电路如题解 11-4 图所示，可归结到一相（A 相）来计算.

$$\dot{U}_A = (R + j\omega L)\dot{I}_A + j\omega M(\dot{I}_B + \dot{I}_C),$$

又由
$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$$

得
$$\dot{U}_A = (R + j\omega L - j\omega M)\dot{I}_A$$

令
$$\dot{U}_A = \frac{U_1}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ = 220\angle 0^\circ \text{V}$$

则相电流 $\dot{I}_A$ 为

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{R + j\omega(L - M)} = \frac{220\angle 0^\circ}{30 + j53.38}\text{A}$$
$$= 3.593\angle -60.66^\circ\ \text{A}$$

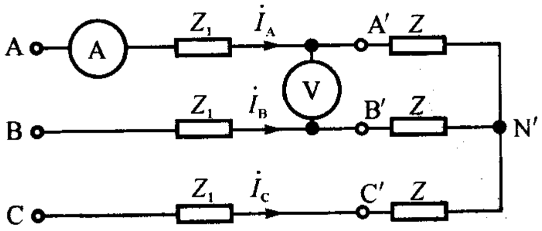
由对称性

$$\dot{I}_B = \alpha^2 \dot{I}_A = 3.593\angle -180.66^\circ \text{A}$$
$$\dot{I}_C = \alpha \dot{I}_A = 3.593\angle 59.34^\circ \text{A}$$

负载上吸收的总功率即为电阻上消耗的功率.

$$P = 3I_A^2 R = 3 \times 3.593^2 \times 30\ \text{W} = 1161.78\ \text{W}$$

11－5 图示对称 Y－Y 三相电路中，电压表的读数为 1143.16 V，$Z=(15+j15\sqrt{3})\ \Omega$，$Z_1=(1+j2)\ \Omega$. 求图示电路电流表的读数和线电压 U_{AB}.



题 11－5 图

解 提示 电压表的读数为负载的线电压

由题意，电压表的读数为负载的线电压，则

$$\dot{U}_{A'B'}=1143.16\ \text{V}$$

负载的相电压

$$\dot{U}_{A'N'}=\frac{\dot{U}_{A'B'}}{\sqrt{3}}=\frac{1143.16}{\sqrt{3}}\text{V}=660\ \text{V}$$

线电流

$$I_A=\frac{\dot{U}_{A'N'}}{|Z|}=\frac{660}{30}\text{A}=22\text{A}(\text{电流表读数为有效值})$$

所以电源端线电压 U_{AB} 为

$$U_{AB}=U_l=\sqrt{3}I_A(Z_1+Z)$$

$$=\sqrt{3}\times 32.232\times 22\text{V}=1228.2\ \text{V}$$

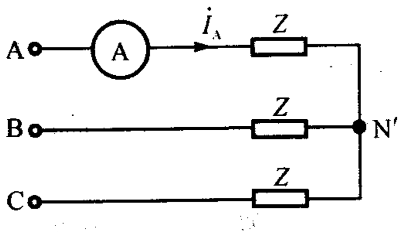
11－6 图示为对称的 Y－Y 三相电路，电源相电压为 220V，负载阻抗 $Z=(30+j20)\Omega$. 求：

(1) 图中电流表的读数；

(2) 三相负载吸收的功率；

(3) 如果 A 相的负载阻抗等于零(其他不变)，再求(1)、(2)；

(4) 如果 A 相负载开路，再求(1)、(2).



题 11－6 图

解　图示电路为对称三相 Y－Y 电路，可归结到一相（A 相）电路计算.

（1）令 $\dot{U}_{AN}=220\angle 0^\circ$，线电流 $\dot{I}_A$ 为

$$\dot{I}_A=\frac{\dot{U}_{AN}}{Z}=\frac{220\angle 0^\circ}{30+j20}\text{ A}=6.1\angle -33.69^\circ\text{ A}$$

所以电流表读数为 6.1A.

（2）三相负载吸收总功率为

$$P=3I_A{}^2\times R=3\times 6.1^2\times 30\text{ W}=3349\text{ W}$$

（3）A 相短路（阻抗为零），则 B 相和 C 相负载所施加电压即为电源线电压，即 A 与 N' 等电位

$$\dot{U}_{AB}=\sqrt{3}\dot{U}_{AN}\angle 30^\circ=380\angle 30^\circ\text{ V}$$

$$\dot{U}_{AC}=-\dot{U}_{CA}=-380\angle 150^\circ\text{ V}$$

$$=380\angle -30^\circ\text{ V}$$

三相电路 B，C 两相相电流为

$$\dot{I}_{N'B}=\frac{\dot{U}_{AB}}{Z}=\frac{380\angle 30^\circ}{30+j20}\text{A}=10.54\angle -3.69^\circ\text{ A}$$

$$\dot{I}_{N'C}=\frac{\dot{U}_{AC}}{Z}=\frac{380\angle -30^\circ}{30+j20}\text{A}=10.54\angle -63.69^\circ\text{ A}$$

由 KCL

$$\dot{I}_A=\dot{I}_{N'B}+\dot{I}_{N'C}=(10.54\angle -3.69^\circ+10.54\angle -63.69^\circ)\text{ A}$$

$$=18.26\angle -33.7^\circ\text{ A}$$

所以当 A 相短路，电流表读数变为 18.26 A.

三相负载的功率为

$$P=2I_{N'B}^2\times R=2\times(10.54)^2\times 30\text{W}=6665.5\text{ W}$$

（4）如果图中 A 相开路，则 B 相负载与 C 相负载串联

$$\dot{U}_{BC}=\alpha^2\dot{U}_{AB}=\sqrt{3}\alpha^2\dot{U}_{AN}\angle 30^\circ=380\angle -90^\circ\text{V}$$

则负载的电流

$$\dot{I}_A=0（电流表读数为 0）$$

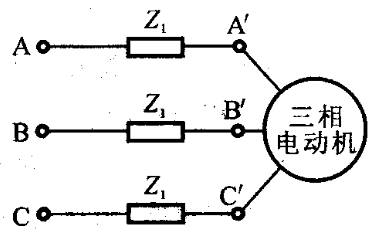
$$\dot{I}_{BN'}=-\dot{I}_{CN'}=\frac{\dot{U}_{BC}}{2Z}=\frac{380\angle -90^\circ}{2\times(30+j20)}\text{A}$$

$$=5.27\angle -123.69^\circ\text{ A}$$

三相负载功率为

$$P = 2I_{BN'}^2 R = 2 \times (5.27)^2 \times 30\text{W} = 1666.4\ \text{W}$$

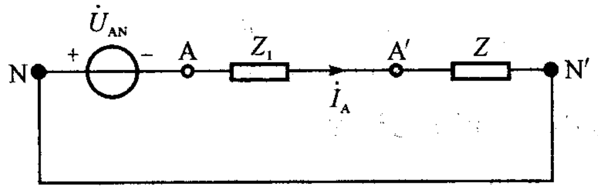
11－7 图示对称三相电路中，$\dot{U}_{A'B'} = 380$ V，三相电动机吸收的功率为 1.4 kW，其功率因数 $\lambda = 0.866$（滞后），$Z_1 = -\mathrm{j}55\ \Omega$. 求 U_{AB} 和电源端的功率因数 λ'.



题 11－7 图

解 提示 根据三相电动机功率可求得线电流 I.

由题意为对称三相电路，可归结到一相（A 相）电路计算，如题解11－7 图



题解 11－7 图

令
$$\dot{U}_{A'N'} = \frac{\dot{U}_{A'B'}}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 220 \angle 0^\circ\ \text{V}$$

$$I_A = \frac{P}{\sqrt{3}U_{A'B'}\cos\varphi} = \frac{1400}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.866} = 2.45(\text{A})$$

而
$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \arccos 0.866 = 30^\circ$$
$$\varphi_i = -30^\circ$$

则
$$\dot{I}_A = 2.45 \angle -30^\circ\ \text{A}$$

根据一相计算电路，$\dot{U}_{AN}$ 为

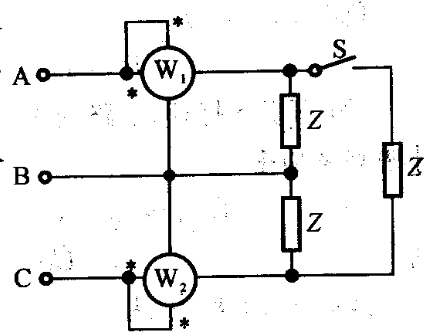
$$\dot{U}_{AN} = Z_1 \dot{I}_A + \dot{U}_{A'N'} = 55 \angle -90^\circ \times 2.45 \angle -30^\circ + 220 \angle 0^\circ$$
$$= 192.13 \angle -37.4^\circ\ (\text{V})$$

则电源端的功率因数为

$$\lambda' = \cos(-37.4^\circ + 30^\circ)$$
$$= \cos(-7.4^\circ) = 0.9917(\text{超前})$$

11－8 图示为对称的 Y－△ 三相电路，$U_{AB} = 380$ V，$Z = (27.5 +$

j47.64)Ω. 求：(1) 图中功率表的读数及其代数和有无意义？(2) 若开关 S 打开，再求(1).



题 11-8

解 (1) 图中两个功率表的读数分别为

$$P_1 = \mathrm{Re}[\dot{U}_{AB}\dot{I}_A^*]$$

$$P_2 = \mathrm{Re}[\dot{U}_{CB}\dot{I}_C^*]$$

则
$$\begin{aligned} P_1 + P_2 &= \mathrm{Re}[\dot{U}_{AB}\dot{I}_A^* + \dot{U}_{CB}\dot{I}_C^*] \\ &= \mathrm{Re}[(\dot{U}_A - \dot{U}_B)\dot{I}_A^* + (\dot{U}_C - \dot{U}_B)\dot{I}_C^*] \\ &= \mathrm{Re}[\dot{U}_A^*\dot{I}_A^* - \dot{U}_B^*(\dot{I}_A^* + \dot{I}_C^*) + \dot{U}_C\dot{I}_C^*] \\ &= \mathrm{Re}[\dot{U}_A\dot{I}_A^* + \dot{U}_B\dot{I}_B^* + \dot{U}_C\dot{I}_C^*] = P \end{aligned}$$

上述式表明 P_1 和 P_2 读数没有什么意义，但 P_1 和 P_2 之和代表了三相电路负载吸收的总功率.

当开关闭合时，电路为对称三相电路，

$$\begin{aligned} P_1 &= \mathrm{Re}[\dot{U}_{AB}\dot{I}_A^*] = \dot{U}_{AB}I_A\cos(\varphi_{uAB} - \varphi_{iA}) \\ &= U_l I_l \cos(\varphi_{uA} + 30^\circ - \varphi_{iA}) \\ &= U_l I_l \cos(\varphi_2 + 30^\circ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_2 &= \mathrm{Re}[\dot{U}_{CB}\dot{I}_C^*] = \dot{U}_{CB}I_C\cos(\varphi_{uCB} - \varphi_{iC}) \\ &= U_l I_l \cos(\varphi_{uc} - 30^\circ - \varphi_{ic}) \\ &= U_l I_l \cos(\varphi_2 - 30^\circ) \end{aligned}$$

在本题中，$U_l = U_{AB} = 380$ V，线电流

$$I_l = I_A = \sqrt{3}I_{AB} = \sqrt{3} \times \frac{380}{\sqrt{275^2 + 47.64^2}}\text{A} = 11.965\ \text{A}$$

阻抗角

$$\varphi_2 = \arctan\frac{47.64}{27.5} = 60^\circ$$

$$\begin{aligned} W_1 = P_1 &= U_l I_l \cos(\varphi_2 + 30^\circ) \\ &= 380 \times 11.965 \times \cos 90^\circ = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_2 = P_2 &= U_l I_l \cos(\varphi_2 - 30^\circ) \\ &= 380 \times 11.965 \times \cos 30^\circ = 3937.558\ \text{W} \end{aligned}$$

负载总功率为

$$P = P_1 + P_2 = 3937.558\ \text{W}$$

(2) 开关S打开，电路变为不对称三相电路，仍能用如图所示的二瓦计法测量功率

令 $\dot{U}_{AB} = 380\,\underline{/30^\circ}\,\text{V}$，$\dot{U}_{BC} = 380\,\underline{/-90^\circ}\ \text{V}$

则 $\dot{U}_{CB} = 380\,\underline{/90^\circ}\,\text{V}$，

线电流 $\dot{I}_A$ 和 $\dot{I}_C$ 为

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z} = 6.91\,\underline{/-30^\circ}\ \text{A}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CB} = \frac{\dot{U}_{CB}}{Z} = \frac{380\,\underline{/90^\circ}}{27.5 + \text{j}47.64} = 6.91\,\underline{/30^\circ}\ \text{A}$$

$$\text{W}_1 = P_1 = \text{Re}[\dot{U}_{AB}\dot{I}_A^*] = 380 \times 6.91 \times \cos60^\circ\text{W} = 1312.9\ \text{W}$$

$$W_2 = P_2 = \text{R}_e[\dot{U}_{CB}\dot{I}_C^*] = 380 \times 6.91 \times \cos60^\circ\ \text{W} = 1312.9\ \text{W}$$

负载总功率

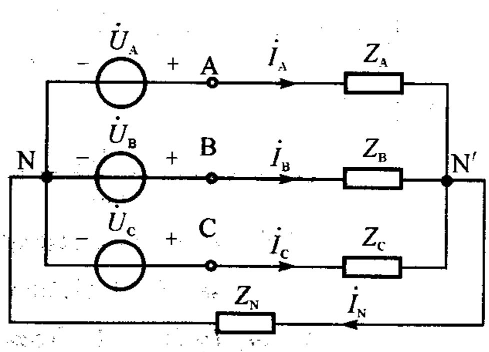
$$P = P_1 + P_2 = 2625.8\ \text{W}$$

11-9 已知不对称三相四线制电路中的端线阻抗为零，对称电源端的线电压 $U_l = 380\ \text{V}$，不对称的星形连接负载分别是 $Z_A = (3+\text{j}2)\Omega$，$Z_B = (4+\text{j}4)\Omega$，$Z_C = (2+\text{j}1)\Omega$. 试求：

(1) 当中线阻抗 $Z_N = (4+\text{j}3)\Omega$ 时的中点电压、线电流和负载吸收的总功率；

(2) 当 $Z_N = 0$ 且A相开路时的线电流. 如果无中线(即 $Z_N = \infty$) 又会怎样？

解 提示 对于不对称四线制电路，利用分析正弦交流电路的一般方法去分析，经常用到结点法.



题解 11-9 图

(1) 对称电源端相电压

$$\dot{U}_A = \frac{U_l}{\sqrt{3}}\,\underline{/0^\circ} = 220\,\underline{/0^\circ}\text{V}$$

$$\dot{U}_B = 220\,\underline{/-120^\circ}\text{V}$$

$\dot{U}_C = 220\angle 90^\circ V$

中性点电压

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dfrac{\dot{U}_A}{Z_A} + \dfrac{\dot{U}_B}{Z_B} + \dfrac{\dot{U}_C}{Z_C}}{\dfrac{1}{Z_A} + \dfrac{1}{Z_B} + \dfrac{1}{Z_C} + \dfrac{1}{Z_N}} = 50.09\angle 115.52^\circ V$$

所以，各相负载的电流（即线电流）为

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A - \dot{U}_{N'N}}{Z_A} = \frac{220\angle 0^\circ - 50.09\angle 115.52^\circ}{3 + j2}$$

$$= 68.17\angle -44.29^\circ A$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B - \dot{U}_{N'N}}{Z_B} = \frac{220\angle -120^\circ - 50.09\angle 115.52^\circ}{4 + j4} A$$

$$= 44.51\angle 155.52^\circ A$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C - \dot{U}_{N'N}}{Z_C} = \frac{220\angle 120^\circ - 50.09\angle 115.52^\circ}{2 + j1} A$$

$$= 76.07\angle 94.76^\circ A$$

$$\dot{I}_N = \frac{\dot{U}_{N'N}}{Z_N} = \frac{50.09\angle 115.52^\circ}{4 + j3} A = 10.02\angle 78.65^\circ A$$

负载吸收的总功率

$$P = I_A^2 R_A + I_B^2 R_B + I_C^2 R_C$$

$$= [(68.17)^2 \times 3 + (44.51)^2 \times 4 + (76.07)^2 \times 2] kW$$

$$= 33.439 \text{ kW}$$

(2) 当 $Z_N = 0$ 时，$\dot{U}_{N'N} = 0$，$\dot{I}_A = 0$，B、C 两相不受影响

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z_B} = \frac{220\angle -120^\circ}{4 + j4} A = 38.89\angle -165^\circ A$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z_C} = \frac{220\angle 90^\circ}{2 + j1} A = 98.39\angle 93.43^\circ A$$

$$\dot{I}_N = \dot{I}_B + \dot{I}_C = (38.89\angle -165^\circ + 98.39\angle 93.43^\circ)\ A$$

$$= 98.28\angle 116.43^\circ A$$

如无中线，即 $Z_N = \infty$ 且 A 相开路，有 $\dot{I}_N = 0$，$\dot{I}_A = 0$，则

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_B + Z_C} = \frac{\dot{U}_B - \dot{U}_C}{6 + j5} = \frac{380\angle -90^\circ}{7.81\angle 39.81^\circ} A$$

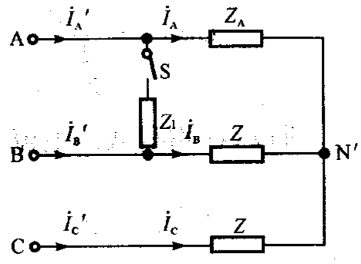
$$= 48.66\angle -129.81^\circ A$$

$$\dot{I}_C = -\dot{I}_B = -48.66\angle{-129.81^\circ}\text{A}$$

11－10 图示电路中，对称三相电源端的线电压 $U_1 = 380\text{ V}$，$Z = (50 + \text{j}50)\Omega$，$Z_1 = (100 + \text{j}100)\Omega$，$Z_A$ 为 R,L,C 串联组成，$R = 50\ \Omega$，$X_L = 314\ \Omega$，$X_C = -264\ \Omega$. 试求：

(1) 开关 S 打开时的线电流；

(2) 若用二瓦计法测量电源端三相功率，试画出接线图，并求两个功率表的读数（S 闭合时）.



题 11－10 图

解 (1) 开关打开时

$$Z_A = R + \text{j}(X_L + X_C) = (50 + \text{j}50)\Omega = Z$$

则该电路为对称三相电路，可以归结到 A 相计算.

令电源端相电压 $\dot{U}_{AN} = \dfrac{U_1}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ = 220\angle 0^\circ\text{ V}$，则图中标出的电流

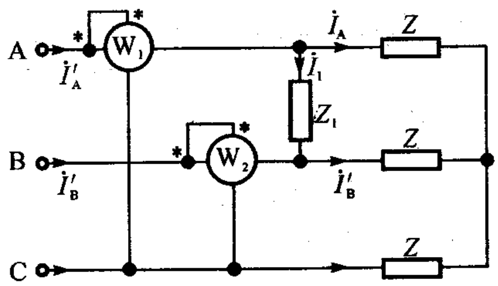
$$\dot{I}_A' = \dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z} = \frac{220\angle 0^\circ}{50 + \text{j}50}\text{A} = 3.11\angle{-45^\circ}\text{ A}$$

根据对称性

$$\dot{I}_B' = \dot{I}_B = \alpha^2\dot{I}_A = 3.11\angle{-165^\circ}\text{ A}$$

$$\dot{I}_C' = \dot{I}_C = \alpha\dot{I}_A = 3.11\angle 75^\circ\text{ A}$$

(2) 开关闭合时，画出二瓦计法测量电源端三相功率接线图如题解 11－10 图所示.



题解 11－10 图

根据二瓦计测量三相功率的公式，本题中须算出电流 $\dot{I}_A'$ 和 $\dot{I}_B'$，即

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_1} = \frac{380\angle 30^\circ}{100+\mathrm{j}100} = 2.687\angle -15^\circ \mathrm{A}$$

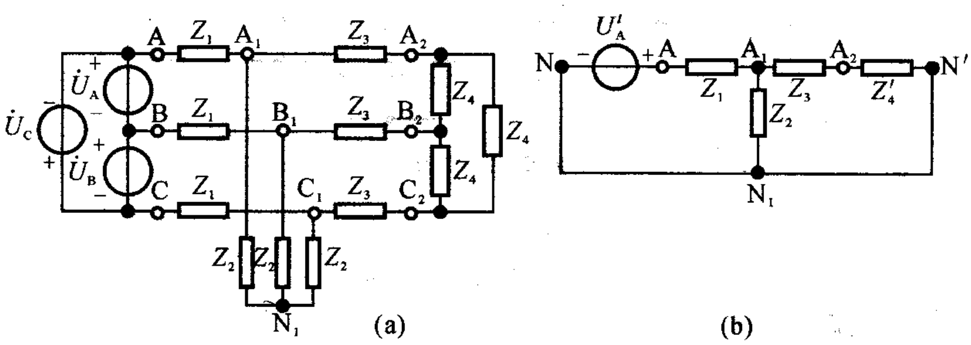
根据 KCL

$$\dot{I}_A{}' = \dot{I}_A + \dot{I}_1 = 3.11\angle -45^\circ + 2.687\angle -15^\circ$$
$$= 5.60\angle -31.12^\circ\ (\mathrm{A})$$
$$\dot{I}_B{}' = \dot{I}_B - \dot{I}_1 = 3.11\angle -165^\circ - 2.687\angle -15^\circ$$
$$= 5.60\angle -178.87^\circ\ (\mathrm{A})$$

两功率表读数为

$$P_1 = \dot{U}_{AC}\dot{I}_A{}'\cos(\varphi_{U_{AC}} - \varphi_{I'_A})$$
$$= 380\times 5.6\times\cos(-30^\circ-(-31.12^\circ))\mathrm{W}$$
$$= 2127.6\ \mathrm{W}$$
$$P_2 = V_{BC}I_B{}'\cos(\varphi_{U_{BC}} - \varphi_{I_{B'}})$$
$$= 380\times 5.6\times(-90^\circ-(-178.87^\circ))\mathrm{W}$$
$$= 41.97\ \mathrm{W}$$

11－11 图(a) 为对称三相电路，经变换后可获得图(b) 所示一相计算电路. 试说明变换的步骤并给出必要的关系.



题 11－11 图

解　将(a) 所示的对称三相电路变换为图(b) 所示一相计算电路，其变换步骤如下：

(1) 将三相电源由 △→Y，有

$$\dot{U}_A{}' = \frac{\dot{U}_{AB}}{\sqrt{3}}\angle -30^\circ = \frac{\dot{U}_A}{\sqrt{3}}\angle -30^\circ \mathrm{V}$$

(2) 将(a)图中电路负载端△联接的阻抗 Z_4 变换为Y形联接.

$Z_4' = \frac{1}{3}Z_4$，设增加的负载中性点为 N′

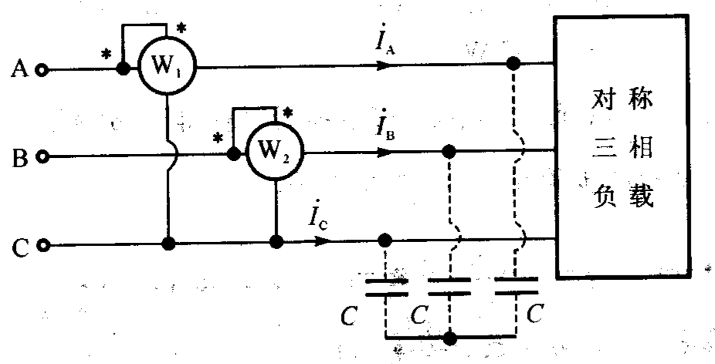
(3) 对称三相电路中 N，N_1 和 N′ 为等电位点，因此可画出图(b)所示的一相计算电路.

11－12 已知对称三相电路的负载吸收的功率为 2.4kW，功率因数为 0.4(感性). 试求：

(1) 两个功率表的读数(用二瓦计法测量功率时)；

(2) 怎样才能使负载端的功率因数提高到 0.8?并再求出两个功率表的读数.

解 (1) 利用二瓦计法测量功率的接线图如题解 11－12 图所示，对称三相电路两功率表读数为



题解 11－12 图

$$P_1 = U_1 I_1 \cos(\varphi - 30°)$$
$$P_2 = U_1 I_1 \cos(\varphi + 30°)$$

其中 φ 为阻抗角

$$\varphi = \arccos 0.4 = 66.422°$$

又由
$$P = \sqrt{3}U_1 I_1 \cos\varphi = 2.4 \text{ kW}$$

$$U_1 I_1 = \frac{P}{\sqrt{3}\cos\varphi} = \frac{2.4 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 0.4} = 3.464 \times 10^3$$

所以，两表读数为

$$W_1 = P_1 = U_1 I_1 \cos(\varphi - 30°) = 3.464 \times 10^3 \times \cos 36.422° = 2.787 \text{ kW}$$

$$W_2 = P_2 = U_{1l}I_1\cos(\varphi + 30^\circ)$$
$$= 3.464 \times 10^3 \times \cos 96.422^\circ = -0.387\ \text{kW}$$

(2) 提高功率因数，可在负载端并联对称三相星形连接的电容器组，以补偿无功功率，如题解 11－12 图中虚线所示.

提高的功率因数为 $\cos\varphi' = 0.8$，故 $\varphi' = 36.87^\circ$.

电容器组产生的无功功率为：

$$Q_C = P\tan\varphi' - P\tan\varphi$$
$$= 2.4 \times \tan 36.87^\circ - 2.4 \times \tan 66.422^\circ$$
$$= -3.699\ \text{kvar}$$

设此时两功率表读数分别为 P_1' 和 P_2'，且总有功功率不变，即

$$P_1'/P_2' = \cos(\varphi' - 30^\circ)/\cos(\varphi' + 30^\circ) = 2.53$$

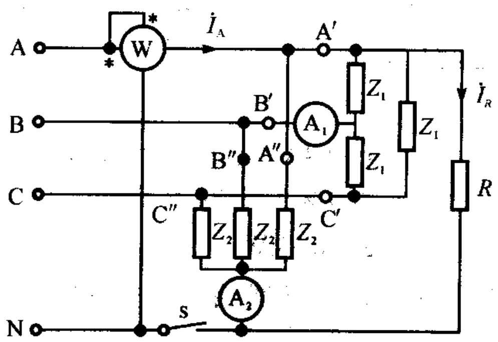
$$W_2 = P_2' = \frac{P}{1 + 2.53} = \frac{2.4}{3.53}\ \text{kW} = 0.68\ \text{kW}$$

$$W_1 = P_1' = 2.4 - 0.68\ \text{kW} = 1.72\ \text{kW}$$

11－13 图示三相（四线）制电路中，$Z_1 = -\text{j}10\ \Omega$，$Z_2 = (5 + \text{j}12)\ \Omega$，对称三相电源的线电压为 380 V，图中电阻 R 吸收的功率为 24200 W（S 闭合时）. 试求：

(1) 开关 S 闭合时图中各表的读数. 根据功率表的读数能否求得整个负载吸收的总功率；

(2) 开关S打开时图中各表的读数有无变化，功率表的读数有无意义？



题 11－13 图

解　提示　S 闭合时，Z_1，Z_2 处于对称三相电源的相电压下，而 R 上电压为 $\dot{U}_{AN}$.

(1) 开关S闭合时，三角形负载端的A′，B′，C′和星形负载端的A″，B″，C″处的线电压均与电源端相同，为对称线电压.

令 $\dot{U}_{AN} = \dfrac{U_1}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ = 220\angle 0^\circ \text{V}, \quad \dot{U}_{AB} = 380\angle 30^\circ \text{ V}$

电阻 R 吸收功率为 $P_R = \dot{U}_{AN} I_R = 24200\text{W}$

$$\dot{I}_R = \frac{P_R}{\dot{U}_{AN}}\angle 0^\circ = \frac{24200}{220}\angle 0^\circ \text{ A} = 110\angle 0^\circ \text{ A}$$

所以
$$R = \frac{\dot{U}_{AN}}{\dot{I}_R} = 2\ \Omega$$

三角形负载中的相电流 $\dot{I}_{A'B'}$ 为

$$\dot{I}_{A'B'} = \frac{380\angle 30^\circ}{-\text{j}10}\text{ A} = 38\angle 90^\circ \text{ A}$$

则线电流 $\dot{I}_A{}' = \sqrt{3}\dot{I}_{A'B'}\angle -30^\circ = 65.82\angle 90^\circ \text{A} = \text{j}65.82 \text{ A}$

由对称性可以写出

$$\dot{I}_B{}' = \alpha^2 \dot{I}_A{}' = 65.82\angle -30^\circ \text{ A}$$

所以电流表读数为 $A_1 = I_B{}' = 65.82 \text{ A}.$

A_2 电流表读数为 0 A.

星形负载中的线电流 $\dot{I}_A{}''$ 为

$$\dot{I}_A{}'' = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_2} = \frac{220\angle 0^\circ}{5+\text{j}12}\text{A} = 16.92\angle -67.38^\circ \text{ A}$$

此时，$\dot{I}_A$ 为

$$\dot{I}_A = \dot{I}_A{}' + \dot{I}_A{}'' + \dot{I}_R = (\text{j}65.82 + 16.92\angle -67.38^\circ + 110\angle 0^\circ)\text{A}$$
$$= 126.86\angle 23.31^\circ \text{A}$$

功率表读数

$$\begin{aligned} W &= U_{AN} I_A \cos(\varphi_{\dot{U}AN} - \varphi_{\dot{I}A}) \\ &= 220 \times 126.86 \times \cos(-23.31^\circ)\ \text{kW} \\ &= 25.63\ \text{kW} \end{aligned}$$

功率表读数为所有与A相端线相连接负载的有功功率之和. 即

$W = P_R + \dfrac{1}{3}P_1 + \dfrac{1}{3}P_2$（$P_1$，$P_2$ 为三角形负载和星形负载）

因此三相负载吸收总功率为

$$P_1 + P_2 = 3(W - P_R) = 3 \times 1430\text{ W} = 4290\text{ W}$$

所以整个负载吸收的总功率为

$$P = P_1 + P_2 + P_R = 4290 + 24200\ \mathrm{kW} = 28.49\ \mathrm{kW}$$

(2) 开关 S 打开时

图中 N 点与 N_2 点无中线，由阻抗 Z_1 构成的三角形负载仍为对称三相负载与对称三相电源相连接，故 $\dot{I}_A'$，$\dot{I}_B'$ 和 $\dot{I}_C'$ 不变，A_1 电流表读数不变，为 65.82A.

由 Z_2 构成的星形负载由于在 A 相负载处并联了电阻 R，而使其成为不对称三相负载，其中性点 N_2 与 N 之间电压为

$$\dot{U}_{N_2N} = \frac{(\dot{U}_{AN} + \dot{U}_{BN} + \dot{U}_{CN})/Z_2 + \dot{U}_{AN}/R}{\dfrac{3}{Z_2} + \dfrac{1}{R}}$$

$$= 175.72\ \underline{/19.89^\circ}\mathrm{V}$$

这时，线电流 $\dot{I}_A''$ 为

$$\dot{I}_A'' = \frac{\dot{U}_{AN} - \dot{U}_{N_2W}}{Z_2} = \frac{220\ \underline{/0^\circ} - 175.72\ \underline{/19.89^\circ}}{5 + \mathrm{j}12}\ \mathrm{A}$$

$$= 6.24\ \underline{/-114.89^\circ}\ \mathrm{A}$$

且图中，$$\dot{I}_A'' + \dot{I}_B'' + \dot{I}_C'' = -\dot{I}_R$$

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}_{AN} - \dot{U}_{N_2N}}{R} = 40.54\ \underline{/-47.51^\circ}$$

电流表 A_2 的读数为 40.54 A.

电源端线电流 $\dot{I}_A$ 为

$$\dot{I}_A = \dot{I}_A + \dot{I}_A'' + \dot{I}_R$$

$$= \mathrm{j}65.82 + 6.24\ \underline{/-114.89^\circ} + 40.54\ \underline{/-47.51^\circ}$$

$$= 39.10\ \underline{/50.72^\circ}\mathrm{A}$$

所以，功率表读数为

$$W = \dot{U}_{AN} I_A \cos(\varphi_{\dot{U}_{AN}} - \varphi_{\dot{I}_A})$$

$$= 220 \times 39.1 \times \cos(-50.72^\circ)\mathrm{kW}$$

$$= 5.45\ \mathrm{kW}$$

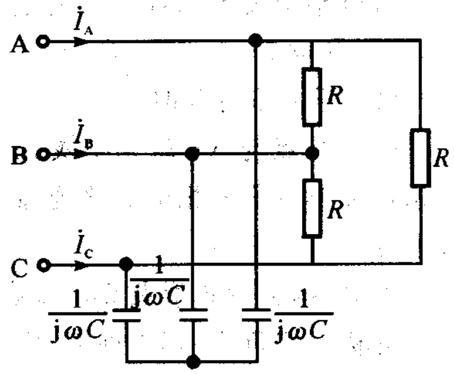
此时功率表读数为 A 相电源的功率，而不是对称三相电路 A 相负载的功率.

11-14 图示为对称三相电路，线电压为 380 V，$R = 200\,\Omega$，负载吸收的

无功功率为 $1520\sqrt{3}$var. 试求：

（1）各线电流；

（2）电源发出的复功率.



题 11－14 图

解 （1）令电源端相电压

$$\dot{U}_{AN} = \frac{U_l}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ = 220\angle 0^\circ \text{V}$$

则 $\dot{U}_{AB} = U_l\angle 30^\circ = 380\angle 30^\circ \text{V}$

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{R} = \frac{380\angle 30^\circ}{200} \text{A}$$

$$= 1.9\angle 30^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_{A_1} = \sqrt{3}\dot{I}_{AB}\angle -30^\circ \text{A}$$

$$= 3.29\angle 0^\circ \text{A}$$

又由题意，对称三相电容吸收的无功功率为

$$Q = \sqrt{3}U_l I_{l2}\sin(-90^\circ) = -1520\sqrt{3}\text{var}$$

故得 $$I_{A_2} = I_{l2} = \frac{Q}{\sqrt{3}V_l\sin(-90^\circ)} = \frac{-1520\sqrt{3}}{-\sqrt{3}\times 380}\text{A} = 4\text{A}$$

$$\dot{I}_{A_2} = j\omega C\dot{U}_{AN} = 4\angle 90^\circ = j4\text{A}$$

则 $$\dot{I}_A = \dot{I}_{A_1} + \dot{I}_{A_2} = (3.29 + j4)\text{A} = 5.18\angle 50.56^\circ \text{A}$$

由对称性可写出

$$\dot{I}_B = \alpha^2\dot{I}_A = 5.18\angle -69.44^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_C = \alpha\dot{I}_A = 5.18\angle 170.56^\circ \text{A}$$

（2）对称三相电源发出的复功率为

$$\overline{S} = 3\overline{S_A} = 3\dot{U}_{AN}\dot{I}_A{}^*$$

$$= 3\times 220\angle 0^\circ \times 5.18\angle -50.56^\circ \text{V}\cdot\text{A}$$

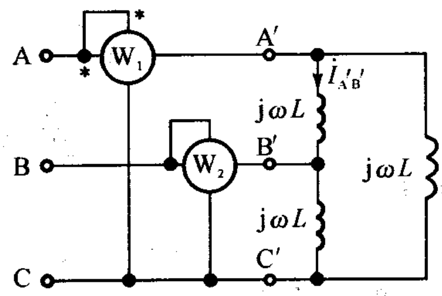
$$= 3418.8\angle -50.56^\circ \text{V}\cdot\text{A}$$

11－15 图示为对称三相电路，线电压为 380V，相电流 $I_{A'B'} = 2$A. 求图中功率表的读数.

解 设 $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{A'B'} = 380\angle 0^\circ$ V，则

相电流

$$\dot{I}_{A'B'}=\frac{\dot{U}_{A'B'}}{j\omega L}$$
$$=\dot{I}_{A'B'}\angle{-90^\circ}=2\angle{-90^\circ}\text{A}$$



题 11－15

线电流

$$\dot{I}_A=\sqrt{3}\dot{I}_{A'B'}\angle{-30^\circ}$$
$$=3.464\angle{-120^\circ}\text{A}$$

功率表 W_1 的读数为

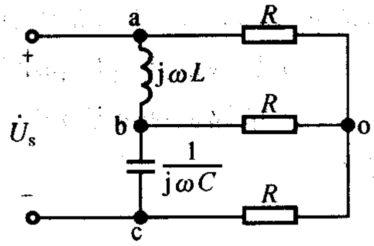
$$W_1=\text{Re}[\dot{U}_{AC}\dot{I}_A{}^*]$$
$$=380\times3.464\times\cos60^\circ$$
$$=658.2\text{ W}$$

又由总有功功率

$$P=W_1+W_2=0(\text{纯感性负载})$$

故 $$W_2=-W_1=-658.2\text{ W}$$

11－16 图示电路中的 $\dot{U}_s$ 是频率 $f=50$ Hz 的正弦电源. 若要使 $\dot{U}_{ao}$，$\dot{U}_{bo}$，$\dot{U}_{co}$ 构成对称三相电压，试求 R,L,C 之间应当满足什么关系. 设 $R=20\Omega$，求 L 和 C 的值.



题 11－16

解 对结点 b 列出 KCL 方程

$$\frac{\dot{U}_{ab}}{jX_L}-\frac{\dot{U}_{bc}}{jX_C}-\frac{\dot{U}_{bo}}{R}=0 \qquad (1)$$

其中，$X_L=\omega L, X_C=\dfrac{1}{\omega C}$

设 $\dot{U}_{ao}$，$\dot{U}_{bo}$ 和 $\dot{U}_{co}$ 构成对称三相电压，并令 $\dot{U}_{ao}=U_p\angle{0^\circ}$，则

$$U_{bo}=\alpha\dot{U}_{ao}=\dot{U}_p\angle{-120^\circ}\text{V}$$
$$\dot{U}_{ab}=\sqrt{3}\dot{U}_{ao}\angle{30^\circ}=\sqrt{3}U_p\angle{30^\circ}$$
$$\dot{U}_{bc}=\alpha^2\dot{U}_{ab}=\sqrt{3}U_p\cdot\angle{-90^\circ}$$

将以上各电压代入方程式(1)中，得

$$\frac{\sqrt{3}U_p\angle{30^\circ}}{jX_L}+\frac{\sqrt{3}U_p\angle{-90^\circ}}{jX_C}-\frac{U_p\angle{-120^\circ}}{R}=0$$

将上述方程左边的实部和虚部展开，有

$$\frac{\sqrt{3}}{2X_L} - \frac{\sqrt{3}}{X_C} + \frac{1}{2R} = 0$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2R} - \frac{3}{2X_L} = 0$$

解得

$$R = X_L/\sqrt{3}; \quad X_L = X_C$$

又已知 $R = 20\Omega, f = 50\text{Hz}, \omega = 2\pi f = 314 \text{ rad/s}$

得 $X_L = X_C = \sqrt{3}R = 34.64\ \Omega$

所以 $L = \frac{X_L}{\omega} = 110.32\ \text{mH}, C = \frac{1}{\omega X_C} = 91.93\ \mu\text{F}$