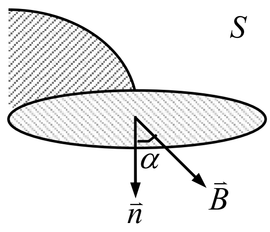
《大学物理 BI》作业　　No.08 恒定磁场　（A 卷）

班级 ________ 学号 ________ 姓名 _________ 成绩 _______

一、选择题

1. 在磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中作一半径为 r 的半球面 S，S 边线所在平面的法线方向单位矢量 $\vec{n}$ 与 $\vec{B}$ 的夹角为 α ，则通过半球面 S 的磁通量为



[D] (A) $\pi r^2 B$；　　(B) $2\pi r^2 B$

(C) $-\pi r^2 B\sin\alpha$；　　(D) $-\pi r^2 B\cos\alpha$。

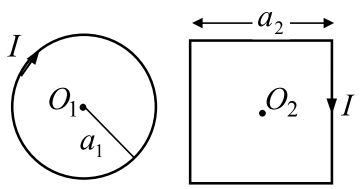
解： 半球面 S 与其边线所在平面(圆平面) S' 组成一个封闭曲面。

由磁场的高斯定理 $\oiint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0$ 知

$$\iint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}+\iint_{S'} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0$$

$$\iint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=-\iint_{S'} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=-\pi r^2 B\cos\alpha \text{。}$$

2. 载流的圆形线圈(半径 a_1)与正方形线圈(边长 a_2)通有相同电流 I，若两个线圈的中心 O_1、O_2 处的磁感应强度大小相同，则半径 a_1 与边长 a_2 之比 $a_1 : a_2$ 为：



[D] (A) 1：1　　(B) $\sqrt{2}\pi:1$　　(C) $\sqrt{2}\pi:4$　　(D) $\sqrt{2}\pi:8$

解： 圆电流在其中心产生的磁感应强度 $B_1=\dfrac{u_0 I}{2a_1}$

正方形线圈在其中心产生的磁感应强度

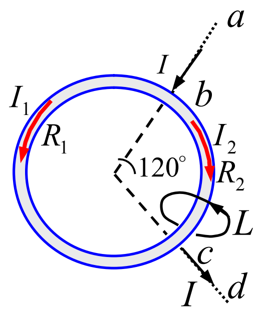
$$B_2=4\times\frac{u_0 I}{4\pi\times\frac{a_2}{2}}(\cos 45^\circ-\cos 135^\circ)=2\sqrt{2}\,\frac{u_0 I}{\pi a_2}$$

由题意 $B_1=B_2$，$\dfrac{u_0 I}{2a_1}=2\sqrt{2}\,\dfrac{u_0 I}{\pi a_2}$　　$\therefore\ \dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{\sqrt{2}\pi}{8}$

3. 如图所示，两根直导线 ab 和 cd 沿半径方向被接到一个截面处处相等的铁环上，稳恒电流 I 从 a 端流入而从 d 端流出，则磁感应强度 $\vec{B}$ 沿图中闭合路径 L 的积分 $\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 等于

[D] (A) $u_0 I$　　(B) $\dfrac{1}{3}u_0 I$

(C) $\dfrac{1}{4}u_0 I$　　(D) $\dfrac{2}{3}u_0 I$



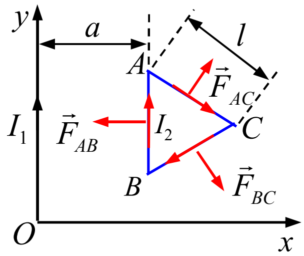
解： 电流 I 从 b 点分流，$I=I_1+I_2$。设铁环总电阻为 R，

由电阻公式 $R=\rho\dfrac{l}{s}$， $R_1=\dfrac{2}{3}R$， $R_2=\dfrac{1}{3}R$

又 $U_b=U_c$，即 $\dfrac{2}{3}RI_1=\dfrac{1}{3}RI_2$，得 $I_2=\dfrac{2}{3}I$

所以 $\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\dfrac{2u_0 I}{3}$

4. 如图所示，无限长直载流导线与正三角形载流线圈在同一平面内，若长直导线固定不动，则载流三角形线圈将：



[**A**] (A) 向着长直导线平移　　(B) 离开长直导线平移

(C) 转动　　(D) 不动

解：建立如图所示的坐标轴，无限长的直电流在 $x>0$ 处产生的磁感应强度为 $B=\dfrac{u_0 I_1}{2\pi x}$ $\otimes$

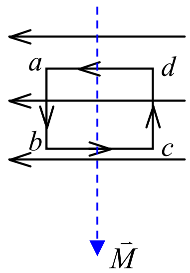
所以导线 AC 和 BC 上的磁感应强度小于 AB 上各点的磁感应强度。

由安培力公式，$d\vec{F}=Id\vec{l}\times\vec{B}$ 可得，$F_{AB}>F_{AC}=F_{BC}$，方向如图所示。由于 $\vec{F}_{AC}$ 和 $\vec{F}_{BC}$ 的夹角为 120 度，其合力大小等于 $\vec{F}_{BC}$，沿 x 轴正向。

所以三条边所受力的合力沿 x 轴负向。

5. 如图，匀强磁场中有一矩形通电线圈，它的平面与磁场平行，在磁场作用下，线圈发生转动，其方向是

[**A**]



(A) *ab* 边转入纸内，*cd* 边转出纸外；

(B) *ab* 边转出纸外，*cd* 边转入纸内；

(C) *ad* 边转入纸内，*bc* 边转出纸外；

(D) *ad* 边转出纸外，*bc* 边转入纸内。

解：因载流线圈在均匀磁场中受磁力矩 $\vec{M}=\vec{P}_m\times\vec{B}$ 的作用，而载流线圈的磁矩与线圈电流方向成右手螺旋关系，故载流线圈所受磁力矩方向竖直向下，从上往下看，线圈作顺时针方向转动，因此，*ab* 边转入纸内，*cd* 边转出纸外。　故选 A。

6. 真空中电流元 $I_1\mathrm{d}\vec{l}_1$ 与电流元 $I_2\mathrm{d}\vec{l}_2$ 之间的相互作用是这样进行的：

[**D**] (A) $I_1\mathrm{d}\vec{l}_1$ 与 $I_2\mathrm{d}\vec{l}_2$ 直接进行作用，且服从牛顿第三定律；

(B) 由 $I_1\mathrm{d}\vec{l}_1$ 产生的磁场与 $I_2\mathrm{d}\vec{l}_2$ 产生的磁场之间相互作用，且服从牛顿第三定律；

(C) 由 $I_1\mathrm{d}\vec{l}_1$ 产生的磁场与 $I_2\mathrm{d}\vec{l}_2$ 产生的磁场之间相互作用，但不服从牛顿第三定律；

(D) 由 $I_1\mathrm{d}\vec{l}_1$ 产生的磁场与 $I_2\mathrm{d}\vec{l}_2$ 进行作用，或由 $I_2\mathrm{d}\vec{l}_2$ 产生的磁场与 $I_1\mathrm{d}\vec{l}_1$ 进行作用，

且不服从牛顿第三定律。

解： 两个电流之间的相互作用是通过磁场进行的，不服从牛顿第三定律。

由安培定理，一个电流元所受的力决定于另一个电流元在该电流元处产生的磁场及电流元本身，即 $\mathrm{d}\vec{F}_{12}=I_1\,\mathrm{d}\vec{l}_1\times\vec{B}_2$或$\mathrm{d}\vec{F}_{21}=I_2\,\mathrm{d}\vec{l}_2\times\vec{B}_1$。

二、判断题

1. [　　] 在磁场中同一点，任何运动电荷在此受力的方向都是相同的。

解： × 因为磁力的方向还随电荷运动速度方向而不同，因而在磁场中同一点运动电荷受力的方向是不确定的。

2. [　　] 电流元的磁场在它的延长线上各点的磁感应强度均为零。

解： √ 由毕奥萨伐尔定律知该说法正确。

3.[　　] 电流产生的磁场和磁铁产生的磁场性质不同。

解： × 磁铁的磁场和电流的磁场性质一样，都是由电荷的运动产生的，属于无源场，非保守场。

4.[　　] 磁场是一种特殊形态的物质，具有能量、动量和质量等物质的基本属性。

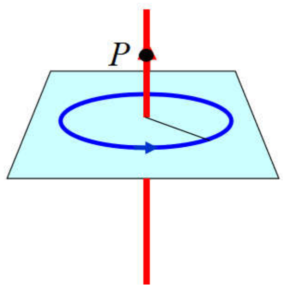
解： √

5.[　　] 由于磁感应线都是闭合曲线，所以在同一条磁感应线上的各点，磁感应强度大小处处相同。

解： × 磁场中各点磁感应强度的大小由电流的位置和分布决定（毕奥萨伐尔定律），与磁感应线是否闭合没有关系。

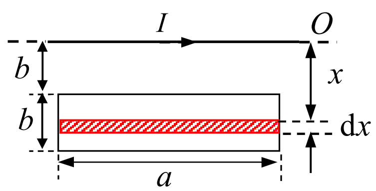
6. [　　] 作圆周运动的电荷的磁场可以等效为一个载流圆线圈的磁场。

解： × 只有在计算圆心的磁场时，才可以把圆周运动的电荷等效为一个圆电流；考虑其它位置的磁场时则不能把它等效于圆电流。因为运动的电荷在某个时刻只能处在圆周上的某一个位置，而真正的圆电流在圆周上的各个位置都有运动电荷。例如如图所示 P 点，圆环电流在 P 处产生的磁场沿轴线方向，而圆环上的某个运动电荷在 P 处产生的磁场不沿轴线方向。



三、填空题

1. 在一根通有电流 I 的长直导线旁，与之共面地放着一个长、宽各为 a 和 b 的矩形线框，线框的长边与载流长直导线平行，且二者相距为 b，如图

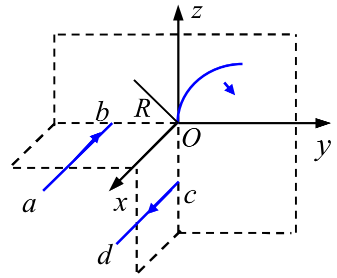


所示，在此情况下，线框内的磁通量 $\Phi = \dfrac{u_0 I a}{2\pi}\ln 2$ 。

解：在线圈内距长直导线 x 处取矩形面元 $\mathrm{d}S = a\mathrm{d}x$

通过面元的磁通量为：$\mathrm{d}\Phi = B\mathrm{d}S = \dfrac{u_0 I}{2x\pi}a\mathrm{d}x$

通过线框的总磁通量大小为：$\Phi = \int \mathrm{d}\Phi = \int_b^{2b}\dfrac{\mu_0 I a}{2\pi x}dx = \dfrac{\mu_0 I a}{2\pi}\ln 2$



2. 载有电流 I 的导线由两根半无限长的直导线和半径为 R 的、以 xyz 坐标系原点 O 为中心的3/4 圆弧组成，圆弧在 yOz 平面内，两根半无限长直导线分别在 xOy 平面和 xOz 平面内且与 x 轴平行，电流流向如图所示，O 点的磁感应强度 $\vec{B} = -\dfrac{u_0 I}{4\pi R}(\vec{j}+\vec{k}) - \dfrac{3u_0 I}{8R}\vec{i}$ 。

解：由直电流的磁场公式，ab 段在 O 点产生的磁场

$$\vec{B}_1 = -\frac{u_0 I}{2\pi R}(\cos 0 - \cos\frac{\pi}{2})\vec{k} = -\frac{u_0 I}{4\pi R}\vec{k}$$

cd 段在 O 点产生的磁场：$\vec{B}_2 = -\dfrac{u_0 I}{4\pi R}\vec{j}$

又 $b\widehat{c}$ 在 O 点产生的磁场：$\vec{B}_3 = -\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{u_0 I}{2R}\vec{i}$

得 O 点总磁场：$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = -\dfrac{u_0 I}{4\pi R}(\vec{j}+\vec{k}) - \dfrac{3u_0 I}{8R}\vec{i}$

3. 一质点带有电荷 $q = 8.0\times10^{-19}\,\mathrm{C}$，以速度 $v = 3.0\times10^{5}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 在半径为 $R = 6.00\times10^{-8}\,\mathrm{m}$ 的圆周上作匀速圆周运动，该带电质点在轨道中心所产生的磁感应强度 B = $6.67\times10^{-6}(\mathrm{T})$ ；该带电质点轨道运动的磁矩 P_{m}= $7.20\times10^{-21}(\mathrm{A\cdot m^2})$ 。($\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{H\cdot m^{-1}}$)

解：点电荷作圆周运动周期 $T = \dfrac{2\pi R}{v}$，对应的电流强度为 $I = \dfrac{q}{T} = \dfrac{qv}{2\pi R}$，在轨道中心产生的磁感应强度为：

$$B = \frac{u_o I}{2R} = \frac{u_0 qv}{4\pi R^2} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times8\times10^{-19}\times3\times10^{5}}{4\pi\times(6\times10^{-8})^2} = 6.67\times10^{-6}(\mathrm{T})$$

点电荷作轨道运动的磁矩为：

$$P_{\mathrm{m}} = \pi R^2 I = \frac{1}{2}qvR = \frac{1}{2}\times8\times10^{-19}\times3\times10^{5}\times6\times10^{-8} = 7.20\times10^{-21}(\mathrm{A\cdot m^2})$$

4. 一长直螺线管是由直径 d= 0.2mm 的漆包线密绕而成。当它通以 I = 0.5A 的电流时，其内部的磁感应强度 B = 3.14×10^{-3}(T) 。(忽略绝缘层厚度)($\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{N\cdot A^{-2}}$)

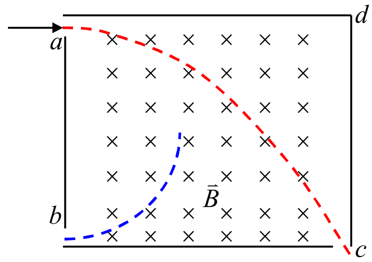
答案： $\underline{3.14\times10^{-3}(\text{T})}$ 。

解：由长直螺线管磁场公式

$$B=\mu_0 nI,\quad 又\because n=\frac{1}{d},（导线密绕）$$

$$B=\mu_0 nI=\frac{\mu_0 I}{d}=\frac{4\pi\times10^{-7}\times0.5}{0.2\times10^{-3}}=3.14\times10^{-3}(\text{T})$$

5. 如图所示的空间区域内，分布着方向垂直于纸面的匀强磁场，在纸面内有一正方形边框 $abcd$（磁场以边框为界），而 a、b、c 三个角顶处开有很小的缺口，今有一束具有不同速度的电子由 a 缺口沿 ad 方向射入磁场区域，若 b、c 两缺口处分别有电子射出，自此两处电子的速率之比 $v_b/v_c=$ ________ 。



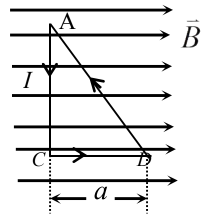
解：因电子在匀强磁场中作圆周运动的半径为

$$R=\frac{mv}{eB}\propto v$$

而从 b 处射出的电子半径为：$R_b=\frac{1}{2}\overline{ab}$，从 c 处射出的电子半径 $R_c=\overline{ab}$，

所以 ，自此两处电子的速率之比 $\frac{v_b}{v_c}=\frac{R_b}{R_c}=\frac{1}{2}$

6. 一等腰直角三角形 ACD，直角边长为 a，其内维持稳定电流 I，放在均匀磁场 $\vec{B}$ 中，线圈平面与磁场方向平行，如果 AC 边固定，D 点绕 AC 边向纸外转过 π /2，则磁力做功为 $\underline{-\frac{1}{2}IBa^2}$ 。

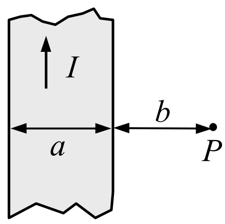


解：由平面闭合载流线圈在匀强磁场中运动时的做功公式 $A=I\Delta\Phi_m$ 可得，

其中计算磁通量 $\Phi_m=\vec{B}\cdot\vec{S}$ 时，$\vec{S}$ 的正方向与电流成右旋关系。

四、计算题

1. 有一无限长通有电流、宽度为 a、厚度不计的扁平铜片，电流 I 在铜片上均匀分布，求在铜片外与铜片共面、离铜片右边缘 b 处的 P 点（如图所示）的磁感应强度。



解：建立如图 Ox 坐标轴，在坐标 x 处取宽度为 $\mathrm{d}x$ 的窄条电流

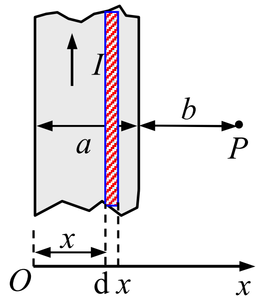
$\mathrm{d}I=\frac{I}{a}\mathrm{d}x$，它在 P 点产生的磁感应强度为：

$$\mathrm{d}B=\frac{u_0\,\mathrm{d}I}{2\pi(a+b-x)}=\frac{u_0 I}{2\pi a}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{(a+b-x)}$$ 方向⊗

P 点磁感应强度大小为：

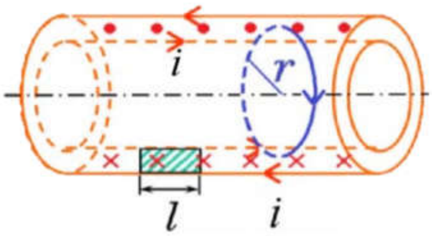
$$B=\int \mathrm{d}B=\frac{u_0 I}{2\pi a}\int_0^a\frac{\mathrm{d}x}{(a+b-x)}=\frac{u_0 I}{2\pi a}\ln\frac{a+b}{b}$$

方向垂直直面向内。



2. 一对同轴的无限长空心导体直圆筒，内、外筒半径分别为 R_1 和 R_2（筒壁厚度可以忽略），电流 i 沿内筒流出去，沿外筒流回，如图所示。（1）计算两圆筒间的磁感应强度。（2）求通过长度为 l 的一段截面 （图中画斜线部分）的磁通量。

解：（1）取筒间半径为 r 的同轴环形积分回路如图所示，其绕行正向与穿过它所围面积的电流满足右手螺旋法则。由安培环路定理可得：

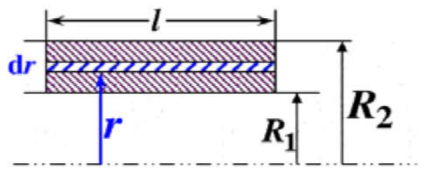


$$\oint_L \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=2\pi rB=\mu_0 i$$

$$B=\frac{\mu_0 i}{2\pi r}\left(R_1<r<R_2\right)$$

方向：和内筒电流方向成右旋关系。

（2）此横截面上距离轴为 r 处的磁感应强度为



$$B=\frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

如图所示，在此处取宽为 $\mathrm{d}r$，长为 l 的矩形窄面元，面积为 $\mathrm{d}A=l\mathrm{d}r$

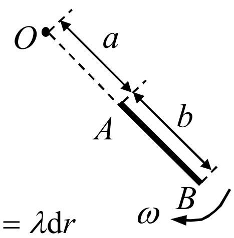
则 $$\phi_B=\int_S\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{A}=\int_S B\mathrm{d}A\cos 0=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mu_0 i}{2\pi r}\cdot l\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 il}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

3. 带电刚性细杆 AB，电荷线密度为 λ，绕垂直于直线的轴 O 以 ω 角速度匀速转动(O 点在细杆 AB 延长线上)，求：

(1) O 点的磁感应强度 $\vec{B}_o$；

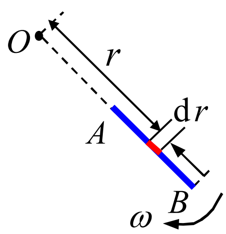
(2) 磁矩 $\vec{P}_m$；

(3) 若 $a>>b$，求 $\vec{B}_o$ 及 $\vec{P}_m$。



解: (1) 如图所示在 AB 上距 O 点 r 处取线元 $\mathrm{d}r$，其上带电量 $\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}r$

$\mathrm{d}q$ 旋转对应的电流强度为 $\mathrm{d}I=\frac{\omega}{2\pi}\mathrm{d}q=\frac{\lambda\omega}{2\pi}\mathrm{d}r$



它在 O 点产生的磁感应强度大小为 $\mathrm{d}B = \dfrac{\mu_0 \mathrm{d}I}{2r} = \dfrac{\mu_0 \lambda\omega}{4\pi} \cdot \dfrac{\mathrm{d}r}{r}$

O 点的磁感应强度大小为

$$B_O = \int \mathrm{d}B = \frac{\mu_0 \omega\lambda}{4\pi} \int_a^{a+b} \frac{\mathrm{d}r}{r} = \frac{\mu_0 \omega\lambda}{4\pi} \ln \frac{a+b}{a}$$

$\lambda > 0$ 时的方向为$\otimes$

(2) $\mathrm{d}I$ 的磁矩为 $\mathrm{d}P_{\mathrm{m}} = \pi r^2 \mathrm{d}I = \dfrac{1}{2} \lambda\omega r^2 \mathrm{d}r$

总磁矩大小为 $P_{\mathrm{m}} = \int \mathrm{d}P_{\mathrm{m}} = \dfrac{1}{2} \lambda\omega \int_a^{a+b} r^2 \mathrm{d}r = \dfrac{\lambda\omega}{6} [(a+b)^3 - a^3]$

$\lambda > 0$ 时的方向与 ω 相同，即$\otimes$

(3) 若 $a >> b$，可视 AB 为点电荷，带电 $q = \lambda b$，其绕 O 点转动时等效圆电流的大小为 $I = \dfrac{\lambda b}{2\pi / \omega} = \dfrac{\lambda b\omega}{2\pi}$，半径为 a，则有

$$B_O = \frac{\mu_0 I}{2a} = \frac{\mu_0 \omega\lambda b}{4\pi a}$$

$$P_m = \pi a^2 I = \frac{1}{2} \omega\lambda a^2 b$$

$\vec{B}_o$ 及 $\vec{P}_{\mathrm{m}}$ 的方向同前。