

*University Physics*

# 大学物理

大学  
物理



## 第8章 相对论

### 上讲内容复习

力学相对性原理

伽利略变换



绝对时空观



伽利略变换的困难



相对性原理的普遍性（对称性）

伽利略变换（经典力学）

电磁学定律



三者无法协调





### 解决困难的途径:

1. 否定相对性原理的普遍性，承认惯性系对电磁学定律不等价，寻找电磁学定律在其中成立的特殊惯性系(此惯性系中以太是静止的)
2. 改造电磁学理论，重建具有对伽利略变换不变性的电磁学定律。
3. 重新定位伽利略变换，改造经典力学，寻求对电磁理论和改造后的力学定律均为对称操作的“新变换”





### § 8.2 狭义相对论的基本原理 洛仑兹变换

爱因斯坦的哲学观念是自然界应当是和谐而简单的，因此他的理论常有一种引人注目的特色：

出于简单而归于深奥

狭义相对论就是具有这种特色的一个理论。狭义相对论的基本原理只有两条：

(1) 狭义相对性原理    (2) 光速不变原理





## 第8章 相对论



马赫

凡是不能通过测量检验  
的命题是没有意义的

首先“以太”是没有意义的，应该抛弃。不存在处于优先地位、特殊地位的以太参考系！其次爱因斯坦认为不仅在力学范围内有一个共同的相对性原理，就是在电磁学范围内，乃至推广到整个物理范围内，也应该有一个共同的相对性原理，借以表明，自然规律的客观性，不应该受到参考系主观选择的随意性的影响。

爱因斯坦在上述思路的指引下，建立起了狭义相对论这一十分优美的理论体系。





### 1. 狭义相对性原理:

表述自然规律方面，一切惯性系均等价。

物理定律在一切惯性系的变换中都保持协变性。

如果说力学相对性原理是直接归纳经验的结果，那么狭义相对性原理是一种抽象思维的结果，反映了物理理论的所具有的抽象对称之美。





**狭义相对性原理包含了丰富的物理内容，从中可以直接得到如下的推论：**

- (1) 任何惯性系内的物理规律形式可直接用于其它惯性系。**
- (2) 惯性系之间的运动具有相对意义。**
- (3) 以太成为多余的东西。**
- (4) 时空是均匀的，空间是各向同性的。**

**物理学中所说的时空均匀、空间各向同性是指，根据任意时刻、任意空间位置和方向所作物理实验结果所规律是相同的。**





### 2. 光速不变原理:

在所有的惯性系中,真空中的光速恒为 **$c$** ,与光源或观察者的运动无关。

其实狭义相对性原理的提出意味着麦克斯韦方程组与参考系的选择无关,这就注定了光传播速度 **$C$** 与参考系的选择无关。

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0 \quad C = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

围绕着迈克尔逊-莫雷实验出现了多种理论,它们都各自在某些地方显示了巧妙的构思、高度的智慧和灵感,当然最后是爱因斯坦的理论独占鳌头。





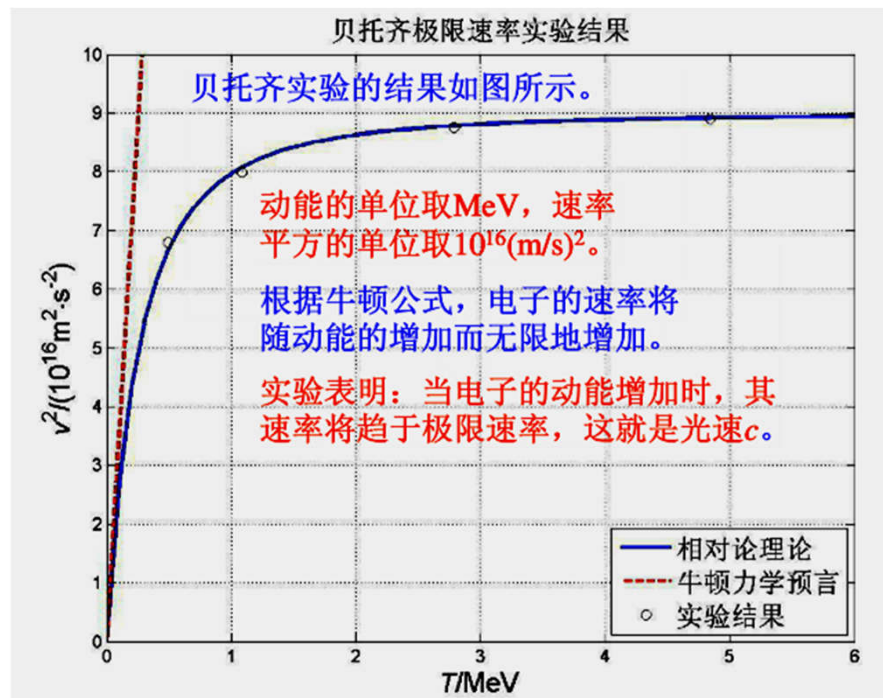


### 2. 光速不变原理:

在所有的惯性系中,真空中的光速恒为 **$c$** , 与光源或观察者的运动无关。

#### 理解: 光速不变原理

- ▲ 是对实验事实的直接表达
- ▲  $c$  是自然界的极限速率
- ▲ 光是不可能追赶的



如果能制成追光机, 则我们能看到过去朝代的事变, 无须去研究猜测历史了。正是光速不变原理否定了这种可能。

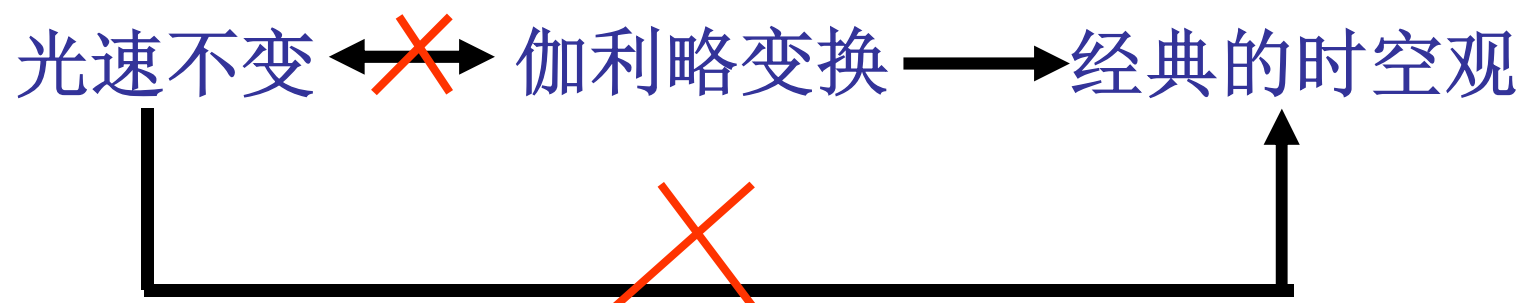


## 第8章 相对论

### ▲ 揭示出真空的对称性质：

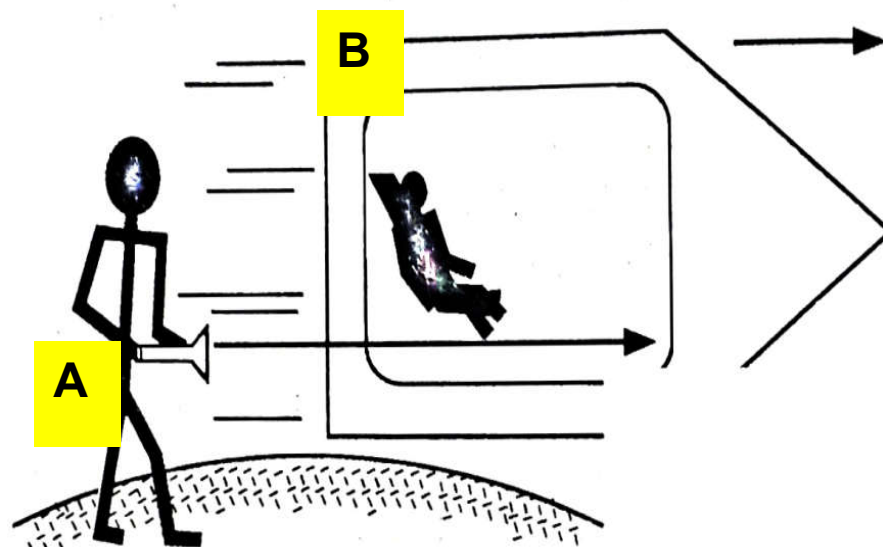
对于光的传播而言，真空各向同性，所有惯性系彼此等价。

### ▲ 光速不变原理与经典的时空观不相容





## 第8章 相对论



光速不变同伽利略变换相矛盾爱因斯坦起初也觉得这个问题很难解决，后来他在伯尔尼的一个朋友贝索的帮助下获得了答案。他的答案是对时间概念的分析，时间不可能是绝对不变的，时间与信号传播速度之间有一个不可分割的关系。用这个概念，爱因斯坦解决了所有的问题。





## 第8章 相对论

爱因斯坦对时间的基本洞察是：时间是物理的，是物理世界的一部分，而不是物理世界之外或超乎物理世界之上的。时间和其它物质一样有本身的性质，这个是可以测量的，测量时间的唯一方法是用真实的、物理上的时钟。在物理上时钟的概念定义了时间，时间是人们在钟上测到的物理量。

我的智力发展的比较晚，结果直到我长成之后我才开始对空间和时间感到好奇和疑惑，而这些东西一个正常人在孩提时代就已经想过了。\_\_\_\_\_ 爱因斯坦

需要极不平凡的心智，才能对显而易见的事物做出分析。\_\_\_\_\_ 怀海特，20世纪哲学家





### 3. 洛伦兹变换

伽利略变换是经典力学定律的对称操作，但是经典电磁理论不具伽利略变换的对称性。此时物理学家面前的路有两条可供选择：

1. 改造电磁理论，使之具有伽利略变换的协变性；
2. 寻找新的变换，在新的变换下，所有物理定律都保持协变性。

爱因斯坦认为经典电磁理论经过几百年的发展已相当成熟，认为它存在重大错误需要改造是不现实的，于是他毅然选择了后者，并取得了成功。





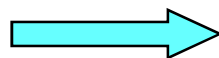
### 3. 洛伦兹变换

#### (1) 坐标变换

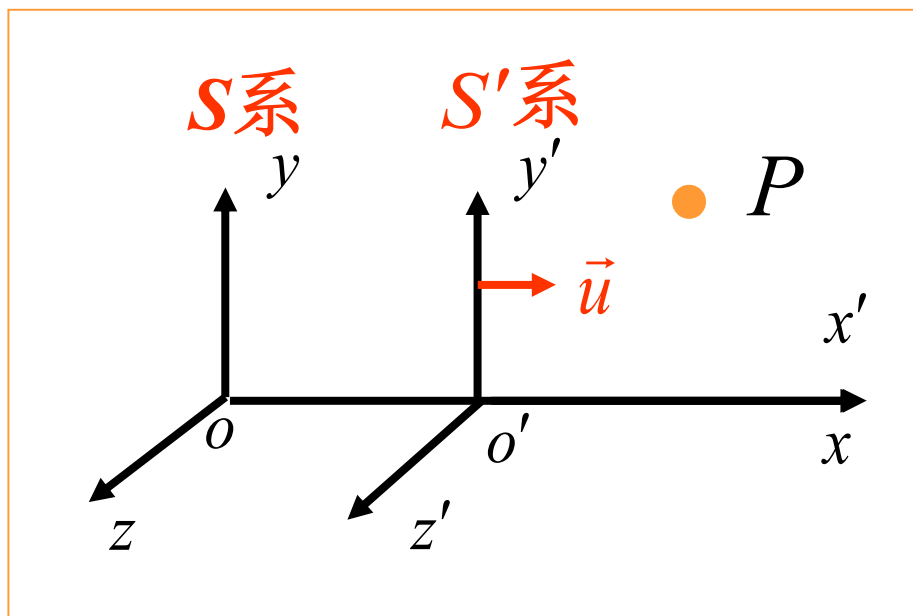
$S$ 系  $P(x, y, z, t)$

$S'$ 系  $P(x', y', z', t')$

寻找



对同一客观事件  $P$ ，  
两个惯性系中相应的  
坐标值之间的关系。



当  $t = t' = 0$  时，

由  $O(O')$  发出光信号，

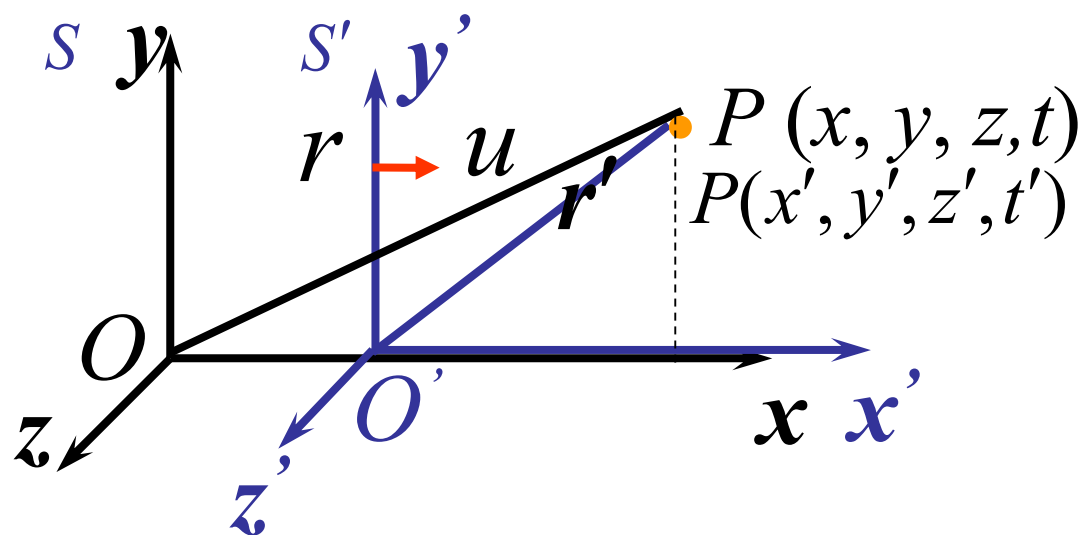
光信号到达  $P$ ：

$S: P(x, y, z, t)$

$S': P(x', y', z', t')$



## 第8章 相对论



在  $S$ ,  $S'$  中,  
真空中光速均为  $c$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = ct$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0$$

$$r' = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} = ct'$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0$$





## 第8章 相对论

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0$$

$S, S'$ 系只在 $x$ 方向有相对运动

$$y = y' \quad ; \quad z = z'$$

$$\therefore x'^2 - c^2 t'^2 = x^2 - c^2 t^2$$

显然，伽利略变换不满足上式。

设  $x$  坐标变换满足线性关系：

$$\left. \begin{aligned} x' &= k(x - ut) \\ x &= k'(x' + ut') \end{aligned} \right\} k = k' = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

(推证见教材149~151页)





## 第8章 相对论

洛伦兹坐标变换:

正变换

$$\begin{cases} x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t - \frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \end{cases}$$

逆变换

$$\begin{cases} x = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \frac{t' + \frac{u}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \end{cases}$$



### 洛伦兹变换—特例推导

$P$  恰在  $x$  轴上，据光速不变原理

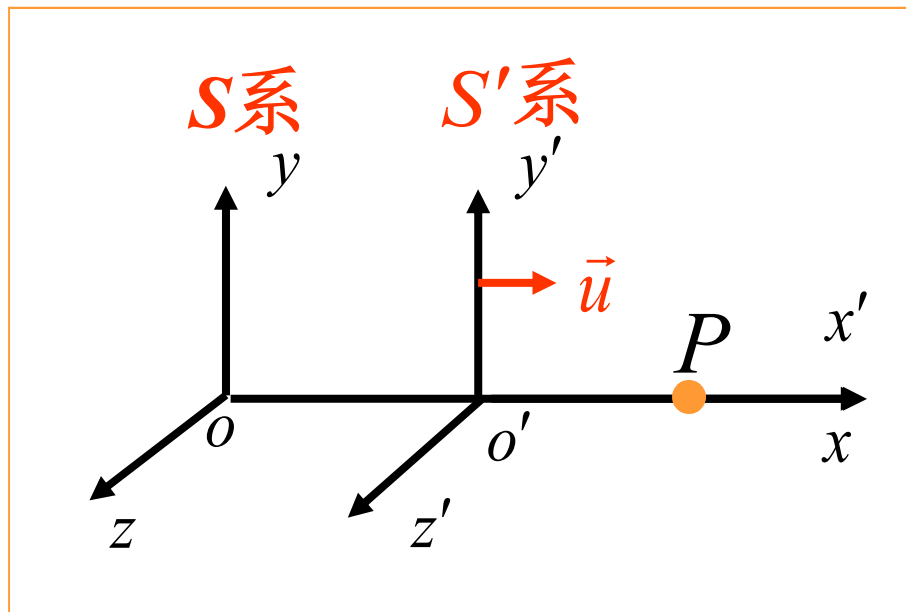
$$\begin{cases} x = ct & (1) \\ x' = ct' & (2) \end{cases}$$

两坐标系相对运动，地位等价，  
设  $x$  坐标变换满足线性关系，：

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) & (3) \\ x = \gamma(x' + ut') & (4) \end{cases}$$

(3)(4)式相乘：  $x'x = \gamma^2(x - ut)(x' + ut')$

(1)(2)式代入：  $ctct' = \gamma^2(ct - ut)(ct' + ut')$   $c^2 = \gamma^2(c^2 - u^2)$





### 洛伦兹变换—特例推导

$$c^2 = \gamma^2 (c^2 - u^2) \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

关于时间变换：(3)式代入(4)式：

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) & (3) \\ x = \gamma(x' + ut') & (4) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} t' &= \frac{x/\gamma - \gamma(x - ut)}{u} = \frac{x/\gamma^2 - x + ut}{u/\gamma} = \frac{1/u \cdot (1/\gamma^2 - 1) \cdot x + t}{1/\gamma} \\ &= \frac{1/u \cdot (-u^2/c^2) \cdot x + t}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{t - u/c^2 \cdot x}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \end{aligned}$$





这组公式洛仑兹1904年在爱因斯坦发表相对论之前就推导出来，他已经走到了相对论的边缘，但是由于受到根深蒂固的绝对时空观的影响，面对已发现的相对时空表示式，没有从中找到正确的物理含义。他说  $t$  是真正时间， $t'$  是辅助量，仅为数学方便而引入的。洛仑兹到 1909 年还不能使自己完全相信相对论，他说：“在今天很多人提出了与昨天他们说的话完全相反的主张，我不知道科学是什么了，为怨恨自己不能在 500 年前死去，在他逝世前一年（1927 年）他更肯定地说，对于他只有一个真正时间  $t$ 。





## 第8章 相对论

$$\text{令 } \beta = \frac{u}{c} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{得}$$

正变换

逆变换

$$\begin{aligned} x' &= \gamma(x - ut) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \gamma(x' + ut') \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= \gamma\left(t' + \frac{u}{c^2}x'\right) \end{aligned}$$

注意:  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \geq 1$





### (2) 速度变换

设 $S$ 系:  $\vec{v}(v_x, v_y, v_z)$      $S'$ 系:  $\vec{v}'(v'_x, v'_y, v'_z)$

根据速度定义得:  $v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'}{dt} \frac{dt}{dt'} = \frac{dx'}{dt} \cdot \frac{1}{\frac{dt'}{dt}}$

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ t' = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right) \end{cases}$$

$$\therefore v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - u dt}{dt - u dx/c^2} = \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2}$$

同理可得:  $v'_y, v'_z$





### 速度变换公式

正变换:

$$\begin{cases} v'_x = \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2} \\ v'_y = \frac{v_y}{\gamma(1 - uv_x/c^2)} \\ v'_z = \frac{v_z}{\gamma(1 - uv_x/c^2)} \end{cases}$$

逆变换:

$$\begin{cases} v_x = \frac{v'_x + u}{1 + uv'_x/c^2} \\ v_y = \frac{v'_y}{\gamma(1 + uv'_x/c^2)} \\ v_z = \frac{v'_z}{\gamma(1 + uv'_x/c^2)} \end{cases}$$





关于洛仑兹变换的几点说明：

1. 洛仑兹变换满足对应原理。在低速情况下，洛仑兹变换退化为伽利略变换。

$$u \ll c \quad \frac{u}{c} \rightarrow 0 \quad \gamma \rightarrow 1$$
$$\left. \begin{aligned} x' &= \gamma(x - ut) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} x' &= x - ut \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}$$

洛仑兹变换  $\rightarrow$  伽利略变换，满足对应原理







1923年玻尔提出，“任何一种新理论，不论它的特性或细节如何，当把它应用于普遍性较小的理论所适用的情况时，这种新理论必定可化为与它相对应的已牢固确定的经典理论”，这就是著名的对应原理。

**对应原理**最初作为建立新的原子结构理论的指针和向导，后来这一原理竟成了一切新理论的可靠向导和指针。





### 关于洛仑兹变换的几点说明：

**2.** 洛仑兹变换所代表的是同一个物理事件在不同的惯性系中时空坐标的变换关系。一个事件必在某一时刻发生在空间的某一位置，所以不能只有空间坐标或时间坐标，而必须同时具有两者，并且两者是有密切联系的，这一点与伽略变换是不同的。

**3.** 各个惯性系中时间、空间的度量基准必须一致。考虑到物体的时空性质可能因为运动状态而变化，我们统一规定，各个惯性系中的时钟和直尺，必须相对于该参考系处在静止状态。这样，各个惯性系时空度量结果的差异，反映在这些惯性系固结的时钟和直尺的运动状态的差异。





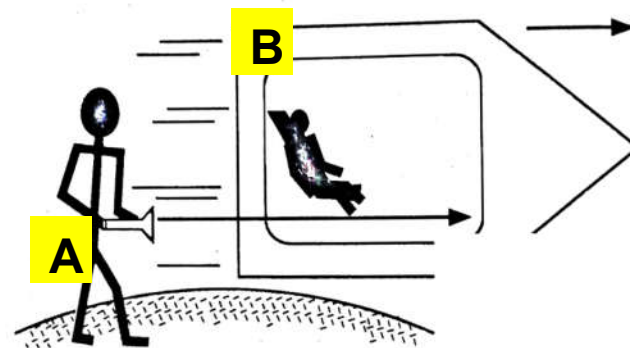
### 关于洛伦兹变换的几点说明：

4. 当 $u > c$ 时， $\gamma$ 成为虚数，洛伦兹变换失去意义，这一事实表明，两惯性系的相对速度只能小于光速。这就得出一个结论：物体的速度有个上限，就是光速 $c$ 。换句话说，宇宙中任何物体不可能以超光速运动，这是狭义相对论所要求的，它也被现代科技实践所证实。

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \quad u > c \quad \gamma \text{ 为虚数}$$

$$\text{由: } v'_x = \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2}$$

$$\text{当 } v_x = c \text{ 时} \quad v'_x = \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2} = \frac{c - u}{1 - u/c} = c$$





关于洛仑兹变换的几点说明：

5. 在狭义相对论中，洛仑兹变换占有一个中心地位，它以确切的数学语言反映了相对论与伽利略变换及经典相对性原理的本质差别。正如伽利略变换中包含了绝对时空观一样，洛仑兹变换中包含了一种新的时空观。
6. 给出了对物理定律的约束条件：相对论的对称性，即物理定律在洛仑兹变换下的不变性。

不满足洛仑兹变换的物理定律都不是相对性的理论，须加以改造，使之成为相对论的理论。





## 第8章 相对论

**例.** 观察者甲、乙，分别静止在惯性系  $S$ ,  $S'$  中， $S'$  相对  $S$  以  $u$  运动， $S'$  中一个固定光源发出一束光与  $u$  同向

- (1) 乙测得光速为  $c$  .
- (2) 甲测得光速为  $c+u$ ;
- (3) 甲测得光速为  $c-u$  ;
- (4) 甲测得光相对于乙的速度为  $c-u$ 。

正确的答案是：

- (A) (1),(2),(3);
- (B) (1),(4)
- (C) (2),(3);
- (D) (1),(3),(4)

[ B ]

**思考：** 乙测得光相对于甲的速度为多少？

