《大学物理 I》作业　　No.02 动量、动量守恒定律　（A 卷）

班级 ________ 学号 ________ 姓名 ________ 成绩 _______

一、选择题

[B] 1. 一辆汽车从静止开始加速。这样做使得汽车的动量的大小变化一定的量，那么地球的动量

(A) 变化更大的量　　(B) 变化相同的量

(C) 变化小一点的量　　(D) 答案取决于两者之间的相互作用

解：根据质点动量定理 $\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\mathrm{d}t = \Delta\vec{p}$，质点受到的合力的冲量等于其动量的增量，根据牛顿第三定律知：汽车给地球的冲量和地球给汽车的冲量将是大小相等，方向相反。因而汽车和地球的动量变化将是相同的量。

[C] 2. 在冰面上以一定速度水平行驶的炮车，炮口斜向上发射一炮弹。对于炮车和炮弹这一系统，在此过程中（忽略冰面摩擦力及空气阻力）

(A) 总动量守恒.

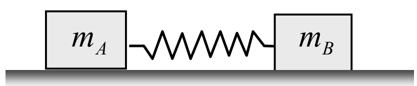
(B) 总动量在炮口方向上的分量守恒，其它方向动量不守恒.

(C) 总动量在水平面内任意方向的分量守恒，竖直方向分量不守恒.

(D) 总动量在任何方向的分量均不守恒.

解：由于忽略冰面摩擦和空气阻力，炮车和炮弹系统所受合外力在水平面内任意方向的分量为零，故总动量在水平面上任意方向的分量守恒。而由于炮车的反冲对地面的冲力作用很大，地面反作用力也很大，合外力在竖直方向上的分量不为零，所以系统总动量的竖直方向分量不守恒，系统总动量也不守恒。

[B] 3. A、B 两木块质量分别为 m_A 和 m_B，且 $m_B = 2m_A$，两者用一轻弹簧连接后静止于光滑水平桌面上，如图所示。若用外力将两木块压近使弹簧被压缩，然后将外力撤去，则此后两木块运动动能之比 E_{kA}/E_{kB} 为



(A) $\dfrac{1}{2}$　　(B) 2　　(C) $\sqrt{2}$　　(D) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

解：以 m_A、m_B 和弹簧为研究对象，系统所受外力为零，动量守恒：

$$m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B = 0$$

$\vec{v}_A$ 和 $\vec{v}_B$ 为撤去外力后 m_A 和 m_B 的速度。写成分量式，$m_Av_A - m_Bv_B = 0$

所以 $\dfrac{v_A}{v_B} = \dfrac{m_B}{m_A} = 2$

动能之比为 $\dfrac{E_{kA}}{E_{kB}} = \dfrac{1}{2}m_Av_A^2 \Big/ \dfrac{1}{2}m_Bv_B^2 = \dfrac{m_A}{m_B}\left(\dfrac{v_A}{v_B}\right)^2 = \dfrac{1}{2}\times 2^2 = 2$

[B] 4. 力 $\vec{F} = 12t\vec{i}$ (SI)作用在质量 m=2 kg 的物体上，使物体由原点从静止开始运动，则它在 3 秒末的动量应为：

(A) $-54\vec{i}$ kg·m·s^{-1}　　(B) $54\vec{i}$ kg·m·s^{-1}

(C) $-27\vec{i}$ kg·m·s^{-1}　　　　(D) $27\vec{i}$ kg·m·s^{-1}

解：以物体为研究对象，由质点的动量定理

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_3 - \vec{p}_0 = \int_0^3 \vec{F}\mathrm{d}t = \left(\int_0^3 12t\mathrm{d}t\right)\vec{i} = 54\vec{i}$$

由于 $\vec{p}_0 = 0$，所以 3 秒末物体的动量为 $\vec{p}_3 = 54\vec{i} \quad (\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-1}})$

[C] 5．机枪每分钟可射出质量为 20 g 的子弹 900 颗，子弹射出的速率为 $800\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$，则射击时的平均反冲力大小为

(A) 0.267 N　　　　(B) 16 N

(C) 240 N　　　　(D) 14400 N

解：设机枪在 Δt 时间内发射子弹的质量为 Δm，由动量定理得

子弹受到的冲量为　$I = \Delta m \cdot v - 0 = \dfrac{900}{60} \times 20 \times 10^{-3} \times \Delta t \times 800 = 240\Delta t$

故平均冲力的大小　$\overline{F} = \dfrac{I}{\Delta t} = 240(\mathrm{N})$

由牛顿第三定律，平均反冲力大小为 240N。　　　　选 C

[B] 6．在 $t=0$ 时刻，一个大小恒定的力 $\boldsymbol{F}$ 开始作用在一正在外层空间沿 x 轴运动的石块上。石块继续沿此轴线运动。对 $t>0$ 的时刻，下面的哪一个函数有可能表示石块的位置：

(A) $\boldsymbol{x = 4t - 3}$　　　　(B) $\boldsymbol{x = -4t^2 + 6t - 3}$

(C) $\boldsymbol{x = 4t^3 + 6t - 3}$　　　　(D) $\boldsymbol{x = -4t^4 + 6t^2 - 3t}$

解：由题意知：石块在外层空间沿 x 轴运动所受的合力就是给定恒力 F，因此它的运动的加速度是不为零恒定值。根据一维运动的加速度的定义 $a = \dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$，将上面四个函数分别对时间求二阶导数，即可得到四种运动情况下的加速度分别为：

（A）：$a = \dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = 0$　　　　（B）：$a = \dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -8$（m/s^2）

（C）：$a = \dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = 24t$（m/s^2）　　　　（D）：$a = \dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = 48t^2 + 12$（m/s^2）

由上可知选 B

二、判断题

【 F 】1．物体运动方向与作用在物体上的合外力方向总是相同。

解：根据牛顿第二定律得出：物体运动的加速度方向与作用在物体上的合外力方向总是相同，而物体运动的方向只与速度方向相同，加速度方向不一定与速度方向一致，例如：抛体运动。

【 T 】2．质点系总的内力一定为零。

解：根据牛顿第三定律，作用力和反作用大小相等方向相反，质点系的内力总是成对出现，它们的矢量和一定为零。

【 **F** 】3．物体受到的冲量越大，动量越大。

解： 合外力的冲量等于动量的变化，所以合外力的冲量越大，动量的增量就越大，但动量不一定越大。

【 **F** 】4．竖直上抛一球，小球从抛出至落回出发点受到的冲量大小为零。

解： 小球在上抛至落回出发点过程中一直受到重力作用，因此冲量不为零。

【 **T** 】5．作用力的冲量与反作用力的冲量等值反向

解： 根据牛顿第三定律，作用力和反作用大小相等方向相反，且作用力与反作用力同时存在，因此二者的冲量等值反向。

【 **T** 】6．牛顿第一定律中涉及静止和匀速直线运动，但这两个概念并不是对任何参照系都适用的。

解： 牛顿第一定律在其中成立的参考系称为惯性参考系，把牛顿第一定律在其中不成立的参考系称为非惯性，因此牛顿第一定律中所说的静止和匀速直线运动对非惯性系并不适用。

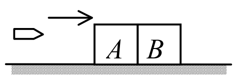
三、填空题

1．一物体质量 $M = 2$ kg，在合外力 $\vec{F} = (3 + 2t)\vec{i}$ （SI）的作用下，从静止出发沿水平 x 轴作直线运动，则当 $t = 1$ s 时物体的速度 $\vec{v}_1 =$ ___$2\vec{i}\,(\mathrm{m \cdot s^{-1}})$___ 。

解： 由动量定理，$\int_0^1 \vec{F}\mathrm{d}t = \int_0^1 (3+2t)\vec{i}\,\mathrm{d}t = M\vec{v}_1 - 0$

$$\vec{v}_1 = \frac{\int_0^1 (3+2t)\vec{i}\,\mathrm{d}t}{M} = \frac{(3t+t^2)\vec{i}\,\Big|_0^1}{2} = 2\vec{i}\,(\mathrm{m \cdot s^{-1}})$$

2．两块并排的木块 A 和 B，质量分别为 m_1 和 m_2，静止地放置在光滑的水平面上，一子弹水平地穿过两木块，设子弹穿过两木块所用的时间分别为 Δt_1 和 Δt_2，木块对子弹的阻力为恒力 F，则子弹穿出后，木块 A 的速度大小为 ___$\dfrac{F\Delta t_1}{m_1 + m_2}$___，木块 B 的速度大小为 ___$\dfrac{F\Delta t_1}{m_1 + m_2} + \dfrac{F\Delta t_2}{m_2}$___ .



解： 子弹在 A 内运动时，木块 A 和 B 具有相同的速度，根据动量定理有：

$$F\Delta t_1 = (m_1 + m_2)v_A - 0 \Rightarrow v_A = \frac{F\Delta t_1}{(m_1 + m_2)}$$

而子弹进入木块 B 后，A 以 v_A 作匀速运动，B 的初速为 v_A 根据动量定理有：

$$F\Delta t_2 = m_2 v_B - m_2 v_A \Rightarrow v_B = \frac{F\Delta t_2}{m_2} + \frac{F\Delta t_1}{(m_1 + m_2)}$$

3．一颗子弹在枪筒里前进时所受的合力大小为 $F = 400 - \dfrac{4\times 10^5}{3}t$ (SI)，子弹从枪口射出的速率为 $300\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$。假设子弹离开枪口时合力刚好为零，则

(1) 子弹走完枪筒全长所用的时间 $t =$ ___0.003 s___ ，

(2) 子弹在枪筒中所受的冲量 $I =$ ___$0.6\,\mathrm{N \cdot s}$___ ，

(3) 子弹的质量 $m =$ ___2 g___ 。

解：(1) 由题意，子弹离开枪口时所受合力为零，即 $F=400-\dfrac{4\times10^5}{3}t=0$，

子弹在抢筒中运动的时间 $t=\dfrac{3\times400}{4\times10^5}=0.003(\mathrm{s})$

(2) 根据冲量定义，子弹在枪筒中所受合力的冲量为

$$I=\int_0^t F\mathrm{d}t=\int_0^{0.003}\left(400-\frac{4\times10^5}{3}t\right)\mathrm{d}t=0.6(\mathrm{N\cdot s})$$

(3) 以子弹位研究对象，根据动量定理 $I=mv-mv_0$，式中 $v_0=0, v=300\mathrm{m\cdot s^{-1}}$。

所以 $0.6=m\times300$

$$m=\frac{0.6}{300}=2\times10^{-3}(\mathrm{kg})=2\ (\mathrm{g})$$

4．两个相互作用的物体 A 和 B，在光滑地面上沿一条水平直线运动，物体 A 的动量是时间的函数，表达式为 $p_A=p_0-bt$，式中 p_0、b 分别为正常数，t 是时间。在下列两种情况下，写出物体 B 的动量作为时间的函数表达式：

(1) 开始时，若 B 静止，则 $p_{B1}=$ ___bt___；

(2) 开始时，若 B 的动量为 $-p_0$，则 $p_{B2}=$ ___$-p_0+bt$___。

解：以 A、B 为研究对象，系统所受外力之和为零，系统动量守恒，即

$$p_A+p_B=p_0-bt+p_B=\text{恒量}$$

(1) t=0 时，$p_A=p_0, p_B=0$； t 时刻，$p_{A_1}=p_0-bt, p_{B_1}$ 待求

根据动量守恒定律，有 $p_0=p_0-bt+p_{B_1}$

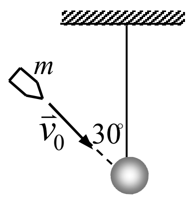
$$p_{B_1}=bt$$

(2) $t=0$ 时 $p_B=-p_0$，则由动量守恒定律

$$p_0-p_0=p_0-bt+p_{B_2}$$

$$p_{B_2}=-p_0+bt$$

5．质量为 20g 的子弹，以 $400\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速率沿图示方向射入一原来静止的质量为 980g 的摆球中，摆线长度不可伸缩，子弹射入后与摆球一起运动的速度大小 v= ___$4\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$___。



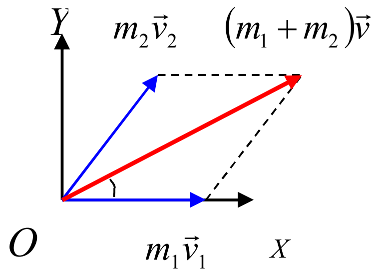
解：以子弹和摆球构成的系统为研究对象，在子弹射入摆球前后系统在水平方向上所受合力为零，水平方向动量守恒。即 $mv_0\sin30^\circ=(m+M)v$

式中 v 为子弹射入摆球后二者一起运动的速度大小。

所以
$$v=\frac{mv_0\sin30^\circ}{m+M}=\frac{0.02\times400\times0.5}{(0.02+0.98)}=4(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

6．两球质量分别为 m_1＝2.0 g，m_2＝5.0 g，在光滑的水平桌面上运动．用直角坐标 OXY 描述其运动，两者速度分别为 $\vec{v}_1=10\vec{i}$ cm/s，$\vec{v}_2=(3.0\vec{i}+5.0\vec{j})$ cm/s．若碰撞后两球合为一体，则碰撞后两球速度 $\vec{v}$ 的大小 v=**6.14 cm/s**，$\vec{v}$ 与 x 轴的夹角 ＝**35.5°**．

解： 以 m_1 和 m_2 组成的系统为研究对象，在 OXY 平面内系统所受的合外力为零，则碰撞前后系统的动量守恒。在如右图所示的坐标系中，有：



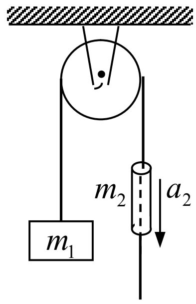
$$m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2=(m_1+m_2)\vec{v}$$

即： $$\vec{v}=\frac{m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2}{(m1+m2)}=\frac{20\vec{i}+15\vec{i}+25\vec{j}}{7}=\frac{35\vec{i}+25\vec{j}}{7}$$

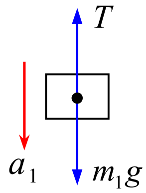
$$|\vec{v}|=\frac{\sqrt{35^2+25^2}}{7}=6.14(\mathrm{m/s})$$

$$tg\alpha=\frac{v_y}{v_x}=\frac{25/7}{35/7}=0.714\Rightarrow\alpha=35.5^0$$

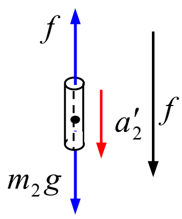
四、计算题



1．一条轻绳跨过一轻滑轮（滑轮与轴间摩擦可忽略），在绳的一端挂一质量为 m_1 的物体，在另一侧有一质量为 m_2 的环。求当环相对于绳以恒定的加速度 a_2 沿绳向下滑动时，物体和环相对于地面的加速度各是多少？环与绳间的摩擦力多大？



解： m_1、m_2 受力如图所示，其中 T 为绳子的张力，f 为环所受的摩擦力。考虑绳子为轻绳、轮轻滑轮，则滑轮两边绳子张力相等，绳子张力与环对绳的摩擦力也相等。设 a_1 和 a_2' 分别为 m_1、m_2 相对于地的加速度，竖直向下为正方向。以地球为参考系，分别对 m_1、m_2 和一段轻绳应用牛顿运动定律：



$$\boldsymbol{m_1g-T=m_1a_1} \qquad (1)$$

$$\boldsymbol{m_2g-f=m_2a_2'} \qquad (2)$$

$$\boldsymbol{f=T} \qquad (3)$$

又由相对加速度公式 $a_2'=a_2-a_1$ (4)

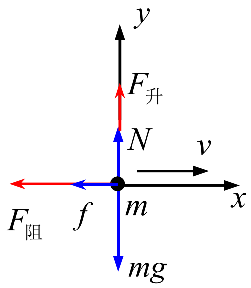
联立以上四式，可以解出：$$a_1=\frac{(m_1-m_2)g+m_2a_2}{m_1+m_2}$$

$$\boldsymbol{a_2'=\frac{m_1a_2-(m_1-m_2)g}{m_1+m_2}}$$

$$T=f=\frac{(2g-a_2)m_1m_2}{m_1+m_2}$$

2．飞机降落时的着地速度大小 $v_0=90\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$，方向与地面平行，飞机与地面间的摩擦系数 $\mu=0.10$，迎面空气阻力为 C_xv^2，升力为 C_yv^2（v 是飞机在跑道上的滑行速率，C_x 和 C_y 均为常数)。已知飞机的升阻比 $K=C_y/C_x=5$，求飞机从着地到停止这段时间所滑行的距离。(设飞机刚着地时对地面无压力)

解： 以飞机着地处为坐标原点，飞机滑行方向为 x 轴，竖直向上为 y 轴，建立直角坐标系。飞机在任一时刻（滑行过程中）受力如图所示，其中 $f=\mu N$ 为摩擦力，$F_{阻}=C_x v^2$ 为空气阻力，$F_{升}=C_y v^2$ 为升力。由牛顿运动定律列方程：



$$\sum F_x=-C_x v^2-\mu N=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=mv\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} \qquad (1)$$

$$\sum F_y=C_y v^2+N-mg=0 \qquad (2)$$

由以上两式可得 $$-\mu\left(mg-C_y v^2\right)-C_x v^2=mv\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

分离变量积分： $$\int_0^x \mathrm{d}x=\int_{v_0}^{v}-\frac{m\,\mathrm{d}\left(v^2\right)}{2\left[\mu mg+\left(C_x-\mu C_y\right)v^2\right]}$$

得飞机坐标 x 与速度 v 的关系

$$x=\frac{m}{2\left(C_x-\mu C_y\right)}\ln\frac{\mu mg+\left(C_x-\mu C_y\right)v_0^{\,2}}{\mu mg+\left(C_x-\mu C_y\right)v^2}$$

令 $v=0$，得飞机从着地到静止滑行距离为

$$x_{\max}=\frac{m}{2\left(C_x-\mu C_y\right)}\ln\frac{\mu mg+\left(C_x-\mu C_y\right)v_0^{\,2}}{\mu mg}$$

根据题设条件，飞机刚着地时对地面无压力，即

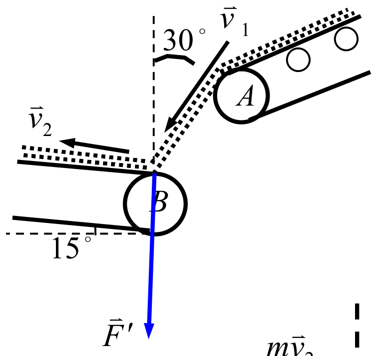
$$N=mg-C_y v_0^{\,2}=0,\quad 又 k=\frac{C_y}{C_x}=5$$

得 $$C_y=\frac{mg}{v_0^{\,2}},\quad C_x=\frac{C_y}{5}=\frac{mg}{5v_0^{\,2}}$$

所以有 $$x_{\max}=\frac{5v_0^{\,2}}{2g(1-5\mu)}\ln\left(\frac{1}{5\mu}\right)$$

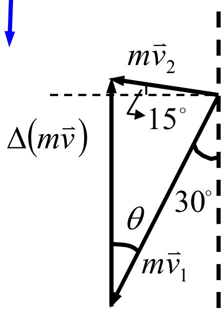
$$=\frac{5\times\left(90\times10^3/3600\right)^2}{2\times10\times(1-5\times0.1)}\ln\left(\frac{1}{5\times0.1}\right)=217(\mathrm{m})$$

3．矿砂从传送带 A 落到另一传送带 B（如图），其速度的大小 $v_1=4\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$，速度方向与竖直方向成 30° 角；而传送带 B 与水平线成 15° 角，其速度的大小 $v_2=2\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$。如果传送带的运送量恒定，设为 $q_m=2000\,\mathrm{kg\cdot h^{-1}}$，求矿砂作用在传送带 B 上的力的大小。



解： 设在时间 Δt 内落在传送带 B 上矿砂的质量为 m，即 $m=q_m\Delta t$。则如矢量图所示，矿砂动量的增量

$$\Delta(m\vec v)=m\vec v_2-m\vec v_1$$



设传送带对矿砂平均作用力为 $\bar{\vec F}$，由动量定理有

$$\bar{\vec F}\cdot\Delta t=\Delta(m\vec v)=m\vec v_2-m\vec v_1$$

则传送带对矿砂平均作用力大小为

$$\left|\bar{\vec F}\right|=\frac{\left|m\left(\vec v_2-\vec v_1\right)\right|}{\Delta t}=q_m\sqrt{v_1^2+v_2^2-2v_1v_2\cos75^\circ}$$

$$=\frac{2000}{3600}\sqrt{4^2+2^2-2\times4\times2\times\cos75^\circ}=2.21(\mathrm{N})$$

由牛顿第三定律知：矿砂作用在传送带 B 上作用力 $\bar{F}'$ 与 $\bar{F}$ 大小相等，所以矿砂作用在传送带 B 上的力的大小为 2.21N。

补充：方向说明

方向由正弦定理确定：$\dfrac{|\Delta(m\bar{v})|}{\sin75^\circ}=\dfrac{|m\bar{v}_2|}{\sin\theta}$　　得　$\theta=29^\circ$

由牛顿第三定律知：矿砂作用在传送带 B 上作用力 $\bar{F}'$ 与 $\bar{F}$ 大小相等，方向相反，因此 $\bar{F}'$ 方向沿 $\boldsymbol{\Delta}(\boldsymbol{m\bar{v}})$ 的反方向，即与竖直方向夹角为 $30^\circ-29^\circ=1^\circ$，指向左下方。

五、问答或者讨论题

1．为什么火车司机启动很重的列车时总是先开倒车，使车后退一下，然后再向前？

解：如果列车各节车厢之间的挂钩拉得很紧，牵引力必须克服整列火车与铁轨之间的最大静摩擦力，才能启动。重载列车与铁轨之间的最大静摩擦力 $\boldsymbol{F_{fm}=\mu\sum m_i g}$ 很大，所以启动困难。若司机先开倒车，使车厢之间的挂钩松弛，则向前开时，车厢是逐节被启动的，只需要克服正在启动的那节车厢与铁轨之间的最大静摩擦和前面已经启动的车厢与铁轨之间的滚动摩擦即可，所需要的牵引力大大减小。如果考虑启动以后的车厢有一定动量，它与待启动的车厢之间有冲力作用，还可以进一步降低对牵引力的要求。