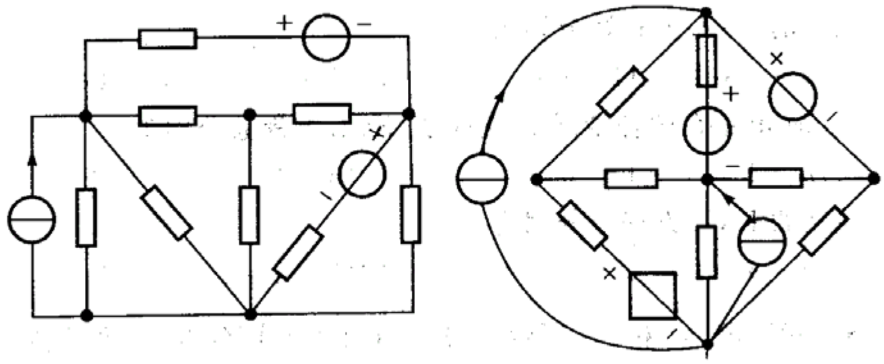
**3-1** 在以下两种情况下，画出图示电路的图，并说明其结点数和支路数：(1) 每个元件作为一条支路处理；(2) 电压源（独立或受控）和电阻的串联组合，电流源和电阻的并联组合作为一条支路处理.



(a)　　　　(b)

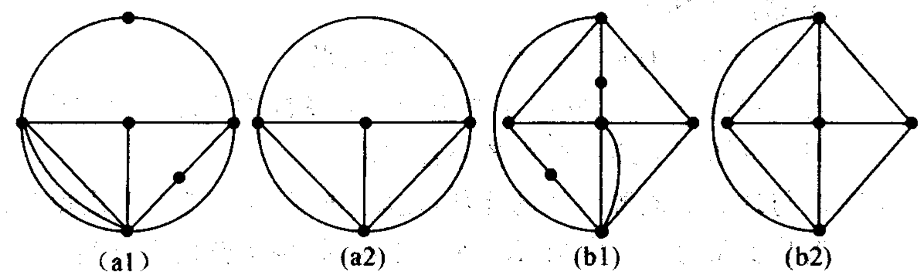
题 3-1 图

**解**　(1) 每个元件作为一条支路处理时，图(a) 和图(b) 所示电路的图分别为题解 3-1 图(a1) 和(b1) 所示.

图(a1) 中结点数 $n = 6$，支路数 $b = 11$；

图(b1) 中结点数 $n = 7$，支路数 $b = 12$.

(2) 电压源和电阻的串联组合，电流源和电阻的并联组合作为一条支路处理时，图(a) 和图(b) 所示电路的图分别为题解 3-1 图(a2) 和(b2) 所示.




**题解 3-1 图**

图(a2) 中结点数 $n=4$，支路数 $b=8$；

图(b2) 中结点数 $n=5$，支路数 $b=9$.

**3-2** 指出题 3-1 中两种情况下，KCL，KVL 独立方程各为多少？

**解** 题 3-1 中的图(a) 电路，在两种情况下，独立 KCL 方程数分别为

(1)$n-1=6-1=5$ (2)$n-1=4-1=3$

独立的 KVL 方程数分别为

(1)$b-n+1=11-6+1=6$ (2)$b-n+1=8-4+1=5$

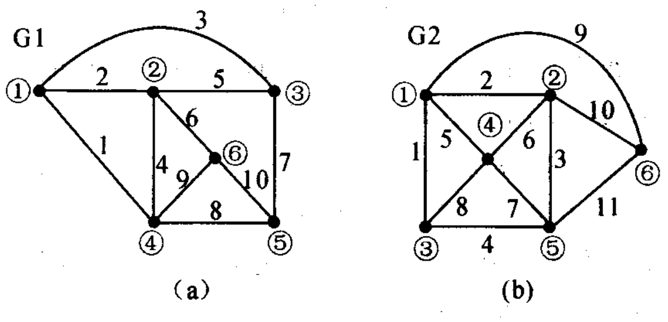
图(b) 电路在两种情况下，独立的 KCL 方程数分别为

(1)$n-1=7-1=6$ (2)$n-1=5-1=4$

独立的 KVL 方程数分别为

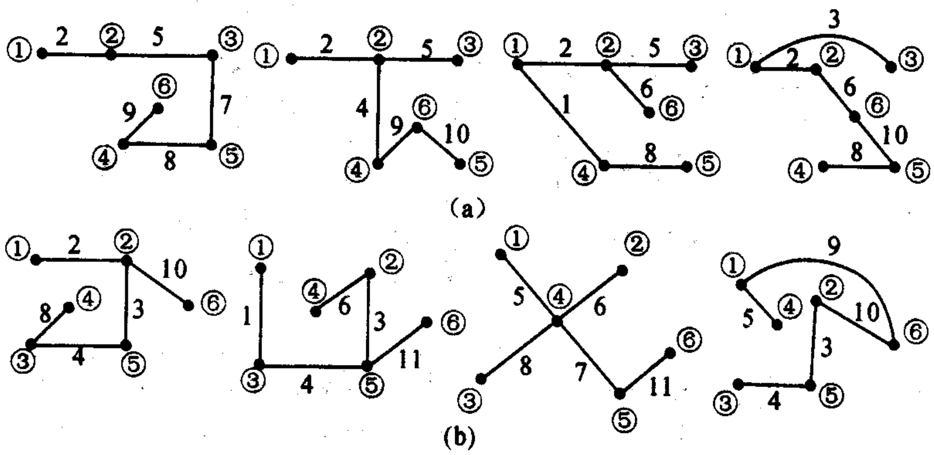
(1)$b-n+1=12-7+1=6$ (2)$b-n+1=9-5+1=5$

**3-3** 对题图(a) 和(b) 所示 G，各画出 4 个不同的树，树支数各为多少？



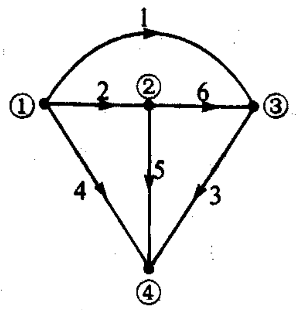

**题 3-3 图**

**解**　题图(a)和(b)的4个不同的树，分别由题解3-3图(a)和图(b)所示. 根据树支数为 $n-1$，可得到图(a)的树支数为 $6-1=5$，图(b)的树支数为 $6-1=5$.




题解 3-3 图

**3-4** 图示桥形电路共可画出16个不同的树，试一一列出(由于结点数为4，故树支数为3，可按支路号递增的方法列出所有可能的组合，如123，124，…，126，134，135，…等，从中选出树).



题 3-4 图

**解**　图示电路，16个不同的树的支路组合为：

(1,2,3)；(1,2,4)；(1,2,5)；(1,3,5)；
(1,3,6)；(1,4,5)；(1,4,6)；(1,5,6)；
(2,3,4)；(2,3,5)；(2,3,6)；(2,4,6)；
(2,5,6)；(3,4,5)；(3,4,6)；(4,5,6).

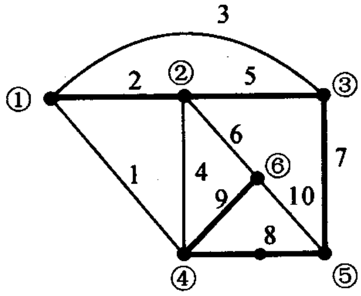
**3-5** 对题图3-3所示的 $G_1$ 和 $G_2$，任选一树并确定其基本回路组，同时指出独立回路数和网孔数各为多少？

**解**　因为基本回路数 = 独立回路数 = 网孔数，所以对题图3-3所示的 $G_1$ 独立回路数和网孔数都为 $l_1=10-6+1=5$；

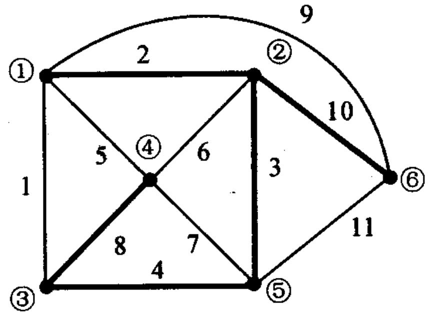
对题图3-3所示的 $G_2$ 独立回路数和网孔数都为 $l_2=11-6+1$

$= 6.$

从题图 3-3 所示的 $G_1$ 和 $G_2$ 中任选一树（见题解 3-5 图(a) 和(b) 中粗线所示），确定的基本回路组分别见题解 3-5 图(c)，(d) 所示。




(a)




(b)

| |
|---|
| 基本回路组($\underline{1}$,2,5,6,8)；($\underline{3}$,2,5)；($\underline{4}$,5,7,8)；($\underline{6}$,5,7,8,9)；($\underline{10}$,8,9). |

(c)

| |
|---|
| 基本回路组($\underline{1}$,2,3,4)；($\underline{5}$,2,3,4,8)；($\underline{6}$,3,4,8)；($\underline{7}$,4,8)；($\underline{9}$,2,10)；($\underline{11}$,3,10). |

(d)

**题解 3-5 图**

**3-6** 对图示非平面图，设：(1) 选择支路(1,2,3,4) 为树；(2) 选择支路(5,6,7,8) 为树. 问独立回路各有多少?求其基本回路组.

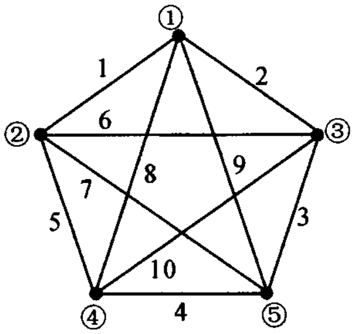
**解** 因为图中有结点数

$n = 5$，支路数 $b = 10$.

所以独立回路为

$l = b - n + 1 = 10 - 5 + 1 = 6$

(1) 当选择支路(1,2,3,4) 为树时，对应的基本回路组为：($\underline{5}$,1,2,3,4)；($\underline{6}$,1,2)；($\underline{7}$,1,2,3)；($\underline{8}$,2,3,4)；($\underline{9}$,2,3)；($\underline{10}$,3,4).

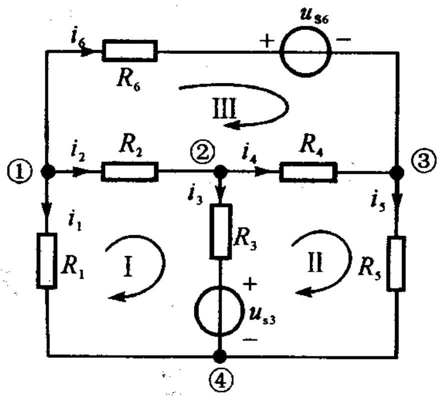



**题 3-6 图**

(2) 当选择支路(5,6,7,8) 为树时，对应的基本回路组为：

($\underline{1}$,5,8)；($\underline{2}$,5,6,8)；($\underline{3}$,6,7)；($\underline{4}$,5,7)；($\underline{9}$,5,7,8)；($\underline{10}$,5,6).

**3-7** 图示电路中 $R_1 = R_2 = 10\Omega$, $R_3 = 4\Omega, R_4 = R_5 = 8\Omega, R_6 = 2\Omega, u_{s3} = 20\text{V}, u_{s6} = 40\text{V}$,用支路电流法求解电流 $i_5$.



题 3-7 图

**解** 设各支路电流和回路绕行方向如图所示.本题电路共有4个结点、6条支路.因此,独立的KCL方程数 $n-1=3$,独立的KVL方程数 $l=b-n+1=3$.

列KCL方程(取流出结点的电流为正号)

结点 ①　　$i_1 + i_2 + i_6 = 0$

结点 ②　　$-i_2 + i_3 + i_4 = 0$

结点 ③　　$-i_4 + i_5 - i_6 = 0$

列KVL方程:

回路 Ⅰ　　$-R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_3 i_3 = -u_{s3}$

回路 Ⅱ　　$-R_3 i_3 + R_4 i_4 + R_5 i_5 = u_{s3}$

回路 Ⅲ　　$-R_2 i_2 - R_4 i_4 + R_6 i_6 = -u_{s6}$

代入已知参数,联立求解以上六个方程,得电流

$$i_5 = -0.956\text{A}$$

**3-8** 用网孔电流法求解题图3-7中电流 $i_5$.

**解** 设网孔电流为 $i_{m1}, i_{m2}, i_{m3}$,其绕行方向如题3-7图所示,列写网孔电流方程:

$$\begin{cases}(R_1 + R_2 + R_3)i_{m1} - R_3 i_{m2} - R_2 i_{m_3} = -u_{s3} \\ -R_3 i_{m1} + (R_3 + R_4 + R_5)i_{m2} - R_4 i_{m_3} = u_{s3} \\ -R_2 i_{m1} - R_4 i_{m2} + (R_2 + R_4 + R_6)i_{m3} = -u_{s6}\end{cases}$$

代入已知参数,联立求解以上方程组,得电流

$$i_5 = i_{m2} = -0.956\text{A}$$

**3-9** 用回路电流法求解题图3-7中电流 $i_3$.

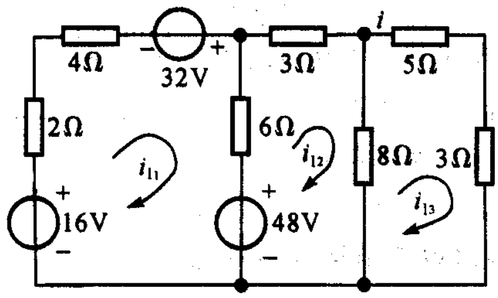
**解** 取回路电流为网孔电流,如题3-7图中所标.回路电流方程

同题 3－8 中方程，代入已知参数，可求得

$$i_{m1}=-2.5078\text{A},\qquad i_{m2}=-0.956\text{A}$$

故 $$i_3=i_{m1}-i_{m2}=-2.5078+0.956=-1.5517\text{A}$$

**3－10** 用回路电流法求解题图中 5Ω 电阻中的电流 $i$.




题 3－10 图

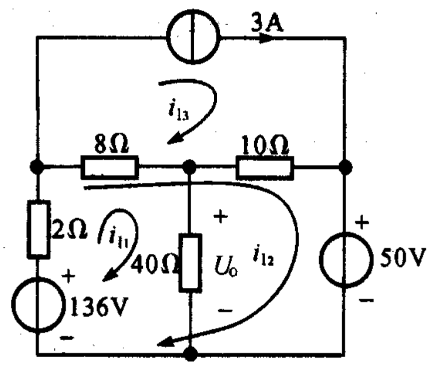
**解** 选取网孔为基本回路，回路电流绕行方向如图中所示，列回路电流方程

$$\begin{cases}(2+4+6)i_{l1}-6i_{l2}=16+32-48\\-6i_{l1}+(6+3+8)i_{l2}-8i_{l3}=48\\-8i_{l2}+(8+5+3)i_{l3}=0\end{cases}$$

联立求解上述方程组，得 $i_{l3}=2.4\text{A}$，故

$$i=i_{l3}=2.4\text{A}$$

**3－11** 用回路电流法求解图示电路中电压 $U_o$.




题 3－11 图

**解** 回路电流方向如图所标，因为 3A 电流源仅与回路电流 $i_{l3}$ 相关，所以有 $i_{l3}=3\text{A}$，其余两回路电流方程为

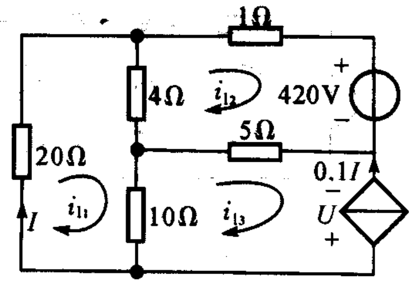
$$\begin{cases}(2+8+40)i_{l1}+(2+8)i_{l2}\\\qquad-8i_{l3}=136\\(2+8)i_{l1}+(2+8+10)i_{l2}\\\qquad-(8+10)i_{l3}=136-50\end{cases}$$

把 $i_{l3}=3\text{A}$ 代入上述两个方程中，解得

$$i_{l1}=2\text{A}$$

故 $$U_o=40i_{l1}=80\text{V}$$

**3-12** 用回路电流法求解图示电路中电压 $U$.




题 3-12 图

**解** 按图示设网孔电流为回路电流. 因为受控电流源仅与回路电流 $i_{l3}$ 相关，故有

$$i_{l3}=-0.1I=-0.1i_{l1}$$

对回路 1,2 列 KVL 方程

$$\begin{cases}(20+4+10)i_{l1}-4i_{l2}-10i_{l3}=0\\-4i_{l1}+(4+1+5)i_{l2}-5i_{l3}=-420\end{cases}$$

把 $i_{l3}=-0.1i_{l1}$ 代入上述方程组，有

$$\begin{cases}34i_{l1}-4i_{l2}+i_{l1}=0\\-4i_{l1}+10i_{l2}+0.5i_{l1}=-420\end{cases}$$

整理得
$$\begin{cases}35i_{l1}-4i_{l2}=0\\-3.5i_{l1}+10i_{l2}=-420\end{cases}$$

解得 $$i_{l1}=-5\text{A},i_{l2}=-43.75\text{A},i_{l3}=0.5\text{A}$$

所以 $$U=10(i_{l3}-i_{l1})+5(i_{l3}-i_{l2})=276.25\text{V}$$

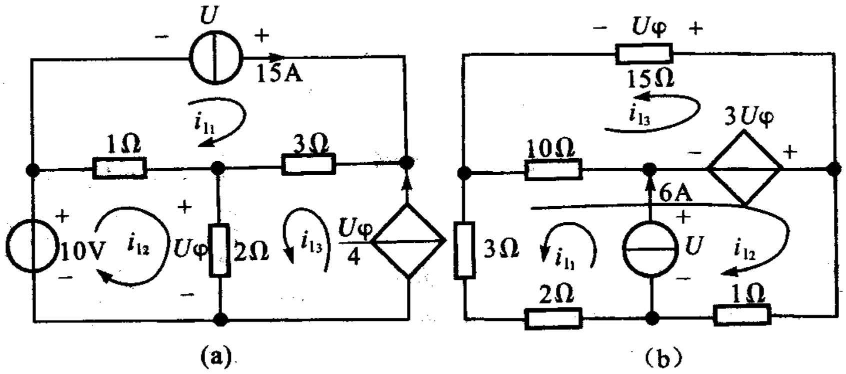
**3-13** 用回路电流法求解图(a),(b) 两电路中每个元件的功率，并作功率平衡检验.

**解** (a) 选取图(a) 中网孔为基本回路，回路电流方向如图中所示，列回路电流方程

$$\begin{cases}i_{l1}=15\text{A}\\-1\times i_{l1}+3i_{l2}+2i_{l3}=10\\i_{l3}=\dfrac{1}{4}U_\varphi\\U_\varphi=2(i_{l2}+i_{l3})\end{cases}$$

解得 $$i_{l2}=i_{l3}=5\text{A},\qquad U_\varphi=20\text{V}$$

各元件的功率分别为




**题 3－13 图**

10V 电压源发出功率

$$p_{10V} = 10i_{l2} = 50\text{W}$$

15A 电流源发出功率

$$p_{15A} = 15[3(i_{l1} + i_{l3}) + 1 \times (i_{l1} - i_{l2})] = 1050\text{W}$$

受控电流源发出功率

$$p_{受} = \frac{1}{4}U_{\varphi}[3(i_{l1} + i_{l3}) + U_{\varphi}] = 400\text{W}$$

1Ω 电阻消耗的功率

$$p_{1\Omega} = 1 \times (i_{l1} - i_{l2})^2 = 10^2\text{W} = 100\text{W}$$

2Ω 电阻消耗的功率

$$p_{2\Omega} = 2(i_{l2} + i_{l3})^2 = 200\text{W}$$

3Ω 电阻消耗的功率

$$p_{3\Omega} = 3(i_{l1} + i_{l3})^2 = 1200\text{W}$$

电路共吸收功率为

$$p_{吸} = (100 + 200 + 1200)\text{W} = 1500\text{W}$$

电路共发出功率为

$$p_{发} = (50 + 1050 + 400)\text{W} = 1500\text{W}$$

故满足　　$p_{发} = p_{吸}$，　功率平衡.

(b)　选取图(b)中回路电流方向如图中所示，列回路电流方程.

$$\begin{cases} i_{l1} = 6\text{A} \\ -(2+3+10)i_{l1} + (1+2+3+10)i_{l2} + 10i_{l3} = 3U_\varphi \\ -10i_{l1} + 10i_{l_2} + (10+15)i_{l_3} = 3U_\varphi \\ U_\varphi = 15i_{l3} \end{cases}$$

整理以上方程有 $\begin{cases} 16i_{l2} - 35i_{l3} = 90 \\ 10i_{l_2} - 20i_{l_3} = 60 \end{cases}$

解得 $i_{l_2} = 10\text{A}$， $i_{l_3} = 2\text{A}$， $U_\varphi = 30\text{V}$

各电阻消耗功率为：

$$p_{1\Omega} = 1 \times i_{l2}^2 = 100\text{W}$$

$$p_{2\Omega} = 2(i_{l2} - i_{l1})^2 = 32\text{W}$$

$$p_{3\Omega} = 3(i_{l2} - i_{l1})^2 = 48\text{W}$$

$$p_{10\Omega} = 10(i_{l1} - i_{l2} - i_{l3})^2 = 360\text{W}$$

$$p_{15\Omega} = 15i_{l3}^2 = 60\text{W}$$

受控电压源发出功率：

$$p_{受} = 3U_\varphi(i_{l2} + i_{l3}) = 1080\text{W}$$

6A 电流源发出的功率：

$p_{6\text{A}} = 6[-3U_\varphi + 1 \times i_{l2}] = -480\text{W}$（实际为吸收功率）

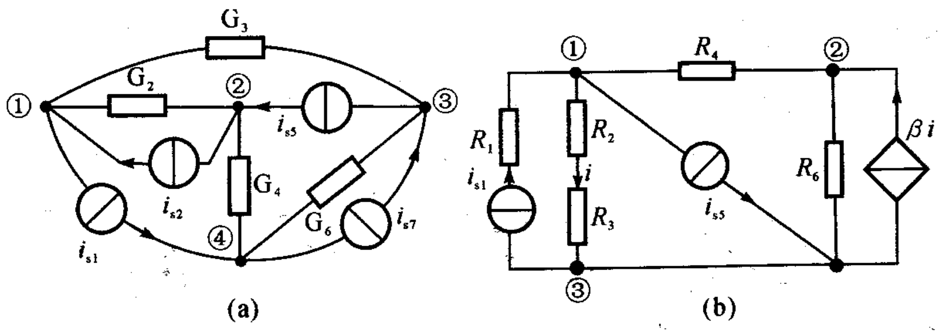
电路吸收功率为：

$$p_{吸} = (100 + 32 + 48 + 360 + 60 + 480)\text{W} = 1080\text{W}$$

电路发出功率为：$p_{发} = 1080\text{W}$

故满足 $p_{发} = p_{吸}$， 功率平衡.

**3-14** 列出图(a)，(b) 中电路的结点电压方程.




**题 3-14 图**

**解**　(a)　结点标号如图所示，选结点④为参考结点，设结点①，②，③的电压分别$u_{n1}$，$u_{n2}$，$u_{n3}$列写结点电压方程：

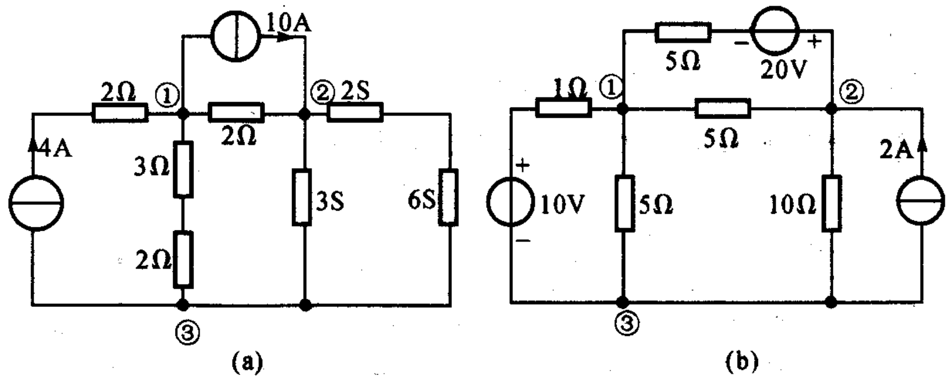
$$\begin{cases}(G_2+G_3)u_{n1}-G_2u_{n2}-G_3u_{n3}=-i_{s1}+i_{s2}\\-G_2u_{n1}+(G_2+G_4)u_{n2}=-i_{s2}+i_{s5}\\-G_3u_{n1}+(G_3+G_6)u_{n3}=-i_{s5}+i_{s7}\end{cases}$$

(b)　结点标号如图所示，选结点③为参考结点，设结点①，②的电压分别为$u_{n1}$，$u_{n2}$，列写结点电压方程.

$$\begin{cases}\left(\dfrac{1}{R_2+R_3}+\dfrac{1}{R_4}\right)u_{n1}-\dfrac{1}{R_4}u_{n2}=i_{s1}-i_{s5}\\-\dfrac{1}{R_4}u_{n1}+\left(\dfrac{1}{R_4}+\dfrac{1}{R_6}\right)u_{n2}=\beta i\\i=\dfrac{u_{n1}}{R_2+R_3}\end{cases}$$

[注意在图(b)中，$R_1$与电流源$i_{s1}$串联，由于该支路的电流是电流源的电流，而电流源电流已计入到方程的右侧. 所以$R_1$不能出现在自导中. 再有当某一支路有多个电阻时，应算出该支路总电阻，再计算其电导. 即$R_2$和$R_3$串联支路的电导为$\dfrac{1}{R_2+R_3}$.]

**3-15** 列出图(a)，(b)中电路的结点电压方程.




**题 3-15 图**

**解**　(a)　提示　①与4A电流源串联的2Ω电阻不计入自电导中；②多个电阻串联支路，应先计算该支路总电阻；③图(a)中有电阻

单位又有电导单位，列写方程时注意.

选结点 ③ 为参考结点，结点电压方程为

$$\begin{cases}\left(\dfrac{1}{2+3}+\dfrac{1}{2}\right)u_{n1}-\dfrac{1}{2}u_{n2}=4-10\\ -\dfrac{1}{2}u_{n1}+\left[\dfrac{1}{2}+3+\dfrac{1}{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{6}}\right]u_{n2}=10\end{cases}$$

整理方程组得

$$\begin{cases}0.7u_{n1}-0.5u_{n2}=-6\\ -0.2u_{n1}+5u_{n2}=10\end{cases}$$

（b） 选结点 ③ 为参考结点、结点电压方程为

$$\begin{cases}\left(1+\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{5}\right)u_{n1}-\left(\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{5}\right)u_{n2}=\dfrac{10}{1}-\dfrac{20}{5}\\ -\left(\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{5}\right)u_{n1}+\left(\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{10}\right)u_{n2}=\dfrac{20}{5}+2\end{cases}$$

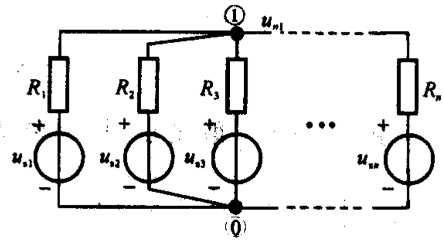
整理得

$$\begin{cases}1.6u_{n1}-0.4u_{n2}=6\\ -0.4u_{n1}+0.5u_{n2}=6\end{cases}$$

**3-16** 图示为由电压源和电阻组成的一个独立结点的电路，用结点电压法证明其结点电压为

$$u_{n1}=\frac{\sum G_k u_{sk}}{\sum G_k}$$

此式又称弥尔曼定理.




题 3-16 图

**证** 结点 ① 的自电导为

$$\begin{aligned}G_{11}&=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\cdots+\frac{1}{R_n}\\&=G_1+G_2+G_3+\cdots+G_n\\&=\sum_{k=1}^{n}G_k\end{aligned}$$

把电压源和电阻串联支路等效成电流源和电阻的并联支路，可得流入结点的等效电流源数值

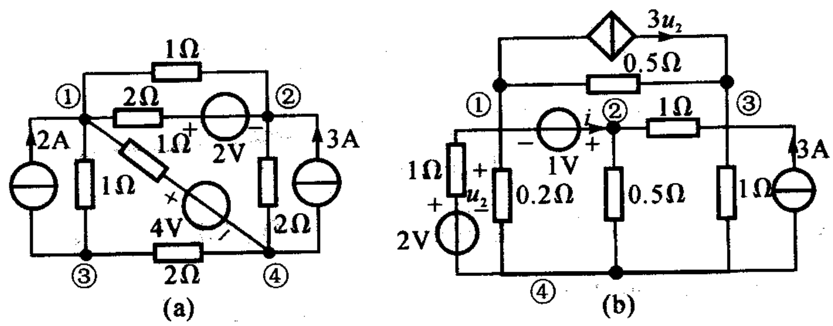
$$i_{s11}=\frac{u_{s1}}{R_1}+\frac{u_{s2}}{R_2}+\frac{u_{s3}}{R_3}+\cdots+\frac{u_{sn}}{R_n}$$
$$=G_1u_{s1}+G_2u_{s2}+G_3u_{s3}+\cdots+G_nu_{sn}$$
$$=\sum_{k=1}^{n}G_ku_{sk}$$

因为电路只有一个独立结点，对此独立结点的电压方程为

$$G_{11}u_{n1}=i_{s11}$$

所以
$$u_n=\frac{i_{s11}}{G_{11}}=\frac{\sum_{k=1}^{n}G_ku_{sk}}{\sum_{k=1}^{n}G_k}$$

**3-17** 列出图(a),(b) 电路的结点电压方程.




题 3-17 图

**解** (a) 取结点 ④ 为参考结点，图(a) 电路的结点电压方程为

$$\begin{cases}\left(1+1+1+\frac{1}{2}\right)u_{n1}-\left(1+\frac{1}{2}\right)u_{n2}-u_{n3}=2+\frac{4}{1}+\frac{2}{2}\\-\left(1+\frac{1}{2}\right)u_{n1}+\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)u_{n2}=\frac{-2}{2}+3\\-u_{n1}+\left(1+\frac{1}{2}\right)u_{n3}=-2\end{cases}$$

整理以上方程，有
$$\begin{cases}3.5u_{n1}-1.5u_{n2}-u_{n3}=7\\-1.5u_{n1}+2u_{n2}=2\\-u_{n1}+1.5u_{n3}=-2\end{cases}$$

(b) 结点编号如图(b) 所示，由于在结点 ① 和结点 ② 之间有一

理想电压源支路，所以在选择不同结点为参考结点的情况下，有不同的结点电压方程的处理形式.

方法一：选择理想电压源支路所连的两个结点之一作参考点.在本题中选结点①为参考结点，这时结点②的电压 $u_{n2}=1\text{V}$，可作为已知量，因此不必列写结点②的结点电压方程.对结点③，④的结点电压方程为

$$\begin{cases}-u_{n2}+\left(1+1+\dfrac{1}{0.5}\right)u_{n3}=3+3u_2\\-\dfrac{1}{0.5}u_{n2}-u_{n3}+\left(1+\dfrac{1}{0.2}+\dfrac{1}{0.5}+1\right)u_{n4}=-\dfrac{2}{1}-3\end{cases}$$

补充方程 $u_2=-u_{n4}$

把 $u_{n2}=1\text{V}$ 和 $u_2=-u_{n4}$ 代入方程组，整理得

$$\begin{cases}2u_{n3}+u_{n4}=2\\-u_{n3}+9u_{n4}=-3\end{cases}$$

方法二：选择结点④为参考结点.在这种情况下，对电压源支路需设一支路电流 $i$，由于 $i$ 是未知量，因此，在列写结点电压方程时需要增补一个辅助方程.对选结点④为参考点的结点电压方程为

$$\begin{cases}\left(1+\dfrac{1}{0.2}+\dfrac{1}{0.5}\right)u_{n1}-\dfrac{1}{0.5}u_{n3}=\dfrac{2}{1}-3u_2-i\\\left(\dfrac{1}{0.5}+1\right)u_{n2}-u_{n3}=i\\-\dfrac{1}{0.5}u_{n1}-u_{n2}+\left(\dfrac{1}{0.5}+1+1\right)u_{n3}=3+3u_2\end{cases}$$

利用结点①，②间理想电压源电压已知条件，列辅助方程为

$$u_{n2}-u_{n1}=1$$

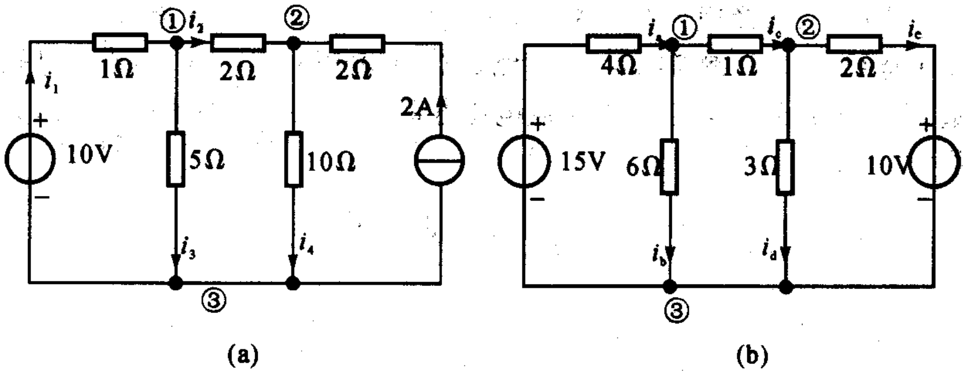
对受控源的控制量列辅助方程

$$u_2=u_{n1}$$

把以上5个方程加以整理得

$$\begin{cases}11u_{n1}-2u_{n3}=2-i\\3u_{n2}-u_{n3}=i\\-5u_{n1}-u_{n2}+4u_{n3}=3\\u_{n2}-u_{n1}=1\end{cases}$$

用结点电压法求解图示电路中各支路电流.




**题 3－18 图**

**解**　(a)　对图(a)的结点编号，取结点 ③ 为参考点.

$$\begin{cases}\left(1+\frac{1}{5}+\frac{1}{2}\right)u_{n1}-\frac{1}{2}u_{n2}=\frac{10}{1}\\ -\frac{1}{2}u_{n1}+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{10}\right)u_{n2}=2\end{cases}$$

整理以上方程得 $\begin{cases}1.7u_{n1}-0.5u_{n2}=10\\ -0.5u_{n1}+0.6u_{n2}=2\end{cases}$

解得 $u_{n1}=9.0909\text{V}$　　$u_{n2}=10.909\text{V}$

各支路电流为 $i_1=\frac{10-u_{n1}}{1}=0.909\text{A}$

$$i_2=\frac{u_{n1}-u_{n2}}{2}=-0.909\text{A}$$

$$i_3=\frac{u_{n1}}{5}=1.818\text{A}$$

$$i_4=\frac{u_{n2}}{10}=1.0909\text{A}$$

(b)　结点编号如图(b)所示，取结点 ③ 为参考结点.

$$\begin{cases}\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+1\right)u_{n1}-u_{n2}=\frac{15}{4}\\ -u_{n1}+\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)u_{n2}=\frac{10}{2}\end{cases}$$

整理得
$$\begin{cases}17u_{n1}-12u_{n2}=45\\-6u_{n1}+11u_{n2}=30\end{cases}$$

解得 $u_{n1}=7.435\text{V}$， $u_{n2}=6.783\text{V}$

各支路电流分别为

$$i_a=\frac{15-u_{n1}}{4}=1.891\text{A}$$

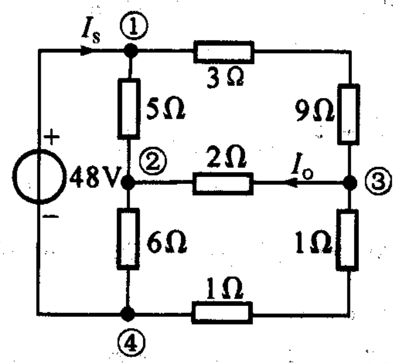
$$i_b=\frac{u_{n1}}{6}=1.239\text{A}$$

$$i_c=\frac{u_{n1}-u_{n2}}{1}=0.652\text{A}$$

$$i_d=\frac{u_{n2}}{3}=2.261\text{A}$$

$$i_e=\frac{u_{n2}-10}{2}=-1.6085\text{A}$$

**3-19** 图示电路中电源为无伴电压源，用结点电压法求解电流 $I_s$ 和 $I_o$.




题 3-19 图

**解** 结点编号如图所示，选结点 ④ 为参考结点.

$$\begin{cases}u_{n1}=48\text{V}\\-\frac{1}{5}u_{n1}+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)u_{n2}-\frac{1}{2}u_{n3}=0\\-\frac{1}{3+9}u_{n1}-\frac{1}{2}u_{n2}+\left(\frac{1}{3+9}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1+1}\right)u_{n3}=0\end{cases}$$

整理得到
$$\begin{cases}26u_{n2}-15u_{n3}=288\\-6u_{n2}+13u_{n3}=48\end{cases}$$

解得 $u_{n2}=18\text{V}$， $u_{n3}=12\text{V}$

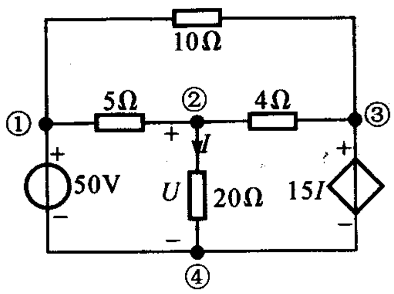
支路电流 $$I_o=\frac{u_{n3}-u_{n2}}{2}=-3\text{A}$$

$$I_s=\frac{u_{n1}-u_{n2}}{5}+\frac{u_{n1}-u_{n3}}{3+9}=9\text{A}$$

**3-20** 用结点电压法求解图示电路中电压 $U$.

**解**　选结点④为参考结点

$$\begin{cases} u_{n1} = 50\text{V} \\ -\dfrac{1}{5}u_{n1} + \left(\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{20}+\dfrac{1}{4}\right)u_{n2} \\ \qquad -\dfrac{1}{4}u_{n3} = 0 \\ u_{n3} = 15I \end{cases}$$




题 3-20 图

增补一个用结点电压表示受控电压源控制量的辅助方程

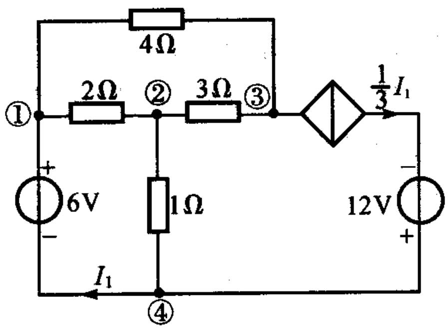
$$I = \frac{u_{n2}}{20}$$

合并以上方程，解得　$u_{n2} = 32\text{V}$

故　$$U = u_{n2} = 32\text{V}$$

**3-21** 用结点电压法求解图示电路后，求各元件的功率并检验功率是否平衡。

**解**　提示　在列结点电压方程时，受控电流源按独立电流源对待。在受控电流源支路中串有12V电压源，由于该支路电流由受控电流源的电流确定的，因此12V电压源不计入方程中。




题 3-21 图

选结点④为参考结点，结点电压方程为

$$\begin{cases} u_{n1} = 6\text{V} \\ -\dfrac{1}{2}u_{n1} + \left(\dfrac{1}{2}+1+\dfrac{1}{3}\right)u_{n2} - \dfrac{1}{3}u_{n3} = 0 \\ -\dfrac{1}{4}u_{n1} - \dfrac{1}{3}u_{n2} + \left(\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{3}\right)u_{n3} = -\dfrac{1}{3}I_1 \\ I_1 = \dfrac{u_{n2}}{1} + \dfrac{1}{3}I_1 \end{cases}$$

整理上述方程有 $\begin{cases} 11u_{n2} - 2u_{n3} = 18 \\ u_{n2} + 7u_{n3} = 18 \end{cases}$

解得 $u_{n2} = 2\text{V}$， $u_{n3} = 2\text{V}$， $I_1 = 3\text{A}$

1Ω 电阻吸收功率

$$p_{1\Omega} = \frac{u_{n2}^2}{1} = 4\text{W}$$

2Ω 电阻吸收功率

$$p_{2\Omega} = \frac{(u_{n1} - u_{n2})^2}{2} = 8\text{W}$$

3Ω 电阻吸收功率

$$p_{3\Omega} = \frac{(u_{n2} - u_{n3})^2}{3} = 0\text{W}$$

4Ω 电阻吸收功率

$$p_{4\Omega} = \frac{(u_{n1} - u_{n3})^2}{4} = 4\text{W}$$

受控电流源吸收功率

$$p_{受} = \frac{1}{3}I_1(u_{n3} + 12) = 14\text{W}$$

6V 电压源发出的功率

$$p_{6\text{V}} = 6I_1 = 18\text{W}$$

12V 电压源发出的功率

$$p_{12\text{V}} = 12 \times \frac{1}{3}I_1 = 12\text{W}$$

因此有 $p_{发} = 18 + 12 = 30\text{W}$

$$p_{吸} = 4 + 8 + 4 + 14 = 30\text{W}$$

即 $p_{发} = p_{吸}$，电路功率是平衡的.

**3-22** 用结点电压法求解图示电路 $u_{n1}$ 和 $u_{n2}$. 你对此题有什么看法？

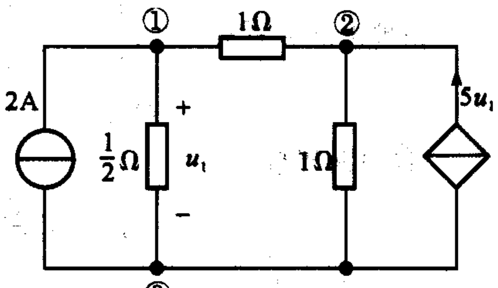
**解** 选结点 ③ 为参考结点，对结点 ①，② 列方程：

$$\begin{cases} (2+1)u_{n1} - u_{n2} = 2 \\ -u_{n1} + (1+1)u_{n2} = 5u_1 \\ u_1 = u_{n1} \end{cases}$$

整理以上方程有

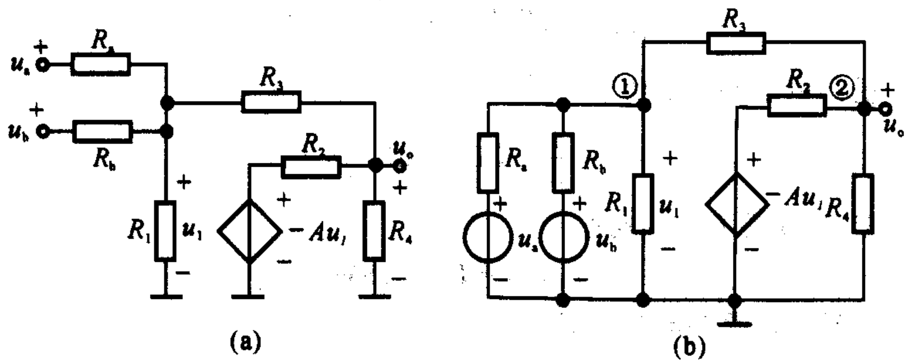
$$\begin{cases}3u_{n1}-u_{n2}=2\\-6u_{n1}+2u_{n2}=0\end{cases}$$

可以看出，该方程组无解．此题说明，当电路中含有受控源时，有可能解不存在．而对于一个实际的物理系统来说，解应该是存在的．因此，该电路模型不符合实际电路．




题 3－22 图

图(a) 所示电路是电子电路中的一种习惯画法，其中未画出电压源，只标出与电压源相连各点对参考结点(或地) 的电压，即电位值．图(a) 可改画为图(b)．试用结点电压法求电压 $u_o$(对参考结点)．




题 3－23 图

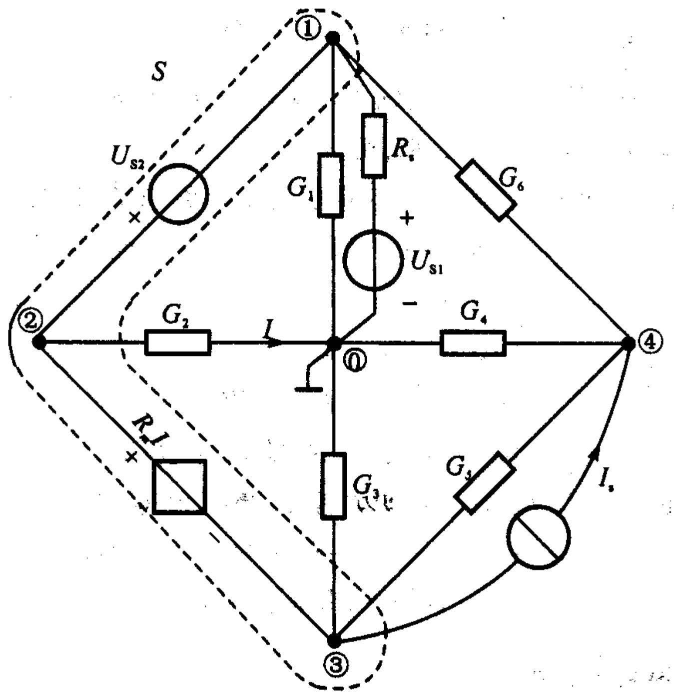
**解**　结点编号如图(b) 所示，电路的结点电压方程为

$$\begin{cases}\left(\dfrac{1}{R_a}+\dfrac{1}{R_b}+\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_3}\right)u_{n1}-\dfrac{1}{R_3}u_{n2}=\dfrac{u_a}{R_a}+\dfrac{u_b}{R_b}\\-\dfrac{1}{R_3}u_{n1}+\left(\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}\right)u_{n2}=\dfrac{-Au_1}{R_2}\\u_1=u_{n1}\end{cases}$$

由于 $u_o=u_{n2}$ 代入上述方程组解得 $u_o$ 为

$$u_o=\frac{-\left(\dfrac{A}{R_2}-\dfrac{1}{R_3}\right)\left(\dfrac{u_a}{R_a}+\dfrac{u_b}{R_b}\right)}{\left(\dfrac{1}{R_a}+\dfrac{1}{R_b}+\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_3}\right)\left(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_4}\right)+\dfrac{1}{R_3}\left(\dfrac{A}{R_2}-\dfrac{1}{R_3}\right)}$$

**3-24** 列出图示电路的结点电压方程. 如果 $R_s=0$，则方程又如何？（提示：为避免引入过多附加电流变量，对连有无伴电压源的结点部分，可在包含无伴电压源的封闭面 S 上写出 KCL 方程）.




**题 3-24 图**

**解** 结点编号如图所示，对封闭面 S 和结点④列 KCL 电流方程.

$$\begin{cases} G_1u_{n1}+\dfrac{1}{R_s}u_{n1}+G_6(u_{n1}-u_{n4})+G_2u_{n2} \\ \qquad +G_3u_{n3}+G_5(u_{n3}-u_{n5})=\dfrac{U_{s1}}{R_s}-I_s \\ -G_6u_{n1}-G_5u_{n3}+(G_4+G_5+G_6)u_{n4}=I_s \end{cases}$$

辅助方程有

$$\begin{cases} u_{n2} - u_{n1} = U_{s2} \\ u_{n3} - u_{n1} = U_{s2} - R_m I \\ I = G_2 u_{n2} = G_2(u_{n1} + U_{s2}) \end{cases}$$

**把辅助方程代入上面两个方程中，整理可得.**

$$\begin{cases} \left[\left(G_1 + \dfrac{1}{R_s} + G_3 + G_5 + G_6 - G_2 R_m (G_3 + G_5)\right)\right] u_{n1} \\ \quad - (G_6 + G_5) u_{n4} \\ = \dfrac{1}{R_s} U_{s1} - I_s + (G_3 + G_5)(R_m G_2 - 1) U_{s2} \\ \quad - (G_6 + G_5 - G_5 G_2 R_m) u_{n1} + (G_4 + G_5 + G_6) u_{n4} \\ = I_s + G_5 (1 - G_2 R_m) U_{s2} \end{cases}$$

**当 $R_s = 0$ 时，$u_{n1} = U_{s1}$，变量仅为 $u_{n4}$，结点 ④ 的方程有**

$$-G_6 u_{n1} - G_5 u_{n3} + (G_4 + G_5 + G_6) u_{n4} = I_s$$

**辅助方程有**

$$\begin{cases} u_{n1} = U_{s1} \\ u_{n2} = U_{s1} + U_{s2} \\ u_{n3} = U_{s1} + U_{s2} - R_m I \\ I = G_2 u_{n2} = G_2 (U_{s1} + U_{s2}) \end{cases}$$

**把辅助方程代入结点 ④ 的方程中，整理可得**

$$(G_4 + G_5 + G_6) u_{n4} = I_s + (G_6 + G_5 - G_2 G_5 R_m) U_{s1} + G_5 (1 - R_m G_2) U_{s2}$$