# 第十一章 一阶电路

## 11.1 动态电路的方程及其初始条件

### 11.1.1 动态电路

**稳态电路**：在给定条件下（电路结构，参数处于稳定状态，电源无突然改变输出特性）电路中的电流和电压已达到某一稳态值（对交流电路而言，是指电流和电压的幅值达到稳定值）。简称稳态。

**动态电路**：过渡过程，往往时间短暂，所以也称为暂态。

### 11.1.2 换路定则

**换路**：电路的结构或参数发生的变化，统称为换路。包括：

电源的接通、断开；

电路结构突然改变，如支路的短路或断路；

电路元件参数突然改变；

电路外加电压的幅值、频率或初相的跃变等等。

**换路定则**：在电路换路瞬间，若 $u_L$ 或 $i_C$ 不为无穷大，则电容两端的电压不能发生跃变；电感中的电流不能发生跃变。

换路时间定为$t = t_0$时：

$u_C(t_{0+}) = u_C(t_{0-})$，$Q_C(t_{0+}) = Q_C(t_{0-})$

$i_L(t_{0+}) = i_L(t_{0-})$，$\Psi_{\mathrm{L}}(\mathrm{t}_{0+}) = \Psi_{\mathrm{L}}(\mathrm{t}_{0-})$

换路定则反映了电荷守恒、磁链守恒、能量守恒原理。

注意：

换路时电感电压和电容电流可以跃变。

在某些特殊情况下，电容电压或电感电流也可能发生跃变，如有冲激电源作用、出现并联电容或串联电感时。

### 11.1.3 电路初始值的确定

**输入(激励)**：电路中的独立电源。独立电源的作用主要就是向电路提供电能，它是从电路以外向电路以内提供能量，所以称为电路的输入。

**输出(响应)**：在电源或贮能元件作用下，产生的电压、电流。

**初始值**：电路在 $t = t_{0+}$ 时刻的各电压、电流、电荷、磁链等值。

**电路的初始状态**：电路进入暂态时，电路中电容电压（电荷）、电感电流（磁链）的初始值。

**初始值的确定步骤**：

按开关变化前的电路计算出 $u_C(t_{0-})$ 或 $i_L(t_{0-})$；

由换路定则计算 $u_C(t_{0+})=u_C(t_{0-})$ 或 $i_L(t_{0+})=i_L(t_{0-})$；

画换路后 $t=t_{0+}$ 时刻初始状态的等效电路，再由 KCL、KVL 和元件性质计算 时刻电路中其它电流电压值的初始值。

**初始状态的等效电路**：在换路后的电路中，用大小、极性与电容电压 相等的直流电压源代替电容，用大小、方向与电感电流 相同的直流电流源替代电感，电路中独立源均取 时的值，电路结构和其他参数不变。

## 11.2 一阶电路的零输入响应

**零输入响应**：输入为 0，仅由电路内部贮能(即由初始值)产生的响应。

**衰减因子**：$\mathrm{e}^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$ 衰减快慢取决于 $\tau$ 的大小，$\tau$ 越大衰减越慢。

**时间常数 $\tau$ 的确定方法**：

$\tau=RC=\frac{L}{R}$，$R$ 为从 $L$ 或 $C$ 两端看的等效电阻。

由电路的响应曲线 $u_C(\tau)=U_0\mathrm{e}^{-1}=0.368U_0$。

**零输入响应的一般形式**：

$$f(t)=f(t_{0+})\mathrm{e}^{-\frac{t-t_0}{\tau}},t\geq t_0$$

## 11.3 一阶电路的零状态响应

零状态响应：仅由电源产生的响应。

**稳态分量(特解)**：是电路达到稳态时的 $u_C(t)$ 或 $i_L(t)$的值。由于它与外施激励的变化规律有关，又称强制分量。

**自由分量(通解)**：是由于其变化规律取决于特征根，与外施激励无关。自由分量按指数规律衰减，最终趋于零，也称瞬态分量。

**零状态响应的一般形式**：

$$y=y_p+A\mathrm{e}^{-\frac{t-t_0}{\tau}},t\geq t_0$$

代入初始值可得:

$$y=y_P+[y(t_{0+})-y_P(t_{0+})]\mathrm{e}^{-\frac{t-t_0}{\tau}},t\geq t_0$$

## 11.4 一阶电路的全响应及三要素法

**完全响应**：由外施激励和初始状态共同引起的响应。 线性电路的完全响应等于零输入响应和零状态响应的叠加。

**一阶电路的全响应**：

$$f(t)=f_P(t)+[f(t_{0+})-f_P(t)|_{t=t_0}]\mathrm{e}^{-\frac{t-t_0}{\tau}},t\geq t_0$$

**特解**：

直流：稳态值；

正弦交流：相量法。

## 11.5 一阶电路的阶跃响应

### 11.5.1 单位阶跃函数

$$\varepsilon(t)=\begin{cases}0 & t\leq t_{0-}\\ 1 & t\geq t_{0+}\end{cases}$$

如果阶跃函数非零值起始于 $t_0$ ，强度为$k$ ，则可表示为 $k\varepsilon(t-t_o)$ ，其中 $\varepsilon(t-t_o)$ 称为延时阶跃函数。

$$k\varepsilon(t-t_0)=\begin{cases}0 & t\leq t_{0-}\\ k & t\geq t_{0+}\end{cases}$$

### 11.5.2 单位阶跃响应

电源以单位阶跃输入的零状态响应。用 $s(t)$ 表示。

激励为 $k\varepsilon(t-t_0)$ 时，阶跃响应为 $ks(t-t_0)$。

## 11.6 一阶电路的冲激响应

### 11.6.1 单位冲激函数

$$\begin{cases}\delta(t)=\begin{cases}0 & t\neq 0\\ \infty & t=0\end{cases}\\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1\end{cases}$$

如果冲激函数脉冲发生的时间是 $t_0$ ，强度为 $k$ ，则可表示为 $k\delta(t-t_o)$ ，其中 $\delta(t-t_o)$ 称为延时冲激函数。

$$\begin{cases} \delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq t_0 \\ \infty & t = t_0 \end{cases} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\mathrm{d}t = k \end{cases}$$

### 11.6.2 $\boldsymbol{\delta}$ 函数的抽样特性

对于在任意时刻 $t = \tau$ 处连续的函数 $f(t)$ ，有

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-\tau)\mathrm{d}t = f(\tau)$$

这一性质称为 $\delta$ 函数的抽样特性或筛选特性。

### 11.6.3 $\boldsymbol{\varepsilon(t)}$ 与 $\boldsymbol{\delta(t)}$ 的数学关系

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(\xi)\mathrm{d}(\xi) \quad \delta(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\varepsilon(t)$$

### 11.6.4 冲激响应 $\boldsymbol{h(t)}$

电路在单位冲激函数 $\delta(t)$ 激励下的零状态响应，记为 $h(t)$ 。

### 11.6.5 线性电路的 $\boldsymbol{s(t)}$ 与 $\boldsymbol{h(t)}$ 的数学关系

$$h(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}s(t) \quad s(t) = \int h(t)\mathrm{d}t$$

### 11.6.6 单位冲激响应的分析法

$h(t) = \frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t}$ 法

将电路激励由 $\delta(t)$ 换作 $\varepsilon(t)$ ；

计算 $\varepsilon(t)$ 激励下相应的零状态响应 ；

由 $h(t) = \frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t}$ 计算 $h(t)$ 。

**零输入响应法**

确定在 $\delta(t)$ 激励下电路的初始状态;

单位冲激响应即是对应电路的零输入响应。

**确定初始状态的方法**

**简捷法**

在有 $L$、$C$元件的电路中，设冲激函数出现在 $t=t_0$ 处，则在该时刻将电感器 $L$ 开路、电容器 $C$ 短路，来确定开路电压 $u_L(t_0)$ 与短路电流 $i_C(t_0)$ ,由此来求 $u_C(t_{0+})$ ：

$$u_C(t_{0+})=u_C(t_{0-})+\frac{1}{C}\int_{t_{0-}}^{t_{0+}} i_C\,(t_0)\mathrm{d}t$$

和 $i_L(t_{0+})$ ：

$$i_L(t_{0+})=i_L(t_{0-})+\frac{1}{L}\int_{t_{0-}}^{t_{0+}} u_L\,(t_0)\mathrm{d}t$$

**零输入响应法**