教学环节：(1)课堂讲授；(2)课外自学；(3)作业。

作业成绩： 作业每次批改一半，成绩分A^{+}、A、B、C、D、E、F。补交作业，只能得该次作业成绩的一半分，未交作业得0分。

成绩构成：

统考

作业+考勤及课堂表现+半期考试+期末考试（整本教材内容）

10分 10分 30分 50分

学校规定：缺课6学时(3讲)或1/3次作业(4次)未交，或未参加半期考试，取消考试资格。

电子教案上的例题、作业评讲及答案(QQ群下载)

答疑时间和地点：

每周周二下午1:00-3:00

地点：X5603

作业册：下载电子版自己打印

本学期教学内容及特点

基本粒子

实物运动规律

相互作用和场

振动与波动

量子现象与量子规律

多粒子体系的热运动

上期

本期

实物与场的共同运动形式和性质

单粒子 —— 多粒子体系

特点： 1.物理概念、物理思想深化。2.更加贴近物理前沿和高新科技。3.对自学能力的要求提高。

第四篇　振动和波动

振动 ：

任何物理量(力学量、电学量、热学量…)在某一定值附近随时间周期性变化。

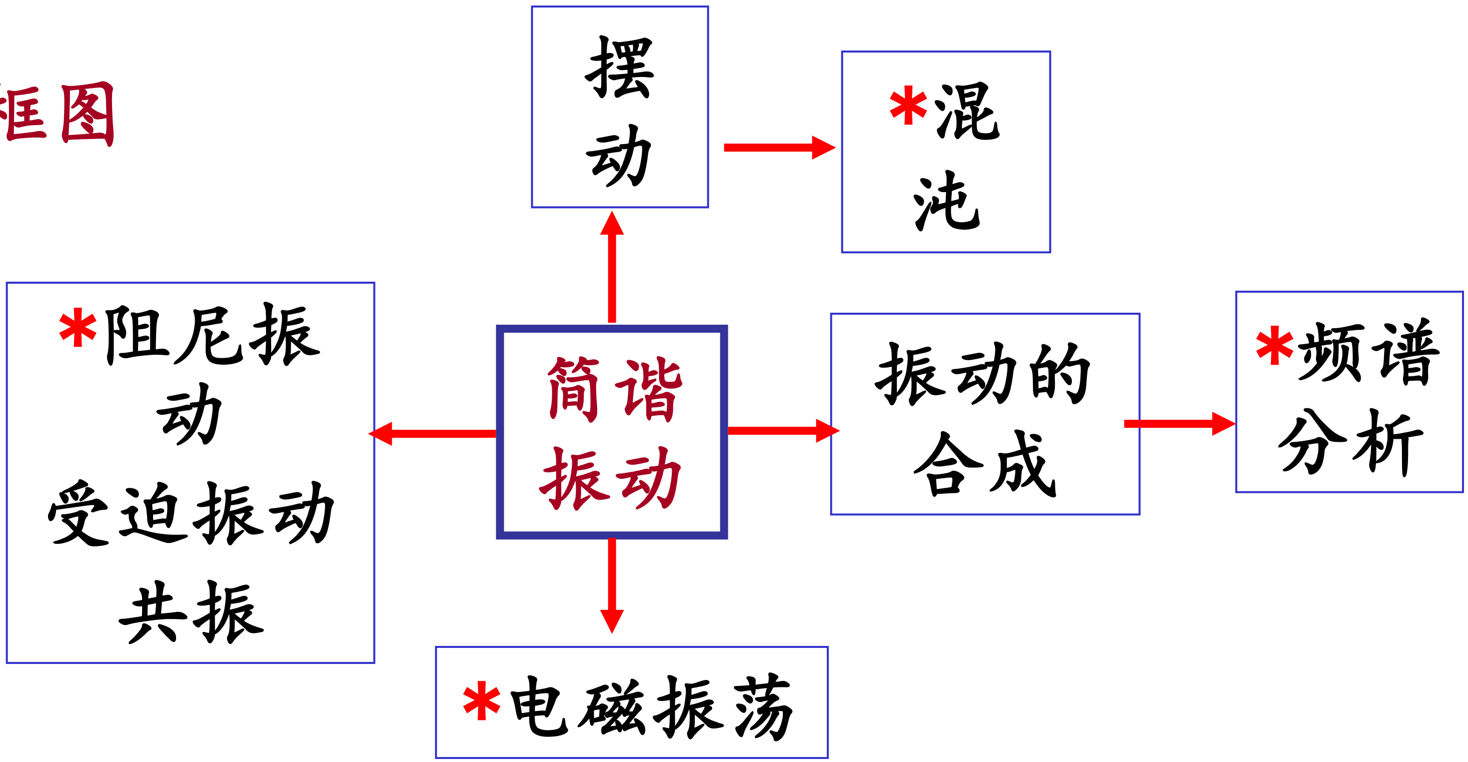
波动 ：

振动在空间的传播。

共同特征：运动具有周期性。

第十二章 振 动

结构框图



核心内容： 简谐振动

- 运动方程
- 特征量
- 能量
- 振动的合成

其基本概念和方法可迁移到相关的领域

（如：阻尼振动，受迫振动，共振；电磁振荡）

学时：6

第一节　　简谐振动

一、运动方程

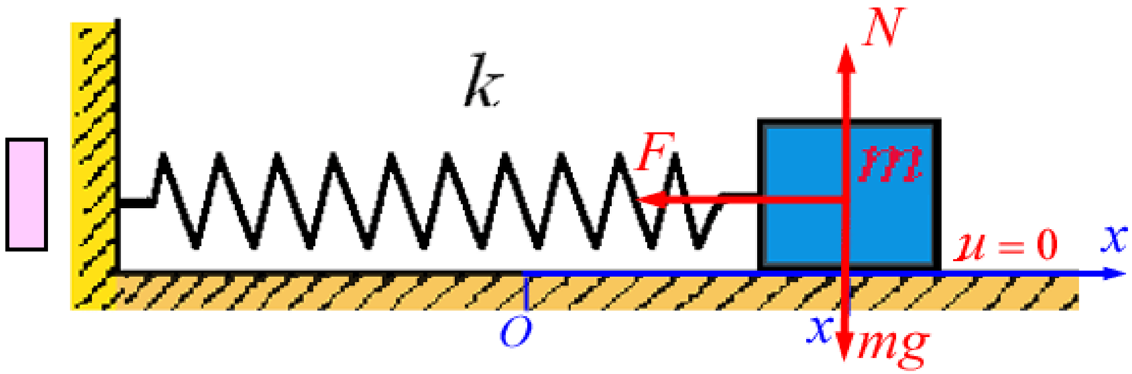
二、简谐振动的特征量

三、旋转矢量法

四、孤立谐振动系统的能量

一、运动方程

1.理想模型：弹簧振子



弹簧振子= 轻弹簧k + 刚体m （质点∽平动）

集中弹性　　集中惯性

以平衡位置为坐标原点，x为位移，k为劲度系数，则：

弹性力：$F = -kx$

理想模型的扩展：

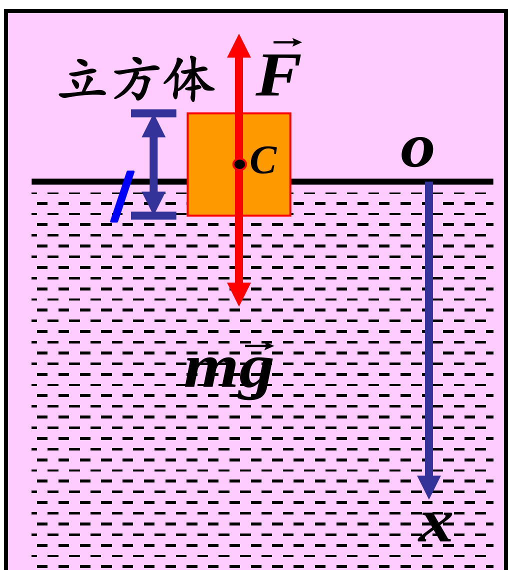
离系统平衡位置的位移

$$\boxed{F = -k\,x}$$

准弹性力　　系统本身决定的常数

注意：平衡位置为坐标原点

例：

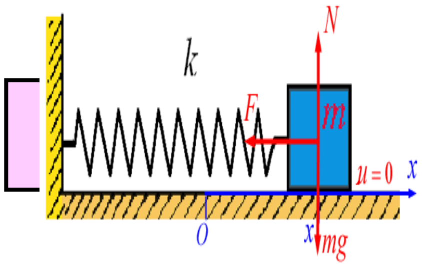


回复力：重力与浮力的合力

$$\sum F = -kx$$

$$k = l^2 \rho_{水} g$$

2.运动方程



$$\boldsymbol{F = -kx} \qquad \text{(a)}$$

又：$a = \dfrac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = \dfrac{F}{m} = -\dfrac{k}{m}x$

令 $\dfrac{k}{m} = \omega^2$ 得 线性微分方程：$\dfrac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2 x = 0$ （b）

求解得 运动方程：$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$ （c）

其中：A, φ_0 为积分常数

简谐振动判据：若某物理量满足（a)、(b)、（c)中任意一式，该物理量随时间的变化称为简谐振动。

简谐振动(或简谐运动)：

用时间的正、余弦函数来描述的振动。

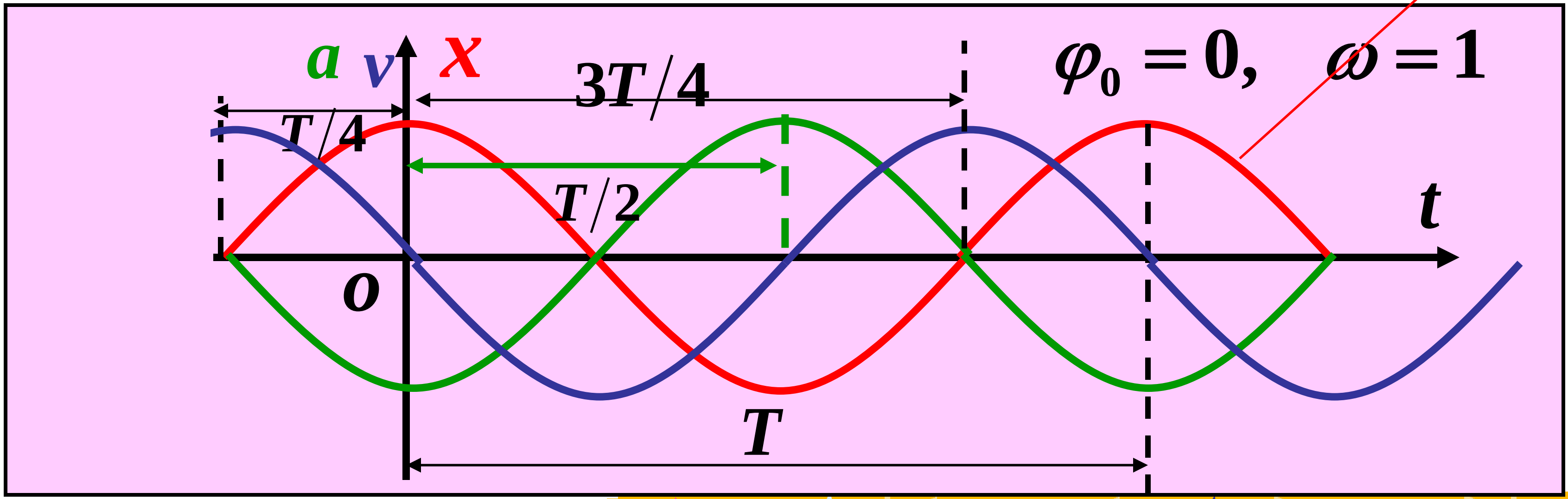
3. $x,\ \frac{dx}{dt},\ \frac{d^2x}{dt^2}$ 均随时间周期性变化

由 $x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$ 得

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi_0)$$

x—t为振动曲线



二、简谐振动的特征量

1.角频率 ω: $\omega=\sqrt{k/m}$

是由系统本身决定的常数，与初始条件无关。

固有角频率

$$x(t+T)=x(t)$$

$$A\cos[\omega(t+T)+\varphi_0]=A\cos(\omega t+\varphi_0)$$

$$\omega(t+T)+\varphi_0=\omega t+\varphi_0+2\pi$$

周期：$T=\dfrac{2\pi}{\omega}$ 频率：$\nu=\dfrac{1}{T}=\dfrac{\omega}{2\pi}$

ω：描述简谐振运动的快慢

2. 振幅 A： $A = |x|_{max}$

表示振动的范围（强弱），由初始条件决定。

由 $\begin{cases} x = A\cos(\omega t + \varphi_0) \\ v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi_0) \end{cases}$

在 $t = 0$ 时刻

$\begin{cases} x_0 = A\cos\varphi_0 \\ v_0 = -A\omega\sin\varphi_0 \end{cases}$ ——初始条件

解得

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}}$$

▲3.相位$\omega t+\varphi_0$，初相φ_0

(1)相位$\omega t+\varphi_0$ 相位是描述振动状态的物理量

用相位描述振动状态的优点：

① $(\omega t+\varphi_0)$与状态参量x，v有一一对应的关系，能反映谐振子在各时刻的运动状态。

例：$x=A\cos(\omega t+\varphi_0)$； $v=-A\omega\sin(\omega t+\varphi_0)$

当$\omega t+\varphi_0=\dfrac{\pi}{3}$时：$x=\dfrac{A}{2}$，$v=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}A\omega$

质点在$x=A/2$处以速率v向$-x$方向运动

当$\omega t+\varphi_0=\dfrac{5}{3}\pi$时：$x=\dfrac{A}{2}$，$v=\dfrac{\sqrt{3}}{2}A\omega$

质点在$x=A/2$处以速率v向$+x$方向运动

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0); \quad v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi_0)$$

②$(\omega t + \varphi_0)$每变化 2π 的整数倍，x、v重复原来的值（回到原状态），最能直观、方便地反映出谐振动的周期性特征。

③可以方便地比较同频率谐振动的步调。

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0); \quad v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi_0)$$

同频率谐振动相位差：$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi_0$

若 $\Delta\varphi = \pm 2k\pi (k = 0,1,2\cdots)$ 同相

若 $\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi (k = 0,1,2\cdots)$ 反相

初始相位差为 $\Delta\varphi_0 = \varphi_2 - \varphi_1$ 的两谐振动在相同时刻运动状态不同。当它们运动状态相同时的相位差和时间差？

当它们运动状态相同时的相位差：

$$\Delta\varphi = \omega t_2 + \varphi_2 - (\omega t_1 + \varphi_1) = 0$$

当它们达到相同运动状态的时间差：

$$\Delta t = t_2 - t_1 = -\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\omega} = -\frac{\Delta\varphi_0}{\omega}$$

(2) 初相 φ_0：

描述 $t=0$ 时刻运动状态，由初始条件确定。

由 $t=0$ 时

$$x_0 = A\cos\varphi_0$$

$$v_0 = -A\omega\sin\varphi_0$$

$$\varphi_0 = \mathrm{arctg}\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$$

或

$$\cos\varphi_0 = \frac{x_0}{A}$$

$$\sin\varphi_0 = \frac{-v_0}{A\omega}$$

由 $\cos\varphi_0$ 的大小、符号和 $\sin\varphi_0$ 的符号决定

更常用

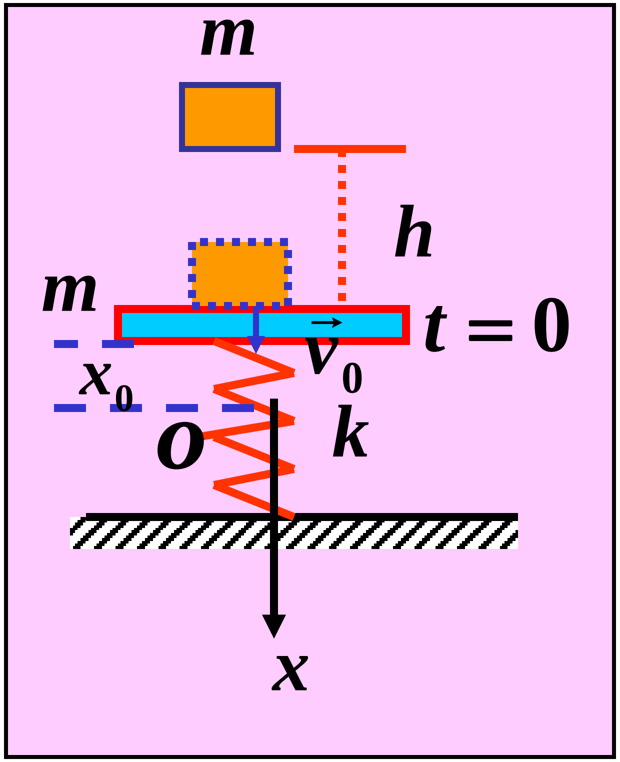
例1　教材P_6例2

已知：　$k.\ m.\ h.$ 完全非弹性碰撞

求：　$T, A,\ \varphi_0$

解：振动系统为 $(2m,\ k)$

$$\therefore\ \omega=\sqrt{\frac{k}{2m}},\quad T=2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$$



以平衡位置为坐标原点，向下为正。

确定初始条件：以物块和平板共同运动时刻为t=0

有：
$$\begin{cases} x_0=-\dfrac{mg}{k}<0 \\ m\sqrt{2gh}=2mv_0 \rightarrow\quad v_0=\sqrt{\dfrac{gh}{2}}>0 \end{cases}$$

得：$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}}=\sqrt{\frac{m^2g^2}{k^2}+\frac{mgh}{k}}=\frac{mg}{k}\sqrt{1+\frac{kh}{mg}}$$

回顾数学知识：已知余弦函数值求不同象限角

若$\cos\varphi_0=\frac{x_0}{A}$，且

φ_0为一象限角：$\varphi_0=\arccos\left(\left|\frac{x_0}{A}\right|\right)$

φ_0为二象限角：$\varphi_0=\pi-\arccos\left(\left|\frac{x_0}{A}\right|\right)$

φ_0为三象限角：$\varphi_0=\pi+\arccos\left(\left|\frac{x_0}{A}\right|\right)$

φ_0为四象限角：$\varphi_0=-\arccos\left(\left|\frac{x_0}{A}\right|\right)$

作笔记

又：

$$\left.\begin{array}{l}\cos\varphi_0 = \dfrac{x_0}{A} < 0 \\ v_0 = -A\omega\sin\varphi_0 > 0 \rightarrow \sin\varphi_0 < 0\end{array}\right\} \varphi_0 \text{ 为三象限角}$$

$$\therefore \varphi_0 = \arccos\left(\left|\frac{x_0}{A}\right|\right) + \pi$$

$$= \arccos\left(1/\sqrt{1+\frac{kh}{mg}}\right) + \pi$$

可以进一步写出运动方程。

例1　教材 P_6 例2

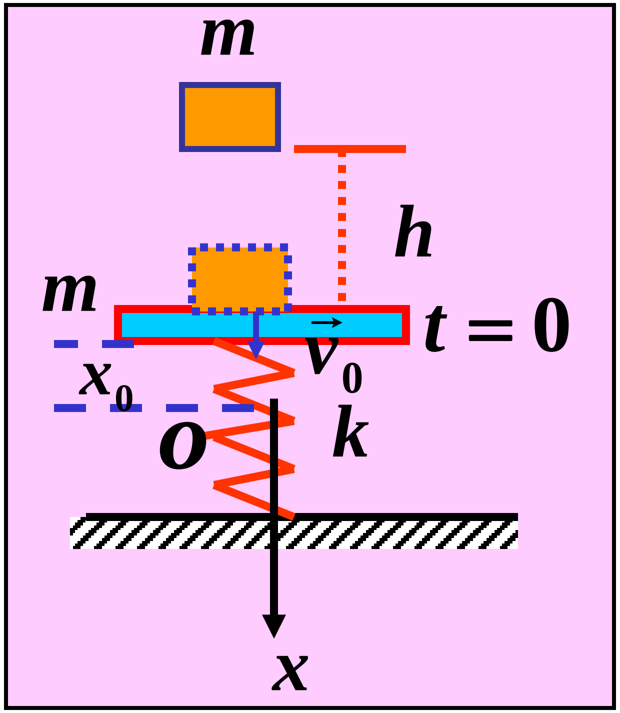
已知：　$k.\ m.\ h.$ 完全非弹性碰撞

求：　$T, A,\ \varphi_0$

关键步骤一

解：振动系统为（$2m,\ k$)

$$\therefore\ \omega=\sqrt{\frac{k}{2m}},\quad T=2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$$



以平衡位置为坐标原点，向下为正。

关键步骤二

确定初始条件：以物块和平板共同运动时刻为t=0

有：
$$\begin{cases} x_0=-\dfrac{mg}{k}<0 \\ m\sqrt{2gh}=2mv_0 \end{cases} \rightarrow\quad v_0=\sqrt{\frac{gh}{2}}>0$$

得：
$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}}=\sqrt{\frac{m^2g^2}{k^2}+\frac{mgh}{k}}=\frac{mg}{k}\sqrt{1+\frac{kh}{mg}}$$

又：

$$\cos\varphi_0 = \frac{x_0}{A} < 0$$

$$v_0 = -A\omega\sin\varphi_0 > 0 \rightarrow \sin\varphi_0 < 0$$

φ_0 为三象限角

关键步骤三

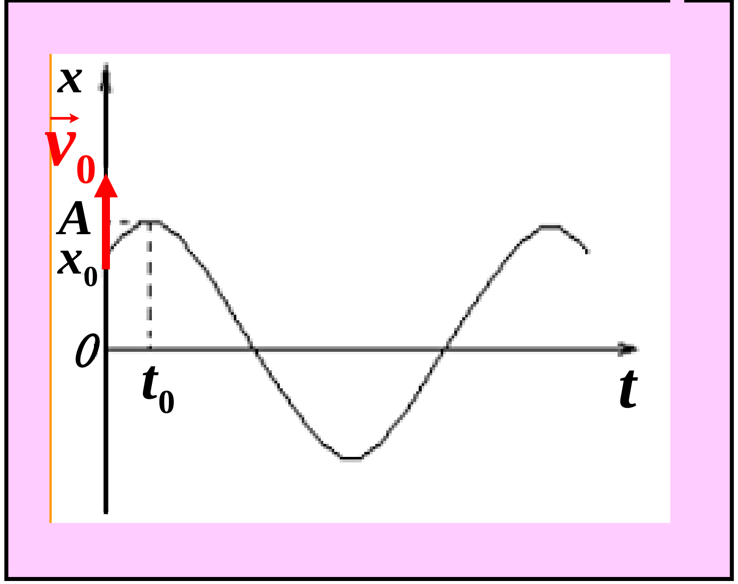
$$\therefore \varphi_0 = \arccos\left(\left|\frac{x_0}{A}\right|\right) + \pi$$

$$= \arccos\left(1/\sqrt{1+\frac{kh}{mg}}\right) + \pi$$

可以进一步写出运动方程。

例2 由振动曲线决定初相

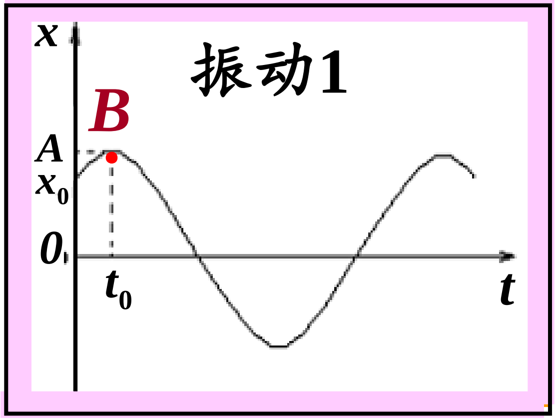
由振动曲线判定振动速度方向的方法:若后一时刻的$x>x_0$，则$v_0>0$；若$x<x_0$，则$v_0<0$。(x的最大值和最小值除外)

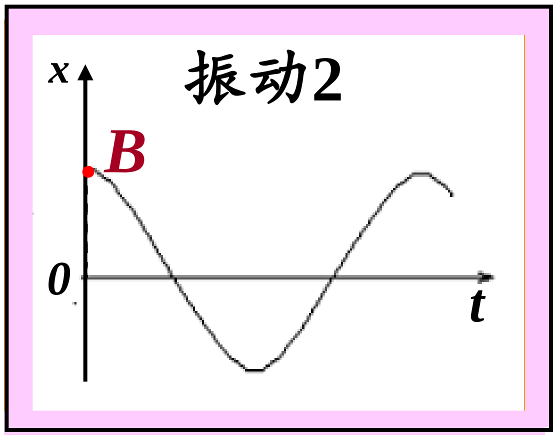


解（1）$\begin{cases} \cos\varphi_0 = \dfrac{x_0}{A} > 0 \\ v_0 = -A\omega\sin\varphi_0 > 0 \end{cases}$

$$\sin\varphi_0 < 0$$

$\therefore \varphi_0$为四象限角，且$\varphi_0 = -\arccos\dfrac{x_0}{A}$





频率相同，初始相位差为 $\Delta\varphi_0=\varphi_2-\varphi_1$ 的两谐振动达到相同运动状态的时间差：

$$t_2-t_1=-\frac{\varphi_2-\varphi_1}{\omega}$$

变形得：$\varphi_1=\varphi_2-\omega(t_1-t_2)$

初相为零的振动曲线：$\varphi_2=0$

比较得：$t_1=t_0 \quad t_2=0$

$$\therefore \varphi_0=-\omega t_0=-\frac{t_0}{T}\cdot 2\pi$$

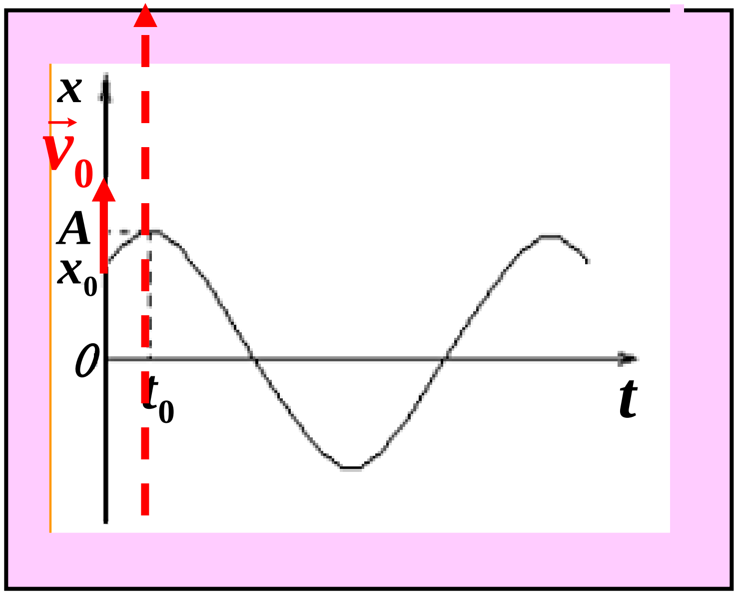
已知振动曲线第一个峰值对应的时间t_0求初相：

$$\varphi_0=-\omega t_0=-\frac{t_0}{T}\cdot 2\pi$$

例2 由振动曲线决定初相

解（1）$\begin{cases} \cos\varphi_0 = \dfrac{x_0}{A} > 0 \\ v_0 = -A\omega\sin\varphi_0 > 0 \end{cases}$

$\sin\varphi_0 < 0$



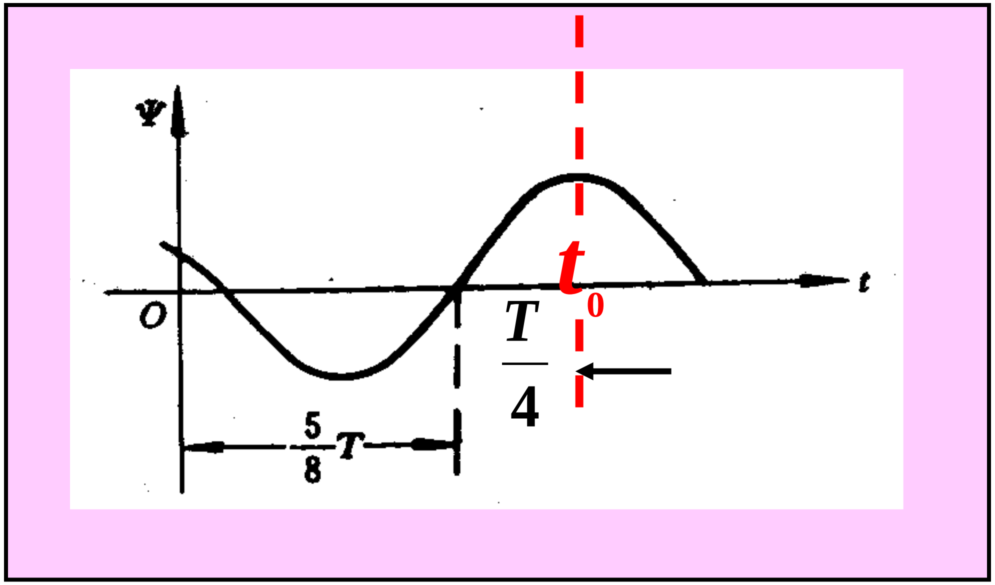
$\therefore$ φ_0为四象限角，且$\varphi_0 = -\arccos\dfrac{x_0}{A}$

（2）峰值处时间为t_0，则：$\varphi_0 = -\dfrac{t_0}{T}\cdot 2\pi = -t_0\omega$

落后

练习：P_{11} 12.1.3　求初相。

(b)

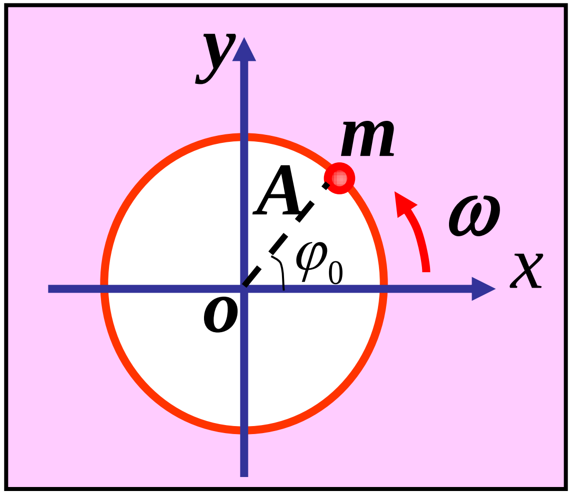


$$t_0 = \frac{5}{8}T + \frac{1}{4}T = \frac{7}{8}T$$

$$\varphi_0 = -\frac{t_0}{T}\cdot 2\pi = -\frac{7}{8}\cdot 2\pi = -\frac{7}{4}\pi$$

或：$\varphi_0 = \dfrac{\pi}{4}$

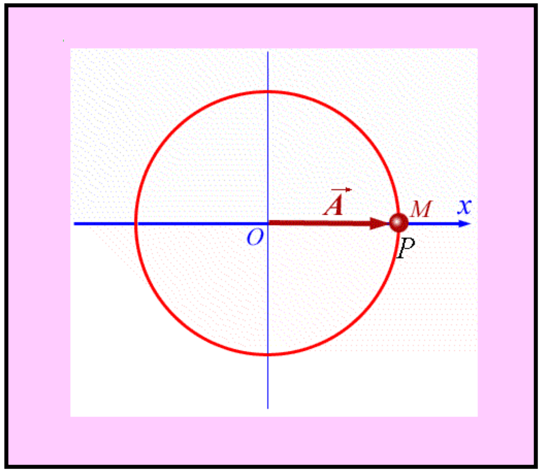
三、旋转矢量法



质点 m 以角速率 ω 沿半径 A 的圆周匀速运动的**参数方程**为：

$$\begin{cases} x = A\cos(\omega t + \varphi_0) \\ y = A\sin(\omega t + \varphi_0) \end{cases}$$

方程表明：**x、y 方向分运动均为简谐振动**



1.建立旋转矢量 $\vec{A}$与谐振动的对应关系

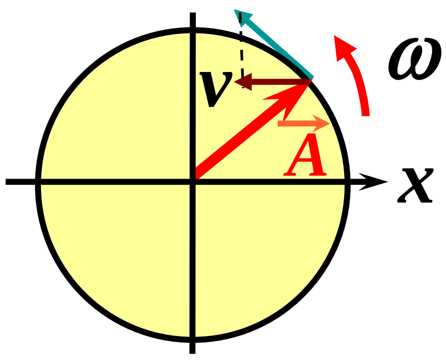
旋转矢量 $\vec{A}$ 与谐振动的对应关系(教材 P_7表12.1.1）

旋转矢量 $\vec{A}$	简谐振动	符号或表达式
模	振幅	A
角速度	角频率	ω
t=0时，$\vec{A}$与ox夹角	初相	φ_0
旋转周期	振动周期	$T=2\pi/\omega$
t时刻，$\vec{A}$与ox夹角	相位	$\omega t+\varphi_0$
$\vec{A}$在ox上的投影	位移	$x=A\cos(\omega t+\varphi_0)$
$\vec{A}$端点速度在ox上的投影	速度	$v=-\omega A\sin(\omega t+\varphi_0)$
$\vec{A}$端点加速度在ox上的投影	加速度	$a=-\omega^2A\cos(\omega t+\varphi_0)$

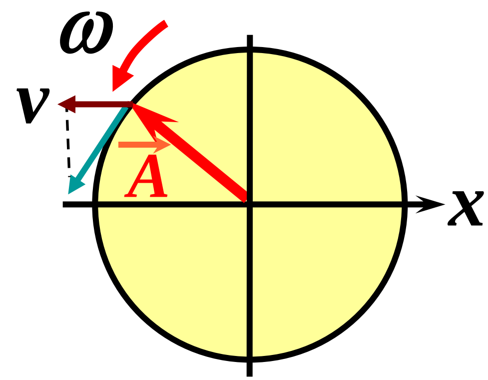
对应关系应
该非常熟练

注意：$\vec{A}$的象限与简谐振动x、v的符号的对应关系

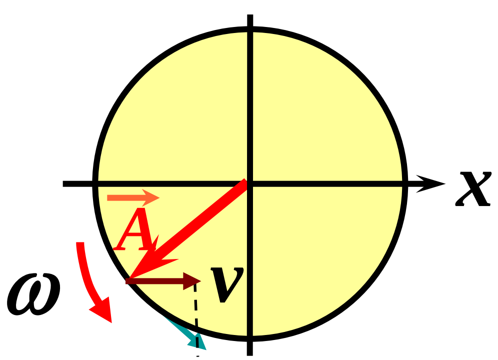
$\vec{A}$在第1象限：$x > 0, v < 0$



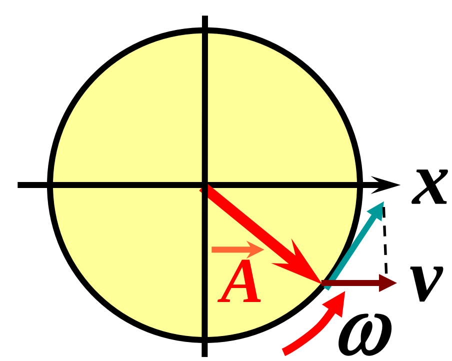
$\vec{A}$在第2象限：$x < 0, v < 0$



$\vec{A}$在第3象限：$x < 0, v > 0$



$\vec{A}$在第4象限：$x > 0, v > 0$



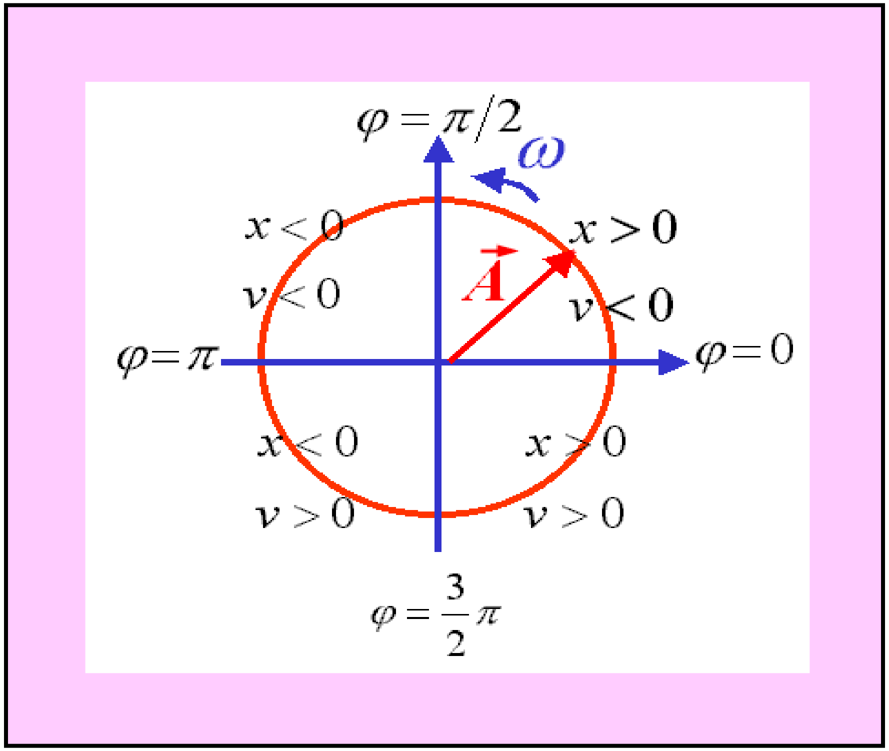
2：旋转矢量法的优点：

(1)直观地表达谐振动的各特征量。

(2)便于解题，特别是确定初相位。

(3)便于振动合成。

由x、v 的符号确定$\vec{A}$所在的象限，由 $\vec{A}$ 所在的象限确定相位所在的象限：$t=0$时 $\vec{A}$ 与ox轴的夹角为初相。



3.例题：教材P_{32} 12.6

已知：A =24cm, T =3s, t=0时：$x_0 = 12\text{cm}$, $v_0 < 0$,

求：质点运动到 x = -12 cm处所需最短时间。

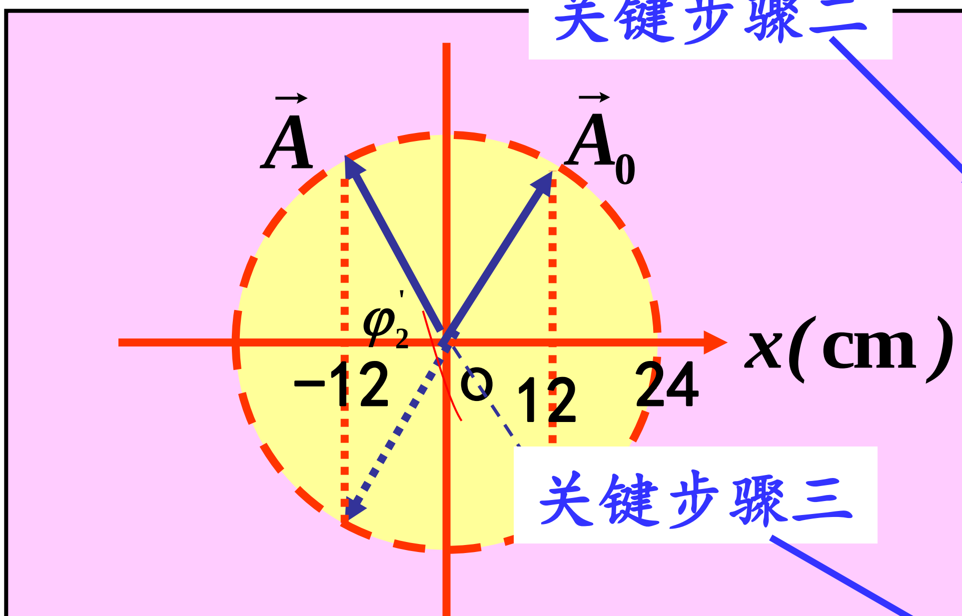
解：作 $t = 0$ 时刻的旋转矢量$\vec{A}_0$

作x = -12cm 处的旋转矢量$\vec{A}$

关键步骤一

$$\cos\varphi_1 = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} \qquad \therefore \varphi_1 = \frac{\pi}{3} \rightarrow \text{初相}$$

关键步骤二



$$\cos\varphi_2' = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} \qquad \therefore \varphi_2' = \frac{\pi}{3}$$

$$\varphi_2 == \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \rightarrow t\text{时刻相位}$$

$$\therefore \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{3}$$

关键步骤三

$$\therefore \Delta t_{min} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \cdot T = \frac{1}{6} T = 0.5(\text{s})$$

简谐振动小结

一、运动方程（平衡位置为坐标原点）

$$F = -kx \longrightarrow \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2 x = 0 \longrightarrow x = A\cos(\omega t + \phi_0)$$

二、简谐振动特征量

角频率	振幅	初相
$\omega = \sqrt{k/m}$	$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$	$\varphi_0 = \mathrm{arctg}(-\frac{v_0}{\omega x_0})$

三、简谐振动的三种描述

$$\left.\begin{array}{l}\text{运动方程和振动曲线（正、余弦函数）}\\ \text{相图（椭圆曲线）（第二节将学）}\\ \text{旋转矢量}\end{array}\right\}\text{周期性特征}$$