第三节　狭义相对论时空观(难点)

一、“同时”的相对性

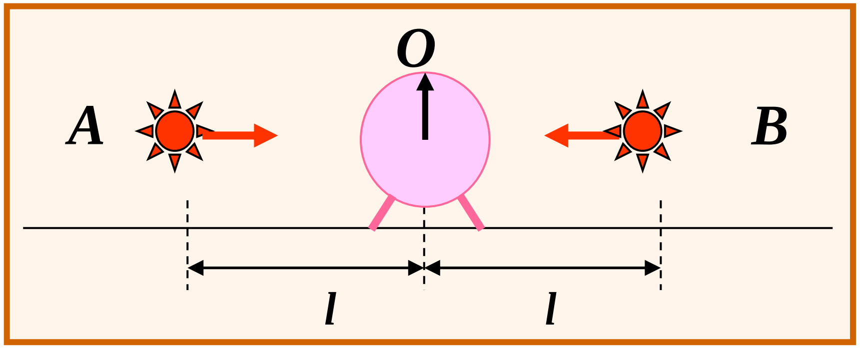
二、时间量度的相对性　时间膨胀

三、空间量度的相对性　动尺缩短

一、“同时”的相对性

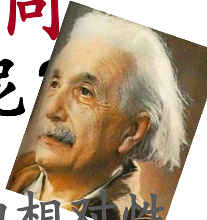
爱因斯坦是从“同时”的相对性开始他的相对论时空观讨论的。这是重要的基础性概念。

1.“同时”的概念

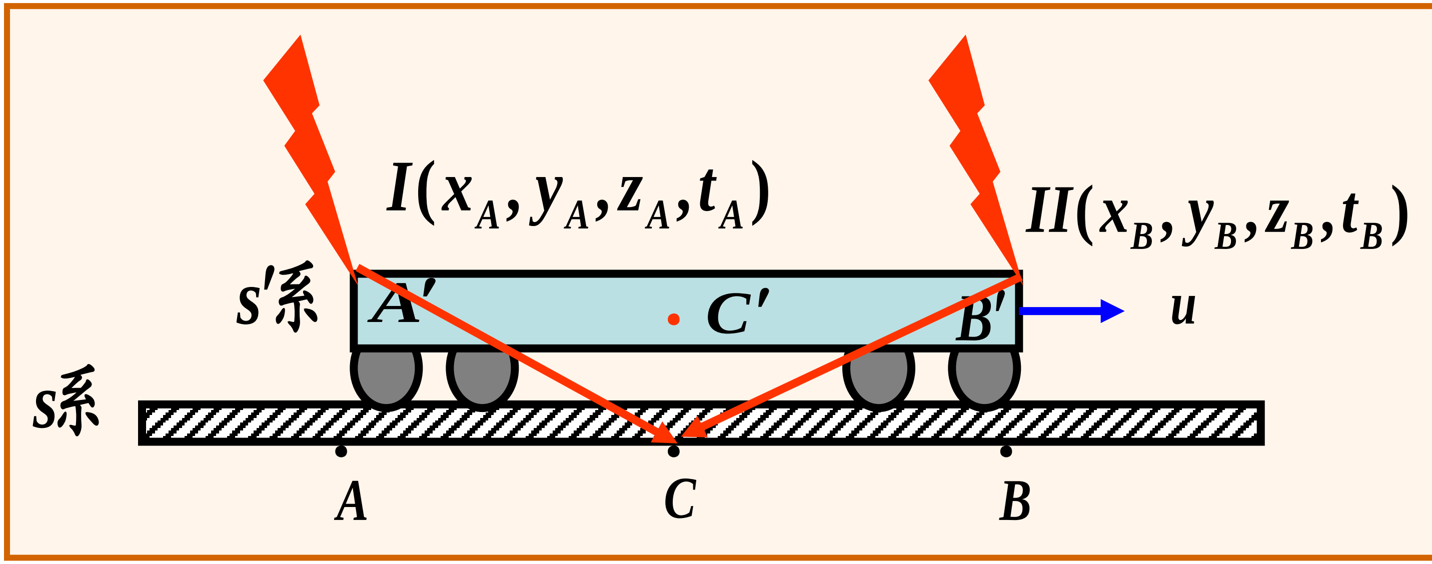


若A、B连线的中点O处同时收到A、B发出的光信号，则在A、B两处的两事件就是同时的。

日常生活经验:在一个惯性系中同时发生的两个事件，在其它惯性系中看来，也是同时发生的。“同时”概念与参考系选择无关。爱因斯坦怎样认为呢?

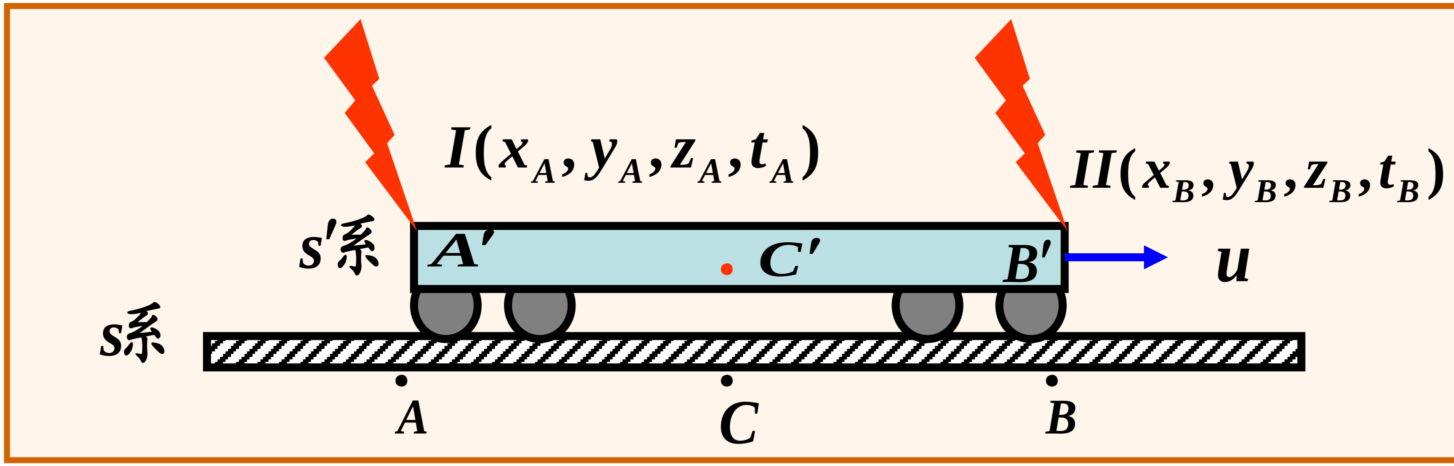


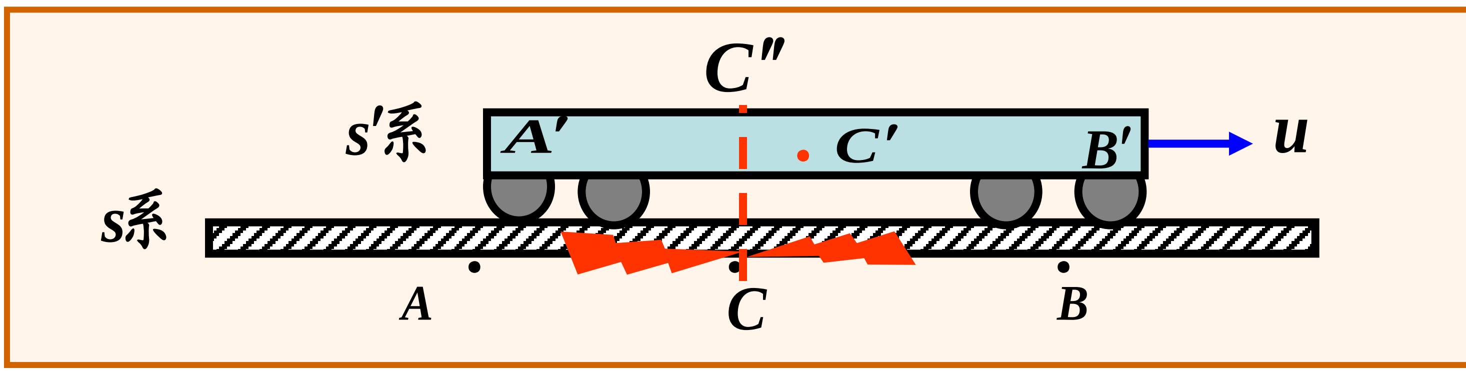
理想实验：爱因斯坦火车 站台系：s系；火车系：s'系



设在s 系中，两闪电的光信号同时到达AB的中点C，对s系：闪电击中车头和车尾为同时事件。

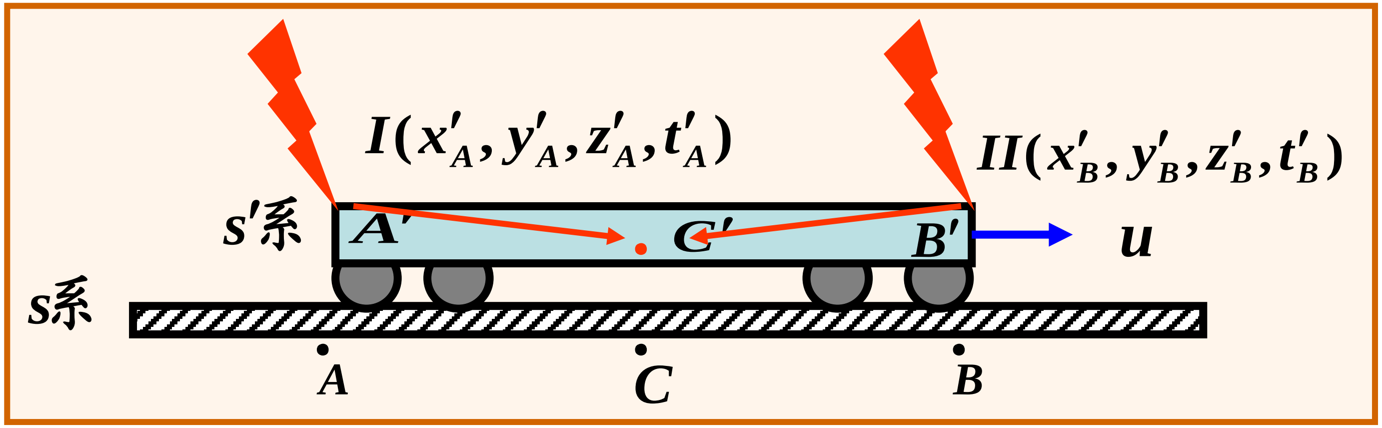
在 S' 系中，两闪电的光信号是否同时到达C'呢？

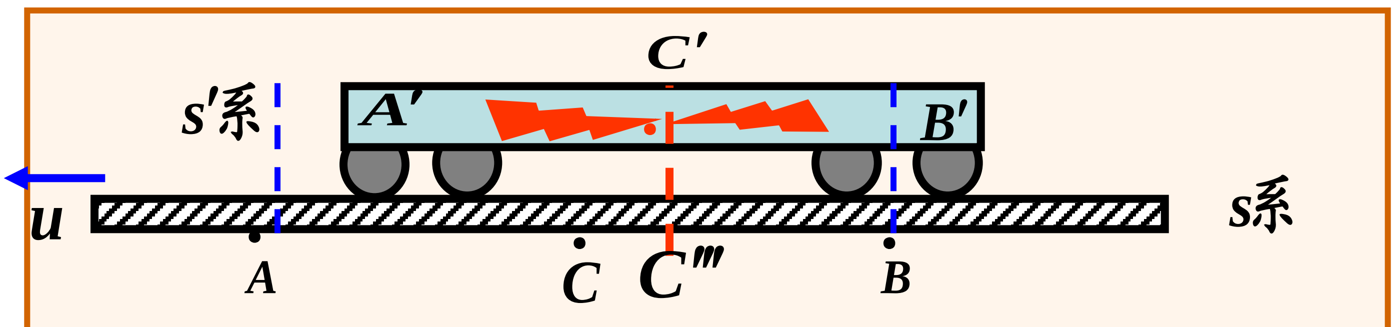




对 S'系：两闪电的光信号同时到达C''，而不是 C'，闪电击中车头和车尾为**不同时**事件。(击中B'先发生)

设在S'系中，两闪电的光信号同时到达$A'B'$的中点 C'，则对S'系：闪电击中车头和车尾为同时事件。

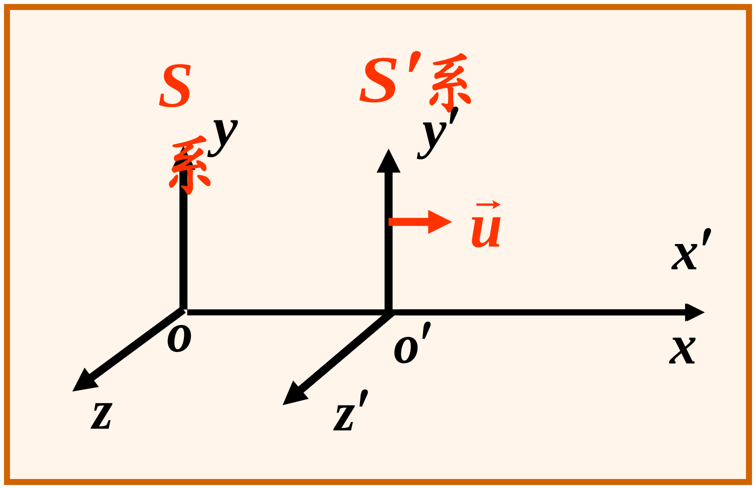




在S系中，两闪电的光信号同时到达C''而不是C，为不同时事件。（击中A先发生）。

爱因斯坦认为：同时性概念是因参考系而异的，在一个惯性系中认为同时发生的两个事件，在另一惯性系中看来，不一定同时发生。**同时性具有相对性。**

2. 定量讨论



	事件1	事件2
S系	x_1, t_1	x_2, t_2
S′系	x_1', t_1'	x_2', t_2'

$$\Delta t = 0 \ , \quad \Delta t' = 0 \ ?$$

由洛仑兹变换：$t_1' = \gamma\left(t_1 - \dfrac{u}{c^2}x_1\right)$ ； $t_2' = \gamma\left(t_2 - \dfrac{u}{c^2}x_2\right)$

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \gamma\left[(t_2 - t_1) - \frac{u}{c^2}(x_2 - x_1)\right] = \gamma\left(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x\right)$$

$$\Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x)$$ —洛仑兹时间间隔变换

设S系中事件1和事件2为同时发生的两事件,$\Delta t = 0$。

若$\Delta x = 0$ (同地事件),则 $\Delta t' = 0$, S'系中两事件同时发生。

若 $\Delta x \neq 0$ (异地事件),则 $\Delta t' \neq 0$,S'系中两事件不同时发生。

即：一个惯性系中的同时、同地事件，在其它惯性系中必为同时事件；一个惯性系中的同时、异地事件，在其它惯性系中必为不同时事件。

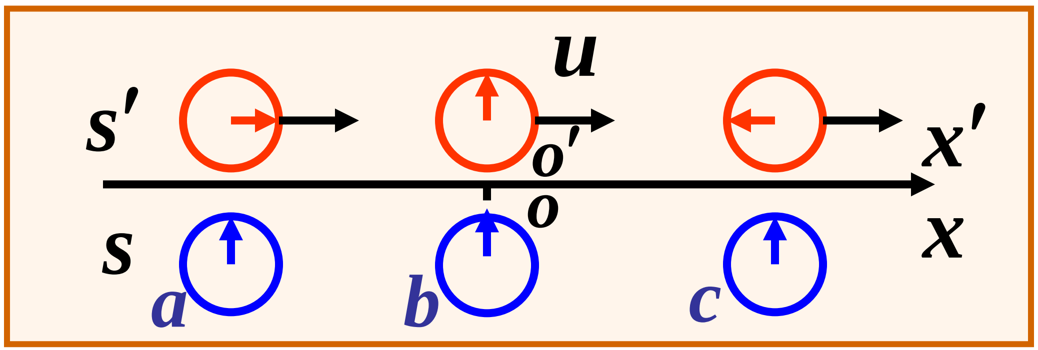
结论：同时性概念是因参考系而异的，同时性具有相对性。

同时异地事件

问题：在某一惯性系中的同步钟，在另一相对其运动的惯性系中是否仍然是同步的?

必然不同时

在 S 中钟同步：



由洛仑兹变换知：

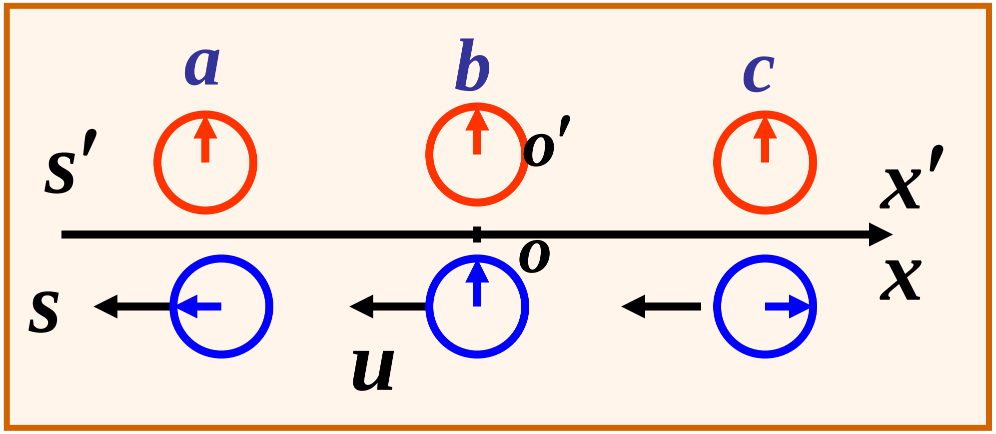
$$t' = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right)$$

$$\overset{t=0}{=} -\gamma\frac{u}{c^2}x$$

钟a:x<0, t'>0，超前；　钟b:x=0, t'=0，不变；

钟c:x>0, t'<0，落后。

在 s' 中钟同步：



由洛仑兹变换知：

$$t = \gamma\left(t' + \frac{u}{c^2}x'\right)$$

$t'=0$

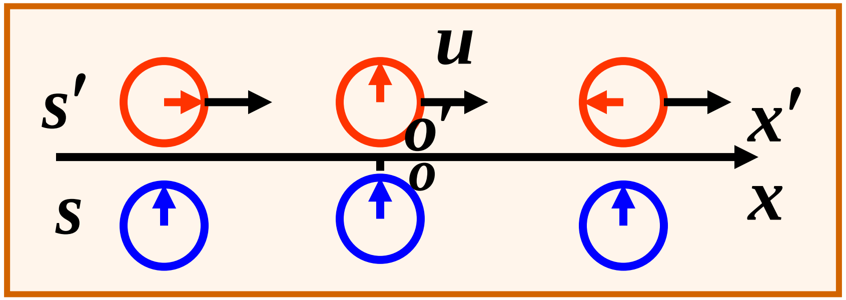
$$= \gamma\frac{u}{c^2}x'$$

钟a: $x'<0, t<0$，落后；　　钟b: $x'=0, t=0$，不变；

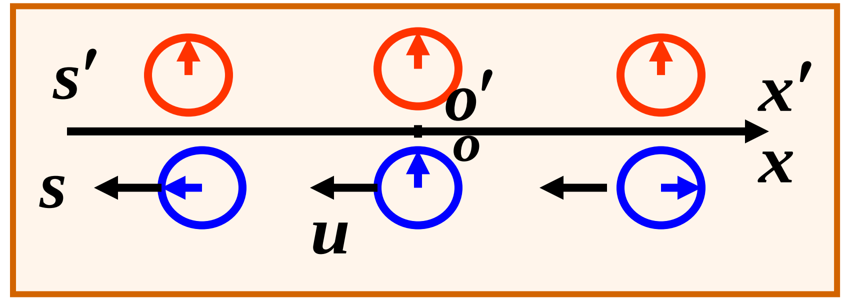
钟c: $x'>0, t>0$，超前。

两参考系中各处的钟不可能同时对准，在一个参考系内各处相互对准了的钟，在其它参考系看来是没有对准的。

在 S 中同步的钟



在 S' 中同步的钟



注意：

(1) 每个惯性系中的观察者都认为本系内各处的钟是校对同步的。

(2) 每个惯性系中的观察者都认为其它系内各处的钟是未校对同步的。

(3) 不同惯性系内的钟只有在相遇时才能直接彼此核对读数，其它时刻只能靠本系内各处的同步钟对照。

3. 两事件发生的时序与因果律

设s系中事件1先发生：$\Delta t = t_2 - t_1 > 0$

若$\Delta x < \frac{c^2}{u}\Delta t$，则$S'$系中：$\Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x) > 0$

$\longrightarrow$ 事件1先发生，时序不变。

若$\Delta x = \frac{c^2}{u}\Delta t$，则$S'$系中：$\Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x) = 0$

$\longrightarrow$ 事件1和2同时发生，时序变化。

若$\Delta x > \frac{c^2}{u}\Delta t$，则$S'$系中：$\Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x) < 0$

$\longrightarrow$ 事件2先发生，时序变化。

无因果关联的事件：

在S'系中观测，事件1有可能比事件2先发生、同时发生、或后发生，时序有可能倒置。

有因果关联的事件之间的信号速率：$u < c \longrightarrow u^2 < c^2$

$$\longrightarrow u < \frac{c^2}{u} \longrightarrow \Delta x = u\Delta t < \frac{c^2}{u}\Delta t$$

若 $\Delta t > 0$ ，则：$\Delta t' > 0$　　时序不变！

结论：有因果关联的事件时序不变，无因果关联的事件才可能发生时序变化。

例：设甲、乙两地相距12000km

事件1：某天孩子 A 在甲地出生；

飞机由甲地起飞

事件2：24小时后孩子B在乙地出生；

飞机抵达乙地

事件1和事件2无因果关联。→ 事件1和事件2可能有因果关联，时序不变

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{12000}{24}=500\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}<c$$

事件1和事件2可能有因果关联，无论在哪个参考系中，孩子A先出生。

设甲、乙两地相距12000km

事件1：某天孩子A在甲地出生；

事件2：0.03秒后孩子B在乙地出生；

事件1和事件2无因果关联 → 事件1和事件2不可能有因果关联，时序可能倒置。

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{12000}{0.03} = 4 \times 10^{5}\,\mathrm{km \cdot s^{-1}} > c$$

事件1和事件2无因果关联，也不可能有因果关联，可能在某个飞船上的观察者看来，乙地小孩 B 先出生。

二、时间量度的相对性　时间膨胀

原时(固有时间、本征时间):在相对事件发生地静止的参考系中,用同一个钟测定的两个同地事件的时间间隔。

即：静系中同地事件的时间间隔。

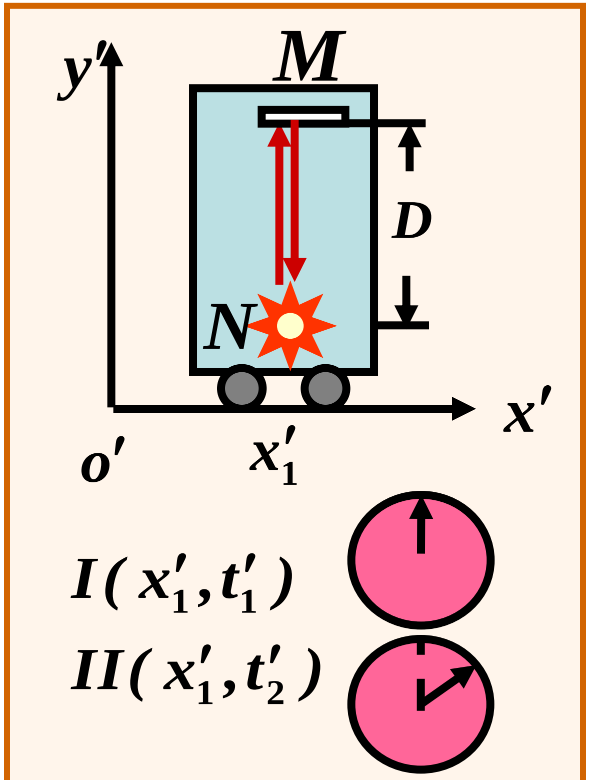
非原时（观测时间)：在相对事件发生地运动的参考系中，用两只钟测定的两个异地事件的时间间隔。

即:动系中异地事件的时间间隔。

理想实验：爱因斯坦火车

站台系： s系

火车系： s'系



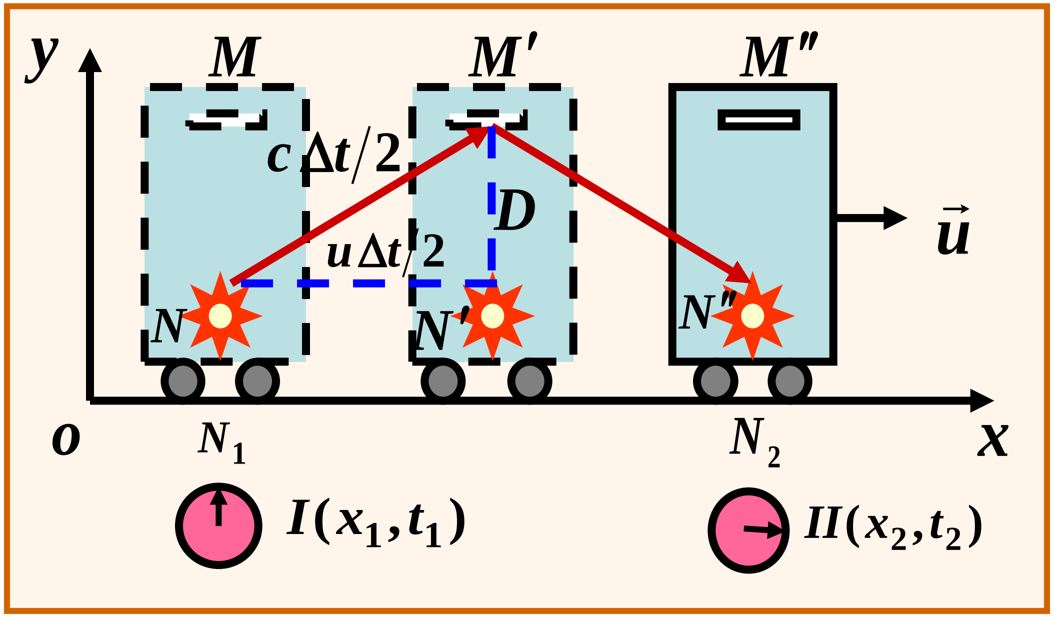
火车系： s'系

光信号：N — M — N

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{2D}{c}$$

用一个相对事件发生地静止的钟测量的两个同地事件的时间间隔——原时

（本征时间）



站台系：s系

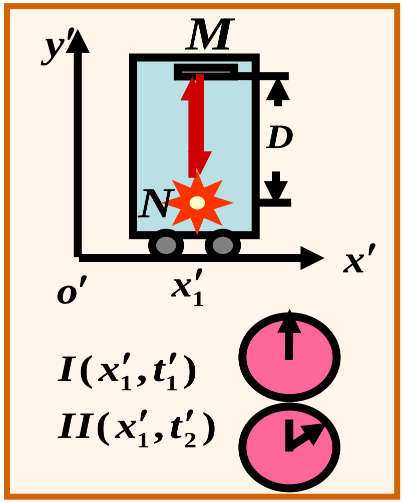
光信号：

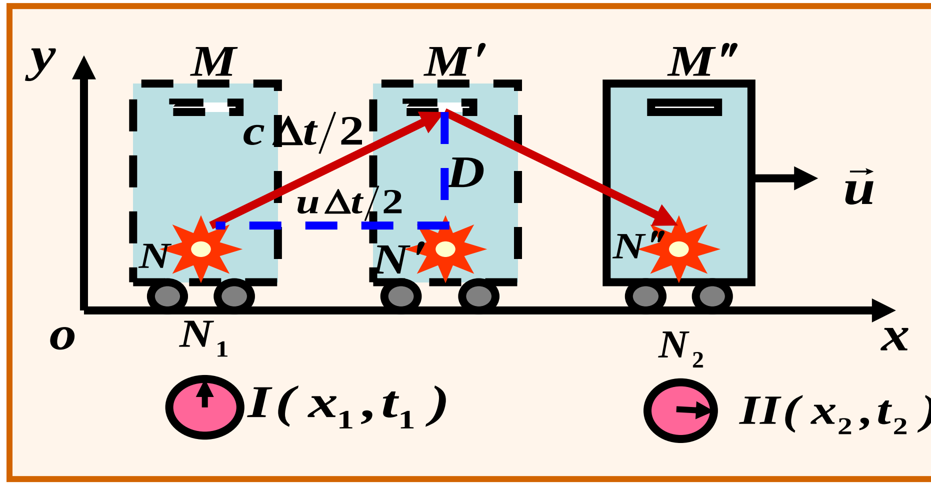
$N - M' - N''$

该两事件为异地事件，需用两只钟测出其时间间隔$\Delta t=t_2-t_1$，为非原时（观测时间）

$$\left(c\frac{\Delta t}{2}\right)^2 = D^2 + \left(u\frac{\Delta t}{2}\right)^2$$

$$\Delta t = \frac{2D}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}} = \gamma\Delta t' \quad > \Delta t'$$





$$\Delta t=\frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}}=\gamma\,\Delta t'>\Delta t'$$

非原时　　　　原时

在 S 系中用 N_1、N_2 钟测量 S' 系中 N 钟所测得的原时 $\Delta t'$，将获得一个放大了的时间间隔 Δt ——时间膨胀

若 $t_1=t'_1=0$， 则： $t_2>t'_2$：在 S 系中看来，相对它运动的 S' 系内的钟走慢了。——动钟变慢

由洛仑兹变换可直接得出时间膨胀:

$$\Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x)$$

$\Delta t'$ → 非原时　Δt → 原时　Δx → 0

$$\Delta t = \gamma(\Delta t' + \frac{u}{c^2}\Delta x')$$

Δt → 非原时　$\Delta t'$ → 原时　$\Delta x'$ → 0

在一切时间测量中，原时最短！

结论:时间间隔的测量是相对的,与惯性系选择有关。

1. 从相对事件发生地运动的参考系中测量出的时间总比原时长（时间膨胀）。

2. 每个参考系中的观测者都会认为相对自己运动的钟比自己的钟走得慢（动钟变慢）。

实验验证：μ子衰变

宇宙射线和大气相互作用时能产生π介子衰变，在大气上层放出μ子。这些μ子的速度约为 $0.998c$，如果在实验室中测得静止μ子的寿命为$2.2\times10^{-6}\,\mathrm{s}$，试问，在8000 m 高空由$\pi$介子衰变放出的$\mu$子能否飞到地面？

解：　按照经典理论，μ子飞行的距离为

$$s = u\tau' = 0.998\times3\times10^{8}\times2.2\times10^{-6} = 658.7\mathrm{m}$$

显然，μ子不能飞到地面。

思考：按照相对论理论，应该如何计算？

按照相对论理论，地面参考系测得的μ子的寿命应为

$$\tau = \Delta t = \gamma \Delta t' = \gamma \tau'$$

在地面参考系看来，μ子的飞行距离为

$$s = u\tau = \gamma u \tau' = \frac{0.998 \times 3 \times 10^{8} \times 2.2 \times 10^{-6}}{\sqrt{1 - 0.998^{2}}}$$

$$= 10420\mathrm{m} > 8000\mathrm{m}$$

显然，μ子可以飞到地面。

测量结果：到达地面的 μ 子流为 $500\ \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{s}^{-1}$

验证了相对论时间膨胀效应。

例(P_{179} 8.10):半人马座α星是距离太阳系最近的恒星，它距离地球4.3×10^{16}m，设有一宇宙飞船自地球飞到半人马α 星，若宇宙飞船相对地球的速度为0.999c，按地球上的时钟计算要用多少年时间？如以飞船上的时钟计算，所需时间又为多少年？

思考：哪个时间为原时？非原时？

飞船系：原时；地球系：非原时

解：按地球上的时钟计算，飞船飞到 α 星所需时间为

$$\Delta t=\frac{s}{v}=\frac{4.3\times10^{16}}{0.999\times3\times10^{8}\times365\times24\times3600}=4.55(\text{年})$$

若用飞船上的钟测量，飞船飞到 α星所需时间为

$$\tau=\gamma^{-1}\Delta t=\sqrt{1-0.999^{2}}\times4.55=0.203(\text{年})$$

三、空间量度的相对性　动尺缩短

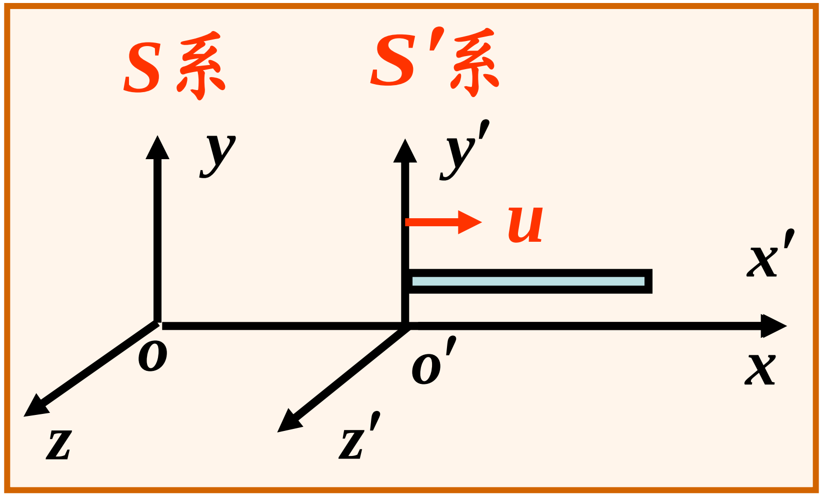
原长（固有长度、本征长度）：在相对于物体静止的参考系中测量的长度。

$$L_0 = x_2 - x_1$$（两端坐标不一定同时测量）

观测长度：在相对于物体运动的参考系中测量的长度。

$$L = x_2' - x_1'$$（两端坐标一定要同时测量）

若物体运动，且两端坐标不同时测量，其测量结果不是物体的长度，而只是两事件的空间间隔。



设尺相对于 S'系静止，测量尺子两端坐标：

	事件1	事件2
S系	x_1, t_1	x_2, t_2
S′系	x_1', t_1'	x_2', t_2'

静系中 原长：$\Delta x' = x_2' - x_1'$ （$\Delta t'$不一定为零）

动系中观测长度：$\Delta x = x_2 - x_1$ （Δt 一定为零）

由洛仑兹变换：$x_1' = \gamma(x_1 - ut_1)$ $x_2' = \gamma(x_2 - ut_2)$

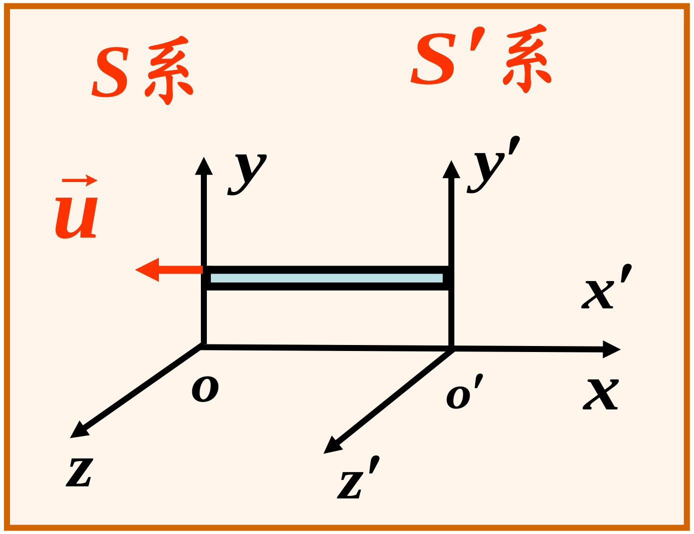
$$\Delta x' = x_2' - x_1' = \gamma[(x_2 - x_1) - u(t_2 - t_1)]$$

洛仑兹空间间隔变换：$\Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t)$

$\Delta x'$ → 原长　Δx → 观测长度　Δt → 0

$\therefore \Delta x' = \gamma \Delta x > \Delta x$

动尺缩短！



若尺相对于 S 系静止，

静系中 原长：$\Delta x = x_2 - x_1$

（Δt不一定为零）

动系中观测长度：$\Delta x' = x_2' - x_1'$

（$\Delta t'$ 一定为零）

由洛仑兹变换：

$$\Delta x = \gamma(\Delta x' + u\Delta t')$$

Δx → 原长　$\Delta x'$ → 观测长度　$\Delta t'$ → 0

$$\therefore \Delta x = \gamma \Delta x' > \Delta x'$$

动尺缩短！

在一切长度测量中原长最长！

结论：

1. 空间间隔的测量是相对的，物体的长度与惯性系的选择有关；
2. 在一切长度测量中原长最长，那么在其它惯性系中测量相对其运动的尺，总得到比原长小的结果。

—— 动尺缩短

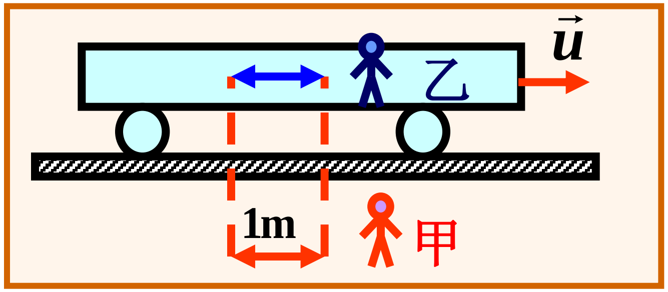
注意：

- 尺缩效应只在相对运动方向上发生。
- 尺缩效应是高速运动物体的测量形象，不是视觉形象。

因为物体的视觉效应是由同时抵达眼睛的光线形成的。而同时抵达眼睛的光线不一定是物体两端同时发出的。

练习(P_{178} 8.2(3)):

一列高速火车以速率u驶过车站，站台上的观察者甲观察到固定于站台、相距 1m 的两只机械手在车厢上同时划出两个痕迹，求车厢上的观察者乙测出两个痕迹间的距离为多少？



思考：哪个长度为原长？

哪个长度为非原长？

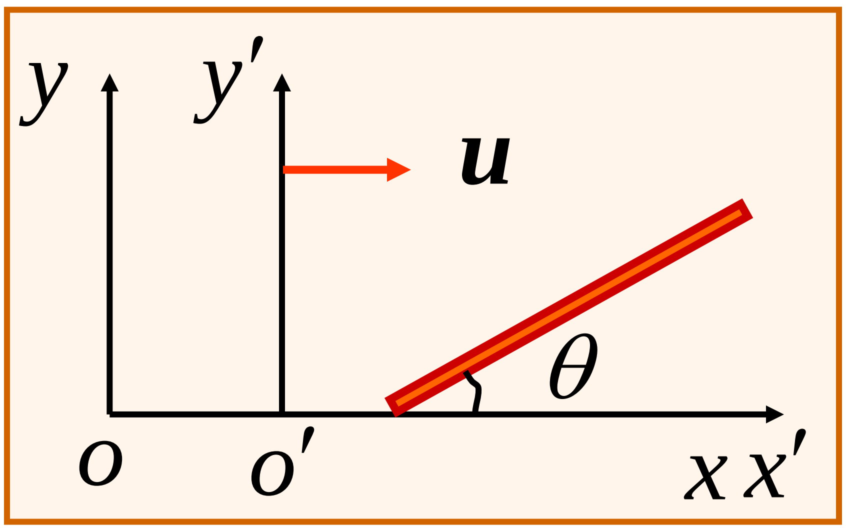
车厢系：静系，$\Delta s'$ 为原长

站台系：动系，两端同时测 $\Delta s = 1\text{m}$ 非原长

$$\Delta s' = \gamma \Delta s = \frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} > 1(\text{m})$$

例(P_{178} 8.3):

一根米尺静止放置在 S' 系中，与 $o'x'$ 轴成 30° 角，如果在 S 系中测得米尺与 ox 轴成 45° 角，那么，S' 系相对于 S 系的运动速度 u 为多大？S 系中测得米尺的长度是多少？

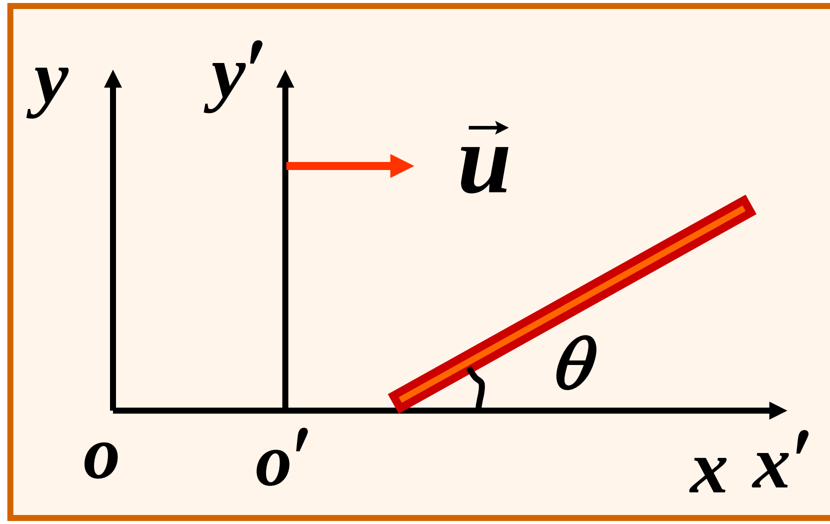


思考：

哪一个是原长？

尺在哪一个方向收缩？

解：由题意可知：



$$\text{tg}30^\circ = \frac{\Delta y'}{\Delta x'}$$

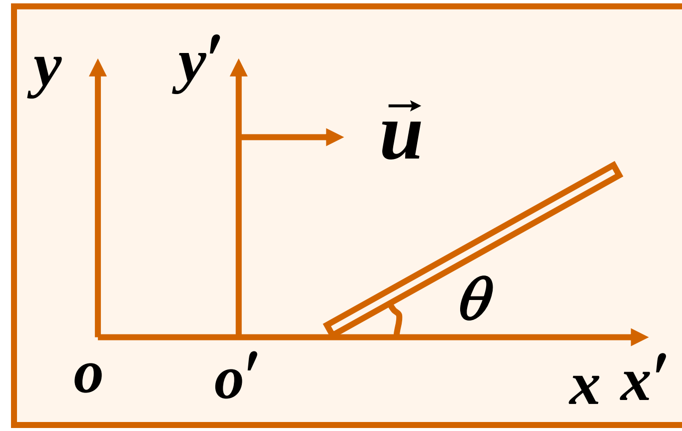
$$\text{tg}45^\circ = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

由 $\Delta y = \Delta y'$ 得 $$\frac{\Delta x}{\Delta x'} = \frac{\text{tg}30^\circ}{\text{tg}45^\circ}$$

根据相对论“尺缩”效应，有

$$\Delta x = \frac{1}{\gamma}\Delta x' = \Delta x'\sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}$$ 即：$$\frac{\Delta x}{\Delta x'} = \sqrt{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2}$$

于是 $$\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}=\frac{\mathrm{tg}30^\circ}{\mathrm{tg}45^\circ}$$



得 $$u=\sqrt{\frac{2}{3}}c=0.816c$$

由于 $$\Delta y=\Delta y'$$

所以 $$L\sin 45^\circ=L'\sin 30^\circ$$

米尺长度 $$L=\frac{\sin 30^\circ}{\sin 45^\circ}L'=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 1=0.707\mathrm{m}$$