第六节　静电场中的导体

一、金属导体与电场的相互作用

二、静电平衡时导体上的电荷分布

三、有导体存在时的 $\vec{E}$、U 分布

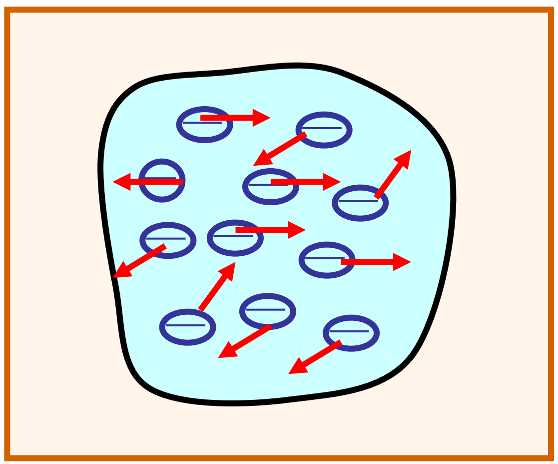
一、金属导体与电场的相互作用

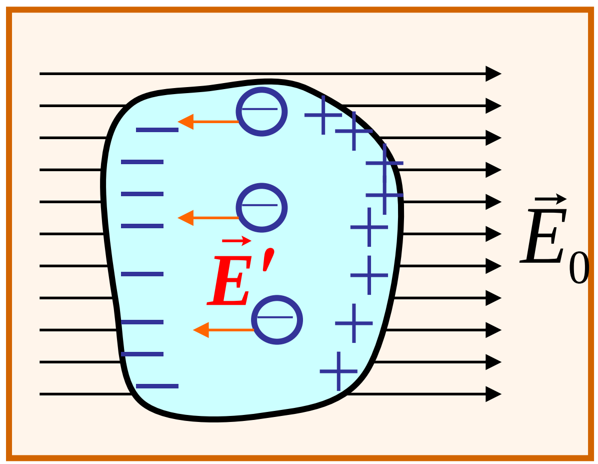
金属导体的特点：体内存在大量的自由电子

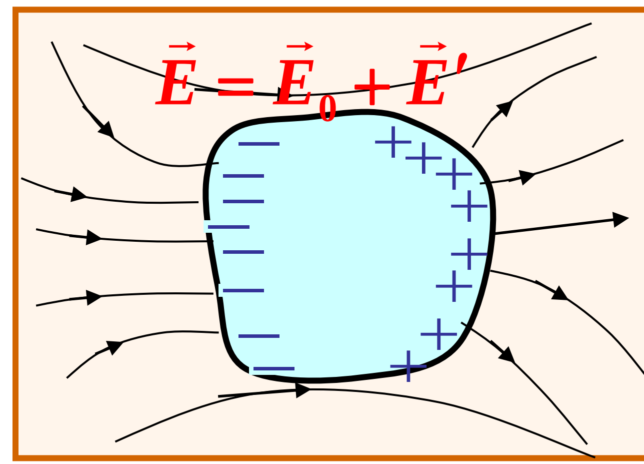
无外场时自由电子无规则热运动：“电子气”

在外场$\vec{E}_0$中：
1. 无规运动
2. 宏观定向运动

导体内电荷重新分布，出现附加电场$\vec{E}'$直至$\vec{E}=0$，达到静电平衡。







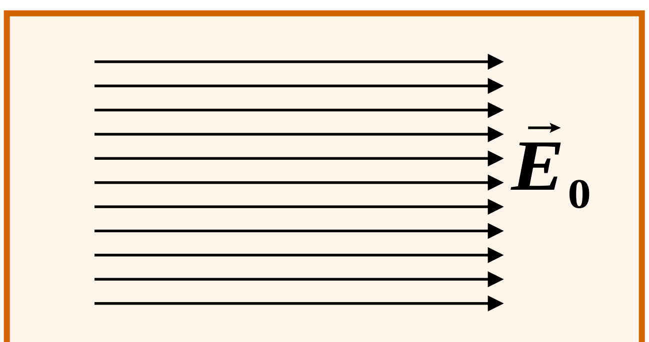
静电感应：当金属导体处于外电场中时，其中的电荷在电场力作用下重新分布的现象。

静电平衡：导体内部及表面均无电荷定向运动，导体上电荷及空间电场分布达到稳定。

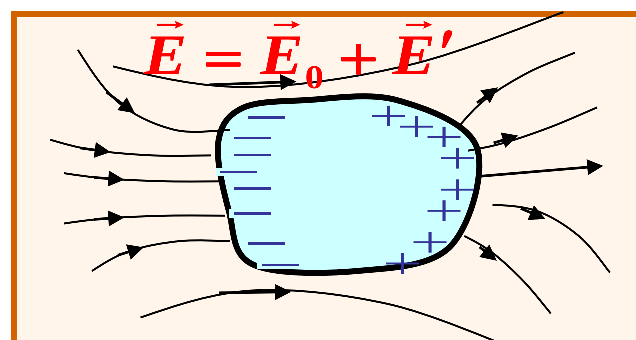
静电平衡条件：

$$\begin{cases} \vec{E}_{内} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = 0 \\ \vec{E}_{表面} = (\vec{E}_0 + \vec{E}') \perp \text{表面} \end{cases}$$

或：$\begin{cases} \text{导体是等势体} \\ \text{导体表面是等势面} \end{cases}$



无导体时电场分布



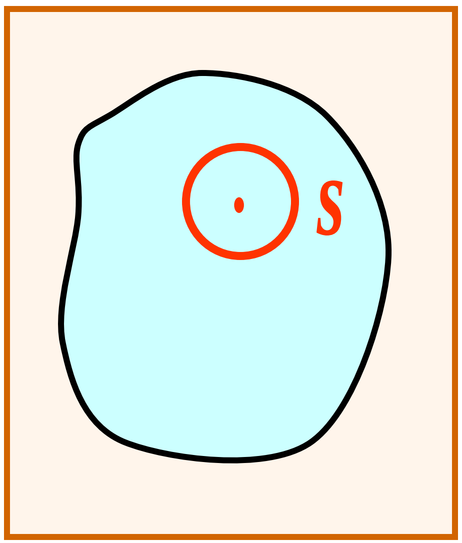
有导体且静电平衡时电场分布

一、金属导体与电场的相互作用

二、静电平衡时导体上的电荷分布

1. 导体内无净电荷($\rho=0$)，电荷只分布于导体表面。

(1) 实心导体



高斯面 S（宏观小，微观大）

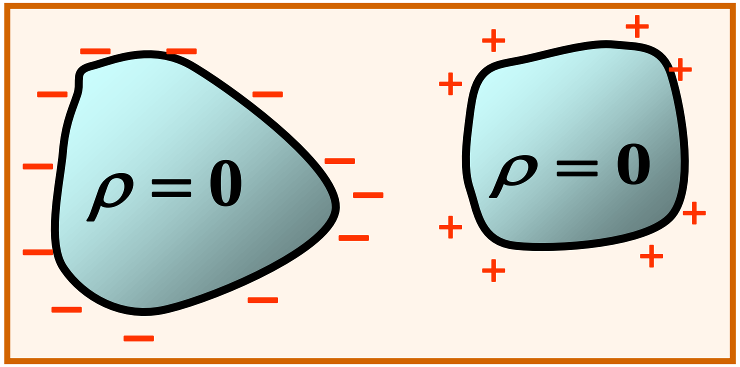
$$\oint_S \vec{E}_{内}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{内}=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\, dV=0$$

静电平衡条件 $\vec{E}_{内}=0$

$\therefore \rho=0$　　净电荷只分布于外表面

$\rho = 0$

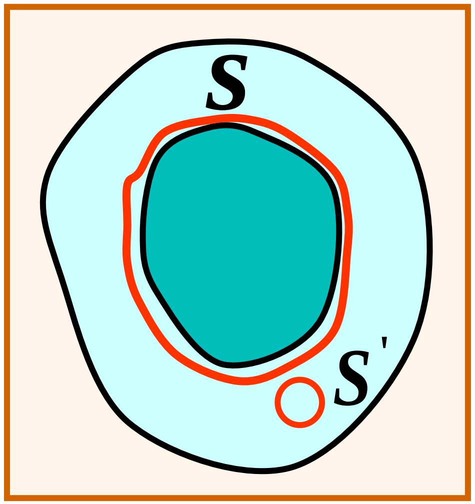
净电荷只分布于外表面



静电平衡时带电导体

一种极酷的发型！

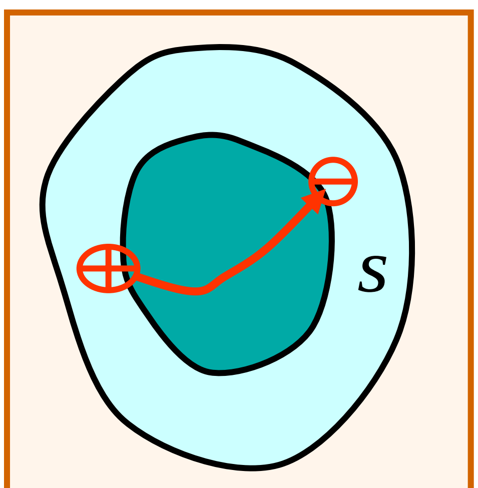
(2) 空腔导体，腔内无电荷



同上，导体内 $\rho = 0$

紧贴内表面作高斯面S

$$\oint_s \vec{E}_{内} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{内} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_{内表面} \sigma_{内} dS = 0$$

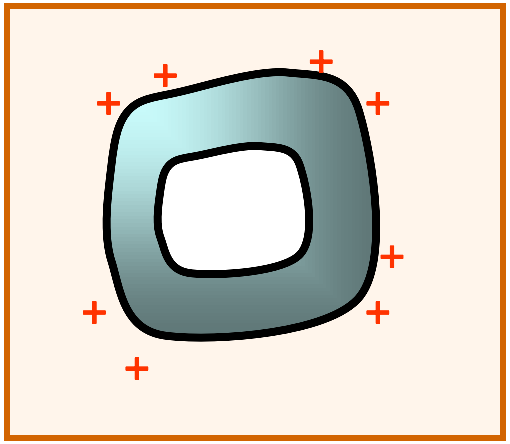


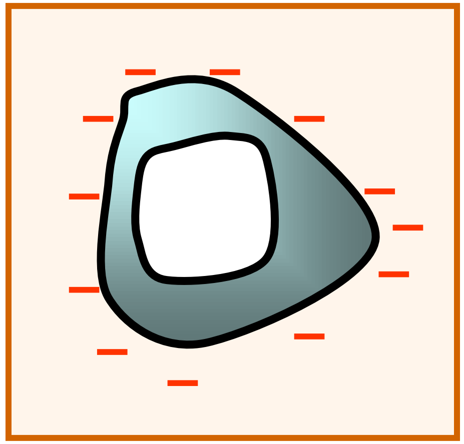
若$\sum q_{内} = 0$，$\sigma_{内} \neq 0$，则必然有$\sigma > 0$，$\sigma < 0$处。

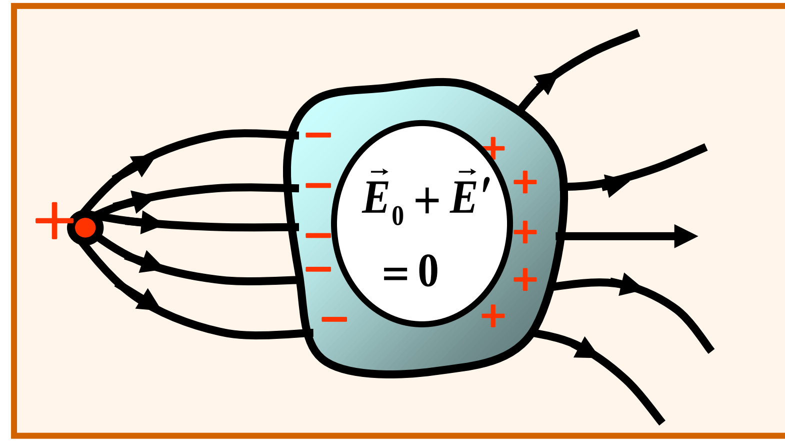
导体内表面有电势差，与静电平衡条件：导体表面为等势面矛盾。

所以$\sigma_{内} = 0$：净电荷只能分布于外表面。

$\rho = 0$ ； $\sigma_{内} = 0$ ， 净电荷只能分布于外表面。







因为腔内无电场线，因此腔内各点电场为零，且等电势。

静电屏蔽：腔外电荷的电场线不能进入腔内。

思考:静电屏蔽是否意味着腔外电荷不能在腔内产生电场?

不是！ 在腔内：

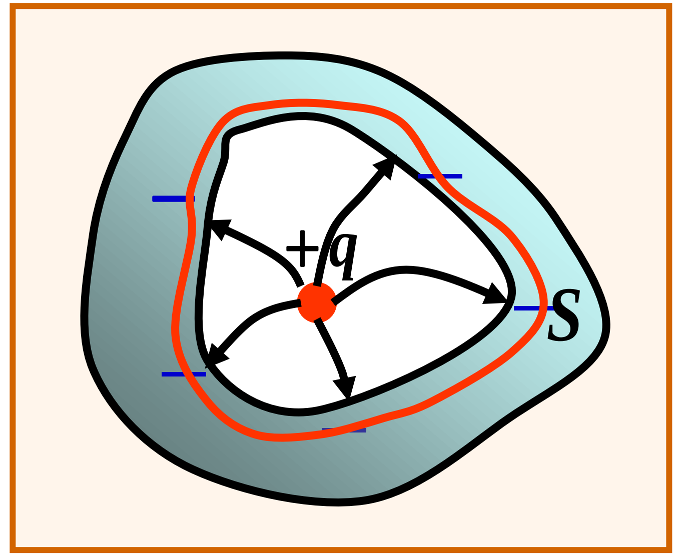
$$\vec{E}_{内} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = 0$$

应用举例

(3) 空腔导体，腔内有电荷

紧贴内表面作高斯面 S

$$\oint_S \vec{E}_{内} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{内} = 0$$



$$\therefore \sum q_{内} = q_{内表面} + q_{内} = 0$$

$$\therefore q_{内表面} = -q_{内}$$

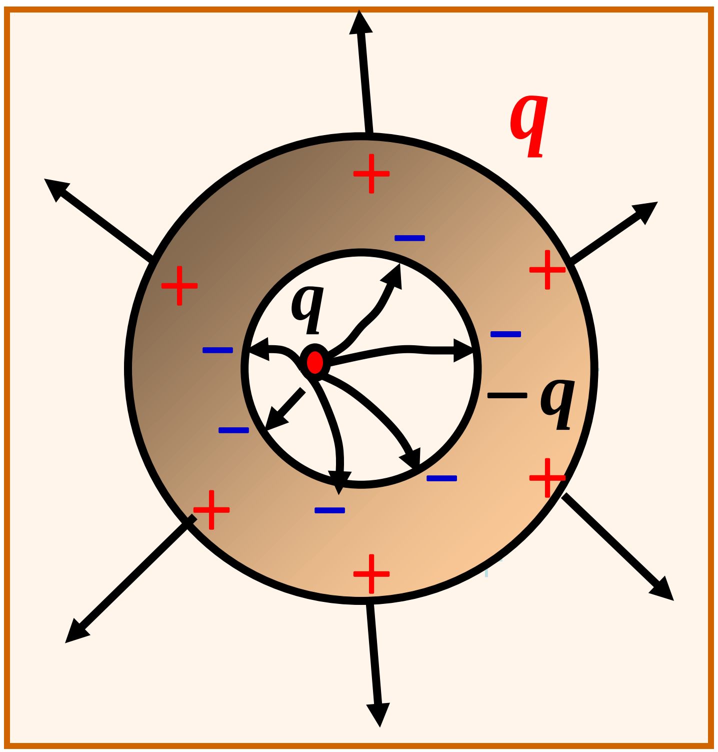
空腔内表面电荷与腔内电荷等值异号。

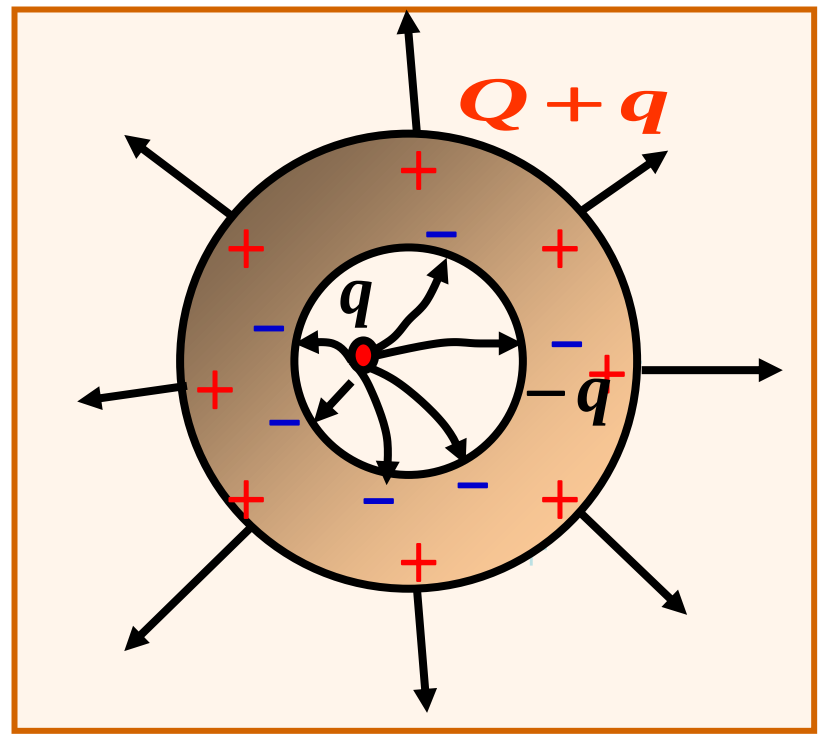
空腔外表面电荷由电荷守恒决定。

思考：

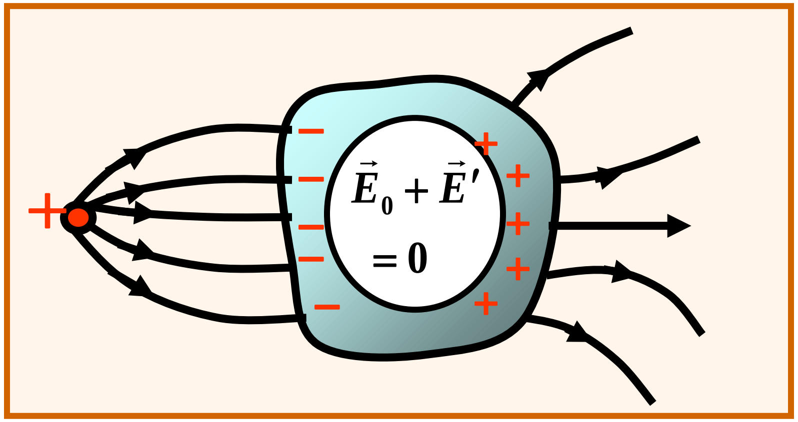
1) 空腔原不带电，腔内电荷为 q，腔内、外表面电量？

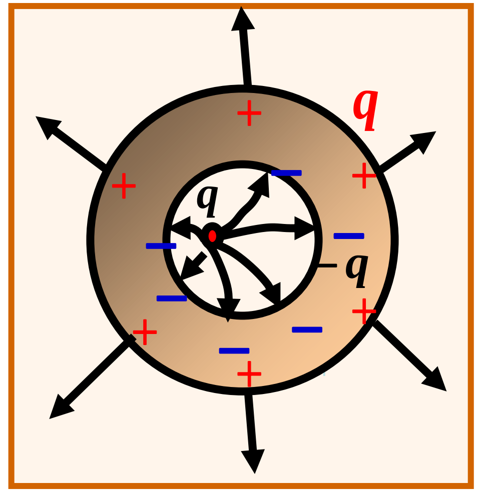
2) 空腔原带电 Q，腔内电荷为 q，腔内、外表面电量？

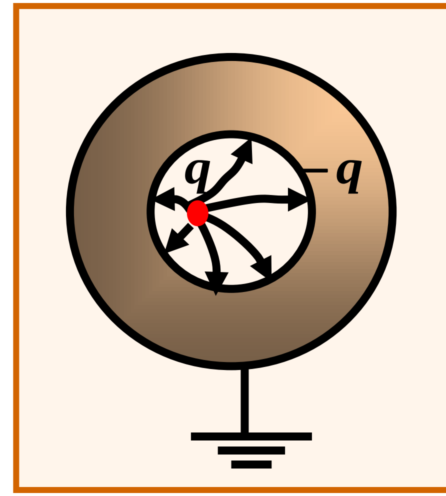




3) 空腔能屏蔽腔内电荷q的电场吗？有什么办法能实现这种屏蔽？







腔不接地：腔内不受腔外电荷影响

在空腔导体腔内表面以外的区域：

$$\vec{E}_{+q}+\vec{E}_{-q}=0$$

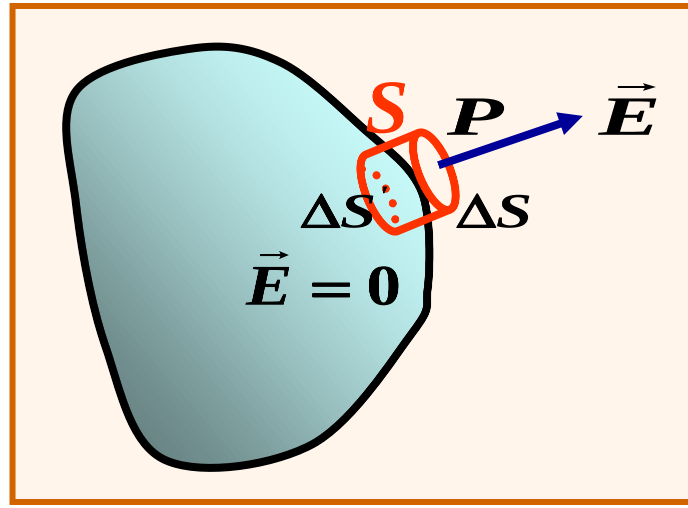
$$\therefore \vec{E}=\vec{E}_{q外表}$$

腔外要受腔内电荷影响 → 空腔能屏蔽腔外电荷的电场，但不能屏蔽腔内电荷的电场

腔接地：内外电场互不影响 → 通过接地能屏蔽

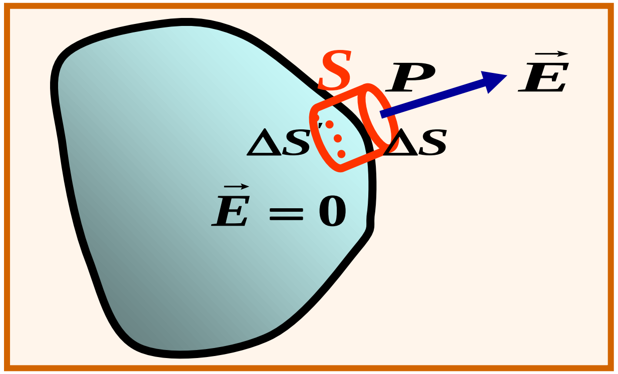
2. 静电平衡时导体表面电荷面密度与表面紧邻处场强成正比.

过表面紧邻处P作平行于表面的面元 ΔS, 以ΔS为底，过P法向为轴，作如图高斯面S。



$$\oint_{S}\vec{E}\cdot d\vec{S}=\int_{\Delta S}\vec{E}\cdot d\vec{S}+\int_{\Delta S'}\vec{E}\cdot d\vec{S}+\int_{S_{侧}}\vec{E}\cdot d\vec{S}=E\Delta S=\frac{1}{\varepsilon_0}\cdot\sigma\Delta S$$

$$\boxed{\vec{E}_{内}=0} \qquad \boxed{\cos 90^\circ=0}$$



$$\therefore E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}$$

因此:静电平衡时导体表面电荷面密度与表面紧邻处场强成正比。

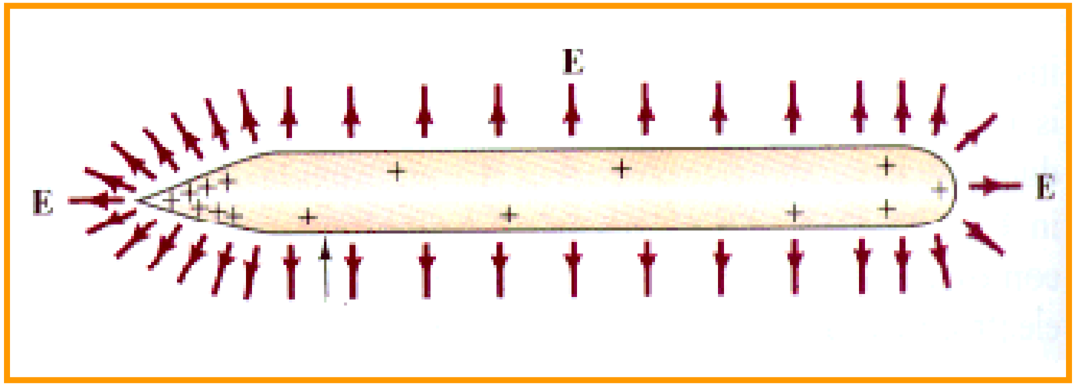
注意:带电导体表面附近:$E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$;无限大带电平面:$E=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

思考:设带电导体表面某点电荷密度为σ,外侧附近场强$E=\sigma/\varepsilon_0$,现将另一带电体移近,公式$E=\sigma/\varepsilon_0$否仍成立?该点场强是否变化?

导体表面σ变化,但$E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$仍然成立,外侧附近场强$E$变化。

3. 孤立导体σ与表面曲率有关

孤立导体：周围不存在其他导体和带电体，或周围其他导体和带电体的影响可以忽略不计的导体。

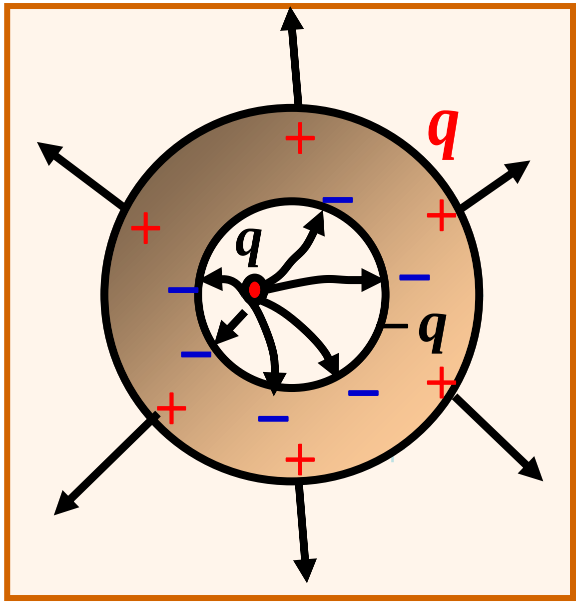


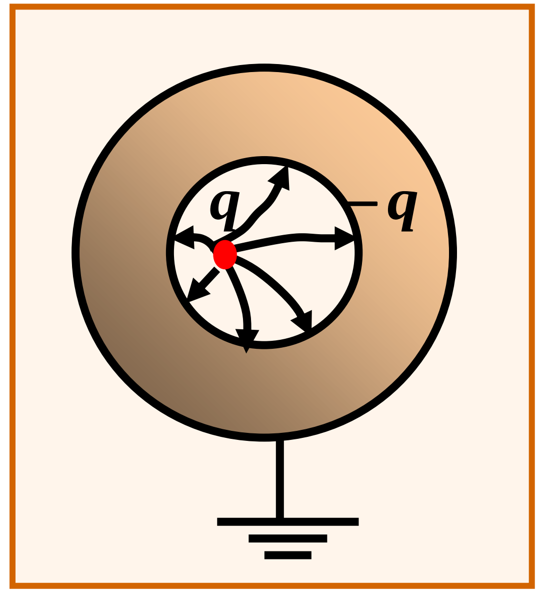
表面曲率越大，σ越大；表面曲率越小，σ越小；表面曲率为负，σ更小。

尖端放电现象及其应用

二、静电平衡时导体上的电荷分布

思考： 腔内电荷 q 的位置移动对 $\sigma_{内}$，$\sigma_{外}$，$\vec{E}_{内}$，$\vec{E}_{外}$ 分布有无影响？





腔内电荷 q 的位置移动对 $\sigma_{内}$，$\vec{E}_{内}$ 分布有影响；

对 $\sigma_{外}$，$\vec{E}_{外}$ 分布无影响。

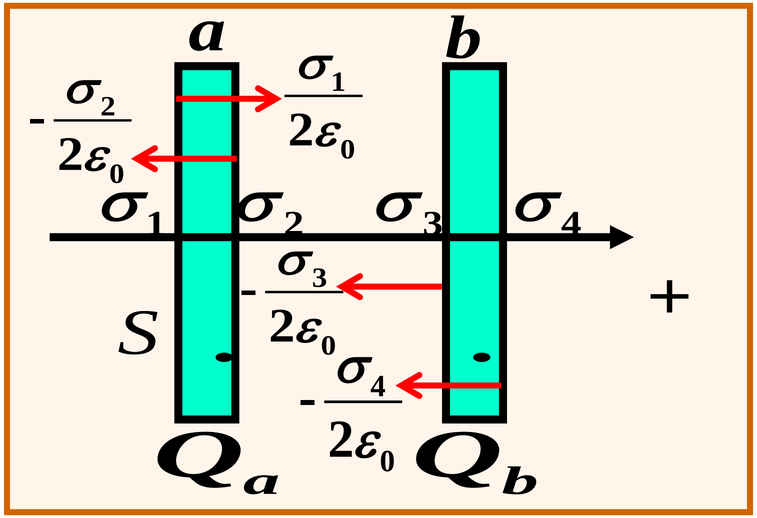
三、有导体存在时的 $\vec{E}$, U分布

求解思路：

静电平衡条件 + 电荷守恒定律 → 导体上的电荷分布 → 计算 $\vec{E}$, U分布

（方法同前）

例1 (P_{215}例1)：面积为S的相距很近的平行导体板 a、b，分别带电 Q_a、 Q_b，求电荷分布。



解：设各面面密度如图：

由电荷守恒：

$$\sigma_1 S+\sigma_2 S=Q_a \qquad (1)$$

$$\sigma_3 S+\sigma_4 S=Q_b \qquad (2)$$

由静电平衡条件：

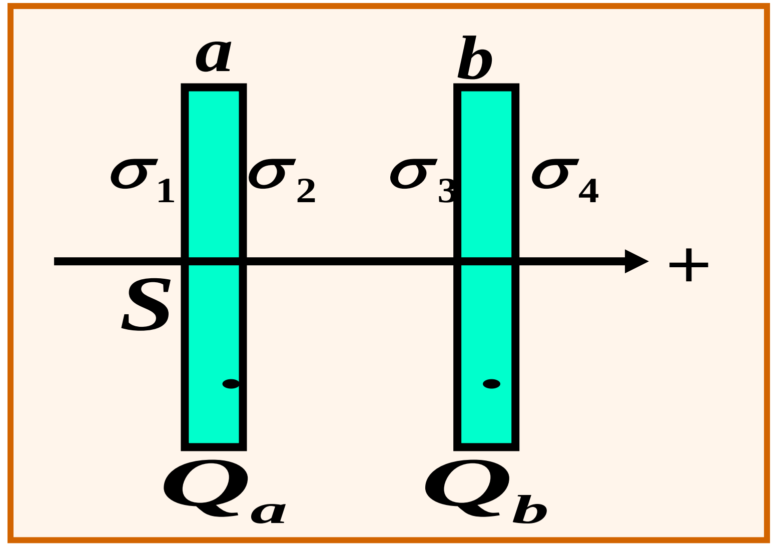
$$E_{a内}=\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0 \qquad (3)$$

$$E_{b内}=\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0 \qquad (4)$$

由（1）、（2）、（3）、（4）解得：

$$\sigma_1 = \sigma_4 = \frac{Q_a + Q_b}{2S}$$

$$\sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{Q_a - Q_b}{2S}$$



即：相背面 σ 等大同号，

相对面 σ 等大异号。

例2(P_{238} 9.26、P_{238} 9.27):若 A带电 q_1, B带电 q_2 求:

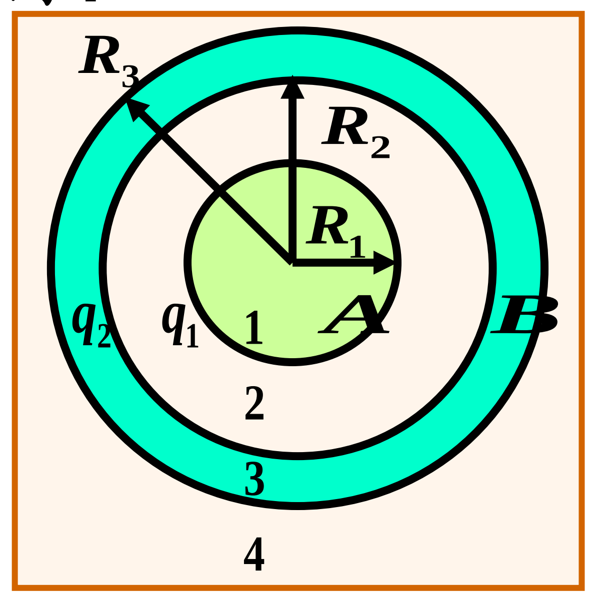
(1) 图中1, 2, 3, 4 各区域的$\vec{E}$ 和U 分布,

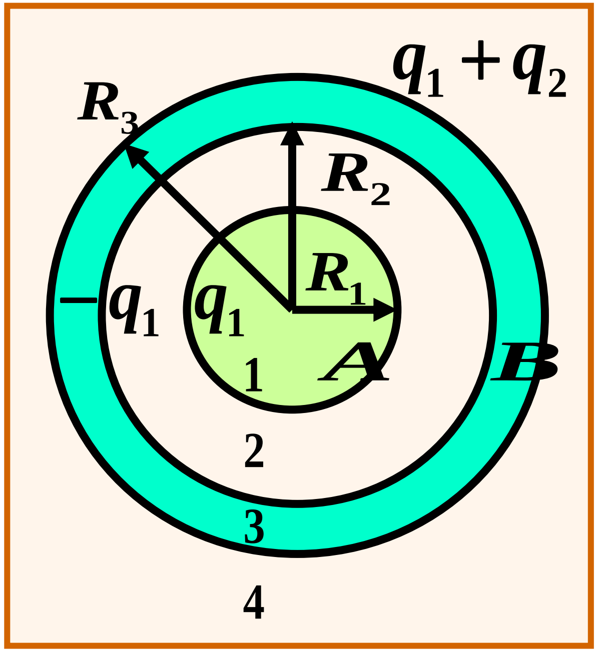
并画出 $E-r$ 和 $U-r$ 曲线.

(2) 若将球与球壳用导线连接,情况如何?

(3) 若将外球壳接地再绝缘,情况如何?

(4) 然后将A接地,情况如何?





(1) 解：$q_A = q_1 \quad q_{B内} = -q_1 \quad q_{B外} = q_1 + q_2$

$$E_1 = 0 \qquad E_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}$$

$$E_3 = 0 \qquad E_4 = \frac{q_1+q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_4^2}$$

$$U_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{R_1} - \frac{q_1}{R_2} + \frac{q_1+q_2}{R_3}\right)$$

作笔记

对于空腔内有电荷的空腔导体，其内表面以外的区域：

$\vec{E}_{+q} + \vec{E}_{-q} = 0 \quad \therefore \vec{E} = \vec{E}_{q外表}$

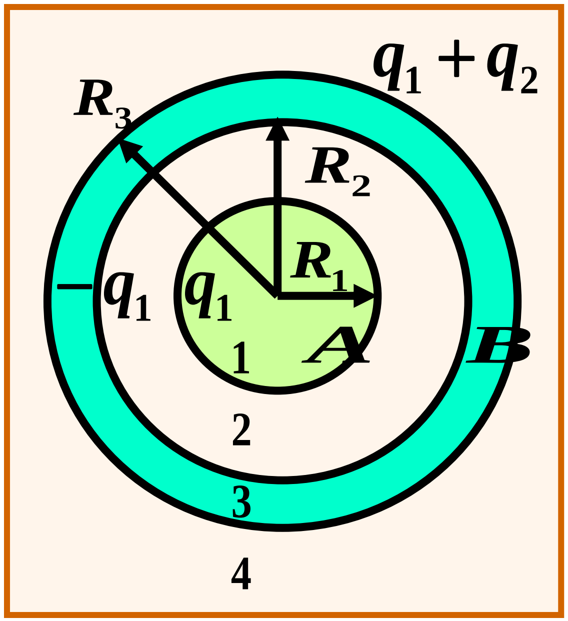
$\vec{U}_{+q} + \vec{U}_{-q} = 0 \quad \therefore \vec{U} = \vec{U}_{q外表}$

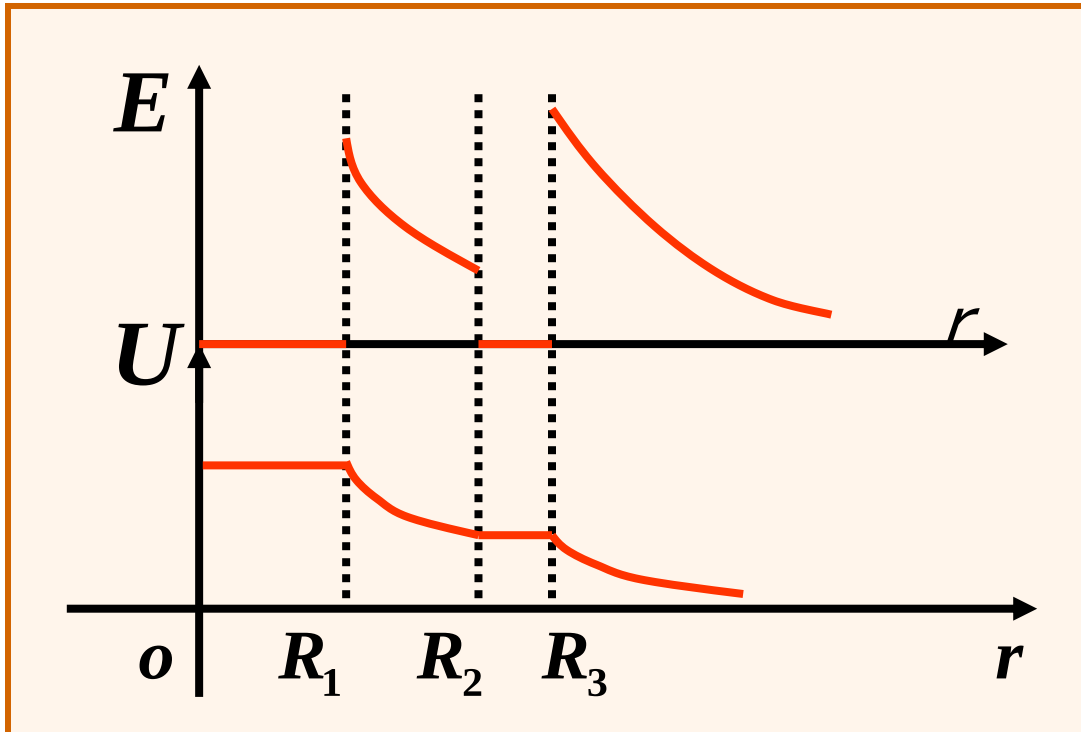
$$U_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_2} - \frac{q_1}{R_2} + \frac{q_1+q_2}{R_3}\right)$$

$$U_3 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_3} + \frac{-q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_3} + \frac{q_1+q_2}{4\pi\varepsilon R_3} = \frac{q_1+q_2}{4\pi\varepsilon R_3}$$

$$U_4 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1+q_2}{r_4}$$

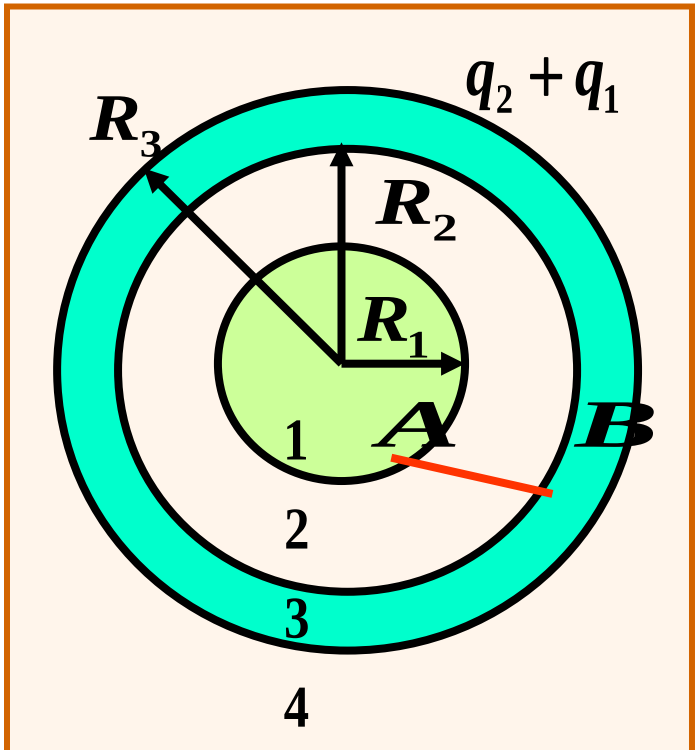
$E-r$ ， $U-r$ 曲线





(2) 若将球与球壳用导线连接，情况如何？

$$q_A = q_{B内} = 0 \quad ; \quad q_{B外} = q_1 + q_2$$



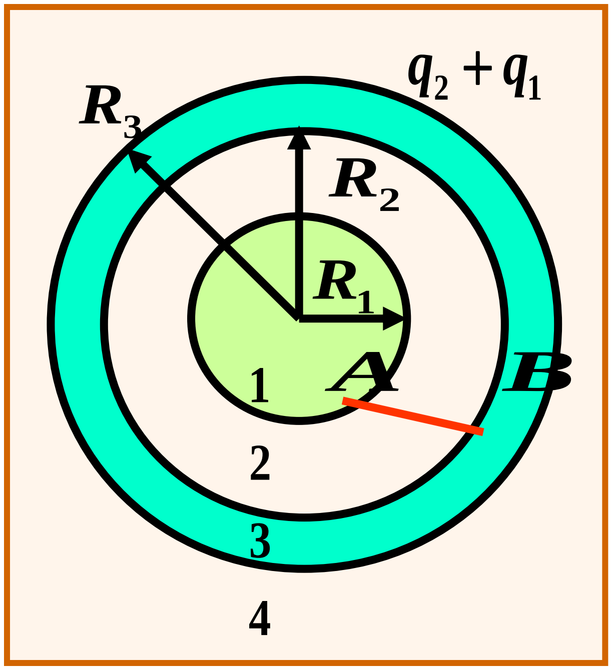
$$E_1 = E_2 = E_3 = 0$$

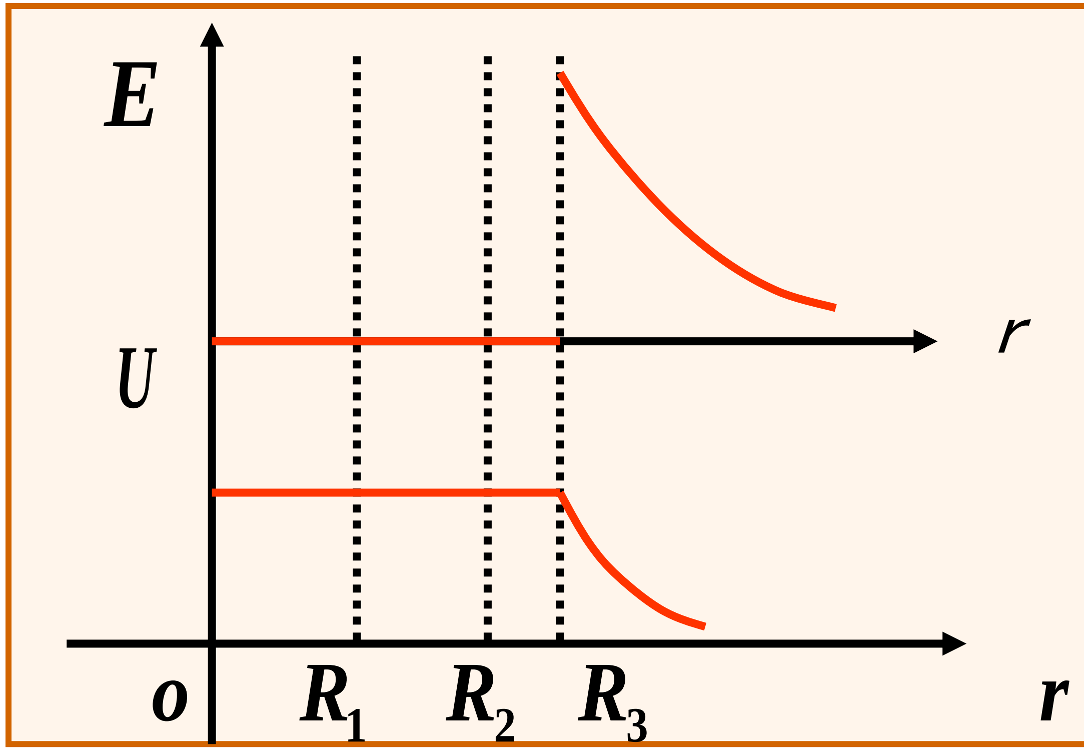
$$E_4 = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_4^2}$$

$$U_1 = U_2 = U_3 = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

$$U_4 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 + q_2}{r_4}$$

$E-r$ ， $U-r$ 曲线

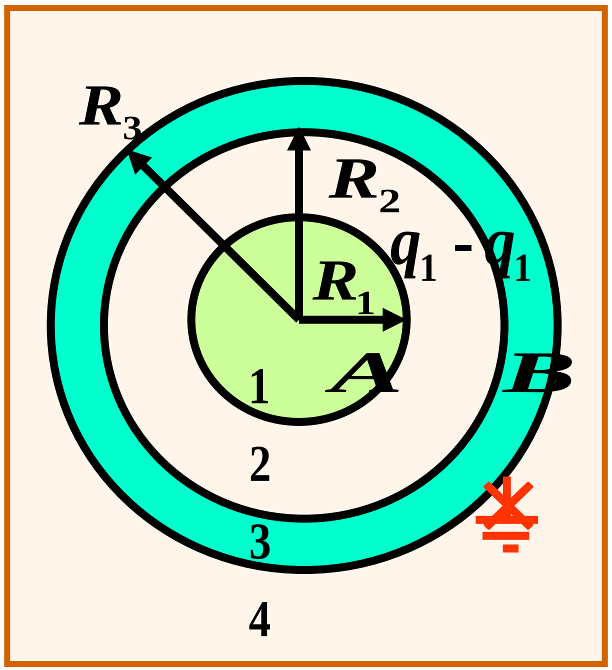




(3) 若将外球壳接地再绝缘，情况如何？

$$q_A = q_1 \quad q_{B内} = -q_1 \quad q_{B外} = 0$$

$$E_1 = 0 \quad E_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} \quad E_3 = 0 \quad E_4 = 0$$



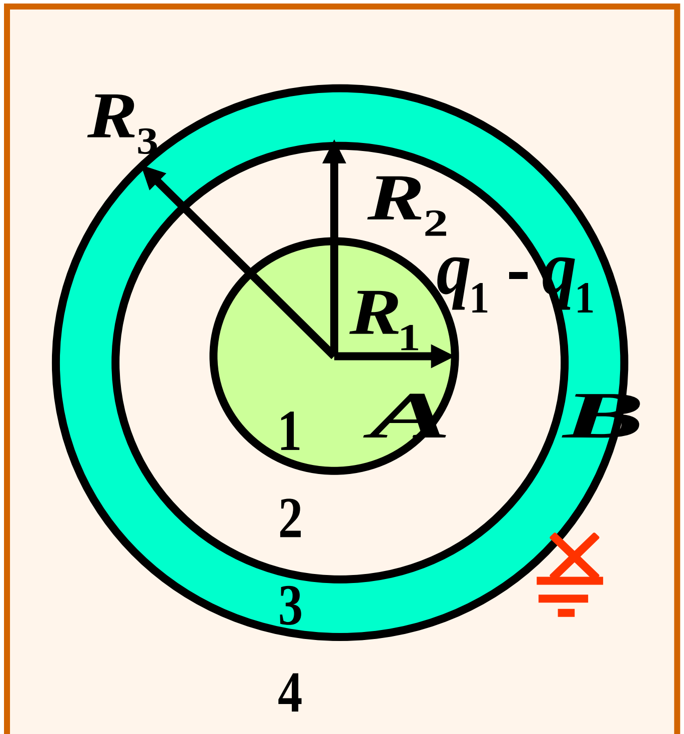
以地为零电势点：

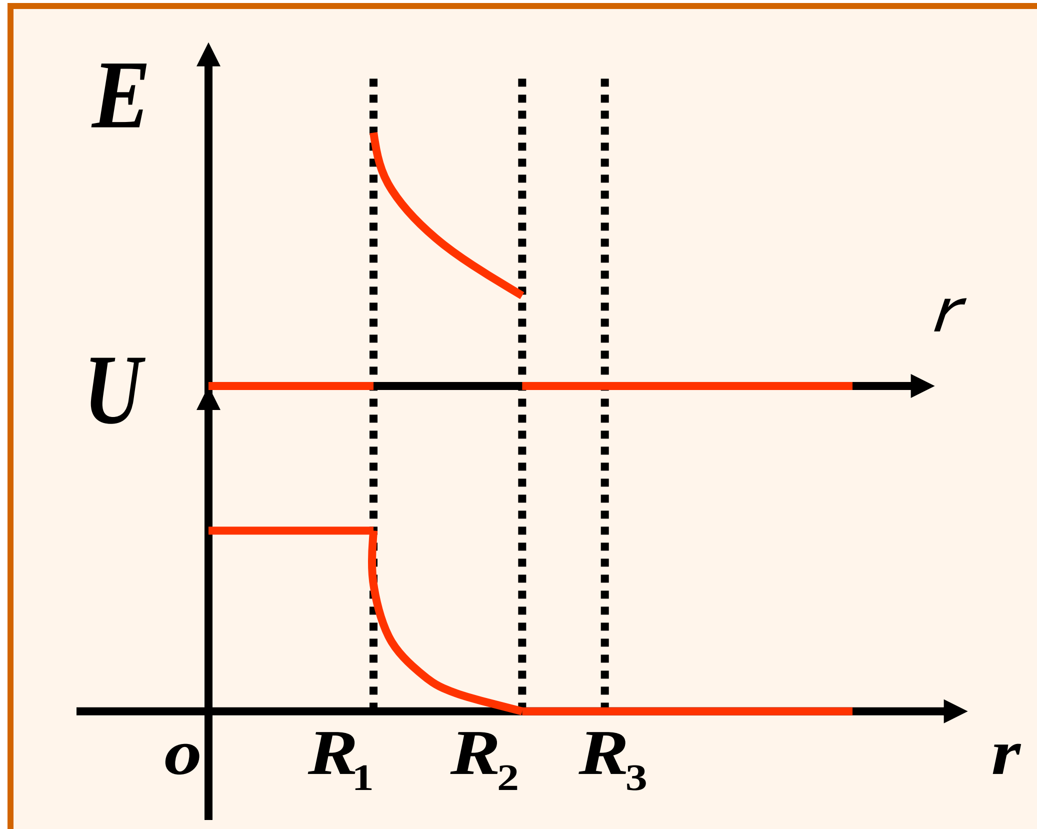
$$U_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{R_1} - \frac{q_1}{R_2}\right)$$

$$U_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_2} - \frac{q_1}{R_2}\right)$$

$$U_3 = 0 \qquad U_4 = 0$$

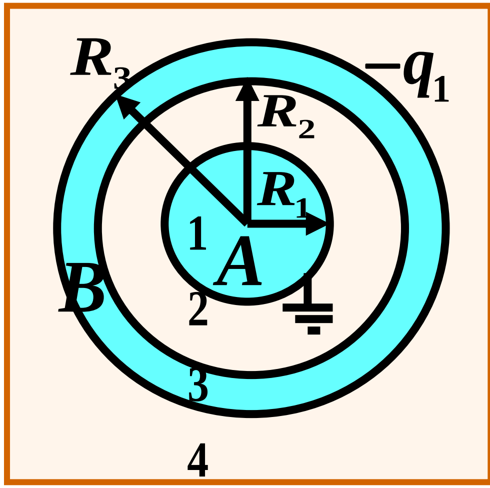
$E-r$ ， $U-r$ 曲线





(4) 然后将A接地，情况如何？

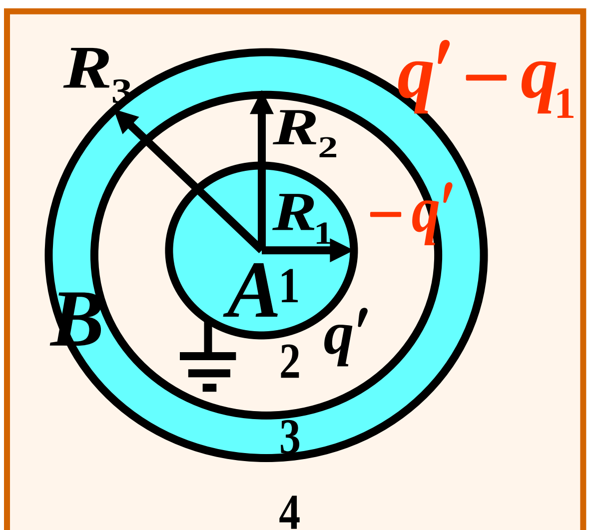
A 球电荷入地，B 球壳 $-q_1$ 分布于表面，对吗？



$$U_A = U_B = \frac{-q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_3} \neq 0$$

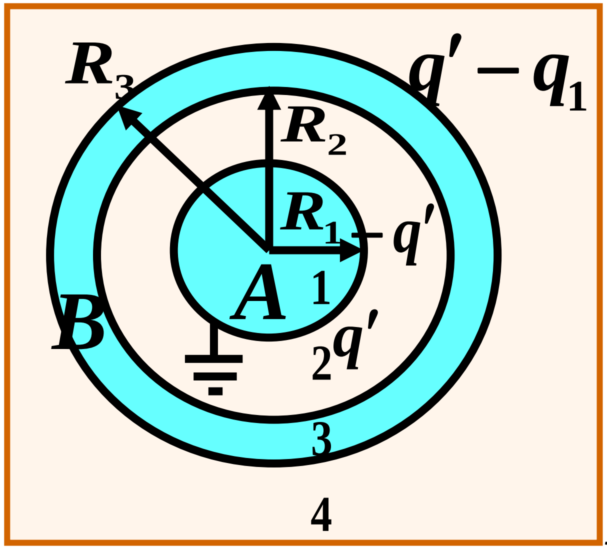
与接地条件矛盾，**不对！**

设 A 带电 q' 则



$$q_{B内} = -q' \quad , \quad q_{B外} = q' - q_1$$

$$U_A = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{-q'}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{q' - q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_3} = 0$$



$$\therefore q' = \frac{R_1R_2q_1}{R_2R_3 - R_1R_3 + R_1R_2} < q_1$$

即A所带部分电荷入地.

$$E_1 = 0 \qquad E_3 = 0$$

$$E_2 = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} = \frac{R_1R_2q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2(R_2R_3 - R_1R_3 + R_1R_2)}$$

$$E_4 = \frac{q'-q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_4^2} = \frac{(R_1 - R_2)R_3q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_4^2(R_2R_3 - R_1R_3 + R_1R_2)}$$

$$U_1 = 0$$

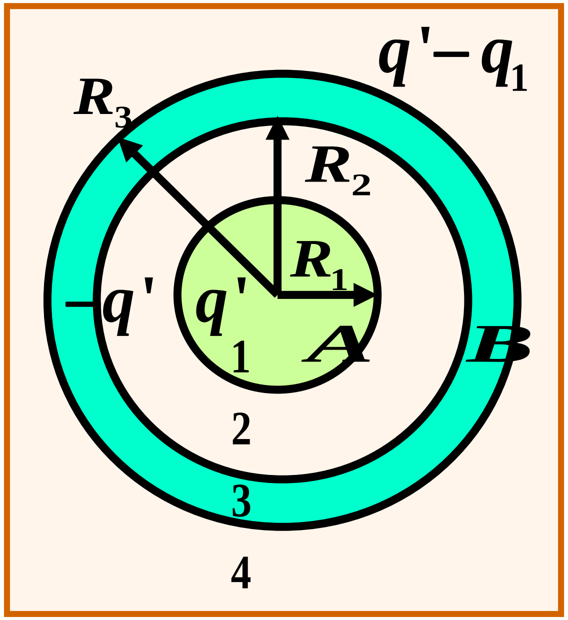
$$U_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q'}{r_2} - \frac{q'}{R_2} + \frac{q'-q_1}{R_3}\right) = \frac{(R_1 - r_2)R_2 \cdot q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_2(R_2R_3 - R_1R_3 + R_1R_2)}$$

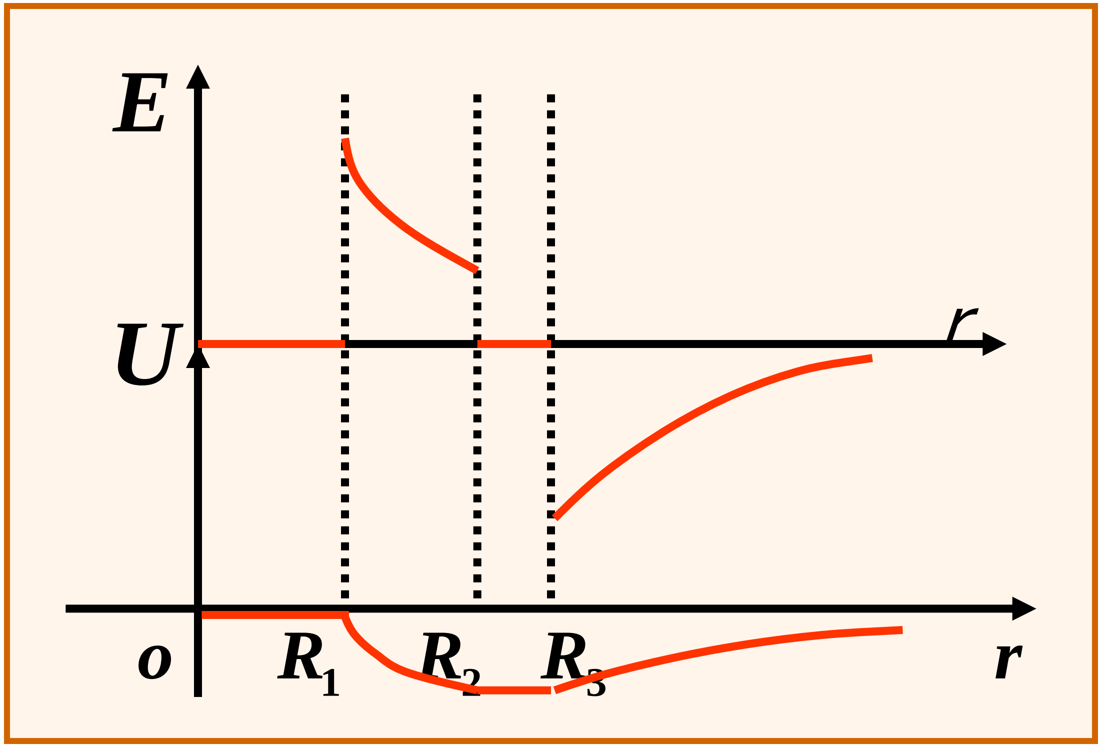
$$U_3 = \frac{q'-q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_3} = \frac{(R_1 - R_2)\cdot q_1}{4\pi\varepsilon_0(R_2R_3 - R_1R_3 + R_1R_2)} < 0 \qquad \therefore\ U_B \downarrow$$

$$U_4 = \frac{q'-q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_4} = \frac{R_3(R_1 - R_2)\cdot q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_4(R_2R_3 - R_1R_3 + R_1R_2)}$$

三、有导体存在时的 $\vec{E}$, U分布

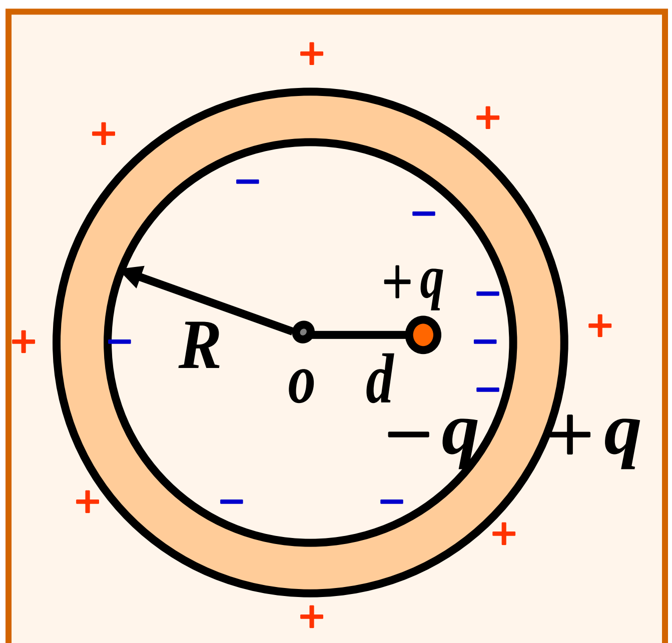
$E-r$ ，$U-r$ 曲线



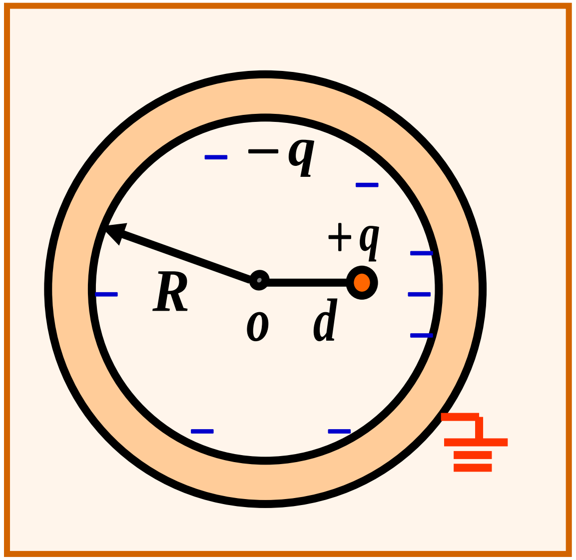


例题3（ P_{238} 9.25 ）:内半径为R的导体球壳原来不带电，在腔内离球心距离为$d\ (d<R)$ 处，固定一电量$+q$的点电荷，用导线将球壳接地后再撤去地线，求球心处电势。

解:(1) 画出未接地前的电荷分布图



(2) 求外壳接地后电荷分布



内壁电荷分布不变

以地为零电势点：

$$U_{壳}=\frac{q_{外壁}}{4\pi\varepsilon_0 R_{外壁}}=U_{地}=0$$

$$\therefore q_{外壁}=0$$

(3) 撤去地线后，以无穷远为零电势点。由叠加法求球心处电势：

$$U_0=U_{+q}+U_{内壁}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}+\sum_i\frac{-q_i}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}+\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{R}\right)$$

例4:实验表明:在靠近地面处有相当强的电场，电场强度 $\vec{E}$ 垂直于地面向下，大小约为 100N / C ；在离地面 1.5km 高的地方，$\vec{E}$ 也是垂直于地面向下的，大小约为25N/C 。

(1) 试计算从地面到此高度大气中电荷的平均体密度。

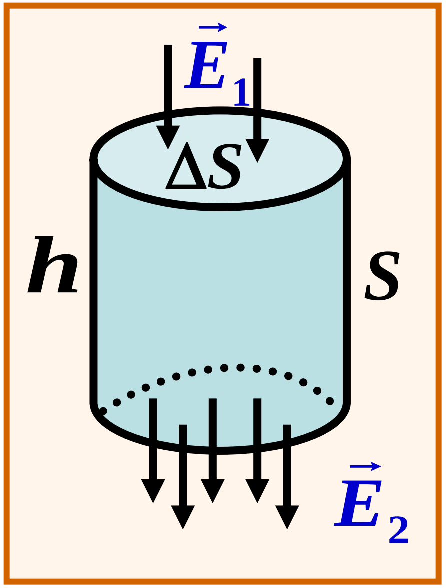
(2) 假设地球表面处的电场强度完全是由均匀分布在地表面的电荷产生，求地面上的电荷面密度。

解：地球——球对称

离地面不远处(h<<R)——面对称

可以用高斯定理求解　　如何选择高斯面？

(1) 作底面平行于地面，高h=1500m的直圆柱为高斯面。



由高斯定理：

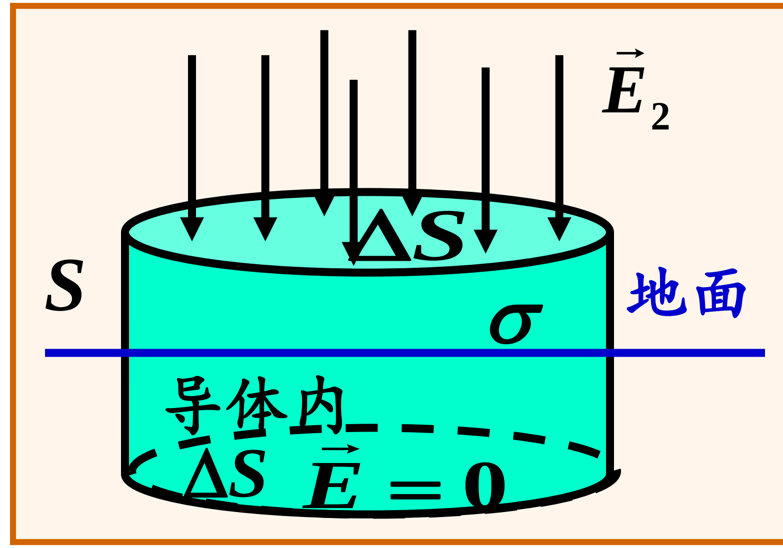
$$\oint_s \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = E_2\Delta S - E_1\Delta S$$

$$= \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{内} = \frac{1}{\varepsilon_0}\bar{\rho} h\Delta S$$

$$\bar{\rho} = \frac{\varepsilon_0(E_2 - E_1)}{h} = \frac{8.85\times10^{-12}}{1.5\times10^{3}}\times(100-25)$$

$$= 4.43\times10^{-13}(\mathrm{C\cdot m^{-3}})$$

(2) 作高斯面如图：



由高斯定理：

$$\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S} = -E_2\Delta S = \frac{1}{\varepsilon_0}\bar{\sigma}\cdot\Delta S$$

$$\bar{\sigma} = -\varepsilon_0 E_2 = -8.85\times10^{-12}\times100$$

$$= -8.85\times10^{-10}(\mathrm{C\cdot m^{-2}})$$

小结：

静电平衡条件 电荷守恒定律	导体上的电荷分布	计算 $\vec{E}, U$ 分布（方法同前）