§6－6　功率因数的提高

一、提高的目的

1．充分利用电源设备的容量　$P = S\cos\varphi$

2．减少线路损耗，提高传输效率

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + I^2 R_l}$$

当$\mathbf{P_2}$一定时，若 $\eta\uparrow$ 则$I\downarrow$

而 $I = \dfrac{P_2}{U_2\cos\varphi}$　$\cos\varphi\uparrow, \mathrm{I}\downarrow$

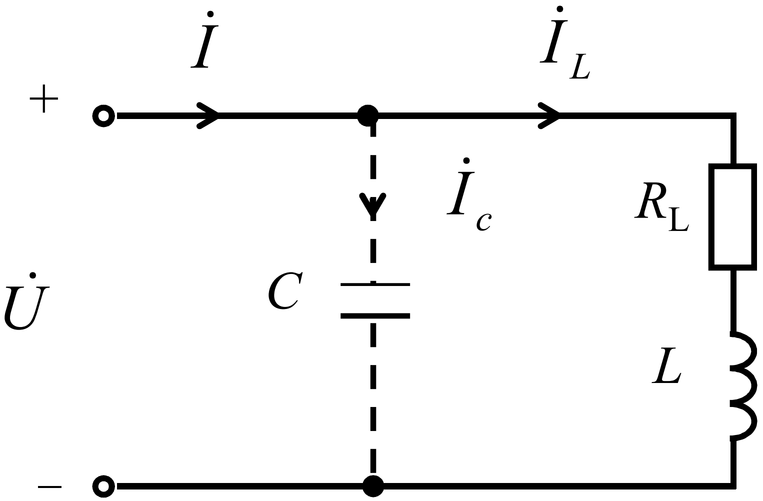
二、提高的方法

就感性负载而言

（1）并联电容器　（2）并同步电动机

（3）并有源无功补偿装置

例　一个感性负载，其端电压U=220V，频率f=50Hz, 吸收的有功功率为P=10KW，功率因数$\cos\varphi_1=0.6$。若将功率因数提高到$\cos\varphi_2=0.9$，需并多大的电容？



解：方法1

并电容前电路吸收的无功：

$$Q_1 = UI_L \sin\varphi_1 = UI_L \cos\varphi_1 \times \frac{\sin\varphi_1}{\cos\varphi_1} = P\tan\varphi_1$$

其中 $\varphi_1 = \cos^{-1} 0.6 = 53.13°$

$$\therefore \quad Q_1 = P\tan\varphi_1 = 13.33K\,\mathrm{var}$$

并电容后电路吸收的无功：

并电容前后电路吸收的有功不变

$$\varphi_2 = \cos^{-1} 0.9 = 25.84°$$

$$Q_2 = UI\sin\varphi_2 = P\tan\varphi_2 = 4.843K\,\mathrm{var}$$

$$Q_2 = Q_1 + Q_C$$

$$Q_C = Q_2 - Q_1 = 4.843 - 13.33 = -8.487K\,\mathrm{var}$$

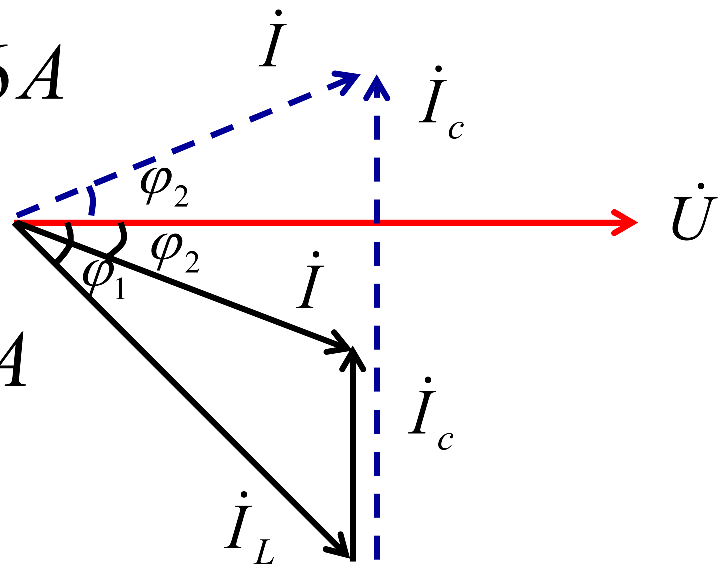
$$Q_C = -\omega CU^2 = -8.487K\,\mathrm{var}$$

$$C = \frac{Q_C}{-\omega U^2} = \frac{-8487}{-100\pi \times 220^2} = 558.16 \times 10^{-6} F$$

方法2

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{U}{I_c} \qquad C = \frac{I_c}{\omega U}$$

$$I_L = \frac{P}{U\cos\varphi_1} = \frac{10^4}{220\times 0.6} = 75.76A$$



$$I = \frac{P}{U\cos\varphi_2} = \frac{10^4}{220\times 0.9} = 50.51A$$

$$I_c = I_L\sin\varphi_1 - I\sin\varphi_2 = 38.59A$$

$$C = \frac{I_c}{\omega U} = \frac{38.59}{314\times 220} = 0.0005584F = 558.4\mu F$$

如$\cos\varphi_2$=1，得C=0.0008774F=877.4μF。

若要使功率因数从**0.9**再提高到**0.95**，试问还应增加多少并联电容，此时电路的总电流是多大?

解 $\cos\varphi_1 = 0.9 \quad \Rightarrow \quad \varphi_1 = 25.84^{\circ} \qquad \cos\varphi_2 = 0.95 \quad \Rightarrow \quad \varphi_2 = 18.19^{\circ}$

$$C = \frac{P}{\omega U^2}(\mathrm{tg}\varphi_1 - \mathrm{tg}\varphi_2)$$

$$= \frac{10\times 10^3}{314\times 220^2}(\mathrm{tg}25.84^{\circ} - \mathrm{tg}18.19^{\circ}) = 103\mu\ \mathrm{F}$$

$$I = \frac{10\times 10^3}{220\times 0.95} = 47.8A$$

显然功率因数提高后，线路上总电流减少，但继续提高功率因数所需电容很大，增加成本，总电流减小却不明显。因此一般将功率因数提高到**0.9**即可。

思考题

（1）是否并联电容越大，功率因数越高?

（2）能否用串联电容的方法来提高功率因数 ？

§6－7　正弦电路的稳态分析

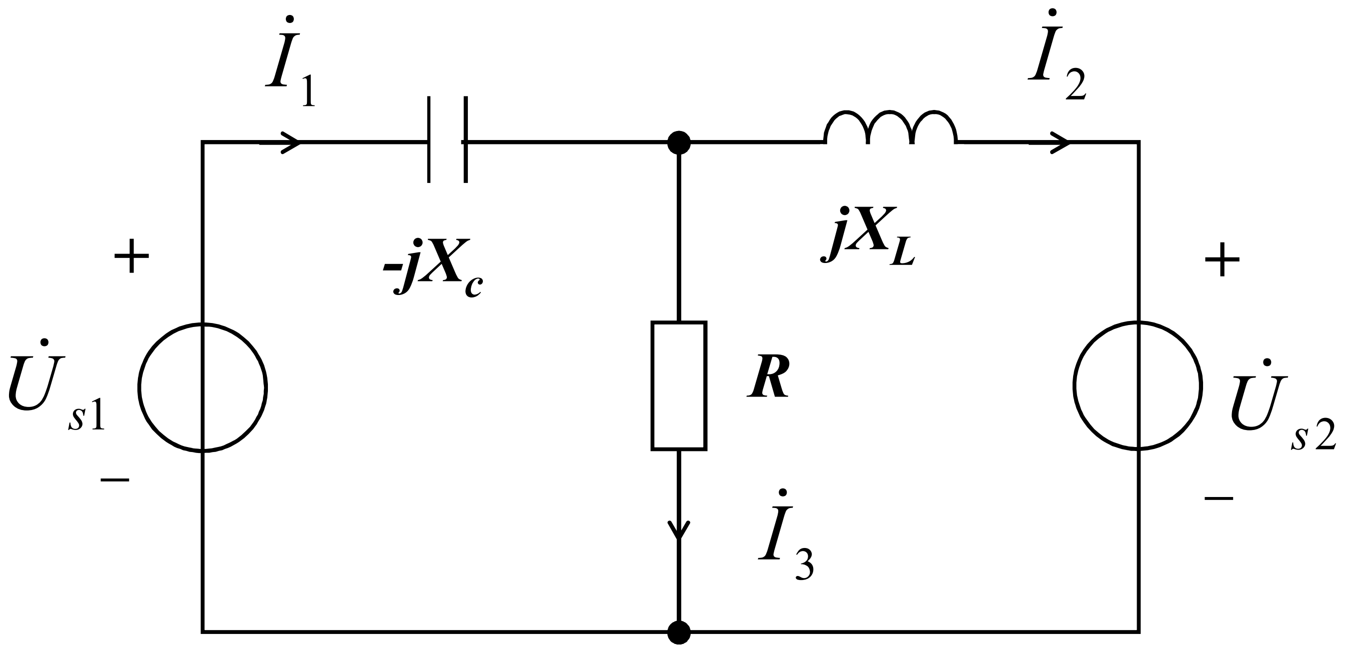
	直流电路	正弦稳态
欧姆定律	$U = RI$或$I = \dfrac{U}{R}$	$\dot{U} = Z\dot{I}$或$\dot{I} = \dfrac{\dot{U}}{Z}$
KCL	$\sum I = 0$	$\sum \dot{I} = 0$
KVL	$\sum U = 0$	$\sum \dot{U} = 0$

结点法、回路法、叠加定理、

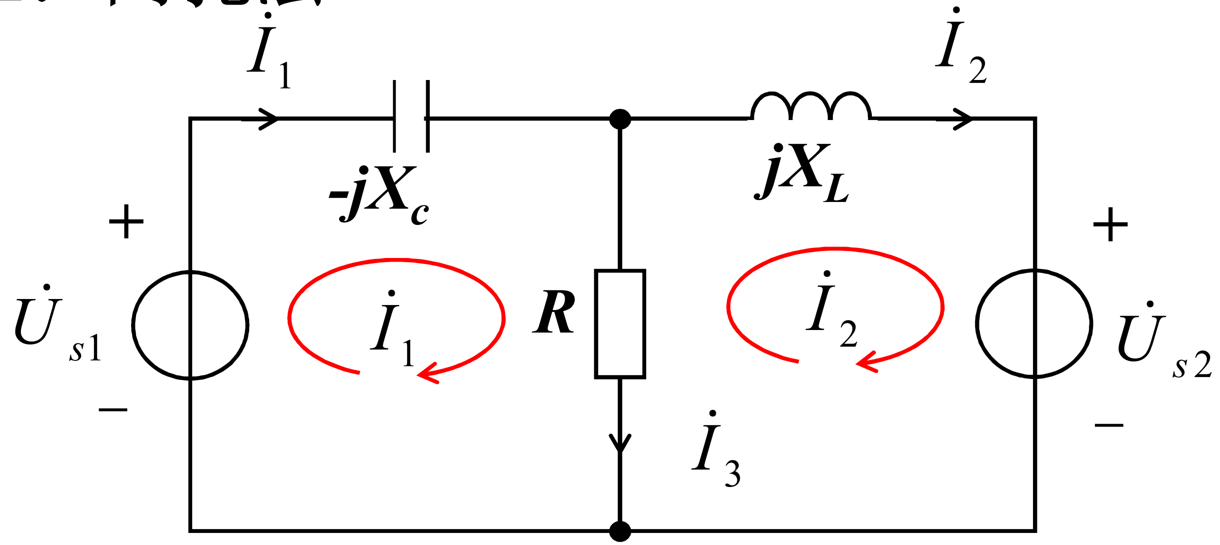
戴维南定理等均可应用。

例6-10: 已知 $\dot{U}_{s1}=100\underline{/0^\circ}V$，$\dot{U}_{s2}=100\underline{/90^\circ}V$

$R=5\Omega$，$X_L=5\Omega$，$X_c=2\Omega$。试求各支路电流和各电压源发出的复功率。



解：方法1：网孔法



$$\begin{cases}(R-jX_c)\dot{I}_1-R\dot{I}_2=\dot{U}_{s1}\\-R\dot{I}_1+(R+jX_L)\dot{I}_2=-\dot{U}_{s2}\end{cases}$$

$$\begin{cases}(5-j2)\dot{I}_1-5\dot{I}_2=100\underline{/0^\circ}\\-5\dot{I}_1+(5+j5)\dot{I}_2=-100\underline{/90^\circ}\end{cases}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{500}{10 + j15} = 27.735\underline{/-56.31^\circ}\ A$$

$$\dot{I}_2 = 32.343\underline{/-115.346^\circ}\ A$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 - \dot{I}_2 = 29.872\underline{/11.887^\circ}\ \ A$$

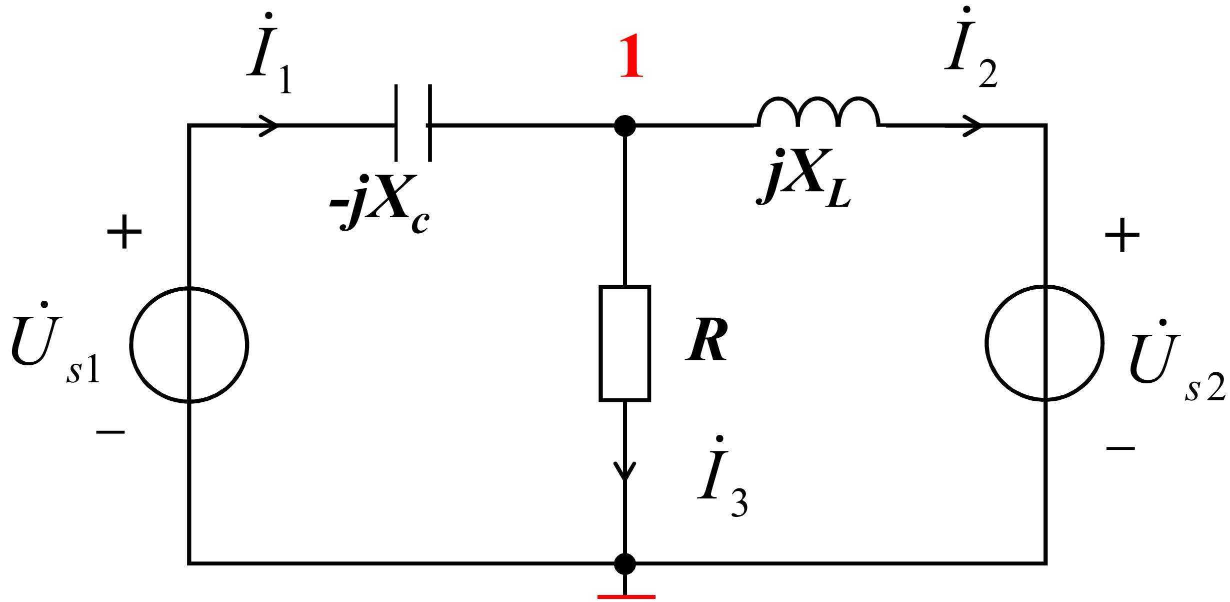
$$\overline{S}_{u_{s1}} = \dot{U}_{s1} \overset{*}{I}_1 = 100 \times 27.735\underline{/56.31^\circ}$$

$$= 2773.5\underline{/56.31^\circ} VA$$

$$\overline{S}_{u_{s2}} = -\dot{U}_{s2} \overset{*}{I}_2 = -100\underline{/90^\circ} \times 32.343\underline{/115.346^\circ}$$

$$= 3234.3\underline{/25.346^\circ} VA$$

方法2：结点法：



$$\left(\frac{1}{-jX_c}+\frac{1}{R}+\frac{1}{jX_L}\right)\dot{U}_1=\frac{\dot{U}_{s1}}{-jX_c}+\frac{\dot{U}_{s2}}{jX_L}$$

$$\left(\frac{1}{5}+j\frac{3}{10}\right)\dot{U}_1=20+j50$$

$$\dot{U}_1 = \frac{100(2+j5)}{2+j3} = 149.173\underline{/11.889^\circ}\ V$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{s1} - \dot{U}_1}{-jX_c} = 27.65\underline{/-56.24^\circ}\ A$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_1 - \dot{U}_{s2}}{jX_L} = 32.315\underline{/-115.386^\circ}\ A$$

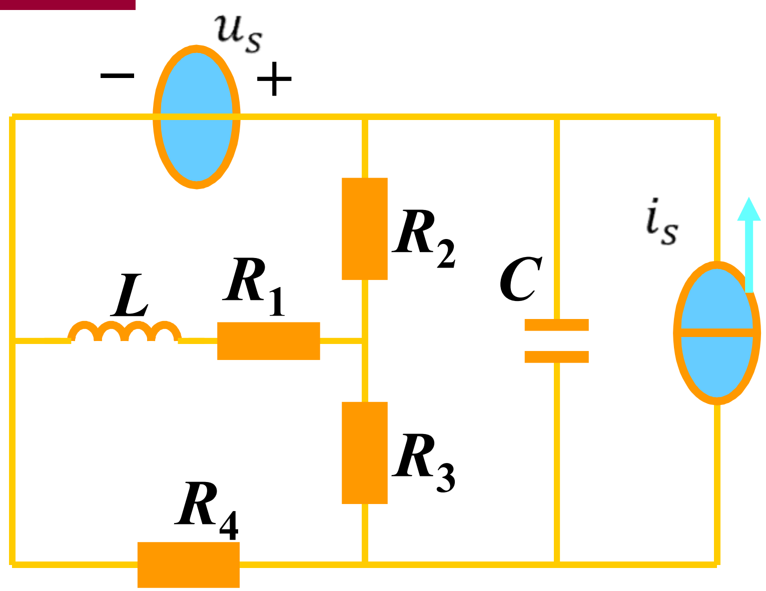
$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_1}{R} = 29.835\underline{/11.889^\circ}\ A$$

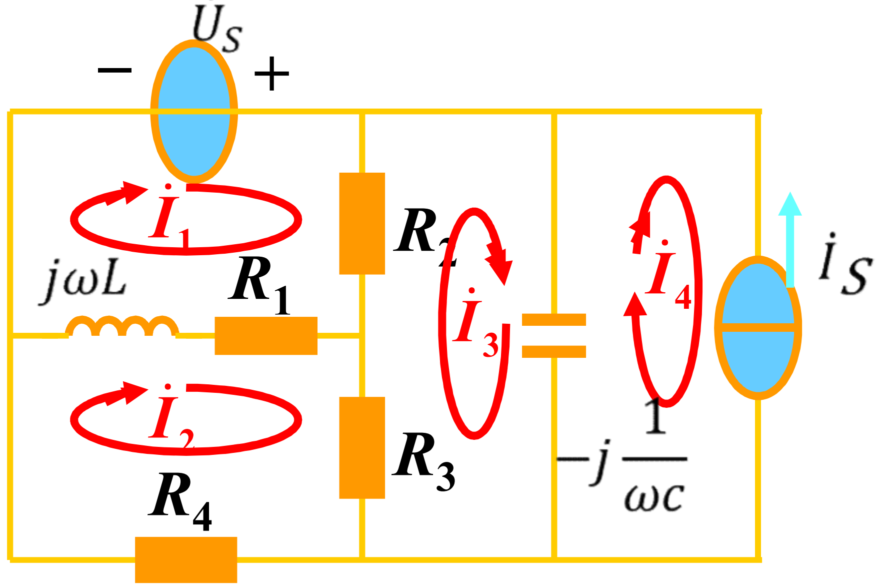
$$\overline{S}_{u_{s1}} = \dot{U}_{s1}\overset{*}{I}_1 = 2765\underline{/56.24^\circ}\ VA$$

$$\overline{S}_{u_{s2}} = -\dot{U}_{s2}\overset{*}{I}_2 = -j100 \times 32.315\underline{/115.386^\circ}$$

$$= 3231.5\underline{/25.386^\circ}\ VA$$

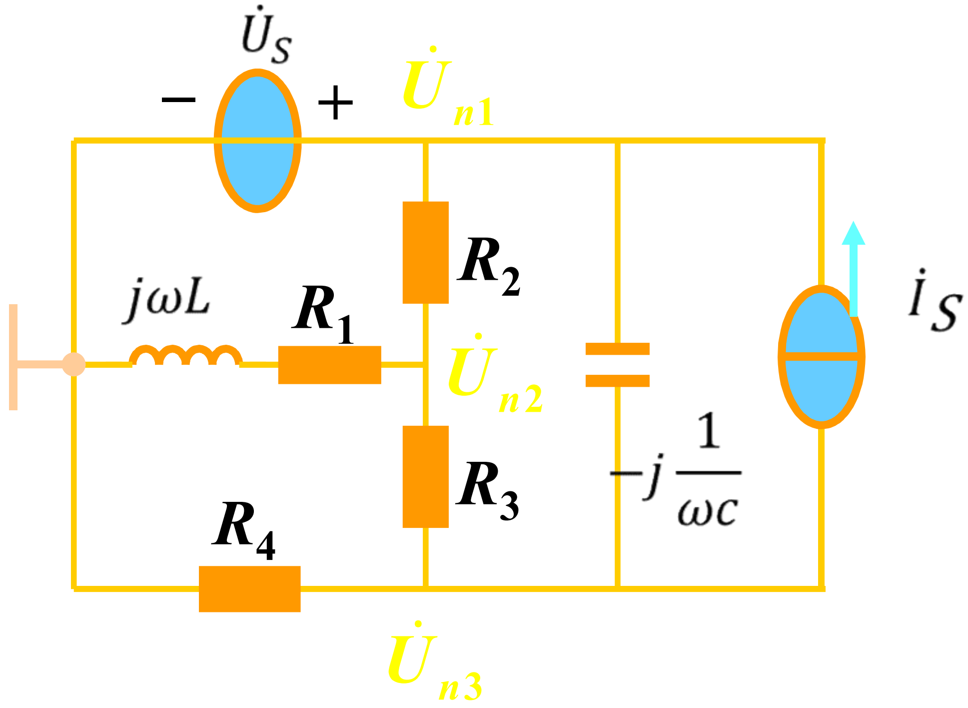
例2. 列写电路的回路电流方程和节点电压方程





解 回路法:

$$
\begin{cases}
(R_1+R_2+j\omega L)\dot I_1-(R_1+j\omega L)\dot I_2-R_2\dot I_3=\dot U_S \\
(R_1+R_3+R_4+j\omega L)\dot I_2-(R_1+j\omega L)\dot I_1-R_3\dot I_3=0 \\
(R_2+R_3-j\dfrac{1}{\omega C})\dot I_3-R_2\dot I_1-R_3\dot I_2-j\dfrac{1}{\omega C}\dot I_4=0 \\
\dot I_4=-\dot I_S
\end{cases}
$$



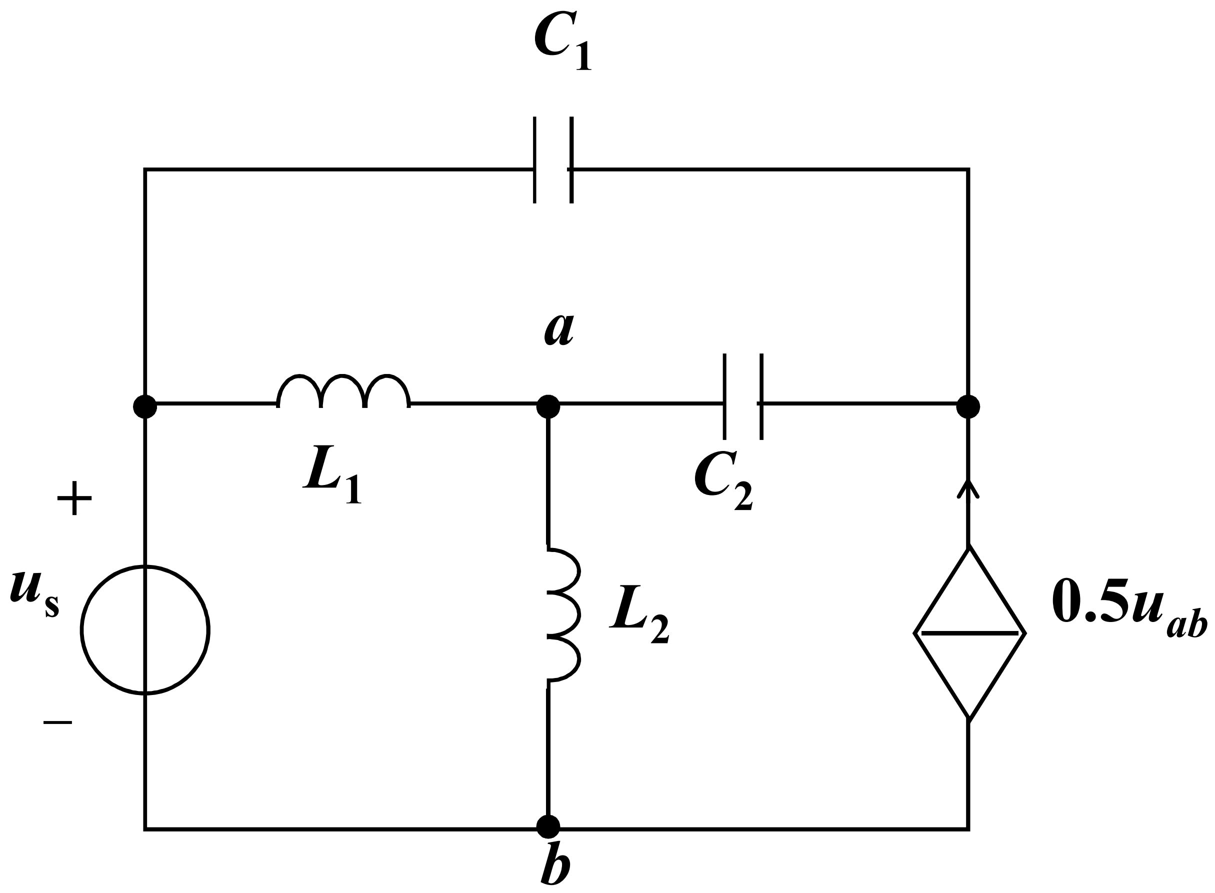
节点法:

$$
\begin{cases}
\dot{U}_{n1} = \dot{U}_S \\
\left(\dfrac{1}{R_1 + j\omega L} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}\right)\dot{U}_{n2} - \dfrac{1}{R_2}\dot{U}_{n1} - \dfrac{1}{R_3}\dot{U}_{n3} = 0 \\
\left(\dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4} + j\omega C\right)\dot{U}_{n3} - \dfrac{1}{R_3}\dot{U}_{n2} - j\omega C\dot{U}_{n1} = -\dot{I}_S
\end{cases}
$$

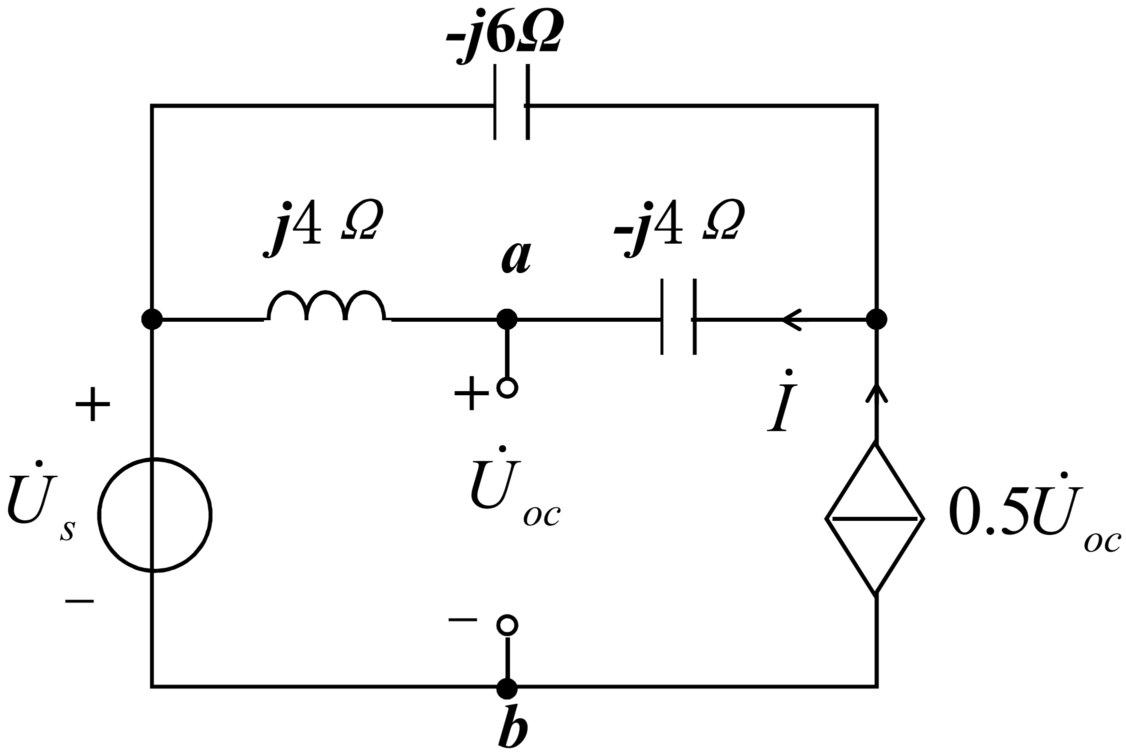
例 已知 $u_s = 60\sqrt{2}\sin 1000t V \quad L_1 = L_2 = 4mH$

$C_1 = 167.67\mu F \qquad C_2 = 250\mu F$

试用戴维南定理求ab间的电压u_{ab}



解：



$$\dot{U}_s = 60\underline{/-90°}\ V$$

（1）求 $\dot{U}_{oc}$

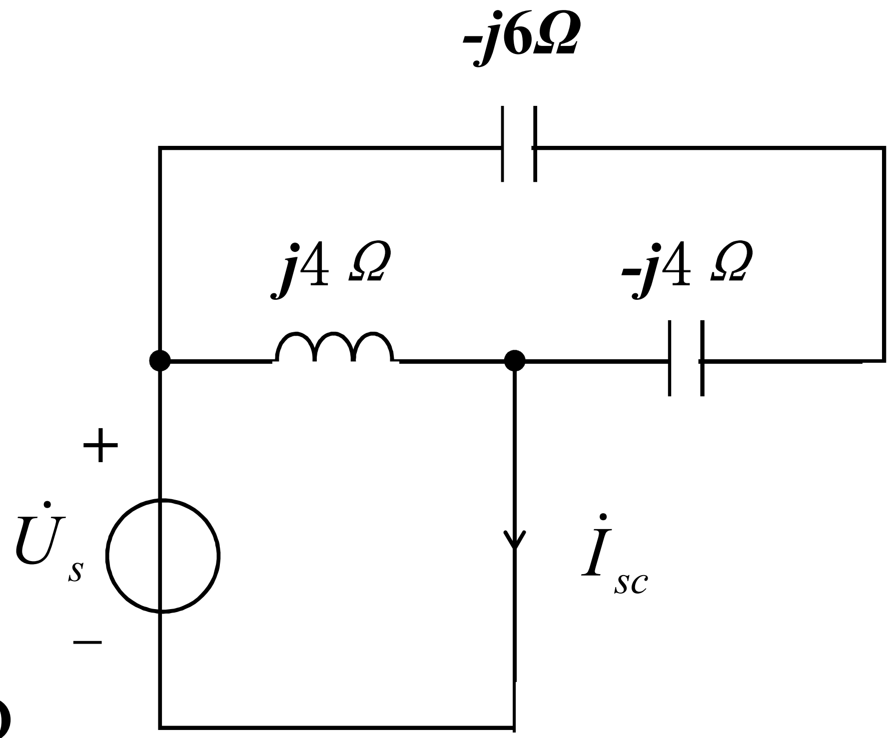
$$\dot{I} = 0.5\dot{U}_{oc}$$

$$\dot{U}_{oc} = j4\dot{I} - j60 = j2\dot{U}_{oc} - j60$$

$$\dot{U}_{oc} = \frac{-j60}{1-j2} = 26.833\underline{/26.565°}V$$

（2）求Z_0

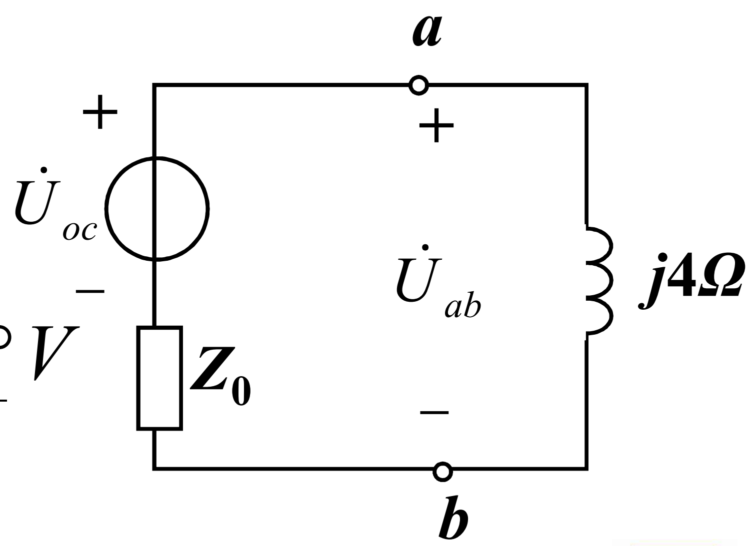
开短路法



$$\dot{I}_{sc} = \frac{-j60}{j4} + \frac{-j60}{-j10} = -9$$

$$Z_0 = \frac{\dot{U}_{oc}}{\dot{I}_{sc}} = 2.98\underline{/153.435^\circ}\,\Omega$$

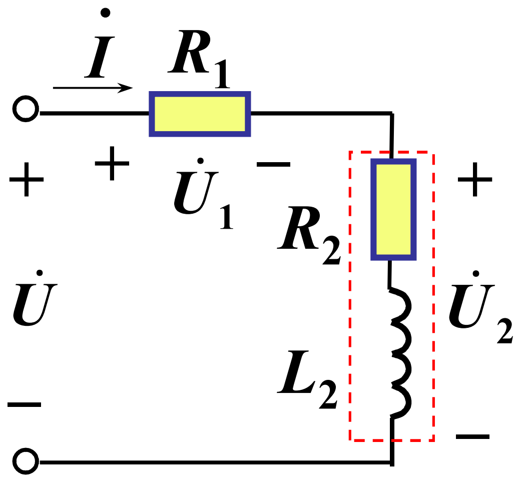
（3）戴维南等效电路如图



$$\dot{U}_{ab} = \frac{j4}{Z_0 + j4}\dot{U}_{oc} = 18\underline{/-53.125^\circ}\,V$$

$$u_{ab} = 18\sqrt{2}\cos(1000t - 53.125^\circ)V$$

例 已知U=115V，U_1=55.4V，U_2=80V，R_1=32Ω，f=50Hz。求线圈的电阻R_2和电感L_2。



解：方法1

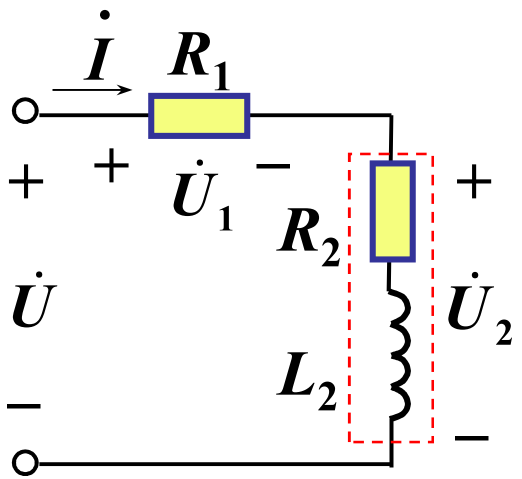
$$I = U_1 / R_1 = 55.4/32 = 1.73\text{A}$$

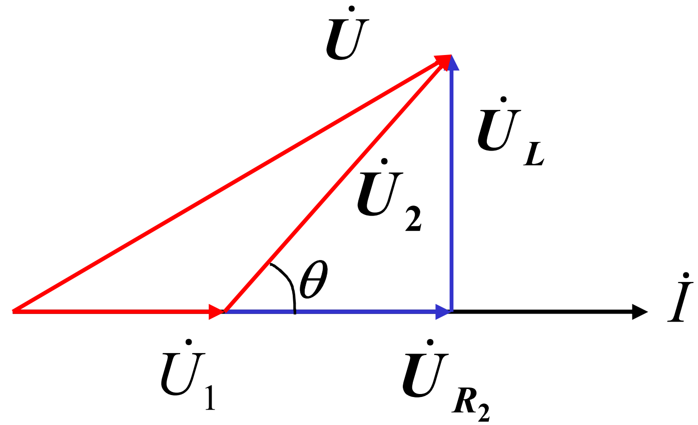
$$\left.\begin{aligned} I &= \frac{115}{\sqrt{(32+R_2)^2+(\omega L_2)^2}}=1.73 \\ I &= \frac{80}{\sqrt{R_2^2+(\omega L_2)^2}}=1.73 \end{aligned}\right\}$$

解得 $R_2 = 19.58\Omega,\quad L_2 = \dfrac{41.86}{2\pi f} = 0.133\text{H}.$

方法2：借助相量图

$$I = U_1 / R_1 = 55.4/32 = 1.73\text{A}$$





$$U^2 = U_1^2 + U_2^2 - 2U_1U_2\cos(180^\circ - \theta)$$
$$= U_1^2 + U_2^2 + 2U_1U_2\cos\theta$$

$\Rightarrow$ $\therefore\ \theta = 64.9^\circ$

$$U_{R2} = U_2\cos\theta = 33.92V \qquad R_2 = \frac{U_{R2}}{I} = 19.6\Omega$$

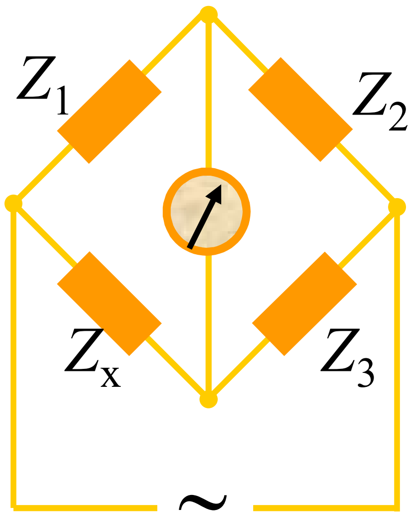
$$U_L = U_2\sin\theta = 72.46V$$

$$X_L = \frac{U_L}{I} = 41.88\Omega \qquad L_2 = X_L / 2\pi f = 0.133\text{H}$$

例

已知平衡电桥$Z_1=R_1$，$Z_2=R_2$，$Z_3=R_3+j\omega L_3$。

求：$Z_x=R_x+j\omega L_x$。



解 平衡条件：$Z_1 Z_3=Z_2 Z_x$ 得

$$|Z_1|\angle\varphi_1 \bullet |Z_3|\angle\varphi_3 = |Z_2|\angle\varphi_2 \bullet |Z_x|\angle\varphi_x$$

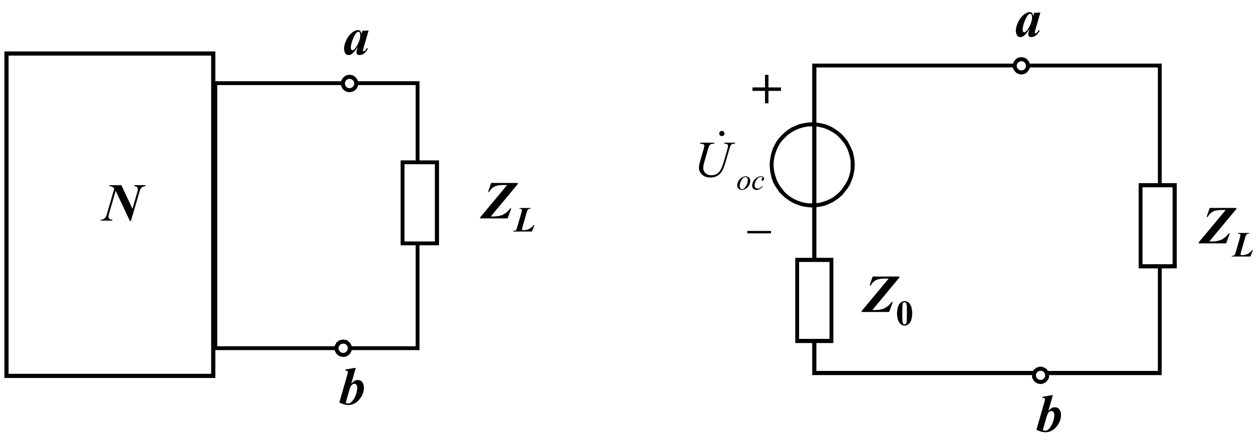
$$\rightarrow \begin{cases} |Z_1|\,|Z_3| = |Z_2|\,|Z_x| \\ \varphi_1+\varphi_3=\varphi_2+\varphi_x \end{cases}$$

$$R_1(R_3+j\omega L_3)=R_2(R_x+j\,\omega L_x)$$

$$\therefore\quad R_x=R_1R_3/R_2\,,\qquad L_x=L_3R_1/R_2$$

§6−8 最大功率传输

负载取什么值可获得最大功率（指有功）。



设 $Z_0 = R_0 + jX_0$ ， $Z_L = R_1 + jX_1$

负载吸收的功率

$$P_2 = I^2 R_1 = \frac{U_{oc}^2}{(R_0 + R_1)^2 + (X_0 + X_1)^2} R_1$$

$X_0 + X_1 = 0$时，P_2最大。

R_1的取值：

$$\frac{dP_2}{dR_1} = \left[\frac{R_1 U_{oc}^2}{(R_0 + R_1)^2}\right]' = U_{oc}^2 \frac{(R_0 + R_1)^2 - 2(R_0 + R_1)R_1}{(R_0 + R_1)^4} = 0$$

得：$R_0 - R_1 = 0$

∴ P_2获得最大的条件是：$R_1 = R_0$ ， $X_1 = -X_0$

$$Z_L = \overset{*}{Z}_0$$

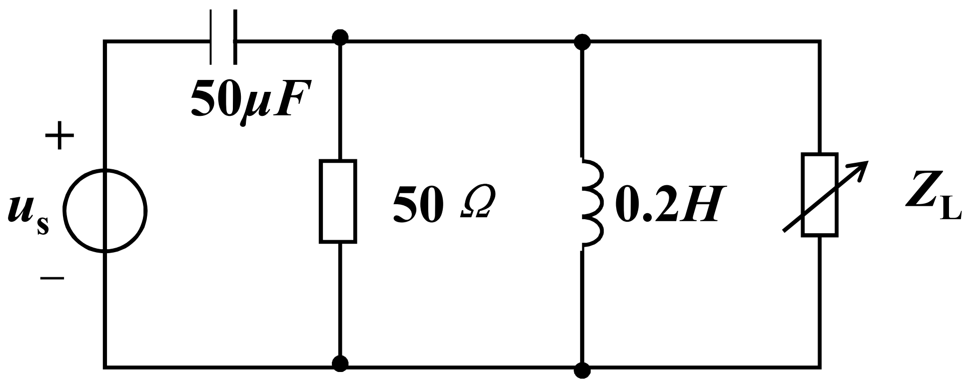
$$P_{2\max} = \left(\frac{U_{oc}}{R_0 + R_1}\right)^2 R_1 = \frac{U_{oc}^2}{4R_0}$$

传输效率：

$$\eta=\frac{P_{2\max}}{P_s}=\frac{U_{oc}^2}{4R_0}\bigg/\frac{U_{oc}^2}{2R_0}=0.5=50\%$$

例：已知 $u_s=100\sqrt{2}\cos(200t+10°)V$

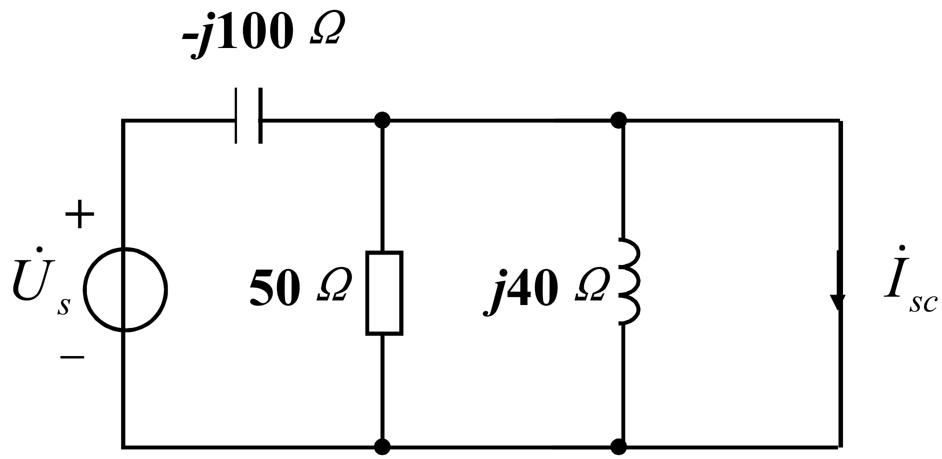
当负载$\mathbf{Z_L}$取什么值时可获得最大功率？最大功率是多少？



（1） 求短路电流

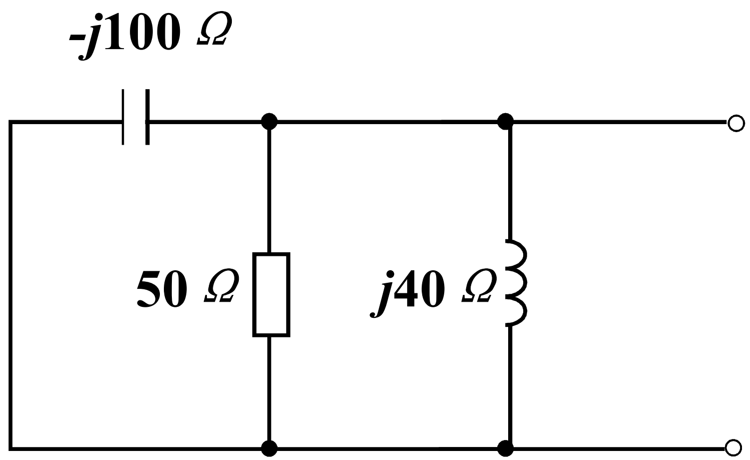
$$\dot{U}_s = 100\underline{/10°}\,V$$

$$\dot{I}_{sc} = \frac{100\underline{/10°}}{-j100} = 1\underline{/100°}\,A$$

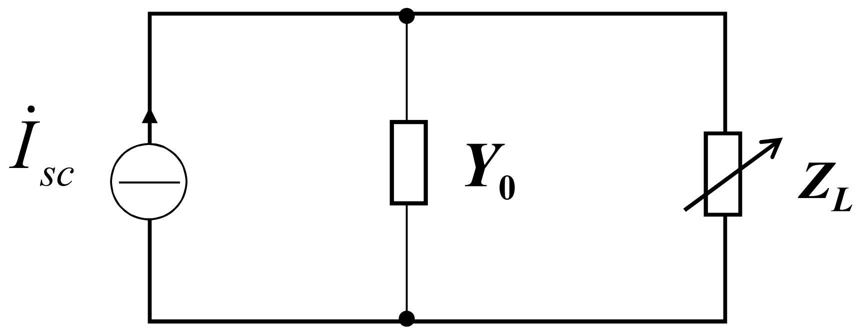


（2）求等效导纳

$$Y_0 = \frac{1}{50} + \frac{1}{-j100} + \frac{1}{j40}$$
$$= 0.02 - j0.015\ \ S$$



（3）等效电路如图



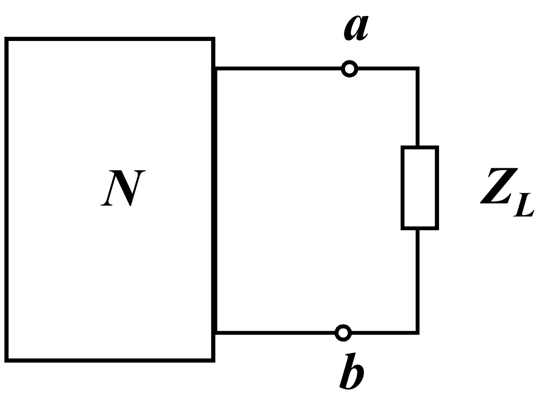
当 $Y_L = \overset{*}{Y}_0 = 0.02 + j0.015\ S$

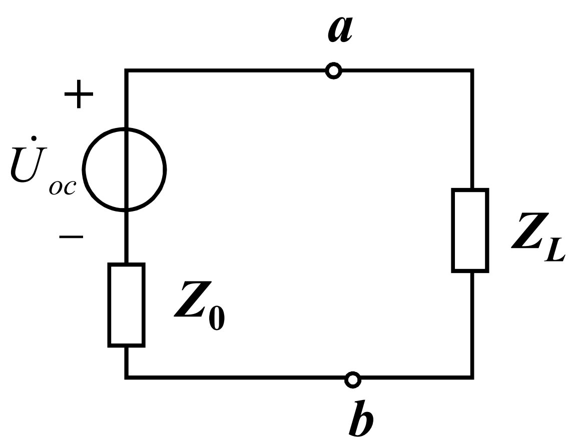
即 $Z_L = 32 - j24\ \Omega$ 时，负载Z_L可获最大功率。

且 $P_{\max} = (\frac{I_{sc}}{2})^2 \Big/ 0.02 = 12.5W$

§6－8 最大功率传输

负载取什么值可获得最大功率（指有功）。





设 $Z_0 = R_0 + jX_0$ ， $Z_L = R_1 + jX_1$

负载吸收的功率

$$P_2 = I^2 R_1 = \frac{U_{oc}^2}{(R_0 + R_1)^2 + (X_0 + X_1)^2} R_1$$

$X_0 + X_1 = 0$时， P_2最大。

R_1的取值：

$$\frac{dP_2}{dR_1} = \left[\frac{R_1 U_{oc}^2}{(R_0 + R_1)^2}\right]' = U_{oc}^2 \frac{(R_0 + R_1)^2 - 2(R_0 + R_1)R_1}{(R_0 + R_1)^4} = 0$$

得：$R_0 - R_1 = 0$

∴ P₂获得最大的条件是： $R_1 = R_0$ ， $X_1 = -X_0$

$$Z_L = \overset{*}{Z}_0$$

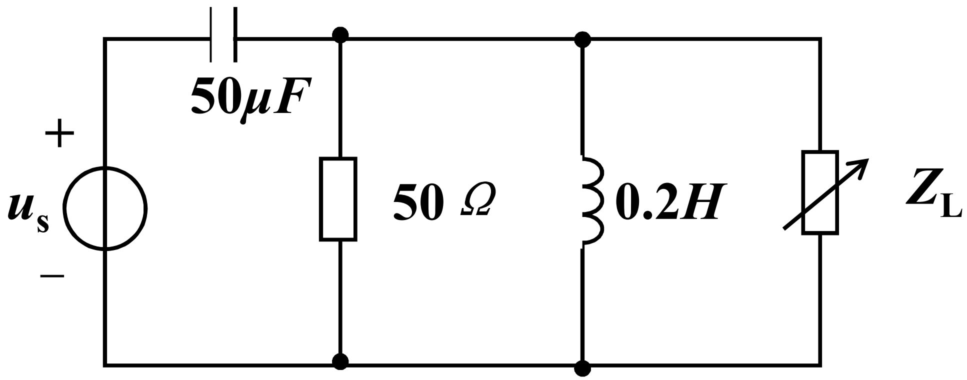
$$P_{2\max} = \left(\frac{U_{oc}}{R_0 + R_1}\right)^2 R_1 = \frac{U_{oc}^2}{4R_0}$$

传输效率：

$$\eta = \frac{P_{2\max}}{P_s} = \frac{U_{oc}^2}{4R_0} \bigg/ \frac{U_{oc}^2}{2R_0} = 0.5 = 50\%$$

例：已知 $u_s = 100\sqrt{2}\cos(200t + 10°)V$

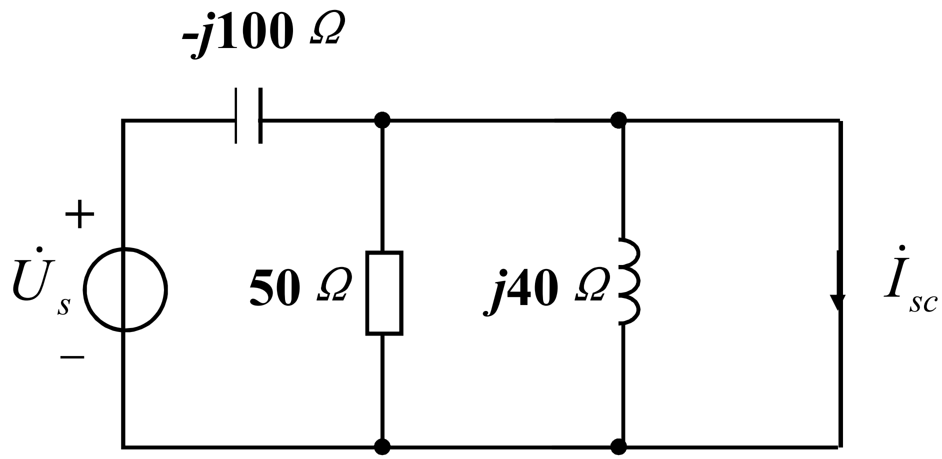
当负载Z_L取什么值时可获得最大功率？最大功率是多少？



（1） 求短路电流

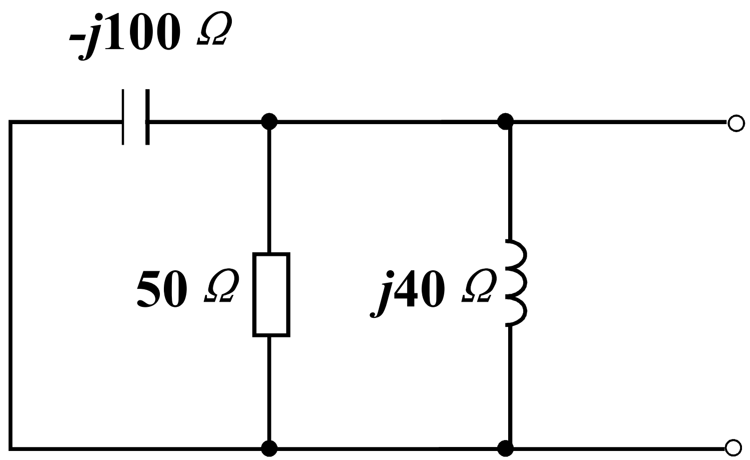
$$\dot{U}_s = 100\angle 10° V$$

$$\dot{I}_{sc} = \frac{100\angle 10°}{-j100} = 1\angle 100° A$$

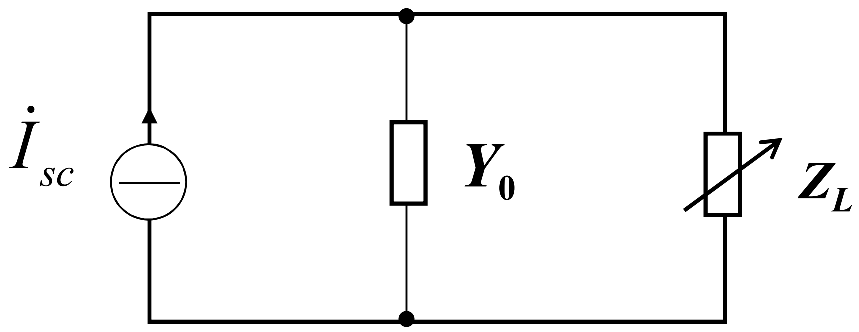


（2）求等效导纳

$$Y_0 = \frac{1}{50} + \frac{1}{-j100} + \frac{1}{j40}$$
$$= 0.02 - j0.015 \ S$$



（3）等效电路如图



当 $Y_L = \overset{*}{Y}_0 = 0.02 + j0.015\ S$

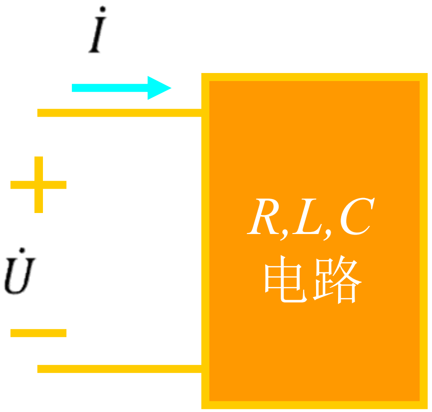
即 $Z_L = 32 - j24\ \Omega$ 时，负载Z_L可获最大功率。

且 $P_{\max} = \left(\dfrac{I_{sc}}{2}\right)^2 \Big/ 0.02 = 12.5W$

谐振（*resonance*）是正弦电路在特定条件下所产生的一种特殊物理现象，谐振现象在无线电和电工技术中得到广泛应用，对电路中谐振现象的研究有重要的实际意义。

谐振的定义

含有R、L、C的一端口电路，在特定条件下出现端口电压、电流同相位的现象时，称电路发生了谐振。

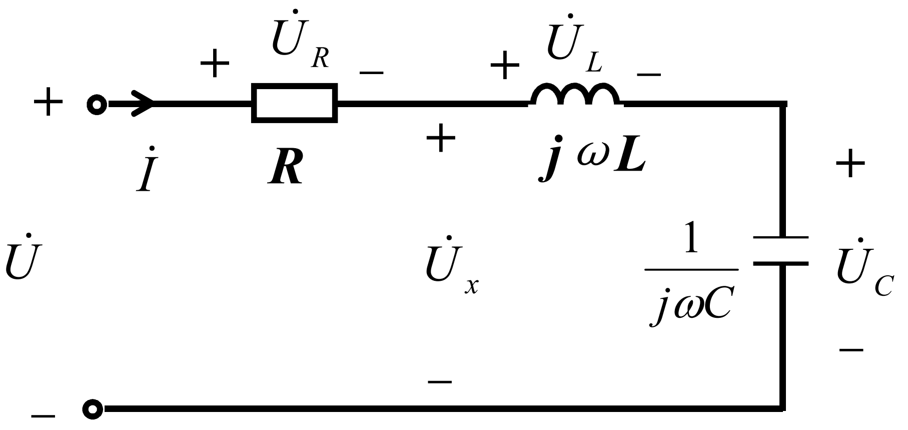


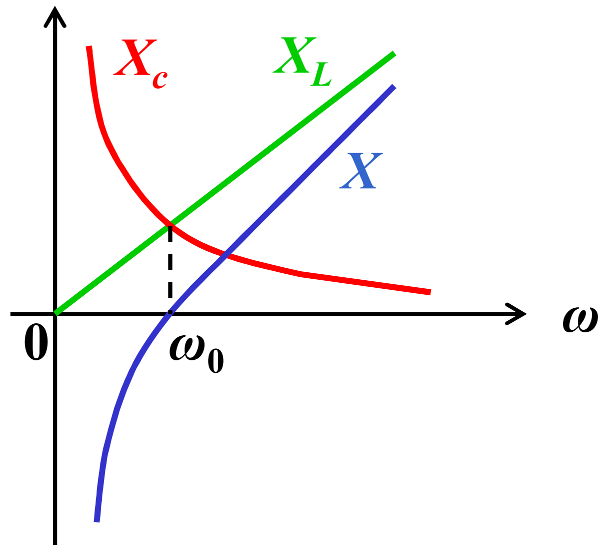
$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = Z = R$$

发生谐振

§6—9　串联电路的谐振

一、串联谐振





$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j(X_L - X_C) = R + jX$$

$\omega < \omega_0$时, $X = X_L - X_C < 0$，电路呈容性

$\omega > \omega_0$时, $X = X_L - X_C > 0$，电路呈感性

$\omega = \omega_0$时, $X = X_L - X_C = 0$，电路呈阻性

当 $X_L = X_C$ 时， $Z = R$ ，发生串联谐振

谐振时 $\omega_0 L = \dfrac{1}{\omega_0 C}$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$ ——谐振角频率

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$ ——谐振频率

二、串联谐振实现的方式

（1）LC不变，改变ω。

ω_0由电路本身的参数决定，一个 R L C 串联电路只能有一个对应的ω_0，当外加频率等于谐振频率时，电路发生谐振。

（2） 电源频率不变，改变 L 或 C（ 常改变C）。

三、串联谐振的特征

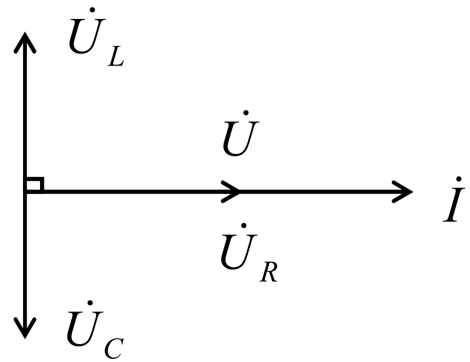
1. Z = R 为纯电阻。

端电压与端电流同相位。

2. $|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$ 谐振时为最小

$$I = \frac{U}{|Z|} = \frac{U}{R}$$ 电流最大

$$\dot{U}_x = \dot{U}_L + \dot{U}_C = 0 \qquad \dot{U} = \dot{U}_R$$



LC上的电压大小相等，相位相反，串联总电压为零，

也称电压谐振。

3. 特性阻抗: $\rho = \omega_0 L = \dfrac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\dfrac{L}{C}}$

品质因数 $Q = \dfrac{\rho}{R} = \dfrac{\omega_0 L}{R} = \dfrac{1}{R\omega_0 C} = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$

$$\dot{U}_L = j\omega_0 L\dot{I} = j\omega_0 L\frac{\dot{U}}{R} = jQ\dot{U}$$

$$\dot{U}_C = -j\frac{1}{\omega_0 C}\dot{I} = -jQ\dot{U}$$

4 谐振时的功率

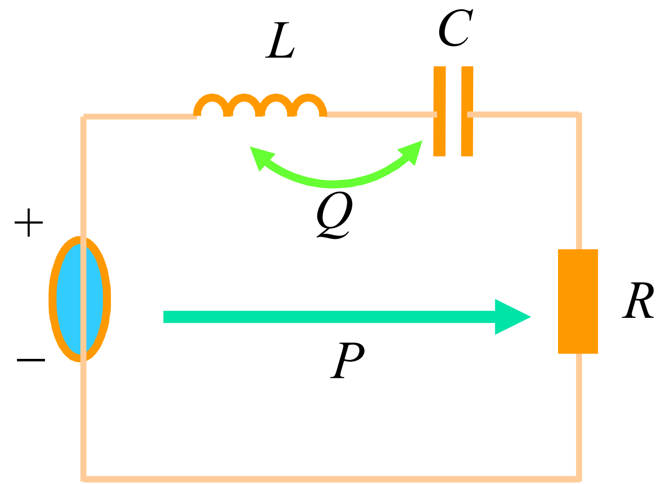
$P = UI\cos\varphi = UI = RI_0^2 = U^2/R$，

电源向电路输送电阻消耗的功率，电阻功率达最大。

$$Q = UI\sin\phi = Q_L + Q_C = 0$$

$$Q_L = \omega_0 L I_0^2,\quad Q_C = -\frac{1}{\omega_0 C} I_0^2 = -\omega_0 L I_0^2$$

电源不向电路输送无功。电感中的无功与电容中的无功大小相等，互相补偿，彼此进行能量交换。



设 $u = U_m \cos\omega_0 t$ 则 $i = I_m \cos\omega_0 t$

$$U_{Cm} = \frac{1}{\omega_0 C} I_m = \sqrt{\frac{L}{C}} I_m \qquad u_C = U_{cm}\cos(\omega_0 t - 90°)$$

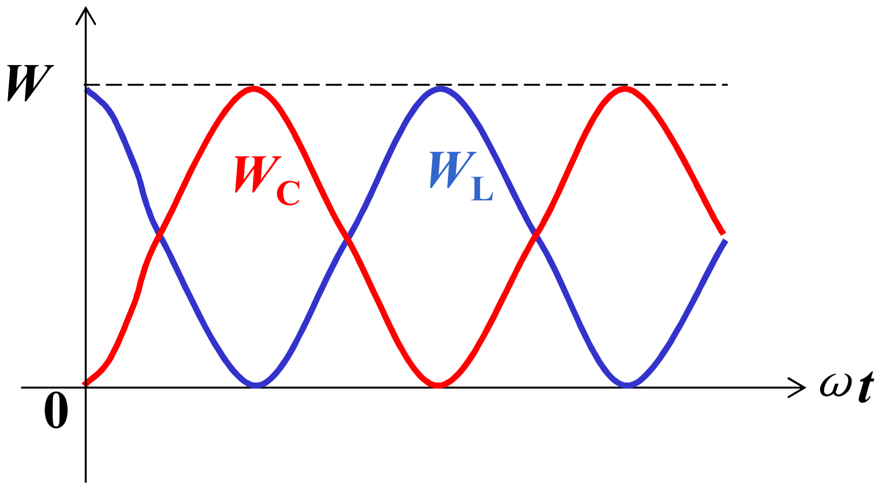
$$W_C = \frac{1}{2}Cu_C^2 = \frac{1}{2}LI_m^2 \sin^2\omega_0 t \quad \rightarrow \quad \text{电场能量}$$

$$W_L = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}LI_m^2 \cos^2\omega_0 t \quad \rightarrow \quad \text{磁场能量}$$

表明：

（1）电感和电容能量按正弦规律变化，最大值相等 $W_{Lm}=W_{Cm}$。L、C的电场能量和磁场能量作周期振荡性的能量交换，而不与电源进行能量交换。

(2) 任何时刻储存在*L*和*C*上能量的总和为常数。



$$W = W_L + W_C = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}Cu_C^2$$

$$= \frac{1}{2}LI_m^2 = \frac{1}{2}CU_{Cm}^2 \quad = 常数$$

四. *RLC*串联谐振电路的谐振曲线和选择性

谐振曲线 → 物理量与频率关系的图形称谐振曲线，研究谐振曲线可以加深对谐振现象的认识。

（1） 阻抗的频率特性

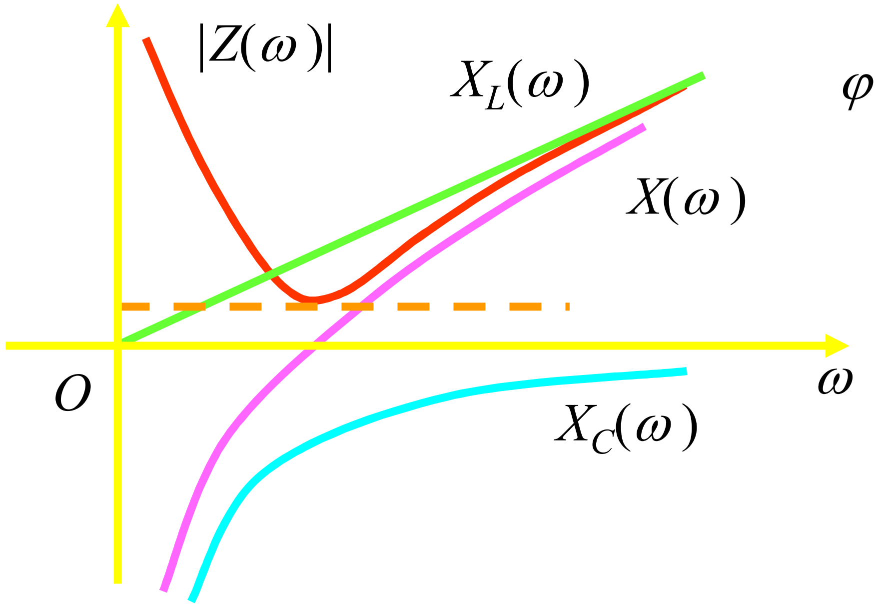
幅频特性

$$Z = R + \mathrm{j}(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = |Z(\omega)| \angle \varphi(\omega)$$

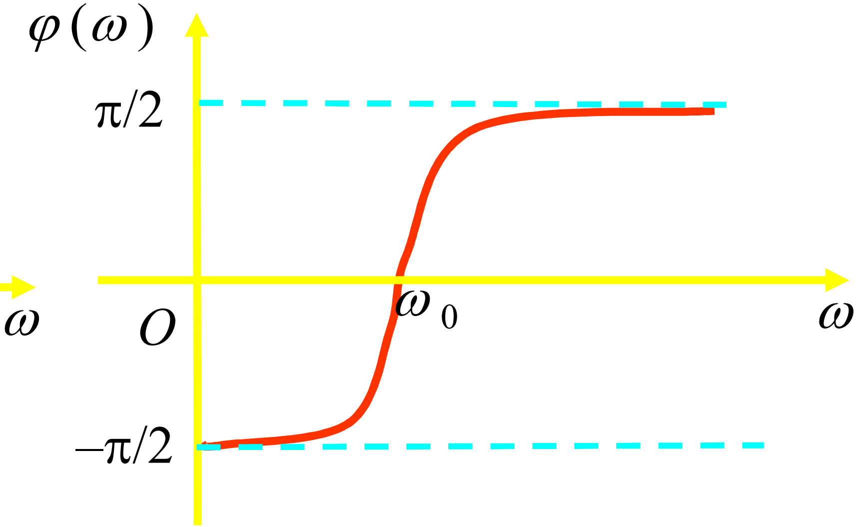
$$|Z(\omega)| = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = \sqrt{R^2 + (X_L + X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\phi(\omega) = \mathrm{tg}^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \mathrm{tg}^{-1} \frac{X_L + X_C}{R} = \mathrm{tg}^{-1} \frac{X}{R}$$

相频特性



阻抗幅频特性



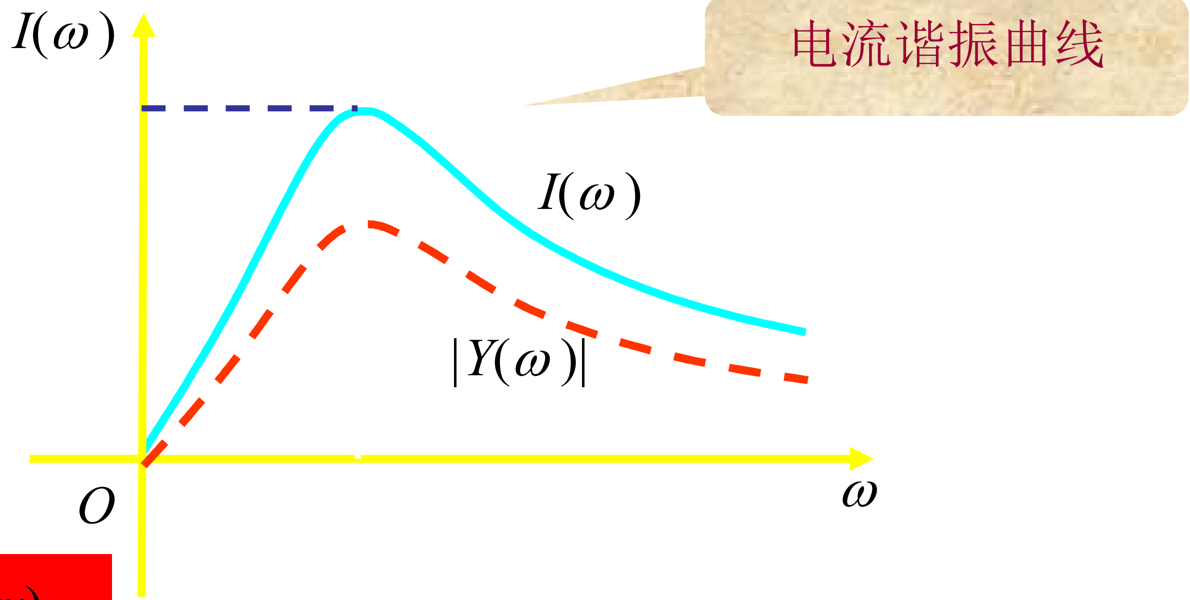
阻抗相频特性

2. 电流谐振曲线

幅值关系：

$$I(\omega)=\frac{U}{\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}}=|Y(\omega)|U$$

$I(\omega)$与 $|Y(\omega)|$相似。



● 选择性 (*selectivity*)

从电流谐振曲线看到，谐振时电流达到最大，当ω 偏离ω_0时，电流从最大值U/R降下来。即，串联谐振电路对不同频率的信号有不同的响应，对谐振信号最突出(表现为电流最大)，而对远离谐振频率的信号加以抑制(电流小)。这种对不同输入信号的选择能力称为“选择性”。

● 通用谐振曲线

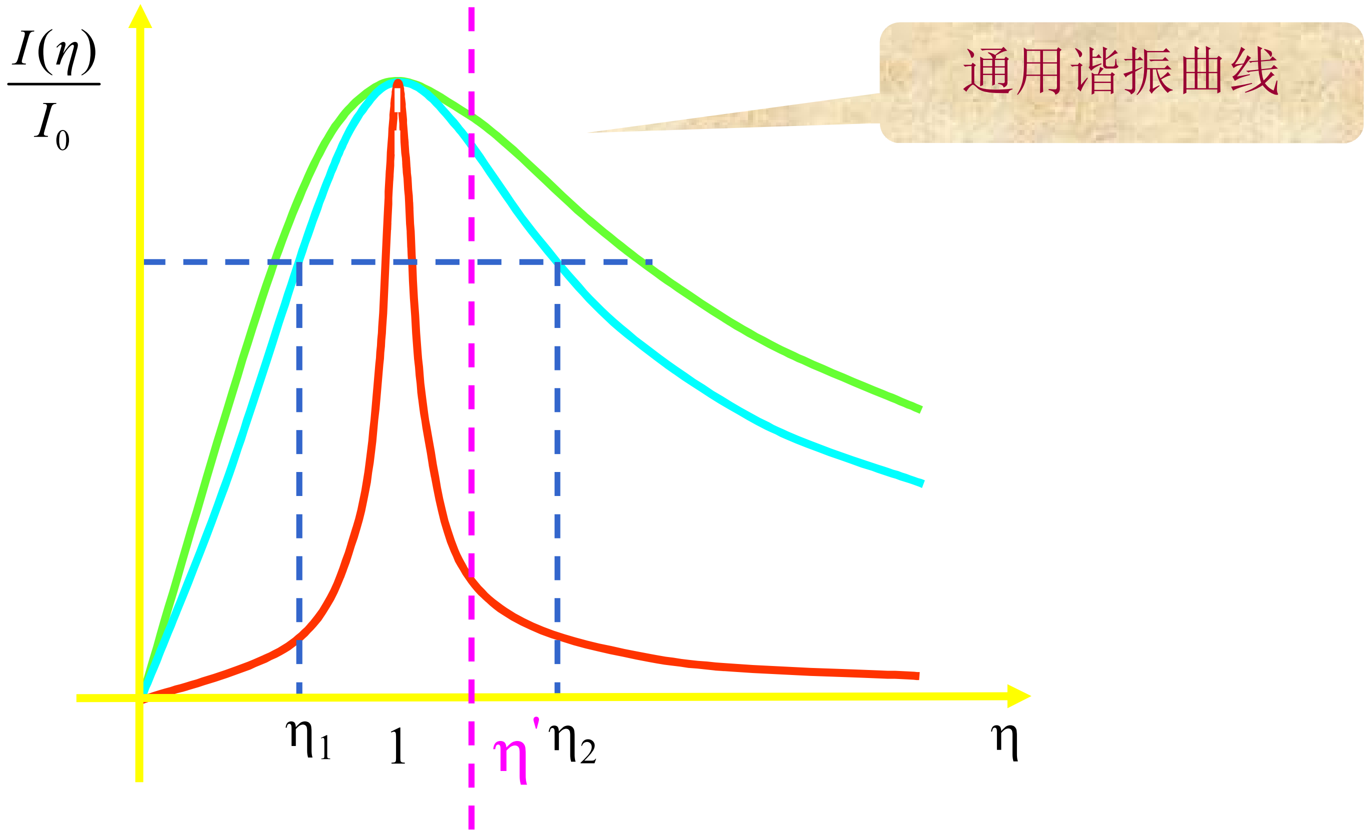
为了不同谐振回路之间进行比较，把电流谐振曲线的横、纵坐标分别除以ω_0和$I(\omega_0)$，即

$$\omega \to \frac{\omega}{\omega_0} = \eta, \quad I(\omega) \to \frac{I(\omega)}{I(\omega_0)} = \frac{I(\eta)}{I_0}$$

$$\frac{I(\omega)}{I(\omega_0)} = \frac{U/|Z|}{U/R} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega RC})^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega_0 L}{R} \cdot \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{\omega_0 RC} \cdot \frac{\omega_0}{\omega})^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (Q \cdot \frac{\omega}{\omega_0} - Q \cdot \frac{\omega_0}{\omega})^2}}$$

$$\boldsymbol{\frac{I(\eta)}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2(\eta - \frac{1}{\eta})^2}}}$$



Q越大，谐振曲线越尖。当稍微偏离谐振点时，曲线就急剧下降，电路对非谐振频率下的电流具有较强的抑制能力，所以选择性好。因此，Q是反映谐振电路性质的一个重要指标。

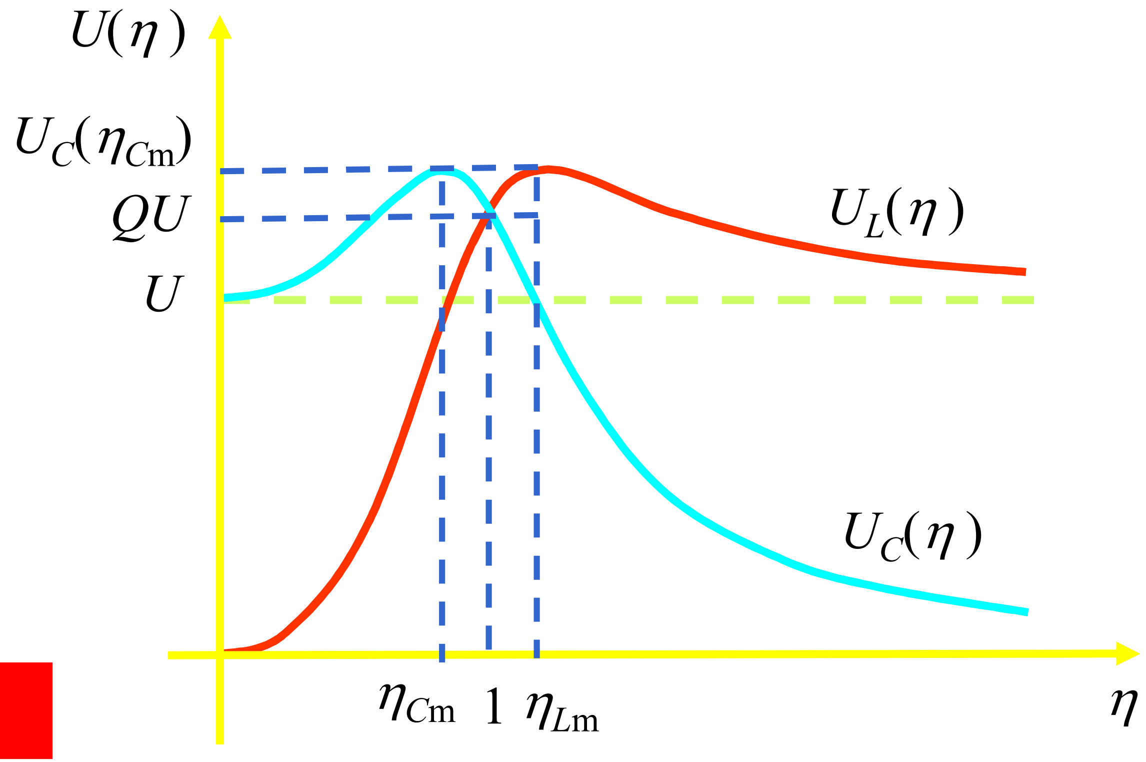
（3） $U_L(\omega)$与$U_C(\omega)$的频率特性

$$U_L(\omega) = \omega L I = \omega L \cdot \frac{U}{|Z|} = \frac{\omega L U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$= \frac{QU}{\sqrt{\frac{1}{\eta^2} + Q^2 (1 - \frac{1}{\eta^2})^2}}$$

$$U_C(\omega) = \frac{I}{\omega C} = \frac{U}{\omega C \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$= \frac{QU}{\sqrt{\eta^2 + Q^2 (\eta^2 - 1)^2}}$$



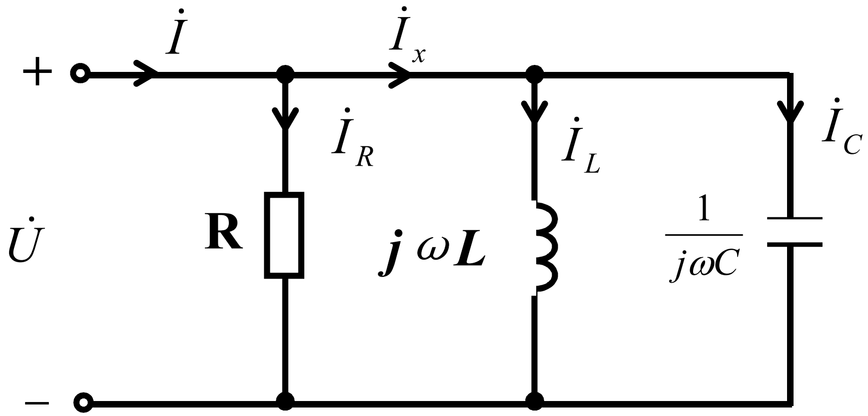
$U_L(\omega)$：

当ω=0，$U_L(\omega)$=0；0<ω<ω_0，$U_L(\omega)$增大；ω=ω_0，$U_L(\omega)$=QU；ω>ω_0，电流开始减小，但速度不快，X_L继续增大，U_L 仍有增大的趋势，但在某个ω下$U_L(\omega)$达到最大值，然后减小。$\omega\to\infty$，$X_L\to\infty$，$U_L(\infty)$=U。

类似可讨论$U_C(\omega)$。

§6－10　并联电路的谐振

一、并联谐振



$$Y=\frac{1}{R}+j(\omega C-\frac{1}{\omega L})$$

当　$\omega C-\dfrac{1}{\omega L}=0$　时，

电路并联谐振。

谐振角频率　$\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

二、并联谐振时的特点

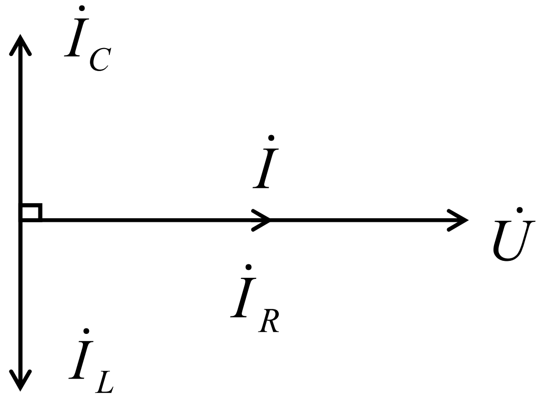
1.　$\dot{U}$　与　$\dot{I}$　同相位，电路呈阻性

2. $\because$　$|Y|=\sqrt{G^2+B^2}$　，谐振时$|Y|=G$为最小

若端电流I一定，则谐振时端电压为最大

3. 定义品质因数Q

$$Q=\frac{1}{\omega_0 L}\Big/\frac{1}{R}=\frac{R}{\omega_0 L}=\omega_0 CR=R\sqrt{\frac{C}{L}}$$



$$\dot I_x=\dot I_L+\dot I_C=0$$

$$\dot I_L=\frac{1}{j\omega_0 L}\dot U=\frac{1}{j\omega_0 L}\cdot R\dot I=-jQ\dot I$$

$$\dot I_C=j\omega_0 C\dot U=j\omega_0 C\cdot R\dot I=jQ\dot I$$

$$\dot I=\dot I_R$$

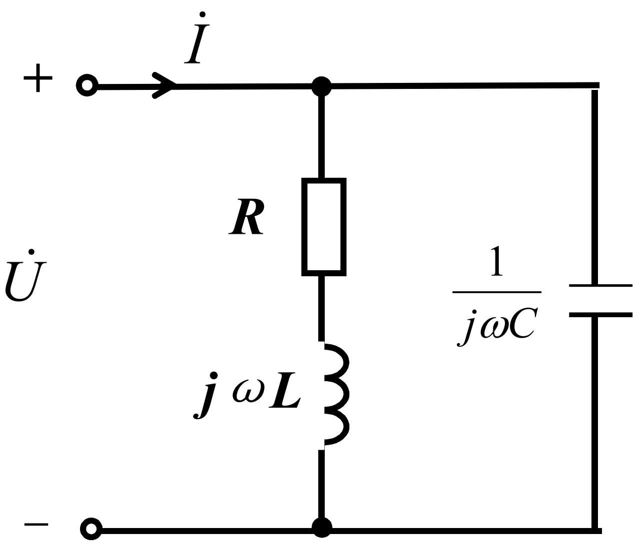
三、并联谐振电路的频率特性

$$U=\frac{I}{\sqrt{G^2+(\omega C-\frac{1}{\omega L})^2}}=\frac{I}{\sqrt{G^2+(\frac{\omega}{\omega_0}\omega_0 C-\frac{\omega_0}{\omega}\frac{1}{\omega_0 L})^2}}=\frac{I/G}{\sqrt{1+Q^2(\eta-\frac{1}{\eta})^2}}$$

$$\frac{I}{G}=U_0 \qquad \frac{U}{U_0}=\frac{1}{\sqrt{1+Q^2(\eta-\frac{1}{\eta})^2}}$$

当Q较大时，选频特性好，反之选频特性差。

四、工程上的并联谐振电路：线圈与电容并联



端口的等效导纳

$$Y=\frac{1}{R+j\omega L}+j\omega C$$

$$=\frac{R-j\omega L}{R^2+(\omega L)^2}+j\omega C$$

$$= \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + j[\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}]$$

当电路谐振时

$$\omega_0 C - \frac{\omega_0 L}{R^2 + (\omega_0 L)^2} = 0$$

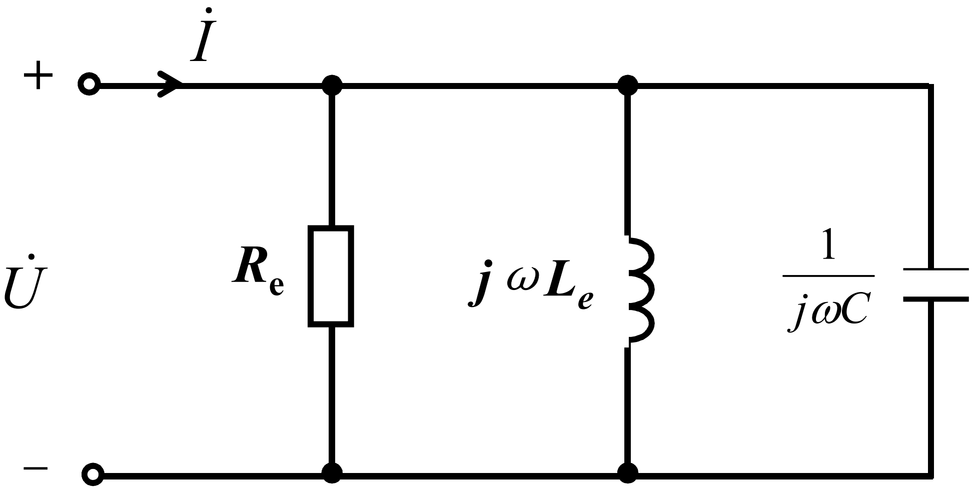
得 $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{1 - \frac{CR^2}{L}}$

当 $1 - \frac{C}{L}R^2 > 0$ 即 $R < \sqrt{\frac{L}{C}}$ 时，电路可以产生谐振

当 $1 - \frac{C}{L}R^2 < 0$ 即 $R > \sqrt{\frac{L}{C}}$ 时，电路不会产生谐振

令 $$\frac{R^2+(\omega L)^2}{R}=R_e\ ,\qquad \frac{R^2+(\omega L)^2}{\omega L}=\omega L_e$$

$$Y=\frac{R}{R^2+(\omega L)^2}+j[\omega C-\frac{\omega L}{R^2+(\omega L)^2}]=\frac{1}{R_e}+j[\omega C-\frac{1}{\omega L_e}]$$



电路的品质因数

$$Q=\frac{R_e}{\omega_0 L_e}=\frac{R^2+(\omega_0 L)^2}{R}\Big/\frac{R^2+(\omega_0 L)^2}{\omega_0 L}=\frac{\omega_0 L}{R}$$

谐振频率 $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{L_e C}}$

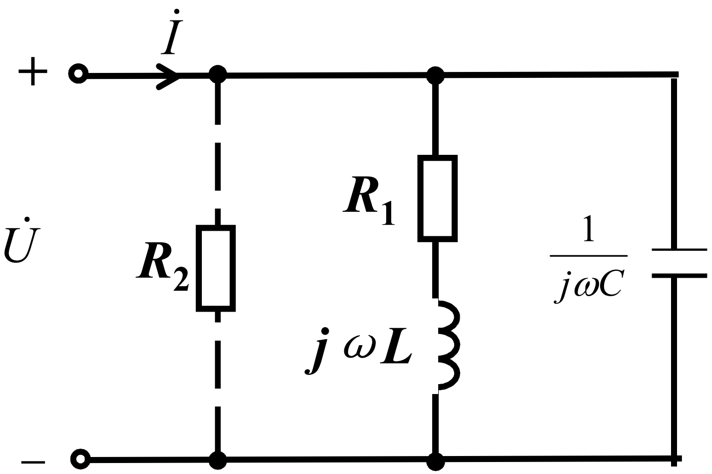
谐振时： $Y=\frac{1}{R_e}=\frac{R}{R^2+(\omega_0 L)^2}$

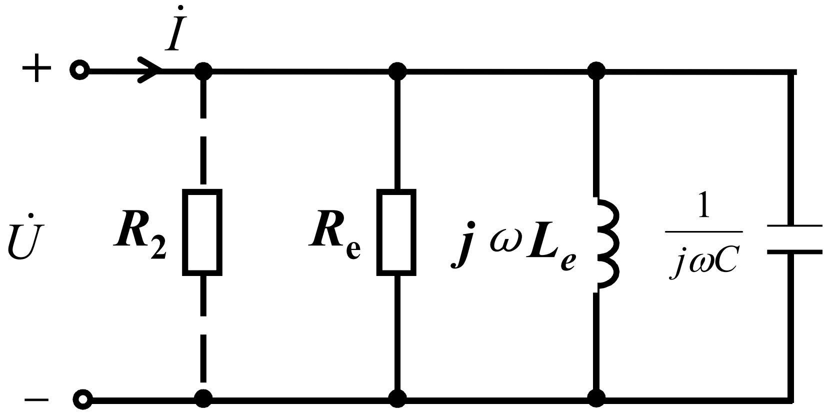
$$Z=R_e=\frac{R^2+(\omega_0 L)^2}{R}=\frac{L}{RC}$$

当**Q>>1**时，即 $\omega_0 L>>R$ 时，

$$L_e\approx L,\quad R_{\mathrm{e}}\approx\frac{\omega_0^2 L^2}{R}$$

例6—13： 一个电阻为R_1=10Ω的线圈，品质因数为100，与电容接成并联谐振电路，如再并一个R_2=100KΩ的电阻，整个电路的品质因数为多少？





解：并电阻R_2前 $$Q_1=\frac{\omega_0 L}{R_1}=100$$

$$\omega_0 L=100R_1=1000\Omega$$

$$\because \quad Q_1 >> 1$$

$$\omega_0 L_e \approx \omega_0 L = 10^3 \Omega$$

$$R_e \approx \frac{(\omega_0 L)^2}{R_1} = \frac{10^6}{10} = 10^5 \Omega$$

并 **$\mathbf{R_2}$** 后，等效电阻

$$R = \frac{R_2 R_e}{R_2 + R_e} = 5 \times 10^4 \Omega$$

$$Q_2 = \frac{R}{\omega_0 L_e} = \frac{5 \times 10^4}{10^3} = 50$$