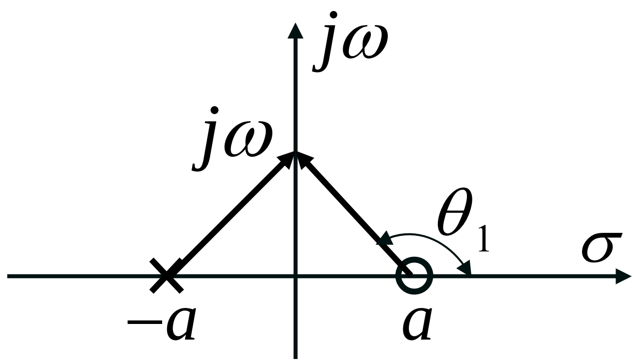
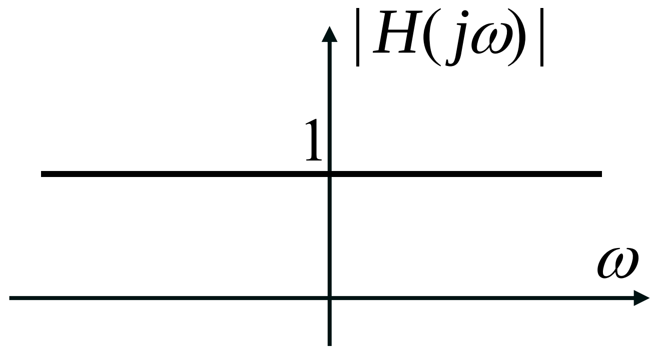
全通系统：

考查零极点对称分布的系统

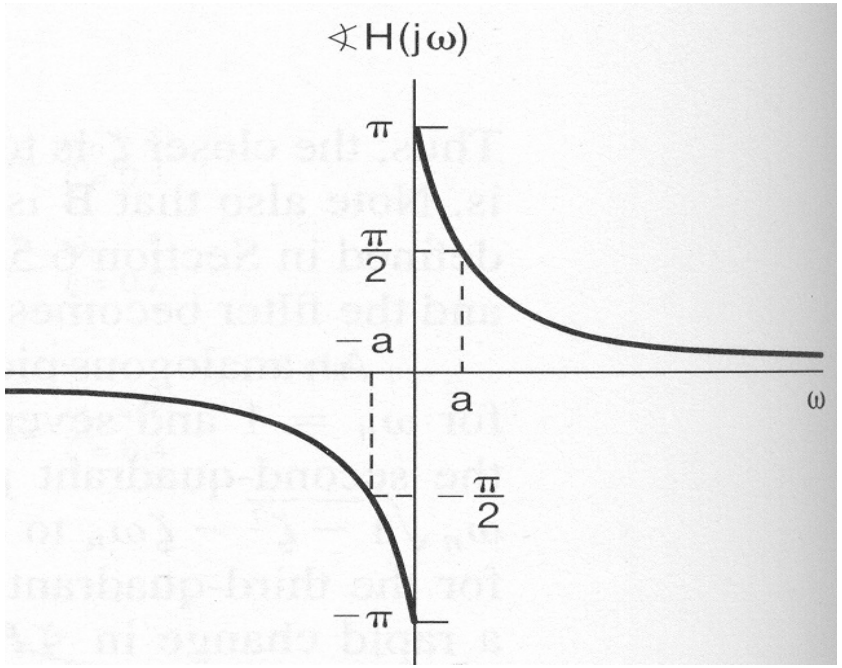
$$H(s)=\frac{s-a}{s+a}$$ （一阶全通系统）

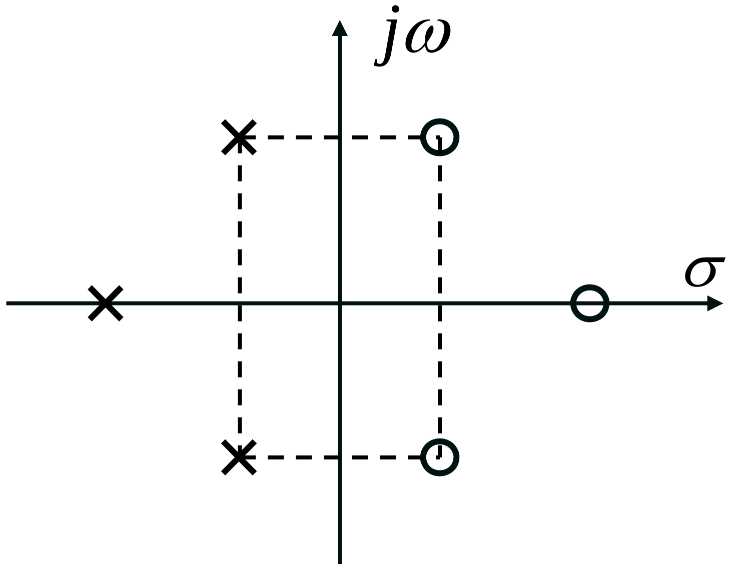
❖ 该系统的 $|H(j\omega)|$ 在任何时候都等于1，所以称为全通系统。





❖ 其相位特性 $\sphericalangle H(j\omega)=\theta_1-(\pi-\theta_1)=2\theta_1-\pi$





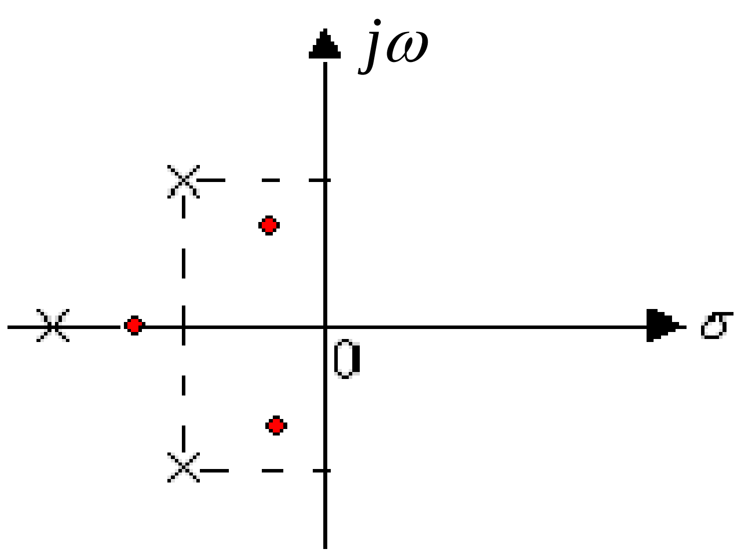
三阶全通系统

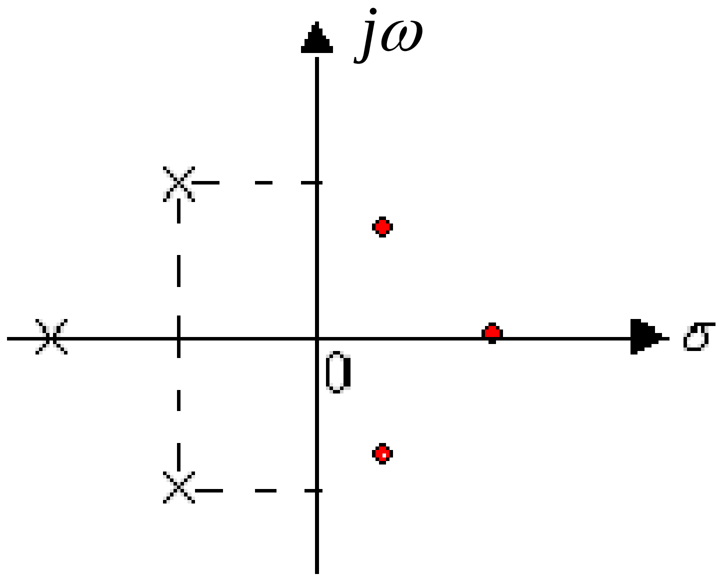
全通系统的零极点分布呈四角对称特征。

全通系统被广泛用于对系统进行相位均衡。

最小相位系统：

考察两个系统，它们的极点相同，零点分布关于 $j\omega$ 轴对称。其中一个系统的零点均在左半平面，另一个系统的零点均在右半平面。



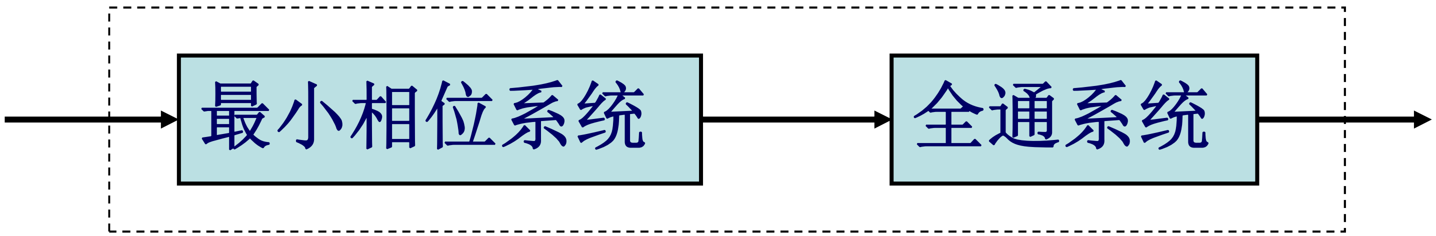


显然这两个系统的幅频特性是相同的。但零点在左半平面的系统其相位总小于零点在右半平面的系统。因此将零极点均位于左半平面的系统称为最小相位系统。

工程应用中设计的各种频率选择性滤波器，如：**Butterworth** 、**Chebyshev**、 **Cauer**滤波器都是最小相位系统。

从本质上讲系统的特性是由系统的零、极点分布决定的。对系统进行优化设计，实质上就是优化其零、极点的位置。

当工程应用中要求实现一个非最小相位系统时，通常采用将一个最小相位系统和一个全通系统级联来实现。

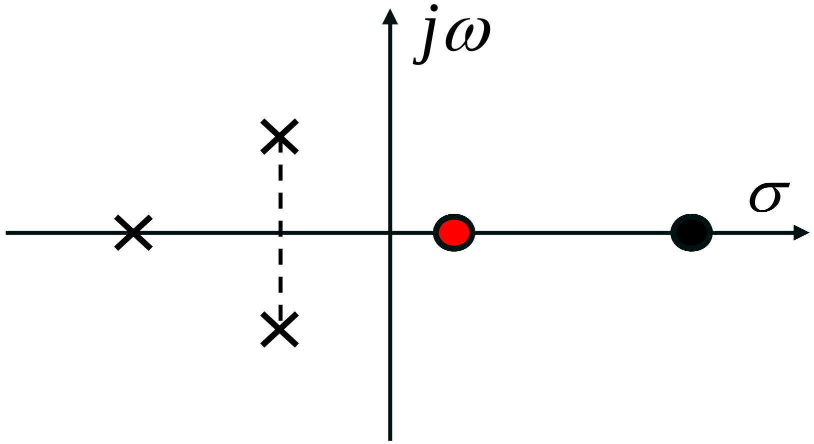


根据零极点分布图判断它们对应哪种系统：

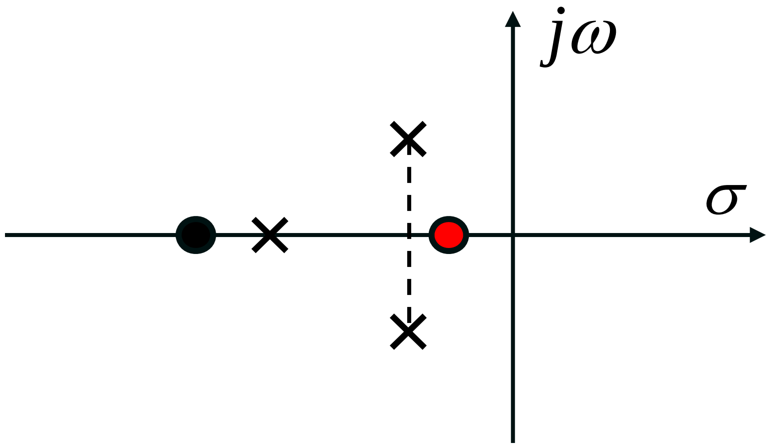
1. 全通系统

2. 最小相位系统

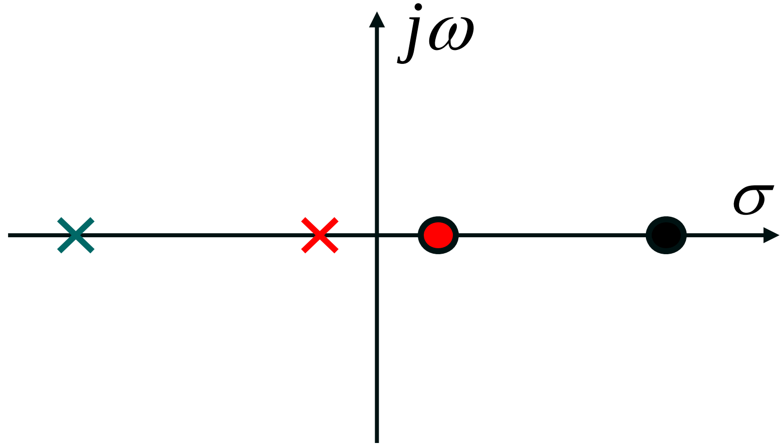
3. 非最小相位系统



非最小相位系统



最小相位系统



全通系统

傅里叶变换的特征函数：$e^{j\omega t}$

输入信号为 $e^{j\omega_0 t}$，则输出信号为 $H(j\omega_0) \times e^{j\omega_0 t}$

推导：$y(t) = x(t) * h(t) = e^{j\omega_0 t} * h(t)$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \times e^{j\omega_0 (t-\tau)}\, d\tau$$

$$= e^{j\omega_0 t} \times \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \times e^{-j\omega_0 \tau}\, d\tau$$

$$= H(j\omega_0) \times e^{j\omega_0 t}$$

拉普拉斯变换的特征函数：e^{st}

输入信号为 $e^{s_0 t}$，则输出信号为 $H(s_0) \times e^{s_0 t}$

推导：$y(t) = x(t) * h(t) = e^{s_0 t} * h(t)$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \times e^{s_0 (t-\tau)}\, d\tau$$

$$= e^{s_0 t} \times \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \times e^{-s_0 \tau}\, d\tau$$

$$= e^{s_0 t} \times H(s_0) = H(s_0) \times e^{s_0 t}$$

Z变换 的 特征函数：a^k

输入信号为 a^k，则输出信号为 $H(a)\times a^k$

推导：$y[k]=x[k]*h[k]=a^k*h[k]$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}h[n]\times a^{k-n}$$

$$=a^k\times\sum_{n=-\infty}^{\infty}h[n]\times a^{-n}$$

$$=a^k\times H(a)=H(a)\times a^k$$

例： $F(z)=\dfrac{z^2}{z^2+a^2},|z|>a,$ 求 $f[k]$

解： **$F(z)$有一对共轭复根时部分分式展开，可以直接利用**

$$\sin(\Omega_0 k)u[k] \xleftrightarrow{Z} \frac{\sin\Omega_0 z^{-1}}{1-2z^{-1}\cos\Omega_0+z^{-2}}$$

$$\sin(\Omega_0 (k+1))u[k] \xleftrightarrow{Z} \frac{\sin\Omega_0}{1-2z^{-1}\cos\Omega_0+z^{-2}}$$

例： $F(z)=\dfrac{z^2}{z^2+a^2}, |z|>a$, 求 $f[k]$

解： $$F(z)=\frac{1}{1+(z/a)^{-2}}$$

$$F_1(z)=\frac{1}{1+z^{-2}} \Longrightarrow f_1[k]=\sin(\frac{\pi}{2}(k+1))u[k]$$

由指数加权性质

$$f[k]=a^k\cos(\frac{\pi}{2}k)u[k]$$

例：$F(z)=\dfrac{1}{(1+2z^{-1})(1+z^{-1}+z^{-2})}, |z|>0$ 求$f[k]$。

解：

$$F(z)=\frac{A}{1+2z^{-1}}+\frac{Bz^{-1}+C}{1+z^{-1}+z^{-2}}$$

B, *C*用待定系数法求

$$1+z^{-1}+z^{-2}=1-2\cos(2\pi/3)z^{-1}+z^{-2}$$

A=4/3，*B*=–2/3，*C*= –1/3;

$$f[k]=[\frac{4}{3}(-2)^k-\frac{2\sin(\frac{2\pi}{3}k)}{3\sin(2\pi/3)}-\frac{2\sin(\frac{2\pi}{3}(k+1))}{3\sin(2\pi/3)}]$$