习 题 2

2.1　写出下列微分方程对应的算子方程，并求出传输算子 $H(p)$。

① $\dfrac{\mathrm{d}^3y(t)}{\mathrm{d}t^3}+4\dfrac{\mathrm{d}^2y(t)}{\mathrm{d}t^2}+5\dfrac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+2y(t)=\dfrac{\mathrm{d}^2f(t)}{\mathrm{d}t^2}+2\dfrac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}+f(t)$

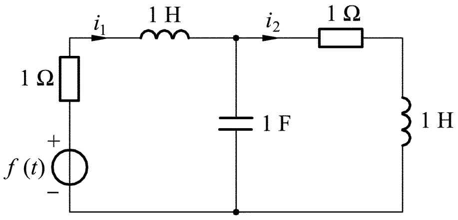
② $\dfrac{\mathrm{d}^2y(t)}{\mathrm{d}t^2}+5\dfrac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+6y(t)=\dfrac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}+f(t)$

2.2　已知传输算子 $H(p)$ 如下，试写出对应的微分方程。

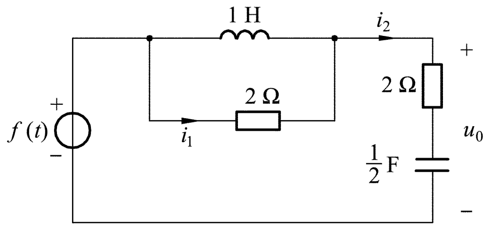
① $H(p)=\dfrac{p+4}{p(p^2+3p+2)}$　　　② $H(p)=\dfrac{3p+1}{p(p^2+4p+8)}$

2.3　求题 2.3 图所示电路中 i_1 对 $f(t)$ 的传输算子 $H(p)$。

2.4　求题 2.4 图所示电路中 u_0 对 $f(t)$ 的传输算子 $H(p)$。



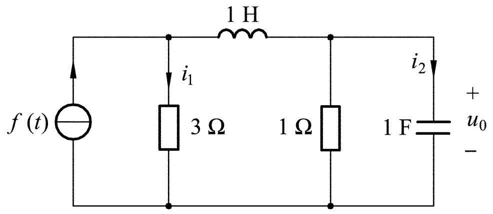
题 **2.3** 图



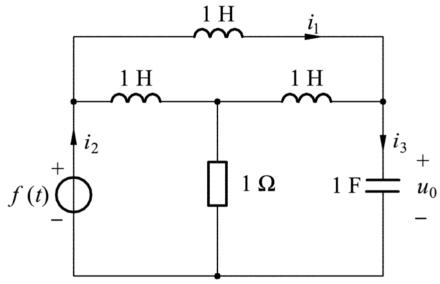
题 **2.4** 图

2.5　求题 2.5 图所示电路中 i_2 对 $f(t)$ 的传输算子 $H(p)$。

2.6　求题 2.6 图所示电路中 u_0 对 $f(t)$ 的传输算子 $H(p)$。



题 **2.5** 图



题 **2.6** 图

2.7　已知系统的微分方程为

$$\frac{\mathrm{d}^2y(t)}{\mathrm{d}t^2}+3\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+2y(t)=\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}+4f(t)$$

输入信号 $f(t)=\mathrm{e}^{-2t}u(t)$，初始条件为 $y(0)=0$，$y'(0)=0$，试用微分方程经典解法求系统的全响应。

2.8　已知系统的微分方程和初始条件如下，求系统的零输入响应。

① $y''(t)+4y'(t)+3y(t)=f'(t)+2f(t)$，$y(0\_)=0$，$y'(0\_)=2$

② $y''(t)+2y'(t)+y(t)=f(t)$，$y_{\mathrm{x}}(0\_)=1$，$y'_{\mathrm{x}}(0\_)=0$

③ $y''(t)+4y'(t)+8y(t)=3f(t)$，$y(0\_)=1$，$y'(0\_)=0$

④ $y''(t)+9y(t)=f(t)$，$y(0\_)=1$，$y'(0\_)=3$

⑤ $y'''(t)+5y''(t)+8y'(t)+4y(t)=f(t)$，$y(0\_)=3$，$y'(0\_)=4$，$y''(0\_)=-8$

2.9　已知系统的传输算子和初始条件如下，求系统的零输入响应。

① $H(p)=\dfrac{p(p+3)}{(p+1)(p+2)}$，$y_{\mathrm{x}}(0\_)=2$，$y'_{\mathrm{x}}(0\_)=3$

② $H(p)=\dfrac{p+1}{(p+1)(p+3)^2}$，$y_{\mathrm{x}}(0_+)=2$，$y'_{\mathrm{x}}(0_+)=1$，$y''_{\mathrm{x}}(0_+)=0$

③ $H(p)=\dfrac{p+4}{p(p^2+3p+2)}$，$y(0\_)=0$，$y'(0\_)=1$，$y''(0\_)=0$

2.10　已知系统的微分方程如下，求系统的单位冲激响应 $h(t)$。

① $y''(t)+4y'(t)+3y(t)=f'(t)+2f(t)$　　　② $y''(t)+2y'(t)+y(t)=f(t)$

③ $y''(t)+4y'(t)+8y(t)=3f(t)$　　　　④ $y''(t)+9y(t)=f(t)$

⑤ $y'''(t)+5y''(t)+8y'(t)+4y(t)=f(t)$

2.11　已知系统的传输算子 $H(p)$ 如下，求系统的单位冲激响应 $h(t)$。

① $H(p)=\dfrac{p(p+3)}{(p+1)(p+2)}$　　② $H(p)=\dfrac{p+1}{(p+1)(p+3)^2}$　　③ $H(p)=\dfrac{p+4}{p(p^2+3p+2)}$

2.12　已知系统的微分方程为

$$y''(t)+5y'(t)+6y(t)=f'(t)+f(t)$$

初始条件为 $y(0_-)=0$，$y'(0_-)=2$，求在下列输入信号作用下的零输入响应、零状态响应和全响应。

① $f(t)=u(t)$　　② $f(t)=\mathrm{e}^{-2t}u(t)$

2.13　计算下列卷积积分 $f_1(t)*f_2(t)$。

① $f_1(t)=t^2u(t)$，$f_2(t)=3u(t)$　　② $f_1(t)=\mathrm{e}^{-t}$，$f_2(t)=\mathrm{e}^{-2t}u(t)$

③ $f_1(t)=tu(t)$，$f_2(t)=\mathrm{e}^{-2t}u(t)$　　④ $f_1(t)=\cos t\,u(t)$，$f_2(t)=\mathrm{e}^{-t}u(t)$

⑤ $f_1(t)=\mathrm{e}^{t}u(1-t)$，$f_2(t)=u(t-2)$　　⑥ $f_1(t)=\delta(t)$，$f_2(t)=\cos(\omega t+45°)$

2.14　计算下列卷积积分 $f_1(t)*f_2(t)$。

① $f_1(t)=\sin(\pi t)u(t)$，$f_2(t)=u(t)-u(t-2)$　　② $f_1(t)=tu(t)$，$f_2(t)=u(t)-u(t-1)$

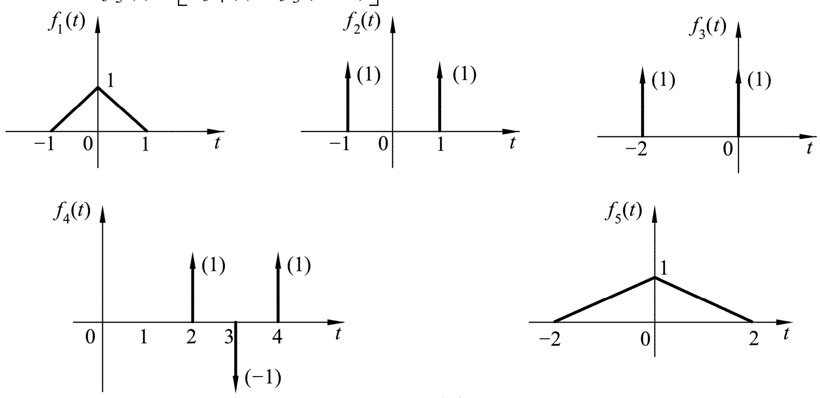
③ $f_1(t)=tu(t-1)$，$f_2(t)=u(t+2)$　　④ $f_1(t)=\mathrm{e}^{-2t}u(t+3)$，$f_2(t)=u(t-5)$

⑤ $f_1(t)=u(t-1)-u(t-2)$，$f_2(t)=u(t+1)-u(t)$　　⑥ $f_1(t)=\mathrm{e}^{t}u(-t)$，$f_2(t)=\mathrm{e}^{2t}u(-t)$

2.15　已知函数波形如题 2.13 图所示，计算下列卷积。

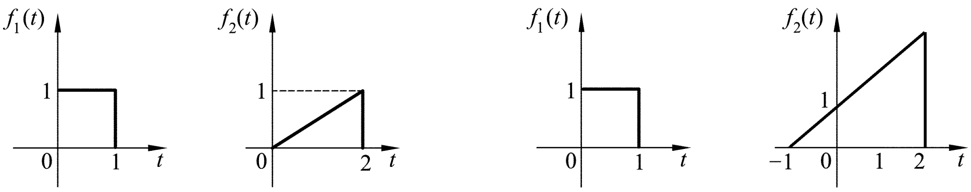
① $f_1(t)*f_2(t)$　　② $f_1(t)*f_3(t)$

③ $f_1(t)*f_4(t)$　　④ $f_5(t)*\left[2f_4(t)-f_3(t-4)\right]$



题 **2.15** 图

2.16　已知信号波形如题图 2.14 所示，计算卷积 $f_1(t)*f_2(t)$。



（a）　　　　（b）

题 **2.16** 图

2.17　已知传输算子为

$$H(p)=\frac{p^2+4p+5}{p^2+3p+2}$$

输入信号 $f(t)=u(t)$，初始条件为 $y(0_-)=0$，$y'(0_-)=3$，求：

① 系统的零输入响应 ② 系统的单位冲激响应 ③ 系统的零状态响应 ④ 系统的全响应。

2.18　已知传输算子为 $H(p)=\dfrac{p+1}{p^2+2p+1}$，输入信号与初始条件如下，求系统的全响应。

① $f(t)=u(t)$， $y(0_-)=1$， $y'(0_-)=2$　　② $f(t)=u(t)$， $y(0_+)=3$， $y'(0_+)=5$

③ $f(t)=\mathrm{e}^{-t}u(t)$， $y(0_-)=1$， $y'(0_-)=2$　　④ $f(t)=\mathrm{e}^{-t}u(t)$， $y(0_+)=2$， $y'(0_+)=3$

2.19　已知传输算子为

$$H(p)=\frac{p+4}{p(p^2+3p+2)}$$

输入信号与初始条件如下，求系统的全响应。

① $f(t)=u(t)$， $y(0_-)=0$， $y'(0_-)=0$， $y''(0_-)=0$

② $f(t)=\mathrm{e}^{-3t}u(t)$， $y(0_-)=0$， $y'(0_-)=0$， $y''(0_-)=0$

2.20　已知传输算子为 $H(p)=\dfrac{3p+1}{p(p+1)^2}$，输入信号 $f(t)=u(t)$，初始条件为 $y(0_-)=0$， $y'(0_-)=0$， $y''(0_-)=0$，求系统的全响应。

2.21　已知传输算子为 $H(p)=\dfrac{1}{p+1}$，输入信号 $f(t)=\mathrm{e}^{2t}u(-t)$，求系统的零状态响应。

2.22　已知传输算子为 $H(p)=\dfrac{1}{p+1}$，输入信号 $f(t)=\mathrm{e}^{-2t}u(t)+\mathrm{e}^{2t}u(-t)$，求系统的零状态响应。

2.23　已知传输算子为 $H(p)=\dfrac{1-p}{1+p}$，输入信号 $f(t)=\mathrm{e}^{t}u(-t)$，求系统的零状态响应。

2.24　已知系统的微分方程为

$$y''(t)+5y'(t)+6y(t)=f(t)$$

且初始条件为 $y(0_-)=1$， $y'(0_-)=0$，求在下列输入信号作用下的系统完全响应 $y(t)$，并指出其零输入响应、零状态响应、自由响应、强迫响应、暂态响应和稳态响应。

① $f(t)=10\cos t\,u(t)$　　② $f(t)=\mathrm{e}^{-2t}u(t)$

2.25　证明：

① $f(t)*\delta(t-t_0)=f(t-t_0)$　　② $f(t)*u(t-t_0)=\int_{-\infty}^{t-t_0}f(\tau)\,\mathrm{d}\tau$

2.26　已知线性时不变系统的输入为 $f(t)$，系统的阶跃响应为 $g(t)$，试证明系统的零状态响应可以表示为

$$y_{\mathrm{f}}(t)=\int_{-\infty}^{t}f'(\lambda)g(t-\lambda)\mathrm{d}\lambda \qquad \text{（此式称为杜阿美尔积分）}$$