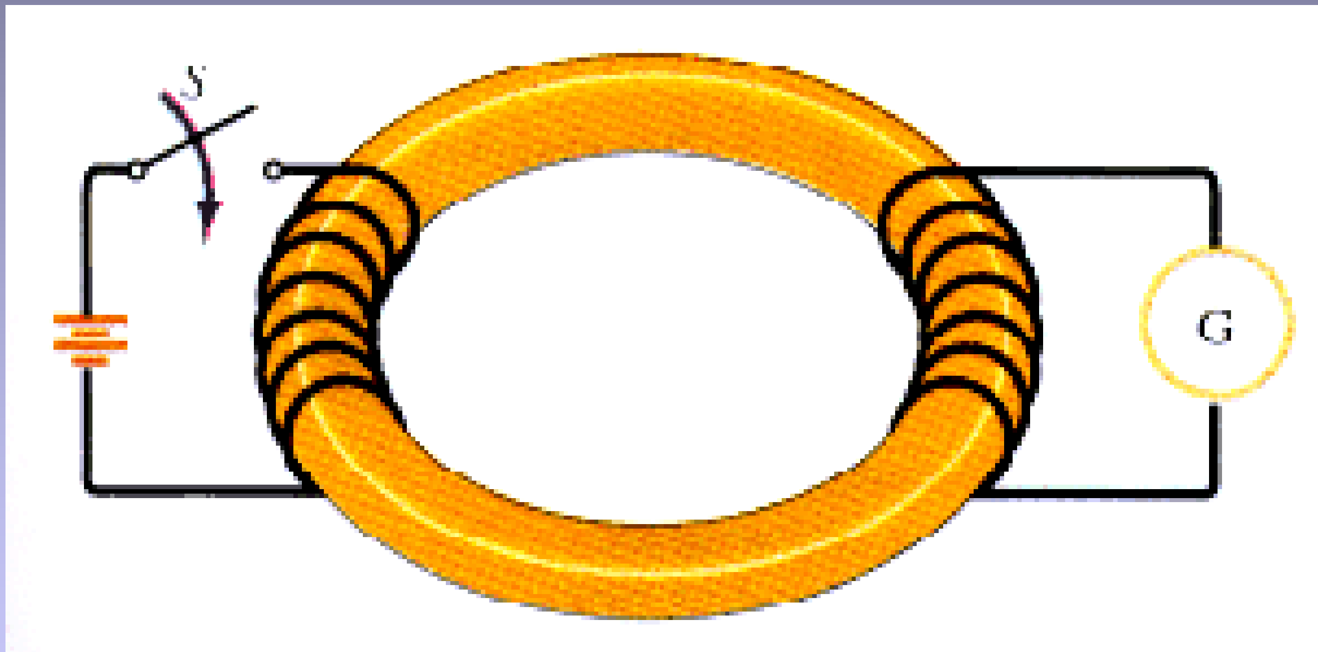
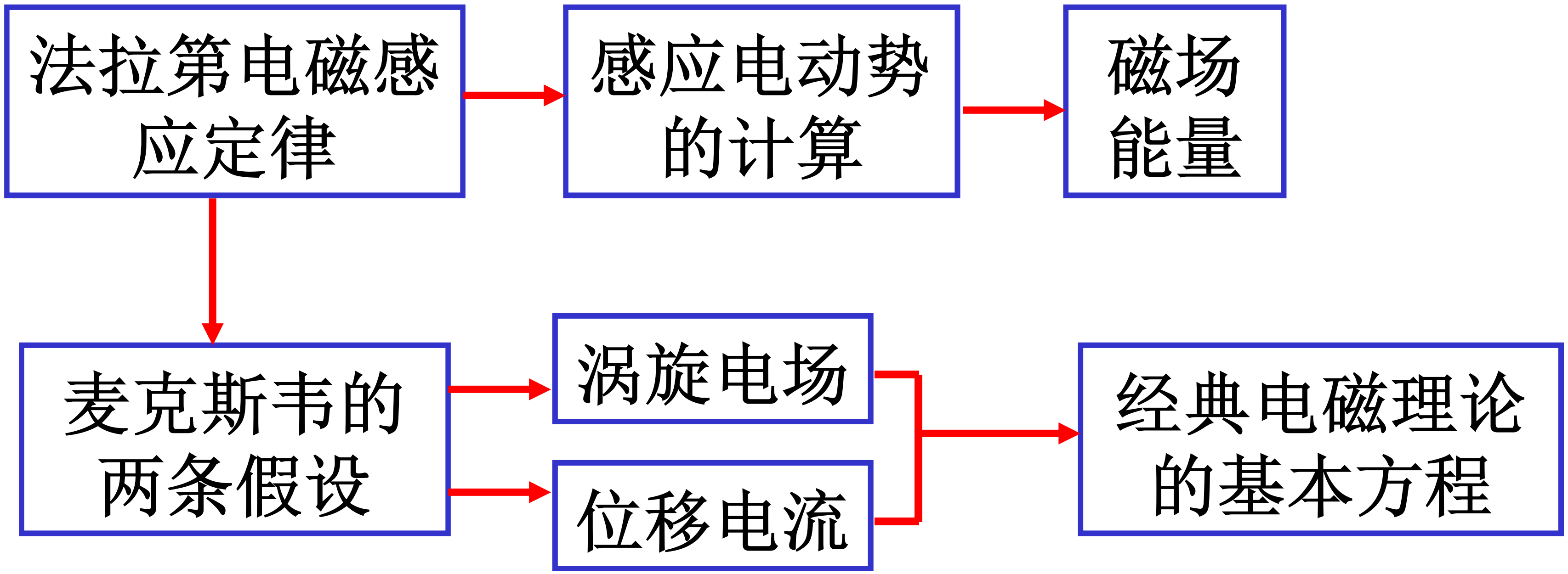
同学们好！



第十一章　变化中的磁场和电场

结构框图



学时：6

§ 11.1　电磁感应

一．法拉第电磁感应定律

1820年　：　　　　奥斯特实验：电 — 磁

1821 — 1831年：法拉第实验：磁 — 电

对称性

内容：闭合回路中感应电动势的大小与通过回路的磁通量的变化率成正比：

$$\varepsilon = -N\frac{\mathrm{d}\phi_m}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}(N\phi_m)}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\psi_m}{\mathrm{d}t}$$

$$\boxed{\varepsilon = -N\frac{\mathrm{d}\phi_m}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}(N\phi_m)}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\psi_m}{\mathrm{d}t}}$$

$\psi_m = N\phi_m$ ： 通过线圈的磁通链数（全磁通）

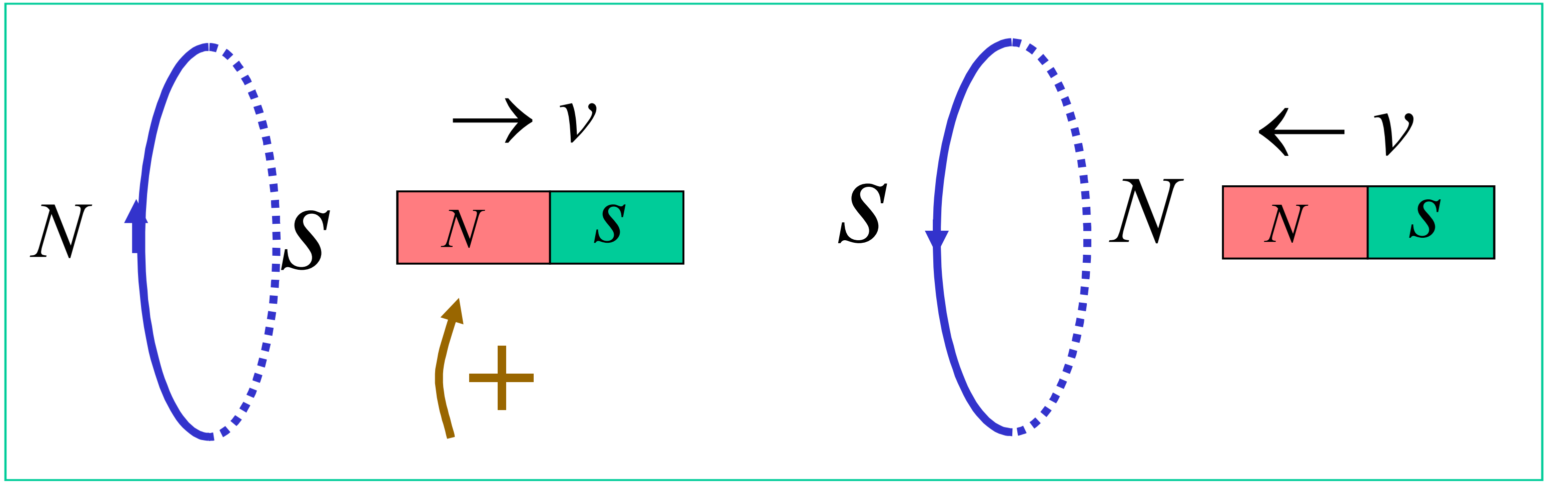
讨论：

(1) 式中负号含义？ 楞次定律的数学表达式

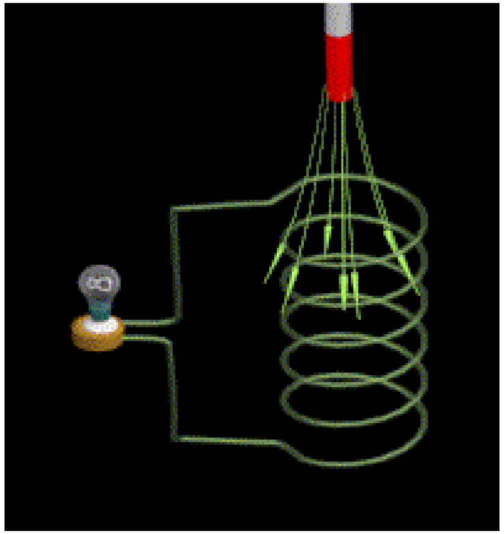
(2) 引起 ϕ_m 变化的原因有哪些？与参考系选择有关吗？

$$\boxed{\varepsilon = -N\frac{\mathrm{d}\phi_m}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}(N\phi_m)}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\psi_m}{\mathrm{d}t}}$$

(1) 式中负号含义，楞次定律的本质是什么？能量守恒



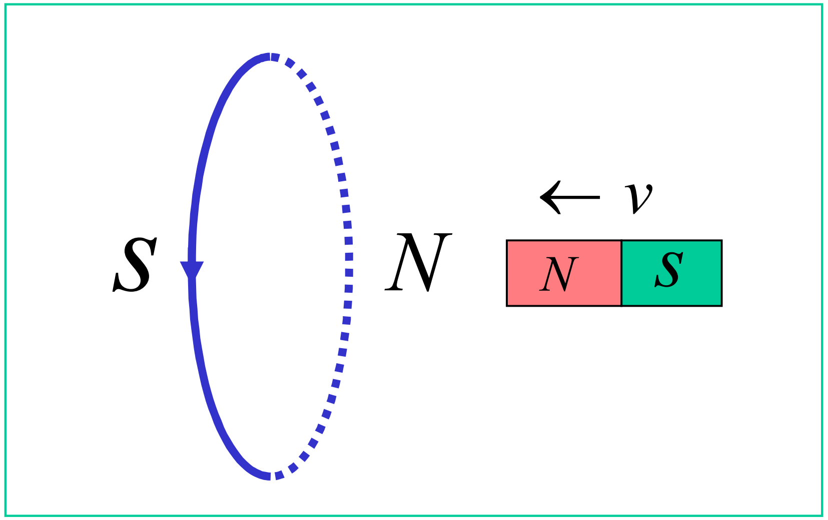
楞次定律揭示了电磁现象中的一种“惯性”现象，是能量守恒在电磁感应现象中的具体体现。



(2) 引起 ϕ_m变化的原因有哪些？与参考系选择有关吗？

$$\phi_m = \int_s \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_s B\cos\theta \mathrm{d}S$$

引起 ϕ_m变化的原因： B,θ,S 变化



对线圈参考系：$\vec{B}$ 变化

对磁铁参考系：

$\vec{B}$与 S相对位置关系变化。

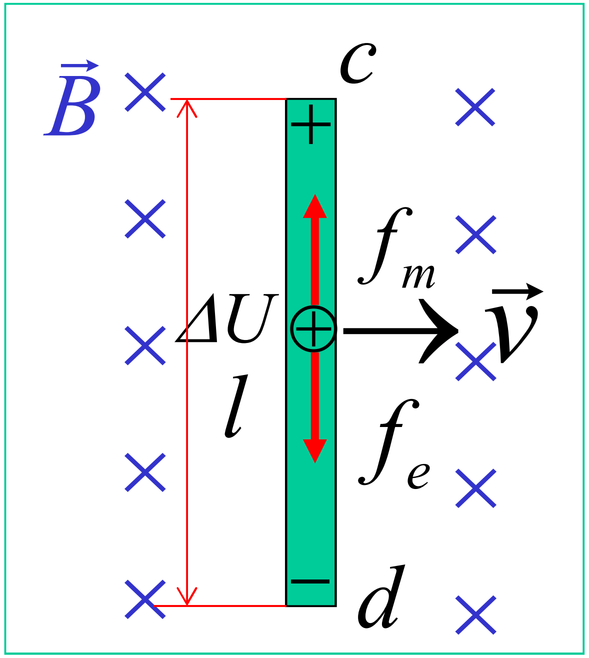
不同惯性系中的变换很难概括为一个简单公式，

分两种情况处理。

二. 动生电动势

1. 磁场不变，导体运动引起穿过回路的磁通量变化所产生的感应电动势叫动生电动势。

2. 产生机理：　产生 $\varepsilon_{动}$ 的非静电力是什么?

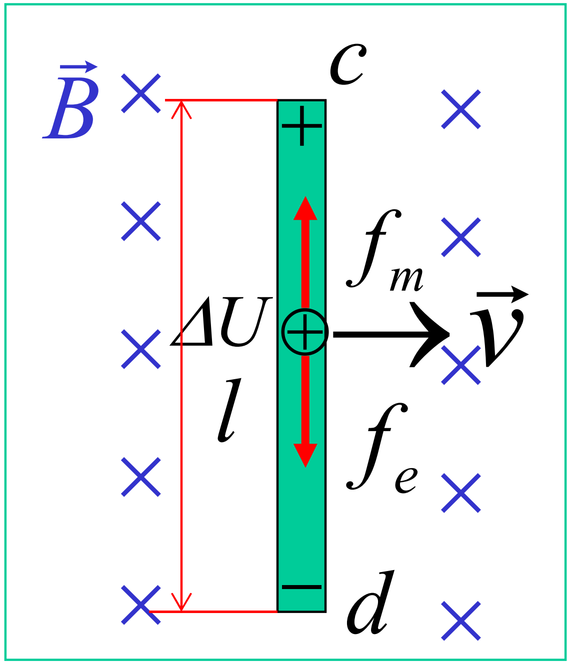


平衡时　$f_m = f_e$

$$qvB = qE = q\frac{\Delta U}{l}$$

$$\Delta U = Blv$$

cd ~ 电源，　反抗 $\vec{f}_e$ 做功，将 $+q$ 由负极→ 正极，维持 ΔU 的非静电力 — 洛仑兹力 $\vec{f}_m$



产生 $\varepsilon_{动}$的非静电力

$$\vec{F}_K = \vec{f}_m = q\vec{v}\times\vec{B}$$

非静电场强

$$\vec{E}_K = \frac{\vec{f}_m}{q} = \vec{v}\times\vec{B}$$

由电动势定义：

$$\varepsilon_{动} = \underset{（经内电路）}{\int_{-}^{+}} \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \underset{（经内电路）}{\int_{-}^{+}} (\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

或：

$$\varepsilon_{动} = \oint_L (\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

注：动生电动势只存在于运动导体内。

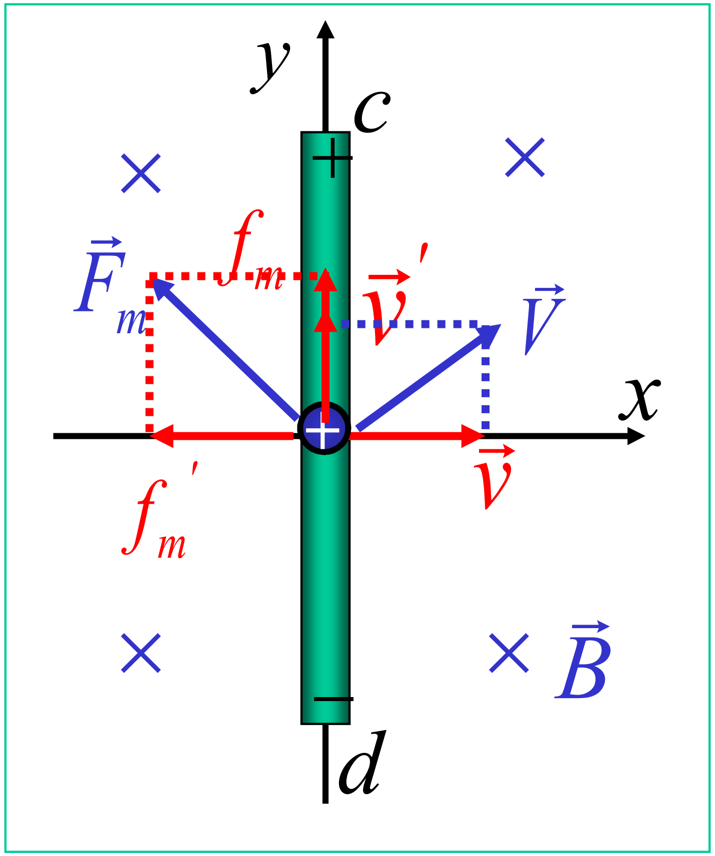
3. 能量关系

思考：

洛仑兹力不对运动电荷做功

洛仑兹力充当非静电力

矛盾？



$$A_{fm} > 0$$

$$A_{fm'} < 0$$

$$A_{Fm} = 0$$

充当非静电力的只是载流子所受总磁场力的一个分力

4. 计算（两种方法）

(1) 由电动势定义求

$$\varepsilon_{动}=\oint_L \vec{E}_K\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\oint_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

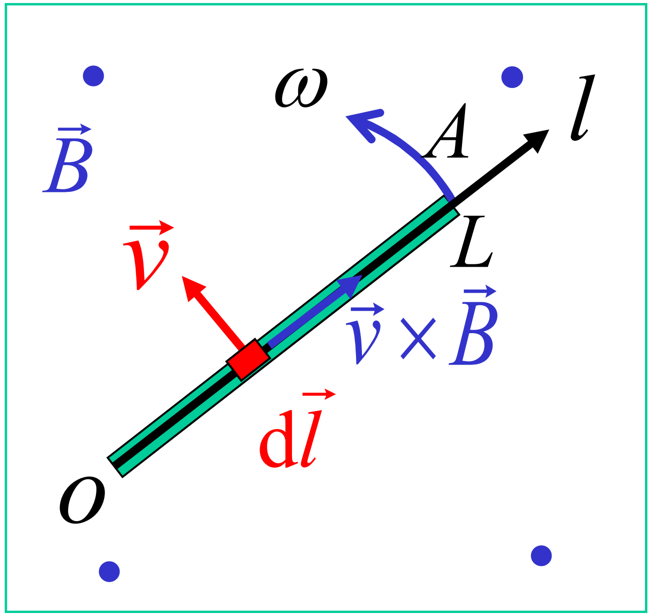
$$\varepsilon_{动}=\int_{-\ (经内电路)}^{+}(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

(2) 由法拉第定律求

$$\varepsilon=-\frac{\mathrm{d}\psi_m}{\mathrm{d}t}$$

如果回路不闭合，需加辅助线使其闭合。
ε 大小和方向可分别确定。

例1：长L的铜棒 OA，绕其固定端 O 在均匀磁场$\vec{B}$ 中以ω逆时针转动，铜棒与$\vec{B}$垂直，求 $\varepsilon_{动} = ?$



解一：取线元 $\mathrm{d}\vec{l}$

$$v = \omega l$$

$(\vec{v}\times\vec{B})$与 $\mathrm{d}\vec{l}$ 同向

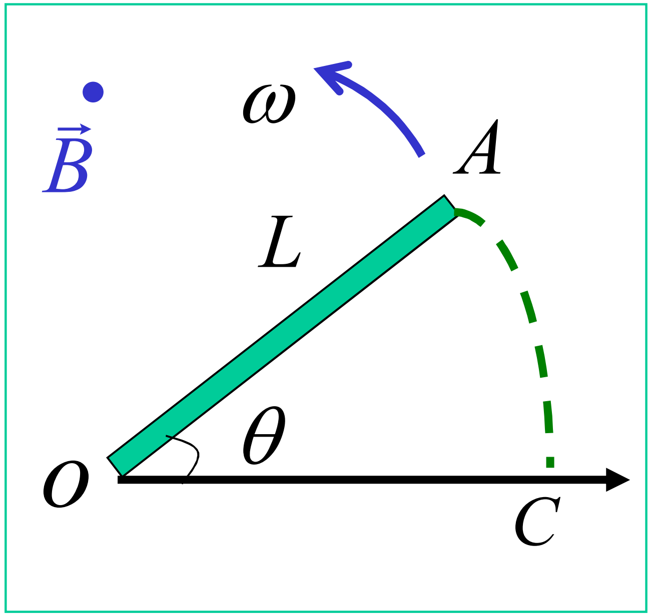
$$\mathrm{d}\varepsilon = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l} = vB\mathrm{d}l$$

$$= B\omega l\mathrm{d}l$$

$$\varepsilon = \int \mathrm{d}\varepsilon = \int_o^L B\omega l\mathrm{d}l = \frac{1}{2}B\omega L^2 \qquad A+ \qquad o-$$

解二：

构成扇形闭合回路 $AOCA$

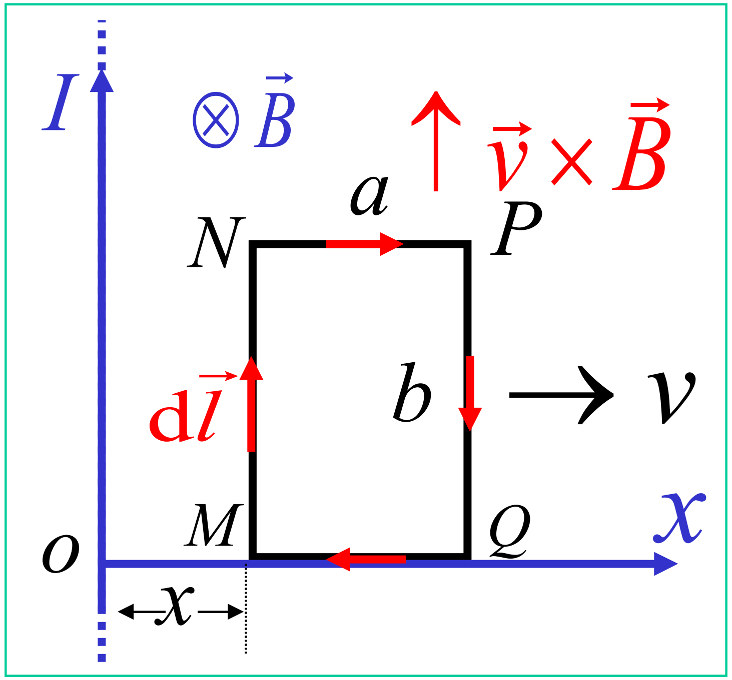


$$\phi_m = BS_{AOCA} = B \cdot \frac{1}{2} L^2 \theta$$

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{d}\phi_m}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2} BL^2 \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2} BL^2 \omega$$

由楞次定律： $A+$ $o-$

例2. 如图所示，一矩形导线框在无限长载流导线I 的场中向右运动，求其动生电动势。



解一： $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}$ 方向 $\otimes$

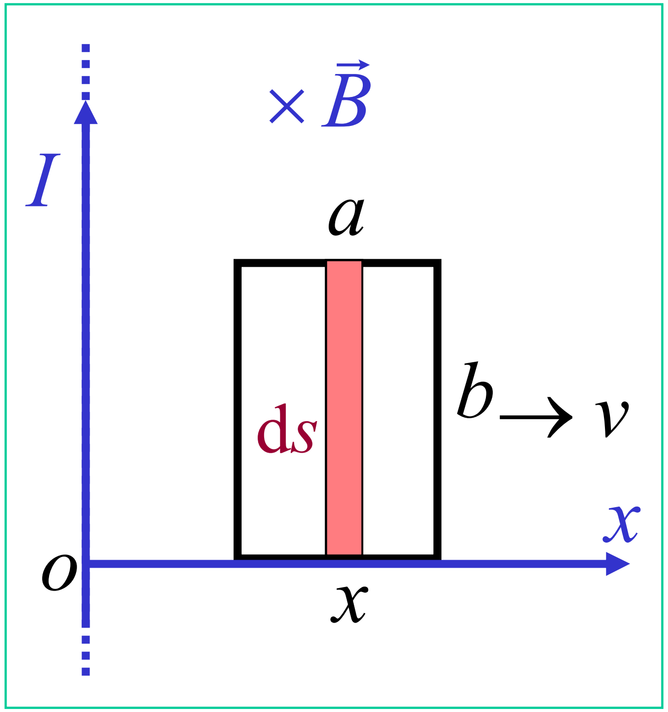
$$\left|\vec{v}\times\vec{B}\right|=\frac{\mu_0 I v}{2\pi x} \quad 方向\ \uparrow$$

$$\varepsilon_{动}=\oint_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$=\int_M^N(\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}+\int_N^P(\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}+\int_P^Q(\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}+\int_Q^M(\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$=\int_0^b\frac{\mu_0 I v\,\mathrm{d}l}{2\pi x}+0+\int_0^b\left[-\frac{\mu_0 I v\,\mathrm{d}l}{2\pi(x+a)}\right]+0=\frac{\mu_0 I v a b}{2\pi x(x+a)}$$

解二： $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}$



$$\mathrm{d}S=b\mathrm{d}x$$

$$\mathrm{d}\phi_m=\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{\mu_0 Ib\mathrm{d}x}{2\pi x}$$

$$\phi_m=\int\mathrm{d}\phi_m=\frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\int_x^{x+a}\frac{\mathrm{d}x}{x}=\frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\ln\frac{x+a}{x}$$

$$\varepsilon_{动}=-\frac{\mathrm{d}\phi_m}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mathrm{d}\phi_m}{\mathrm{d}x}\underbrace{\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}}_{v}=\frac{\mu_0 Ivab}{2\pi x(x+a)}$$

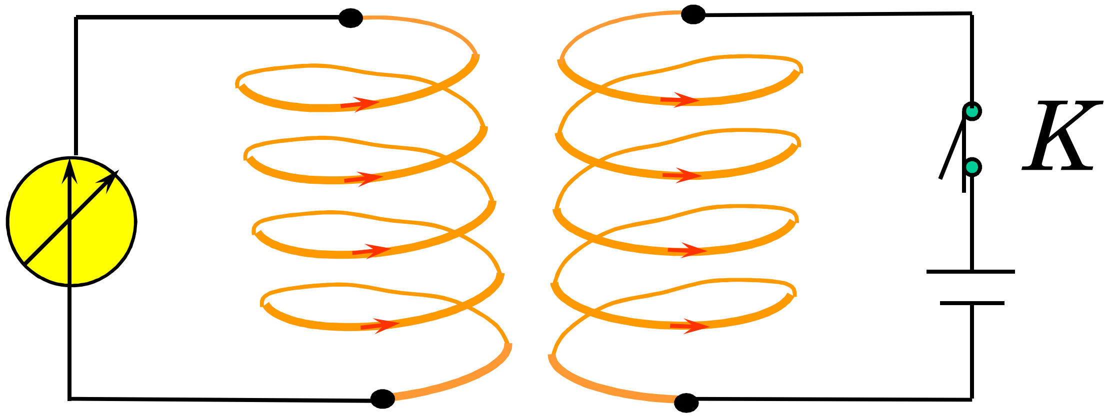
方向

三. 感生电动势

1. 导体回路不动，由于磁场变化引起穿过回路的磁通量变化，产生的感应电动势叫感生电动势。

2. 非静电力：涡旋电场力(感生电场力)

此电流是产生的原因是什么呢？

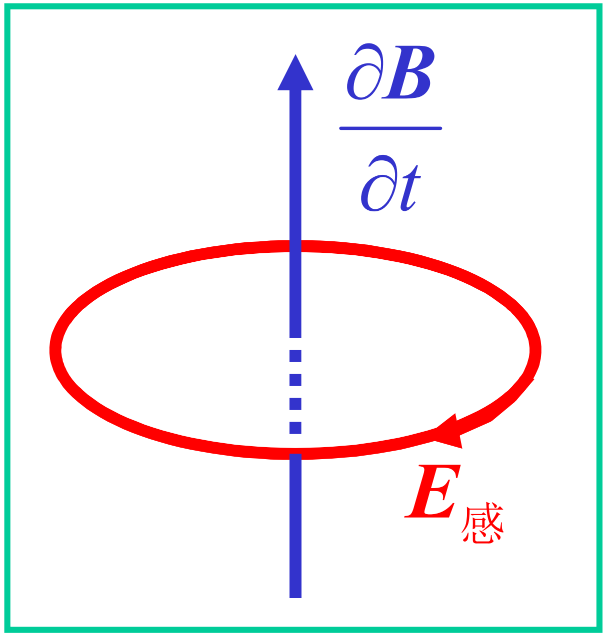


19世纪60年代，麦克斯韦提出：在变化的磁场周围存在一个变化的电场，这个电场就是感生电场。

由电动势定义：

$$\varepsilon_{感} = \oint_L \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

由法拉第定律：



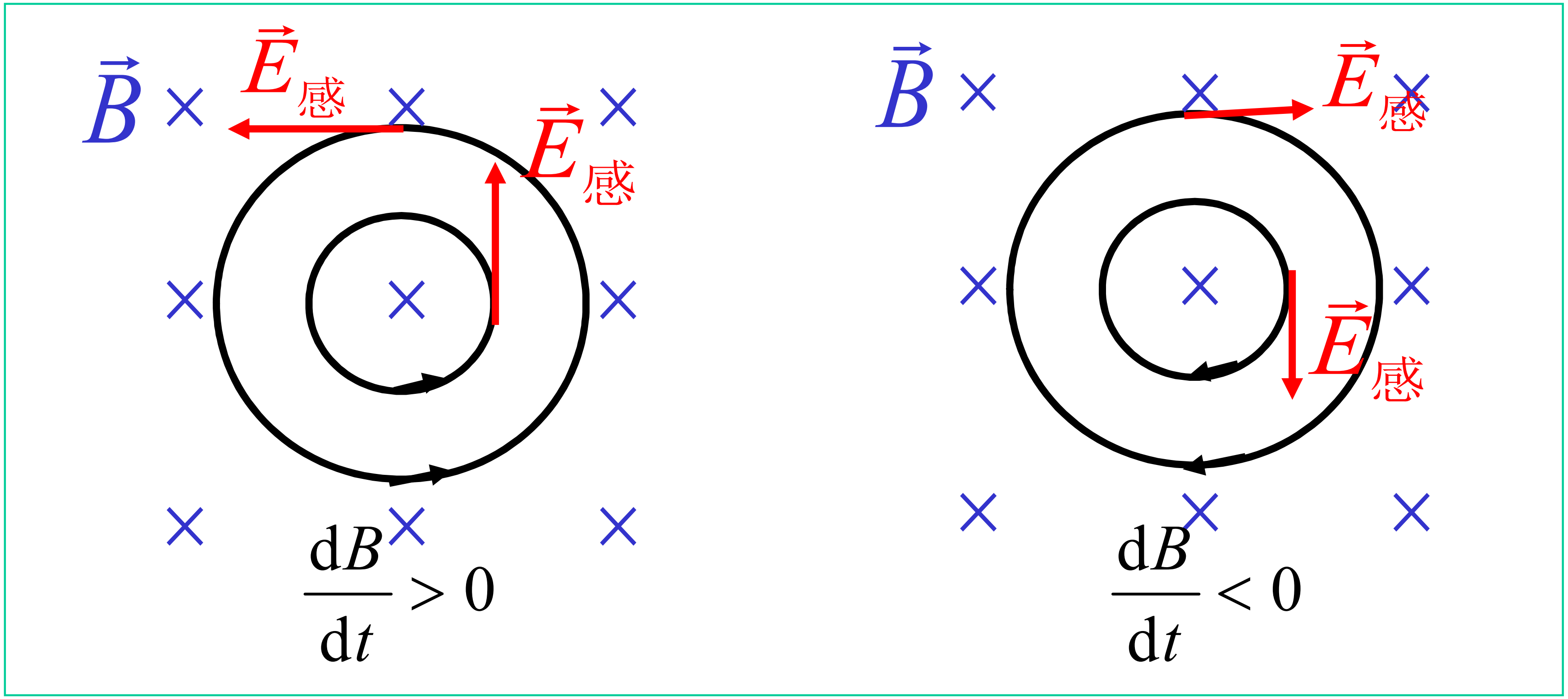
$$\varepsilon_{感} = -\frac{\mathrm{d}\phi_m}{\mathrm{dt}} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = -\int_S \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{dt}}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

得： $\oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$

楞次定律表述

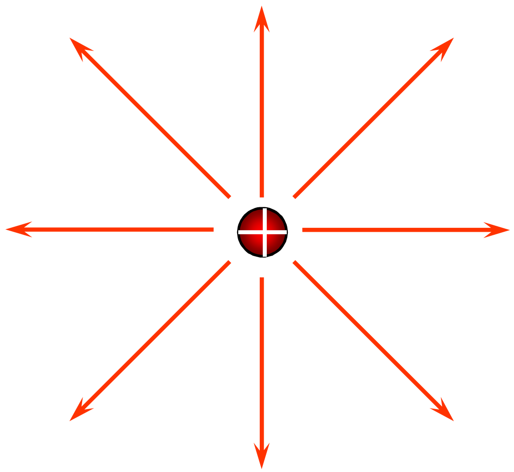
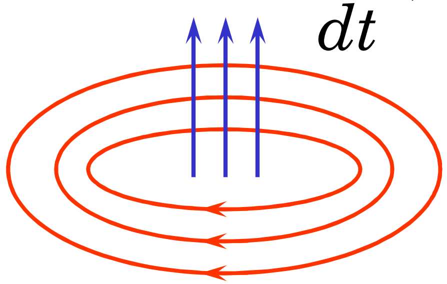
$\oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \neq 0$ 感生电场是非保守场。

又：感生电场线闭合成环



$$\oint_S \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$ 感生电场是无源场。

3. 两种电场比较

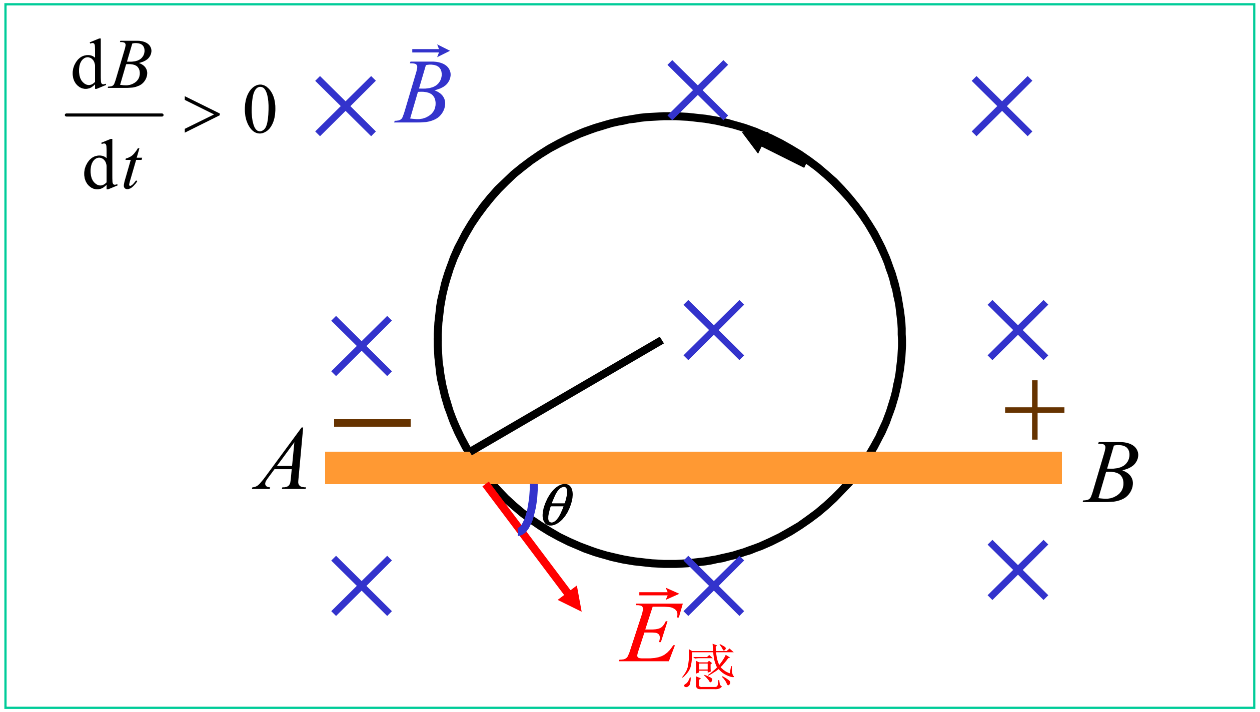
	静电场 $\boldsymbol{E}$	感生电场 $\boldsymbol{E}_{感}$
起源	由静止电荷激发	由变化的磁场激发
电力线形状	电力线为非闭合曲线  静电场为有源场	电力线为闭合曲线  感生电场为有旋场

	静电场$\boldsymbol{E}$	感生电场$\boldsymbol{E}$
电场的性质	为保守场作功与路径无关 $\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = 0$	为非保守场作功与路径有关 $\varepsilon_i = \oint \vec{\mathbf{E}}_{感} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = -\dfrac{d\phi_m}{dt}$
	静电场为有源场 $\oiint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{S} = \dfrac{\sum q}{\varepsilon_0}$	感生电场为无源场 $\oiint \boldsymbol{E}_{感} \cdot d\boldsymbol{S} = 0$

感生电场方向的判断与感生电流方向的判断是类似的。

联系：$\vec{F}_{感}$作为产生$\varepsilon_{感}$的非静电力，可以引起导体中电荷堆积，从而建立起静电场 .

由于 $\vec{E}_{感}$ 作用在导体 AB 中建立起静电场。



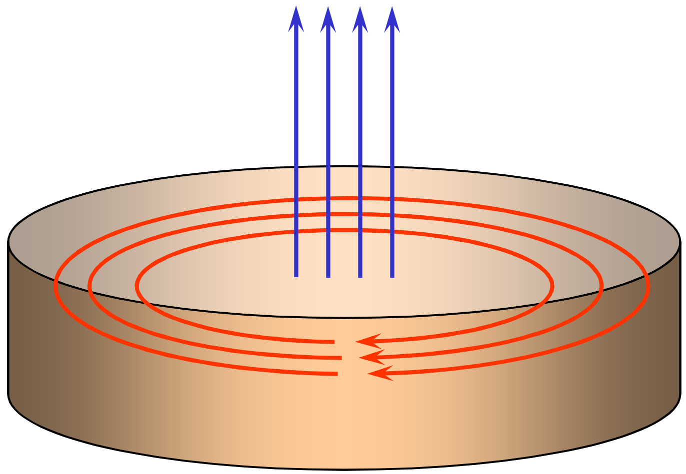
4. 感生电场存在的实验验证

电子感应加速器(医疗，工业探伤，中低能粒子物理实验)，涡流(冶金)……

涡电流

将导体放入变化的磁场中时，由于在变化的磁场周围存在着涡旋的感生电场，感生电场作用在导体内的自由电荷上，使电荷运动，形成涡电流。

$$\frac{d\boldsymbol{B}}{dt} > 0$$

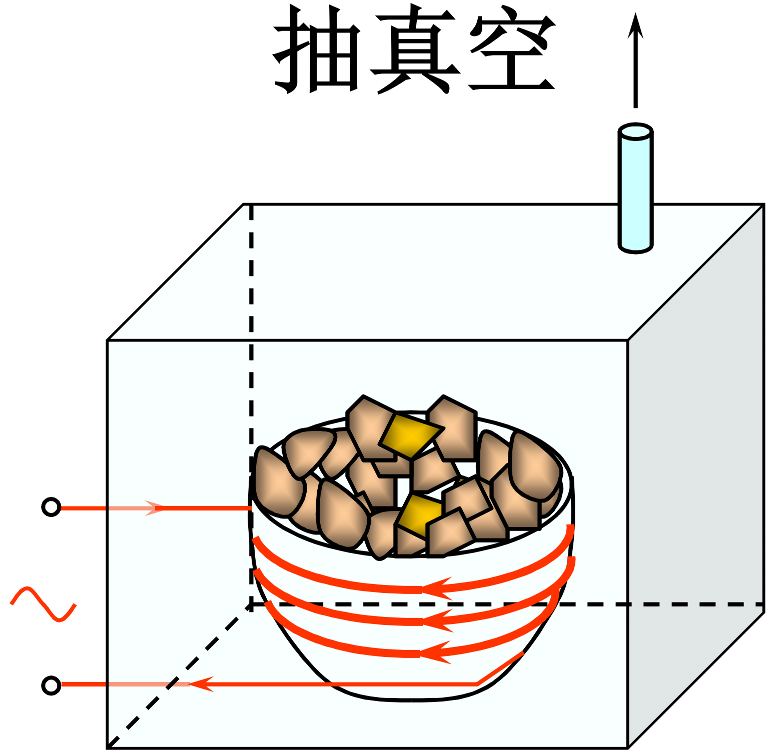


$I_{涡}$

涡电流的应用

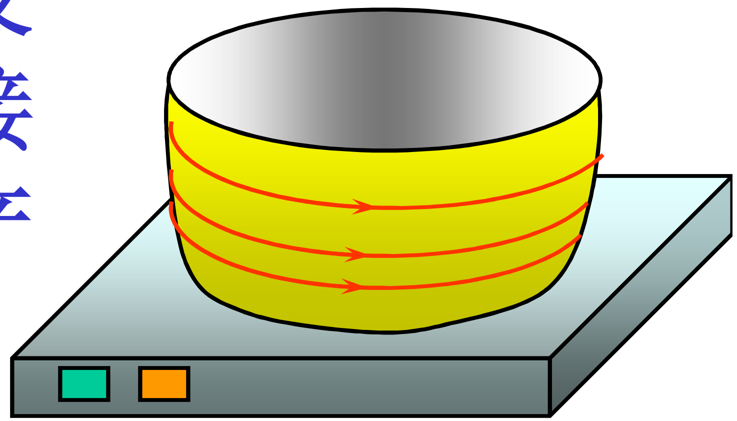
高频感应炉的应用

在冶金工业中，某些熔化活泼的稀有金属在高温下容易氧化，将其放在真空环境中的坩埚中，坩埚外绕着通有交流电的线圈，对金属加热，防止氧化。



电磁炉

在市面上出售的一种加热炊具----电磁炉。这种电磁炉加热时炉体本身并不发热，在炉内有一线圈，当接通交流电时，在炉体周围产生交变的磁场，

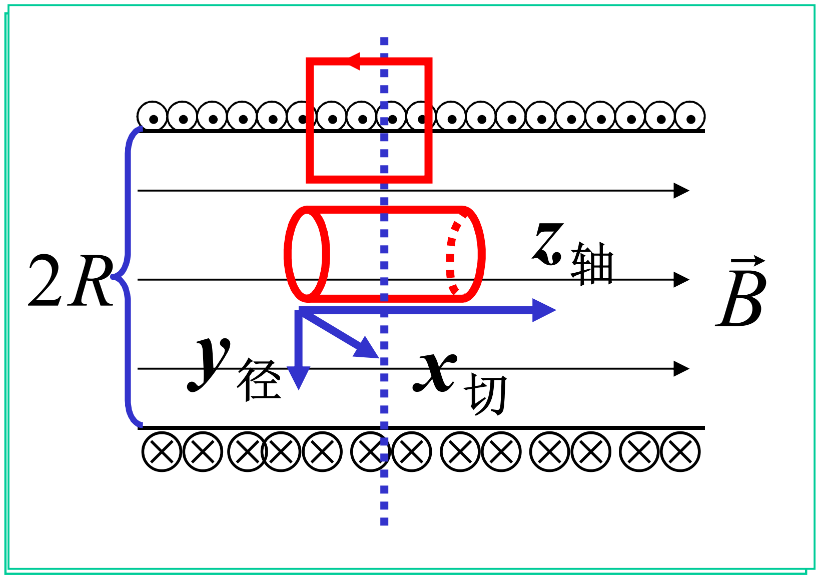


当金属容器放在炉上时，在容器上产生涡电流，使容器发热，达到加热食物的目的。

实例：已知半径R的长直螺线管中电流随时间线性变化，使管内磁感应强度随时间增大：

$$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}=\text{恒量}\quad>0$$

求感生电场分布。



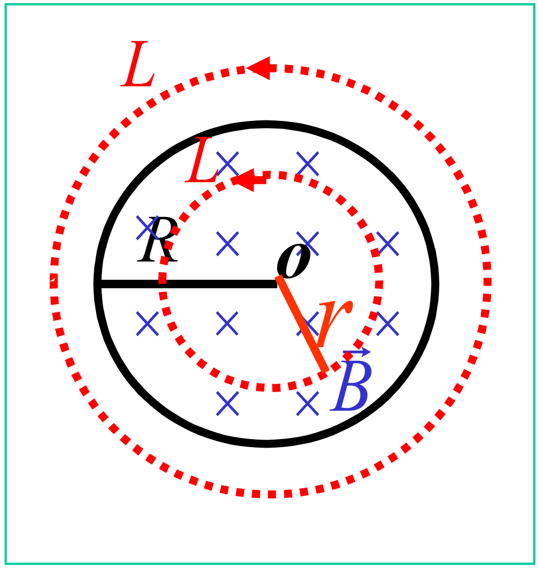
对称性分析（**P.291** 证明）

$$\vec{E}_{\text{感径}}=0$$

$$\vec{E}_{\text{感轴}}=0$$

$\vec{E}_{\text{感}}$ 只有以螺线管轴线为中心的圆周切向分量

感生电场线是在垂直于轴线平面内，以轴线为中心的一系列同心圆。



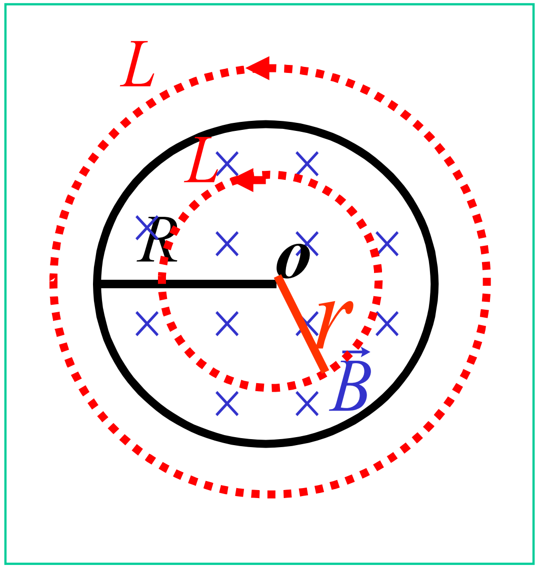
作如图环路 L

$$\oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = E_{感} \cdot 2\pi r$$

$$= -\int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\int_s \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \mathrm{d}S \cos\pi = \int_s \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \mathrm{d}S$$

$$r \le R: \quad \int_s \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \mathrm{d}S = \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \pi r^2$$

$$E_{感} = \frac{\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \cdot \pi r^2}{2\pi r} = \frac{r}{2} \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \propto r$$



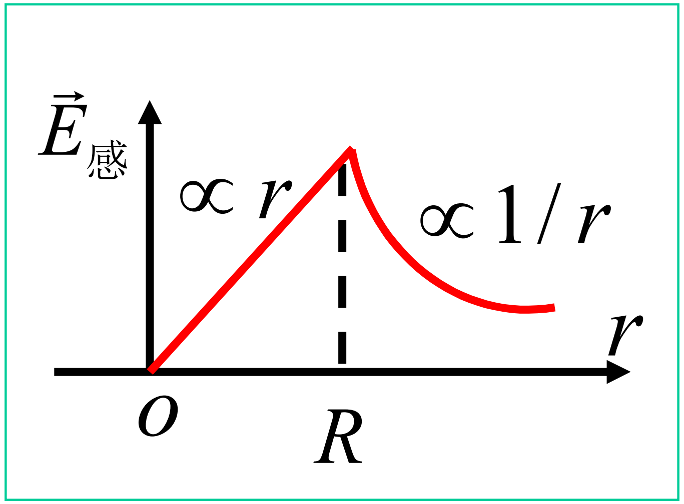
$$r \geq R: \quad \int_s \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}S = \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\pi R^2$$

$$E_{感} = \frac{\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\cdot \pi R^2}{2\pi r} = \frac{R^2}{2r}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \propto \frac{1}{r}$$

注意：

(1) 只要有变化磁场，整个空间就存在感生电场

$$r > R \text{ 处 } B \equiv 0, \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = 0 \text{但 } \vec{E}_{感} \neq 0$$



(2) 求感生电场分布是一个复杂问题，只要求本题这种简单情况。

5. 感生电动势的计算

两种方法：

1. 由电动势定义求（ $\vec{E}_{感}$ 已知或易求 ）

$$\varepsilon_{感} = \oint_L \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \quad 或 \quad \varepsilon_{感} = \int_{-}^{+} \vec{E}_{感} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

（经内电路）

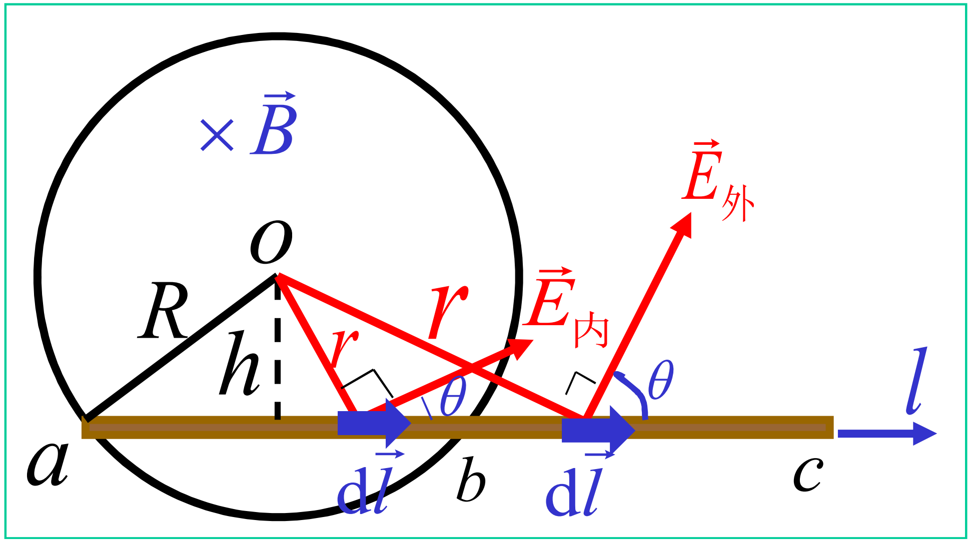
2. 由法拉第定律

$$\varepsilon_{感} = -\frac{\mathrm{d}\psi_m}{\mathrm{d}t} = -N\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

若导体不闭合，需加辅助线构成闭合回路。

例：在上题螺线管截面内放置长**2*R***的金属棒，

$ab = bc = R$　求：金属棒中的 $\varepsilon_{感}$

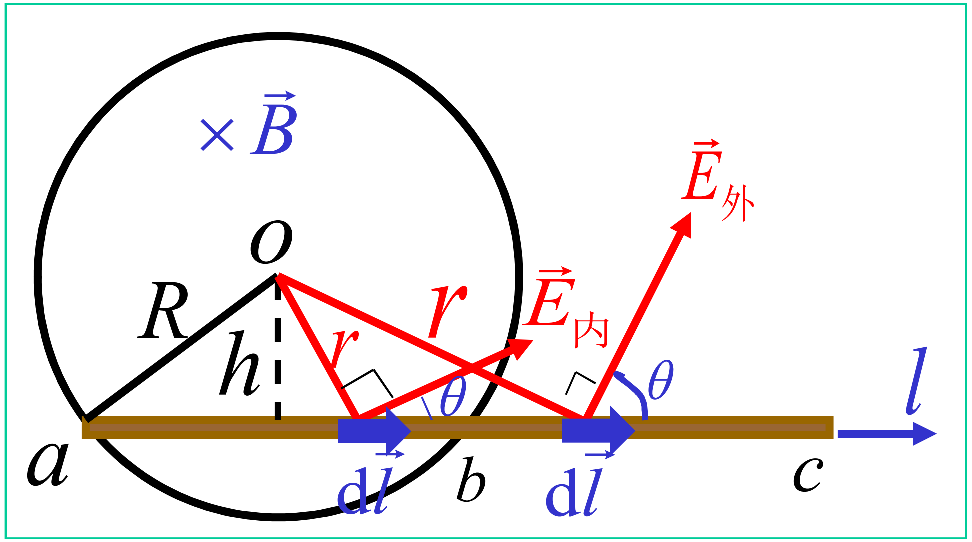


解一：感应电场分布

$$\begin{cases} E_{内} = \dfrac{r}{2}\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \\[2ex] E_{外} = \dfrac{R^2}{2r}\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \end{cases}$$

$$\varepsilon_{感} = \varepsilon_{ab} + \varepsilon_{bc} = \int_a^b \vec{E}_{内} \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_b^c \vec{E}_{外} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \int_a^b \frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}l\cos\theta + \int_b^c \frac{R^2}{2r}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}l\cos\theta$$



$$r^2 = h^2 + (l - \frac{R}{2})^2$$

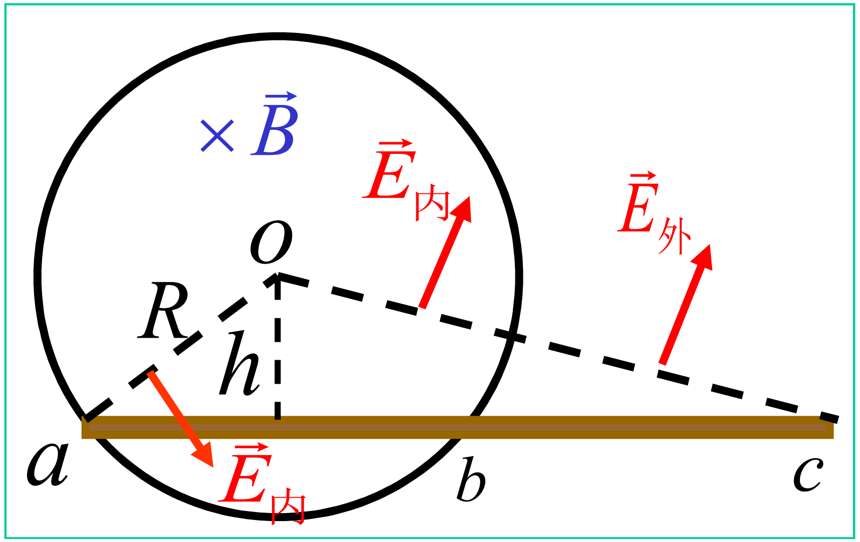
$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}R \qquad \cos\theta = \frac{h}{r}$$

$$\varepsilon_{感} = \int_0^R \frac{h}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}l + \int_R^{2R} \frac{R^2 h}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}l}{h^2 + (l - \frac{R}{2})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}R^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} + \frac{\pi R^2}{12}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = \frac{3\sqrt{3}+\pi}{12}R^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

$$a: -, \quad c: +$$

解二：连接oa, oc，形成闭合回路Δoac



$\because \vec{E}_{感} \perp$半径

$$\varepsilon_{oa} = \varepsilon_{oc} = 0$$

$$\varepsilon_{oac} = \varepsilon_{oa} + \varepsilon_{ac} + \varepsilon_{oc} = \varepsilon_{ac}$$

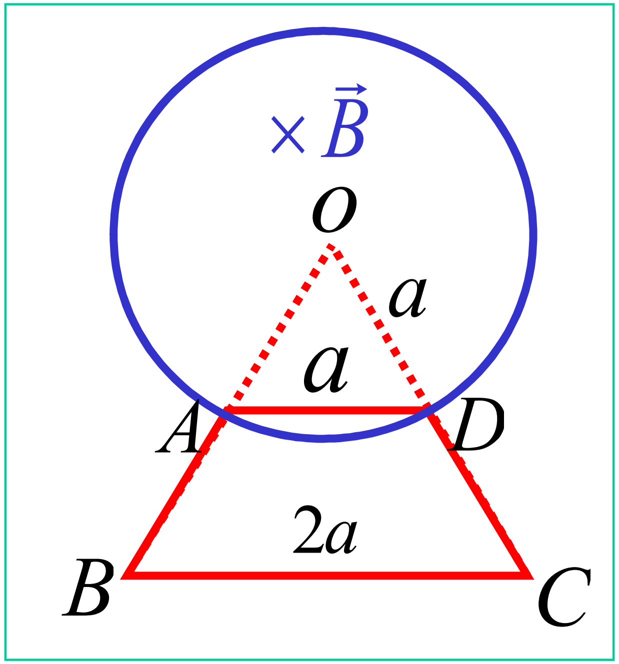
通过 Δoac 的磁通：

$$\phi_m = \int_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = B(S_{\Delta oab} + S_{扇}) = B(\frac{3\sqrt{3}+\pi}{12} R^2)$$

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\phi_m}{\mathrm{d}t} = -\frac{3\sqrt{3}+\pi}{12} R^2 \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

a： $-$；c： $+$

练习：P.309 11-8



已知：半径 a ，磁场 $\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}>0$

梯形边长 a ，$2a$

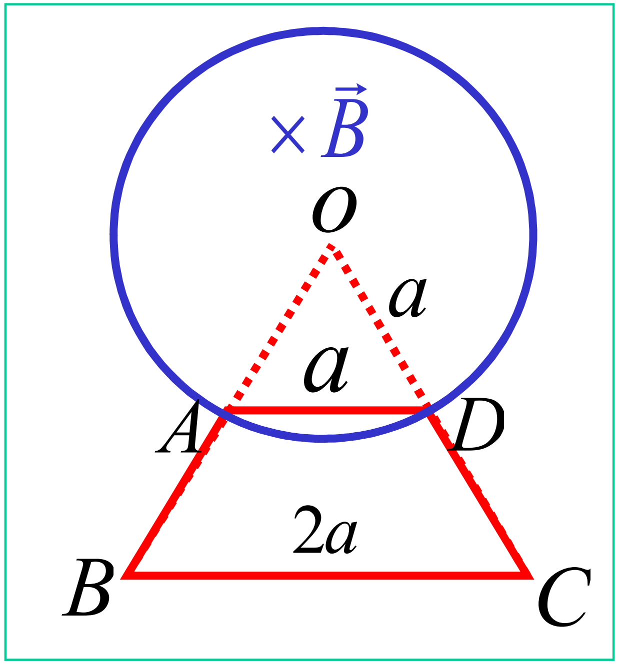
求： 各边 $\varepsilon_{感}$ ，$\varepsilon_{总}$

解： 连接 OA，OD

$\vec{E}_{感}\perp$ 半径 $\quad \varepsilon_{OA}=\varepsilon_{OD}=\varepsilon_{AB}=\varepsilon_{CD}=0$

取三角形回路 OAD $\quad \phi_m=B\cdot S_{\Delta OAD}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2B$

$$\varepsilon_{AD}=\varepsilon_{\Delta OAD}=\frac{\mathrm{d}\phi_m}{\mathrm{d}t}=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \qquad A\rightarrow D$$



取三角形回路 OBC

$$\phi_m = B \cdot S_{扇 O\overset{\frown}{AD}} = \frac{\pi a^2}{6} B$$

$$\varepsilon_{BC} = \varepsilon_{\Delta OBC} = \frac{\mathrm{d}\phi_m}{\mathrm{d}t} = \frac{\pi a^2}{6} \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

$$B \to C$$

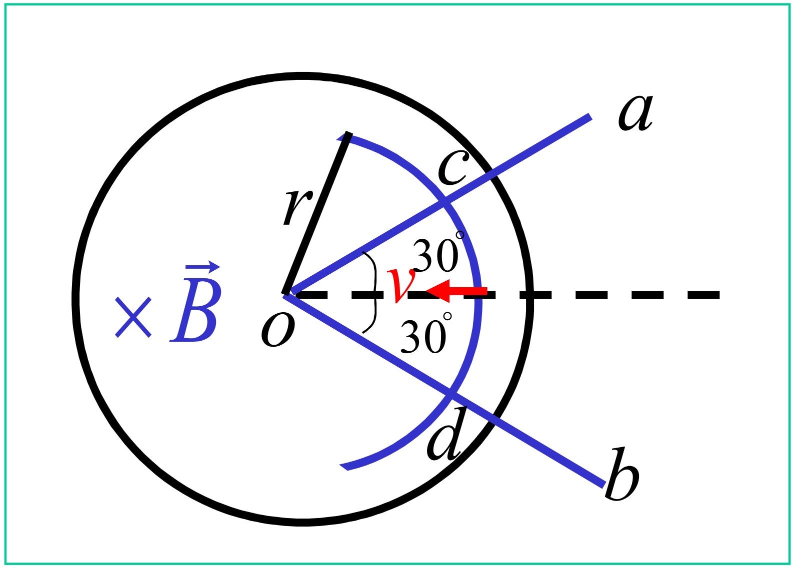
梯形回路 $ABCD$

$$\varepsilon = \varepsilon_{AB} + \varepsilon_{BC} + \varepsilon_{CD} + \varepsilon_{DA}$$

$$= \frac{\pi a^2}{6} \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} - \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) a^2 \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

$+$

讨论 $\varepsilon_{动}$，$\varepsilon_{感}$ 同时存在的情况 .



已知：$\vec{B}$ ， $\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = k > 0$

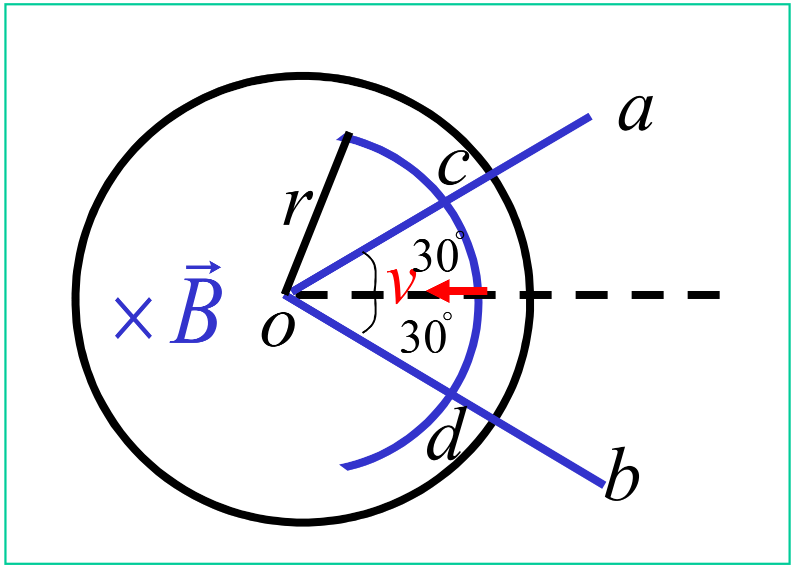
$\angle aob = 60^{\circ}$. r . v

求：回路 $codc$ 中 $\varepsilon = ?$

解： 同时存在 $\varepsilon_{动}$，$\varepsilon_{感}$

设 B 不变：

$$\varepsilon_{动} = \int_c^d (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l} = vB\overline{cd} = vBr \qquad +$$



设导线不动

$$\varepsilon_{感} = \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = k \cdot \frac{\pi r^2}{6} \quad +$$

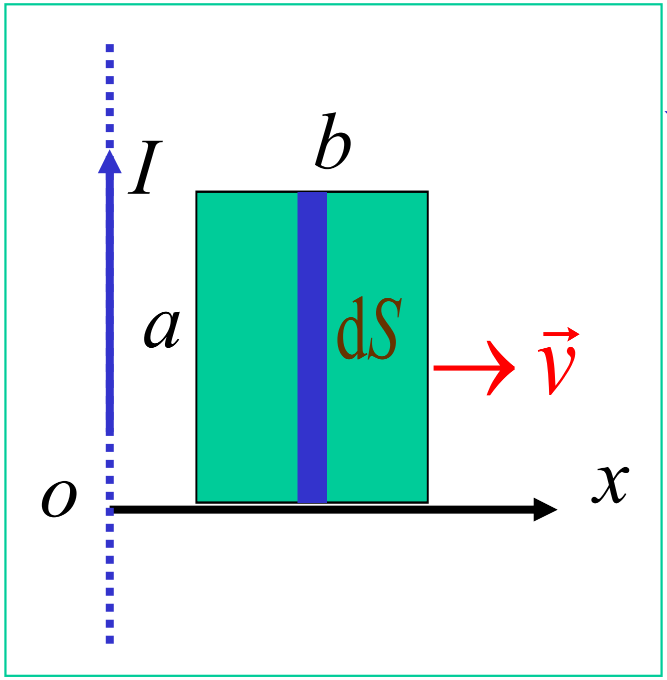
$$\varepsilon = \varepsilon_{动} + \varepsilon_{感} = vBr - \frac{k}{6}\pi r^2 \qquad +$$

例题：**P.309　11 - 9**

已知：$I = I_0 \cos \omega t \quad . \ a \ . \ b \ . \ \vec{v}$

求：$\varepsilon = ?$

解：　同时存在　$\varepsilon_{动} , \varepsilon_{感}$

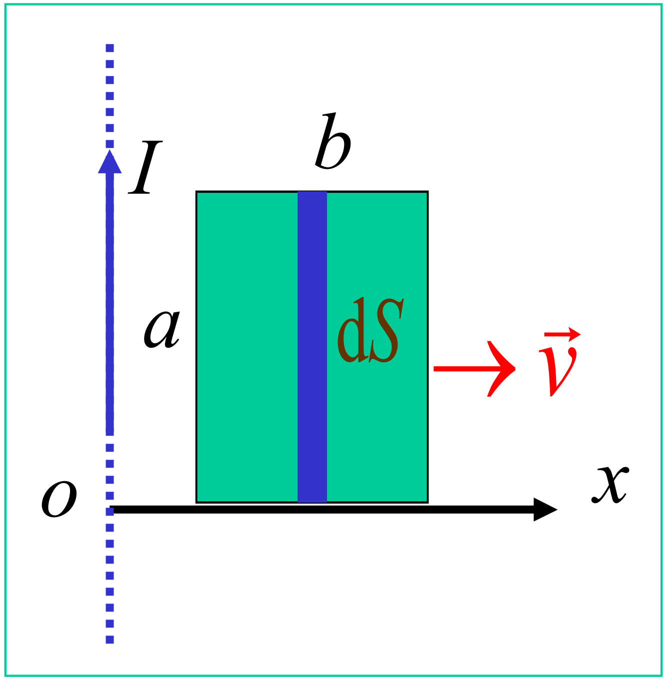


直接由法拉第电磁感应定律求解：

$B = ?$　　$\mathrm{d}S = ?$

$\mathrm{d}\phi_m = ?$　　$\phi_m = ?$

$\varepsilon = ?$



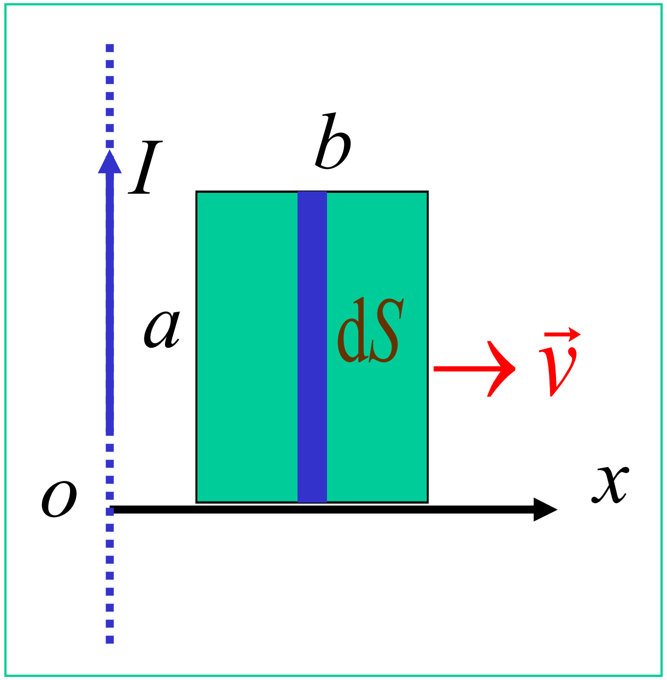
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

$$\mathrm{d}S = a\mathrm{d}x$$

$$\mathrm{d}\phi_m = \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi}\frac{\mathrm{d}x}{x}$$

$$\phi_m = \int \mathrm{d}\phi_m = \int_x^{x+b} \frac{\mu_0 I a}{2\pi}\frac{\mathrm{d}x}{x} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi}\ln\frac{x+b}{x}$$

$$= \frac{\mu_0 a}{2\pi} I_0 \cos\omega t \cdot \ln\frac{x+b}{x}$$



$$\phi_m = \frac{\mu_0 a}{2\pi} I_0 \cos\omega t \cdot \ln\frac{x+b}{x}$$

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\phi_m}{\mathrm{d}t}$$

$$\varepsilon = \frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi}\left[\omega \sin\omega t \cdot \ln\frac{x+b}{x} + \cos\omega t \cdot \frac{b}{(x+b)x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right]$$

$$= \frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi}\left[\omega \sin\omega t \cdot \ln\frac{x+b}{x} + \frac{bv}{(x+b)x}\cos\omega t\right]$$

第一项：$\varepsilon_{感}$　　　　第二项：$\varepsilon_{动}$

§ 11.1　电磁感应(续)

电磁感应
- 动生电动势
- 感生电动势（涡旋电场）
  - 自感电动势
  - 互感电动势

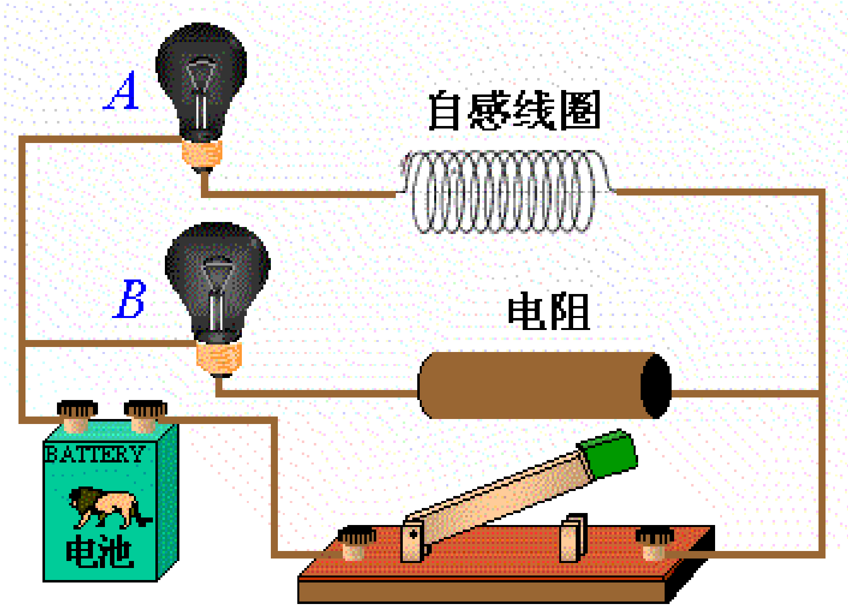
变化的电流 → 变化磁场 → 感生电动势

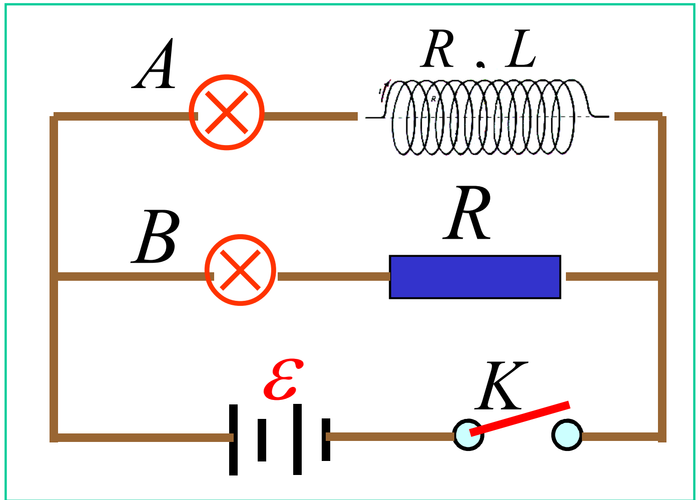
直接联系

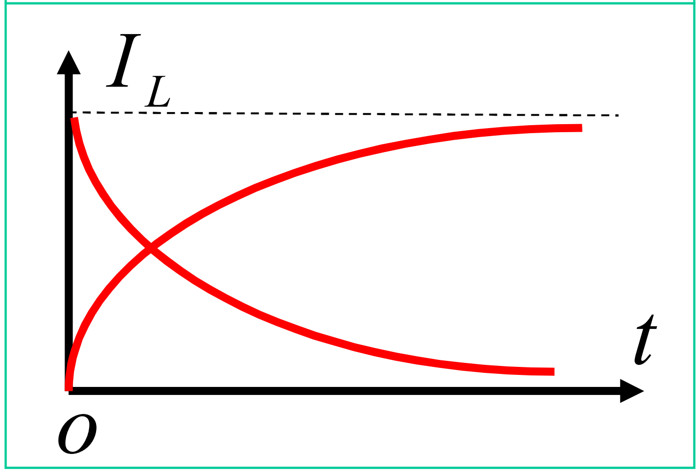
§ 11.1　电磁感应(续)

四．自感

1. 自感现象



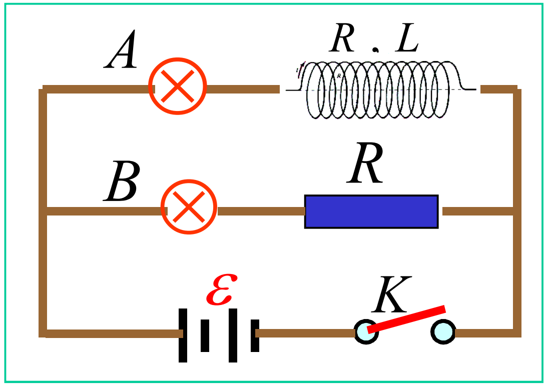




由于回路中电流变化，引起穿过回路包围面积的全磁通变化，从而在回路自身中产生感生电动势的现象叫自感现象。

自感电动势 ε_L

2. 自感系数



(1) 定义： 由毕–沙定律： $\mathbf{d}\boldsymbol{B} \propto \boldsymbol{I}$

由叠加原理： $\vec{B} = \int \mathrm{d}\vec{B}$ $\quad B \propto I$

磁通链： $\psi_m = N\int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$ $\quad \psi_m \propto I$

$$\psi_m = LI$$

自感系数： $\boxed{L = \dfrac{\psi_m}{I}}$ 国际单位：亨利（H）

当线圈中通有单位电流时，穿过线圈的全磁通。

L 由线圈形状、大小、匝数、周围介质分布等因素决定。

(2) 物理意义

由法拉第定律 $\varepsilon_L = -\dfrac{\mathrm{d}\psi_m}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{\mathrm{d}(LI)}{\mathrm{d}t}$

若 L 为常数 $\varepsilon_L = -L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$ $\boxed{\vec{F} = m\vec{a} = m\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}}$

$\boxed{L = -\varepsilon_L \Big/ \dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}}$ 当线圈中电流变化率为一个单位时线圈中自感电动势的大小。

负号：ε_L 总是阻碍 I 的变化

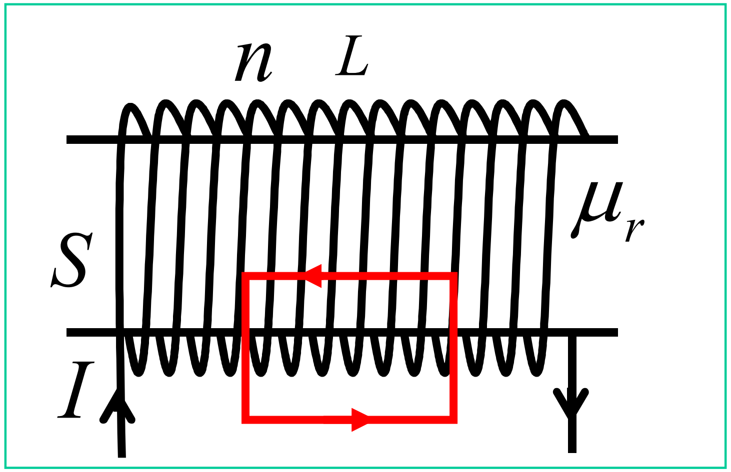
$\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$一定，$L\uparrow$ ． $|\varepsilon_L|\uparrow$ 线圈阻碍 I变化能力越强。

L：描述线圈电磁惯性的大小。

(3) 计算

设 $I \longrightarrow \vec{B}$ 分布 $\longrightarrow$ 求 $\psi_m = N\int_s \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} \longrightarrow L = \dfrac{\psi_m}{I}$

例：求长直螺线管自感系数$(n, V = LS,\ \mu = \mu_0\mu_r)$



解：设长直螺线管载流 $\boldsymbol{I}$

$$B = \mu_0\mu_r H = \mu n I$$

$$\psi = NBS = nLBS = \mu n^2 IV$$

$$\boxed{L = \frac{\psi}{I} = \mu n^2 V}$$

提高$\boldsymbol{L}$的途径
- 增大$\boldsymbol{V}$
- 提高$\boldsymbol{n}$
- 放入 μ 值高的介质

（后两项：）实用

练习：

已知：$l=20\text{cm},\quad d=1.5\text{cm}, L=1.0\times10^{-4}\text{H}$

求：**(1)** 该螺线管应该绕多少匝？

(2) 实际上绕的匝数应该比理论值多还是少，为什么？

解：

(1) $$L=\mu_0 n^2 V=\mu_0\left(\frac{N}{l}\right)^2 l\cdot\frac{\pi d^2}{4}$$

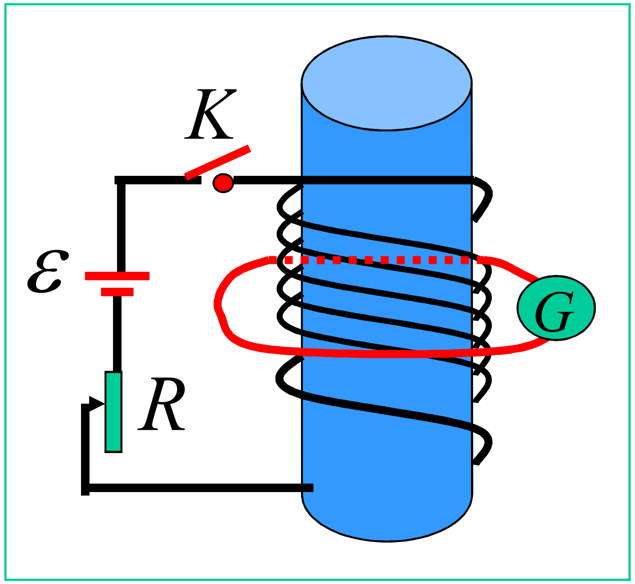
$$N=\sqrt{\frac{4lL}{\mu_0\pi d^2}}\approx 300\ \text{匝}$$

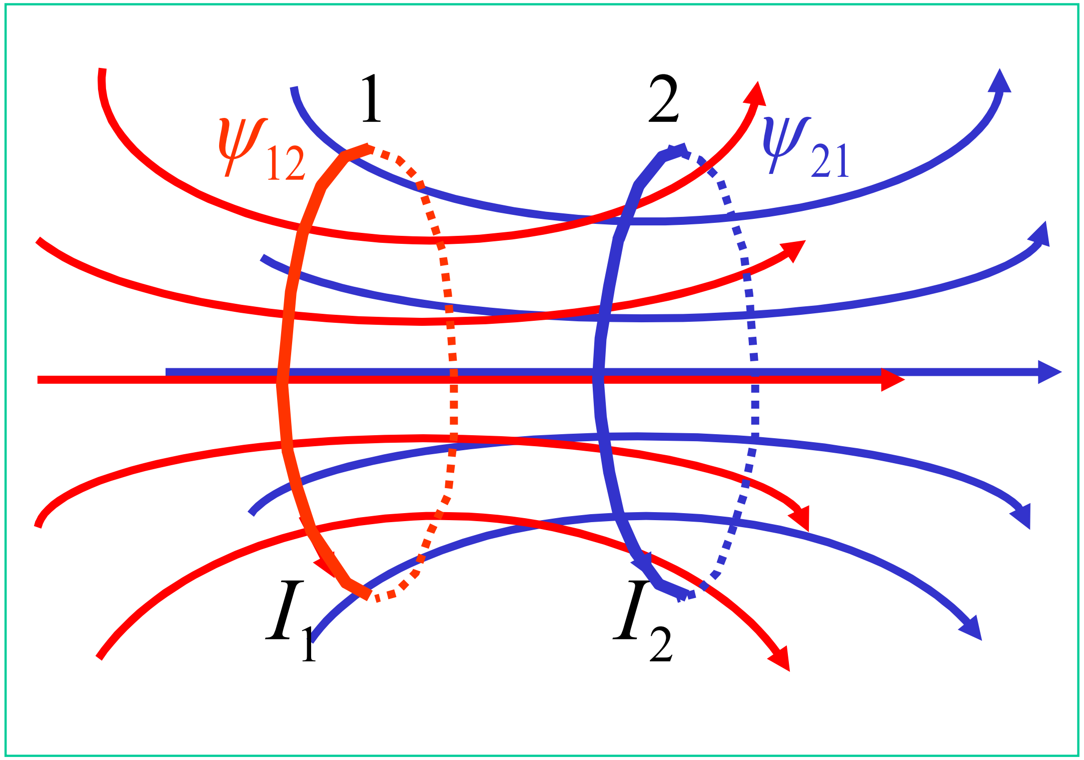
$$\boxed{L=\frac{\Psi}{I}=\mu n^2 V}$$

(2) 实际上不可能真正线密绕、$\vec{B}$线泄漏，绕的匝数要多一些。

五. 互感

1. 互感现象





I_1变化 $\longrightarrow$ ψ_{21} 变化 $\longrightarrow$ 线圈**2**中产生 ε_{21}

I_2变化 $\longrightarrow$ ψ_{12} 变化 $\longrightarrow$ 线圈1中产生 ε_{12}

一个载流回路中电流变化，引起邻近另一回路中产生感生电动势的现象 — 互感现象。

互感电动势

2. 互感系数

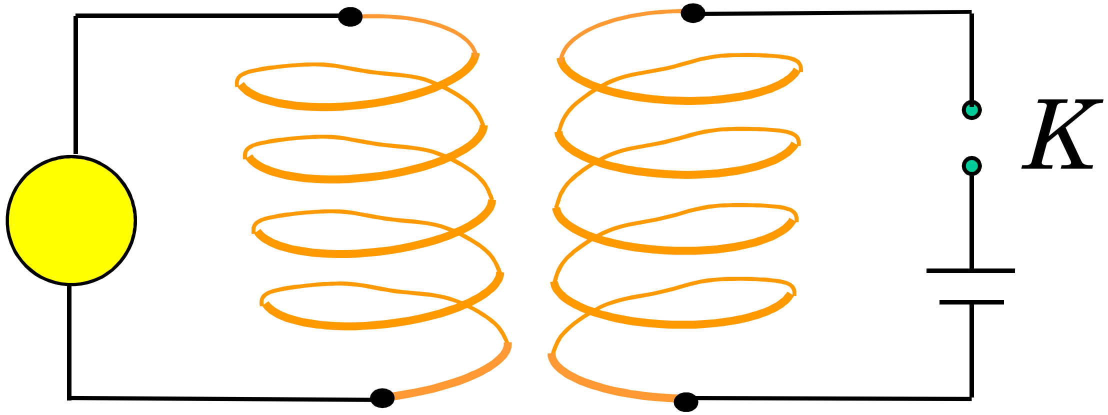
(1) 定义　当线圈几何形状、相对位置、周围介质磁导率均一定时

$$\psi_{21} = N_2\phi_{21} \propto I_1 \qquad \psi_{21} = M_{21} I_1$$

$$\psi_{12} = N_1\phi_{12} \propto I_2 \qquad \psi_{12} = M_{12} I_2$$

$$M_{12} = M_{21} = M$$

（P.299 例2）



2. 互感系数

(1) 定义　当线圈几何形状、相对位置、周围介质磁导率均一定时

$$\left.\begin{array}{ll} \psi_{21} = N_2\phi_{21} \propto I_1 & \psi_{21} = M_{21}I_1 \\ \psi_{12} = N_1\phi_{12} \propto I_2 & \psi_{12} = M_{12}I_2 \end{array}\right\} M_{12} = M_{21} = M$$

（**P.299** 例2）

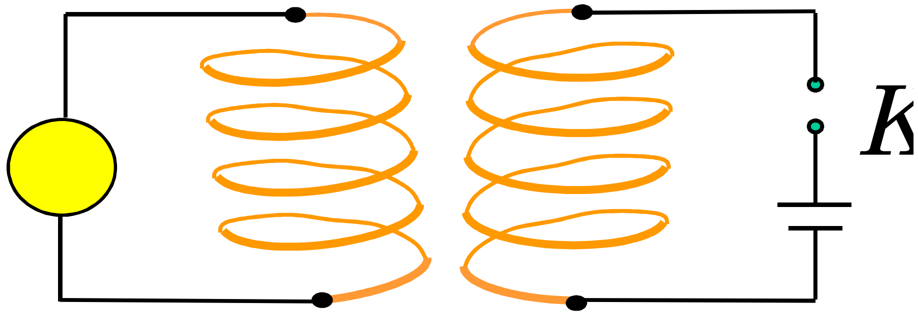
互感系数 M　　$$\boxed{M = \frac{\psi_{21}}{I_1} = \frac{\psi_{12}}{I_2}}$$

当一回路中通过单位电流时，引起的通过另一回路的全磁通。

(2) 物理意义

$$\varepsilon_{21} = -\frac{\mathrm{d}\psi_{21}}{\mathrm{d}t} = -M\frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t}$$

$$\varepsilon_{12} = -\frac{\mathrm{d}\psi_{12}}{\mathrm{d}t} = -M\frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}$$



$$M = -\frac{\varepsilon_{21}}{\frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t}} = -\frac{\varepsilon_{12}}{\frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}}$$

M：当一个回路中电流变化率为一个单位时，在相邻另一回路中引起的互感电动势。

(3) 计算 设I_1 ⟶ I_1的磁场分布 $\vec{B}_1$ ⟶ 穿过回路2的 ψ_{21}

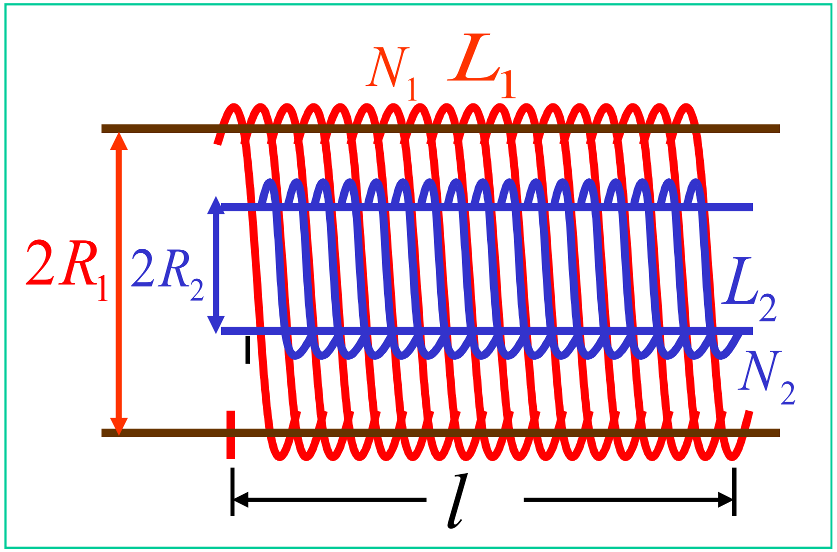
$$\psi_{21} = N_2 \int_{S_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} \longrightarrow \text{得} \quad M = \frac{\psi_{21}}{I_1}$$

例：P.296［例8］求两共轴长直细螺线管的互感系数

已知：R_1，N_1，L_1，l

R_2，N_2，L_2，l

求：M

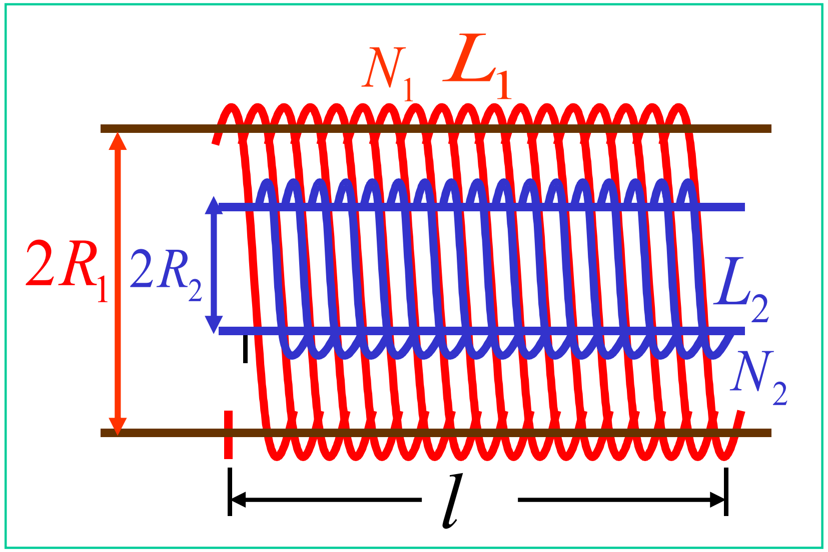


解：设内管通电流I_2

(教材设外管电流I_1求解)

$$B_2 = \begin{cases} \mu n_2 I_2 = \mu \dfrac{N_2}{l} I_2 & (r < R_2) \\ 0 & (r > R_2) \end{cases}$$

穿过外管的全磁通：



$$\psi_{12} = N_1 \int_{s_1} \vec{B}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{S} = N_1 B_{2内} \cdot S_2$$

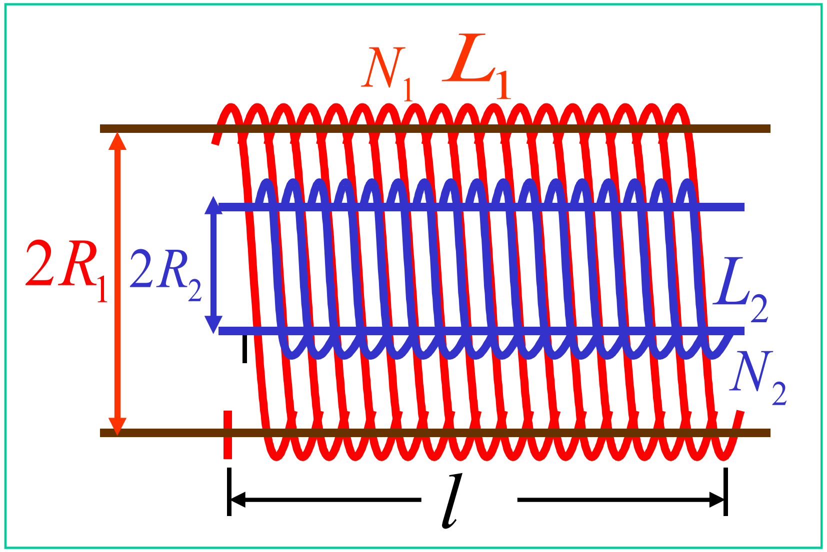
$$= \mu \frac{N_1 N_2}{l} I_2 \cdot \pi R_2^2$$

$$M = \frac{\psi_{12}}{I_2} = \mu \frac{N_1 N_2}{l} \pi R_2^2$$

又： $$L_1 = \mu n_1^2 V_1 = \mu \left(\frac{N_1}{l}\right)^2 l \cdot \pi R_1^2 = \mu \frac{N_1^2}{l} \pi R_1^2$$

$$L_2 = \mu \frac{N_2^2}{l} \pi R_2^2$$

$$\boxed{M = \frac{R_2}{R_1} \sqrt{L_1 L_2}}$$



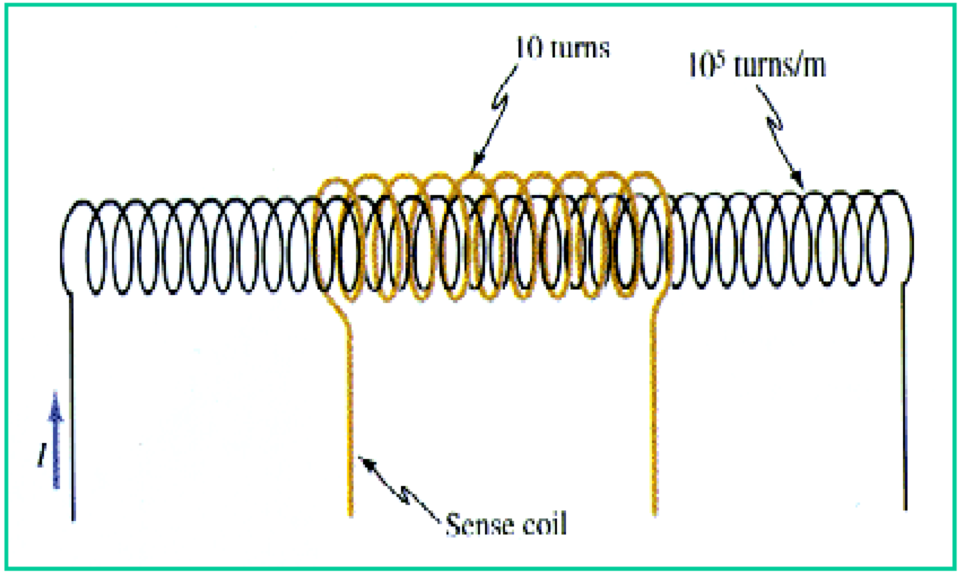
一般情况： $M = K\sqrt{L_1 L_2}$

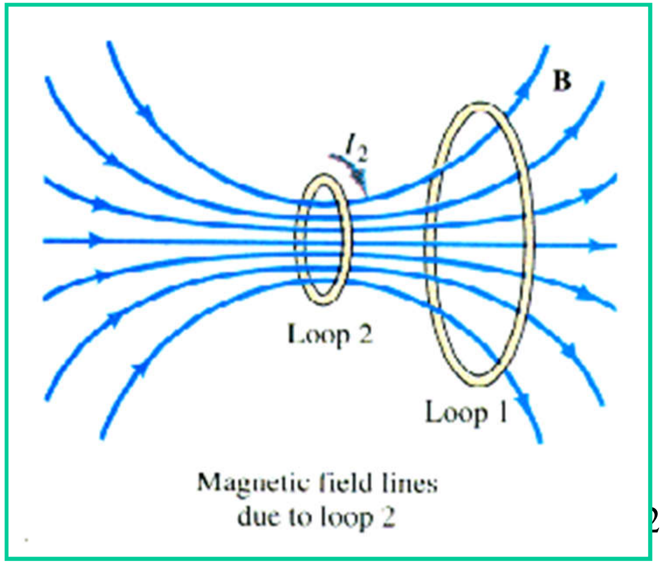
K：耦合系数

（ $0 \le K \le 1$ ）

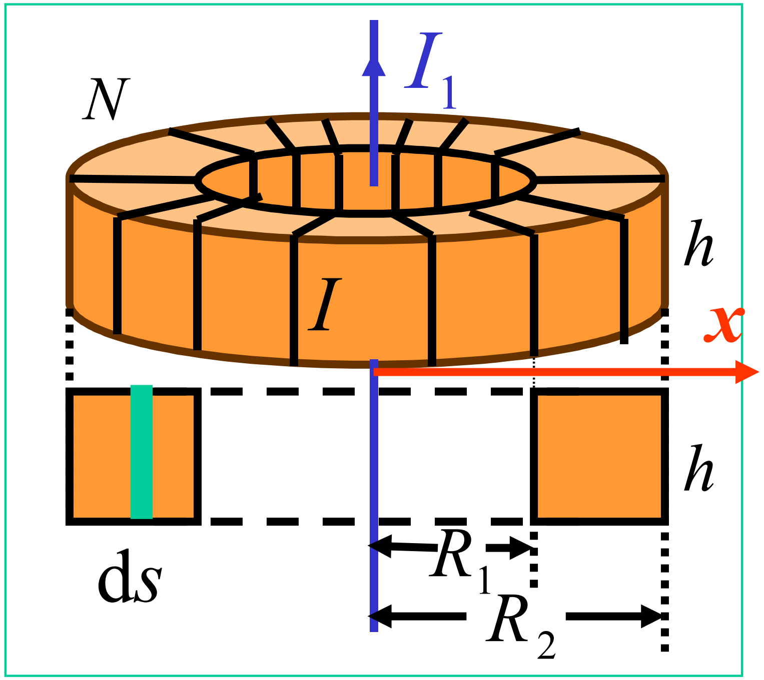
两螺线管共轴，且 $R_1 = R_2$，$K = 1$：完全耦合

两螺线管轴相互垂直，$K = 0$：不耦合





例：矩形截面螺绕环尺寸如图，密绕N匝线圈，其轴线上置一无限长直导线，当螺绕环中通有电流$I = I_0 \cos \omega t$时，直导线中的感生电动势为多少？

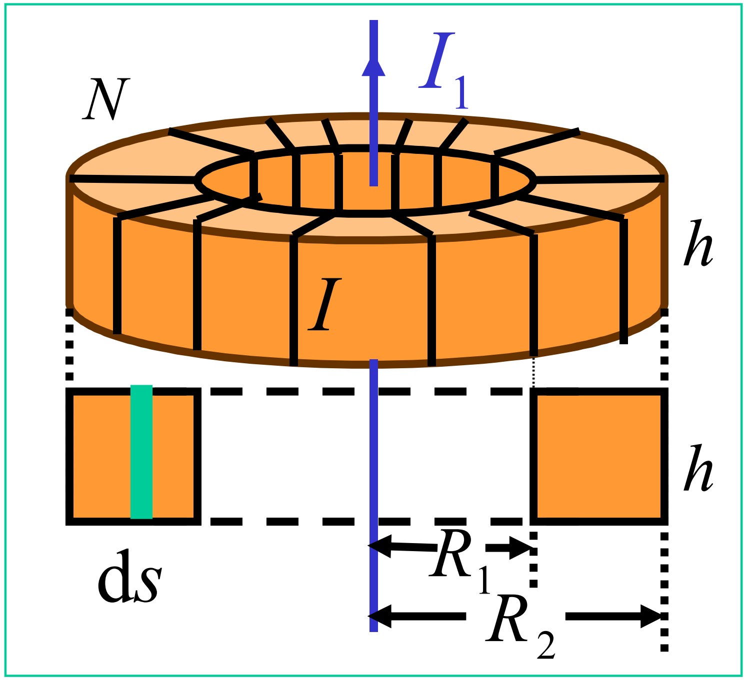


解一：这是一个互感问题
先求M

设直导线中通有电流I_1

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$$

$$\psi_{21} = N\phi_{21} = N\int_{s2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} = \frac{N\mu_0 I_1 h}{2\pi}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dx}{x} = \frac{N\mu_0 I_1 h}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

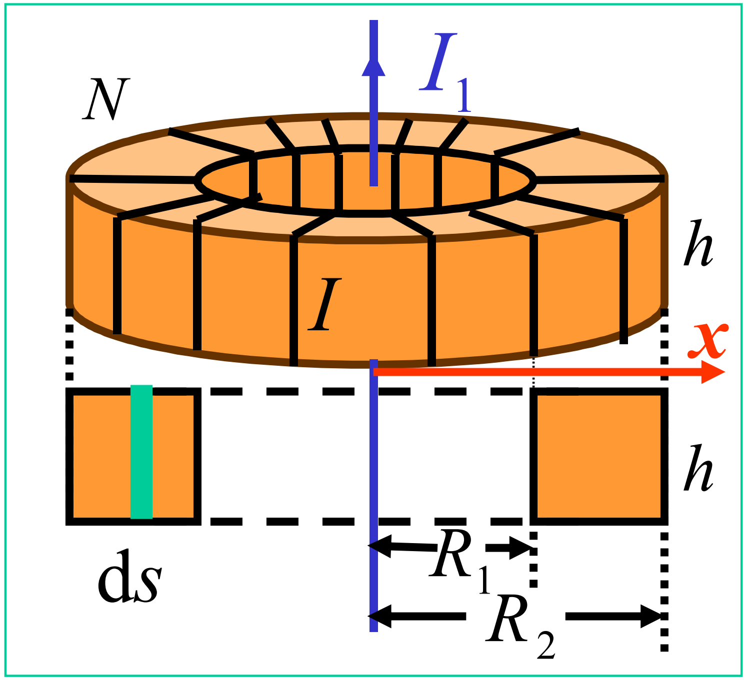


$$\psi_{21} = \frac{N\mu_0 I_1 h}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$M = \frac{\psi_{21}}{I_1} = \frac{\mu_0 N h}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$\varepsilon_1 = -M \frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mu_0 N h}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \quad (I = I_0 \cos \omega t)$$

$$= \frac{\mu_0 N h I_0 \omega}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1} \cdot \sin \omega t$$



解二：由法拉第定律求解.

螺绕环 $B_{内} = \dfrac{\mu_0 NI}{2\pi x}$ ， $B_{外} = 0$

如何构成闭合回路？

长直导线在无穷远处闭合

穿过回路的磁通量：

$$\Phi_m = \int \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_0^{R_1} \vec{B}_{外}\cdot \mathrm{d}\vec{S} + \int_{R_1}^{R_2} \vec{B}_{内}\cdot \mathrm{d}\vec{S} + \int_{R_2}^{\infty} \vec{B}_{外}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{N\mu_0 Ih}{2\pi}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mathrm{d}x}{x}$$

$$= \frac{\mu_0 Nh}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}\cdot I_0\cos\omega t$$

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu_0 NhI_0\omega}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}\cdot\sin\omega t$$

小结：

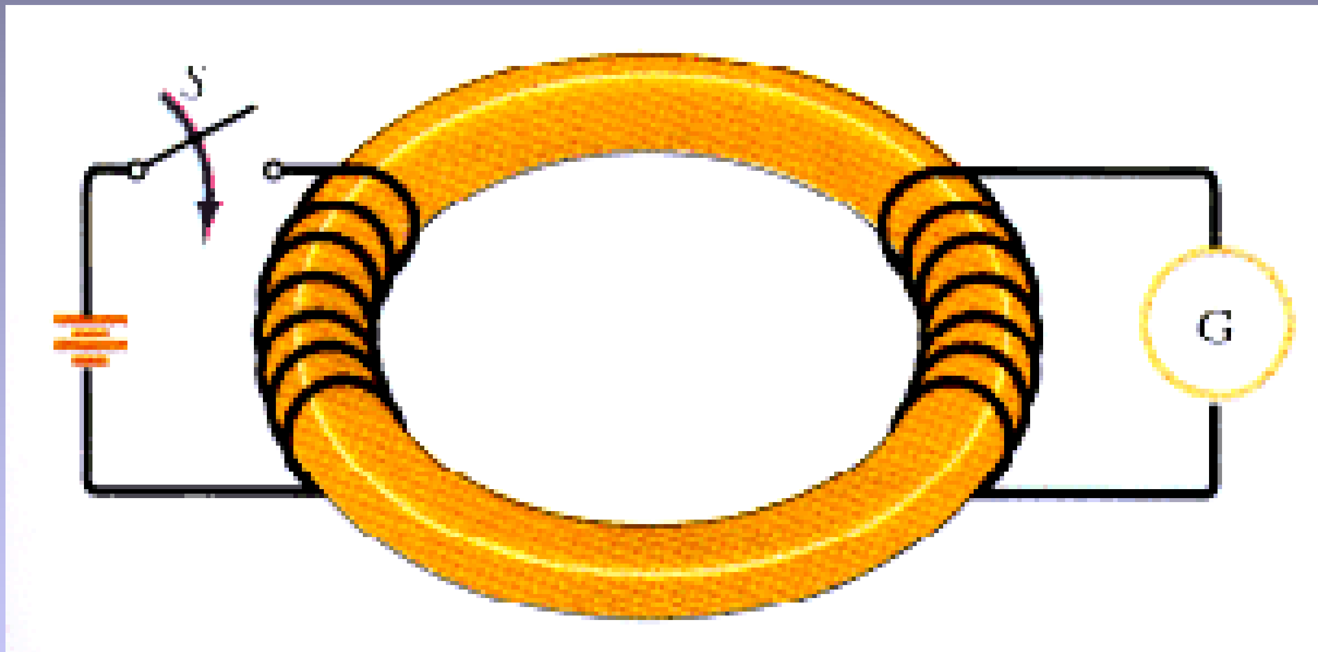
电磁感应
- 动生电动势
- 感生电动势（涡旋电场）
  - 自感电动势 → 磁场能量
  - 互感电动势

法拉第电磁感应定律 $\boxed{\varepsilon = -N\dfrac{\mathrm{d}\phi_m}{\mathrm{d}t}}$

$$\begin{cases} \varepsilon_{动} = \oint_L (\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l} \\ \varepsilon_{感} = \oint_L \vec{E}_{感}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = -\int_s \dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S} \end{cases}$$

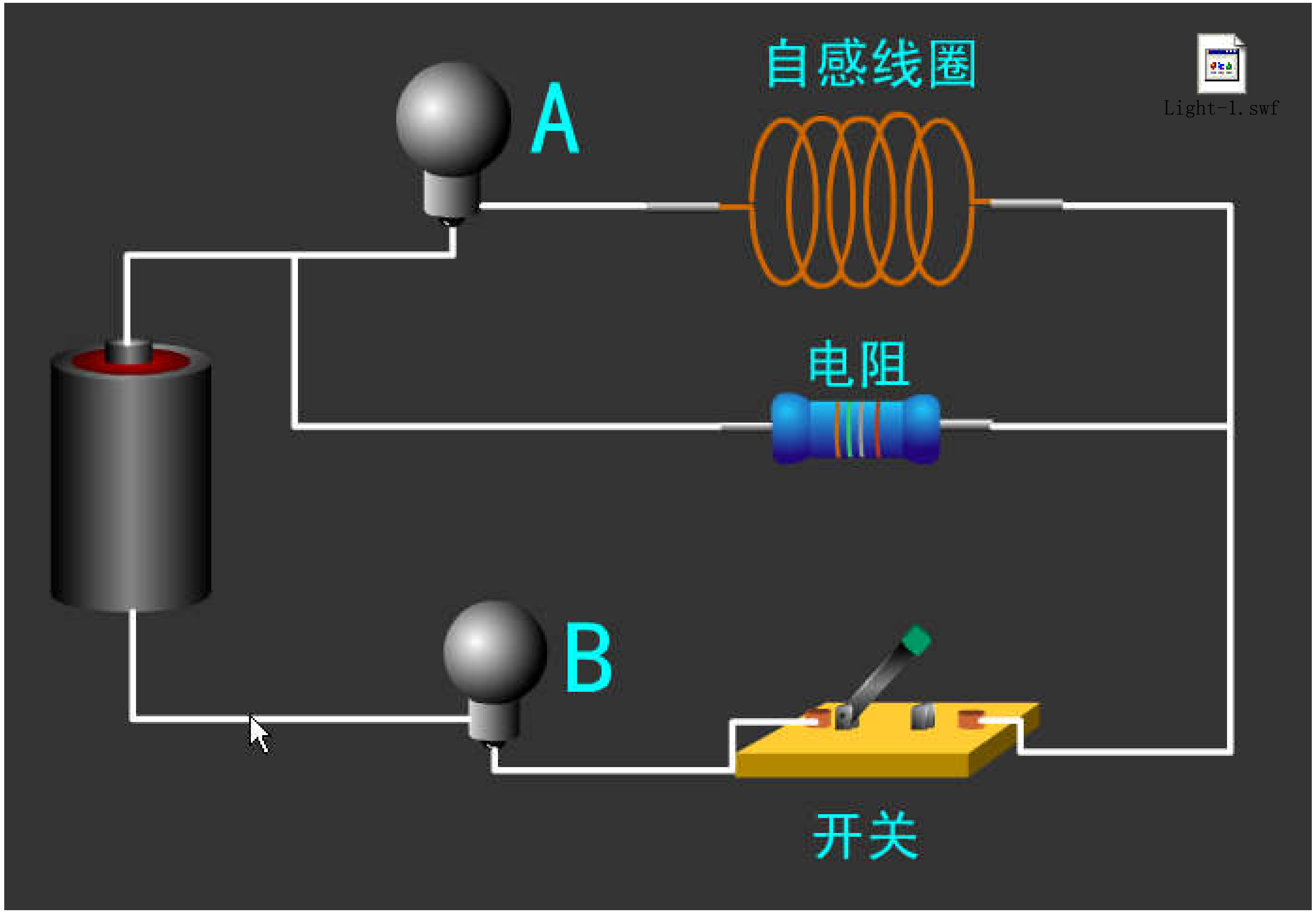
$$\begin{cases} L = \dfrac{\psi_m}{I} \qquad \varepsilon_L = -L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} \\ M = \dfrac{\psi_{21}}{I_1} = \dfrac{\psi_{12}}{I_2} \\ \varepsilon_{21} = -M\dfrac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t},\ \varepsilon_{12} = -M\dfrac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t} \end{cases}$$

同学们好！



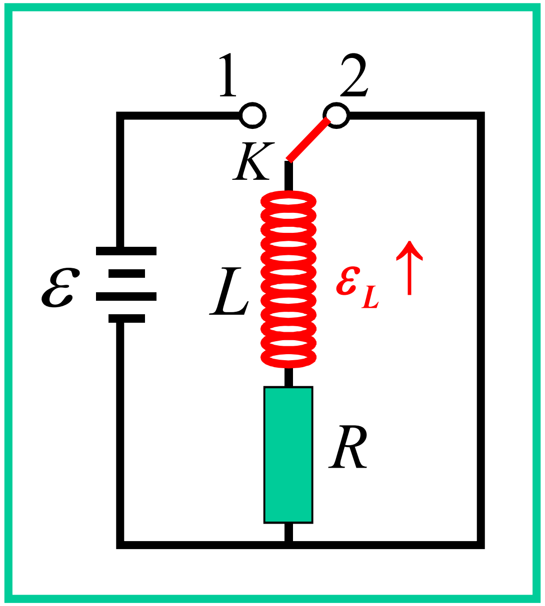
§ 11.2　磁场能量

一. 自感磁能



§ 11.2　磁场能量

一. 自感磁能



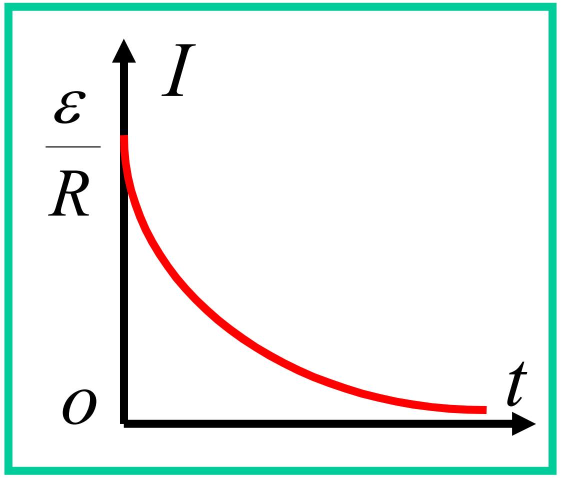
$$K \rightarrow 1 \qquad I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$$

K由 $1 \rightarrow 2$

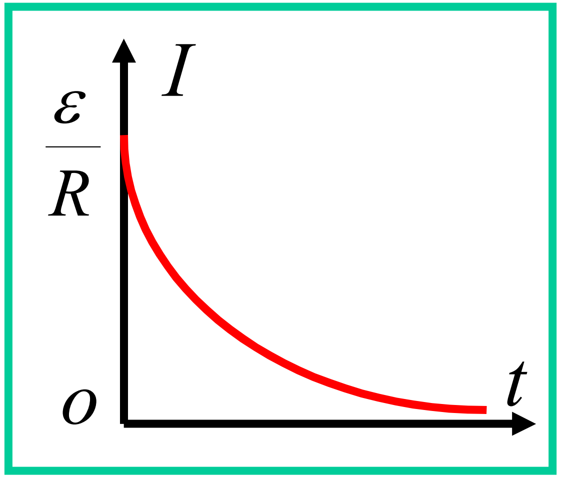
$$\varepsilon_L = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = IR$$

$$\frac{\mathrm{d}I}{I} = -\frac{R\mathrm{d}t}{L} \qquad \int_{I_0}^{I}\frac{\mathrm{d}I}{I} = -\int_0^t \frac{R}{L}\mathrm{d}t$$

$$\ln\frac{I}{I_0} = -\frac{R}{L}t$$



$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$$



$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

电流由 $I \to 0$过程中自感电动势所做的功等于线圈中储存的磁能

$$\mathrm{d}A = \varepsilon_L I \mathrm{d}t = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}\cdot I\mathrm{d}t = -LI\mathrm{d}I$$

$$A = \int \mathrm{d}A = -\int_I^0 LI\,\mathrm{d}I = \frac{1}{2}LI^2$$

自感磁能： $$W_m = A = \frac{1}{2}LI^2$$

二．磁场能量

自感磁能： $$W_m = A = \frac{1}{2}LI^2$$

对长直螺线管： $$L = \mu n^2 V \qquad I = \frac{B}{\mu n}$$

$$W_m = \frac{1}{2}(\mu n^2 V)\cdot(\frac{B}{\mu n})^2 = \frac{B^2}{2\mu}\cdot V$$ 可以推广到一般情况

1. 磁能密度：磁场单位体积内的能量

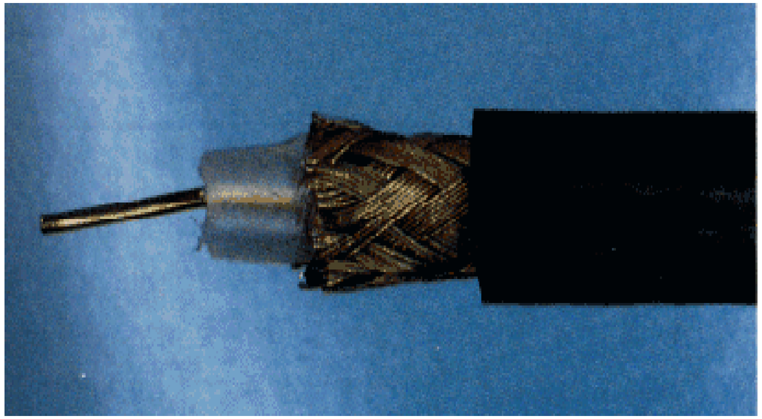
$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{1}{2}BH$$

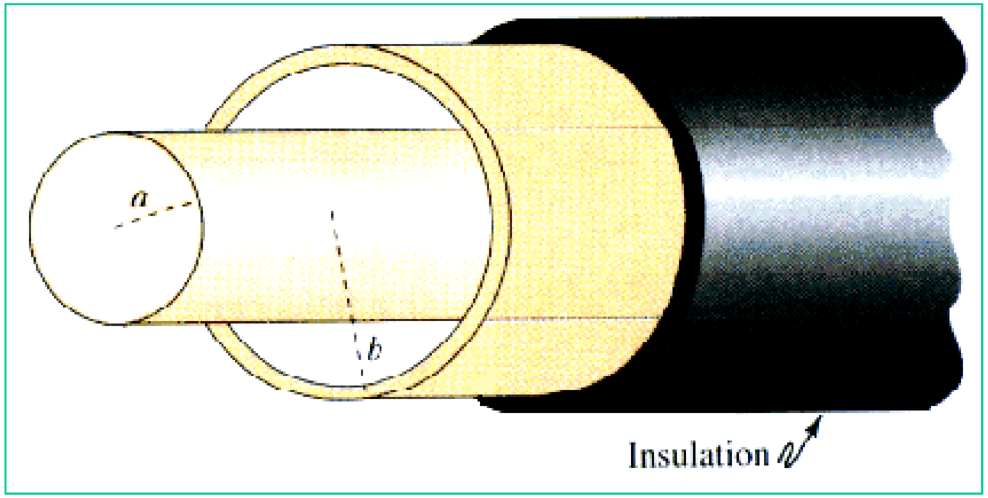
2. 磁场能量 $$W_m = \int_V w_m \mathrm{d}V = \int_V \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r}\mathrm{d}V = \int_V \frac{1}{2}BH\mathrm{d}V$$

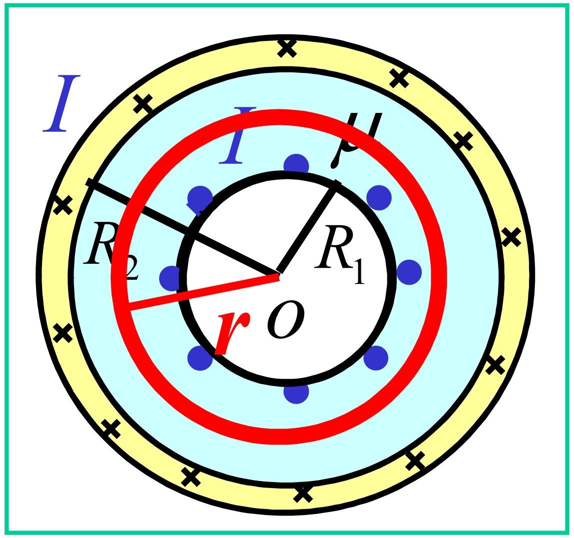
3. 电场能量与磁场能量比较

电场能量	磁场能量
电容器储能 $\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}QV=\frac{Q^2}{2C}$	自感线圈储能 $\frac{1}{2}LI^2$
电场能量密度 $w_e=\frac{1}{2}ED=\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2$	磁场能量密度 $w_m=\frac{1}{2}BH=\frac{B^2}{2\mu_0\mu_r}$
电场能量 $W_e=\int_V w_e \mathrm{d}V$	磁场能量 $W_m=\int_V w_m \mathrm{d}V$
能量法求 C	能量法求 L

例：P. 310 11 - 16 已知同轴薄筒电缆 R_1 ，R_2, μ, l 求L





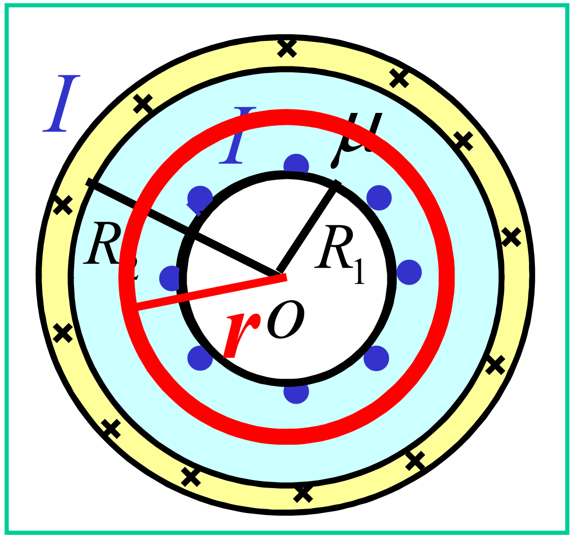


解：设电缆中通有如图流向电流I

由安培环路定理：

$$B=\begin{cases} 0 & (r<R_1\ ,\ r>R_2) \\ \dfrac{\mu I}{2\pi r} & (R_1<r<R_2) \end{cases}$$

取体积元： $\mathrm{d}V = l\cdot 2\pi r\mathrm{d}r$



$$W=\int_V \frac{B^2}{2\mu}\mathrm{d}V$$

$$=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mu^2 I^2}{2\mu(2\pi r)^2}\cdot 2\pi r l\,\mathrm{d}r$$

$$=\frac{\mu I^2 l}{4\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$W=\frac{1}{2}LI^2$$

$$\frac{1}{2}LI^2=\frac{\mu l I^2}{4\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

得：

$$L=\frac{\mu l}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

小结：

电磁感应
- 动生电动势
- 感生电动势（涡旋电场）
  - 自感电动势 → 磁场能量
  - 互感电动势

法拉第电磁感应定律

$$\boxed{\varepsilon = -N\frac{\mathrm{d}\phi_m}{\mathrm{d}t}}$$

$$\varepsilon_{动} = \oint_L (\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

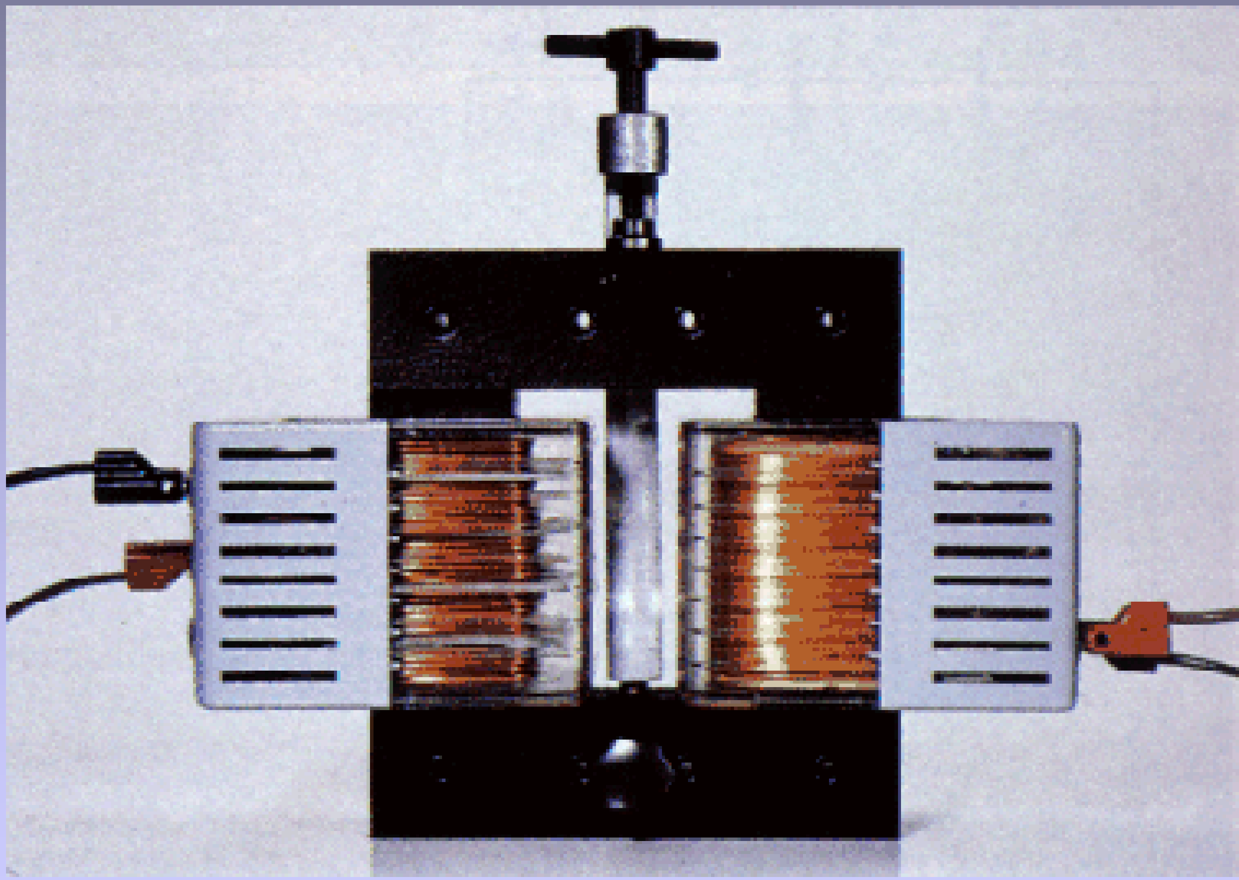
$$\varepsilon_{感} = \oint_L \vec{E}_{感}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$L = \frac{\psi_m}{I} \qquad \varepsilon_L = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

$$M = \frac{\psi_{21}}{I_1} = \frac{\psi_{12}}{I_2}$$

$$\varepsilon_{21} = -M\frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t},\ \varepsilon_{12} = -M\frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}$$

同学们好！



§ 11.3　位移电流

对称性 $\begin{cases} \text{随时间变化的磁场} \rightarrow \text{感生电场(涡旋电场)} \\ \text{随时间变化的电场} \rightarrow \text{磁场} \end{cases}$

麦克斯韦提出又一重要假设：位移电流

一. 问题的提出

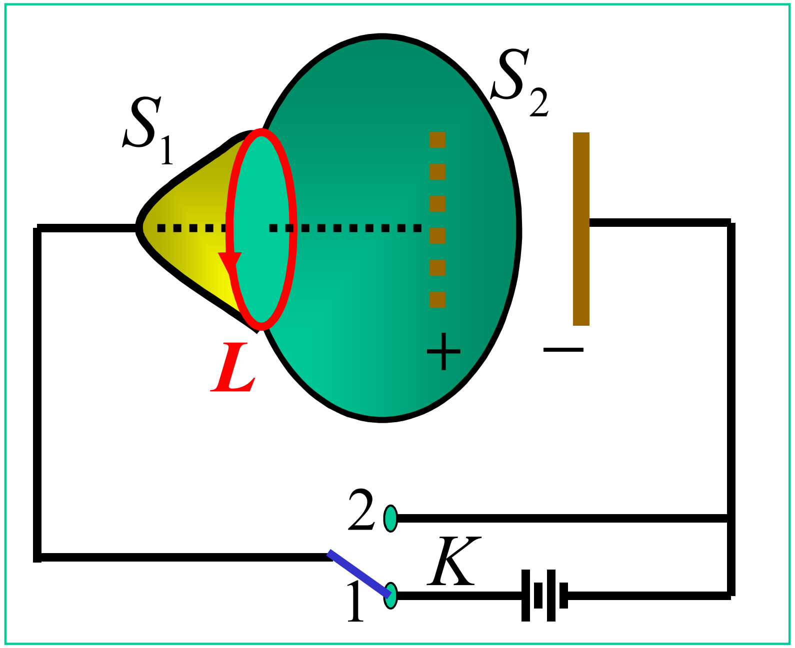
稳恒磁场的安培环路定理：

$$\oint_L \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum_{(L内)} I_0$$

穿过以 L为边界的任意曲面的传导电流

非稳恒情况如何？

非稳恒情况举例：电容器充放电



取回路L，作以L为边界的曲面

- 导线穿过S_1
- 导线不穿过S_2

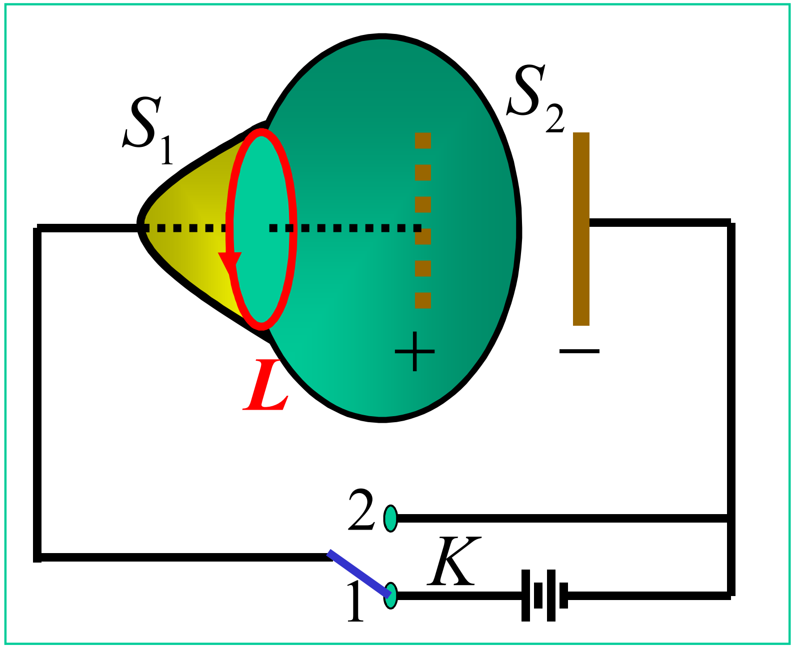
对S_1：$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = I$

对S_2：$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = 0$

矛盾！

出现矛盾的原因：非稳恒情况下传导电流不连续

$$\oint_{S_1+S_2} \vec{j}\cdot d\vec{S} = -I \neq 0$$ （ I流入S_1，不流出S_2）

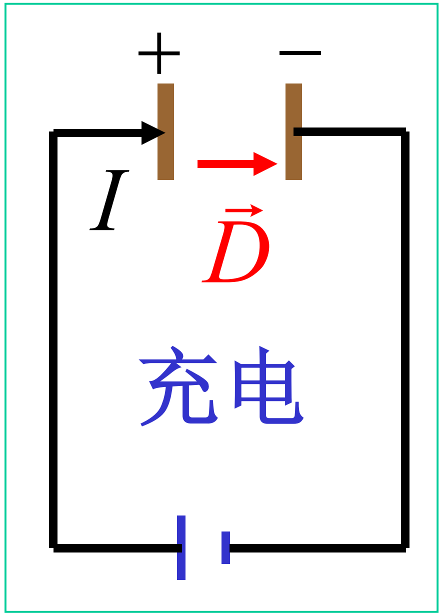


传导电流不连续的后果：电荷在极板上堆积。

电荷密度随时间变化（充电 $\sigma\uparrow$，放电 $\sigma\downarrow$）极板间出现变化电场 .

寻找传导电流与极板间变化电场之间的关系

传导电流	板间电场	结论
$I=\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\sigma S)=S\dfrac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t}$ $j=\dfrac{I}{S}=\dfrac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t}$	$E=\sigma/\varepsilon$ $D=\varepsilon E=\sigma$ $\dfrac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t}$	大小： $j=\dfrac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t}$

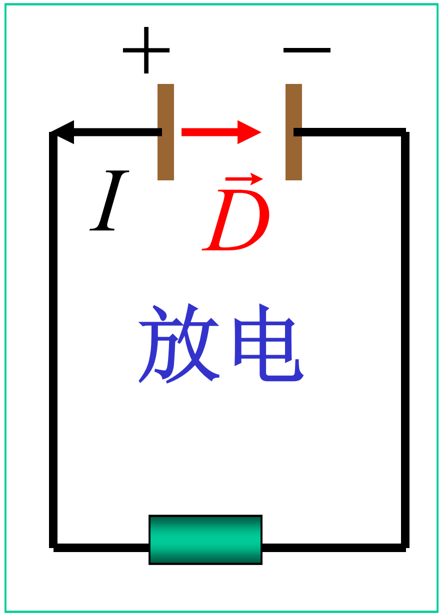


$\sigma\uparrow, D\uparrow$

$\dfrac{\mathrm{d}\vec{D}}{\mathrm{d}t} > 0$

与 $\vec{D}$ 同向

与 $\vec{j}$ 同向



$\sigma\downarrow, D\downarrow$

$\dfrac{\mathrm{d}\vec{D}}{\mathrm{d}t} < 0$

与 $\vec{D}$ 反向

与 $\vec{j}$ 同向

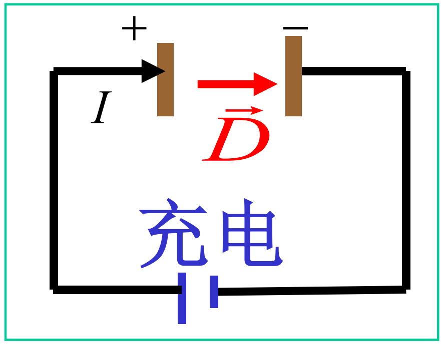
$$\vec{j} = \frac{\mathrm{d}\vec{D}}{\mathrm{d}t}$$

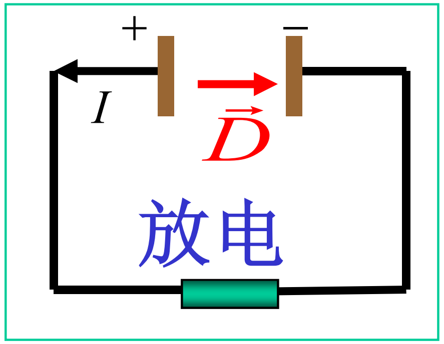
$$\int_S \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \int_S \frac{\mathrm{d}\vec{D}}{\mathrm{d}t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

$$I = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \frac{\mathrm{d}\phi_D}{\mathrm{d}t}$$

板间电场的电位移矢量 $\vec{D}$ 对时间的变化率 $\mathrm{d}\vec{D}/\mathrm{d}t$ 等于极板上的传导电流密度 $\vec{j}$ 。

穿过极板的电位移通量 ϕ_D 对时间变化率 $\mathrm{d}\phi_D/\mathrm{d}t$ 等于极板上的传导电流 I 。





将 $\mathrm{d}\phi_D/\mathrm{d}t$ 视为一种电流，$\mathrm{d}\vec{D}/\mathrm{d}t$ 为其电流密度。

传导电流 I 在极板上中断，可由 $\mathrm{d}\phi_D/\mathrm{d}t$ 接替。

传导电流密度$\vec{j}$ 在极板上中断，可由 $\mathrm{d}\vec{D}/\mathrm{d}t$ 接替。

解决了非稳恒情况电流的连续性问题

二. 位移电流

1. 就电流的磁效应而言，变化的电场与电流等效。

称为位移电流

$$\boxed{I_D = \frac{\mathrm{d}\phi_D}{\mathrm{d}t}} \qquad \boxed{\vec{j}_D = \frac{\mathrm{d}\vec{D}}{\mathrm{d}t}}$$

2. 物理意义

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{j}_D = \frac{\mathrm{d}\vec{D}}{\mathrm{d}t} = \underbrace{\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}_{\text{空间电场变化}} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \rightarrow \text{电介质分子中电荷微观运动}$$

真空中：$\dfrac{\partial \vec{P}}{\partial t} = 0$ ，$\vec{j}_D = \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ 揭示变化电场与电流的等效关系

3. 传导电流与位移电流的比较

	传导电流I_0	位移电流I_D
起源	自由电荷宏观定向运动	变化电场和极化电荷的微观运动
特点	产生焦耳热 只在导体中存在	无焦耳热， 在导体、电介质、真空中均存在
共同点	都能激发磁场	

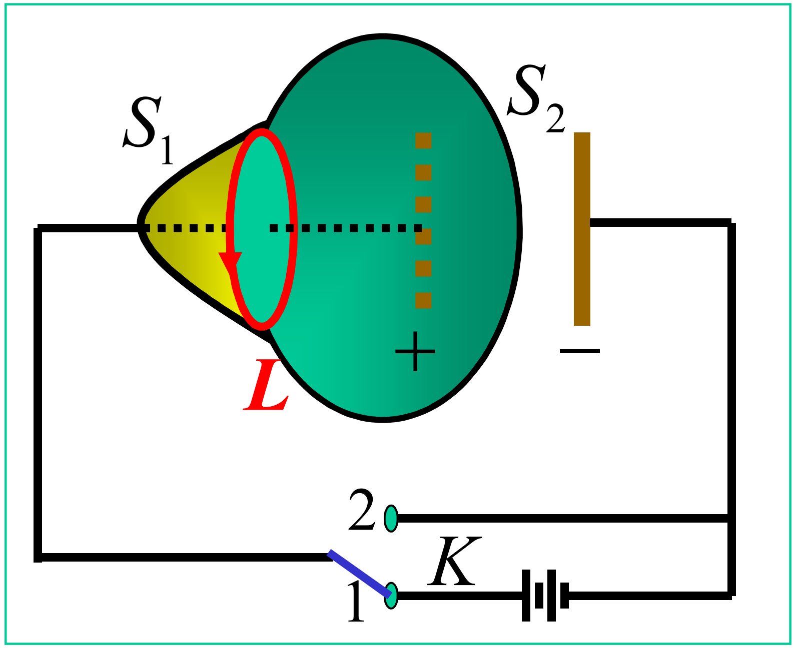
三. 安培环路定理的推广

1. 全电流

$$I_{全}=I_0+I_D$$

对任何电路，全电流总是连续的

$$\oint_S(\vec{j}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t})\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0$$



2. 推广的安培环路定理

$$\oint_L\vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\sum_{(L内)}I_{全}=\sum_{(L内)}(I_0+I_D)=\int_S(\vec{j}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t})\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

$$\oint_L\vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=I_{全}=\begin{cases}I & 对\ S_1\\ I_D=I & 对\ S_2\end{cases}$$

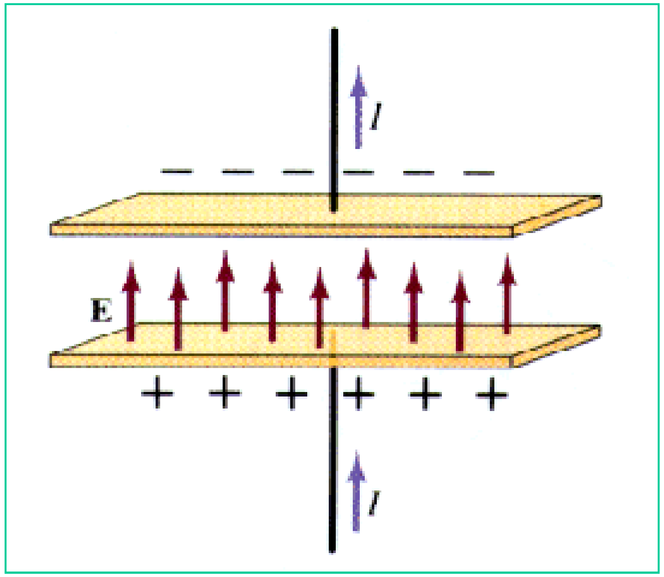
不矛盾！

练习：

已知：对平行板电容器充电，已知

$$C\,, q_{t=0} = 0, i = 0.2e^{-t}\,(\mathrm{SI})$$

求： $U(t) = ?\quad I_D = ?$



解： **(1)** $\mathrm{d}q = i\mathrm{d}t,\quad q = \int_0^t i\mathrm{d}t$

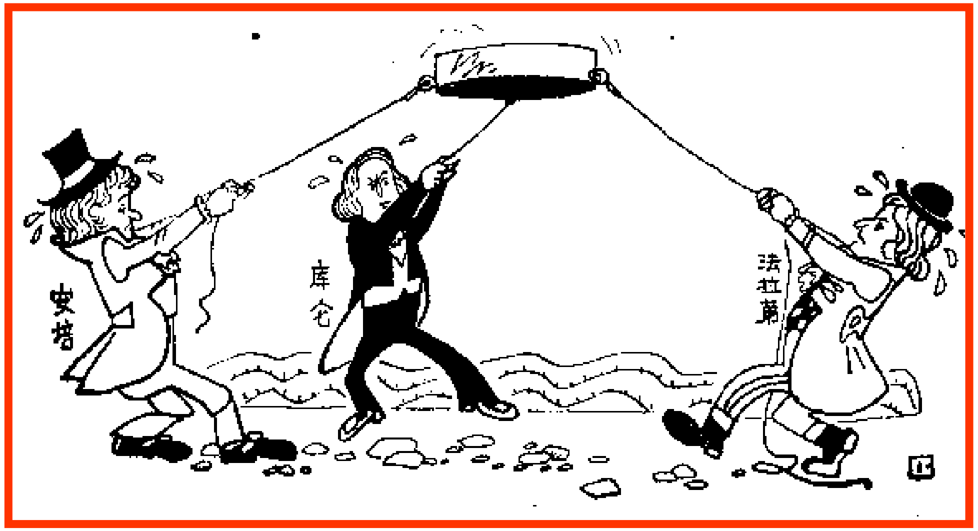
$$U = \frac{q}{C} = \frac{1}{C}\int_0^t i\mathrm{d}t = \frac{1}{C}\int_0^t 0.2e^{-t}\mathrm{d}t$$

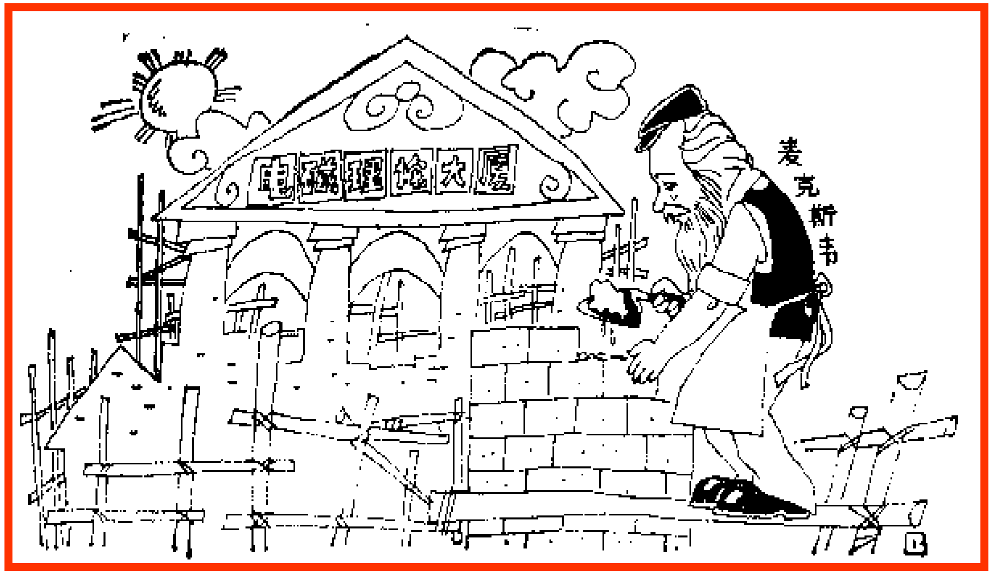
$$= \frac{0.2}{C}(1 - e^{-t})$$

(2) $I_D = i = 0.2e^{-t}$

§ 11.4　麦克斯韦方程组的积分形式

如果我们把电磁理论比作一座雄伟的大厦，那么可以说库仑、安培、法拉第等人给它准备了坚实的地基，麦克斯韦在上面建成了大厦，最后赫兹则让这座大厦住满了人。





我们就生活在电磁波的海洋中，离开电磁波我们将寸步难行！

§ 11.4 麦克斯韦方程组的积分形式

一.麦克斯韦方程组的积分形式

		高斯定理	环路定理
磁场		$\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0$	$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_S(\vec{j}+\frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot \mathrm{d}\vec{S}$
电场	静电场	$\oint_S \vec{D}^{(1)}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\sum_{S内} q_0=\int_V \rho \mathrm{d}V$	$\oint_L \vec{E}^{(1)}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0$
	感生电场	$\oint_S \vec{D}^{(2)}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0$	$\oint_L \vec{E}^{(2)}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=-\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$
	一般电场	$\vec{D}=\vec{D}^{(1)}+\vec{D}^{(2)}$ $\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\int_V \rho \mathrm{d}V$	$\vec{E}=\vec{E}^{(1)}+\vec{E}^{(2)}$ $\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=-\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$

麦克斯韦方程组的积分形式

$$
\begin{cases}
\oint_S \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_V \rho \mathrm{d}V \\
\oint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0 \\
\oint_L \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S} \\
\oint_L \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot \mathrm{d}\vec{S}
\end{cases}
$$

二. 麦克斯韦方程组的意义

1. 是对电磁场宏观实验规律的全面总结和概括，是经典物理三大支柱之一。

方　　程	实 验 基 础	意 义
$\oint_S \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_V \rho \mathrm{d}V$		
$\oint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$		
$\oint_L \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$		
$\oint_L \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot \mathrm{d}\vec{S}$		

方程中各量关系：$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$　$\vec{j} = \gamma \vec{E}$　$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$

$\vec{B}$, $\vec{E}$ 定义：$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$

2. 揭示了电磁场的统一性和相对性

- 电磁场是统一的整体
- 电荷与观察者相对运动状态不同时，电磁场可以表现为不同形态。

$$\text{空间带电体}\begin{cases}\text{对相对其静止的观察者 —— 静电场}\\ \text{对相对其运动的观察者}\begin{cases}\text{电场}\\ \text{磁场}\end{cases}\end{cases}$$

3. 预言了电磁波的存在（自由空间 $\rho=0$ ，$\vec{j}=0$ ）

$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0 \qquad \oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=-\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

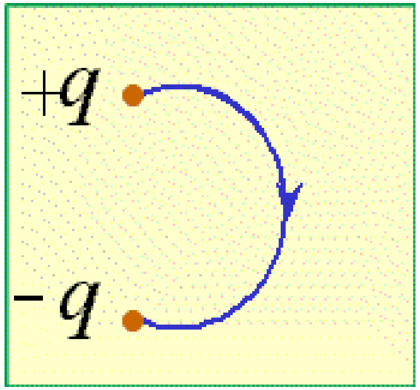
$$\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0 \qquad \oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

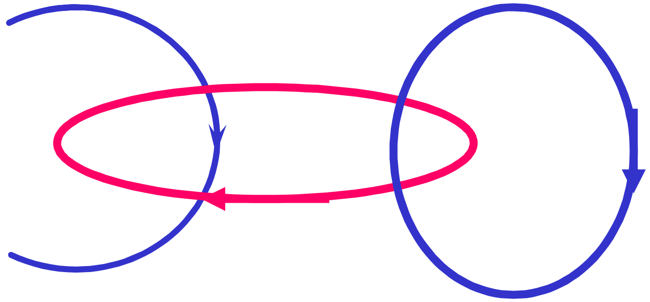
$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \qquad \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0$$

$$\vec{E} = E_0 \cos[\omega(t - \tfrac{x}{c})]\vec{j} \qquad \vec{B} = B_0 \cos[\omega(t - \tfrac{x}{c})]\vec{k}$$

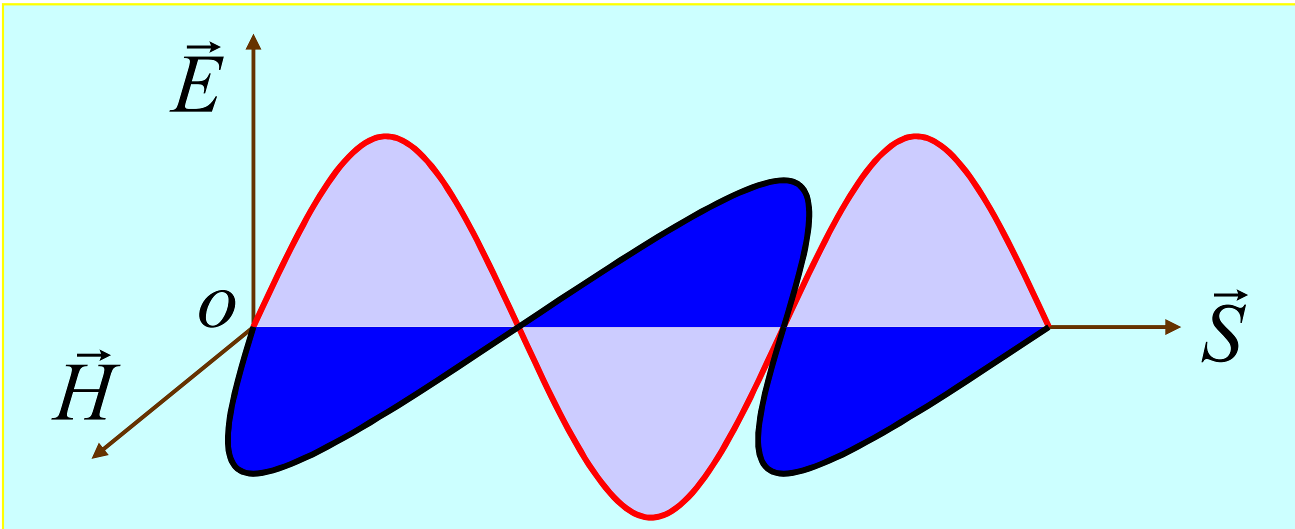
$$\left.\begin{array}{l}\text{变化磁场} \longrightarrow \text{电场} \\ \text{变化电场} \longrightarrow \text{磁场}\end{array}\right\} \text{变化电场} \rightleftarrows \text{变化磁场}$$

如振荡偶极子





可脱离电荷、电流在空间传播 $\longrightarrow$ 电磁波

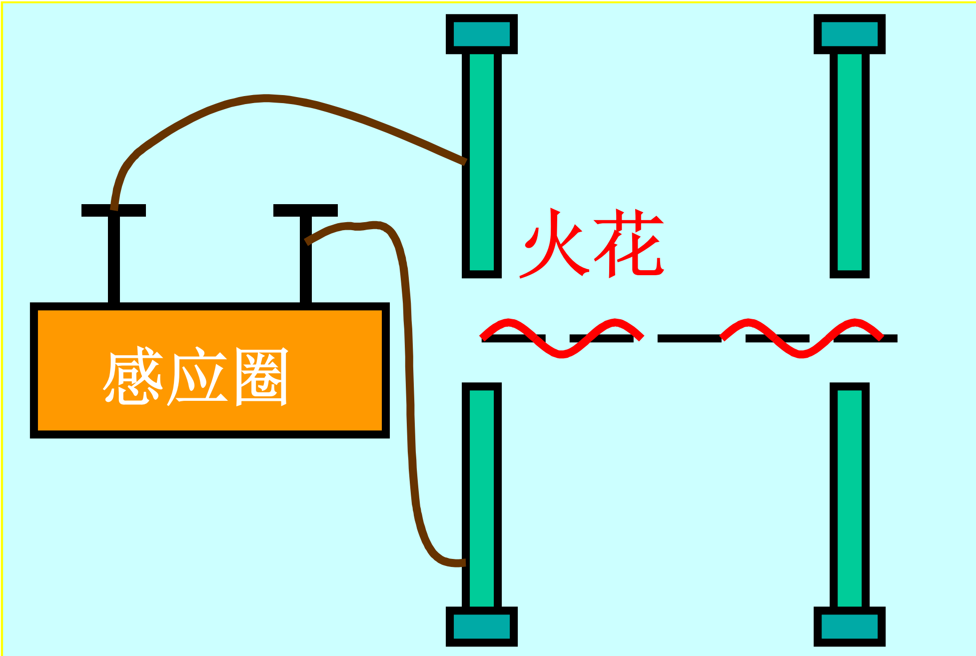


4. 预言了光的电磁本性

电磁波的传播速率

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = c$$

实验证实：赫兹（**1888** 年完成）



用电磁波重复了所有光学反射、折射、衍射、干涉、偏振实验。

5. 是经典物理 — 近代物理桥梁

创新物理概念（涡旋电场、位移电流）

严密逻辑体系

简洁数学形式(**P. 337** 微分形式)

正确科学推论(电磁波、光的电磁性)

简单性、独立性、和完备性

• 电磁学（9～11章）复习要点

1. 基本实验定律

库仑定律、毕 — 沙定律、安培定律、

法拉第电磁感应定律

2. 基本概念和理论

静电场　　高斯定理

稳恒磁场　环路定理　→　基本性质

位移电流、感生电场概念

电磁场的统一性

麦克斯韦方程组及其物理意义

3. 必须掌握的基本方法：

1) 微元分析和叠加原理

$$\mathrm{d}q < \begin{matrix} \mathrm{d}\vec{E} \to \vec{E} \\ \mathrm{d}U \to U \end{matrix} \qquad \mathrm{d}I < \begin{matrix} \vec{B} \\ \vec{P}_m \end{matrix}$$

$$\mathrm{d}s \to \phi_e, \phi_m; \qquad \mathrm{Id}\vec{l} \to \vec{F} \ldots\ldots$$

2) 用求通量和环流的方法描述空间矢量场，求解具有某些对称性的场分布。

用静电场的高斯定理求电场强度；

用稳恒磁场的安培环路定理求磁感应强度；

3) 类比方法

静电场—稳恒电场；

静电场—感生电场；

极化—磁化；

电容 c ~ 自感 L ~ 互感 M 计算；

电场能 W_e ~ 磁场能 W_m

典型电荷的电场分布 ~ 典型电流的磁场分布

（自己列表比较）

……

4) 模型:从实际问题——抽象出模型——解决问题

电介质分子～电偶极子;

磁介质分子～分子电流;

点电荷、均匀带电球面、无限大带电（载流）平面

无限长带电（载流）直线、长直螺旋管……

4. 应用

静电屏蔽、磁屏蔽、尖端放电、电子感应加速器、

磁聚焦、涡流、产生匀强电场、匀强磁场的方法、

霍耳效应分辨半导体类型……

5. 基本计算

第9章

1）$\vec{E}$ 的计算

- 叠加法 $\mathrm{d}q \to \mathrm{d}\vec{E} \to \vec{E}$ (分量积分)
- 高斯定理 (三种对称情况)
- 电势梯度 $\vec{E} = -\nabla U$

$$\phi_e = \int_s \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

2）U 的计算

- 叠加法 $\mathrm{d}q \to \mathrm{d}U \to U$
- 场强积分 $U_P = \int_P^{\text{零势点}} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

零势点选取；分段积分

3) C 的计算 $q \to \vec{E} \to \Delta U \to C$ 电容的串并联

4) W_e 的计算

$$w = \frac{1}{2} C \Delta U^2 = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q \Delta U = \int_V \frac{1}{2} ED \mathrm{d}V$$

第10章

1) $\vec{B}$的计算
$$\begin{cases} \text{叠加法} \quad \mathrm{d}I \to \mathrm{d}\vec{B} \to \vec{B} \\ \text{安培环路定理 (对称性)} \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$\phi_m = \int_s \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

2) $\vec{P}_m$ 的计算： $\mathrm{d}\vec{P}_m = S\mathrm{d}I\vec{n}$ $\mathrm{d}I = \mathrm{d}q\,\dfrac{\omega}{2\pi}$

3) 磁力、磁力矩

$$\vec{f}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\mathrm{d}\vec{F}_m = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$$

$$A = I\Delta\phi_m$$

4) 霍耳效应

$$\Delta U = \frac{1}{nq}\frac{BI}{d}$$

第11章:

1) 感应电动势的计算

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Psi_m}{\mathrm{d}t} = -N\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{\text{动}} = \int \left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot \mathrm{d}\vec{l} \\ \varepsilon_{\text{感}} = \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varepsilon_L = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} \\ \varepsilon_{12} = -M\frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t} \\ \varepsilon_{21} = -M\frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t} \end{cases}$$

2) ***L*、*M*** 的计算

3) 磁场能 $W_m = \frac{1}{2}LI^2$ $W_m = \int_V \frac{1}{2}BH\mathrm{d}V = \int \frac{B^2}{2\mu}\mathrm{d}V$

4) 位移电流 $I_D = \frac{\mathrm{d}\phi_D}{\mathrm{d}t}$ $\vec{j}_D = \frac{\mathrm{d}\vec{D}}{\mathrm{d}t}$