

4-1 应用叠加定理求图示电路中电压 u_{ab} .

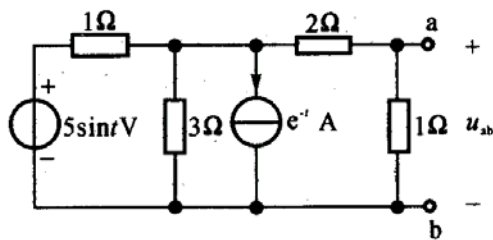
解 首先画出两个独立电源单独作用时的分电路，如题解4-1图所示.

对图(a)，应用结点电压法可以得到

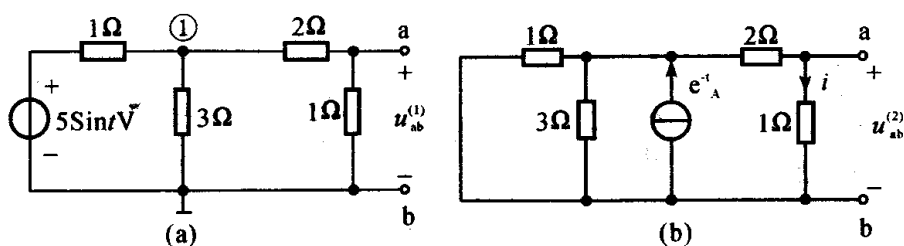
$$(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{1+2})u_{n1} = \frac{5 \cdot \sin t}{1}$$

解得
$$u_{n1} = \frac{5 \sin t}{\frac{5}{3}} = 3 \sin t \text{ V}$$

所以
$$u_{ab}^{(1)} = \frac{u_{n1}}{3} \times 1 = \frac{1}{3} \times 3 \sin t = \sin t \text{ V}$$



题 4-1 图



题解 4-1 图

对图(b), 应用并联电阻分流公式有

$$i = \frac{(1 // 3)}{(1 // 3) + (2 + 1)} e^{-t} \text{ A} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{4}{3} + 3} e^{-t} \text{ A} = \frac{1}{5} e^{-t} \text{ A}$$

所以 $u_{ab}^{(2)} = 1\Omega \times i = \frac{1}{5} e^{-t} \text{ V} = 0.2 e^{-t} \text{ V}$

故由叠加定理得

$$u_{ab} = u_{ab}^{(1)} + u_{ab}^{(2)} = (\sin t + 0.2 e^{-t}) \text{ V}$$

4-2 应用叠加定理求图示电路中电压 u .

解 画出电源分别作用的分电路如

题解 4-2 图所示.

对图(a), 应用结点电压法有

$$\left(\frac{1}{2+8} + \frac{1}{40} + \frac{1}{10}\right) u_{n1} = \frac{136}{2+8} + \frac{50}{10}$$

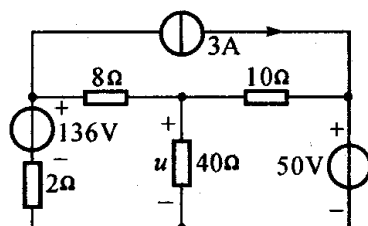
解得

$$u_{n1} = \frac{13.6 + 5}{\frac{9}{40}} \text{ V} = \frac{248}{3} \text{ V} = 82.667 \text{ V}$$

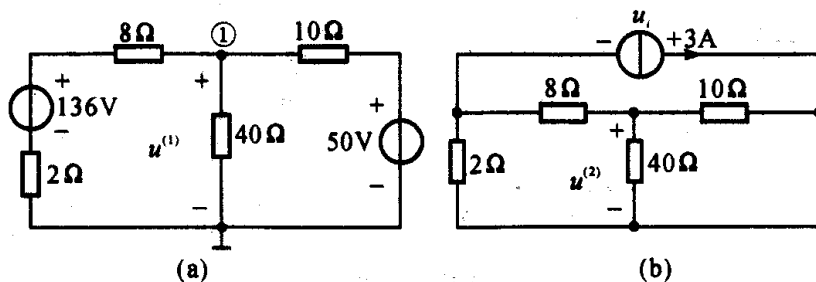
所以 $u^{(1)} = u_{n1} = 82.667 \text{ V}$

对图(b), 应用电阻串并联化简方法, 可求得

$$u_i = 3 \times \frac{\left(8 + \frac{40 \times 10}{40 + 10}\right) \times 2}{\left(8 + \frac{40 \times 10}{40 + 10}\right) + 2} \text{ V} = 3 \times \frac{32}{18} \text{ V} = \frac{16}{3} \text{ V}$$



题 4-2 图



题解 4-2 图

$$\text{所以 } u^{(2)} = -u_i \frac{\frac{40 \times 10}{40 + 10}}{\frac{40 \times 10}{40 + 10} + 8} = -\frac{1}{2}u_i = -\frac{8}{3}\text{V}$$

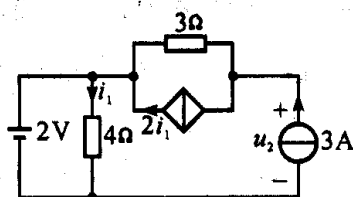
故由叠加定理得

$$u = u^{(1)} + u^{(2)} = \frac{248}{3}\text{V} - \frac{8}{3}\text{V} = \frac{240}{3}\text{V} = 80\text{V}$$

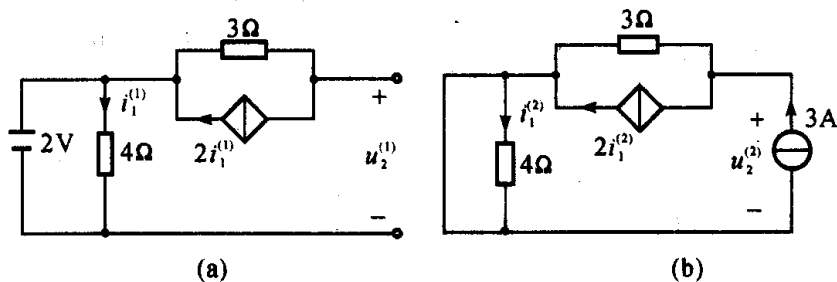
4-3 应用叠加定理求图示电路中电压 u_2 。

解 提示 当各个独立源单独作用于电路时，受控源始终保留在各分电路中，当受控电流源的控制量为零时，CCCS 相当开路。

画出独立电压源和独立电流源各自单独作用时的分电路，如题解 4-3 图所示。



题 4-3 图



题解 4-3 图

对于图(a) 有 $i_1^{(1)} = \frac{2}{4}\text{A} = 0.5\text{A}$

根据 KVL 有 $u_2^{(1)} = -3 \times 2i_1^{(1)} + 2$
 $= (-3 \times 2 \times 0.5 + 2) \text{V} = -1 \text{V}$

对于图(b) 有 $i_1^{(2)} = 0 \text{A}$

所以 $u_2^{(2)} = 3 \times 3 \text{V} = 9 \text{V}$

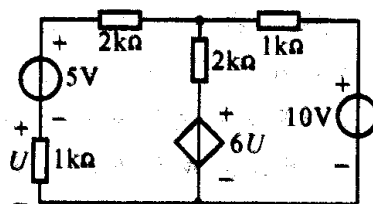
故由叠加定理得

$$u_2 = u_2^{(1)} + u_2^{(2)} = -1 \text{V} + 9 \text{V} = 8 \text{V}$$

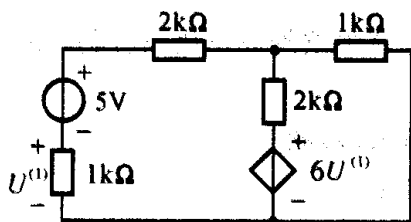
4-4 应用叠加定理求图示电路中电压 U .

解 按叠加定理, 画出两个独立电压源单独作用时的分电路, 如题解 4-4 图 (a) 和 (b) 所示, 受控电压源均保留在分电路中.

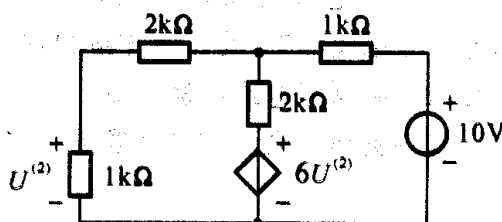
应用电源等效变换, 把图(a) 等效为图(c), 把图(b) 等效为图(d). (注意受控源的控制量不要等效丢掉)



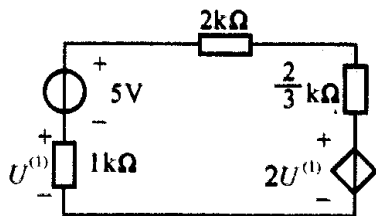
题 4-4 图



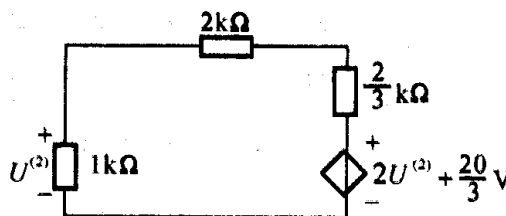
(a)



(b)



(c)



(d)

题解 4-4 图

对图(c) 有 $U^{(1)} = \frac{2U^{(1)} - 5}{1 + 2 + \frac{2}{3}} \times 1 = \frac{2U^{(1)} - 5}{\frac{11}{3}}$

解得

$$U^{(1)} = -3 \text{V}$$

$$\text{对图(d) 有 } U^{(2)} = \frac{2U^{(2)} + \frac{20}{3}}{1 + 2 + \frac{2}{3}} = \frac{2U^{(2)} + \frac{20}{3}}{\frac{11}{3}}$$

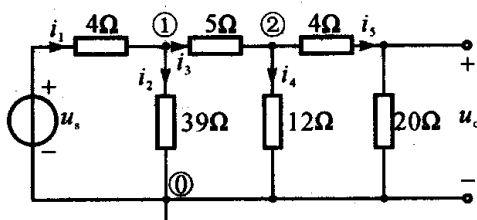
从中解得 $U^{(2)} = 4\text{V}$

由叠加定理得原电路中的电压

$$U = U^{(1)} + U^{(2)} = -3\text{V} + 4\text{V} = 1\text{V}$$

4-5 试求图示梯形电路各支路电流、结点电压和 $\frac{u_o}{u_s}$. 其中 $u_s = 10\text{V}$.

解 提示 利用倒退法和齐性定理进行求解. 倒退法就是先从梯形电路最远离电源的一端开始, 对电压或电流设一便于计算的值, 倒退算至激励处, 最后再按齐性定理予以修正.



题 4-5 图

由齐性定理可知, 当电路中只有一个独立源时, 其任意支路的响应与该独立源成正比. 利用齐性定理分析本题梯形电路特别有效.

设各支路的电流方向如题 4-5 图所示, 若取

$$i_5 = i'_5 = 1\text{A}$$

则各支路电压、电流分别为

$$u_o = u'_o = i'_5 \times 20 = 20\text{V}$$

$$u_{n2} = u'_{n2} = (4 + 20)i'_5 = 24\text{V}$$

$$i_4 = i'_4 = \frac{u_{n2}}{12} = 2\text{A}$$

$$i_3 = i'_3 = i'_4 + i'_5 = 3\text{A}$$

$$u_{n1} = u'_{n1} = 5i'_3 + u'_{n2} = (3 \times 5 + 24)\text{V} = 39\text{V}$$

$$i_2 = i'_2 = \frac{u_{n1}}{39} = 1\text{A}$$

$$i_1 = i'_1 = i'_2 + i'_3 = 4\text{A}$$

$$u_s = u'_s = 4i'_1 + u'_{n1} = (4 \times 4 + 39)\text{V} = 55\text{V}$$

即当激励 $u_s = u'_s = 55\text{V}$ 时, 各电压、电流如以上计算数值, 现给定 $u_s =$

10V, 相当于将以上激励 u'_s 缩小了 $(\frac{10}{55})$ 倍, 即 $K = \frac{10}{55} = \frac{2}{11}$ (倍)

故电路在激励 $u_s = 10V$ 时, 各支路的电流和结点电压为

$$i_1 = Ki'_1 = \frac{2}{11} \times 4A = \frac{8}{11}A = 0.727A$$

$$i_2 = Ki'_2 = \frac{2}{11} \times 1A = \frac{2}{11}A = 0.182A$$

$$i_3 = Ki'_3 = \frac{2}{11} \times 3A = \frac{6}{11}A = 0.545A$$

$$i_4 = Ki'_4 = \frac{2}{11} \times 2A = \frac{4}{11}A = 0.364A$$

$$i_5 = Ki'_5 = \frac{2}{11} \times 1A = \frac{2}{11}A = 0.182A$$

$$u_{n1} = Ku'_{n1} = \frac{2}{11} \times 39V = \frac{78}{11}V = 7.091V$$

$$u_{n2} = Ku'_{n2} = \frac{2}{11} \times 24V = \frac{48}{11}V = 4.364V$$

$$u_o = Ku'_o = \frac{2}{11} \times 20V = \frac{40}{11}V = 3.636V$$

输出电压和激励的比值为

$$\frac{u_o}{u_s} = \frac{\frac{40}{11}}{10} = \frac{4}{11} = 0.364$$

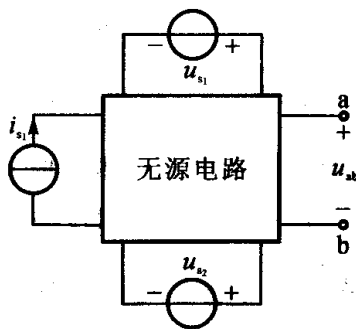
4-6 图示电路中, 当电流源 i_{s1} 和电压源 u_{s1} 反向时 (u_{s2} 不变), 电压

u_{ab} 是原来的 0.5 倍; 当 i_{s1} 和 u_{s2} 反向时 (u_{s1} 不变), 电压 u_{ab} 是原来的 0.3 倍. 问: 仅 i_{s1} 反向 (u_{s1}, u_{s2} 均不变), 电压 u_{ab} 应为原来的几倍?

解 提示 利用叠加定理.

$$u_{ab} = K_1 i_{s1} + K_2 u_{s1} + K_3 u_{s2}$$

由于题 4-6 图中有三个独立电源, 响应 u_{ab} 与这三个激励之间有三个线性比例关系, 即 K_1, K_2, K_3 利用叠加性有



题 4-6 图

$$u_{ab} = K_1 i_{s1} + K_2 u_{s1} + K_3 u_{s2} \quad (1)$$

代入已知条件得:

$$\begin{cases} 0.5u_{ab} = -K_1 i_{s1} - K_2 u_{s1} + K_3 u_{s2} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} 0.3u_{ab} = -K_1 i_{s1} + K_2 u_{s1} - K_3 u_{s2} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} xu_{ab} = -K_1 i_{s1} + K_2 u_{s1} + K_3 u_{s2} \end{cases} \quad (4)$$

将(1),(2),(3)式相加,得

$$1.8u_{ab} = -K_1 i_{s1} + K_2 u_{s1} + K_3 u_{s2} \quad (5)$$

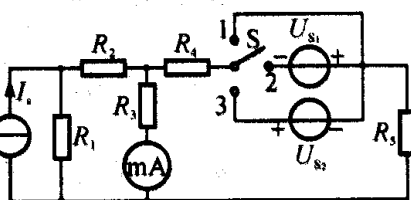
比较(4)式和(5)式,可看到两个式子的等号右边恰好相等,则有

$$x = 1.8$$

所以仅 i_s 反向 (u_{s1}, u_{s2} 均不变), 电压 u_{ab} 应为原来的 1.8 倍.

4-7 图示电路中 $U_{s1} = 10V, U_{s2} =$

15V, 当开关 S 在位置 1 时, 毫安表的读数为 $I' = 40mA$; 当开关 S 合向位置 2 时, 毫安表的读数为 $I'' = -60mA$. 如果把开关 S 合向位置 3, 则毫安表的读数为多少?



题 4-7 图

解 设流过毫安表的电流为 I . 根据叠加定理可知

$$I = K_1 I_s + K_2 U_s$$

当开关 S 在位置 1 时, 相当于 $U_s = 0$, 此时有

$$40 = K_1 I_s$$

当开关 S 在位置 2 时, 相当于 $U_s = U_{s1}$, 此时有

$$-60 = K_1 I_s + K_2 U_{s1} = 40 + K_2 U_{s1}$$

从中解得
$$K_2 = \frac{-60 - 40}{U_{s1}} = \frac{-100}{10} = -10$$

所以当开关 S 在位置 3 时, 相当于 $U_s = -U_{s2}$, 则有

$$I = K_1 I_s + K_2 U_s = 40mA + (-10) \times (-15)mA = 190mA$$

4-8 求图示电路的戴维宁和诺顿等效电路.

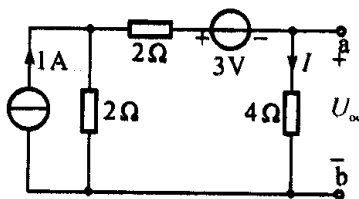
解 求开路电压 U_{oc} . 设 U_{oc} 参考方向如题 4-8 图所示, 对图中右边网孔按顺时针的方向列 KVL 方程, 有

$$(2+4)I + 2(I-1) = -3$$

解得

$$I = -\frac{1}{8} \text{ A}$$

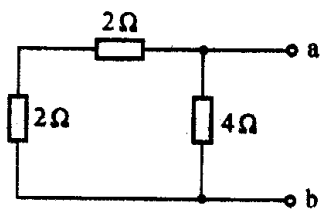
$$\text{所以 } U_{oc} = 4I = -\frac{4}{8} \text{ V} = -0.5 \text{ V}$$



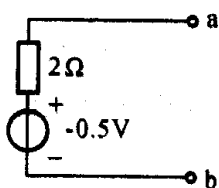
题 4-8 图

求等效电阻 R_{eq} . 将原电路中电压源短路、电流源开路, 电路变为题解 4-8(a) 图所示, 应用电阻串并联进行等效, 求得:

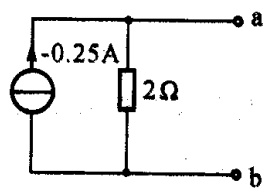
$$R_{eq} = (2+2) // 4 = \frac{4 \times 4}{4+4} = 2(\Omega)$$



(a)



(b)



(c)

题解 4-8 图

戴维宁等效电路见图解 4-8(b) 图所示, (注意等效电压源电压的极性如与原设定的参考方向一致时, U_{oc} 为负值, 如果与原设定的参考方向相反时, U_{oc} 为正值.)

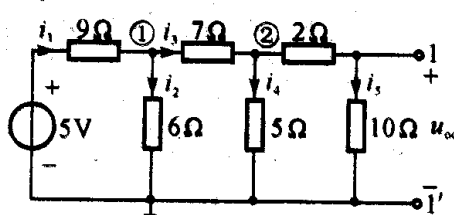
应用电源等效变换可得到诺顿等效电路如图解 4-8(c) 图所示, 其中电流源的电流为

$$I_{sc} = \frac{U_{oc}}{R_{eq}} = \frac{-0.5}{2} \text{ A} = -0.25 \text{ A}$$

4-9 求图示电路的戴维宁等效电路.

解 本题电路为梯形电路, 根据齐性定理, 应用“倒退法”求开路电压 u_{oc} , 各支路电流参考方向如图所示. 设 $u_{oc} = u'_{oc} = 10 \text{ V}$, 对应的各支路电流分别为:

$$i_5 = i'_5 = \frac{u_{oc}}{10} = 1 \text{ A}$$



题 4-9 图

$$u_{n2} = u'_{n2} = i'_5 (2 + 10) = 12V$$

$$i_4 = i'_4 = \frac{u_{n2}}{5} = 2.4A$$

$$i_3 = i'_3 = i'_4 + i'_5 = 3.4A$$

$$u_{n1} = u'_{n1} = i'_3 \times 7 + u'_{n2} = 35.8V$$

$$i_2 = i'_2 = \frac{u_{n1}}{6} = 5.967A$$

$$i_1 = i'_1 = i'_2 + i'_3 = 9.367A$$

$$u_s = u'_s = 9 \times i'_1 + u'_{n1} = 120.1V$$

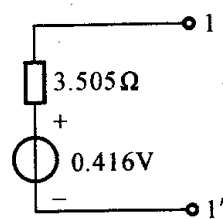
故当 $u_s = 5V$ 时, 开路电压 u_{oc} 为

$$u_{oc} = K \cdot u'_{oc} = \frac{5}{120.1} \times 10V = 0.416V$$

求等效电阻 R_{eq} , 将电路中的电压源短路, 应用电阻串并联等效, 求得 R_{eq} 为

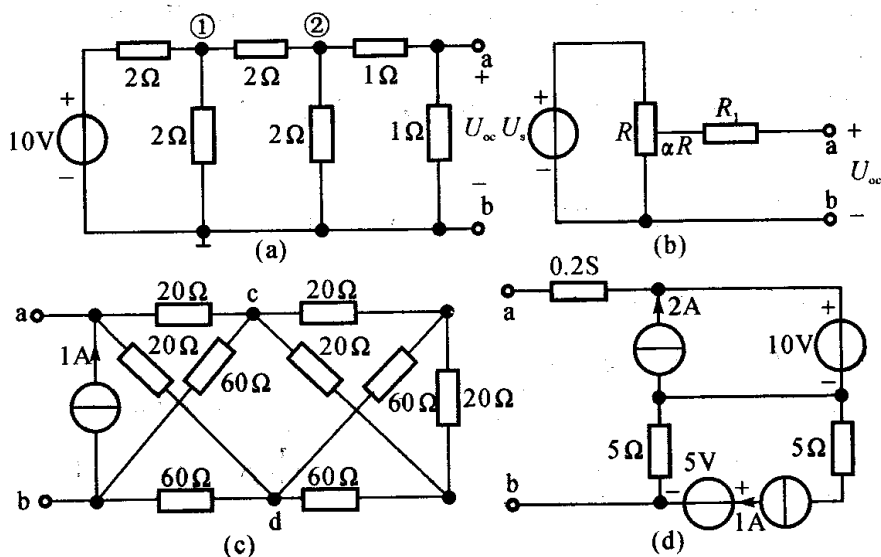
$$R_{eq} = [(9 // 6 + 7) // 5 + 2] // 10 = 3.505(\Omega)$$

戴维宁等效电路如题解 4-9 图所示.



题解 4-9 图

4-10 求图中各电路在 ab 端口的戴维宁等效电路或诺顿等效电路.



题 4-10 图

解 (a) 应用结点电压法求开路电压 u_{oc} . 结点编号如图(a)所示, 结点电压方程为

$$\begin{cases} (\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2})u_{n1} - \frac{1}{2}u_{n2} = \frac{10}{2} \\ -\frac{1}{2}u_{n1} + (\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1+1})u_{n2} = 0 \end{cases}$$

将上述方程整理得到

$$\begin{cases} 1.5u_{n1} - 0.5u_{n2} = 5 \\ -0.5u_{n1} + 1.5u_{n2} = 0 \end{cases}$$

解得

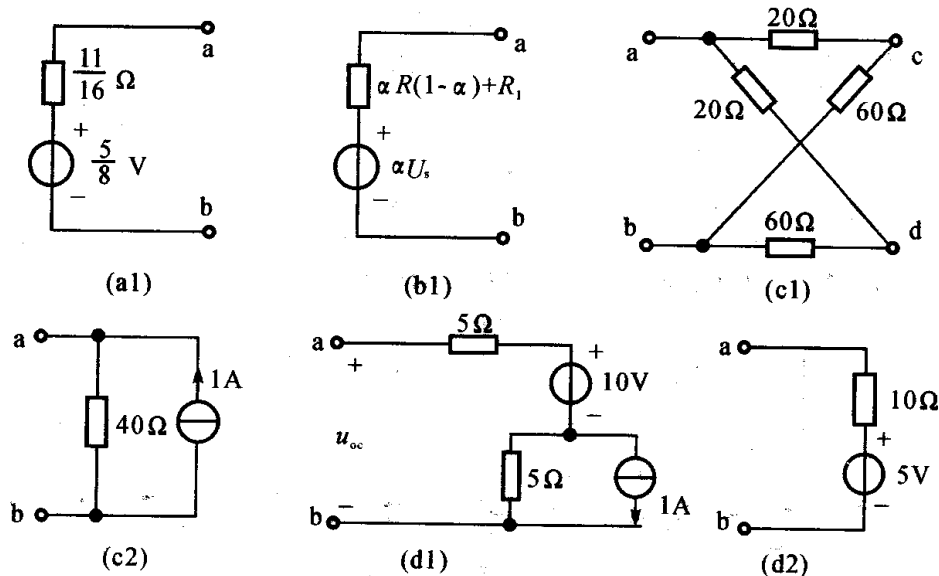
$$u_{n2} = \frac{10}{8} \text{V} = 1.25 \text{V}$$

$$\text{故开路电压 } u_{oc} = \frac{u_{n2}}{2} \times 1 = \frac{5}{8} \text{V} = 0.625 \text{V}$$

把图(a)中的电压源短路, 利用电阻串并联等效求得该电路的等效电阻 R_{eq} 为

$$R_{eq} = [(2 // 2 + 2) // 2 + 1] // 1 = \frac{11}{16} (\Omega)$$

戴维宁等效电路如题解 4-10 图(a1)所示



题解 4-10 图

(b) 应用电阻分压公式求得开路电压 u_{oc} 为

$$u_{oc} = \frac{U_s}{R} aR = aU_s$$

把图(b) 中的电压源短路, 利用电阻串并联等效求得等效电阻 R_{eq} 为

$$R_{eq} = [(R - aR) // aR] + R_1 = a(1 - a)R + R_1$$

戴维宁等效电路如题解 4-10 题(b1) 所示.

(c) 对于题 4-10 图(c), 求诺顿等效电路较方便. 把 a, b 端短路, 显然短路电流等于电流源电流. 即

$$I_{sc} = I_{ab} = 1A$$

把图(c) 中的电流源开路, 求等效电阻 R_{eq} , 由于电路是一个平衡电桥, 因此可以把 cd 右侧电阻电路断去如题解 4-10 图(c1) 所示, 则有

$$R_{eq} = (20 + 60) // (60 + 20) = 40\Omega$$

诺顿等效电路如题解 4-10 图(c2) 所示.

(d) 注意图(d) 中 2A 电流源与 10V 电压源并联, 对外可用 10V 电压源等效替代; 5Ω 电阻及 5V 电压源与 1A 电流源串联, 对外可用 1A 电流源等效替代, 因此图(d) 可以等效变换为题解 4-10 图(d1) 所示的电路, 则开路电压 u_{oc} 为

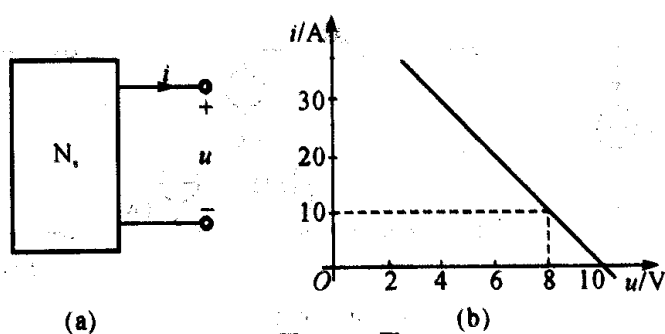
$$u_{oc} = 10V - 5 \times 1V = 5V$$

把题解 4-10 图(d1) 中的电压源短路, 电流源开路. 求得等效电阻 R_{eq} 为

$$R_{eq} = 5\Omega + 5\Omega = 10\Omega$$

戴维宁等效电路如题解 4-10 图(d2) 所示.

4-11 图(a) 所示含源一端口的特性曲线画于图(b) 中, 求其等效电源.



题 4-11 图

解 根据戴维宁定理可知, 含源一端口网络的等效电路如题解 4-11 图所示, 其等效电路的端口电压 u 和电流 i 应满足下列关系

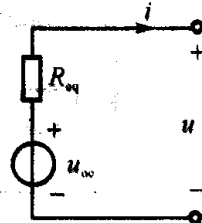
$$u = u_{oc} - R_{eq}i$$

从题 4-11 图(b) 中可知含源一端口的外特性曲线方程为

$$u = 10 - \frac{1}{5}i$$

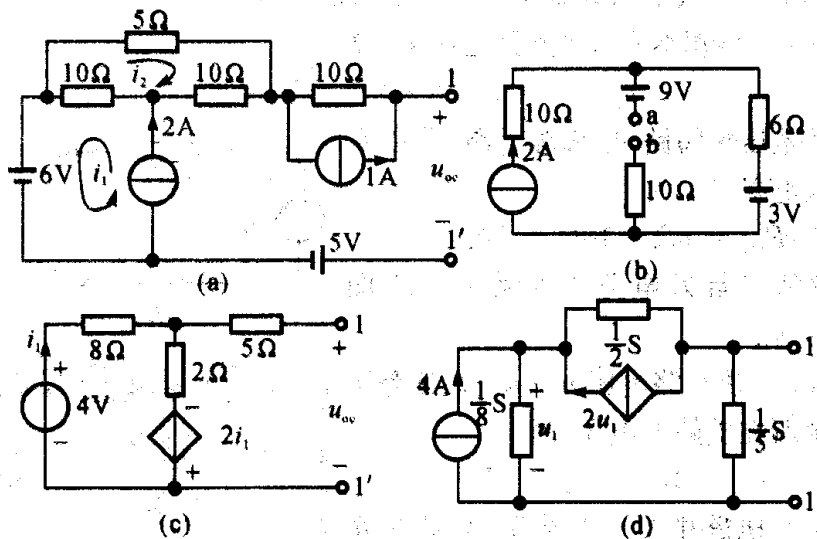
比较以上两个方程, 可得戴维宁等效电路的参数:

$$u_{oc} = 10V, \quad R_{eq} = \frac{1}{5}\Omega = 0.2\Omega$$



题解 4-11 图

4-12 求图示各电路的等效戴维宁电路或诺顿电路。



题 4-12 图

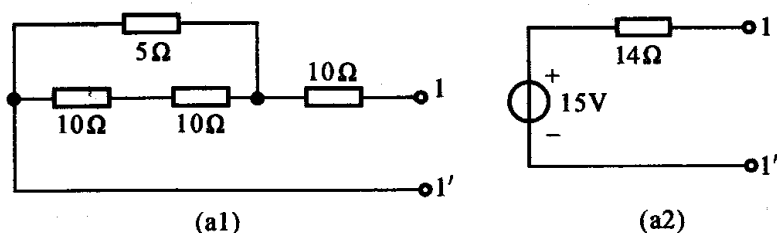
解 (a) 求开路电压 u_{oc} :

应用网孔电流法, 对题 4-12 图(a) 列方程。(网孔电流绕向如图所示)

$$\begin{cases} i_1 = 2A \\ 10i_1 + (10 + 10 + 5)i_2 = 0 \end{cases}$$

解得 $i_2 = \frac{-20}{25} = -0.8(A)$

所以开路电压为 $u_{oc} = 10 \times 1 - 5i_2 + 6 - 5 = 15(\text{V})$



题解 4-12 图

将图(a)中的电压源短路, 电流源开路, 得题解 4-12 图(a1) 所示电路, 应用电阻串、并联等效求得等效电阻 R_{eq} 为

$$R_{eq} = 5 // (10 + 10) + 10 = 14(\Omega)$$

戴维宁等效电路如题解 4-12 图(a2) 所示.

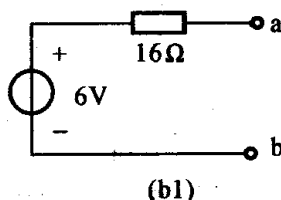
(b) 根据 KVL, 求开路电压 u_{ab} 为

$$u_{ab} = (-9 + 6 \times 2 + 3)\text{V} = 6\text{V}$$

把电压源短路, 电流源开路, 可以看出等效电阻 R_{eq} 为

$$R_{eq} = 6\Omega + 10\Omega = 16\Omega$$

戴维宁等效电路见图解 4-12 图(b1) 所示.



(c) 求开路电压 u_{oc} : u_{oc} 显然等于受控源所在支路的电压, 即

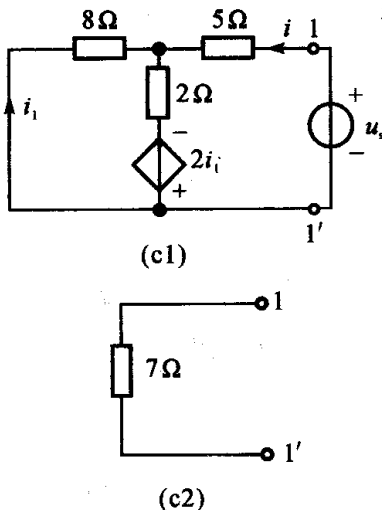
$$u_{oc} = 2i_1 - 2i_1 = 0\text{V}$$

由于电路中含有受控源, 所以求等效电阻不能用电阻串、并联等效方法, 现采用加压求流法, 即将电路变为题解 4-12 图(c1) 所示. 根据 KVL 列方程有

$$\begin{cases} 5i - 8i_1 = u_s & (1) \\ 8i_1 + 2(i_1 + i) - 2i_1 = 0 & (2) \end{cases}$$

从(2)式中解得

$$i_1 = -\frac{2i}{8} = -\frac{1}{4}i$$



题解 4-12 图

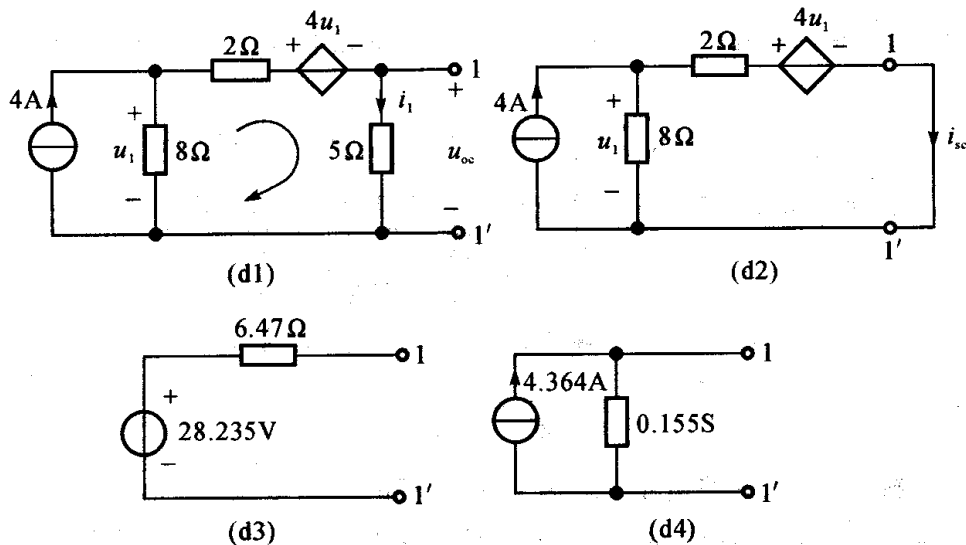
$$\text{代入(1) 式中 } 5i - 8(-\frac{1}{4})i = u_s$$

$$u_s = 7i$$

所以输入电阻(等效电阻)为 $R_{eq} = \frac{u_s}{i} = 7\Omega$

戴维宁等效电路如题解 4-12 图(c2) 所示.

(d) 把题 4-12 图(d) 中受控电流源与电阻并联的支路等效变换为受控电压源与电阻串联的支路, 如题解 4-12 图(d1) 所示.



题解 4-12 图

为求开路电压 u_{oc} , 对图(d1) 中所示回路, 列 KVL 方程有

$$(2+5)i_1 + 8(i_1 - 4) = -4u_1 = -4(4 - i_1) \times 8$$

$$\text{整理得 } 7i_1 - 3 \times 8 \times i_1 = -96$$

$$\text{解得 } i_1 = \frac{96}{17} \text{ A} = 5.647 \text{ A}$$

$$\text{故开路电压 } u_{oc} = 5i_1 = 5 \times 5.647 \text{ V} = 28.235 \text{ V}$$

为求等效电阻 R_{eq} , 可采用开路、短路法, 即求开路电压 u_{oc} 和短路电流 i_{sc} . 将题解 4-12 图(d1) 中的 1-1' 端子短接, 如题解 4-12 图(d2) 所示, 对此图列 KVL 方程, 得

$$\begin{cases} 2i_{sc} + 4u_1 - u_1 = 0 \\ u_1 = 8(4 - i_{sc}) \end{cases}$$

整理得到

$$2i_{sc} + 3 \times 8 \times (4 - i_{sc}) = 0$$

解得

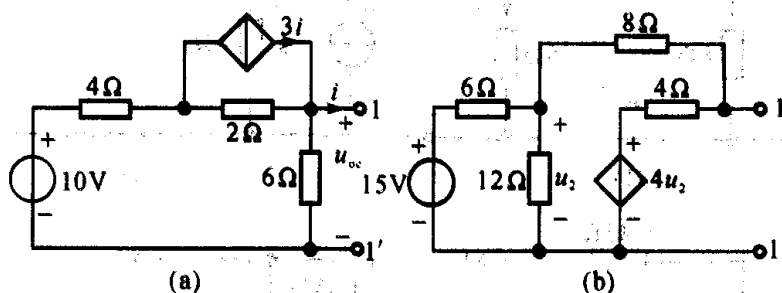
$$i_{sc} = \frac{96}{22} A = \frac{48}{11} A = 4.364 A$$

所以输入电阻(等效电阻)

$$R_{eq} = \frac{u_{oc}}{i_{sc}} = \frac{28.235}{4.364} \Omega = 6.471 \Omega$$

对应图(d)的戴维宁等效电路或诺顿等效电路如题解4-12图(d3)及(d4)表示。

4-13 求图示两个一端口的戴维宁或诺顿等效电路, 并解释所得结果。



题 4-13 图

解(a) 求开路电压 u_{oc} . 因为端口开路, 端口电流 $i = 0$, 所以受控电流源的控制量为零, 即可以将受控电流源看成开路, 这时开路电压 u_{oc} 为

$$u_{oc} = \frac{10}{4 + 2 + 6} \times 6V = 5V$$

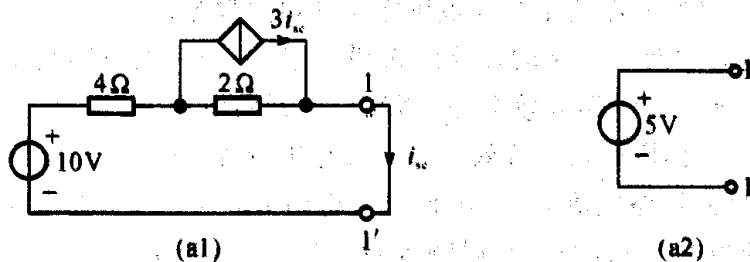
求输入电阻 R_{eq} . 可利用开路、短路法, 即求出端口的开路电压及短路电流. 把端口短路, 图(a)电路变为题解4-13图(a1)所示电路, 由KVL可得

$$4i_{sc} + 2(i_{sc} - 3i_{sc}) = 10$$

从中解出
$$i_{sc} = \frac{10}{4 + 2 - 6} = \infty$$

所以输入电阻
$$R_{eq} = \frac{u_{oc}}{i_{sc}} = 0$$

故等效电路为题解4-13图(a2)所示的5V理想电压源, 由于 $R_{eq} = 0$, 显然原电路不存在诺顿等效电路。



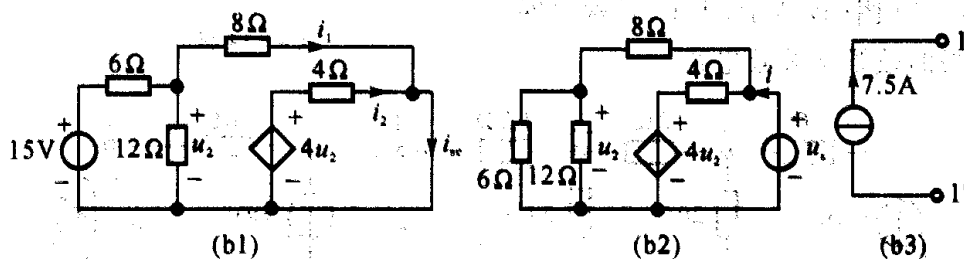
题解 4-13 图

解(b) 求短路电流 i_{sc} : 把 1-1' 端子短路. 电路变为题解 4-13 图 (b1) 所示. 由图 (b1) 可知 12Ω 电阻与 8Ω 电阻处于并联, 则电压

$$u_2 = \frac{15}{6 + 12 // 8} \times (12 // 8) = \frac{20}{3} (\text{V})$$

短路电流 i_{sc} 为

$$i_{sc} = i_1 + i_2 = \frac{u_2}{8} + \frac{4u_2}{4} = \frac{9}{8}u_2 = \frac{9}{8} \times \frac{20}{3} = 7.5 (\text{A})$$



题解 4-13 图

把 15V 电压源短路, 应用加压求流法求输入电阻 R_{eq} . 电路如题解 4-13 图 (b2) 所示. 由图 (b2) 可知, 有

$$u_2 = \frac{u_s}{8 + 6 // 12} \times (6 // 12) = \frac{u_s}{8 + 4} \times 4 = \frac{u_s}{3}$$

$$i = \frac{u_s - 4u_2}{4} + \frac{u_2}{6 // 12} = \frac{u_s}{4} - \frac{4}{4}u_2 + \frac{1}{4}u_2$$

$$= \frac{1}{4}u_s - \frac{3}{4}u_2 = \frac{1}{4}u_s - \frac{3}{4} \times \frac{1}{3}u_s = 0$$

所以输入电阻 $R_{eq} = \frac{u_s}{i} = \frac{u_s}{0} = \infty$

故等效电路为题解 4-13 图 (b3) 所示的 7.5A 理想电流源. 由于

$R_{eq} \rightarrow \infty$, 显然原电路不存在戴维宁等效电路模型。

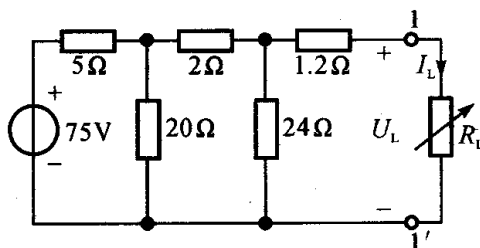
此题通过两个电路的计算结果说明了, 一个一端口网络不一定同时存在戴维宁和诺顿等效电路。当端口的开路电压 $u_{oc} \neq 0$, 而等效电阻 $R_{eq} = 0$ 时, 原电路的等效为一个理想电压源, 即只有戴维宁等效电路。当端口的短路电流 $i_{sc} \neq 0$, 而等效电阻 $R_{eq} = \infty$ 时, 原电路的等效为一个理想电流源, 即只有诺顿等效电路。只有当 R_{eq} 不等于 0 或 ∞ 时, 电路才同时存在戴维宁和诺顿等效电路。

4-14 在图示电路中, 当 R_L 取 0, 2, 4, 6, 10, 18, 24, 42, 90 和 186 Ω 时, 求

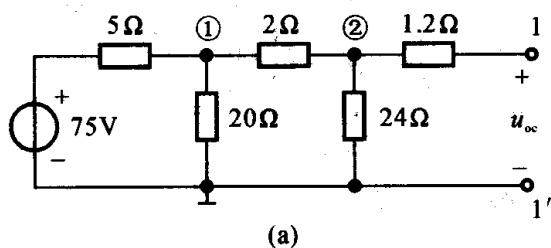
R_L 的电压 U_L , 电流 I_L 和 R_L 消耗的功率(可列表表示各结果)。

解 提示 先求出戴维宁等效电路, 再求 U_L , I_L 及 P_L 。

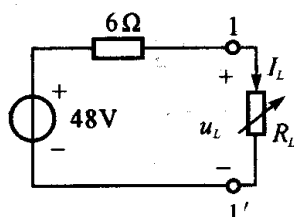
先将 R_L 支路断开如题解 4-14 图(a) 所示, 求 1-1' 端口网络的戴维宁等效电路。



题 4-14 图



(a)



(b)

题解 4-14 图

利用结点电压法求开路电压 u_{oc} , 列结点电压方程有

$$\begin{cases} (\frac{1}{5} + \frac{1}{2} + \frac{1}{20})u_{n1} - \frac{1}{2}u_{n2} = \frac{75}{5} \\ -\frac{1}{2}u_{n1} + (\frac{1}{2} + \frac{1}{24})u_{n2} = 0 \end{cases}$$

整理得

$$\begin{cases} \frac{15}{20}u_{n1} - \frac{1}{2}u_{n2} = 15 \\ -\frac{1}{2}u_{n1} + \frac{13}{24}u_{n2} = 0 \end{cases}$$

解得

$$u_{n2} = 48\text{V}$$

所以开路电压 u_{oc} 为

$$u_{oc} = u_{n2} = 48\text{V}$$

将 75V 的电压源短路, 利用电阻串、并联等效方法求等效电阻 R_{eq} 为

$$R_{eq} = (5 // 20 + 2) // 24 + 1.2 = 6(\Omega)$$

接上 R_L 支路, 如题解 4-14 图(b) 所示, 则

$$I_L = \frac{48}{6 + R_L}, \quad U_L = R_L I_L, \quad P_L = R_L I_L^2$$

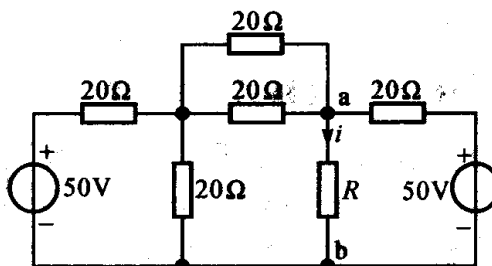
把 R_L 的各个值代入, 计算得 I_L, U_L, P_L 值如下表所示.

R_L/Ω	0	2	4	6	10	18	24	42	90	186
I_L/A	8	6	4.8	4	3	2	1.6	1	0.5	0.25
U_L/V	0	12	19.2	24	30	36	38.4	42	45	46.5
P_L/W	0	72	92.16	96	90	72	61.44	42	22.5	11.625

4-15 在图示电路中, 试问:

(1) R 为多大时, 它吸收的功率最大? 求此最大功率.

(2) 若 $R = 80\Omega$, 欲使 R 中电流为零, 则 a, b 间应并接什么元件, 其参数为多少? 画出电路图.



题 4-15 图

解 (1) 提示 先求出戴维宁等效电路, 再根据最大功率传输定

理, 即 $R = R_{eq}$ 时, R 能获得最大功率, 此功率为 $P_{\max} = \frac{u_{oc}^2}{4R_{eq}}$.

将 a, b 断开 R 所在支路, 应用电阻串、并联以及电源等效变换把原图变为题解 4-15 图(a), 由图(a) 可求得开路电压 u_{oc} 为

$$u_{oc} = \frac{50 - 25}{10 + 10 + 20} \times (10 + 10)\text{V} + 25\text{V} = 37.5\text{V}$$

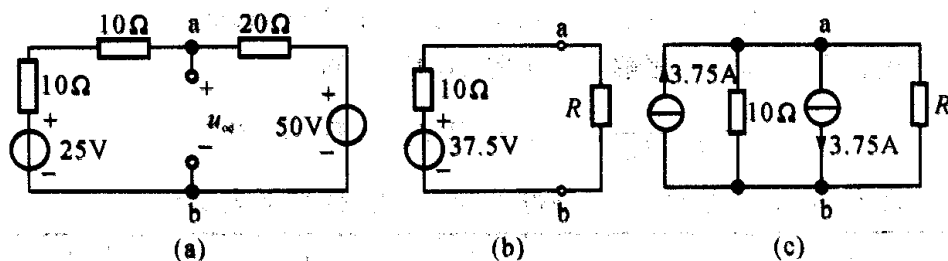
将题解 4-15 图(a) 中电压源短路, 可求得等效电阻 R_{eq} 为

$$R_{eq} = (10 + 10) // 20 = 10(\Omega)$$

将戴维宁等效电路与 R 支路相接, 如题解 4-15 图(b) 所示. 由最大

功率传输定理可知, 当 $R = R_{eq} = 10\Omega$ 时, R 可获得最大功率, 此最大功率为:

$$p_{\max} = \frac{u_{oc}^2}{4R_{eq}} = \frac{37.5^2}{4 \times 10} \text{ W} = 35.156 \text{ W}$$



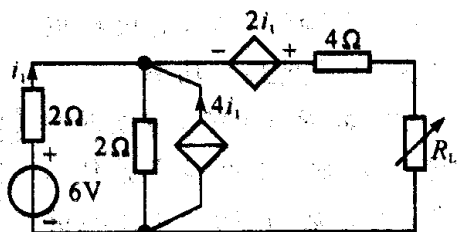
题解 4-15 图

(2) 利用电源等效互换, 将戴维宁等效支路变换为诺顿等效支路. 欲使 R 中的电流为零, 可在 a, b 间并接一个理想电流源, 其值为 3.75A , 方向由 a 指向 b , 这样根据 KCL 可知 R 中的电流为零, 对此电路图可见题解 4-15 图(c).

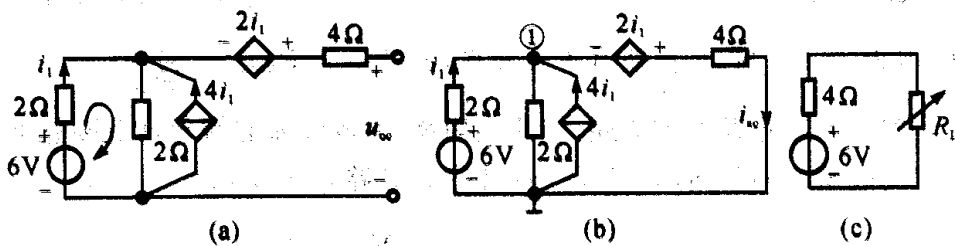
4-16 图示电路的负载电阻 R_L

可变, 试问 R_L 等于何值时可吸收最大功率? 求此功率.

解 首先求 R_L 以左部分的戴维宁等效电路. 断开 R_L , 电路图为题解 4-16 图(a) 所示



题 4-16 图



题解 4-16 图

对图(a) 所示的回路列 KVL 方程, 有

$$2i_1 + 2(i_1 + 4i_1) = 6$$

解得 $i_1 = \frac{6}{12} = 0.5(\text{A})$

所以开路电压 u_{oc} 为 $u_{oc} = 2i_1 - 2i_1 + 6 = 6(\text{V})$

利用开路、短路法求等效电阻 R_{eq} . 把端口短路, 应用结点电压法对题解 4-16 图(b) 列方程有

$$\begin{cases} (\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4})u_{n1} = \frac{6}{2} + 4i_1 - \frac{2i_1}{4} \\ i_1 = \frac{6 - u_{n1}}{2} \end{cases}$$

整理得 $1.25u_{n1} = 3 + 3.5(3 - 0.5u_{n1})$

解得 $u_{n1} = \frac{3 + 10.5}{1.25 + 1.75} \text{V} = 4.5 \text{V}, i_1 = 0.75 \text{A}$

所以短路电流 i_{sc} 为

$$i_{sc} = \frac{u_{n1} + 2i_1}{4} = \frac{4.5 + 2 \times 0.75}{4} \text{A} = 1.5 \text{A}$$

故戴维宁等效电路中的等效电阻 R_{eq} 为

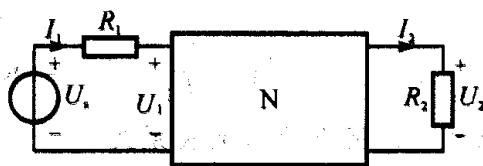
$$R_{eq} = \frac{u_{oc}}{i_{sc}} = \frac{6}{1.5} \Omega = 4 \Omega$$

将戴维宁等效电路与负载电阻 R_L 相接, 如题解 4-16 图(c) 所示, 由最大功率传输定理可知: $R_L = R_{eq} = 4 \Omega$ 时, 负载电阻 R_L 能获得最大功率, 此功率为

$$p_{L\max} = \frac{u_{oc}^2}{4R_{eq}} = \frac{6^2}{4 \times 4} = 2.25(\text{W})$$

4-17 图示电路中 N(方框内部) 仅由电阻组成. 对不同的输入直流

电压 U_s 及不同的 R_1, R_2 值进行了两次测量, 得下列数据: $R_1 = R_2 = 2 \Omega, U_s = 8 \text{V}, I_1 = 2 \text{A}, U_2 = 2 \text{V}; R_1 = 1.4 \Omega, R_2 = 0.8 \Omega$ 时, $U_s = 9 \text{V}, I_1 = 3 \text{A}$, 求 U_2 的值.



题 4-17 图

解 由题意可知: 在第一次测量有

$$U_1 = U_s - R_1 I_1 = 8 \text{V} - 2 \times 2 \text{V} = 4 \text{V}$$

$$U_2 = 2\text{V}, I_1 = 2\text{A}, \quad I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{2}{2} = 1\text{A}$$

在第二次测量有

$$\hat{U}_1 = \hat{U}_s - R_1 \hat{I}_1 = 9\text{V} - 1.4 \times 3\text{V} = 4.8\text{V}$$

$$\hat{I}_1 = 3\text{A}, \quad \hat{I}_2 = \frac{\hat{U}_2}{R_2} = \frac{\hat{U}_2}{0.8}\text{A}$$

应用特勒根定理 2, (注意本题中第一支路 U_1 与 I_1 为非关联参考方向) 有

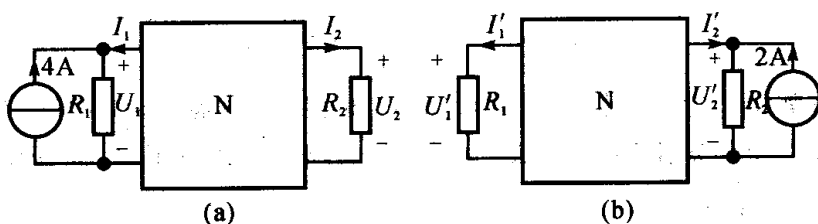
$$U_1(-\hat{I}_1) + U_2 \hat{I}_2 = \hat{U}_1(-I_1) + \hat{U}_2 I_2$$

代入上述数值, 有

$$4 \times (-3) + 2 \times \frac{\hat{U}_2}{0.8} = 4.8 \times (-2) + \hat{U}_2 \times 1$$

从中解得
$$\hat{U}_2 = \frac{12 - 9.6}{2.5 - 1}\text{V} = 1.6\text{V}$$

4-18 在图(a)中, 已知 $U_2 = 6\text{V}$, 求图(b)中 U'_1 (网络 N 仅由电阻组成).



题 4-18 图

解 设 N 网络端口的电压和电流如题 4-18 图(a) 和(b) 所示, 其中

$$U_1 = R_1(4 + I_1), \quad I_2 = \frac{U_2}{R_2}, \quad U_2 = 6\text{V}$$

$$I'_1 = \frac{U'_1}{R_1}, \quad U'_2 = R_2(2 + I'_2)$$

应用特勒根定理 2, 有关系式

$$U_1 I'_1 + U_2 I'_2 = U'_1 I_1 + U'_2 I_2$$

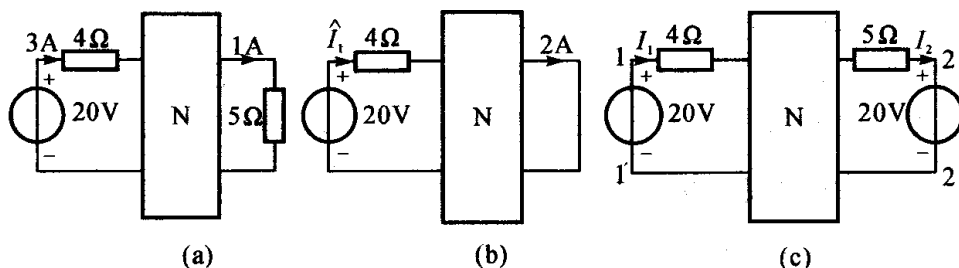
代入上述关系式, 即

$$R_1(4 + I_1) \times \frac{U'_1}{R_1} + 6 \times I'_2 = U'_1 \times I_1 + R_2(2 + I'_2) \times \frac{6}{R_2}$$

整理可得

$$U'_1 = \frac{12}{4} \text{V} = 3 \text{V}$$

4-19 图中网络 N 仅由电阻组成. 根据图(a) 和图(b) 的已知情况, 求图(c) 中电流 I_1 和 I_2 .

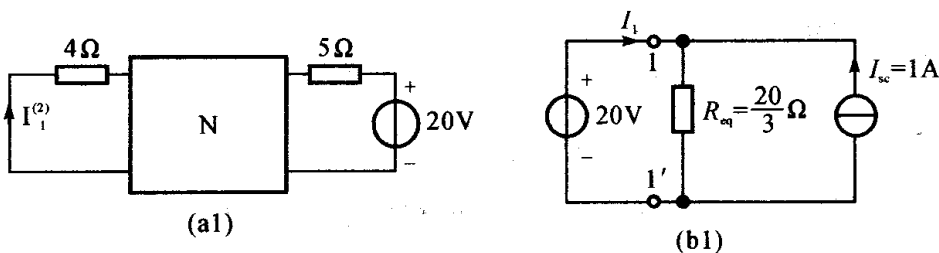


题 4-19 图

解 (1) 求电流 I_1 .

解法 I 对图(c) 应用叠加定理. 两个电源单独作用的分电路为题 4-19 图(a) 和题解 4-19 图(a1), 由题 4-19 图(a) 可知,

$$I_1^{(1)} = 3 \text{A}, \quad I_2^{(1)} = 1 \text{A}$$



题解 4-19 图

题解 4-19 图(a1) 相当于把题 4-19 图(a) 中的激励和响应互换, 因此根据互易定理有

$$I_1^{(2)} = -I_2^{(1)} = -1 \text{A}$$

故题 4-19 图(c) 中的电流 I_1 为

$$I_1 = I_1^{(1)} + I_1^{(2)} = 3 \text{A} + (-1) \text{A} = 2 \text{A}$$

解法 II 对题 4-19 图(a) 和图(c), 应用特勒根定理 2, 可得端口电压和电流的关系式为

$$20 \times (-I_1) + 0 \times I_2 = 20 \times (-3) + 20 \times 1$$

解得
$$I_1 = \frac{60 - 20}{20} \text{A} = 2 \text{A}$$

解法 III 把题 4-19 图(c) 中 I_1 支路的 20V 电压源断开, 求 1-1' 一端口电路的诺顿等效电路. 首先把 1-1' 端口短路, 电路为题解 4-19 图(a1) 所示, 根据互易定理可知短路电流 $I_{sc} = -I_1^{(2)} = 1 \text{A}$.

求等效电阻. 先把题 4-19 图(c) 2'-2' 端口上的 20V 电压源短路, 然后在 1-1' 端口上外加 20V 电压源, 此时的电路就是题 4-19 图(a) 的电路, 在这种情况下, 1-1' 端口上的电流为 3A, 因此等效电阻 R_{eq} 为 $R_{eq} = \frac{20}{3} \Omega$, 诺顿等效电路如题解 4-19 图(b1) 所示, 由此图可求得电流 I_1 为

$$I_1 = \frac{20}{R_{eq}} - I_{sc} = \frac{20}{\frac{20}{3}} \text{A} - 1 \text{A} = 2 \text{A}$$

(2) 求电流 I_2 .

解法 I 对题 4-19 题(a) 和(b) 应用特勒根定理 2

$$U_1 \times (-I_1) + U_2 \times I_2 = \hat{U}_1 \times (-I_1) + \hat{U}_2 \times I_2$$

代入已知数据有

$$20(-I_1) + 1 \times 5 \times 2 = 20 \times (-3) + 0 \times 1$$

解得
$$I_1 = \frac{70}{20} \text{A} = 3.5 \text{A}$$

再对题 4-19 题图(b) 和(c) 应用特勒根定理 2, 这时利用前面已经求解得到的 $I_1 = 2, I_1 = 3.5 \text{A}$ 代入下式中, 有

$$U_1(-I_1) + U_2 I_2 = \hat{U}_1(-I_1) + \hat{U}_2 I_2$$

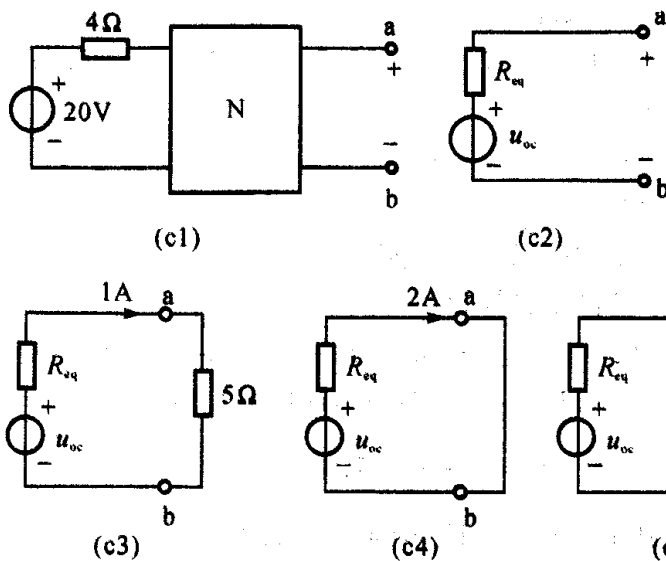
$$20 \times (-3.5) + (5I_2 + 20) \times 2 = 20 \times (-2) + 0 \times I_2$$

整理得
$$-70 + 10I_2 + 40 = -40$$

解得
$$I_2 = \frac{-40 - 40 + 70}{10} \text{A} = -1 \text{A}$$

解法 II 把题 4-19 图(c) 中 I_2 所在支路断开, 如题解 4-19 图(c1) 所示, 对此图求戴维宁等效电路.

设题 4-19 图(c1) 的戴维宁等效电路的开路电压为 u_{oc} 等效电阻为 R_{eq} , 那么等效支路如题 4-19 图(c2) 所示, 利用题 4-19 图(a), (b), (c)



题解 4-19 图

以及题解 4-19 图(c2), 可将题 4-19 图(a), (b), (c) 对应变为题解 4-19 图(c3), (c4), (c5). 由图(c3), (c4) 可知

$$\begin{cases} \frac{u_{oc}}{R_{eq} + 5} = 1 \\ \frac{u_{oc}}{R_{eq}} = 2 \end{cases}$$

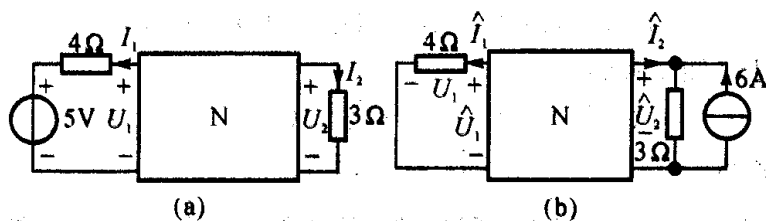
从中解得

$$u_{oc} = 10\text{V}, \quad R_{eq} = 5\Omega$$

故从题解 4-19 图(c5) 中可求的电流 I_2 为

$$I_2 = \frac{u_{oc} - 20}{R_{eq} + 5} = \frac{10 - 20}{5 + 5}\text{A} = -1\text{A}$$

4-20 图示电路中 N 由电阻组成, 图(a) 中, $I_2 = 0.5\text{A}$, 求图(b) 中电压 U_1 .



题 4-20 图

解 根据图(a) 可知:

$$U_1 = 5 + 4I_1, \quad U_2 = 3I_2 = 3 \times 0.5 = 1.5\text{V}, \quad I_2 = 0.5\text{A}$$

根据图(b) 可知:

$$\hat{U}_1 = 4\hat{I}_1, \quad \hat{U}_2 = 3(\hat{I}_2 + 6)$$

应用特勒根定理 2, 有

$$U_1 \hat{I}_1 + U_2 \hat{I}_2 = \hat{U}_1 I_1 + \hat{U}_2 I_2$$

代入图(a) 和图(b) 的已知条件, 得

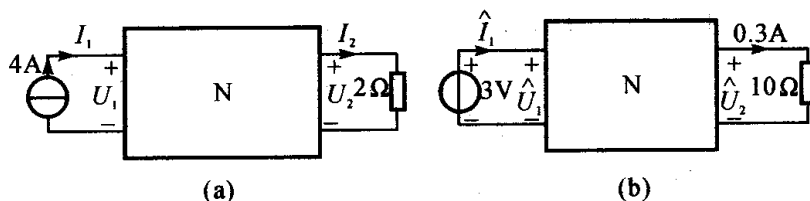
$$(5 + 4I_1)\hat{I}_1 + 1.5\hat{I}_2 = 4\hat{I}_1 \times I_1 + 3(\hat{I}_2 + 6) \times 0.5$$

整理得 $5\hat{I}_1 + 4I_1\hat{I}_1 + 1.5\hat{I}_2 = 4\hat{I}_1 I_1 + 1.5\hat{I}_2 + 9$

解得 $\hat{I}_1 = \frac{9}{5}\text{A} = 1.8\text{A}$

故图(b) 中电压 U_1 为 $U_1 = 4\hat{I}_1 = 7.2\text{V}$

4-21 图示电路中 N 仅由电阻组成. 已知图(a) 中电压 $U_1 = 1\text{V}$, 电流 $I_2 = 0.5\text{A}$, 求图(b) 中 \hat{I}_1 .



题 4-21 图

解 根据图(a) 可知:

$$U_1 = 1, \quad I_1 = 4\text{A}, \quad U_2 = 2I_2 = 2 \times 0.5 = 1\text{V}, \quad I_2 = 0.5\text{A}$$

根据图(b) 可知:

$$\hat{U}_1 = 3\text{V}, \quad \hat{I}_2 = 0.3\text{A}, \quad \hat{U}_2 = 10 \times 0.3\text{V} = 3\text{V}$$

应用特勒根定理 2, 有

$$U_1(-\hat{I}_1) + U_2\hat{I}_2 = \hat{U}_1(-I_1) + \hat{U}_2 I_2$$

代入上述已知条件, 得

$$1 \times (-\hat{I}_1) + 1 \times 0.3 = 3 \times (-4) + 3 \times 0.5$$

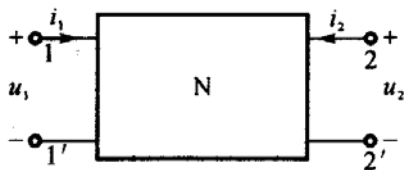
故解得 $\hat{I}_1 = 10.8\text{A}$

4-22 图示网络 N 仅由电阻组成, 端口电压和电流之间的关系可由下式表示:

$$i_1 = G_{11} u_1 + G_{12} u_2$$

$$i_2 = G_{21} u_1 + G_{22} u_2$$

试证明 $G_{12} = G_{21}$. 如果 N 内部含独立电源或受控源, 上述结论是否成立, 为什么?



题 4-22 图

证明 由方程
$$\begin{cases} i_1 = G_{11} u_1 + G_{12} u_2 \\ i_2 = G_{21} u_1 + G_{22} u_2 \end{cases}$$

可知
$$G_{12} = \left. \frac{i_1}{u_2} \right|_{u_1=0}, \quad G_{21} = \left. \frac{i_2}{u_1} \right|_{u_2=0}$$

如果网络 N 仅由电阻组成, 则该网络 N 为互易网络, 根据互易定理, 显然有 $\left. \frac{i_1}{u_2} \right|_{u_1=0} = \left. \frac{i_2}{u_1} \right|_{u_2=0}$, 即 $G_{12} = G_{21}$. 如果 N 内部含有独立电源或受控源时, 一般情况下 N 不再是互易网络, 故 $G_{12} \neq G_{21}$.