密封装订线

姓名

密封装订线

密封装订线

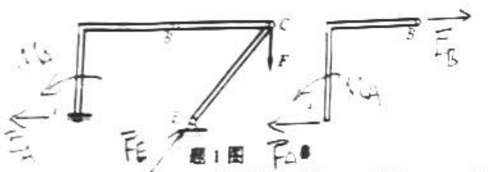
# 西南交通大学 2021－2022 学年第(2)学期考试试卷

课程代码 MECH000412 课程名称 理论力学B（A卷） 考试时间 120分钟

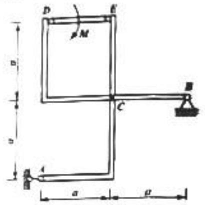
| 题号 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 四 | 五 | 六 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 题分 | 30 | 15 | 10 | 15 | 15 | 15 | 100 |
| 得分 | | | | | | | |
| 阅卷人签名 | | | | | | | |

一、填空题（共30分）

1、结构自重及各处摩擦不计，请画出图示结构整体的受力图及 $AB$ 杆的真实受力方向。



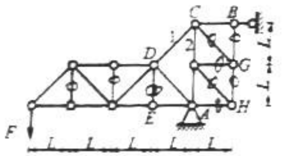

题1图



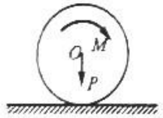

题2图

2、结构自重及各处摩擦不计，已知 $M$=8kN·m，$a$=1m 则 $A$ 处的力的大小为 8kN ，方向为 向右（→）

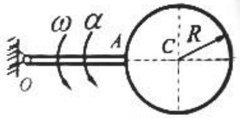
3、桁架自重及各处摩擦不计，则零杆个数为 9（或4），杆1（$CD$ 杆）的内力大小为 $2\sqrt{2}F$（拉），杆2的内力大小为 $2F$（压）或 $-2F$




题3图




题4图




题5图

4、如图所示滚子重力的大小 $P$ = 100 N，半径 $R$ = 10 cm，其上作用一力偶 $M$ = 0.03N·m 滚子与地面间的静滑动摩擦因数 $f_s$ = 0.2，滚动摩阻系数 $\delta$ =0.05 cm。试求滚子所受的滑动摩擦力大小为 0 ，及滚动摩阻力偶矩大小为 0.03 N·m

5、图示系统由均质杆 $OA$ 和均质圆盘 $C$ 焊接组成，$OAC$ 在一条直线上，$C$ 为圆盘质心，已知 $OA$ 杆及圆盘 $C$ 质量均为 $m$，$OA$ 杆长为 $2R$，圆盘 $C$ 半径为 $R$，在图示瞬时，系统的角速度为ω，角加速度为α。试计算：

$J_O=\frac{1}{3}m(2R)^2+[\frac{1}{2}mR^2+m(3R)^2]=\frac{65}{6}mR^2$

系统动量的大小为 $4mR\omega$ ；系统的转动惯量为 $\frac{65}{6}mR^2$ ，

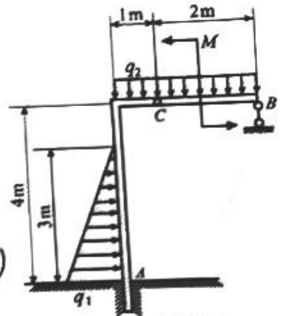
系统对 $O$ 点的动量矩大小为 $\frac{65}{6}mR^2\omega$ ；系统的动能为 $\frac{65}{12}mR^2\omega^2$ ，

系统的惯性力系主矢大小为 $F_{IO}=4mR\sqrt{\omega^4+\alpha^2}$ ，向 $O$ 点简化主矩大小为 $\frac{65}{6}mR^2\alpha$ 。

式 $\begin{cases} F_{IO}^n=4mR\omega^2 \\ F_{IO}^\tau=4mR\alpha \end{cases}$

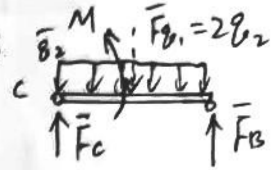


二、 图示结构由 $AC$ 与 $CB$ 组成。已知线性分布载荷 $q_1$=3kN/m，均布载荷 $q_2$=0.5kN/m，$M$=3kN·m，尺寸如图。不计结构自重及摩擦，试求固定端 $A$ 与支座 $B$ 以及铰 $C$ 处的约束力。（15分）




题二图

解：(1) 分析 CB




$\Sigma M_C(\vec{F})=0$

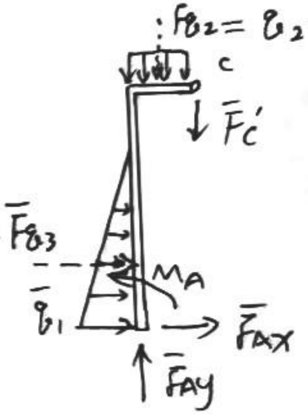
$F_B\cdot 2+M-2q_2\cdot 1=0$

$\Rightarrow F_B=\frac{2q_2-M}{2}=\frac{2\times 0.5-3}{2}=-1\text{kN}(\downarrow)$

$\Sigma F_y=0 \quad F_C+F_B-2q_2=0$

$\Rightarrow F_C=2q_2-F_B=2\times 0.5-(-1)=2\text{kN}(\uparrow)$

(2) 分析 AC




$\Sigma F_x=0$

$F_{Ax}+F_{q_3}=0$

$\Rightarrow F_{Ax}=-F_{q_3}=-\frac{1}{2}q_1\cdot 3$

$=-\frac{9}{2}\text{kN}(\leftarrow)$

$\Sigma F_y=0$

$F_{Ay}-F_C'-F_{q_2}=0$

$\Rightarrow F_{Ay}-2-q_2\cdot 1=0 \Rightarrow F_{Ay}=2+0.5\times 1=2.5\text{kN}(\uparrow)$

$\Sigma M_A(\vec{F})=0$

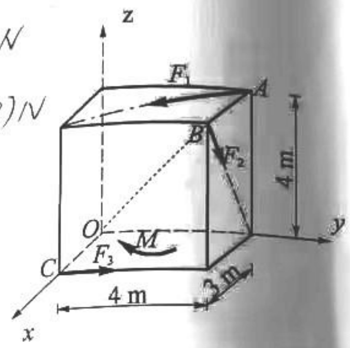
$M_A-F_{q_3}\cdot 1-F_{q_2}\cdot 0.5-F_C'\cdot 1=0$

$\Rightarrow M_A=F_{q_3}\cdot 1+F_{q_2}\cdot 0.5+F_C'\cdot 1$

$=\frac{1}{2}\times 3\times 3+0.5\times 1\times 0.5+2\times 1=\frac{27}{4}\text{kN·m}(\circlearrowleft)$

$=6.75\text{kN·m}$

三、作用在立方体的空间力系如图所示，已知分别作用在 $A$，$B$，$C$ 点的力 $F_1=F_2=10$ N，$F_3=4$ N，在 $Oxy$ 平面内作用一力偶，其力偶矩 $M=2$ N·m，试求 $F_3$ 对 $OB$ 轴的矩及此力系的最终简化结果。（10 分）




题三图

解：$\bar{F}_1=10(\frac{3}{5},-\frac{4}{5},0)=(6,-8,0)N$

$\bar{F}_2=10(-\frac{3}{5},0,-\frac{4}{5})=(-6,0,-8)N$

$\bar{F}_3=4(0,1,0)=(0,4,0)N$

(1) $\bar{M}_o(\bar{F}_3)=\bar{r}_{OC}\times\bar{F}_3$

$=\begin{vmatrix}\bar{i}&\bar{j}&\bar{k}\\3&0&0\\0&4&0\end{vmatrix}=(0,0,12)N\cdot m$

$\overline{OB}=(3,4,4)$ $|\overline{OB}|=\sqrt{41}$ $\bar{e}_{OB}=(\frac{3}{\sqrt{41}},\frac{4}{\sqrt{41}},\frac{4}{\sqrt{41}})$

$M_{OB}(\bar{F}_3)=\bar{M}_o(\bar{F}_3)\cdot\bar{e}_{OB}=\frac{48}{\sqrt{41}}N\cdot m$

以O为简化中心

(2) ① $\bar{F}_{RO}'=\bar{F}_1+\bar{F}_2+\bar{F}_3=(0,-4,-8)N$

主矢

② 主矩：

$M_{ox}=\Sigma M_{ox}(\bar{F})=F_1\cdot\frac{4}{5}\cdot4-F_2\cdot\frac{4}{5}\cdot4=0$

$M_{oy}=\Sigma M_{oy}(\bar{F})=F_1\cdot\frac{3}{5}\cdot4=24N\cdot m$

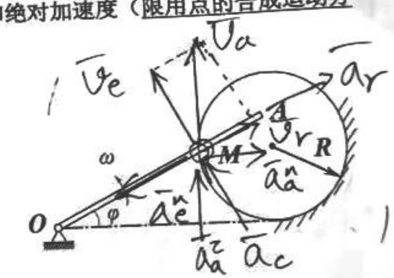
$M_{oz}=-F_1\cdot\frac{3}{5}\cdot4+F_2\cdot\frac{3}{5}\cdot4+F_3\cdot3-M=10N\cdot m$

$\bar{M}_o=(0,24,10)N\cdot m$

$\bar{F}_{RO}'\cdot\bar{M}_o=\cancel{-176}\ -176\neq0$

∴力系简化的最终结果为力螺旋.

四、图示固定大圆环半径为 $R$，杆 $OA$ 以匀角速度 $\omega$ 绕轴 $O$ 转动，在杆与大圆环上套一小圆环 $M$。$\varphi=30°$时，$OM=2R$，试求此时小圆环的绝对速度和绝对加速度（限用点的合成运动方法求解）。（15 分）




题四图

解：(1) 求 $v_a$

① 以小圆环M为动点. 1

动系于OA上.

② $v_e=OM'\cdot\omega_{OA}=2R\omega\uparrow$ 2

③ $\bar{v}_a=\bar{v}_e+\bar{v}_r$ 1

④ $v_a=\frac{v_e}{\cos\varphi}=\frac{2v_e}{\sqrt{3}}=\frac{4R\omega}{\sqrt{3}}\uparrow$ 2

$v_r=v_a\sin\varphi=\frac{2R\omega}{\sqrt{3}}\nearrow$ 1

(2) $\bar{a}_a^n+\bar{a}_a^\tau=\bar{a}_e^n+\bar{a}_e^\tau+\bar{a}_r+\bar{a}_c$ (*) 1

大小：$\frac{v_a^2}{R}=\frac{16R\omega^2}{3}$　?　$OM'\cdot\omega_{OA}^2=2R\omega^2$　0　?　$2v_r\cdot\omega_{OA}=\frac{4R\omega^2}{\sqrt{3}}$ 1

方向：→ 1 ↑ ↙ 1 ↘ ↗ ↖

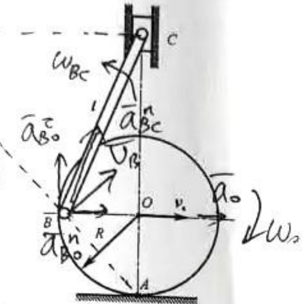
将(*)向↑投影：

$-\frac{16R\omega^2}{3}\sin\varphi+a_a^\tau\cos\varphi=0-0+0+\frac{4R\omega^2}{\sqrt{3}}$ 1

$\begin{cases}a_a^\tau=\frac{24+16\sqrt{3}}{9}R\omega^2\\a_a^n=\frac{16R\omega^2}{3}\end{cases}$ 1

$a_a=\sqrt{{a_a^\tau}^2+{a_a^n}^2}=7.84R\omega^2$

五、圆轮 O 在水平面上作纯滚动，轮心 O 的速度为 $v_0$=100mm/s，加速度 $a_0$=0，圆轮半径 R=200mm，连杆 BC 长 $l = 200\sqrt{26}$mm，其一端与轮缘一 B 点铰接，另一端与滑块 C 铰接，试求在图示位置 OB 水平、OC 竖直时，C 滑块的速度与加速度。（15 分）



题五图

解：(1)

① 轮O：A点为该瞬时轮O速度瞬心

$v_0 = OA\cdot\omega_0 \Rightarrow \omega_0 = \frac{v_0}{R} = \frac{100}{200} = 0.5\,rad/s$

$v_B = AB\cdot\omega_0 = \sqrt{2}R\omega_0$

$= \sqrt{2}\times 200\times 0.5 = 100\sqrt{2}\,mm/s$

② BC杆：P点为该瞬时BC杆速度瞬心

$v_B = BP\cdot\omega_{BC} \Rightarrow \omega_{BC} = \frac{v_B}{BP}$

$= \frac{100\sqrt{2}}{1000\sqrt{2}} = 0.1\,rad/s$

$OC = \sqrt{BC^2 - OB^2} = 1000\,mm$

$PC = AC = 1200\,mm$

$PA = 1200\sqrt{2}\,mm$

$PB = 1000\sqrt{2}\,mm$

$v_C = CP\cdot\omega_{BC} = 1200\times 0.1 = 120\,mm/s$

(2) $\bar a_0 + \bar a^n_{BO} + \bar a^\tau_{BO} = \bar a_B = \bar a_C + \bar a^n_{BC} + \bar a^\tau_{BC}$ (*)

大小：$0$，$R\omega_0^2 = 200\times 0.5^2 = 50\,mm/s^2$，$0$，?，$BC\cdot\omega_{BC}^2 = 200\sqrt{26}\times 0.1^2 = 2\sqrt{26}\,mm/s^2$，$BC\cdot\varepsilon_{BC}$=?

方向：→，→，↑，↓，↗，╲

将(*)向BC投影：

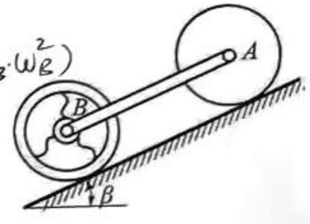
$0 + a^n_{BO}\cdot\frac{1}{\sqrt{26}} + 0 = -a_C\cdot\frac{5}{\sqrt{26}} + a^n_{BC}$

$50\times\frac{1}{\sqrt{26}} = -\frac{5}{\sqrt{26}}a_C + 2\sqrt{26}$

$\Rightarrow a_C = \frac{2}{5}\,mm/s^2$ (↓)



六、在图示机构中，已知：匀质圆盘 A 和匀质圆环 B 的质量均为 m，半径均为 R，两者用杆 AB 在 A、B 处用光滑铰链相连，圆环 B 上与 AB 杆连接部分及 AB 杆质量均不计，A、B 均沿斜面作无初速的纯滚动，不计滚动摩阻，斜面倾角为 β。限用动力学普遍定理求圆盘 A 轮心沿斜面滚动距离 s 时：(1)杆 AB 的速度和加速度；(2)杆 AB 的内力。（15 分）



题六图

解：(1)

① $T_1 = 0$

$T_2 = (\frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}J_A\omega_A^2) + (\frac{1}{2}m_B v_B^2 + \frac{1}{2}J_B\omega_B^2)$

$= \frac{3}{4}m_A v_A^2 + m_B v_B^2$

$= \frac{7}{4}mv^2$

$\sum W_{12} = m_A g\cdot s\cdot\sin\beta + m_B g\cdot s\cdot\sin\beta$

$= 2mg\sin\beta\cdot s$

$T_2 - T_1 = \sum W_{12}$ (*)

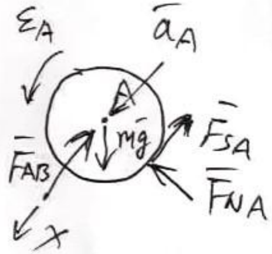
$\frac{7}{4}mv^2 - 0 = 2mg\sin\beta\cdot s$

$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{8g\sin\beta}{7}\cdot s}$

② 将(*)两边对t求导

$\frac{7}{4}\cdot m\cdot 2v\cdot\dot v - 0 = 2mg\cdot\sin\beta\cdot\dot s$

$a = \dot v = \frac{4}{7}g\sin\beta$




(2) $J_A\cdot\varepsilon_A = \sum M_A(\bar F)$

$\frac{1}{2}mR^2\cdot\varepsilon_A = F_{SA}\cdot R$

$ma_{Ax} = \sum F_x$

$ma_A = mg\sin\beta - F_{AB} - F_{SA}$

$a_A = a$

$\varepsilon_A = \frac{a_A}{R} = \frac{a}{R}$

$\Rightarrow F_{AB} = \frac{1}{7}mg\sin\beta$