姓名 学号 班级
密封装订线 密封装订线 密封装订线

西南交通大学 2019—2020 学年第 2 学期期末试卷

课程代码 MATH000112 课程名称 线性代数 B 考试时间 120 分钟

注意：本试卷共四大题，16 小题。请一律将答案写在指定的答题卡上，在本试卷上作答视为无效。

一、选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 设 A，B 均为 $n\times n$ 矩阵，则下列结论正确的是（　）.

（A）$AB=O \Leftrightarrow A=O$ 或 $B=O$；　（B）$A=O \Leftrightarrow |A|=O$；

（C）$|AB|=0 \Leftrightarrow |A|=0$ 或 $|B|=0$；　（D）$|A|=1 \Leftrightarrow A=E$.

2. 设 A,B 均为 2×2 矩阵，A^*,B^* 分别为 A,B 的伴随矩阵，若 $|A|=1,|B|=-1$，则分块矩阵 $\begin{pmatrix} 0 & A \\ B & 0 \end{pmatrix}$ 的伴随矩阵为（　）.

（A）$\begin{pmatrix} 0 & -B^* \\ A^* & 0 \end{pmatrix}$；　（B）$\begin{pmatrix} 0 & B^* \\ -A^* & 0 \end{pmatrix}$；　（C）$\begin{pmatrix} 0 & -A^* \\ B^* & 0 \end{pmatrix}$；　（D）$\begin{pmatrix} 0 & A^* \\ -B^* & 0 \end{pmatrix}$.

3. 设 η_1,η_2,η_3 是非齐次线性方程组 $Ax=b$ 的三个解向量，且

$$R(A)=3,\eta_1=\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix},\eta_2+\eta_3=\begin{pmatrix}0\\1\\2\\3\end{pmatrix},$$

k 为任意常数，则 $Ax=b$ 的通解为（　）.

（A）$\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}+k\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}$；　（B）$\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}+k\begin{pmatrix}0\\1\\2\\3\end{pmatrix}$；　（C）$\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}+k\begin{pmatrix}2\\3\\4\\5\end{pmatrix}$；　（D）$\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}+k\begin{pmatrix}3\\4\\5\\6\end{pmatrix}$.

4. 设向量组 $\alpha_1=(1,1,1)^T,\alpha_2=(1,t,1)^T,\alpha_3=(-1,u,v)^T$ 是正交向量组，

那么 t,u,v 的值分别为（　）.

（A）-2，0，1；　（B）-2，1，1；　（C）0，2，-1；　（D）0，-1，1.

5. 下列各组方阵相似的是（　）.

（A）$\begin{pmatrix}2&0\\0&1\end{pmatrix}$和$\begin{pmatrix}2&2\\1&1\end{pmatrix}$；（B）$\begin{pmatrix}1&0\\0&2\end{pmatrix}$和$\begin{pmatrix}2&1\\1&2\end{pmatrix}$；

（C）$\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$和$\begin{pmatrix}2&1\\1&2\end{pmatrix}$；（D）$\begin{pmatrix}2&0\\1&1\end{pmatrix}$和$\begin{pmatrix}1&1\\0&2\end{pmatrix}$.

二、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

6. 已知 4 阶行列式D的第 3 行元素分别为：-1，0，2，4；第 1 行元素对应的余子式依次是：2，10，a，4，则 a=____________.

7. 已知$\begin{pmatrix}1&0&1\\1&2&0\\1&2&1\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}1&1&-1\\-\frac{1}{2}&0&\frac{1}{2}\\0&-1&1\end{pmatrix}$，则矩阵$\begin{pmatrix}1&0&1\\3&2&2\\1&2&1\end{pmatrix}^{-1}=$____________.

8. 已知向量组$A:\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$；向量组$B:\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$；向量组$C:\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_5$；

$D:\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_5-\alpha_4$.如果向量组 A、B、C 的秩分别为$R(A)=R(B)=3$，$R(C)=4$，

则向量组 D 的秩为________.

9. 设$\lambda=2$是可逆方阵A的一个特征值，则方阵$\left(\frac{1}{3}A^2\right)^{-1}$必有特征值________.

10. 设二次型$f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+2x_2^2+2x_3^2-2tx_1x_2-2tx_1x_3-2tx_2x_3$是正定二次型，

则参数t的取值范围为____________.

三、计算题（4 小题，共 48 分。注意：需要必要的步骤）

（12 分）**11.** 计算 n 阶行列式$D_n=\begin{vmatrix}1&2&2&\cdots&2\\2&1&2&\cdots&2\\2&2&1&\cdots&1\\\vdots&\vdots&\vdots&&\vdots\\2&2&2&\cdots&1\end{vmatrix}$,.

（12 分）**12.** 求向量组$A:\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\2\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}2\\1\\3\\2\\3\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}2\\3\\2\\2\\5\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}1\\3\\-1\\1\\4\end{pmatrix}$的秩和一个极大线性无关组，并将剩余向量用极大线性无关组线性表示 .

（12 分）13. 已知$x=\begin{pmatrix}-2\\2\\0\\-1\end{pmatrix}$是非齐次线性方程组$\begin{cases}x_1+x_2+x_3+bx_4=-1\\3x_1+2x_2+4x_3-2x_4=0\\ax_1+x_2+3x_3-3x_4=1\end{cases}$的解，

（1）求参数a,b；（2）求方程组的通解.

（12 分）14. 已知$\alpha=\begin{pmatrix}1\\-2\\2\end{pmatrix}$是二次型$f=xAx^T=ax_1^2+4x_2^2+bx_3^2-4x_1x_2+4x_1x_3-8x_2x_3$的矩阵 A 的特征向量。

（1）求a ,b的值；

（2）求一个正交变换$x=Py$化该二次型为标准形，并写出所用正交变换及标准形.

四、证明题（2 小题，每小题 6 分，共 12 分）

15. 已知 A 是$m\times n$矩阵，A 的列向量组是齐次线性方程组$Cx=0$的基础解系，

B 是 n 阶可逆矩阵，证明 AB 的列向量组也是齐次线性方程组$Cx=0$的基础解系.

16. 设A是 3 阶方阵，$R(A)=1$，证明：存在常数k，使得$A^2=kA$.