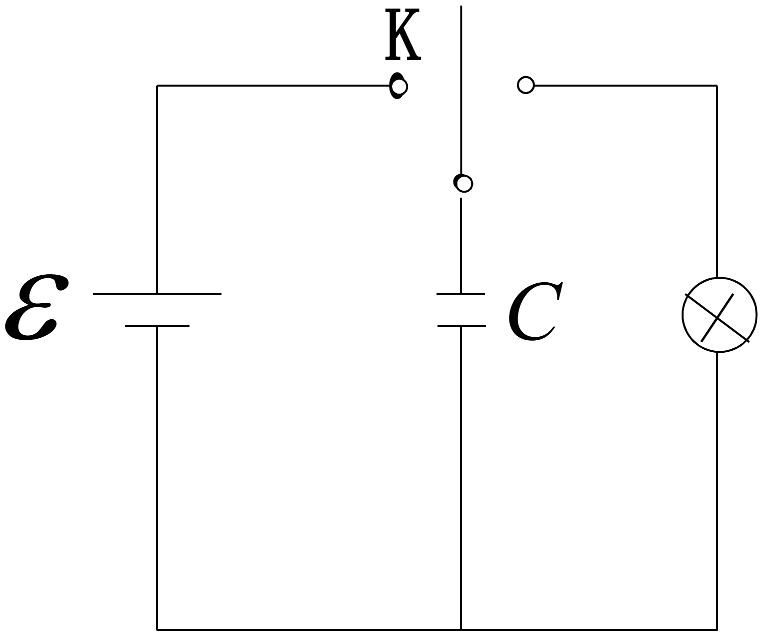
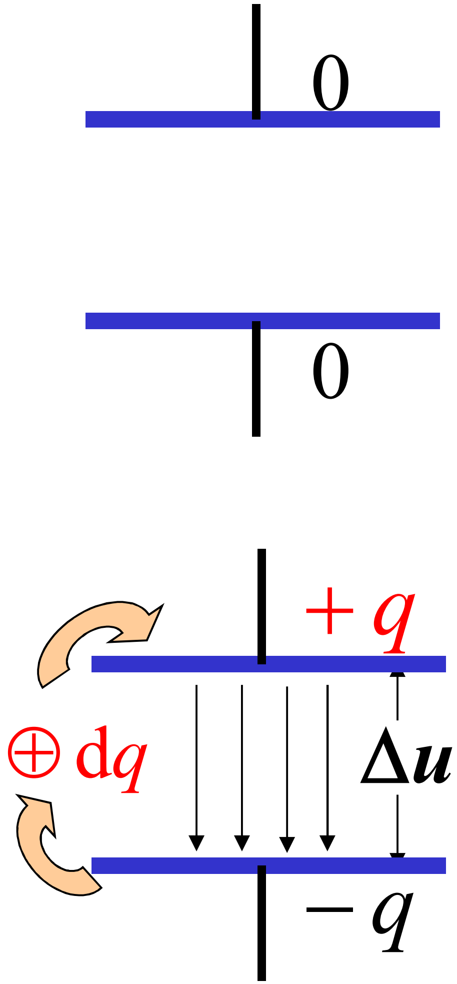
同学们好！

§ 9.9　静电场的能量

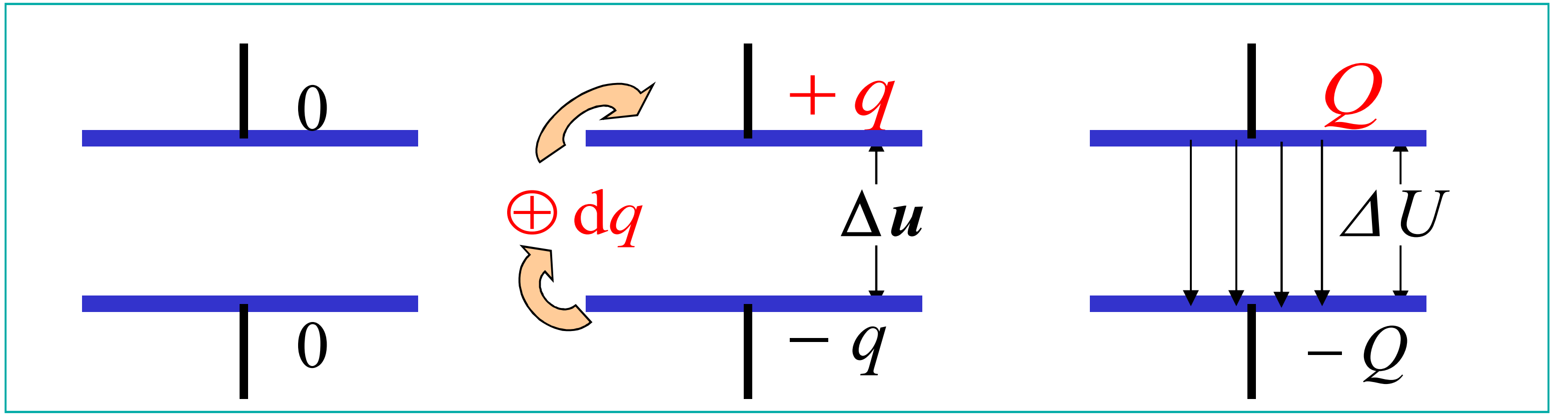
一.　电容器的能量





储能过程中，谁在搬运电荷做正功？电场力吗？

电容器（储能元件）储能多少？



储能 ＝ 极板电荷由零增加到Q过程中电源所做的功。

计算：$\mathrm{d}A = \Delta u \cdot \mathrm{d}q = \dfrac{q}{C}\mathrm{d}q$

$$A = \int \mathrm{d}A = \int_0^Q \frac{q}{C}\mathrm{d}q = \frac{Q^2}{2C}$$

$$\boxed{W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}C(\Delta U)^2 = \frac{1}{2}Q\Delta U}$$

二. 电场能量

1. 电场能量密度

以平行板电容器为例 $C=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}$ $\quad \Delta U = Ed$

$$W=\frac{1}{2}C(\Delta U)^2=\frac{1}{2}\,\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}E^2d^2=\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2V$$

$$\boxed{w_e=\frac{W}{V}=\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2=\frac{1}{2}ED}$$

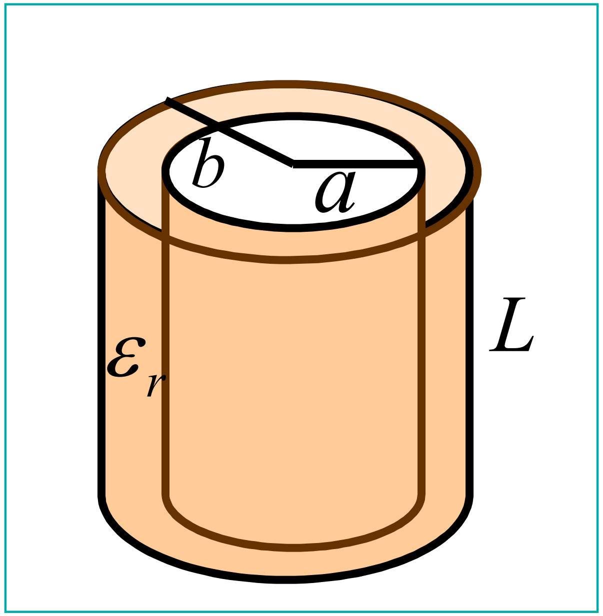
2. 电场能量

$$\boxed{W=\int_V w_e\mathrm{d}V=\int_V\frac{1}{2}ED\mathrm{d}V=\int_V\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2\mathrm{d}V}$$

例：圆柱形电容器（ $a\,.\,b\,.\,L\,.\,\varepsilon_r$ ）

1. 保持与端电压 V 的电源连接。将介质层从电容器内拉出，求外力的功。

2. 断开电源，将介质层拉出。求外力的功。



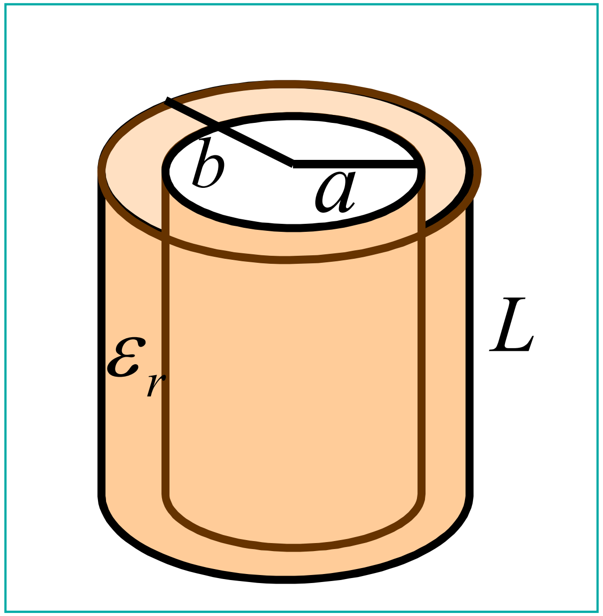
要点：

保持与电源连接

V 不变， Q 可变，电源要做功；

断开电源

Q不变， 电源不做功。



解： 原电容：$C = \dfrac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r L}{\ln\dfrac{b}{a}}$

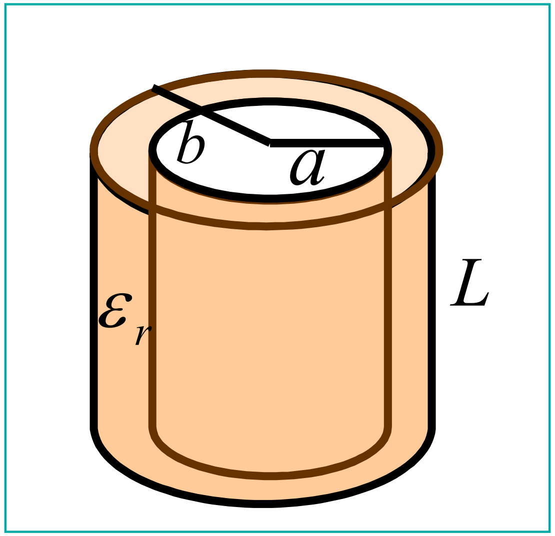
拉出介质层后：$C' = \dfrac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\dfrac{b}{a}} < C$

1) 不断开电源

两板电势差 = 电源端电压 = V 保持不变

电容器储能变化：

$$\Delta W = \frac{1}{2}C'V^2 - \frac{1}{2}CV^2 = \frac{V^2}{2}(C' - C) < 0$$



极板电量变化

$$\Delta Q = C'V - CV = (C' - C)V < 0$$

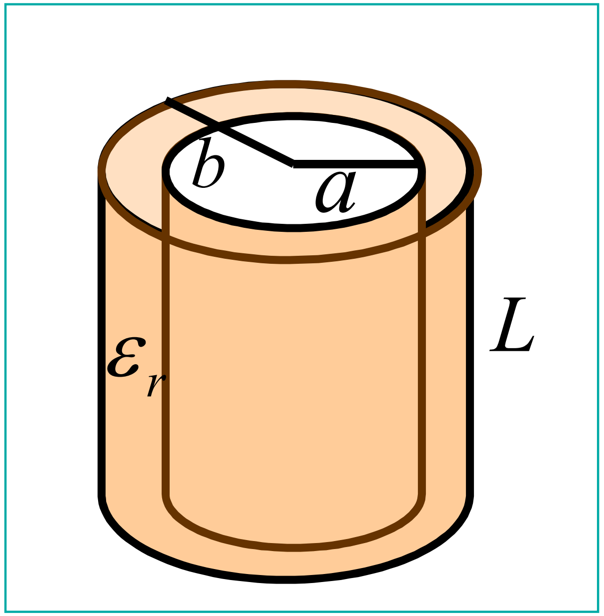
有电荷回流电源， 电源做功：

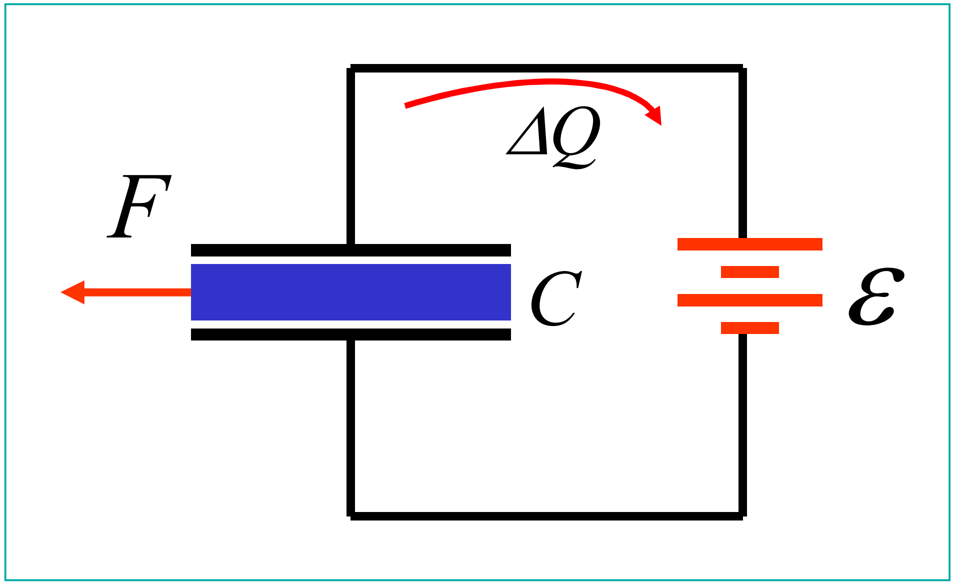
$$A_\varepsilon = V \cdot \Delta Q = V^2 (C' - C) < 0$$

由功能原理： $$A_{外} + A_\varepsilon = \Delta W$$

$$A_{外} = \Delta W - A_\varepsilon = \frac{V^2}{2}(C' - C) - V^2 (C' - C) = -\frac{1}{2}(C' - C)V^2$$

$$= \frac{1}{2}(C - C')V^2 = \frac{\pi \varepsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}}(\varepsilon_r - 1)V^2 > 0$$



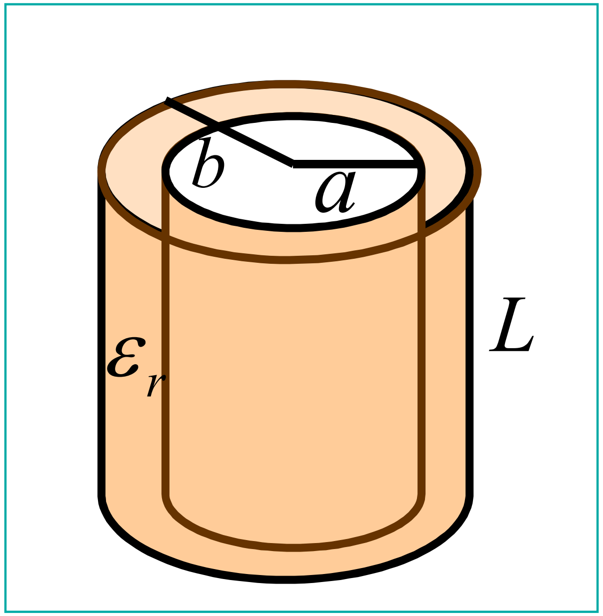


能量转换过程: 外力做功、电场能减少 } 对电源充电

2) 断开电源

极板电量 Q 不变，电源不做功。电容器储能变化

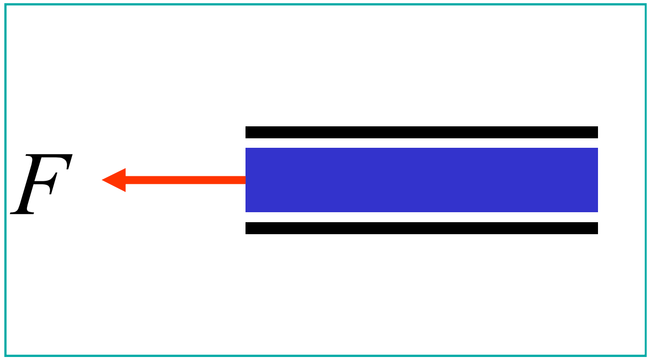
$$\Delta W=\frac{Q^2}{2C'}-\frac{Q^2}{2C}=\frac{C^2V^2}{2}\left(\frac{1}{C'}-\frac{1}{C}\right)>0$$



由功能原理

$$A_{外} = \Delta W = \frac{CV^2(C - C')}{2C'}$$

$$= \frac{\pi\varepsilon_0 L}{\ln\dfrac{b}{a}}(\varepsilon_r - 1)V^2 > 0$$



能量转换过程：

外力做功 $\longrightarrow$ 电场能增加

思考题：一平行板电容器插入一块大小与电容器相同的均匀电介质，则 ΔU，E C,q,D,W 哪些大？哪些变小？哪些不变？

插入电介质	不变量	增大量	减小量
不断开电源	ΔU，E	C,q,D,W	
断开电源	q ，D	C	$\Delta U,E,W$

§ 9.10 静电场的能量小结

一、电容器的能量

$$W=\frac{Q^2}{2C}=\frac{1}{2}C(\Delta U)^2=\frac{1}{2}Q\Delta U$$

二、电场能量

1. 电场能量密度 $w_e=\frac{W}{V}=\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2=\frac{1}{2}ED$

2. 电场能量 $W=\int_V w_e \mathrm{d}V=\int_V \frac{1}{2}ED\mathrm{d}V=\int_V \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2\mathrm{d}V$

§ 9.10　稳恒电场

静电场：　相对于观察者静止的电荷周围的电场

静电感应：电荷瞬间宏观定向运动
介质极化：电荷瞬间微观定向运动

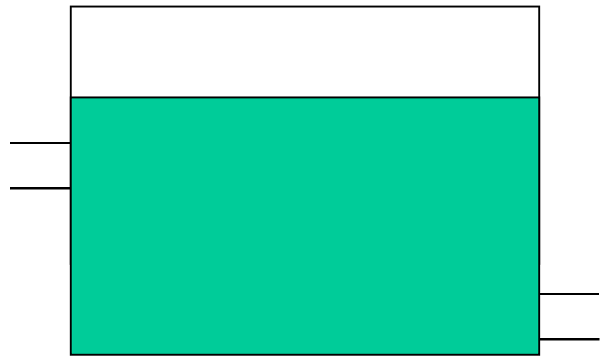
} 只讨论实现平衡后电场

性质：　有源　　　　有势（保守）

$$\oint_s \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_{(S内)} q_0 \qquad \oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

电荷宏观定向运动（电流）

稳恒电流 ⟶ 稳恒电场

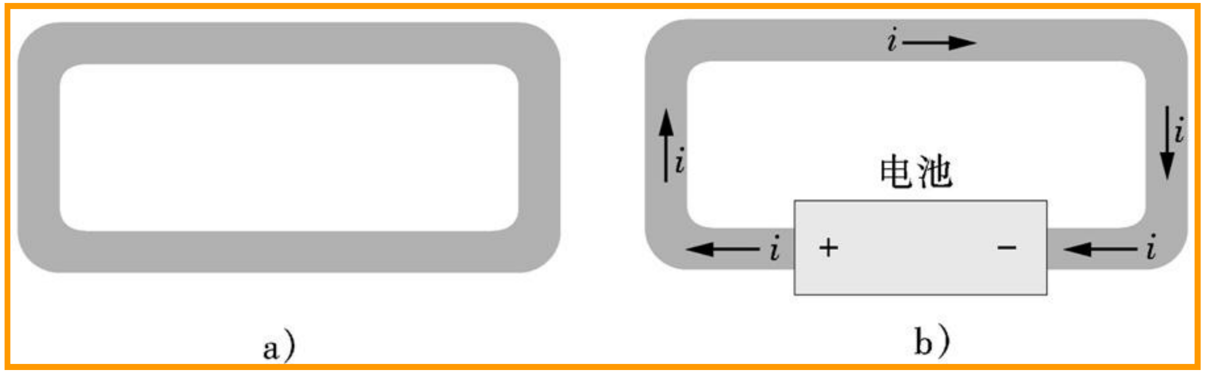


一、电流和电流密度

1. 电流的形成

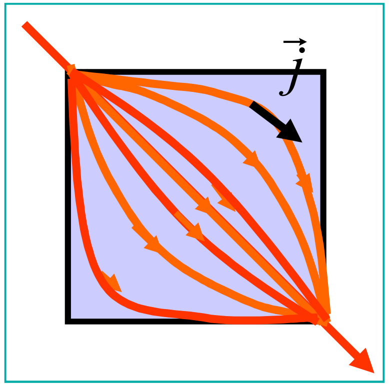
电流
- 传导电流
  - 载流子：自由电子、正负离子…
  - 电场
- 运流电流　电子或宏观带电体在空间的定向机械运动。
- 位移电流

传导电流

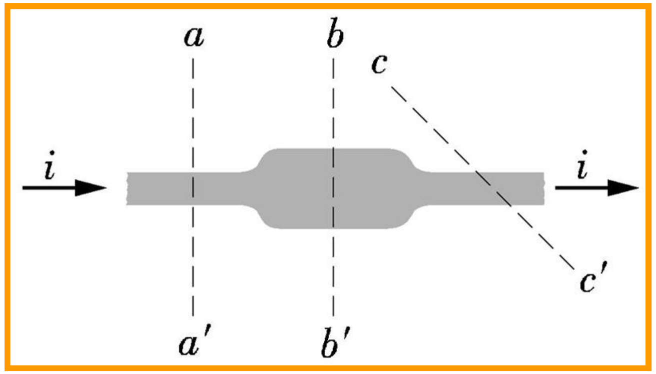


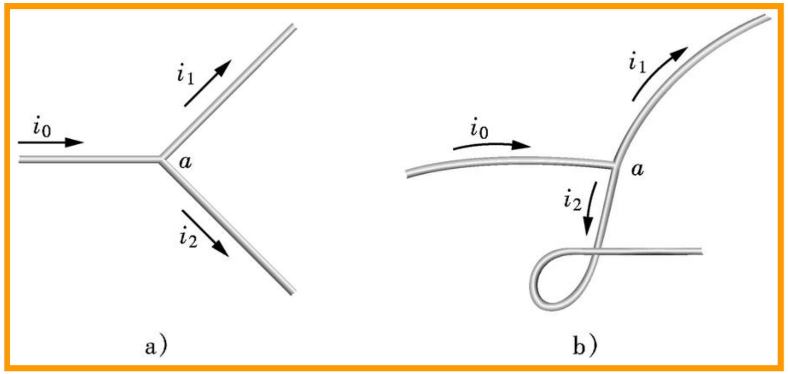
电流的定义：单位时间通过导线某一截面的电荷量。

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$



单位：安培（A）





aa′，bb′及cc′平面处电流 相等

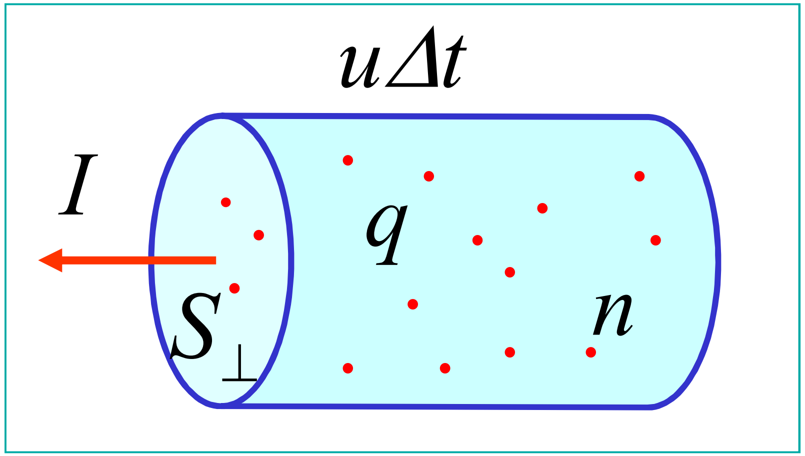
$$i_0 = i_1 + i_2$$

稳恒电流的连续性

基尔霍夫结点定律

由金属导电的经典解释（电子的漂移运动）表示

通过垂直于 I 指向的截面 $S_{\perp}$ 的电流强度：



$$I = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{qnS_{\perp}u\Delta t}{\Delta t} = qnuS_{\perp}$$

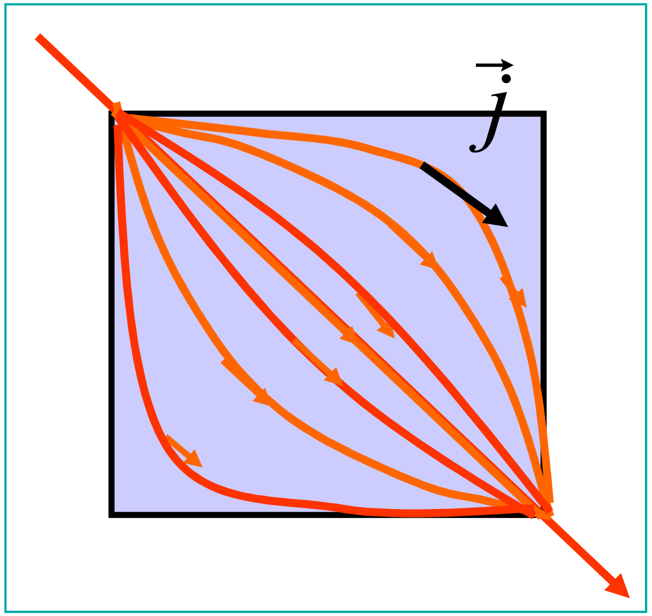
$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S_{\perp}} = qnu$$

2. 电流密度矢量

$$\boxed{\vec{j} = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S_{\perp}}\vec{n}_0 = qn\vec{u}}$$

大小：通过与该点 $\vec{E}$ 垂直的单位截面的电流

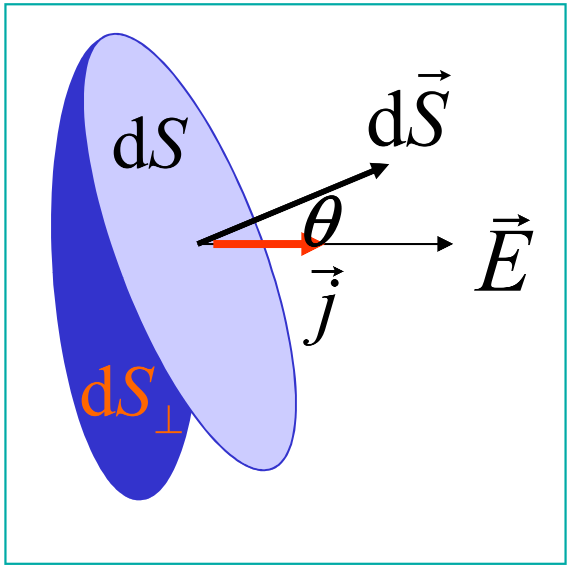
方向：与 $+q$ 的漂移运动方向（ $\vec{E}$ 方向）相同



分布：电流线

$$\left\{\begin{array}{l}\text{其切向即 } \vec{j} \text{ 方向} \\ \text{其疏密 } \propto \vec{j} \text{ 大小}\end{array}\right.$$

I 与 $\vec{j}$ 的关系：



$$\mathrm{d}I = j\mathrm{d}S_\perp = j\mathrm{d}S\cos\theta = \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

$$I = \int_S \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

通过某截面的电流强度即电流密度矢量 $\vec{j}$ 通过该面的通量。

3. 稳恒电流条件：穿过封闭曲面 S 的 $\vec{j}$ 通量为零

$$\boxed{\oint_S \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0}$$

➢稳恒电流一定是闭合的，或两端通向无穷远。(在无穷远处闭合)

$$\mathrm{d}I=\vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\mathrm{d}Q/\mathrm{d}t \qquad \boxed{\oint_S \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{\sum \mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\sum Q}{\mathrm{d}t}=0}$$

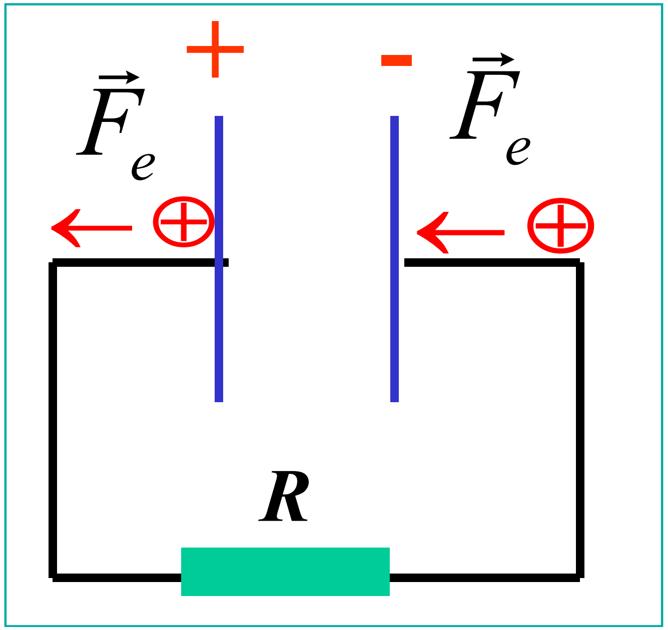
➢稳恒电流的电场分布不随时间变化。

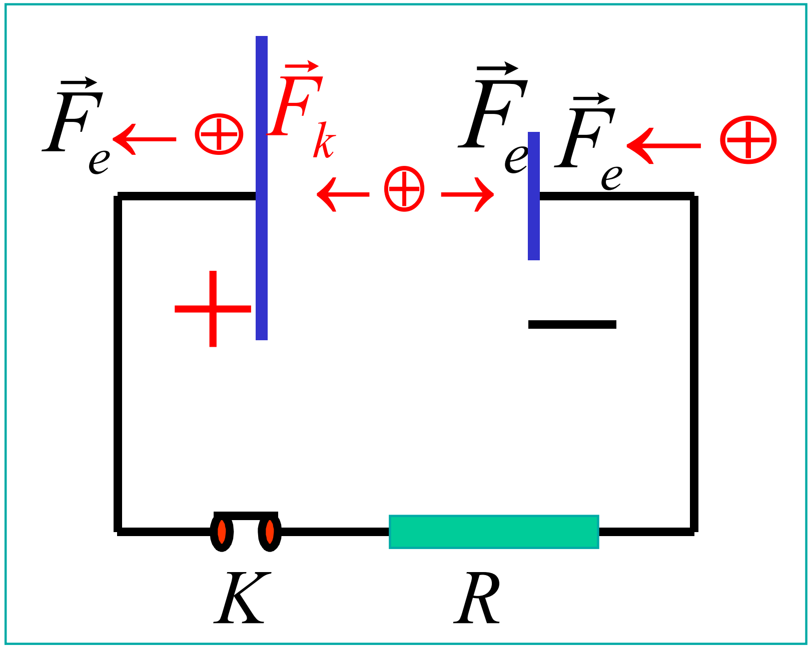
$$\downarrow$$

稳恒电场

比较	相 同	不 同
静电场	$Q,\vec{E}$ 分布不随时间变化 高斯定理 环路定理适用 $\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\sum_{(S内)} q_0$ 有源 $\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0$ 保守	$I=0.$ 导体内 $\vec{E}=0$ 一经建立，不需能量维持。
稳恒电场		$I=$恒量 导体内 $\begin{cases}\vec{E}\neq 0\\ \vec{E}\ 分布不变\end{cases}$ 其存在一定伴随能量转换

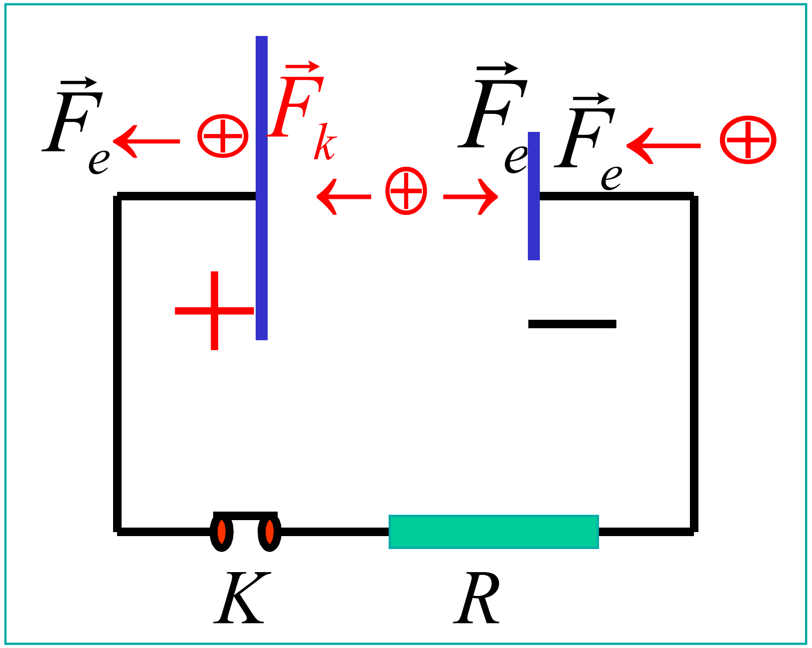
二. 电源电动势 ——— 稳恒电场的能量来源





电源作用：

提供非静电力 $\vec{F}_k$，将 $+q$ 由负极板移向正极，保持极板间电势差， 以形成持续的电流。



作用机理：

$\vec{F}_k$反抗 $\vec{F}_e$做功，

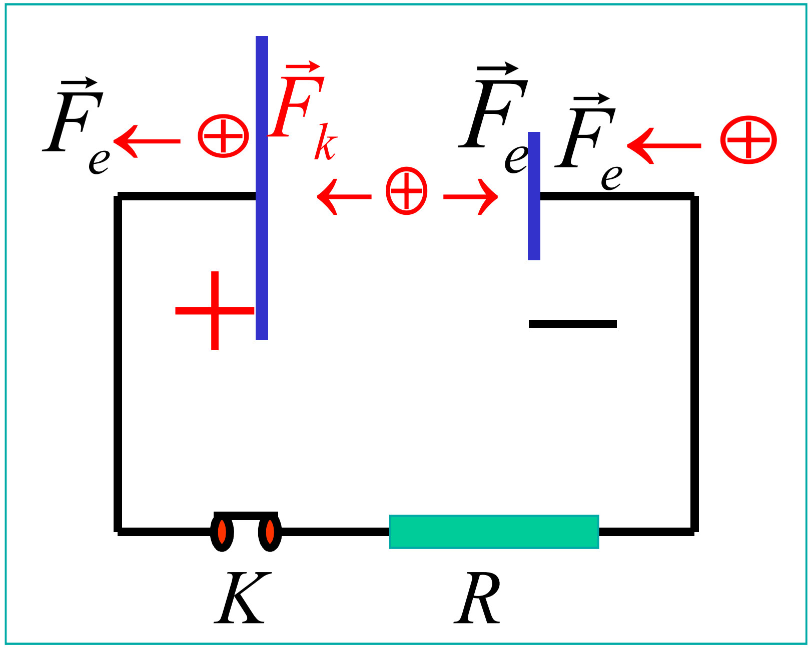
将其他形式能转变为电能

断路： $\vec{F}_k = -\vec{F}_e$ 时平衡

通路

- 外电路：$\vec{F}_e$ 作用，将 $+q$ 由正极 $\rightarrow$负极
- 内电路：$\left|\vec{F}_k\right| > \left|\vec{F}_e\right|$ 将 $+q$ 由负极 $\rightarrow$ 正极
- $\vec{F}_k$，$\vec{F}_e$ 共同作用形成持续电流。

能量转换



$$\vec{F}_e \begin{cases} \text{外电路：} \displaystyle\int_{+}^{-} \vec{F}_e \cdot \mathrm{d}\vec{l} > 0 \\ \text{内电路：} \displaystyle\int_{-}^{+} \vec{F}_e \cdot \mathrm{d}\vec{l} < 0 \end{cases}$$

$$\oint_L \vec{F}_e \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

$\vec{F}_k$： 做功如何 ？ 非静电场强： $\vec{E}_k = \dfrac{\vec{F}_k}{q_0}$

非静电力经内电路搬运单位正电荷做功：

$$\varepsilon = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} > 0$$ 非静电力为非保守力

（经内电路）

更一般形式：$\oint_L \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 可量度电源将其他形式能转变为电能的能力大小

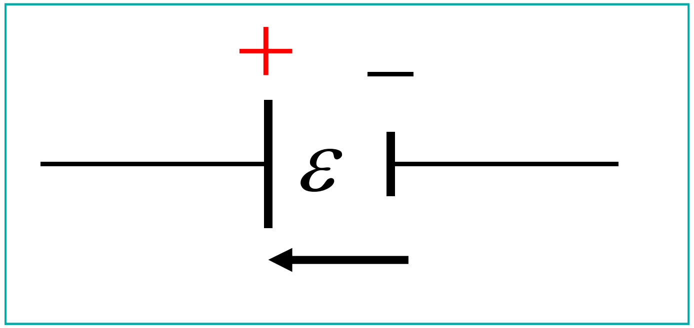
定义：电源电动势 $\boxed{\varepsilon = \oint_L \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$

若 $\vec{E}_k$ 只在内电路存在：

$$\varepsilon = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

（经内电路）

规定指向：



练习：

试比较电源路端电压和电源电动势这两个概念

	电源路端电压	电源电动势
比较	$\Delta U = \int_{+}^{-} \vec{E}_e \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ （经外电路）	$\varepsilon = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ （经内电路）

练习：

单位正电荷从电源正极出发，沿闭合回路一周，又回到电源正极时，下列哪种说法正确？

√ **1)** 静电力所做总功为零；

× **2)** 非静电力所做总功为零；

× **3)** 静电力和非静电力做功代数和为零；

× **4)** 在电源内只有非静电力做功，在外电路只有静电力做功。

三. 欧姆定律与焦耳定律的微分形式（自学）

电流密度 $\vec{j} = \gamma \vec{E}$

热功率密度 $w = \gamma E^2$

电流的形成及其热效应都是场作用的结果

$\vec{j}, w$ 与 $\vec{E}$ 点点对应.

§ 9.10　稳恒电场小结

一、电流和电流密度

$$\vec{j} = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S_{\perp}}\vec{n}_0 = qn\vec{u} \qquad I = \int_S \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{S} \qquad \oint_S \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

二、电源电动势

$$\boxed{\varepsilon = \oint_L \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

三、欧姆定律与焦耳定律的微分形式(自学)

电流密度　$\vec{j} = \gamma\vec{E}$

热功率密度　$w = \gamma E^2$