

University Physics

大学物理

大学
物理



上讲内容复习

狭义相对论的基本原理

(1) 狭义相对性原理 (2) 光速不变原理

洛仑兹变换

$$\begin{aligned}x' &= \gamma (x - ut) \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= \gamma \left(t - \frac{u}{c^2} x \right)\end{aligned}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \geq 1$$

洛仑兹变换包含
了一种新时空观





§ 8.3 狭义相对论时空观

所谓时空观，就是有关时间和空间的物理性质的认识。时空观同自然科学的发展是密切相关的。科学上的重大变革往往伴随着新时空观的产生。甚至，在一定意义下可以反过来说，时空观的变革才是科学上大变革的基本标志。

在爱因斯坦以前，人们的时空观是以牛顿为代表的一种绝对时空观。在那里同时性、时间间隔的测量、空间间隔的测量等等都是绝对的。然而在相对论当中一切都变得相对了。

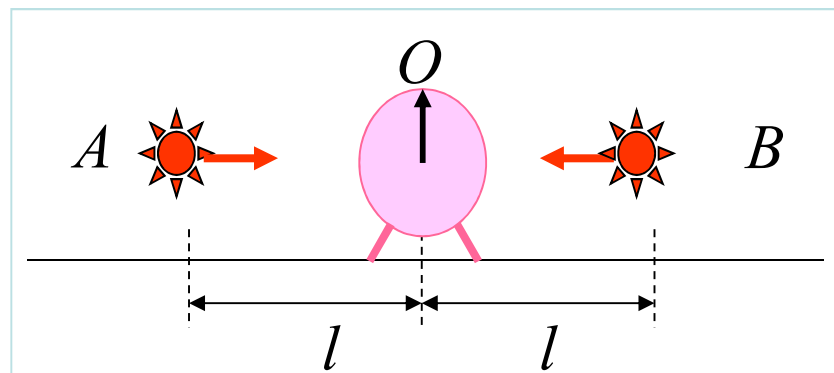
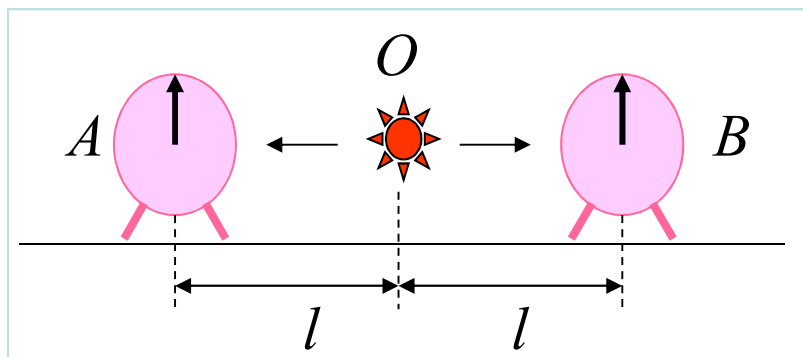




一. “同时”的相对性

“凡是时间在里面起作用的一切判断，总是关于同时事件的判断”
——爱因斯坦

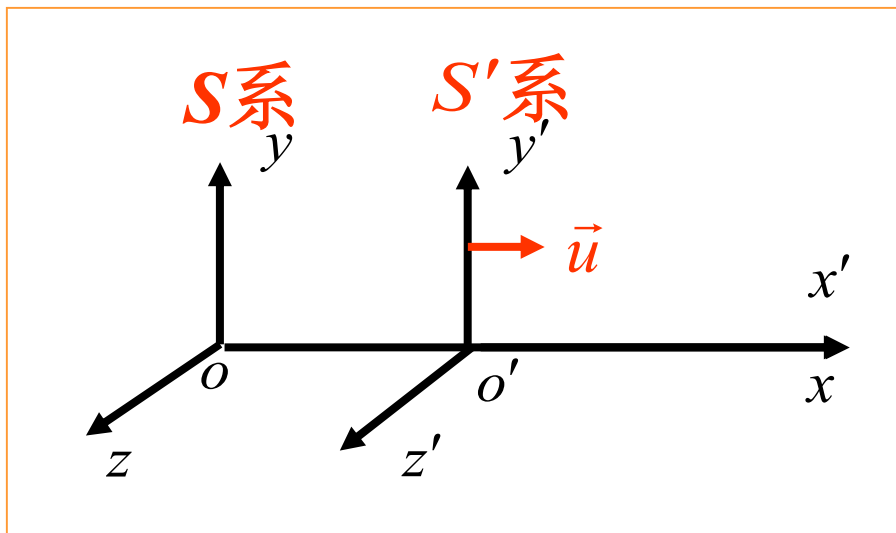
由校钟操作定义同时性，并在同一惯性系中建立起统一的时间坐标：





第8章 相对论

问题：在某一惯性系中的同时事件，在另一相对其运动的惯性系中是否是同时的？



	事件1	事件2
S 系	x_1, t_1	x_2, t_2
S' 系	x'_1, t'_1	x'_2, t'_2

由洛伦兹变换：
$$t'_1 = \gamma \left(t_1 - \frac{u}{c^2} x_1 \right) \quad ; \quad t'_2 = \gamma \left(t_2 - \frac{u}{c^2} x_2 \right)$$

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \gamma \left[(t_2 - t_1) - \frac{u}{c^2} (x_2 - x_1) \right] = \gamma \left(\Delta t - \frac{u}{c^2} \Delta x \right)$$





$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \gamma \left[(t_2 - t_1) - \frac{u}{c^2} (x_2 - x_1) \right] = \gamma \left(\Delta t - \frac{u}{c^2} \Delta x \right)$$

S 系同时发生的两事件, $\Delta t = 0$

S' 系 $\left\{ \begin{array}{l} \text{若 } \Delta x = 0 \text{ 则 } \Delta t' = 0, \text{ 两事件同时发生。} \\ \text{若 } \Delta x \neq 0 \text{ 则 } \Delta t' \neq 0, \text{ 两事件不同时发生。} \end{array} \right.$

即：一个惯性系中的同时、同地事件，在其它惯性系中必为同时事件；一个惯性系中的同时、异地事件，在其它惯性系中必为不同时事件。

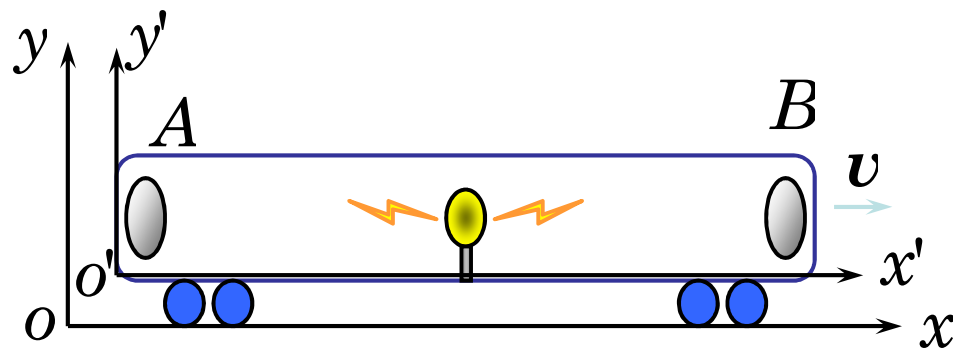
结论：同时性概念是因参考系而异的，在一个惯性系中认为同时发生的两个事件，在另一惯性系中看来，不一定同时发生。**同时性具有相对性。**





理想实验：爱因斯坦火车

在列车中部一光源发出光信号，在列车中 **AB** 两个接收器同时收到光信号，



$$\vec{v}_{\text{光对车}} = \vec{v}_{\text{光对地}} + \vec{v}_{\text{地对车}}$$

但在地面来看，由于光速不变，**A** 先收到，**B** 后收到。

讨论：在某一惯性系中的同步钟，在另一相对其运动的惯性系中是否是同步的？





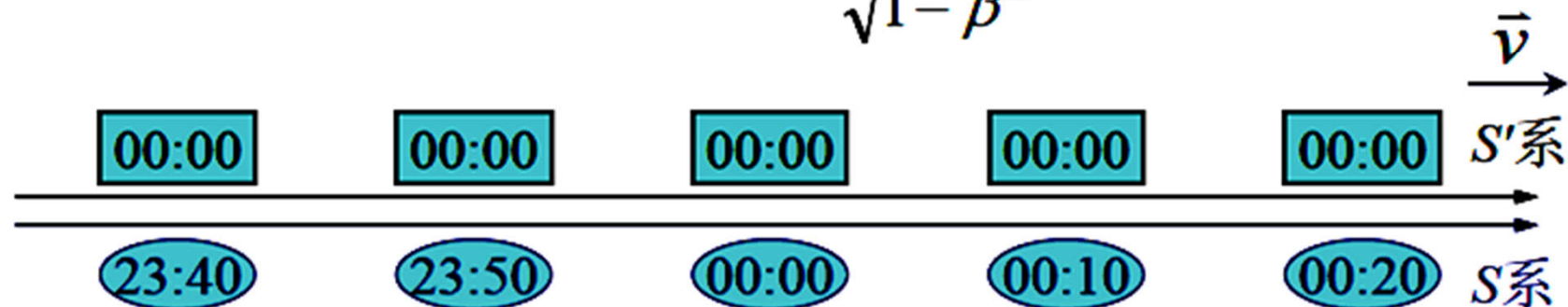
第8章 相对论

在一个惯性系 S' 中校准同步的时钟，
在相对此惯性系运动的其它惯性系中不再同步

$$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

在相对此惯性系运动的其它惯性系中， S' 系的时钟不再是同步的

$$t' = 0 \Rightarrow t = \frac{\frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$



前面的时钟拨慢了，后面的时钟拨快了。





讨论：两事件发生的时序与因果律

若 s 系中 $\Delta t = t_2 - t_1 > 0$ 即事件1先发生
则 s' 系中：

$$\Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2} \Delta x) > 0$$

$$\Delta t > \frac{u}{c^2} \Delta x$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} < \frac{c^2}{u}$$

时序不变

$$\Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2} \Delta x) \leq 0$$

$$\Delta t \leq \frac{u}{c^2} \Delta x$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} \geq \frac{c^2}{u}$$

时序变化



即在 S' 系中观测，事件1有可能比事件2先发生、同时发生、或后发生，时序有可能倒置。

与因果律是否矛盾？

因果律就是保证关联事件先后次序的绝对性

可以用讯号联系的事件称为关联事件，因果关系的事件一定是关联事件。

$$u = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad u < c \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta x}{\Delta t} < \frac{c^2}{u}$$

有因果关联的事件时序不变，无因果关联的事件才可能发生时序变化。





第8章 相对论

例1 事件1: 某天小孩甲在北京出生 → 飞机由北京起飞;
事件2: 第二天小孩乙在巴黎出生 → 飞机抵达巴黎;
事件1和事件2无因果关联。 → 事件1和事件2可能有因果关联, 时序不变。

例2 事件1: 某天小孩甲在北京出生;
事件2: 0.03秒后小孩乙在巴黎出生;

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} \approx \frac{11000}{0.03} \approx 3.67 \times 10^5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} > c$$

事件1和事件2无因果关联, 也不可能因果关联, 可能在某个飞船上的观察者看来, 巴黎小孩先出生。





二. 时间量度的相对性（时间膨胀）

理想实验：爱因斯坦火车

{ 站台系： s 系
 火车系： s' 系

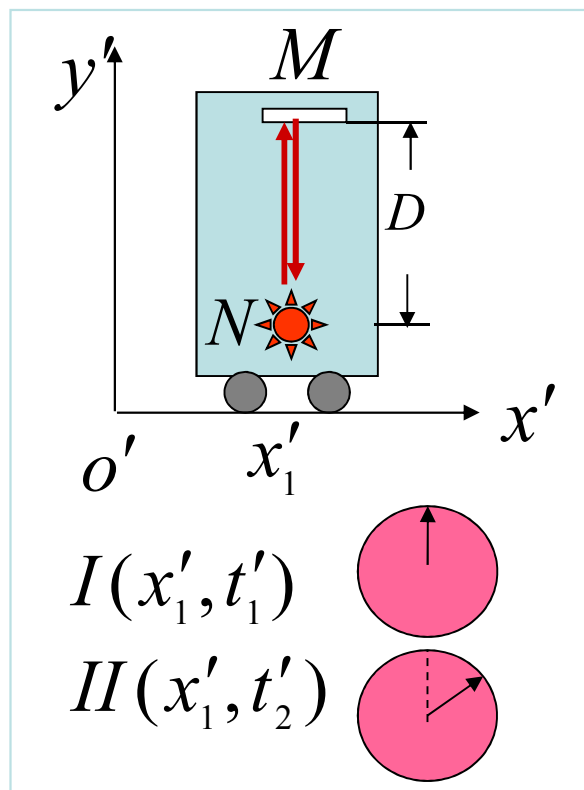
火车系： s' 系

光信号： $N—M—N$

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \frac{2D}{c}$$

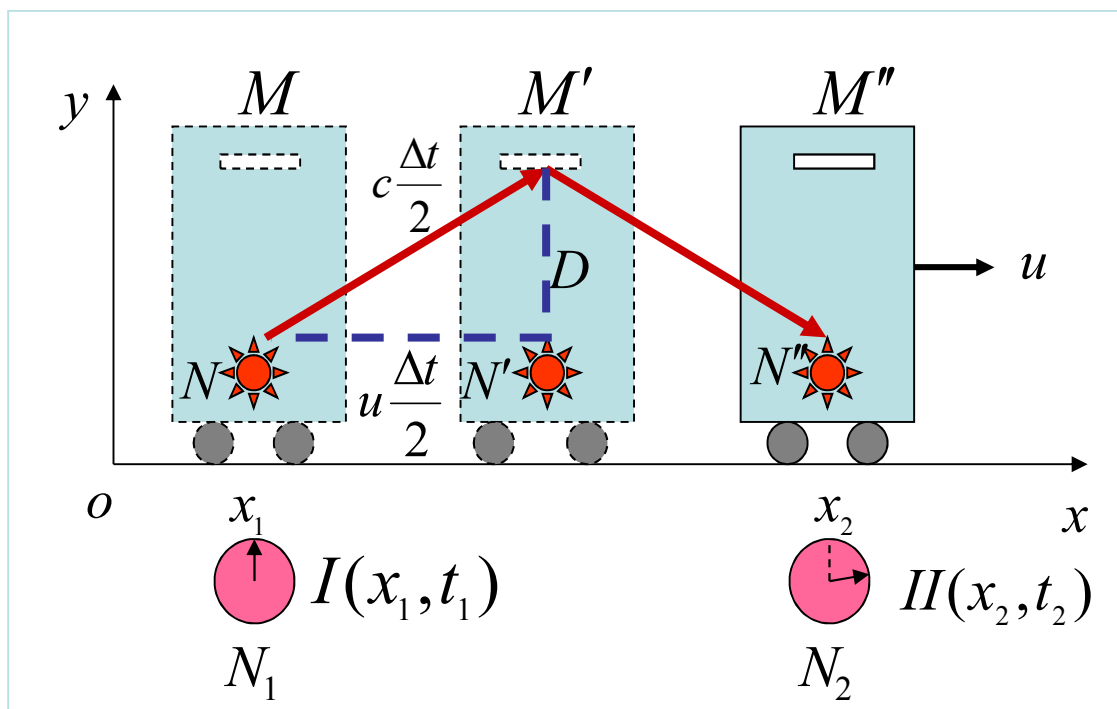
用一个相对事件发生地静止的钟测量的
两个同地事件的时间间隔——原时

↓
(本征时间)





第8章 相对论



站台系: s 系

光信号:

$N - M' - N''$

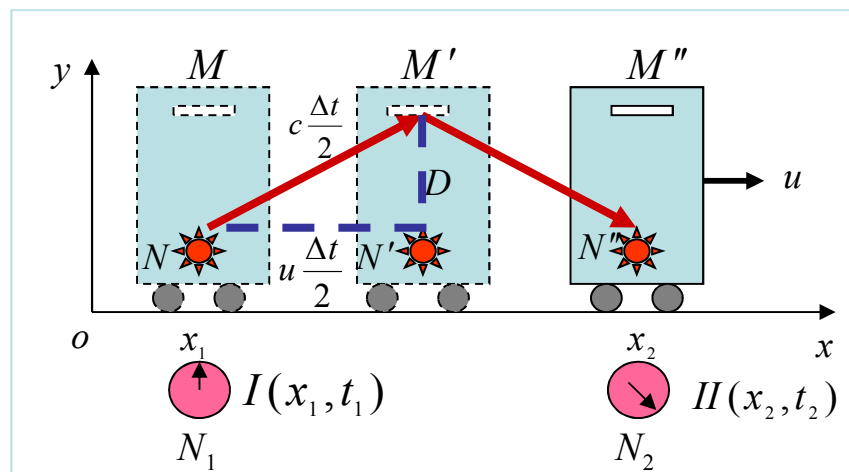
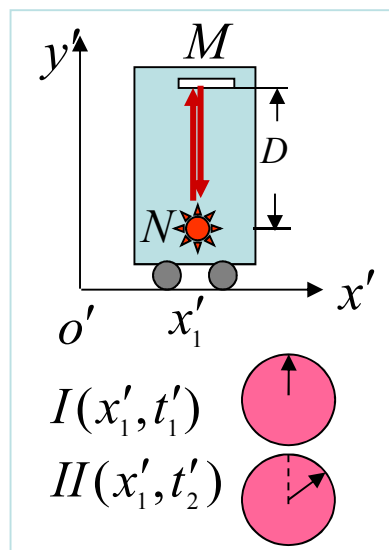
该两事件为异地事件，需用两只钟测出其时间间隔：**非原时**

$$\left(c \frac{\Delta t}{2}\right)^2 = D^2 + \left(u \frac{\Delta t}{2}\right)^2$$

$$\Delta t = \frac{2D}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} = \gamma \Delta t' > \Delta t'$$



第8章 相对论



$$\underset{\substack{\text{非原时} \\ \downarrow}}{\Delta t} = \frac{\underset{\substack{\text{原时} \\ \downarrow}}{\Delta t'}}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} = \gamma \Delta t' > \Delta t'$$

在 S 系中用 N_1 、 N_2 钟测量 S' 系中 N 钟所测得的原时 $\Delta t'$ ，
 将获得一个放大了的时间间隔 Δt ——时间膨胀

在 S 系中看来，相对它运动的 S' 系内的钟走慢了。
 ——动钟变慢





第8章 相对论

思考：若信号系统相对于站台静止，结果如何？

$$\underset{\substack{\downarrow \\ \text{非原时}}}{\Delta t'} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}} = \gamma \Delta t > \underset{\substack{\downarrow \\ \text{原时}}}{\Delta t}$$

结论：时间间隔的测量是相对的，与惯性系的选择有关；

- 在一切时间测量中，原时最短。从相对事件发生地运动的参考系中测量出的时间总比原时长（时间膨胀）。
- 每个参考系中的观测者都会认为相对自己运动的钟比自己的钟走得慢（动钟变慢）





第8章 相对论

每个参考系中的观测者都会认为相对自己运动的钟比自己的钟走得慢（动钟变慢）

这就提出了一个有趣的问题，到底谁对谁错？

两个观察结果都正确，这种情况不是由不准确的观察或不准确的钟引起的，而是时间本身的一种属性确定的。宇宙中并没有一个单一的“真实”的时间，并没有“普适的时间”。有的只是每个观察者自己的时间，各不相同的，这是由观察者的运动状态来决定的。

普遍的法则是：动钟变慢 原时最短





第8章 相对论

原时：在相对事件发生地静止的参考系中，用同一个钟测定的两个同地事件之间的时间间隔 τ_0

若在相对事件发生地运动的参考系中，该两事件必为异地事件，需用两只钟测出其时间间隔 τ ，则：

$$\tau = \gamma \tau_0$$

静系中同地事件的时间间隔为原时，

动系中异地事件的时间间隔非原时。





第8章 相对论

由洛仑兹变换可直接得出时间膨胀：

$$\begin{array}{ccccc} \Delta t' = \gamma \left(\Delta t - \frac{u}{c^2} \Delta x \right) & & \Delta t = \gamma \left(\Delta t' + \frac{u}{c^2} \Delta x' \right) & & \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{非原时} & \text{原时} & \mathbf{0} & \text{非原时} & \text{原时} & \mathbf{0} \end{array}$$

在一切时间测量中，原时最短！





实验验证:

1) μ 子衰变

宇宙射线和大气相互作用时能产生 π 介子衰变, 在大气上层放出 μ 子。这些 μ 子的速度约为 $0.998c$, 如果在实验室中测得静止 μ 子的寿命为 $2.2 \times 10^{-6} \text{s}$, 试问, 在 8000 m 高空由 π 介子衰变放出的 μ 子能否飞到地面?

解: 按照经典理论, μ 子飞行的距离为

$$s = u\tau = 0.998 \times 3 \times 10^8 \times 2.2 \times 10^{-6} = 658.7 \text{m}$$

显然, μ 子不能飞到地面。

按照相对论理论, 应该如何计算?





第8章 相对论

按照相对论理论，地面参考系测得的 μ 子的寿命应为：

$$\Delta t = \gamma \Delta t' = \gamma \tau$$

在地面参考系看来， μ 子的飞行距离为

$$\begin{aligned} s = u \Delta t = \gamma u \tau &= \frac{0.998 \times 3 \times 10^8 \times 2.2 \times 10^{-6}}{\sqrt{1 - 0.998^2}} \\ &= 10420 \text{ m} > 8000 \text{ m} \end{aligned}$$

显然， μ 子可以飞到地面。

测量结果：到达地面的 μ 子流为 $500 \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$

验证了相对论时间膨胀效应。





第8章 相对论

有一类青蛙，寿命为10天。一宇宙飞船以 $0.866c$ 相对地面飞行，飞船上载有这类青蛙。

地面上的观察者认为飞船上的青蛙寿命是多少？
飞船上的观察者认为地面上的青蛙寿命是多少？

20
天

这就产生了一个有趣的问题，哪里的青蛙先死？

当我们问“究竟哪里的青蛙先死时？”，我们没有说出来的埋藏在心底的信念仍然是，有一个普适的真实时间。但是请记住，并没有任何单一而普适的时间。相反的只是每个个体观察者的时间。





第8章 相对论

例. 半人马座 α 星是距离太阳系最近的恒星，它距离地球 $4.3 \times 10^{16} \text{m}$ ，设有一宇宙飞船自地球飞到半人马 α 星，若宇宙飞船相对地球的速度为 $0.999c$ ，按地球上的时钟计算要用多少年时间？如以飞船上的时钟计算，所需时间又为多少年？

思考：哪个时间为原时？

地球系：非原时； 飞船系：原时

解：按地球上的时钟计算，飞船飞到 α 星所需时间为

$$\Delta t = \frac{s}{v} = \frac{4.3 \times 10^{16}}{0.999 \times 3 \times 10^8 \times 365 \times 24 \times 3600} = 4.55 \text{年}$$





若用飞船上的钟测量，飞船飞到 α 星所需时间为

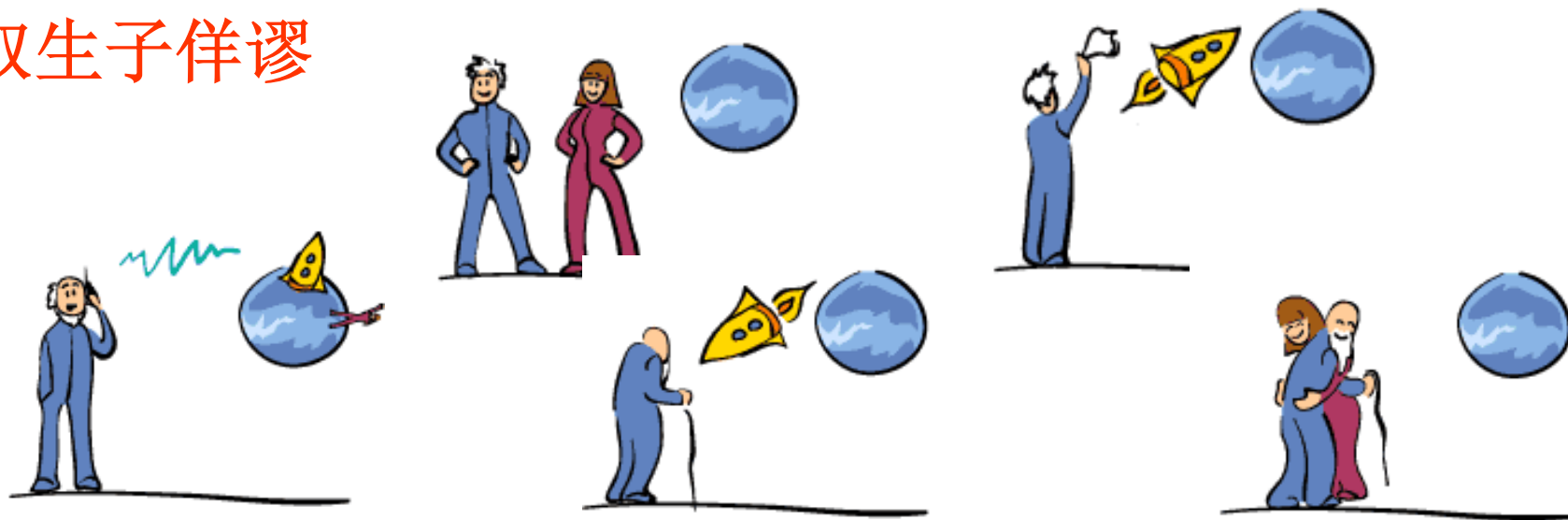
$$\tau = \gamma^{-1} \Delta t = \sqrt{1 - 0.999^2} \times 4.55 = 0.203 \text{ 年}$$

正是时间膨胀效应使得在人的有生之年进行星际航行成为可能。



第8章 相对论

双生子佯谬



甲和乙相互作变速运动，动钟变慢的对称性不再保持

甲留在地上，相对于大量天体没有变速运动。在甲看来只有乙做变速运动。而乙看来，甲和整个宇宙一起做变速运动。它们的相对运动是不对称的，由对称引起的两难问题是不存在的！

谁相对于整个宇宙做更多的变速运动，谁就会活得更长久！！



实验验证:

2) 飞机载铯原子钟环球航行

1971年: 地球赤道地面钟: **A**

地球赤道上空约一万米处钟

向东飞行: **B**

向西飞行: **C**

A, B, C 对太阳参考系均向东: $v_B > v_A > v_C$

结果: 钟 **B** $\xrightarrow{59\text{ns}}$ **A** $\xrightarrow{273\text{ns}}$ **C**

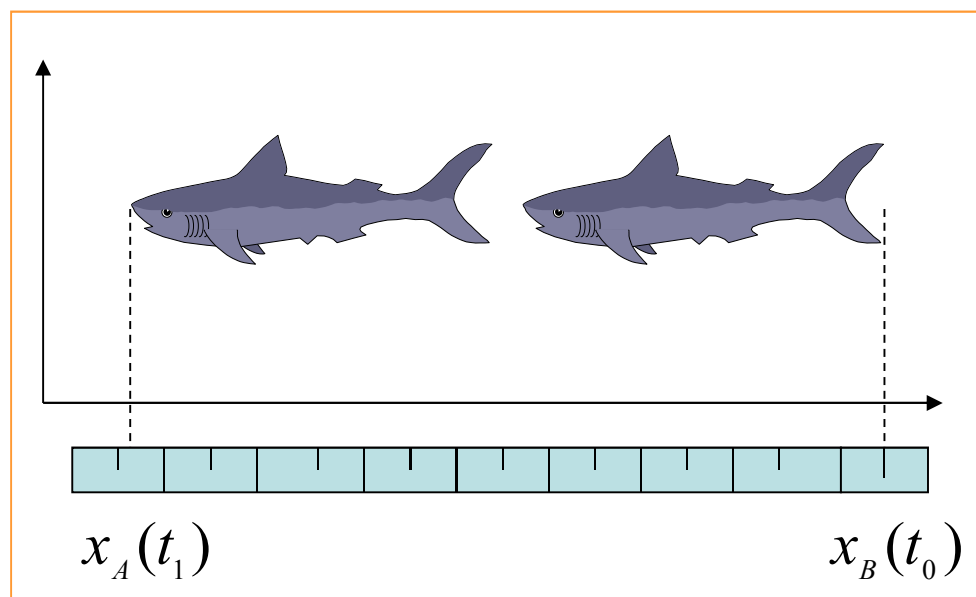
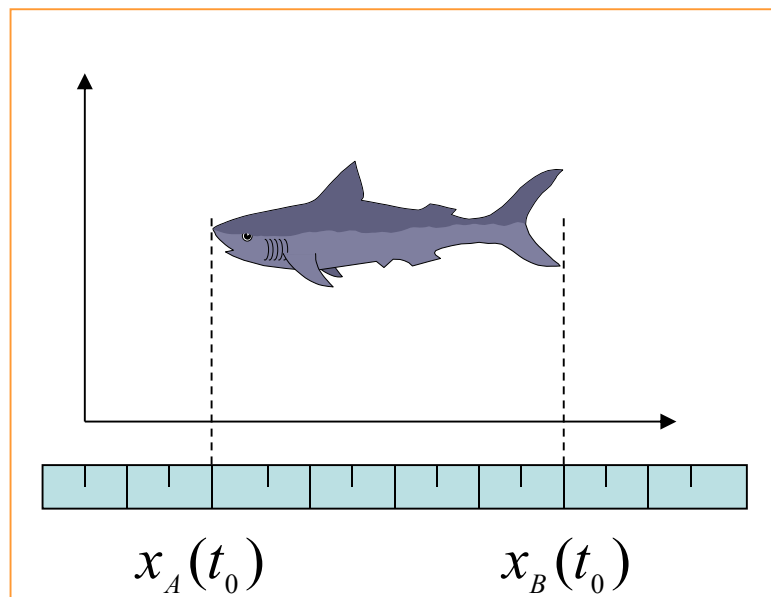
验证了相对论时间膨胀效应。





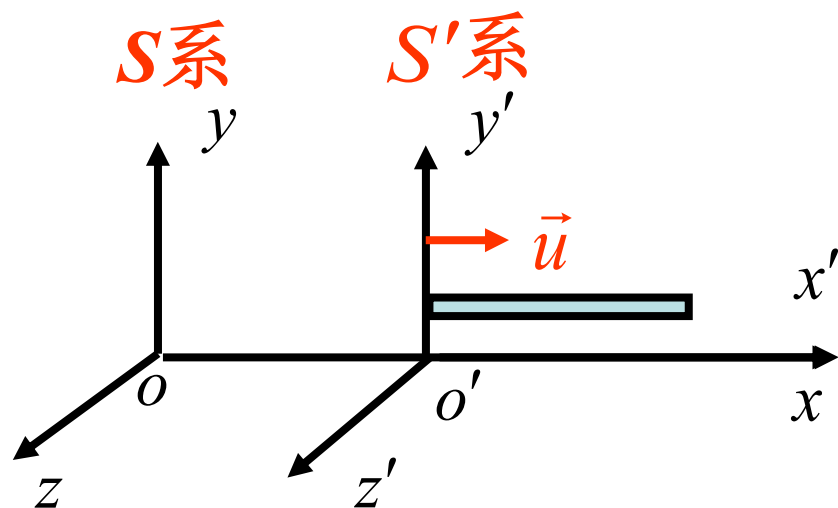
三. 空间量度的相对性（动尺缩短）

注意：当物体运动时，两端坐标必须同时记录。





第8章 相对论



设尺相对于 S' 系静止
测量其两端坐标：

	事件1	事件2
S 系	x_1, t_1	x_2, t_2
S' 系	x'_1, t'_1	x'_2, t'_2

在相对于物体静止的参考系中测量的长度——原长

$$L' = x'_2 - x'_1 \quad \text{两端坐标不一定同时测量。}$$

在 s 系中测尺的长度，两端坐标一定要同时测量。

$$L = x_B - x_A \quad \text{——非原长}$$



第8章 相对论

静系: $\Delta t'$ 不一定为零, $\Delta x'$ 为原长

动系: Δt 一定为零, Δx 非原长

由洛伦兹变换:

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t) \qquad \Delta x' = \gamma\Delta x > \Delta x$$

$\downarrow \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \downarrow$
原长 观测长度 0
(非原长)

若尺相对于 S 系静止

$$\Delta x = \gamma(\Delta x' + u\Delta t') \qquad \Delta x = \gamma\Delta x' > \Delta x'$$

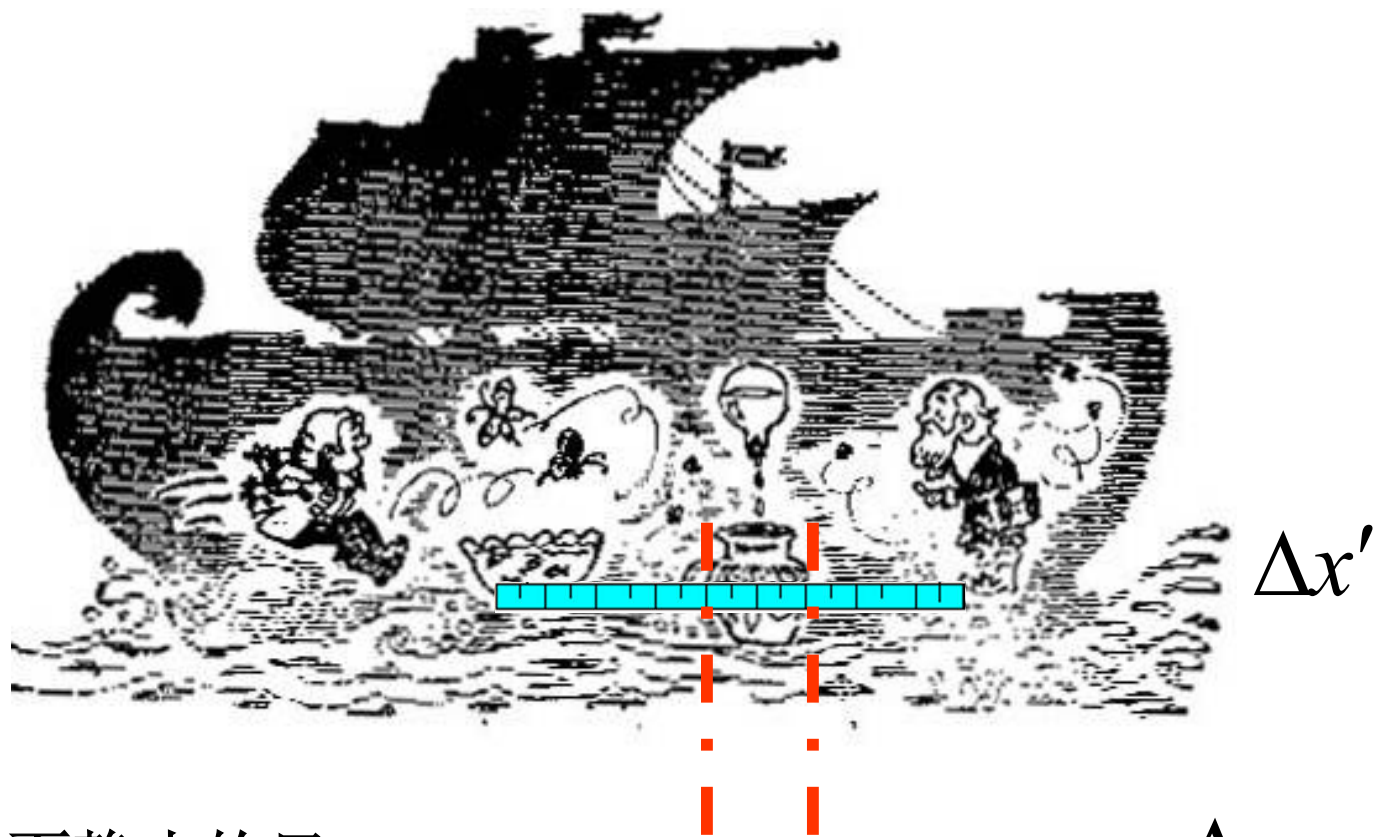
$\downarrow \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \downarrow$
原长 观测长度 0
(非原长)

原长最长!

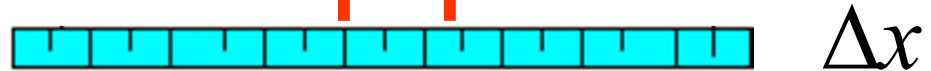




第8章 相对论



相对地面静止的尺



$$\Delta x < \Delta x' \quad \text{动尺缩短}$$





结论：

空间间隔的测量是相对的，物体的长度与惯性系的选择有关；

在一切长度测量中原长最长；

在其它惯性系中测量相对其运动的尺，总得到比原长小的结果 —— 动尺缩短。

注意：

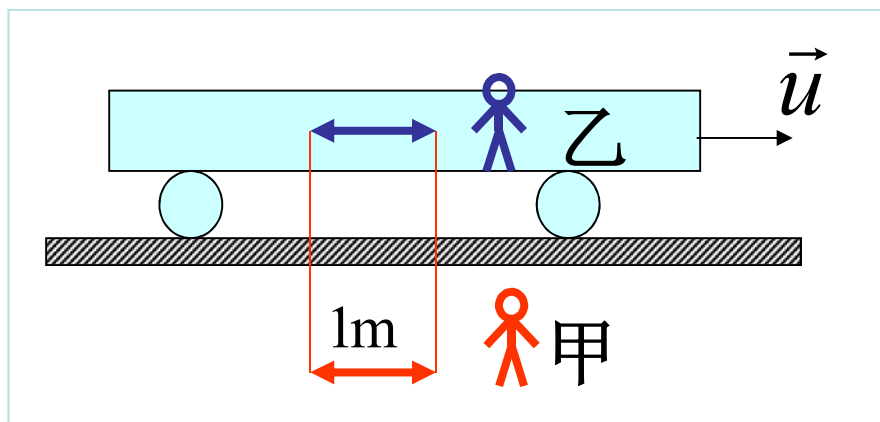
- 尺缩效应只在相对运动方向上发生；
- 尺缩效应是高速运动物体的测量形象，不是视觉形象。





第8章 相对论

例： 一列高速火车以速率 u 驶过车站，站台上的观察者甲观察到固定于站台、相距 1m 的两只机械手在车厢上同时划出两个痕迹，求车厢上的观察者乙测出两个痕迹间的距离为多少？



思考： 哪个长度为原长？

站台系：动系，两端同时测 $\Delta s = 1\text{m}$ 非原长

车厢系：静系， $\Delta s' = ?$ 为原长

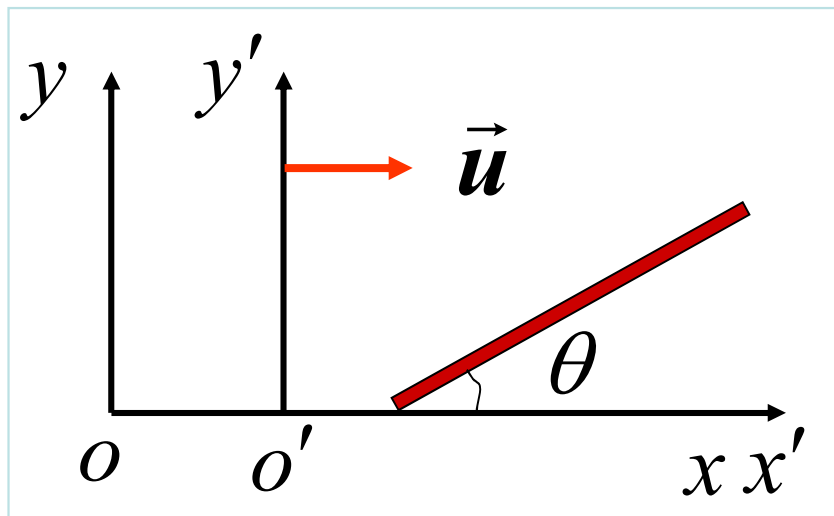
$$\Delta s' = \gamma \Delta s = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} > 1(\text{m})$$



第8章 相对论

练习：

一根米尺静止放置在 S' 系中，与 $o'x'$ 轴成 30° 角，如果在 S 系中测得米尺与 ox 轴成 45° 角，那么， S' 系相对于 S 系的运动速度 u 为多大？ S 系中测得米尺的长度是多少？





第8章 相对论

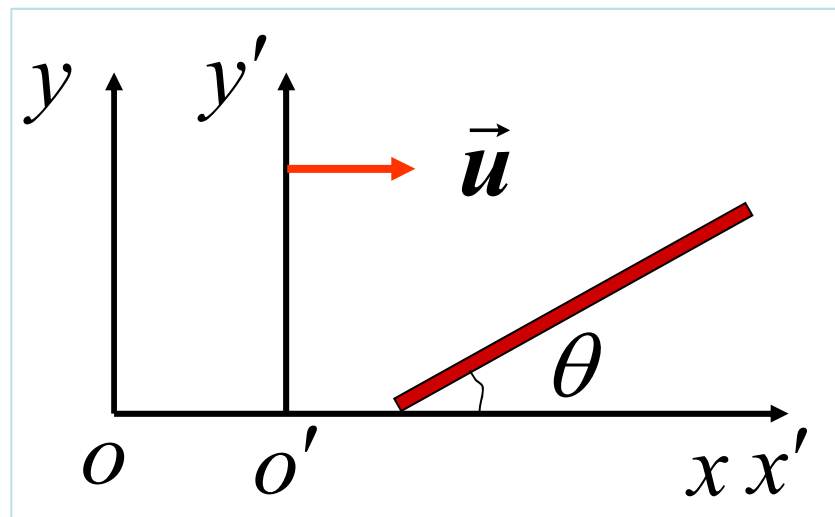
解：由题意可知

$$\operatorname{tg} 30^{\circ} = \frac{\Delta y'}{\Delta x'}$$

$$\operatorname{tg} 45^{\circ} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

由 $\Delta y = \Delta y'$

得 $\frac{\Delta x}{\Delta x'} = \frac{\operatorname{tg} 30^{\circ}}{\operatorname{tg} 45^{\circ}}$



根据相对论“尺缩”效应，有

$$\Delta x = \Delta x' \sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2} \quad \text{即} \quad \frac{\Delta x}{\Delta x'} = \sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}$$





第8章 相对论

于是

$$\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = \frac{\tan 30^\circ}{\tan 45^\circ}$$

得

$$u = \sqrt{\frac{2}{3}}c = 0.816c$$

米尺还有
什么发生
变化?

由于

$$\Delta y = \Delta y'$$

所以

$$L' \sin 30^\circ = L \sin 45^\circ$$

米尺长度

$$L = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} L' = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1 = 0.707\text{m}$$

