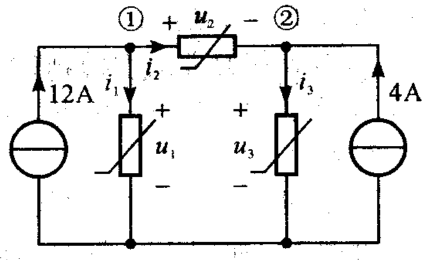
17-1 如果通过非线性电阻的电流为 $\cos(\omega t)$ A，要使该电阻两端的电压中含有 4ω 角频率的电压分量，试求该电阻的伏安特性，写出其解析表达式.

解 由数学知识 $\cos(4\omega t) = 1 - 8\cos^2(\omega t) + 8\cos^4(\omega t)$

而
$$i = \cos(\omega t)\text{A}$$
则可设
$$u = 1 - 8i^2 + 8i^4$$
则该电阻两端的电压的角频率为 4ω.

17-2 写出图示电路的结点电压方程，假设电路中各非线性电阻的伏安特性为 $i_1 = u_1^3$，$i_2 = u_2^2$，$i_3 = u_3^{3/2}$.



题 17-2 图

解 对结点 ① 和 ②，运用 KCL 有

$$\begin{cases} i_1 + i_2 = 12 & (1) \\ -i_2 + i_3 = 4 & (2) \end{cases}$$

而 $u_1 = u_{n1}$，$u_2 = u_{n1} - u_{n2}$，

$u_3 = u_{n3}$

代入伏安特性方程，得

$$i_1 = u_{n1}^3,\ i_2 = (u_{n1} - u_{n2})^2,\ i_3 = u_{n3}^{3/2}$$

代入上述(1) 和(2) 式，有

$$\begin{cases} u_{n1}^3 + (u_{n1} - u_{n2})^2 = 12 \\ -(u_{n1} - u_{n2})^2 + u_{n3}^{3/2} = 4 \end{cases}$$

17-3 一个非线性电容的库伏特性为 $u = 1 + 2q + 3q^2$，如果电容从 $q(t_0) = 0$ 充电至 $q(t) = 1$ C. 试求此电容储存的能量.

解 电容储存的能量

$$W = \int_{t_0}^{t} p\mathrm{d}\xi = \int_{t_0}^{t} ui\,\mathrm{d}\xi = \int_{t_0}^{t} u \cdot \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}\xi}\mathrm{d}\xi = \int_0^1 u\mathrm{d}q$$
$$= \int_0^1 (1 + 2q + 3q^2)\mathrm{d}q = 3\ \text{J}$$

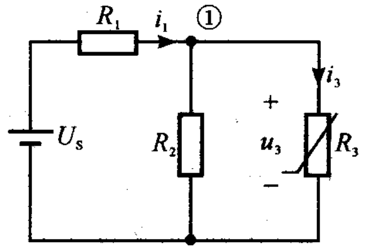
17-4 非线性电感的韦安特性为 $\Psi = i^3$，当有 2 A 电流通过该电感时，试求此时的静态电感值.

解 当 $i = 2$ A 时，$\Psi = i^3 = 8$ Wb

则 $$L=\frac{\Psi}{i}=\frac{8}{2}=4\ \text{H}(\text{静态电感值})$$

而 $$L_{\text{d}}=\frac{\text{d}\Psi}{\text{d}i}\Big|_{i=2\text{A}}=3i^2\Big|_{i=2\text{A}}=12\ \text{H}(\text{动态电感值})$$

17-5 已知图示电路中 $U_S=84\text{ V}$，$R_1=2\text{ k}\Omega$，$R_2=10\text{ k}\Omega$，非线性电阻 R_3 的伏安特性可用下式表示：$i_3=0.3u_3+0.04u_3^2$. 试求电流 i_1 和 i_3.



题 17-5 图

解 选取 u_3 为结点电压，对结点 ① 列出结点电压方程为

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)u_1+i_3=\frac{u_s}{R_1}$$

将各参数值及 $i_3=0.3u_3+0.04u_3^2$ 代入到上式中，得

$$u_3^2+7.515u_3-1.05=0$$

$$u_3'=0.13722\text{ V};\ u_3''=-7.65222\text{ V}$$

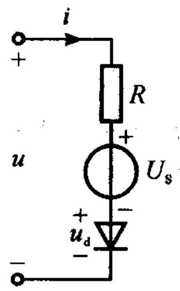
对应的电流为

$$i_3'=0.3\times0.13722+0.04\times0.13722^2$$
$$\doteq0.04192\text{ A}$$

$$i_1'=\frac{u_3'}{R_2}+i_3'=\frac{0.13722}{10\times10^3}+0.04192\doteq0.04193\text{ A}$$

$$i_3''=0.3\times(-7.65222)+0.04\times(-7.65222)^2$$
$$\doteq0.04659\text{ A}$$

$$i_1''=\frac{u_3''}{R_2}+i_3''=\frac{-7.65222}{10^4}+0.04659\doteq0.04582\text{ A}$$



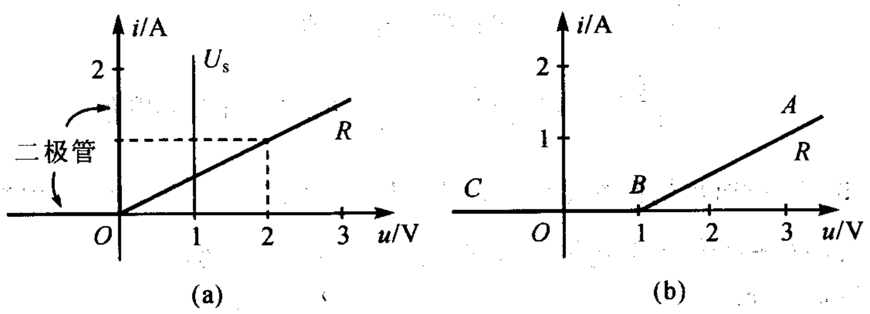
题 17-6 图

17-6 图示电路由一个线性电阻 R，一个理想二极管和一个直流电压源串联组成. 已知 $R=2\ \Omega$，$U_s=1\text{ V}$，在 $u-i$ 平面上画出对应的伏安特性.

解 图示电路中三个元件伏安特性如题解 17-6 图(a) 所示，根据 KVL，有

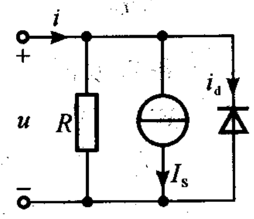
$$u=R_i+u_{\text{d}}+u_{\text{s}}=2i+1\qquad i>0$$

当 $u<u_{\text{s}}=1\text{ V}$ 时，$i=0$. 在 $u-i$ 平面上，可用图解法求出串联电路的等效伏安特性，如题解 17-6 图(b) 所示的折线 $\overline{ABC}$.



题解 17－6 图

17－7 图示电路由一个线性电阻 R，一个理想二极管和一个直流电流源并联组成. 已知 $R=1\ \Omega$，$I_s=1$ A，在 $u-i$ 平面上画出对应的伏安特性.

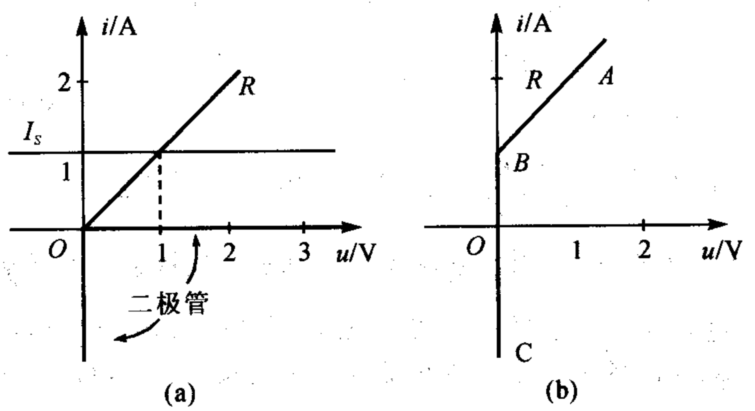


题 17－7 图

解 三个并联元件的伏安关系如题解 17－7 图(a) 所示，根据 KCL，有

$$i=\frac{u}{R}+I_s+i_d=u+1,\qquad u>0$$

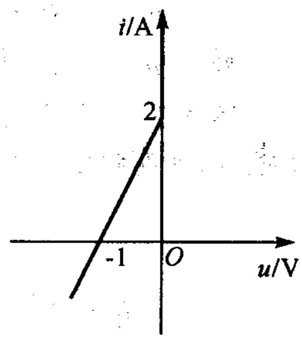
当 $i<I_s=1$ A 时，$u=0$. 在 $u-i$ 平面上，可用图解法求出并联电路的等效伏安特性，如题解 17－7 图(b) 中的折线 $\overline{ABC}$ 所示.



题解 17－7 图

17－8 试设计一个由线性电阻，独立电源和理想二极管组成的一端

口，要求它的伏安特性具有图示特性.



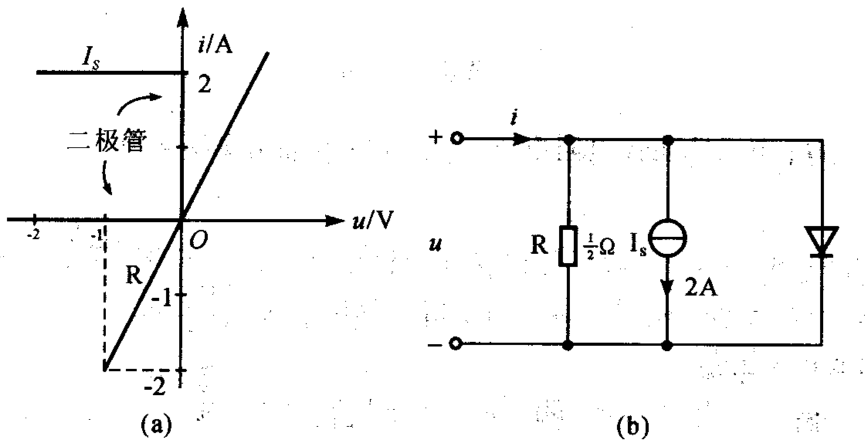
题 17-8 图

解 由图示的伏安特性曲线可得出

$$u=\begin{cases}0 & i>2\ \mathrm{A}\\ \dfrac{1}{2}i-1 & i\leqslant 2\ \mathrm{A}\end{cases}$$

则 $i=2u+2=\dfrac{1}{R}u+I_s \qquad (u<0)$

当 $i>2\ \mathrm{A}=I_s$ 时，$u=0$，于是可分解为题解 17-8 图(a)所示的三条伏安特性曲线. 则根据它们所构成的电路如题解 17-8 图(b)所示.

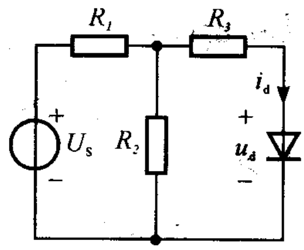


题解 17-8 图

17-9 设图示电路中二极管的伏安特性可用下式表示：

$$i_d=10^{-6}(e^{40u_d}-1)\ \mathrm{A}$$

式中 u_d 为二极管的电压，其单位为 V. 已知 $R_1=0.5\ \Omega$，$R_2=0.5\ \Omega$，$R_3=0.75\ \Omega$，$U_s=2$ V. 试用图解法求出静态工作点.



题 17-9 图

解 对二极管左侧部分的线性电路进行戴氏等效变换，其等效电路如题解 17-9 图(a)所示，

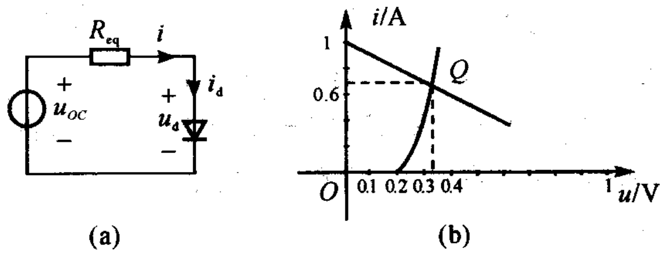
其中 $\qquad u_{oc}=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}u_s=\dfrac{0.5}{0.5+0.5}\times 2=1\ \mathrm{V}$

$$R_{eq} = R_3 + R_1 \,/\!/\, R_2 = 0.75 + 0.5 \,/\!/\, 0.5 = 1\ \Omega$$

则　$u_d = u_{oc} - R_{eq}i = 1 - i$

在 $u-i$ 平面上，分别作出二极管的 $i_d \sim u_d$ 曲线和线性电路的 $i \sim u$ 曲线，如题解 17－9 图(b) 所示，从图中可得静态工作点 Q 的值为

$$U_Q = 0.34\ \text{V}, \qquad I_Q = 0.66\ \text{A}$$

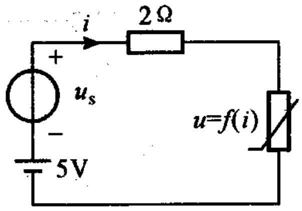


题解 17－9 图

17－10 图示非线性电阻电路，非线性电阻的伏安特性为

$$u = 2i + i^3$$

现已知当 $u_s(t) = 0$ 时，回路中的电流为 1 A. 如果 $u_s(t) = \cos(\omega t)$ V 时，试用小信号分析法求回路中的电流 i.



题 17－10 图

解　对于非线性电阻，其动态电阻在静态工作点 $I_Q = 1$ A 时的阻值为

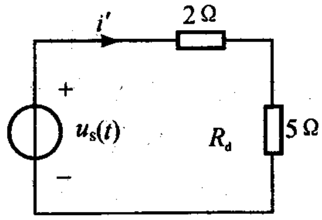
$$R_d = \frac{du}{di}\Big|_{i=I_Q} = 2 + 3i^2\Big|_{i=1} = 5\ \Omega$$

小信号等效电路如题解 17－10 图所示，小信号电流为

$$i' = \frac{u_s}{2 + R_d} = \frac{1}{7}\cos(\omega t)\ \text{A}$$

所以

$$i = I_Q + i' = \left[1 + \frac{1}{7}\cos(\omega t)\right]\text{A}$$



题解 17－10 图

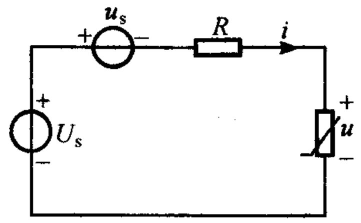
17－11 图示电路中 $R = 2\Omega$，直流电压源 $U_s = 9$ V，非线性电阻的伏安特性 $u = -2i + \frac{1}{3}i^3$，若 $u_s(t) = \cos t$ V，试求电流 i.

解 先求所示电路的静态工作点. 令 $u_s(t)=0$，由 KVL，得

$$Ri+u=U_s$$

由 $u=-2i+\frac{1}{3}i^3$，得

$$2i-2i+\frac{1}{3}i^3=9$$



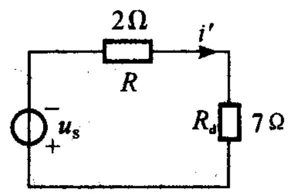
题 17-11 图

则 $I_Q=3$ A，所以 $U_Q=3$ V.

则所对应的动态电阻为

$$R_d=\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}i}\bigg|_{i=I_Q}=(-2+i^2)\bigg|_{i=3}=7\ \Omega$$

小信号等效电路如题解 17-11 图所示，由此可得小信号电流 i' 为

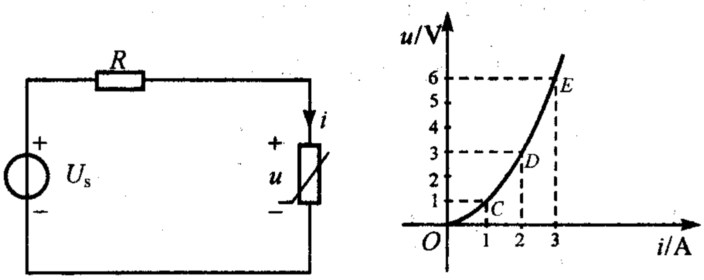


题解 17-11 图

$$i'=\frac{-u_s}{R+R_d}=-\frac{1}{9}\cos t\ \text{A}$$

则 $$i=I_Q+i'=(3-\frac{1}{9}\cos t)\ \text{A}$$

17-12 图示电路中，直流电压源 $U_s=3.5$ V，$R=1\ \Omega$，非线性电阻的伏安特性曲线如图(b) 所示. (1) 试用图解法求静态工作点；(2) 如将曲线分成 OC，CD 和 DE 三段折线，试用分段线性化法求静态工作点，并与(1) 的结果相比较.



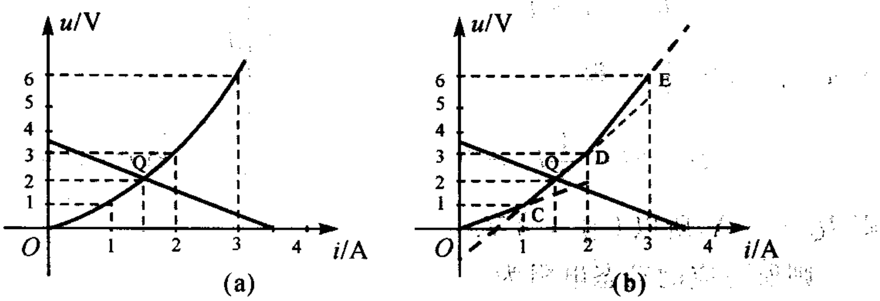
(a) (b)

题 17-12 图

解 (1) 在(a) 图中，非线性电阻左侧的线性一端电路的伏安特性为

$$u=U_s-Ri=3.5-i \tag{1}$$

将上式的特性曲线画在(b)图上，得题解 17-12 图(a)所示. 图中两曲线的交点 Q，即为静态工作点：$U_Q \doteq 2\ \text{V}$，$I_Q \doteq 1.5\ \text{A}$.



题解 17-12 图

(2) 若将非线性电阻的伏安特性曲线分成 OC，CD 和 DE 三段折线如题解 17-12 图(b)所示，则其对应的线性方程为

OC 直线段：$u = i \qquad 0 \leqslant i \leqslant 1\ \text{A},\ 0 \leqslant u \leqslant 1\ \text{V} \qquad (2)$

CD 直线段：$u = 2i - 1 \qquad 1\ \text{A} \leqslant i \leqslant 2\ \text{A},\ 1\ \text{V} \leqslant u \leqslant 3\ \text{V} \qquad (3)$

DE 直线段：$u = 3i - 3 \qquad 2\ \text{A} \leqslant i \leqslant 3\ \text{A},\ 3\ \text{V} \leqslant u \leqslant 6\ \text{V} \qquad (4)$

在上述三个线性方程中，只有(3)式与(1)式联立后求得的解在其相应的区域内，即为

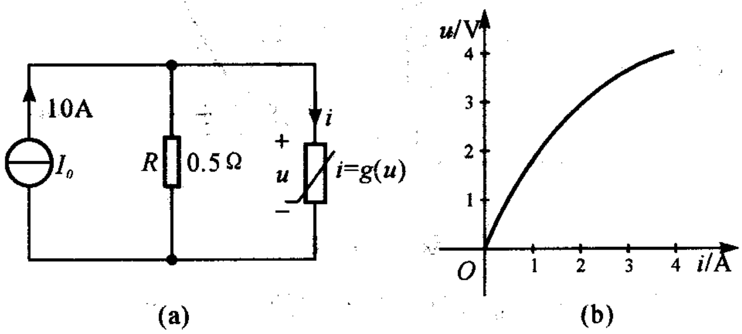
$$u = 3.5 - i, \qquad u = 2i - 1$$

得

$$I_Q = 1.5\ \text{A}, \qquad U_Q = 2\ \text{V}$$

结果同(1)是一致的.

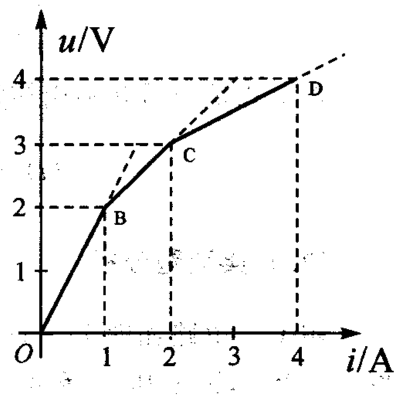
17-13 非线性电阻的伏安特性曲线如图(b)所示，试用分段线性化法给出相应直线段的线性化模型，并求静态工作点.



题 17-13 图

解　非线性电阻左侧的线性电路的伏安特性为

$$i = I_0 - \frac{u}{R} = 10 - 2u \qquad (1)$$



题解 17－13 图

将图(b)中的曲线进行分段线性化，如题解17－13图所示，分成 OB，BC，CD 三段折线，其相应的方程为

OB 直线段：$u = 2i$

$0 \leqslant u \leqslant 2\ \mathrm{V},\ 0 \leqslant i \leqslant 1\ \mathrm{A} \qquad (2)$

BC 直线段：$u = i + 1$

$$2\ \mathrm{V} \leqslant u \leqslant 3\ \mathrm{V},\ 1\ \mathrm{A} \leqslant i \leqslant 2\ \mathrm{A} \qquad (3)$$

CD 直线段：$u = \frac{1}{2}i + 2$

$$3\ \mathrm{V} \leqslant u \leqslant 4\ \mathrm{V},\ 2\ \mathrm{A} \leqslant i \leqslant 4\ \mathrm{A} \qquad (4)$$

在上述三个线性方程中，只有(4)式与(1)式联立后求得的解在其相应的区域内，即

$$i = 10 - 2u$$

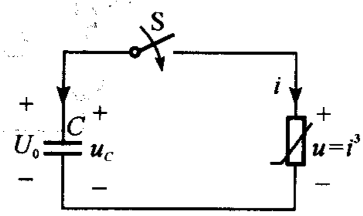
$$u = \frac{1}{2}i + 2$$

得 $$I_Q = 3\ \mathrm{A},\ U_Q = 3.5\ \mathrm{V}$$

17－14 非线性电阻的伏安特性为 $u = i^3$，如将此电阻突然与一个充电的电容接通，试求电容两端的电压 u_C，设 $u_C(0_+) = U_0$。

解　当 S 闭合后，有 $u_C = u = i^3$

即 $$i = u_C^{\frac{1}{3}} \qquad (1)$$



题 17－14 图

而电容的伏安关系为

$$i = -C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \qquad (2)$$

将(1)式代入到(2)式中，可得

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{C}u_C^{\frac{1}{3}} \qquad (3)$$

用分离变量法求解此微分方程为

$$\int u_C^{-\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}u_C = -\frac{1}{C}\int \mathrm{d}t$$

将上式积分后并利用初始条件 $u_C(0_+) = U_0$ 确定其积分常数，得

$$u_C(t) = \left(-\frac{2t}{3C} + U_0^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}\ \mathrm{V}$$