

第4章 模拟调制系统

本章教学要求

- 1、掌握幅度调制的原理（调制和解调原理，时域和频域特性）及其抗噪声性能。
- 2、理解角度调制的原理和抗噪声性能。并对各种模拟调制系统性能进行比较。
- 3、理解频分复用（FDM）的概念。

主要外语词汇

模拟调制系统 (**Analog Modulation System**)

调制 (**modulate**) 解调 (**demodulate**)

幅度调制 **AM** (**Amplitude Modulation**)

角度调制 (**angular modulation**)

频率调制 **FM** (**Frequency Modulation**)

相位调制 **PM** (**Phase Modulation**)

双边带 **DSB (Double Sideband)**

单边带 **SSB (Single Sideband)**

残留边带 **VSB (Vestigial Sideband)**

双边带抑制载波 **DSB—SC**

(**Double Sideband —Suppressed Carrier**)

频分复用 **FDM**

(**Frequency—Division Multiplexing**)

窄带调相 **NBPM**

(**Narrow—Band Phase Modulation**)

本章主要内容

4.1 概述

4.2 线性调制原理

4.3 线性调制系统的信噪比分析

4.4 非线性调制原理

4.5 非线性调制的解调和抗噪性能分析

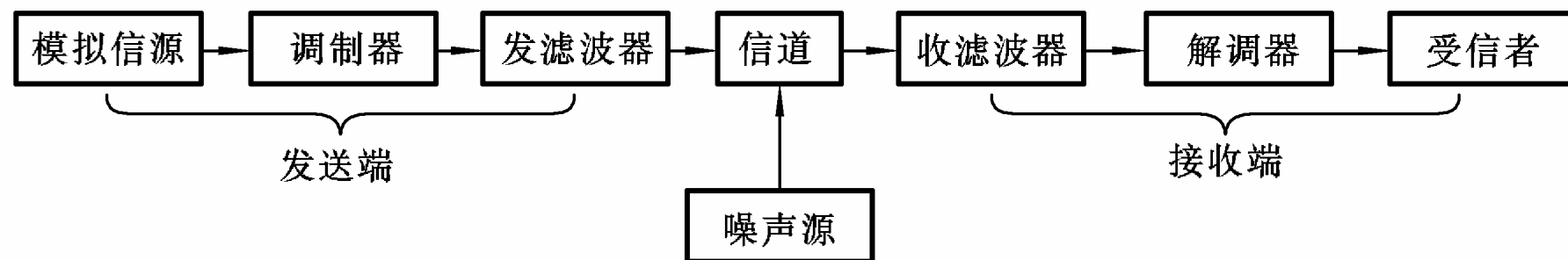
4.6 调频信号解调的门限效应

4.7 加重技术

4.8 频分复用

§ 4.1 概述

模拟调制系统框图



- 一、什么是调制？
- 二、为什么要调制？
- 三、怎样调制？

一、什么是调制？

把基带信号携带的信息转载到高频信号上的处理过程。

基带信号：如话音信号，300~3400赫兹。

高频信号：如电磁波，300K赫兹以上。

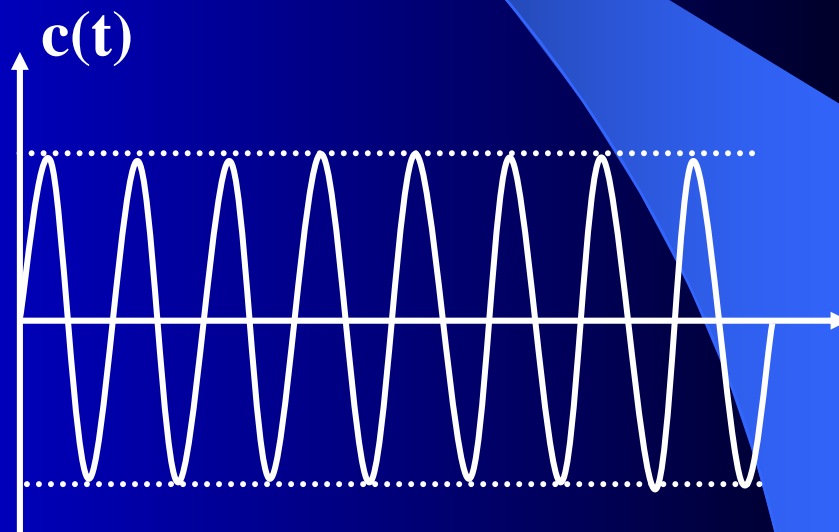
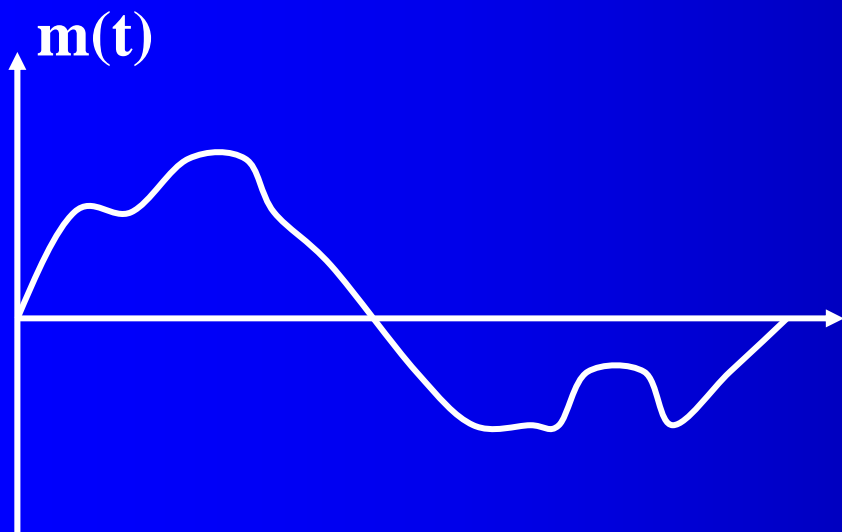
二、为什么要调制？

- 1、适合信道的需要，完成远距离传输。
- 2、实现频率分配。
- 3、多路复用，提高传输效率。
- 4、改善信噪比，提高传输质量。

三、怎样调制？

基带信号 $m(t)$;

高频载波信号为 $c(t) = A \cos(\omega_c t + \varphi)$;



让它的三个基本参量分别按基带信号变化：

1、 $A \rightarrow A(t) = A_0 + k_A m(t)$;

称为调幅-----线性调制。

2、 $\omega_c \rightarrow \omega(t) = \omega_0 + k_F m(t)$;

称为调频-----角度调制。

3、 $\varphi \rightarrow \varphi(t) = \varphi_0 + k_P m(t)$;

称为调相-----角度调制。

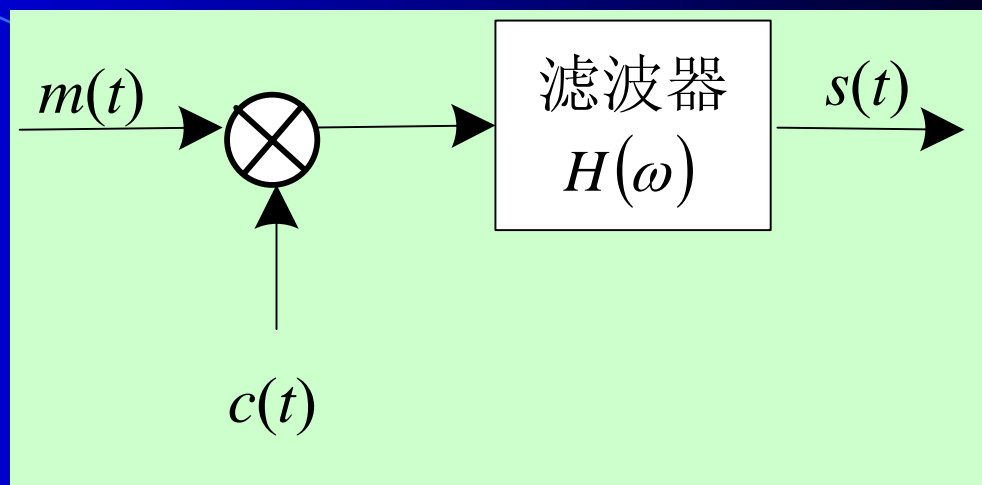
得到三种基本调制方式。

四、调制的分类

调制信号: $m(t)$

载波信号: $c(t)$

已调信号: $s(t)$



- 1、根据 $m(t)$ 的不同分: 模拟调制和数字调制;
- 2、根据 $c(t)$ 不同分: 连续载波和脉冲载波调制;
- 3、根据 $c(t)$ 被调制的参数不同: 幅度调制、频率调制和相位调制。
- 4、按频谱特性分: 线性和非线性调制。

§ 4.2 线性调制(幅度调制)原理

已调信号 $s(t)$ 的频谱和输入基带信号 $m(t)$ 的频谱之间满足线性搬移的关系。幅度调制属于线性调制，频率调制和相位调制属于非线性调制。

幅度调制又分为四种具体的调制方法：

- 1、常规调幅（AM）
- 2、双边带调制（DSB）
- 3、单边带调制（SSB）
- 4、残留边带调制（VSB）

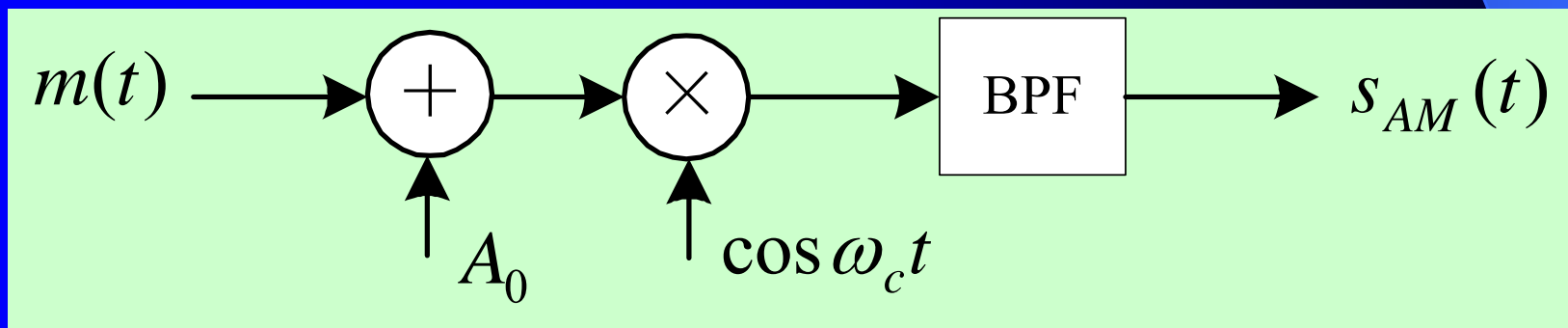
一、常规调幅(AM): Amplitude Modulation

1、调制方法:

(1) 抬高基带信号 $m(t)$ 的电平, 使 $m(t)+A_0$ 恒为正, 即要求 $A_0 \geq |m(t)|_{\max}$

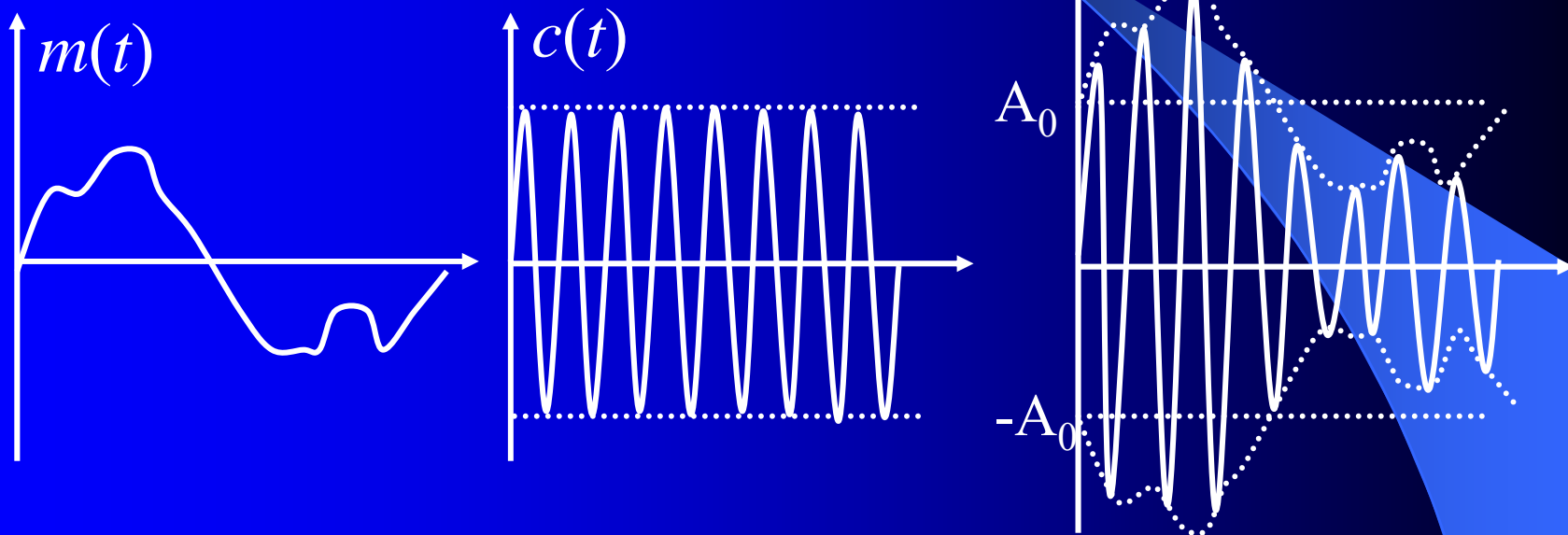
(2) 产生高频等幅载波 $c(t) = \cos \omega_c t$ // $\cos(\omega_c t + \varphi)$

(3) 相乘: $S_{AM}(t) = [A_0 + m(t)] \cos \omega_c t$



2、AM调制信号的时域表达和波形：

$$S_{AM}(t)=[A_0+m(t)] \cos \omega_c t$$



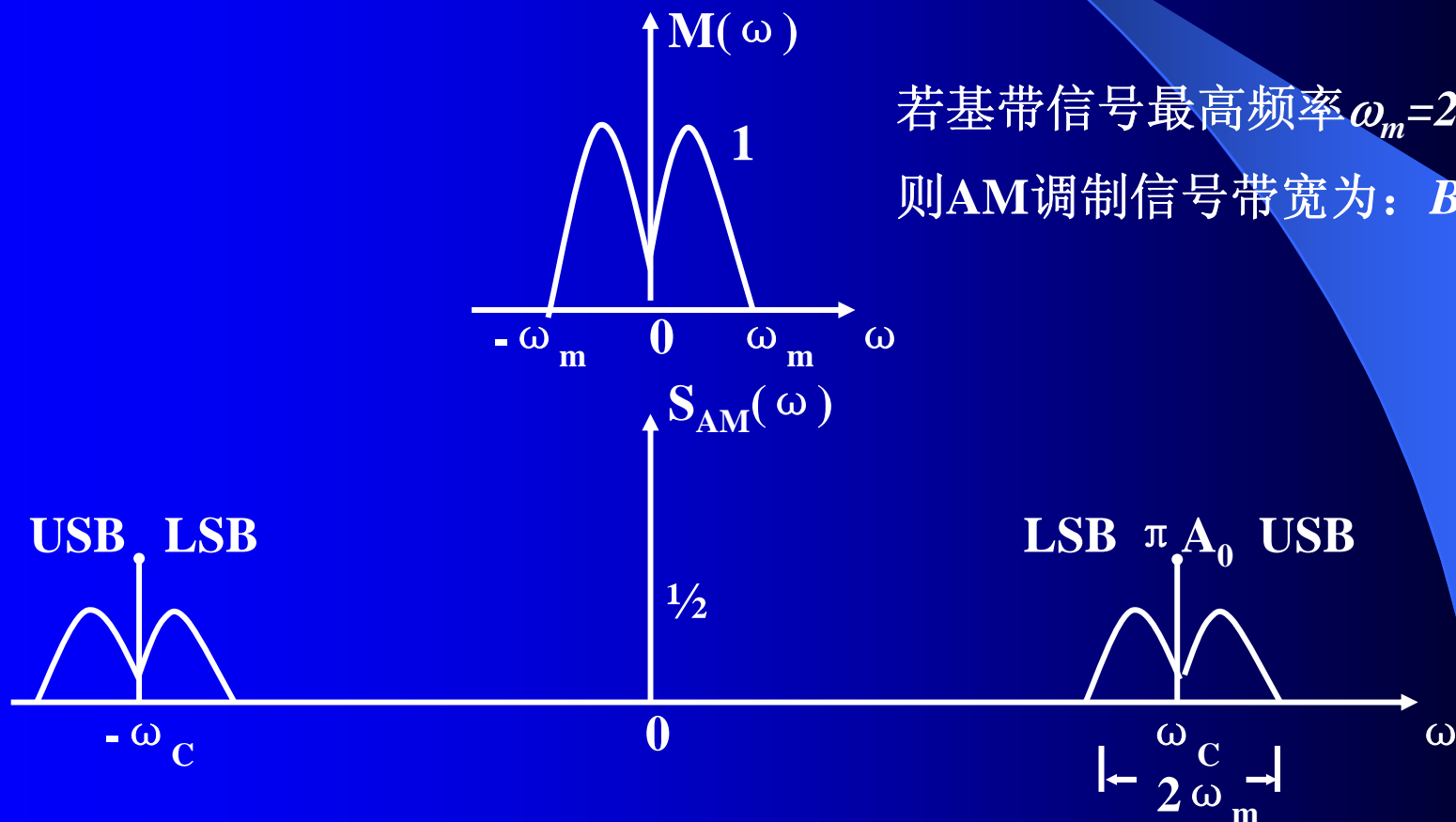
要求 $A_0 < |m(t)|_{\max}$ 的过调制情况，应避免。

思考题：如果发生过调制，会造成什么问题？

3、AM调制信号的频谱和带宽：

$S_{AM}(t) = A_0 \cos \omega_c t + m(t) \cos \omega_c t$ ， 作傅立叶变换：

$$S_{AM}(\omega) = \pi A_0 [\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)] + \frac{1}{2} [M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)]$$



若基带信号最高频率 $\omega_m = 2\pi f_m$ ，
则AM调制信号带宽为： $B = 2f_m$

4、功率和效率：

$$P_{AM} = \overline{S_{AM}^2(t)} = \frac{1}{2} A_0^2 + \frac{1}{2} \overline{m^2(t)}$$

其中信号能量为：

$$\frac{1}{2} \overline{m^2(t)}$$

因此，效率为：

$$\eta_{AM} = \frac{\overline{m^2(t)}}{A_0^2 + \overline{m^2(t)}} \leq 50\%$$

以单音信号为例：

$$m(t) = A_m \cos \omega t; \quad A_m \leq A_0; \quad \beta_{AM} = \frac{A_m}{A_0} \text{ 叫调幅系数}$$

$$\text{则: } \overline{m^2(t)} = \frac{1}{2} A_m^2;$$

$$\eta_{AM} = \frac{A_m^2 / 2}{A_0^2 + A_m^2 / 2} = \frac{\beta_{AM}^2}{2 + \beta_{AM}^2} \leq \frac{1}{3};$$

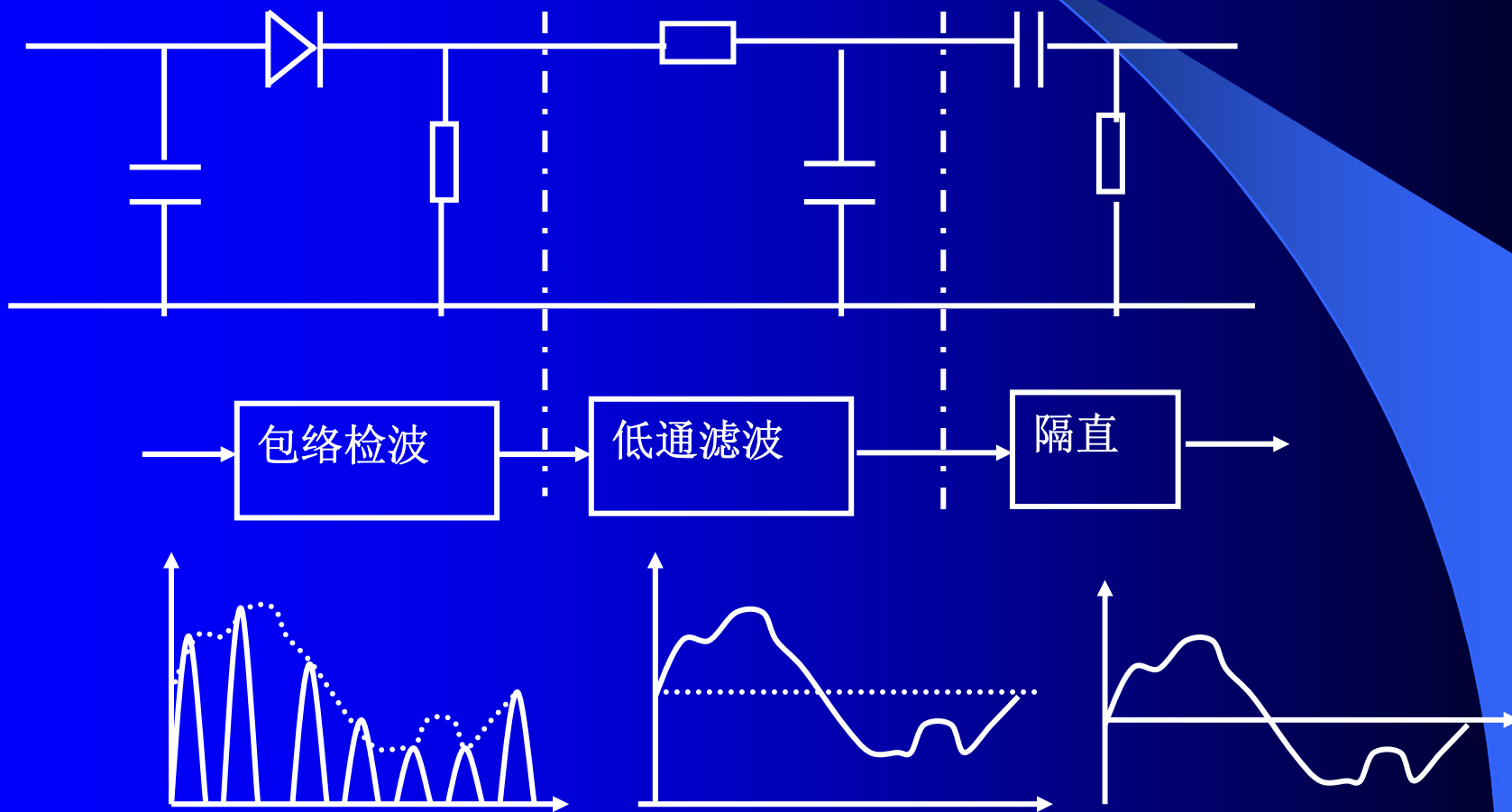
5、解调原理：

(非相干解调)

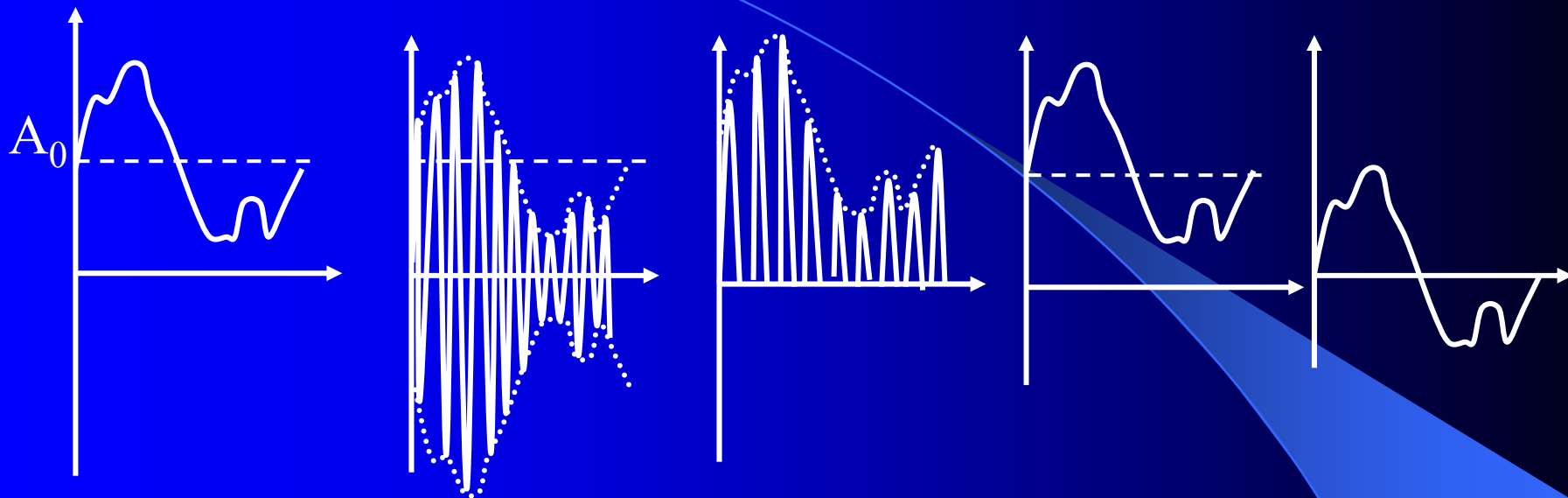
(1) 包络检波 (二极管单向导通性)

(2) 低通滤波 (除去高频成分)

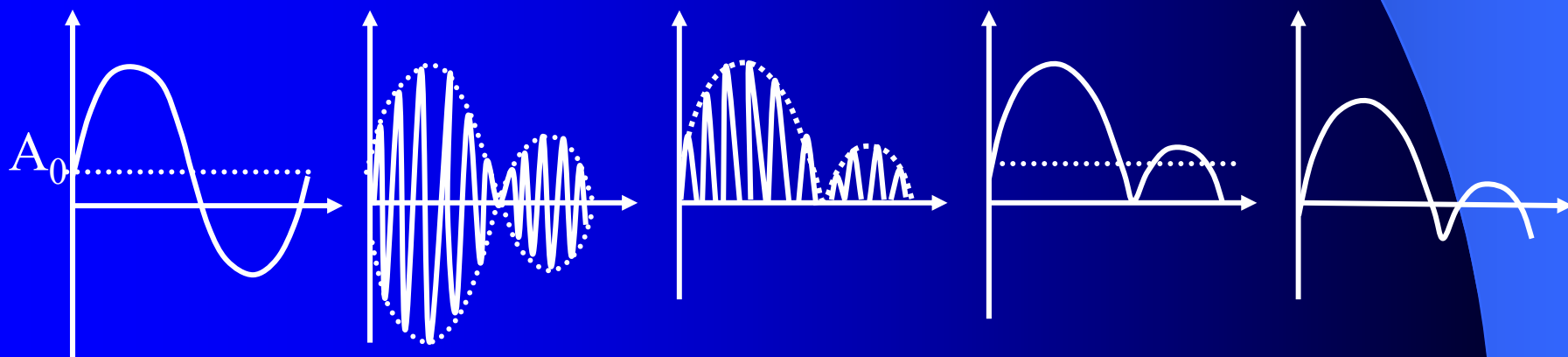
(3) 隔断直流 (恢复基带波形)



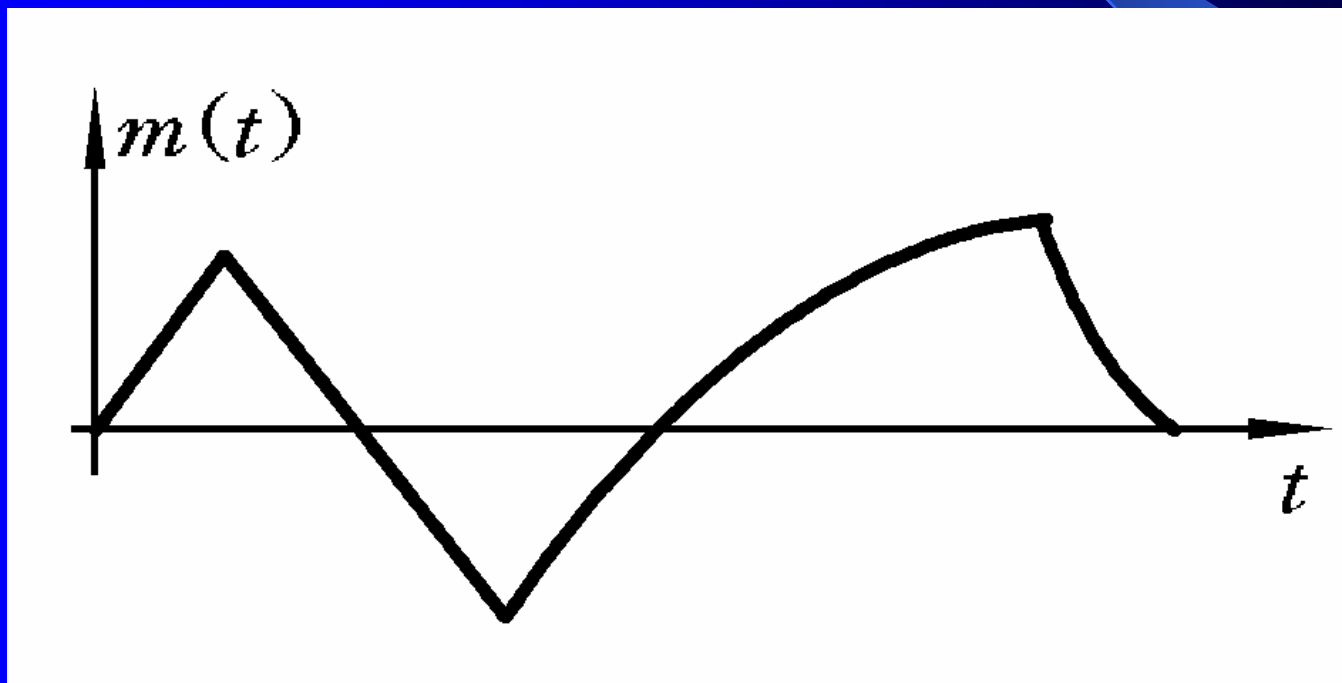
正常调制的解调波形：

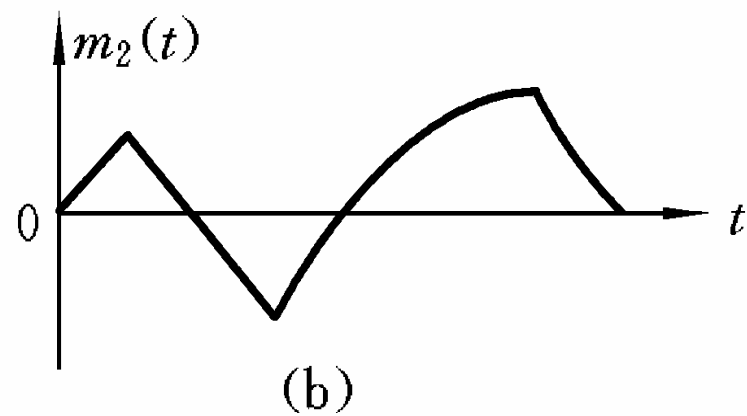
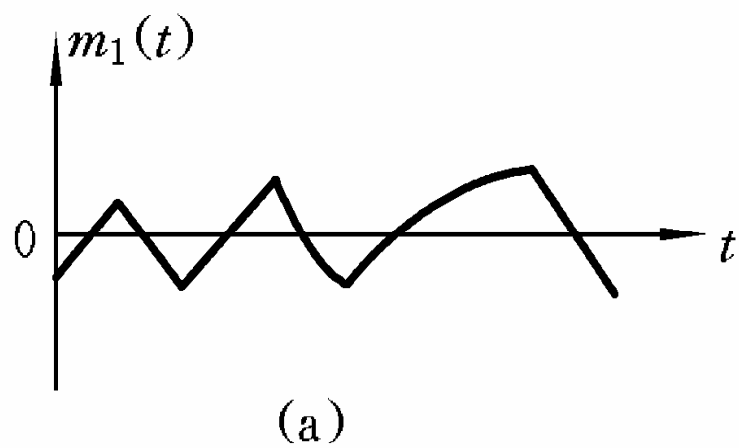
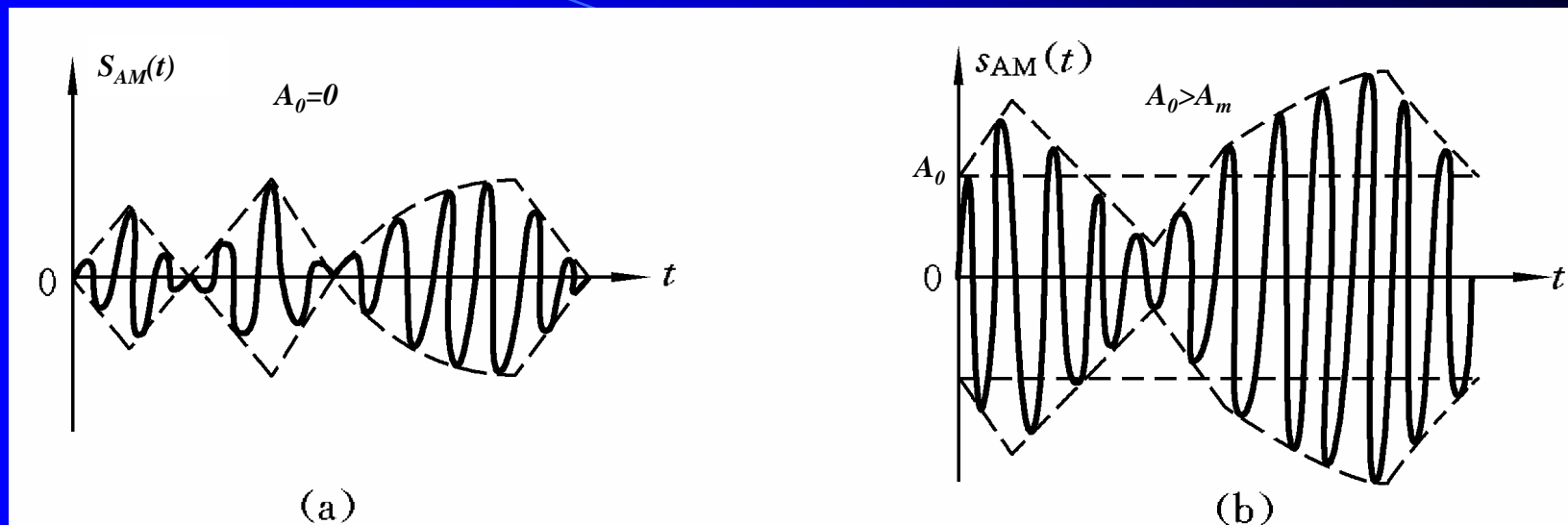


过调制的解调产生失真：



【例4-1】 根据下图所示的调制信号，分别画出有、无直流成分 A_0 信号时常规调幅的波形，比较它们分别通过包络检波器后的差别。





分析和讨论:

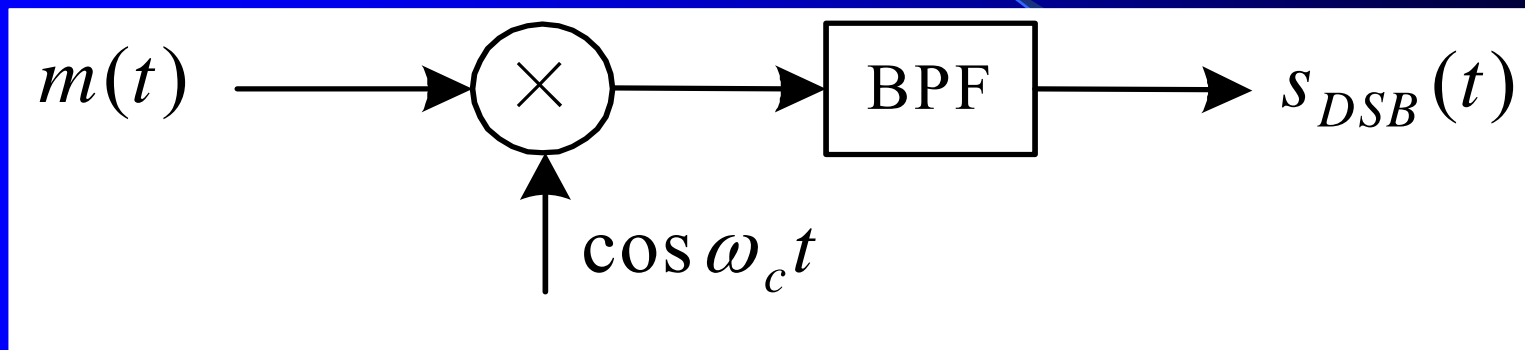
常规调幅方式效率很低，原因在于直流成分 A_0 在已调信号中成为“空载波”，浪费的能量超过了有用信号。如果没有直流成分 A_0 效率将会达到百分之百。

$$\eta = \frac{\overline{m^2(t)}}{A_0^2 + \overline{m^2(t)}} \leq 50\%$$

然而没有直流成分 A_0 ，解调后信号会发生严重的失真。只要有办法解决解调后信号的失真问题，就能大大提高调制效率。这就引出了相干解调与双边带调制。

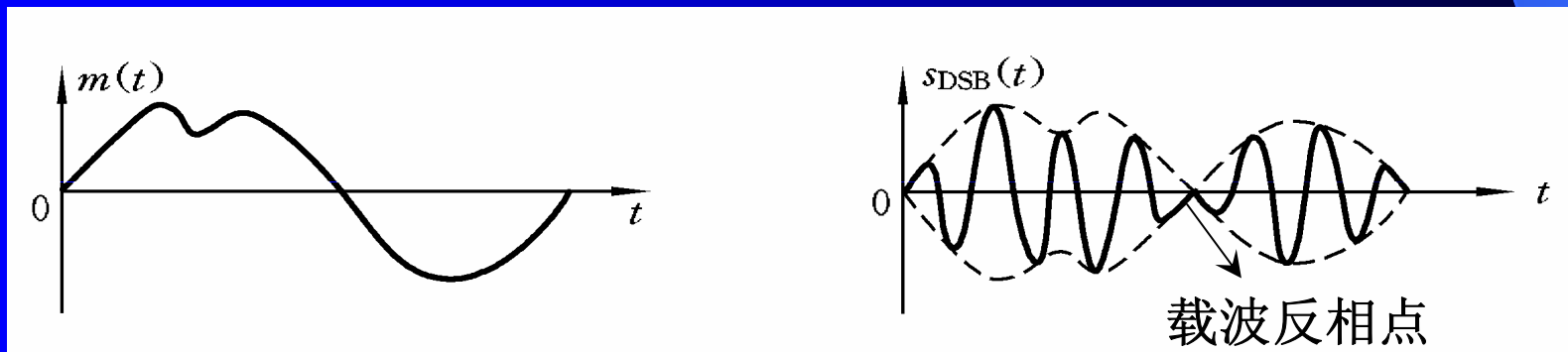
二、双边带调幅(DSB): Double Side Band

1、调制方法：不加直流电压，直接调制。



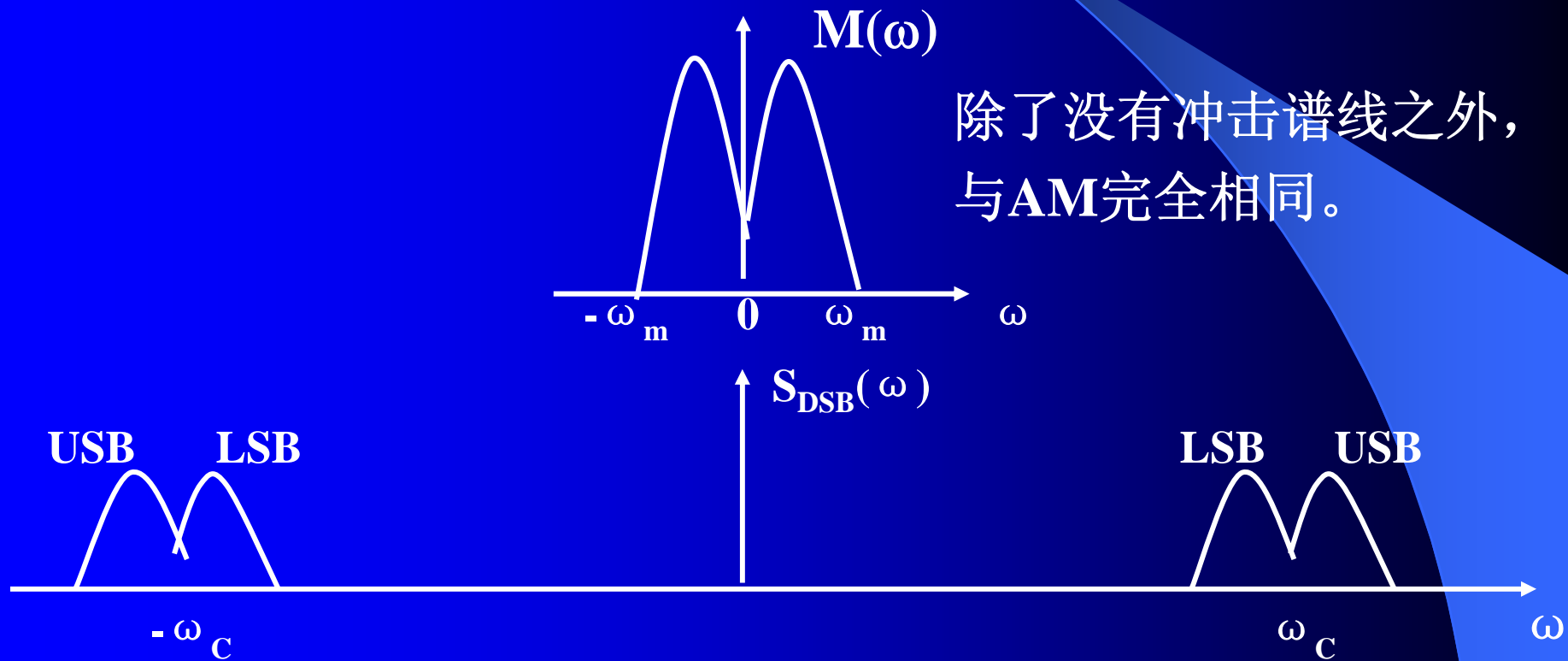
2、DSB调制信号时域表达与波形：

$$s_{DSB}(t) = m(t) \cos \omega_c t$$



3、DSB调制信号的频谱和带宽

$$S_{DSB}(\omega) = \frac{1}{2}[M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)]$$



双边带调制信号带宽仍然为 $B=2f_m$

4、功率和效率

DSB信号的平均功率

$$P_{DSB} = \overline{S_{DSB}^2(t)} = \overline{m^2(t) \cos^2 \omega_c t} = \frac{1}{2} \overline{m^2(t)} = P_f$$

只有边带功率 P_f ，无载波功率 P_c

DSB信号的调制效率

$$\eta_{DSB} = \frac{P_f}{P_{DSB}} = 100\%$$

5、DSB信号解调方法:

包络检波导致过载失真, 应当改用相干解调:

(1) 提取同步信息, 在接收端产生本地载波,

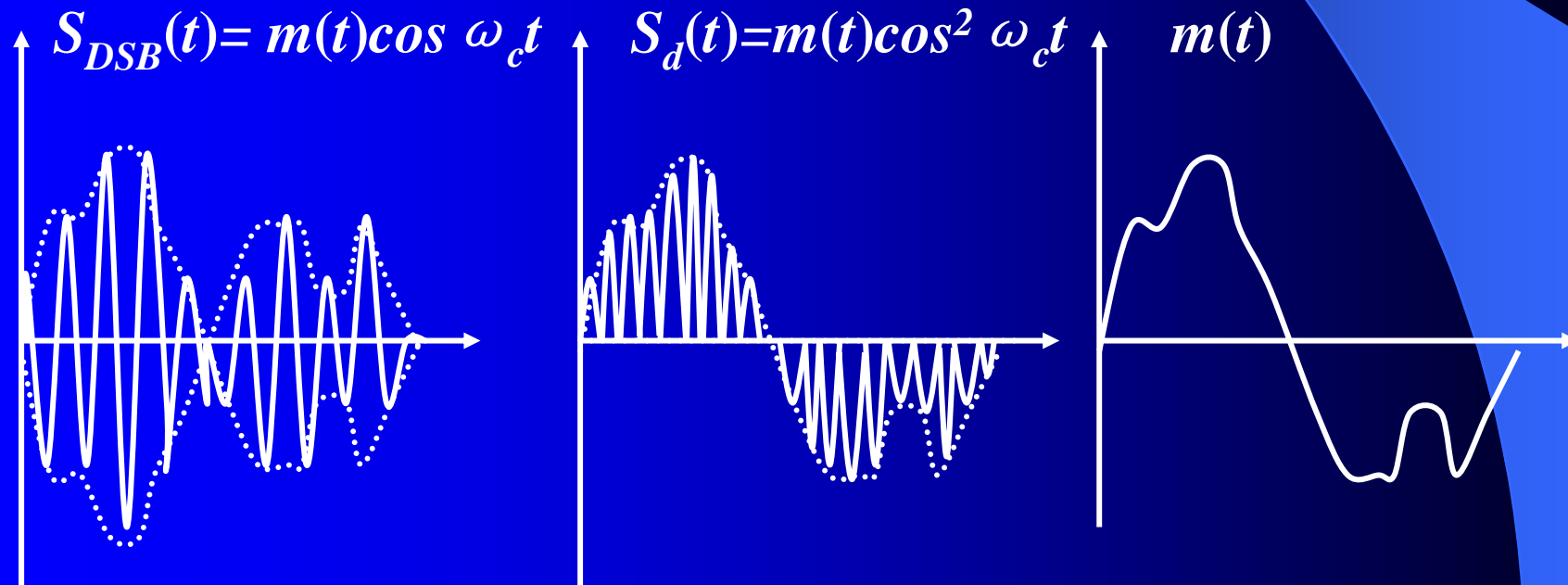
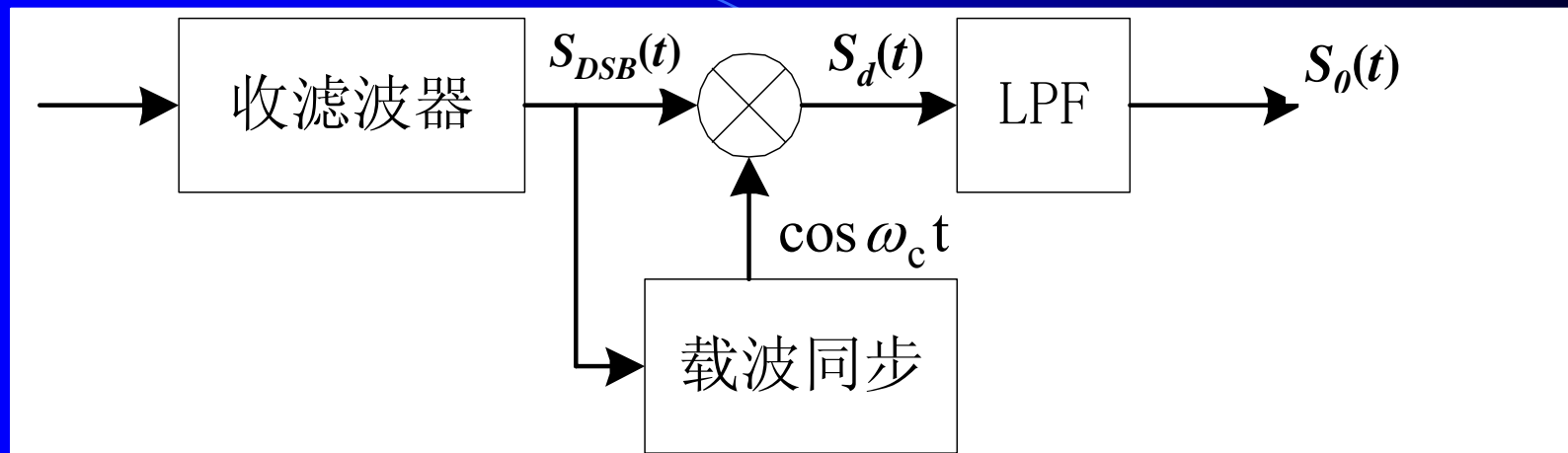
要求与发端同频同相: $c'(t) = \cos \omega_c t$;

(2) 本地载波乘以接收的DSB调制波:

$$\begin{aligned} S_d(t) &= S_{DSB}(t) \cdot c'(t) = m(t) \cos^2 \omega_c t \\ &= m(t)(1 + \cos 2\omega_c t) / 2; \end{aligned}$$

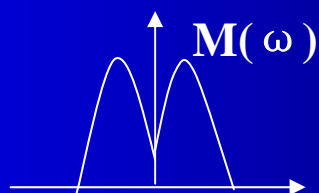
(3) 低通滤波, 除去 $\cos(2\omega_c t)$ 的高频项,
得到解调输出信号 $S_o(t) = m(t)/2$ 。

相干解调的原理框图

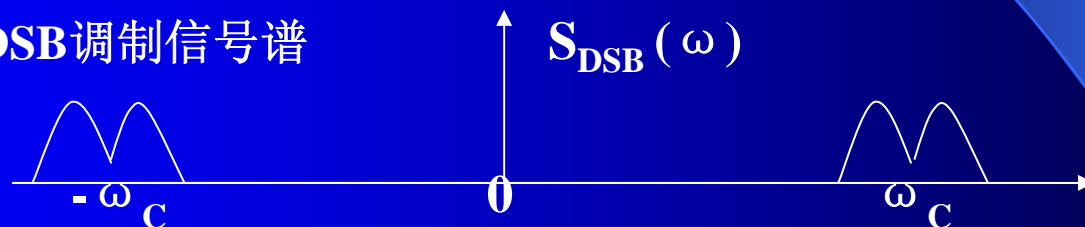


6、DSB信号相干解调的频域解释：

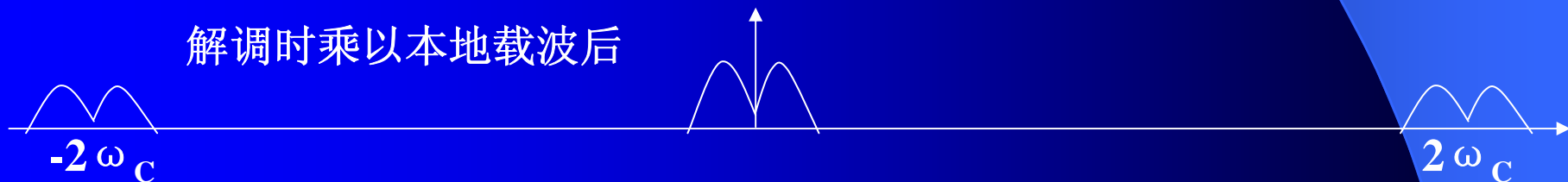
基带信号谱



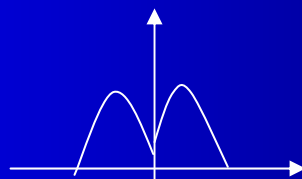
DSB调制信号谱



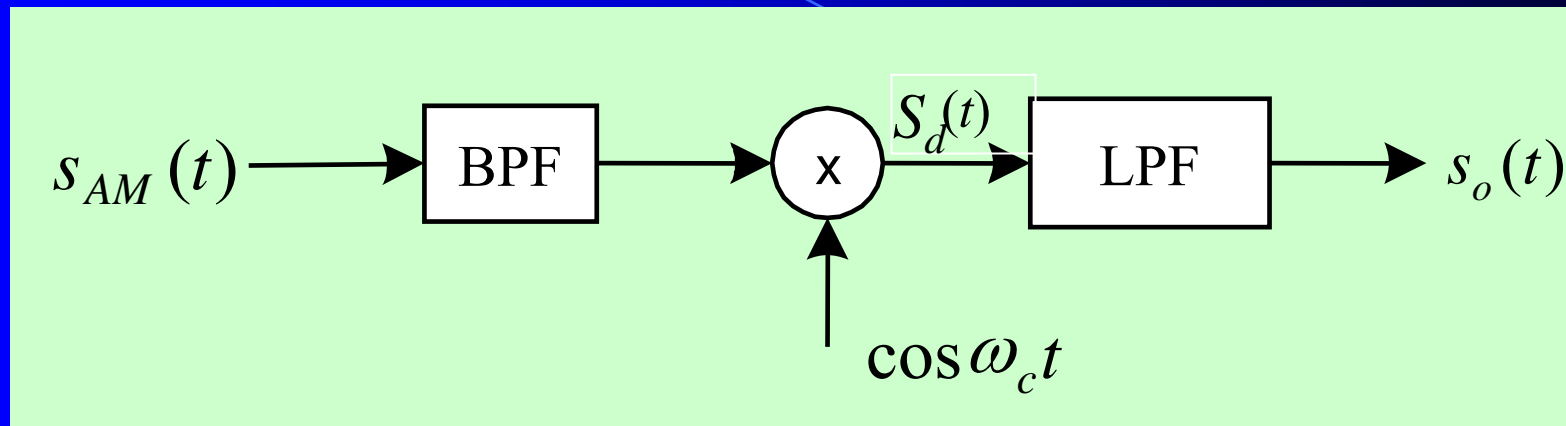
解调时乘以本地载波后



通过低通滤波后



其实，AM信号也能采用相干解调：



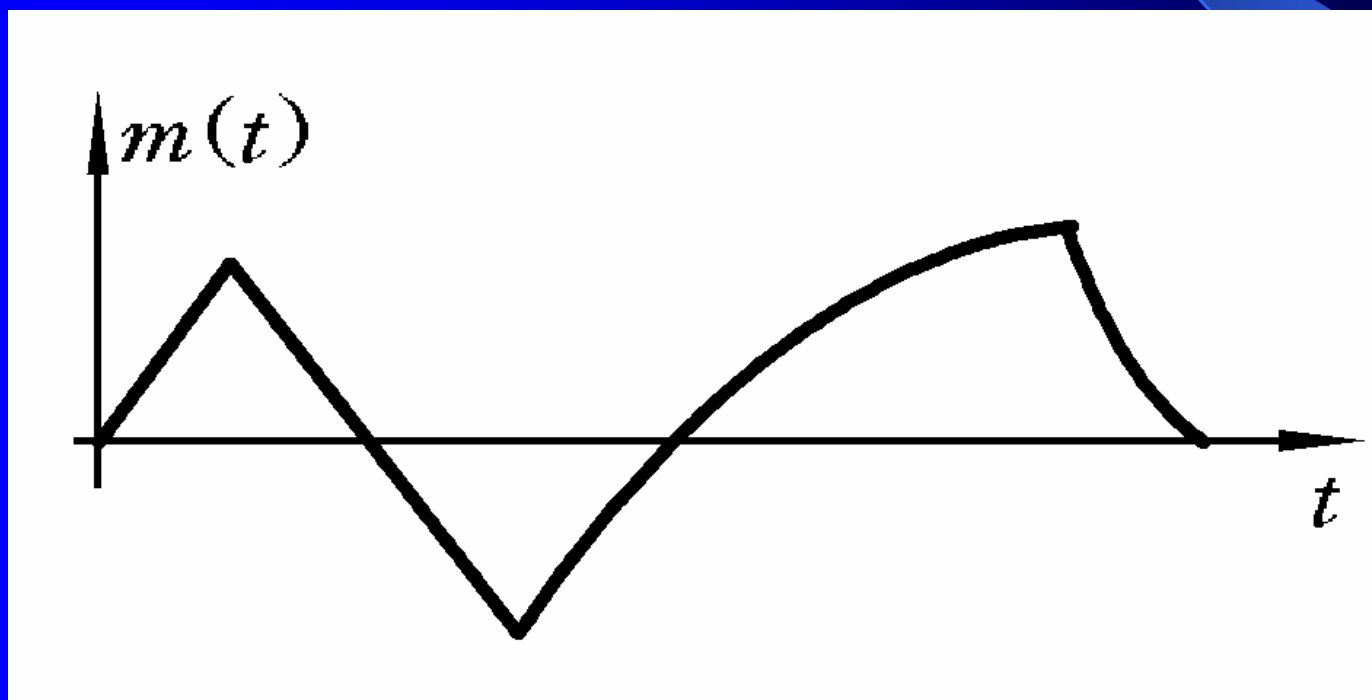
$$\begin{aligned} S_d(t) &= S_{AM}(t) \cdot \cos(\omega_c t) = [A_0 + m(t)] \cos^2(\omega_c t) \\ &= [A_0 + m(t)] [1 + \cos(2\omega_c t)] / 2 \end{aligned}$$

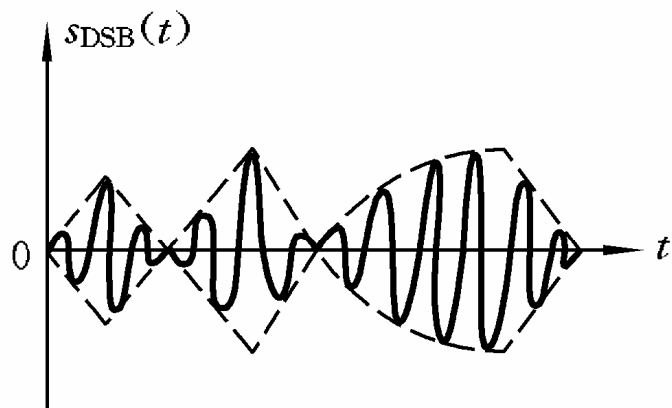
低通滤波，除去 $(\cos 2\omega_c t)$ 的高频项。得到：

$$\text{解调输出信号 } S_0(t) = [A_0 + m(t)] / 2$$

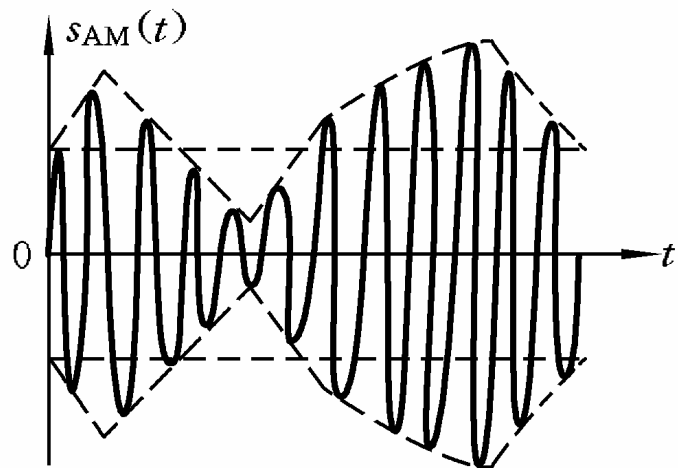
常数 $A_0/2$ 为直流成分，可用一个隔直流电容去除。

【例4-2】 根据右图所示的调制信号波形，试画出**DSB**及**AM**信号的波形图，并比较它们分别通过包络检波器后的波形差别。

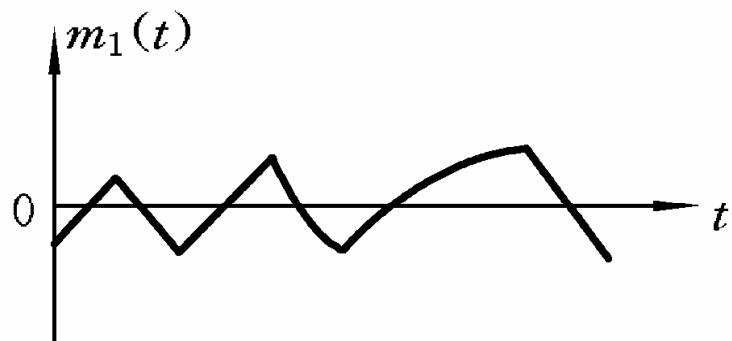




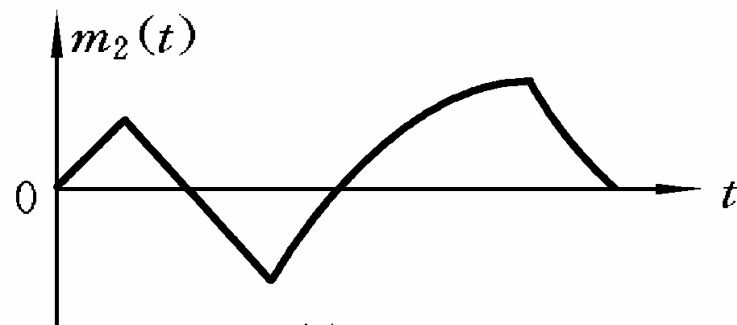
(a)



(b)



(a)



(b)

三、单边带调幅: **Single Side Band (SSB)**

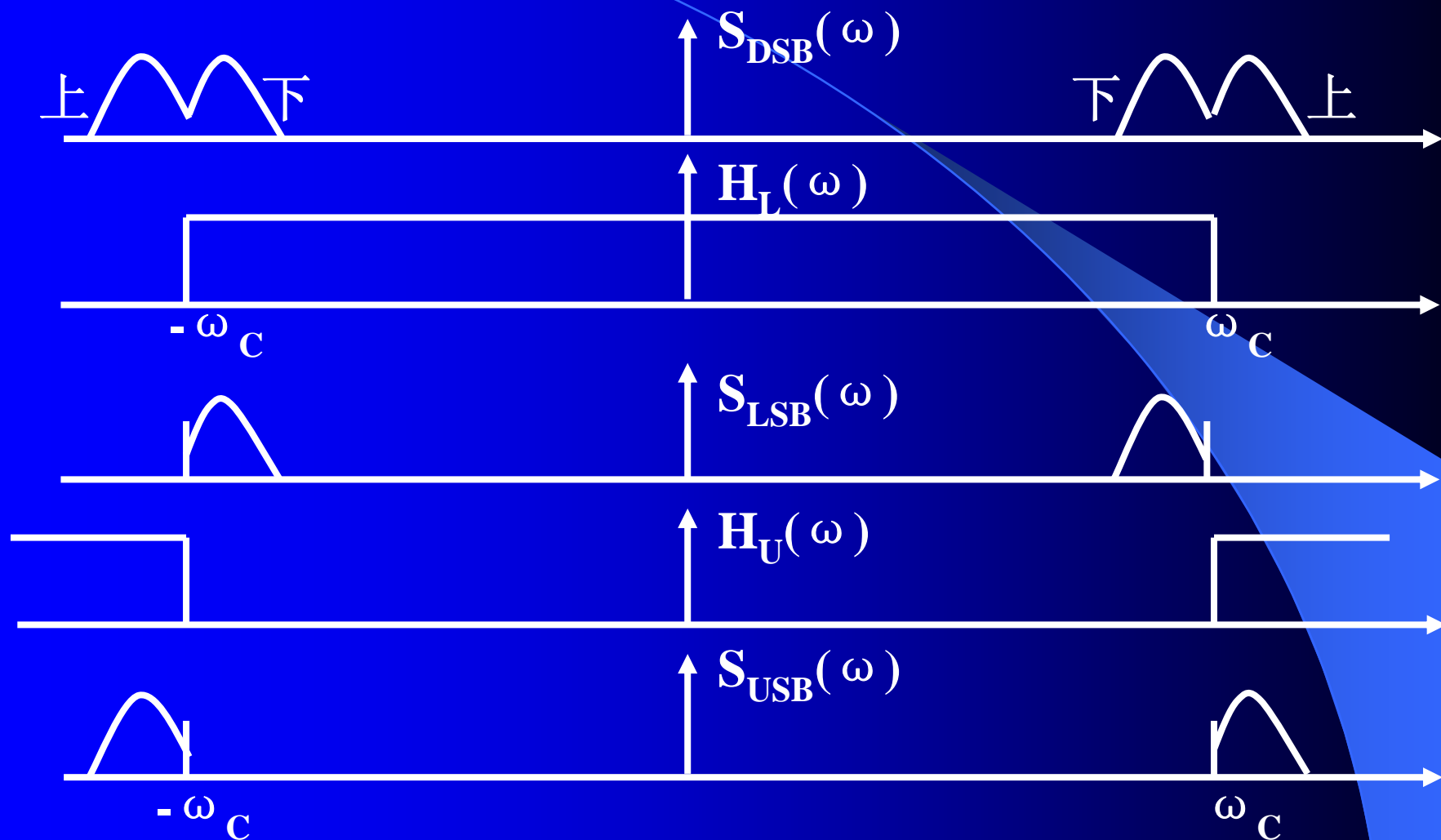
1、单边带信号的产生和频域表示:

双边带调制比常规调幅节省了能量, 提高了效率。然而带宽仍然是 $2B_m$, 占用了较多的信道资源。

我们看到双边带的两边带实际是完全相同的, 传输一个边带就可以得到完整的信息。

由此产生了单边带调制。

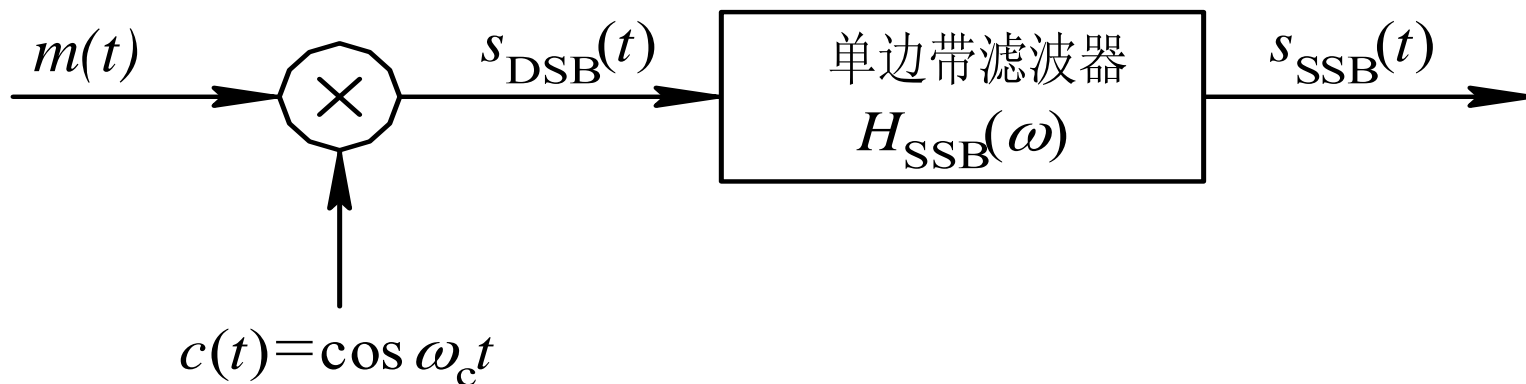
(1) 什么是单边带信号:



若基带信号最高频率 $\omega_m=2\pi f_m$ ，则单边带信号带宽为： $B=f_m$ 。

(2) 滤波法产生单边带信号:

在DSB调制的基础上, 用理想低通滤波器截取下边带; 或用理想高通滤波器截取上边带;



$$S_{SSB}^{\text{下}}(\omega) = S_{DSB}(\omega) \cdot H_L(\omega); \quad H_L(\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq \omega_c \\ 0 & |\omega| > \omega_c \end{cases}$$

$$S_{SSB}^{\text{上}}(\omega) = S_{DSB}(\omega) \cdot H_U(\omega); \quad H_U(\omega) = \begin{cases} 0 & |\omega| < \omega_c \\ 1 & |\omega| \geq \omega_c \end{cases}$$

2、单边带信号的时域表达:

(1) 公式推导:

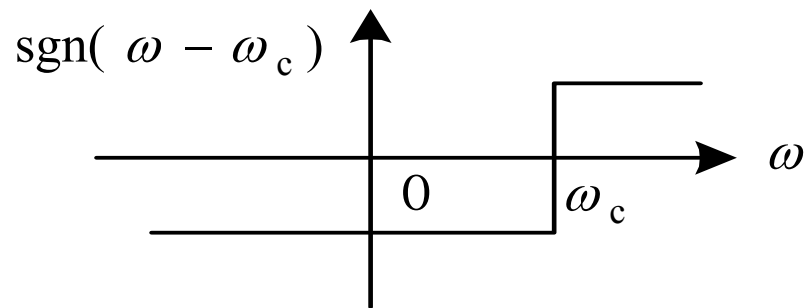
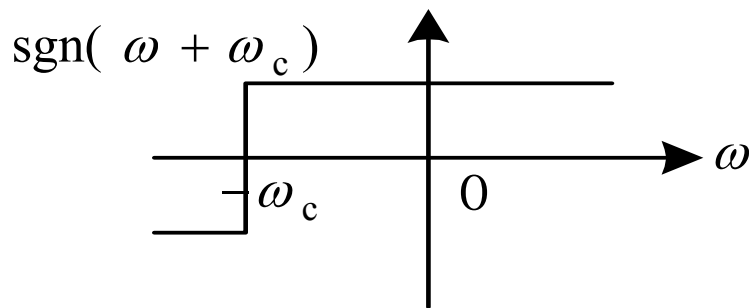
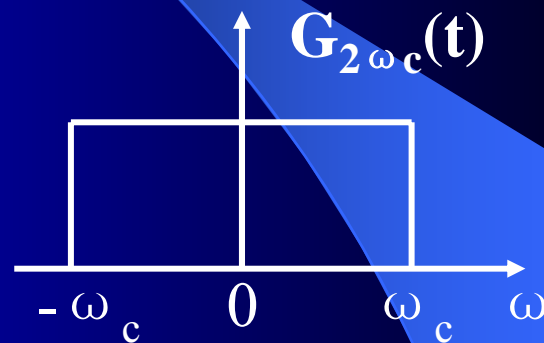
以下边带为例,

$$S_{LSB}(t) \Leftrightarrow S_{LSB}(\omega) = S_{DSB}(\omega) \cdot G_{2\omega_c}(\omega)$$

式中:

$$S_{DSB}(\omega) = \frac{1}{2}[M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)]$$

$$G_{2\omega_c}(\omega) = \frac{1}{2}[Sgn(\omega + \omega_c) - Sgn(\omega - \omega_c)]$$



$$\begin{aligned}
S_{LSB}(\omega) &= \frac{1}{2} [M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)] \cdot \frac{1}{2} [\text{sgn}(\omega + \omega_c) - \text{sgn}(\omega - \omega_c)] \\
&= \frac{1}{4} [M(\omega - \omega_c) \text{sgn}(\omega + \omega_c) - M(\omega + \omega_c) \text{sgn}(\omega - \omega_c)] \\
&\quad + \frac{1}{4} [M(\omega + \omega_c) \text{sgn}(\omega + \omega_c) - M(\omega - \omega_c) \text{sgn}(\omega - \omega_c)] \\
&= \frac{1}{4} [M(\omega - \omega_c) + M(\omega + \omega_c)] \\
&\quad + \frac{1}{4} [M(\omega + \omega_c) \text{sgn}(\omega + \omega_c) - M(\omega - \omega_c) \text{sgn}(\omega - \omega_c)]
\end{aligned}$$

由公式：

$$\text{Sgn}(t) \Leftrightarrow \frac{2}{j\omega}$$

利用对称性：

$$\frac{2}{jt} \Leftrightarrow 2\pi \text{Sgn}(-\omega) = -2\pi \text{Sgn}(\omega)$$

$$\frac{1}{\pi t} \Leftrightarrow -j\text{Sgn}(\omega)$$

定义希尔伯特变换：

$$\hat{m}(t) = m(t) * \frac{1}{\pi t}$$

作傅立叶变换：

$$\hat{m}(t) \Leftrightarrow M(\omega) \cdot [-j\text{Sgn}(\omega)] = \begin{cases} -jM(\omega) & \omega > 0 \\ jM(\omega) & \omega < 0 \end{cases}$$

表明希尔伯特变换的结果是将信号频谱负正两半分别相移 $\pm \pi/2$

于是:

$$\hat{m}(t) \sin \omega_c t = \frac{1}{2j} [\hat{m}(t) e^{j\omega_c t} - \hat{m}(t) e^{-j\omega_c t}]$$

$$\hat{m}(t) e^{\pm j\omega_c t} \Leftrightarrow -jM(\omega \mp \omega_c) \text{Sgn}(\omega \mp \omega_c)$$

$$\hat{m}(t) \sin \omega_c t \Leftrightarrow \frac{1}{2} [M(\omega + \omega_c) \text{Sgn}(\omega + \omega_c) - M(\omega - \omega_c) \text{Sgn}(\omega - \omega_c)]$$

而:

$$\frac{1}{2} m(t) \cos \omega_c t \Leftrightarrow \frac{1}{4} [M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)]$$

所以:

$$S_{LSB}(t) = \frac{1}{2} m(t) \cos \omega_c t + \frac{1}{2} \hat{m}(t) \sin \omega_c t$$

同理:

$$S_{USB} = \frac{1}{2} m(t) \cos \omega_c t - \frac{1}{2} \hat{m}(t) \sin \omega_c t$$

※单边带信号时域表达推导总结

$$S_{LSB}(t) \Leftrightarrow S_{LSB}(\omega) = S_{DSB}(\omega) \cdot G_{2\omega_c}(\omega)$$

$$S_{LSB}(\omega) = \frac{1}{4}[M(\omega - \omega_c) + M(\omega + \omega_c)] + \frac{1}{4}[M(\omega + \omega_c)\text{sgn}(\omega + \omega_c) - M(\omega - \omega_c)\text{sgn}(\omega - \omega_c)]$$

$$\frac{1}{2}m(t) \cos \omega_c t \Leftrightarrow \frac{1}{4}[M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)]$$

$$\frac{1}{\pi t} \Leftrightarrow -j\text{Sgn}(\omega)$$

定义希尔伯特变换:

$$\hat{m}(t) = m(t) * \frac{1}{\pi t}$$

作傅立叶变换:

$$\hat{m}(t) \Leftrightarrow M(\omega) \cdot [-j\text{Sgn}(\omega)] = \begin{cases} -jM(\omega) & \omega > 0 \\ jM(\omega) & \omega < 0 \end{cases}$$

$$\hat{m}(t) \sin \omega_c t = \frac{1}{2j}[\hat{m}(t)e^{j\omega_c t} - \hat{m}(t)e^{-j\omega_c t}] \quad \hat{m}(t)e^{\pm j\omega_c t} \Leftrightarrow -jM(\omega \mp \omega_c)\text{Sgn}(\omega \mp \omega_c)$$

$$\hat{m}(t) \sin \omega_c t \Leftrightarrow \frac{1}{2}[M(\omega + \omega_c)\text{Sgn}(\omega + \omega_c) - M(\omega - \omega_c)\text{Sgn}(\omega - \omega_c)]$$

所以:

$$S_{LSB}(t) = \frac{1}{2}m(t) \cos \omega_c t + \frac{1}{2}\hat{m}(t) \sin \omega_c t$$

同理:

$$S_{USB} = \frac{1}{2}m(t) \cos \omega_c t - \frac{1}{2}\hat{m}(t) \sin \omega_c t$$

(2) 相移法产生单边带信号

根据SSB信号的时域表示式：

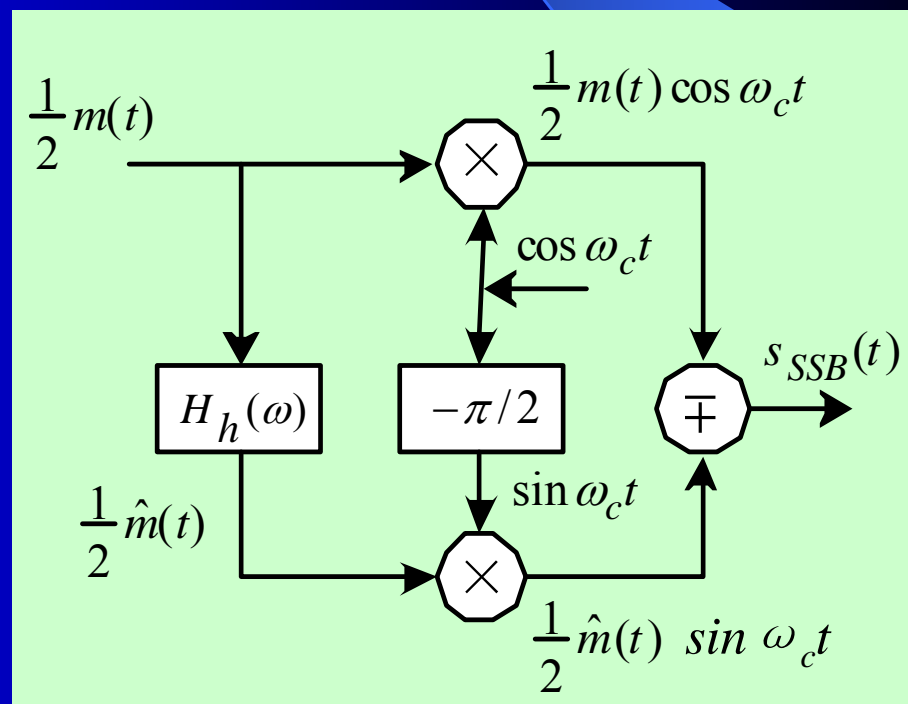
$$s_{SSB}(t) = \frac{1}{2} m(t) \cos \omega_c t \mp \frac{1}{2} \hat{m}(t) \sin \omega_c t$$

“—”对应上边带信号，

“+”对应下边带信号；

$\hat{m}(t)$ 是 $m(t)$ 的

希尔伯特变换。



(3) 单音信号的特例:

$$m(t) = A_m \cos \omega_m t;$$

$$S_{DSB}(t) = A_m \cos \omega_m t \cos \omega_c t = \frac{A_m}{2} [\cos(\omega_c + \omega_m)t + \cos(\omega_c - \omega_m)t]$$

$$S_{USB}(t) = \frac{A_m}{2} \cos(\omega_c + \omega_m)t = \frac{A_m}{2} [\cos \omega_m t \cos \omega_c t - \sin \omega_m t \sin \omega_c t]$$

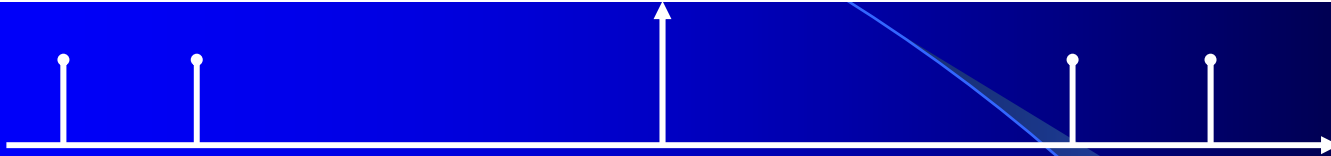
$$S_{LSB}(t) = \frac{A_m}{2} \cos(\omega_c - \omega_m)t = \frac{A_m}{2} [\cos \omega_m t \cos \omega_c t + \sin \omega_m t \sin \omega_c t]$$

相当于

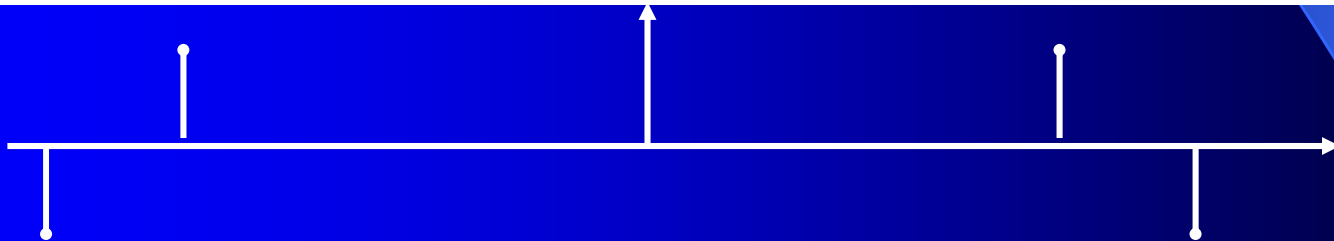
$$\hat{m}(t) = A_m \sin \omega_m t$$

常用希尔伯特变换对见P₃₁₇ 附录B

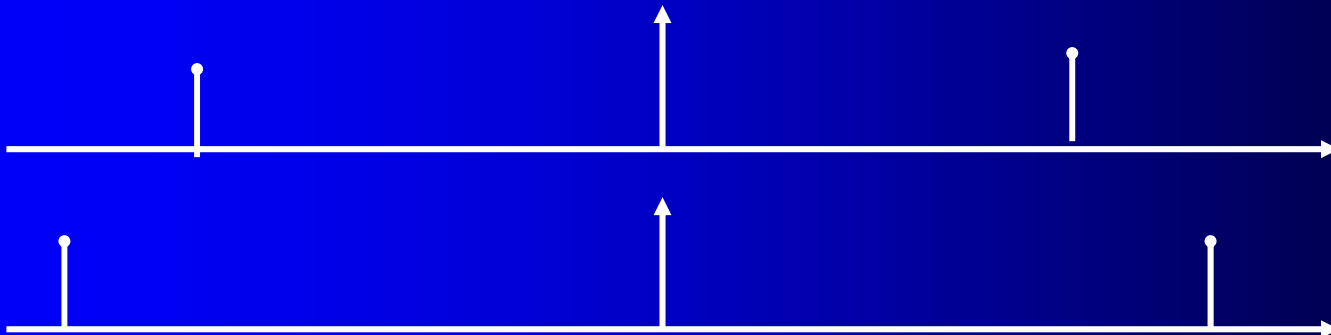
$$\begin{aligned}\cos\omega_m t \cos\omega_c t &\Leftrightarrow \frac{1}{2\pi} \{ \pi[\delta(\omega + \omega_m) + \delta(\omega - \omega_m)] * \pi[\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)] \} \\ &= \frac{\pi}{2} [\delta(\omega + \omega_c + \omega_m) + \delta(\omega + \omega_c - \omega_m) + \delta(\omega - \omega_c + \omega_m) + \delta(\omega - \omega_c - \omega_m)]\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\sin\omega_m t \sin\omega_c t &\Leftrightarrow \frac{1}{2\pi} \{ \pi j[\delta(\omega + \omega_m) - \delta(\omega - \omega_m)] * \pi j[\delta(\omega + \omega_c) - \delta(\omega - \omega_c)] \} \\ &= \frac{\pi}{2} [-\delta(\omega + \omega_c + \omega_m) + \delta(\omega + \omega_c - \omega_m) + \delta(\omega - \omega_c + \omega_m) - \delta(\omega - \omega_c - \omega_m)]\end{aligned}$$



上两式分别相加、减，便得到下、上边带调制信号：



3、SSB信号的功率与带宽

$$s_{SSB}(t) = \frac{1}{2}m(t)\cos\omega_c t \mp \frac{1}{2}\hat{m}(t)\sin\omega_c t$$

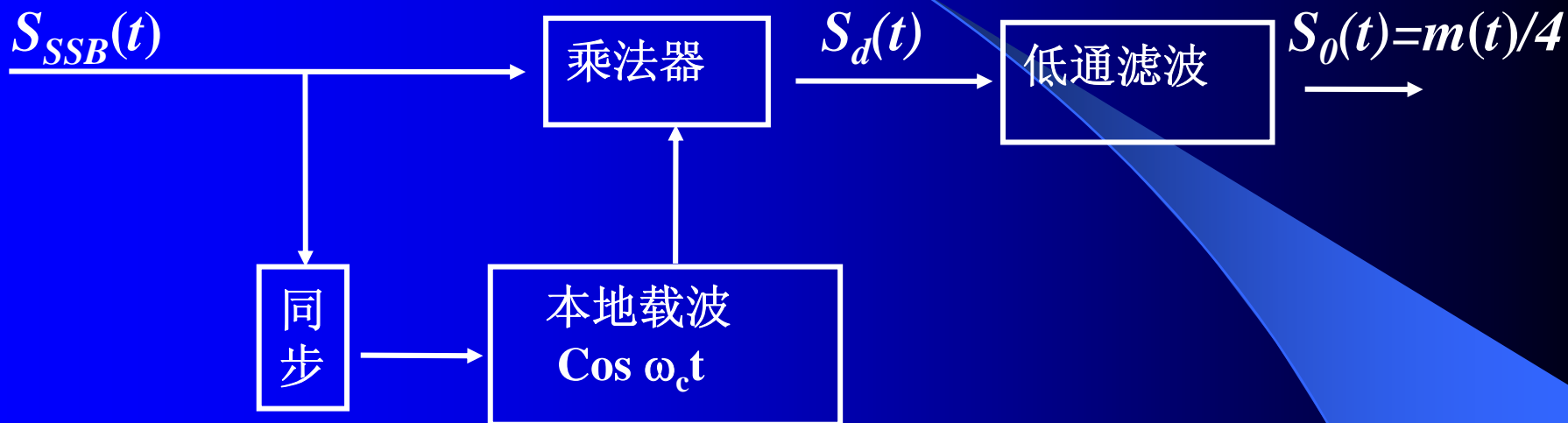
SSB信号平均功率

$$\begin{aligned}P_{SSB} &= \overline{S_{SSB}^2(t)} = \frac{1}{4} \overline{[m(t)\cos\omega_c t \mp \hat{m}(t)\sin\omega_c t]^2} = \\&= \frac{1}{4} \left[\overline{\frac{1}{2}m^2(t)} + \overline{\frac{1}{2}\hat{m}^2(t)} \mp \overline{2m(t)\hat{m}(t)\sin\omega_c t \cos\omega_c t} \right] \\&= \frac{1}{4} \overline{m^2(t)} = \frac{1}{2}P_{DSB}\end{aligned}$$

SSB信号带宽: $B_{SSB} = f_m = B_{DSB}/2$

4、单边带信号的解调：

(1) 相干解调原理：

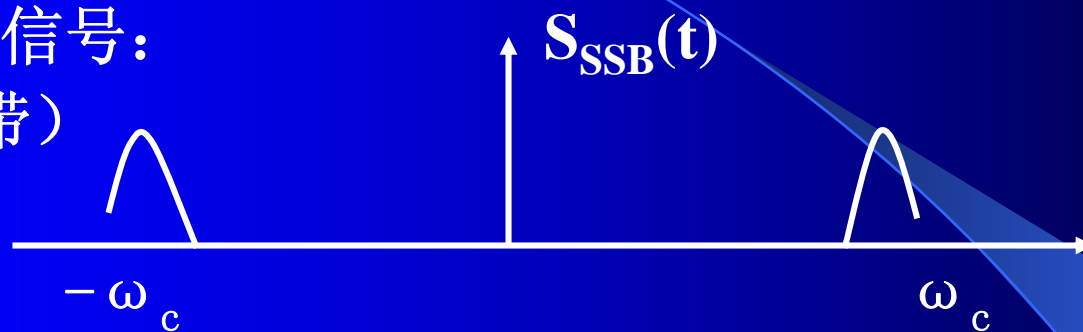


$$\begin{aligned} S_d(t) &= S_{SSB}(t) \cos \omega_c t = \frac{1}{2} m(t) \cos^2 \omega_c t \pm \frac{1}{2} \hat{m}(t) \sin \omega_c t \cos \omega_c t \\ &= \frac{1}{4} [m(t)(1 + \cos 2\omega_c t) \pm \hat{m}(t) \sin 2\omega_c t] \end{aligned}$$

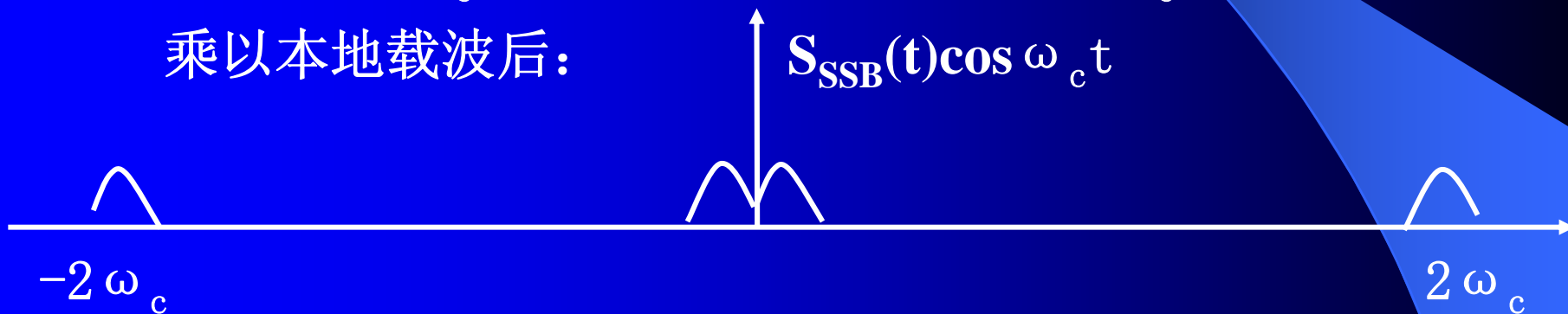
滤除 $2\omega_c$ 的高频成分后，得到输出信号 $S_o(t) = m(t) / 4$

(2) 单边带信号相干解调的频域解释:

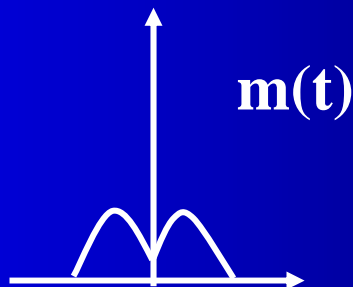
单边带信号:
(下边带)



乘以本地载波后:



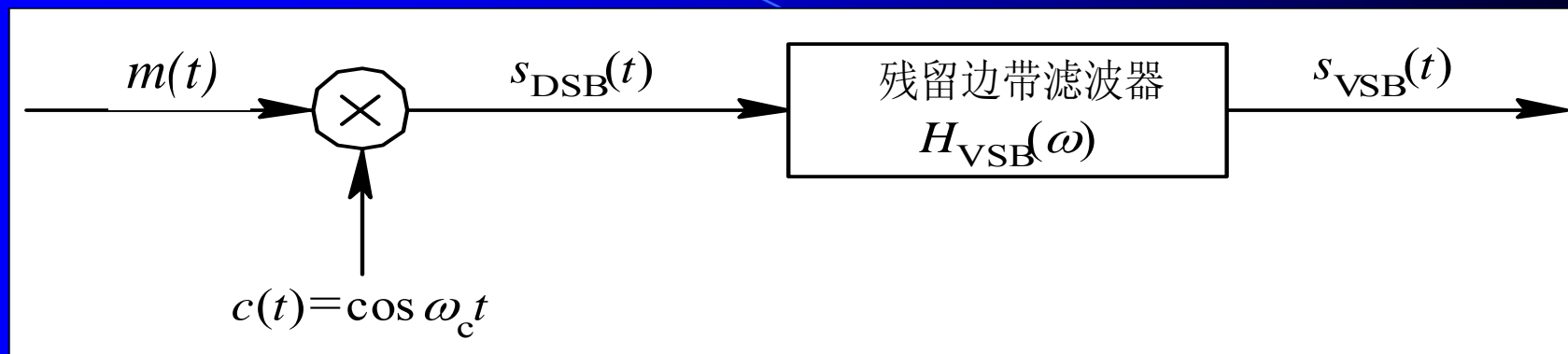
低通滤波后:



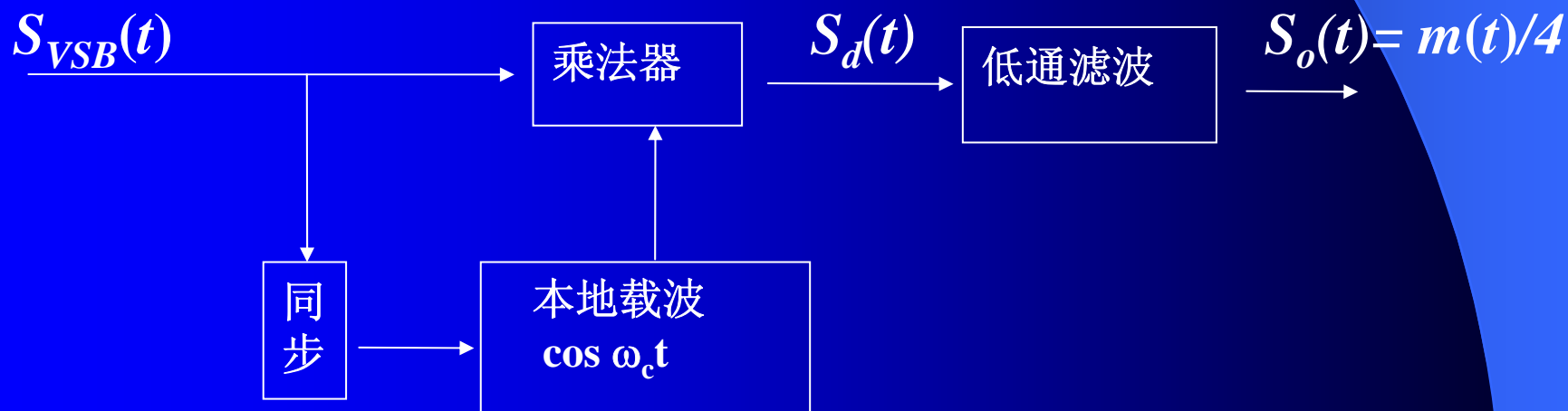
四、残留边带调幅： **Vestigial Side Band (VSB)**

- 单边带调制需要理想的低通（或高通）滤波器，使截取的上、下两边带都十分完整，这在实际中是难以实现的。
- 如果上、下两边带虽然都不是那么完整，但可以互补，合起来仍然能够得到完整的信息。
- 从双边带出发，巧妙地设计滤波器，使上、下两块不那么完整的边带互补，这样的调制方法称为残留边带调制。

(1) 残留边带调制原理:



残留边带相干解调框图:



设：双边带信号 $S_{DSB}(\omega) = \frac{1}{2}[M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)]$

经残留边带滤波器处理变为：

$$S_{VSB}(\omega) = \frac{1}{2}[M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)] \cdot H_V(\omega)$$

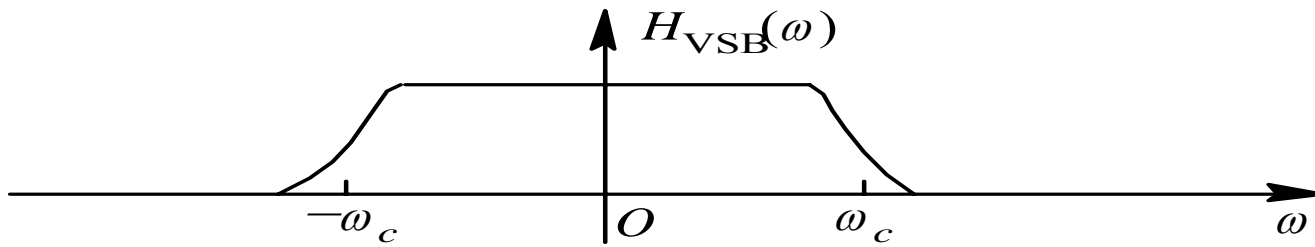
解调时，乘以本地载波后频谱再次搬移：

$$\begin{aligned} S_d(\omega) &= \frac{1}{2}[S_{VSB}(\omega + \omega_c) + S_{VSB}(\omega - \omega_c)] \\ &= \frac{1}{4}[M(\omega + 2\omega_c) + M(\omega)] \cdot H_V(\omega + \omega_c) + \frac{1}{4}[M(\omega) + M(\omega - 2\omega_c)] \cdot H_V(\omega - \omega_c) \end{aligned}$$

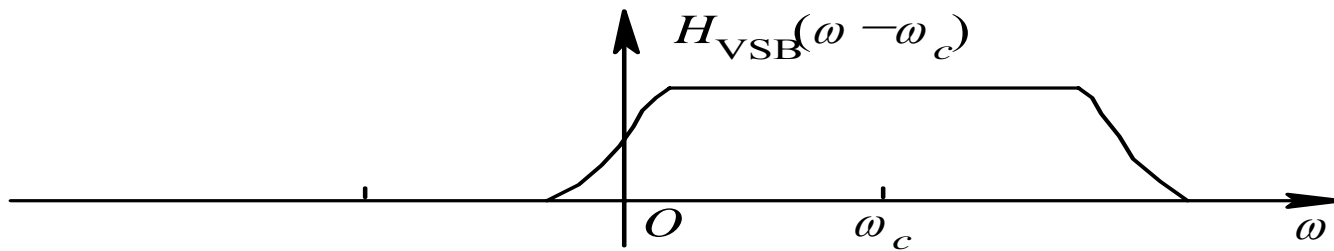
低通滤波后： $S_o(\omega) = \frac{1}{4}M(\omega) \cdot [H_V(\omega + \omega_c) + H_V(\omega - \omega_c)]$

只要设计： $[H_V(\omega + \omega_c) + H_V(\omega - \omega_c)] = \text{常数}$

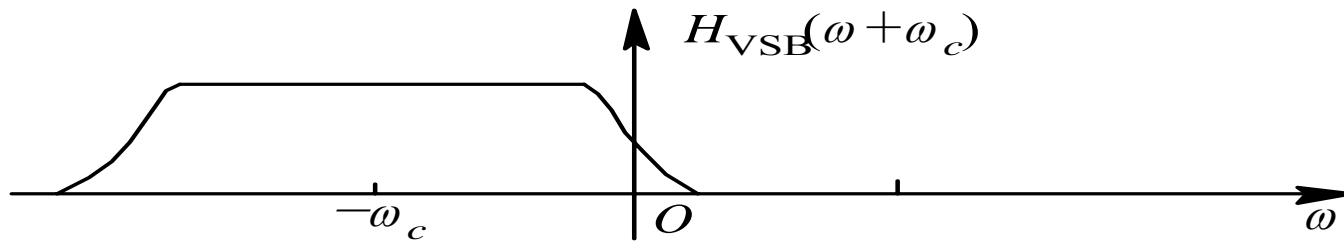
信号即可复原。



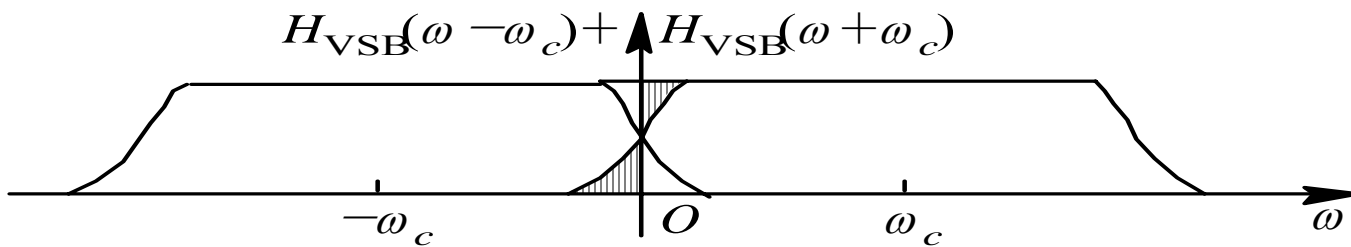
(a)



(b)

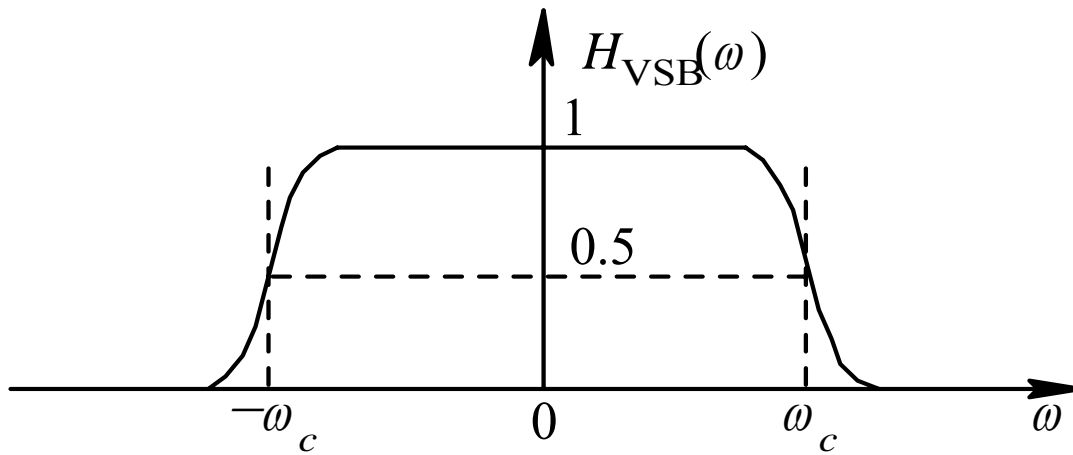


(c)

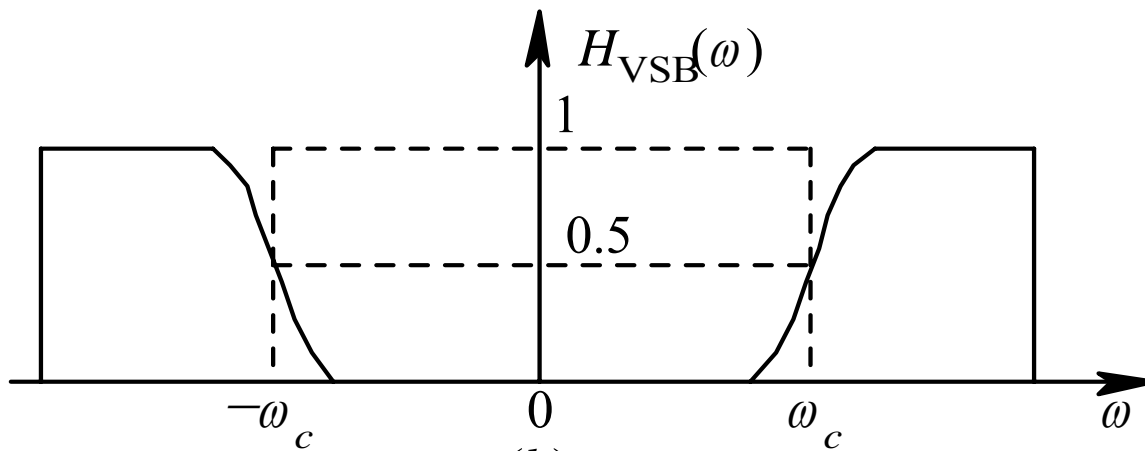


(d)

(2) 残留边带的滤波器特性:



(a)



(b)

(3) VSB信号的时域表达:

$$s_{\text{VSB}}(t) = \frac{1}{2}m(t)\cos\omega_c t \mp \frac{1}{2}\tilde{m}(t)\sin\omega_c t$$

“-”表示残留上边带信号,

“+”表示残留下边带信号;

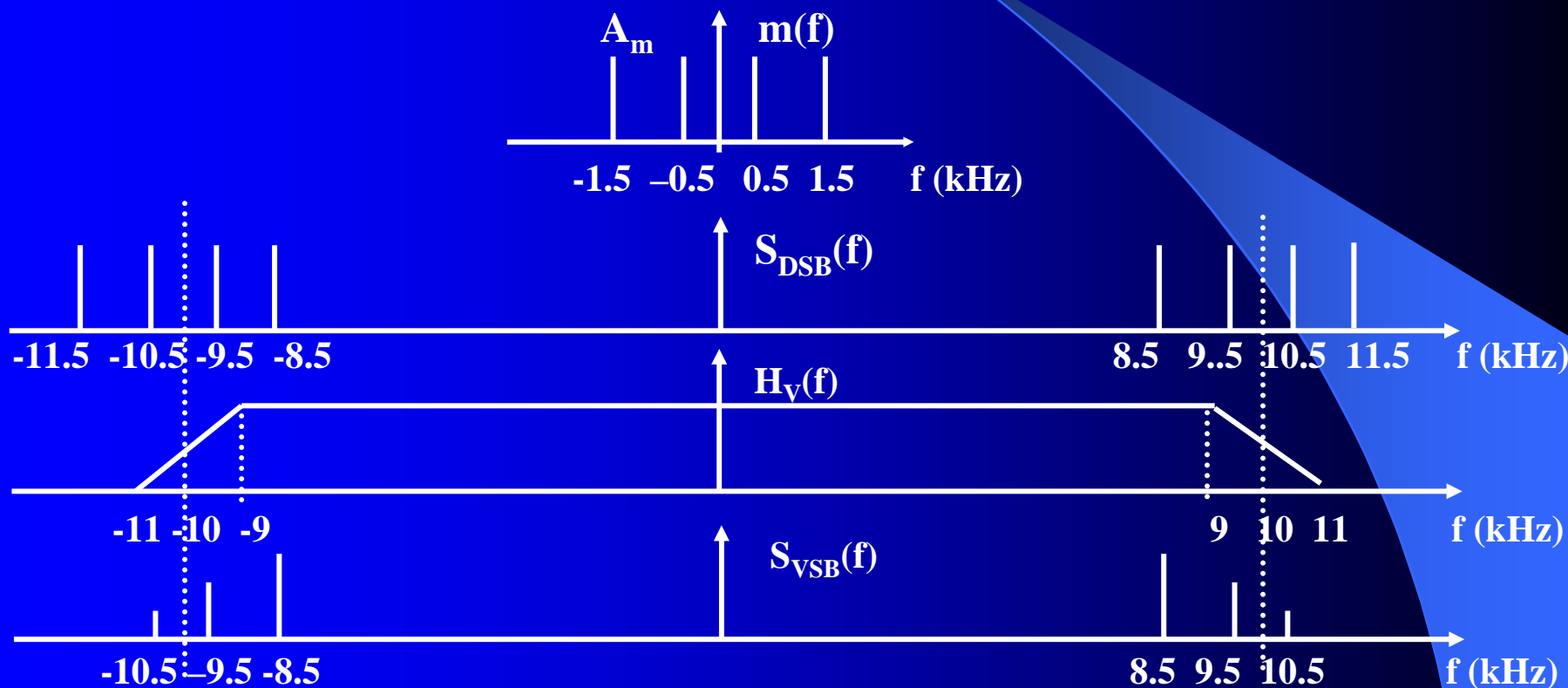
其中 $\tilde{m}(t)$ 为 $m(t)$ 通过正交滤波器的输出。

❖ 发送功率 P_{VSB} 和频带宽度 B_{VSB}

$$P_{\text{SSB}} \leq P_{\text{VSB}} \leq P_{\text{DSB}}$$

$$B_{\text{SSB}} \leq B_{\text{VSB}} \leq B_{\text{DSB}} \quad B_{\text{VSB}} = (1 \sim 2)f_m$$

【例4-2】 双音信号频率分别为 0.5kHz 和 1.5kHz ，进行VSB调制。所用斜截式滤波器的斜边位于 $9\text{kHz}\sim 11\text{kHz}$ 。用图解法求已调信号的时域表达。



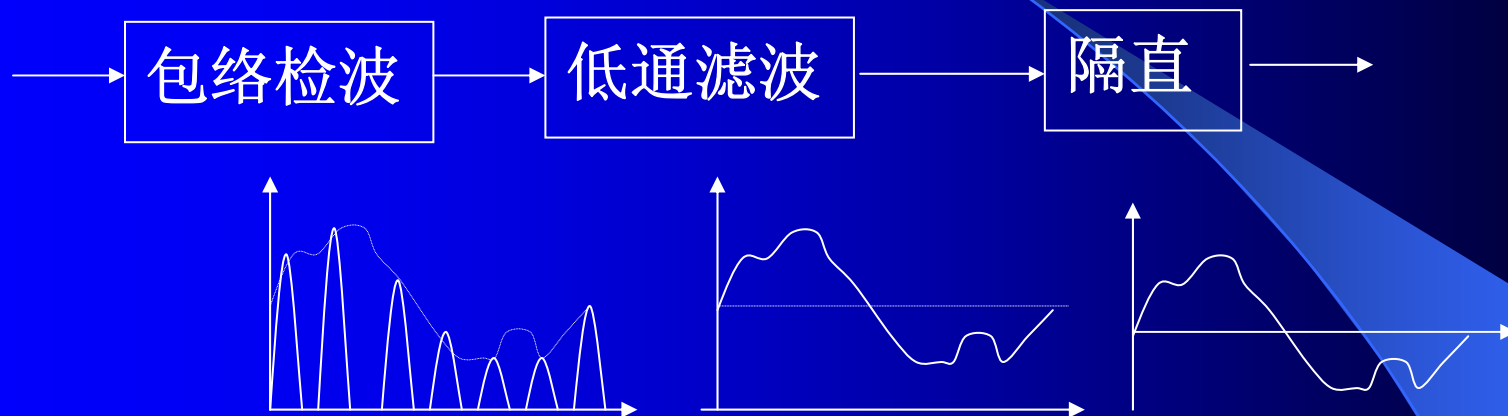
$$S_{VSB}(t) = \frac{1}{2} A_m [\cos(8.5 \times 10^3 \times 2\pi t) + \frac{3}{4} \cos(9.5 \times 10^3 \times 2\pi t) + \frac{1}{4} \cos(10.5 \times 10^3 \times 2\pi t)]$$

五、各种线性调制方法的比较:

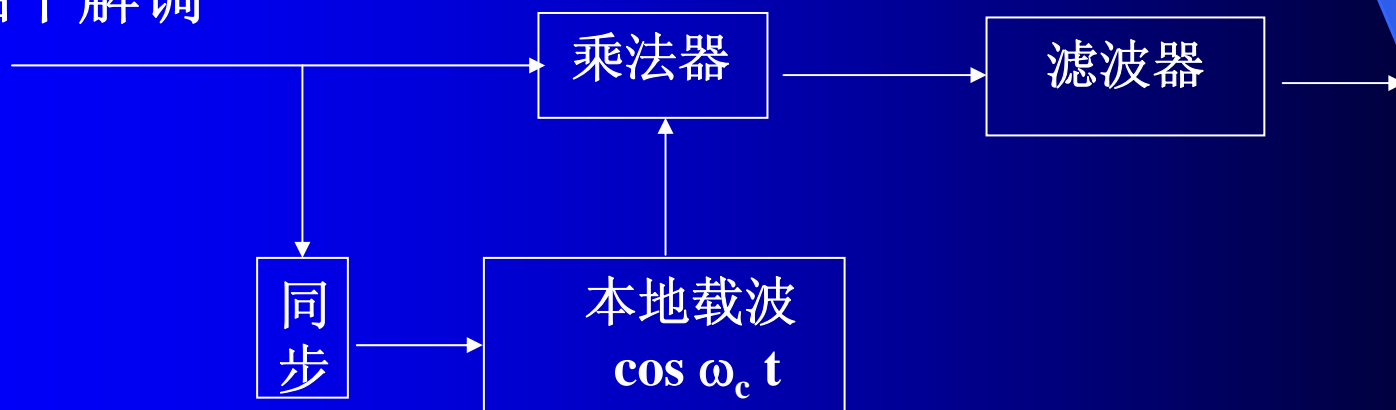
信号	时域	频域	带宽
基带信号	$m(t)$	$M(\omega)$	$B_m=f_m$
载波信号	$\cos \omega_c t$	$\pi [\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)]$	0
AM信号	$[A_0+m(t)] \cos \omega_c t$	$\pi A_0 [\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)] + [M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)]/2$	$2B_m$
DSB信号	$m(t)\cos \omega_c t$	$[M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)]/2$	$2B_m$
USB信号	$\frac{1}{2}m(t)\cos \omega_c t - \frac{1}{2}\hat{m}(t)\sin \omega_c t$	$[M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)] \cdot H_U(\omega)/2$	B_m
LSB信号	$\frac{1}{2}m(t)\cos \omega_c t + \frac{1}{2}\hat{m}(t)\sin \omega_c t$	$[M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)] \cdot H_L(\omega)/2$	B_m
VSB信号	$S_{VSB}(t) = \frac{1}{2}m(t)\cos \omega_c t \mp \frac{1}{2}\tilde{m}(t)\sin \omega_c t$	$[M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)] \cdot H_V(\omega)/2$	$B_m < B$ $< 2B_m$

两种解调方法的比较:

(1) 非相干解调 (包络检波)



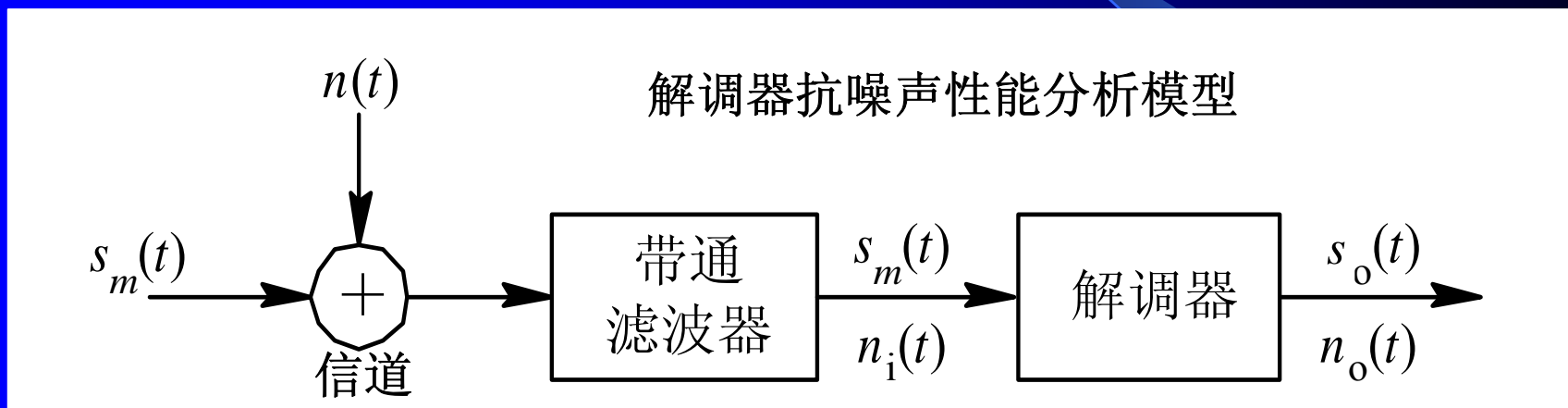
(2) 相干解调



§ 4.3 线性调制系统的抗噪声性能

一、分析模型

1、分析部位：在接收端，对解调器的输入与输出作分析。



带通滤波器的作用是滤除已调信号频带以外的噪声，以减少进入接收端的噪声。

设：解调器输入端的信号为 $s_m(t)$ ，加性噪声为 $n_i(t)$ 。

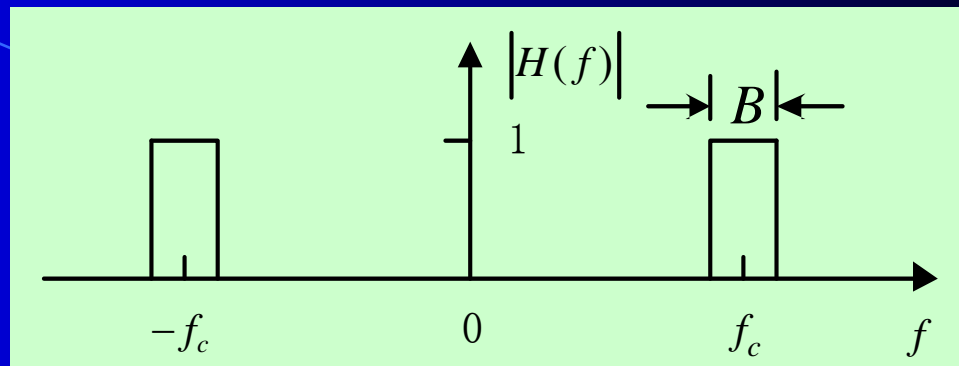
解调器输出的有用信号为 $s_o(t)$ ，加性噪声为 $n_o(t)$ 。

2、噪声模型

① 高斯白噪声，

其双边功率谱密度

为常数 $P_n(f)=n_0/2$ ，噪声功率 $N_i=n_0B$ 。



② 线性调制系统中，噪声是以窄带高斯方式进入信号的。

$$n_i(t) = n_c(t) \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t$$

其特点是

$$\overline{n_i(t)} = \overline{n_c(t)} = \overline{n_s(t)} = 0$$

$$\overline{n_i^2(t)} = \overline{n_c^2(t)} = \overline{n_s^2(t)} = N_i = n_0 B$$

B为已调信号 $s_m(t)$ 带宽。

3、分析方法

❖ 输入信噪比:

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{\text{解调器输入信号的平均功率}}{\text{解调器输入噪声的平均功率}} = \frac{\overline{s_m^2(t)}}{\overline{n_i^2(t)}}$$

❖ 输出信噪比:

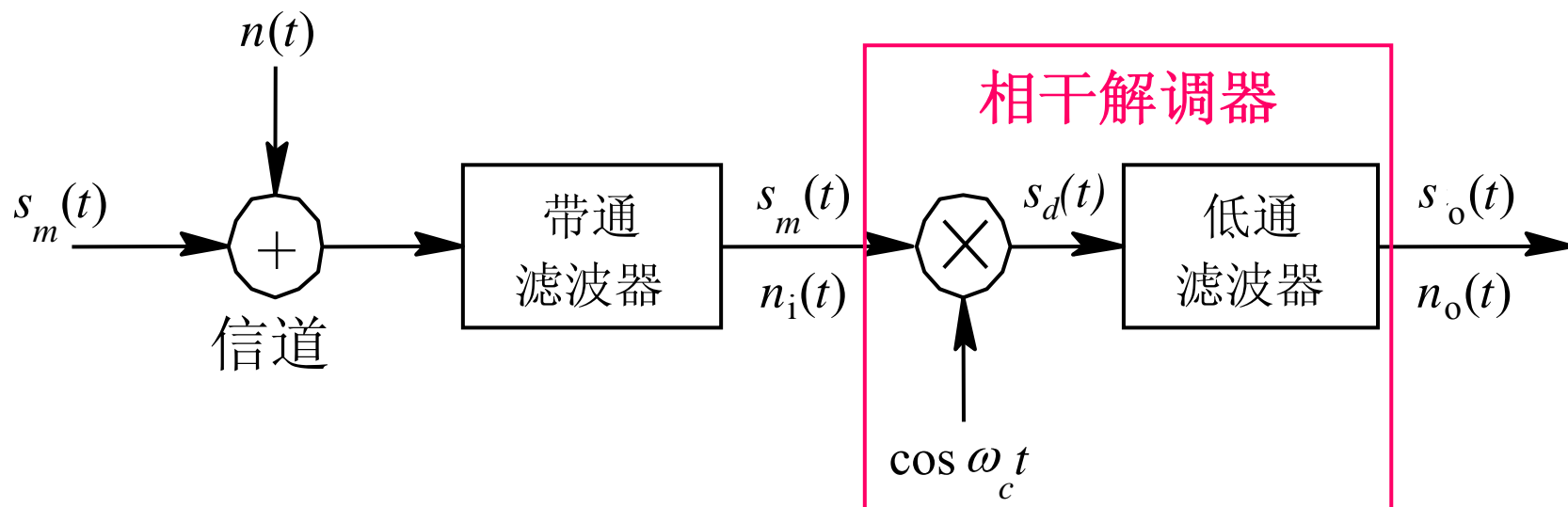
$$\frac{S_0}{N_0} = \frac{\text{解调器输出信号的平均功率}}{\text{解调器输出噪声的平均功率}} = \frac{\overline{s_0^2(t)}}{\overline{n_0^2(t)}}$$

❖ 信噪比得益率:
(调制制度增益)

$$G = \frac{\text{解调器输出信噪比}}{\text{解调器输入信噪比}} = \frac{S_0 / N_0}{S_i / N_i}$$

二、DSB调制系统的抗噪性能分析

DSB系统采用相干解调法的流程如下：



1、输入信噪比

已调信号: $s_m(t) = s_{DSB}(t) = m(t) \cos \omega_c t$

输入信号平均功率: $S_i = \overline{s_m^2(t)} = \overline{[m(t) \cos \omega_c t]^2} = \frac{1}{2} \overline{m^2(t)}$

输入噪声平均功率: $N_i = n_0 B_{DSB} = 2n_0 f_m$

$$\begin{aligned} N_i &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P_n(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \left(\int_{-\omega_c - \omega_m}^{-\omega_c + \omega_m} \frac{n_0}{2} d\omega + \int_{\omega_c - \omega_m}^{\omega_c + \omega_m} \frac{n_0}{2} d\omega \right) \\ &= \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{n_0}{2} \cdot (2\omega_m + 2\omega_m) = \frac{n_0 \omega_m}{\pi} = 2n_0 f_m = n_0 B_{DSB} \end{aligned}$$

解调器输入端的信噪比:

$$\left(\frac{S_i}{N_i} \right)_{DSB} = \frac{\overline{m^2(t)}}{4n_0 f_m}$$

2、输出信噪比

➤BPF输出端，信号加噪声的表达式为

$$\begin{aligned} s_{DSB}(t)+n_i(t) &= m(t)\cos \omega_c t+n_c(t)\cos \omega_c t- n_s(t)\sin \omega_c t \\ &= [m(t)+n_c(t)]\cos \omega_c t - n_s(t)\sin \omega_c t \end{aligned}$$

➤通过乘法器后表达式为：

$$\begin{aligned} s_d(t) &= \{[m(t)+n_c(t)]\cos \omega_c t - n_s(t)\sin \omega_c t\} \cos \omega_c t \\ &= [m(t)+n_c(t)](1+\cos 2\omega_c t)/2 - n_s(t)\sin 2\omega_c t/2 \end{aligned}$$

➤通过LPF，滤去二次谐波成份（ $2\omega_c$ ），取出调制信号及相应的噪声，得：

$$s_o(t)+n_o(t)=[m(t)+n_c(t)]/2$$

❖ 解调器输出端的信号平均功率为：

$$S_o = \overline{s_o^2(t)} = \overline{\left[\frac{1}{2} m(t) \right]^2} = \frac{1}{4} \overline{m^2(t)} = \frac{1}{2} S_i$$

输出噪声功率为：

$$N_o = \overline{n_o^2(t)} = \frac{1}{4} \overline{n_c^2(t)} = \frac{1}{4} \overline{n_i^2(t)} = \frac{N_i}{4} = \frac{1}{4} n_0 B_{DSB} = \frac{1}{2} n_0 f_m$$

❖ 解调器输出端信噪比为：

$$\left(\frac{S_o}{N_o} \right)_{DSB} = \frac{\overline{m^2(t)}}{2n_0 f_m}$$

3. 调制制度增益
(信噪比得益率)

$$G_{DSB} = \frac{S_o / N_o}{S_i / N_i} = 2$$

三、SSB系统的抗噪性能分析

1、输入信噪比

❖ 已调信号:

$$S_m(t) = S_{SSB}(t) = \frac{1}{2}m(t)\cos\omega_c t \mp \frac{1}{2}\hat{m}(t)\sin\omega_c t$$

❖ 输入信号平均功率:

$$\begin{aligned} S_i = \overline{s_m^2(t)} &= \overline{\frac{1}{4}[m(t)\cos\omega_c t \mp \hat{m}(t)\sin\omega_c t]^2} \\ &= \frac{1}{8}\overline{m^2(t)} + \frac{1}{8}\overline{\hat{m}^2(t)} \mp \frac{1}{4}\overline{m(t)\hat{m}(t)\sin 2\omega_c t} = \frac{1}{4}\overline{m^2(t)} \end{aligned}$$

❖ 输入噪声平均功率:

$$N_i = n_0 B_{SSB} = n_0 f_m$$

❖ 解调器输入端的信噪比:

$$\left(\frac{S_i}{N_i}\right)_{SSB} = \frac{\frac{1}{4}\overline{m^2(t)}}{n_0 f_m} = \frac{\overline{m^2(t)}}{4n_0 f_m}$$

2、输出信噪比

BPF输出端，信号加噪声的表达式为

$$S_{SSB}(t) + n_i(t) = \frac{1}{2}[m(t)\cos\omega_c t \mp \hat{m}(t)\sin\omega_c t] + n_c(t)\cos\omega_c t - n_s(t)\sin\omega_c t$$

通过乘法器后表达式为

$$\begin{aligned} S_d(t) &= \left[\frac{1}{2}m(t) + n_c(t)\right]\cos^2\omega_c t - \left[n_s(t) \pm \frac{1}{2}\hat{m}(t)\right]\sin\omega_c t \cdot \cos\omega_c t \\ &= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}m(t) + n_c(t)\right](1 + \cos 2\omega_c t) - \frac{1}{2}\left[n_s(t) \pm \frac{1}{2}\hat{m}(t)\right]\sin 2\omega_c t \end{aligned}$$

通过LPF，滤去二次谐波成分（ $2\omega_c$ ），取出调制信号及相应的噪声，得：

$$s_o(t) + n_o(t) = m(t)/4 + n_c(t)/2$$

❖ 解调器输出端的信号平均功率为：

$$S_o = \overline{s_o^2(t)} = \frac{1}{16} \overline{m^2(t)} = \frac{1}{4} S_i$$

❖ 输出噪声功率为：

$$N_o = \overline{n_o^2(t)} = \frac{1}{4} \overline{n_c^2(t)} = \frac{1}{4} \overline{n_i^2(t)} = \frac{N_i}{4} = \frac{1}{4} n_0 B_{SSB} = \frac{1}{4} n_0 f_m$$

❖ 输出信噪比为：

$$\left(\frac{S_o}{N_o} \right)_{SSB} = \frac{\overline{m^2(t)}}{4n_0 f_m}$$

3. 调制制度增益
(信噪比得益率)

$$G_{SSB} = \frac{S_o / N_o}{S_i / N_i} = 1$$

四、VSB调制系统的抗噪性能分析

1、输入信噪比

❖ 已调信号:

$$S_m(t) = S_{SSB}(t) = \frac{1}{2}m(t)\cos\omega_c t \mp \frac{1}{2}\tilde{m}(t)\sin\omega_c t$$

❖ 输入信号平均功率:

$$\begin{aligned} S_i = \overline{s_m^2(t)} &= \frac{1}{4} \overline{[m(t)\cos\omega_c t \mp \tilde{m}(t)\sin\omega_c t]^2} \\ &= \frac{1}{8} \overline{m^2(t)} + \frac{1}{8} \overline{\tilde{m}^2(t)} \mp \frac{1}{4} \overline{m(t)\tilde{m}(t)\sin 2\omega_c t} = \frac{1}{4} \overline{m^2(t)} \end{aligned}$$

❖ 输入噪声平均功率:

$$N_i = n_0 B_{VSB} = (1 \sim 2)n_0 f_m$$

❖ 解调器输入端的信噪比:

$$\left(\frac{S_i}{N_i} \right)_{VSB} = \frac{\overline{m^2(t)}}{4n_0 B_{VSB}}$$

2、输出信噪比

通过相干解调器，取出调制信号及相应的噪声，得：
 $s_o(t) + n_o(t) = m(t)/4 + n_c(t)/2$

❖ 输出信号功率为：

$$S_o = \overline{s_o^2(t)} = \frac{1}{16} \overline{m^2(t)} = \frac{1}{4} S_i$$

❖ 输出噪声功率为：

$$N_o = \frac{1}{4} n_o B_{VSB} = \frac{1}{4} N_i$$

❖ 输出信噪比为：

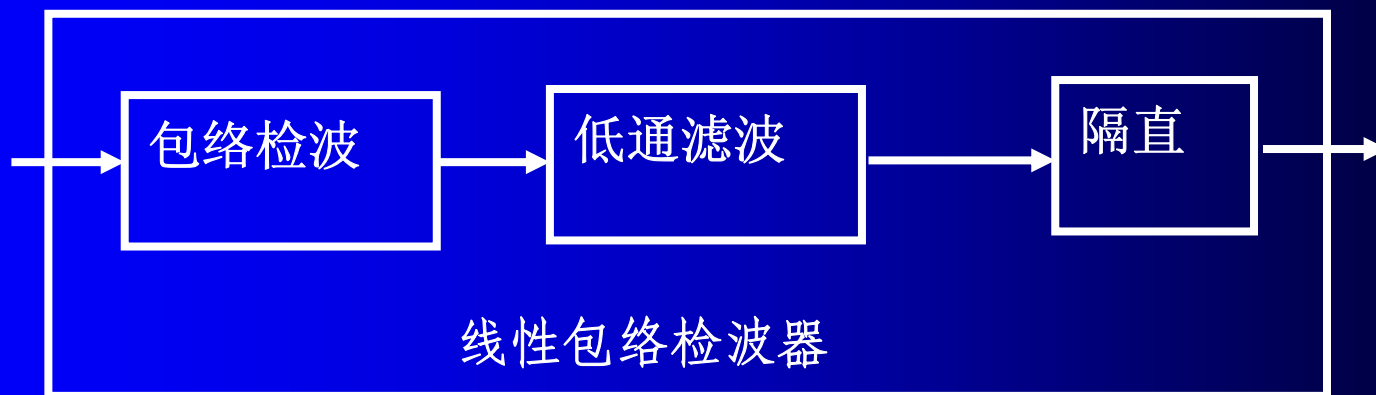
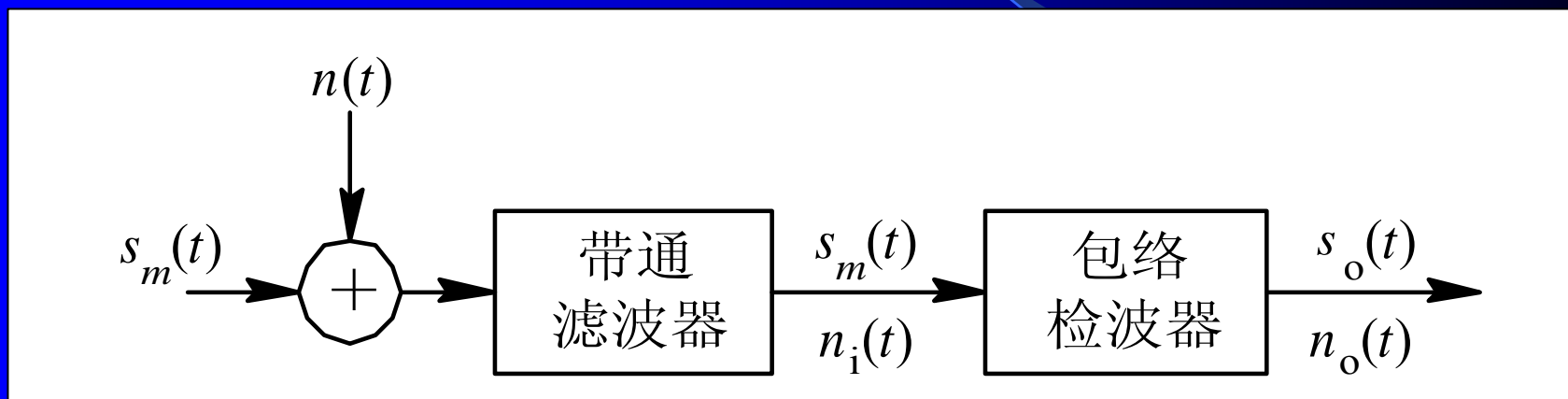
$$\left(\frac{S_o}{N_o} \right)_{VSB} = \frac{\overline{m^2(t)}}{4n_o B_{VSB}}$$

3. 调制制度增益：
(信噪比得益率)

$$G_{VSB} = \frac{S_o / N_o}{S_i / N_i} = 1$$

五、AM系统的抗噪性能分析

AM信号常用简单的包络检波法解调



1、输入信噪比

已调信号为 $S_m(t)=S_{AM}(t)=[A_0+m(t)] \cos \omega_c t$

❖ 输入信号平均功率:

$$S_i = \overline{s_m^2(t)} = \frac{1}{2} [A_0^2 + \overline{m^2(t)}]$$

❖ 输入噪声平均功率:

$$N_i = n_0 B_{AM} = 2n_0 f_m$$

❖ 解调器输入端的信噪比:

$$\left(\frac{S_i}{N_i} \right)_{AM} = \frac{A_0^2 + \overline{m^2(t)}}{4n_0 f_m}$$

2、输出信噪比

BPF输出端，到达包络检波器输入端的信号加噪声的表达式为：

$$\begin{aligned} S_{AM}(t) + n_i(t) &= [A_0 + m(t)] \cos \omega_c t + n_c(t) \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t \\ &= [A_0 + m(t) + n_c(t)] \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t \\ &= \rho(t) \cos[\omega_c t + \varphi(t)] \end{aligned}$$

信号与噪声合成波形的包络为：

$$\rho(t) = \sqrt{[A_0 + m(t) + n_c(t)]^2 + n_s^2(t)}$$

相位为：

$$\varphi(t) = \arctan \left[\frac{n_s(t)}{A_0 + m(t) + n_c(t)} \right]$$

包络检波器输出波形就是包络 $\rho(t)$ 。

①大输入信噪比情况 $A_0 + m(t) \gg n_i(t)$

包络 $\rho(t) \approx A_0 + m(t) + n_c(t)$

解调器输出端信号平均功率: $S_o = \overline{m^2(t)}$

❖ 解调器输出端噪声平均功率:

$$N_o = \overline{n_c^2(t)} = \overline{n_i^2(t)} = 2n_0 f_m$$

❖ 解调器输出端信噪比:

$$\left(\frac{S_o}{N_o} \right)_{AM} = \frac{\overline{m^2(t)}}{2n_0 f_m}$$

❖ 调制制度增益（信噪比得益率）：

$$G_{AM} = \frac{S_o / N_o}{S_i / N_i} = \frac{\overline{2m^2(t)}}{A_0^2 + \overline{m^2(t)}}$$

结论：在大信噪比情况下，AM信号包络检波器的性能几乎与相干解调器相同。

例如：对单频信号 $m(t) = A_m \cos \omega_m t$

若满调（100%调制）， $\beta_{AM} = A_m / A_0 = 1$

$$\overline{m^2(t)} = \frac{1}{2} A_m^2$$

$$G_{AM} = \frac{2A_m^2}{2A_0^2 + A_m^2} = \frac{2}{3}$$

②小输入信噪比情况

$$A_0 + m(t) \ll n_i(t)$$

包络为：

$$\rho(t) \approx R(t) + [A_0 + m(t)] \cos \theta(t)$$

其中：

$$R(t) = \sqrt{n_c^2(t) + n_s^2(t)}$$

$$\theta(t) = \arctan \left[\frac{n_s(t)}{n_c(t)} \right]$$

当包络检波器的输入信噪比降低到一个特定的数值（**10dB**）后，检波器输出信噪比出现急剧恶化的现象，称作门限效应。是由包络检波器的非线性解调作用引起的。一旦出现门限效应，解调器的输出信噪比将急剧变坏。

相干、非相干解调的优缺点

相干解调:

优点

- A 对所有线性调制系统均适用
- B 不存在门限效应

缺点

- A 要求同步

非相干解调:

优点

A 实现简单

缺点

A 仅适用于 AM 调制方式

B 存在门限效应

4.2和4.3节小结

这两节是研究线性调制和解调的原理实现问题，是本书的重点内容之一。通过这两节的学习，主要达到以下目的：

- 1、弄清调制的功能和分类。
- 2、掌握AM、DSB、SSB、VSB信号的产生方法、表达式、频谱、频带宽度、数学模型以及效率。
- 3、理解线性调制的一般模型。
- 4、掌握线性已调信号的接收方法，重点理解相干接收的基本原理和噪声性能分析。

§ 4.4 非线性调制

高频载波信号为 $c(t) = A \cos(\omega_c t + \varphi)$;

让它的三个参量分别按基带信号成正比变化:

1、 $A \rightarrow A(t) = A_0 + k_A m(t)$; 称为调幅(AM)

2、 $\omega_c \rightarrow \omega(t) = \omega_0 + k_F m(t)$; 称为调频(FM)

3、 $\varphi \rightarrow \varphi(t) = \varphi_0 + k_P m(t)$; 称为调相(PM)

分别得到三种基本调制方式。

因为频率或相位的变化都是载波余弦角度的变化，故调频和调相统称为**角度调制**。

调幅是线性调制。调频和调相则不同，已调信号频谱不再是原调制信号频谱的线性搬移，而是频谱的非线性变换，会产生新的频率成分，因此调频和调相属于**非线性调制**。

频率和相位之间存在密切的关系，调频必调相，调相必调频，调频和调相将放在一起讨论。

一、角度调制的基本概念

任何一个正余弦型时间函数，如果它的幅度不变，则可用下式表示：

$$c(t) = A \cos \theta(t)$$

$\theta(t)$ — 正弦波的瞬时相位

将 $\theta(t)$ 对时间 t 求导可得瞬时频率：

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (rad / s)$$

因此

$$\theta(t) = \int_{-\infty}^t \omega(\tau) d\tau$$

1、角度调制的时域表达

$$S_m(t) = A_0 \cos[\omega_c t + \varphi(t)]$$

瞬时相位: $\theta(t) = [\omega_c t + \varphi(t)]$

瞬时相位偏移: $\varphi(t)$

瞬时频率: $\omega(t) = \frac{d[\omega_c t + \varphi(t)]}{dt} = \omega_c + \frac{d\varphi(t)}{dt}$

瞬时频偏: $d\varphi(t) / dt$

2、相位调制 (PM) Phase Modulation

调相波：瞬时相位偏移与调制信号成正比：

$$\varphi(t) = k_p m(t) \quad k_p \text{——调相灵敏度 (rad/v)}$$

调相波可表示为：

$$S_{PM}(t) = A_0 \cos[\omega_c t + k_p m(t)]$$

这时，瞬时相位： $\theta(t) = \omega_c t + k_p m(t)$ ；

瞬时相位偏移： $\varphi(t) = k_p m(t)$

最大相位偏移：

$$|\varphi(t)|_{\max} = |k_p m(t)|_{\max} = k_p |m(t)|_{\max}$$

由于相位随时间变化，必然导致频率随时间变化。

瞬时频率：

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} = \omega_c + k_p \frac{dm(t)}{dt}$$

瞬时频率偏移：

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = k_p \frac{dm(t)}{dt}$$

最大频率偏移：

$$\left| \frac{d\varphi(t)}{dt} \right|_{\max} = k_p \left| \frac{dm(t)}{dt} \right|_{\max}$$

3、频率调制 (FM) *Frequency Modulation*

调频波：载波的瞬时频率偏移与调制信号成比例：

瞬时频率： $\omega(t) = \omega_c + k_f m(t)$

瞬时频偏： $k_f m(t)$ ； 最大频偏： $k_f |m(t)|_{\max}$

式中： k_f —— 调频灵敏度 ($rad/s \cdot v$)

由此引起瞬时相偏： $\varphi(t) = k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau$

最大相偏： $k_f \left| \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right|_{\max}$

则调频信号为： $S_{FM}(t) = A_0 \cos[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau]$

4、调频与调相的比较:

(1) 频率与相位的变化方式:

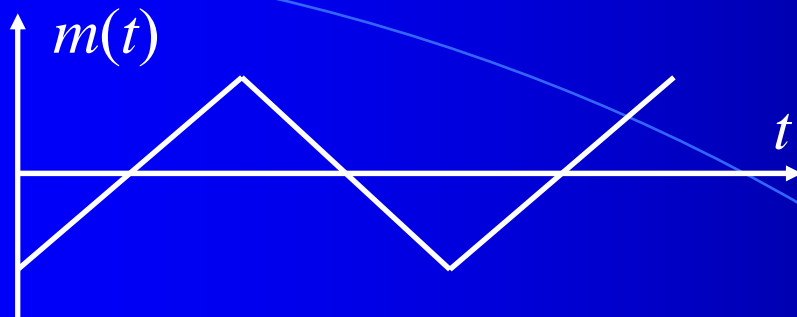
调制方式	PM	FM
瞬时相位 $\theta(t) = \omega_c t + \varphi(t)$	$\omega_c t + k_p m(t)$	$\omega_c t + \int_{-\infty}^t k_f m(\tau) d\tau$
瞬时相位偏移 $\varphi(t)$	$k_p m(t)$	$\int_{-\infty}^t k_f m(\tau) d\tau$
瞬时频率 $\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$	$\omega_c + k_p \frac{dm(t)}{dt}$	$\omega_c + k_f m(t)$
瞬时频率偏移 $\frac{d\varphi(t)}{dt}$	$k_p \frac{dm(t)}{dt}$	$k_f m(t)$

(2) 调相与调频的波形:

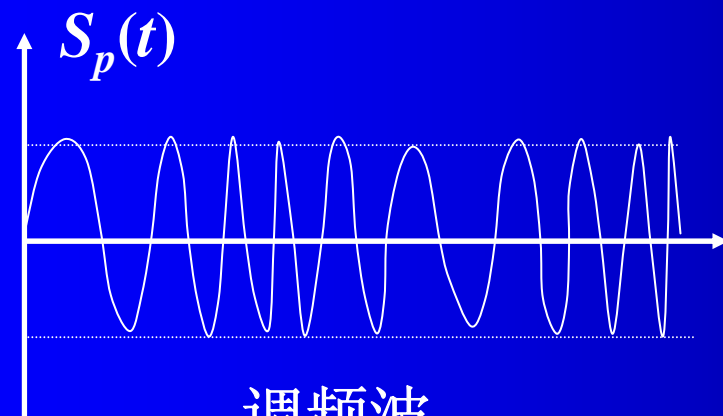
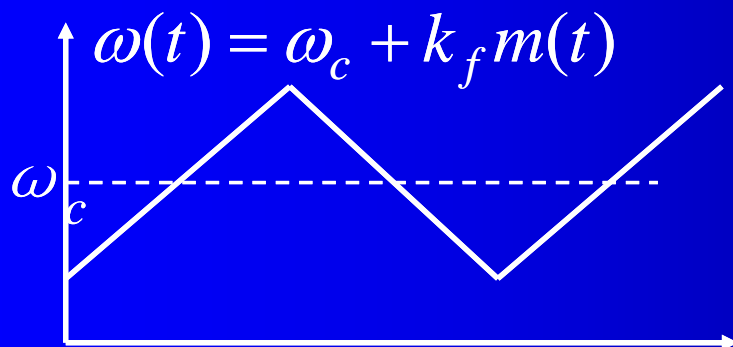
$$S_{PM}(t) = A_0 \cos[\omega_c t + k_p m(t)]$$

$$S_{FM}(t) = A_0 \cos[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau]$$

调频和调相是相对于调制信号而言的，从波形上看，调频波和调相波非常相似，都是等幅的疏密相间的正弦波，如果预先不知道调制信号 $m(t)$ 的具体形式，则难以判断已调信号是调相信号还是调频信号。

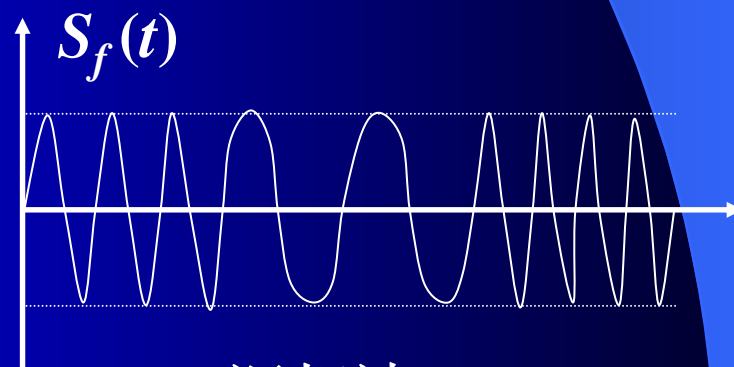
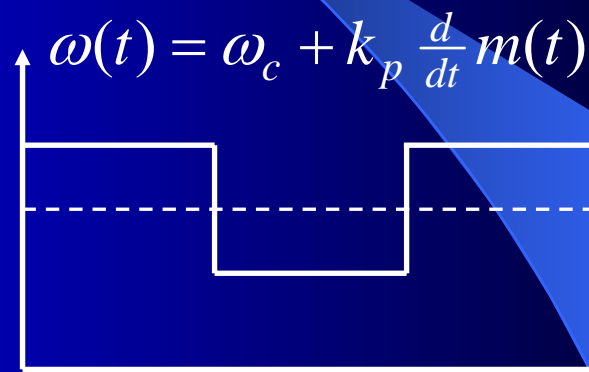


$$\theta(t) = \omega_c t + \int_{-\infty}^t k_f m(\tau) d\tau$$



调频波

$$\theta(t) = \omega_c t + k_p m(t)$$



调相波

【例1】调角波 $S_m(t) = A_0 \cos[\omega_c t + 3 \cos \omega_m t]$

《1》若为调相波，且 $k_p = 1$ ，求 $m(t) = ?$

解：与 $S_{FM}(t) = A_0 \cos[\omega_c t + k_p m(t)]$ 比较知

$$m(t) = 3 \cos \omega_m t$$

《2》若为调频波，且 $k_f = 1$ ，求 $m(t) = ?$

解：与 $S_{FM}(t) = A_0 \cos[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau]$

比较知： $k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau = 3 \cos \omega_m t$

故： $m(t) = -3 \omega_m \sin \omega_m t$

《3》若频率 $f_m=1kHz$ ，求最大相偏和最大频偏。

解：由 $S_m(t) = A_0 \cos[\omega_c t + 3 \cos \omega_m t]$

瞬时相位： $\theta(t) = \omega_c t + 3 \cos \omega_m t$

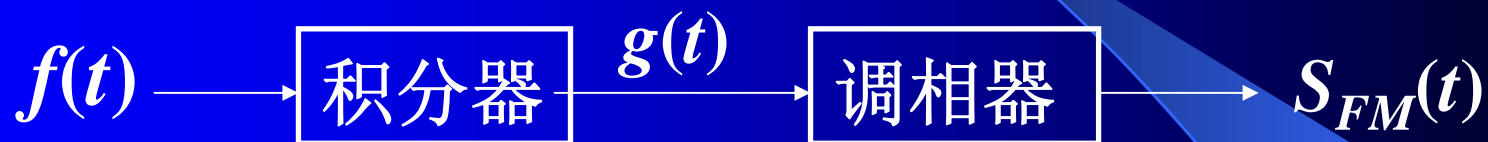
最大相偏： $\varphi_{max} = 3$ 弧度；

瞬时频率： $\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} = \omega_c - 3\omega_m \sin \omega_m t$

最大频偏： $\Delta f_{max} = m \cdot f_m = 3kHz$

(3) 调频与调相的相互转化:

① 用调相器实现调频:



对 $g(t)$ 调相: $S_{PM}(t) = A_0 \cos[\omega_c t + k_P g(t)]$

若 $g(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$, 则相当于对 $f(t)$ 调频:

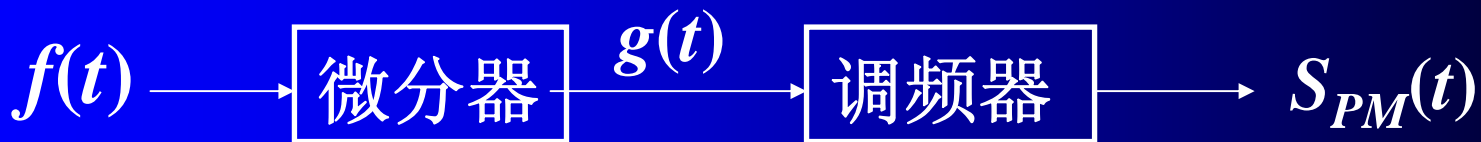
$$S_{FM}(t) = A_0 \cos[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau]$$

② 用调频器实现调相:

对 $g(t)$ 调频: $S_{FM}(t) = A_0 \cos[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t g(\tau) d\tau]$

若 $g(t) = \frac{df(t)}{dt}$, 则相当于对 $f(t)$ 调相:

$$S_{PM}(t) = A_0 \cos[\omega_c t + k_P f(t)]$$



二、几种典型的角度调制

1、单音调角：

(1) 单音调相： $m(t)=A_m \cos \omega_m t$

瞬时相偏： $\varphi(t)=k_p m(t)=k_p A_m \cos \omega_m t$

$$\begin{aligned} S_{PM}(t) &= A_0 \cos[\omega_c t + \varphi(t)] \\ &= A_0 \cos[\omega_c t + k_p A_m \cos \omega_m t] \\ &= A_0 \cos[\omega_c t + m_p \cos \omega_m t] \end{aligned}$$

其中 $m_p=k_p A_m = \varphi_{max}$ 叫调相指数，它表示最大相偏。

推广到一般情况 $m_p = k_p / m(t) /_{max}$

瞬时频率：

$$\frac{d}{dt}[\omega_c t + m_p \cos \omega_m t] = \omega_c - m_p \omega_m \sin \omega_m t$$

瞬时频偏： $-m_p \omega_m \sin \omega_m t$

最大频偏： $\Delta \omega_{\max} = m_p \omega_m$

可见， m_p 也表示最大相对频偏

$$m_p = \frac{\Delta \omega_{\max}}{\omega_m} = \frac{\Delta f_{\max}}{f_m}$$

(2) 单音调频

$$\begin{aligned} S_{FM}(t) &= A_0 \cos\left[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau\right] \\ &= A_0 \cos\left[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t A_m \cos \omega_m \tau d\tau\right] \\ &= A_0 \cos\left[\omega_c t + \frac{k_f A_m}{\omega_m} \sin \omega_m t\right] \\ &= A_0 \cos\left[\omega_c t + m_f \sin \omega_m t\right] \end{aligned}$$

其中 $m_f = \frac{k_f A_m}{\omega_m}$ 叫调频指数，它表示最大相偏。

推广到一般情况

$$m_f = \frac{k_f \cdot |m(t)|_{\max}}{\omega_m}$$

瞬时频率: $\frac{d}{dt}[\omega_c t + m_f \sin \omega_m t] = \omega_c + m_f \omega_m \cos \omega_m t$

瞬时频偏: $m_f \omega_m \cos \omega_m t$

最大频偏: $\Delta\omega_{\max} = m_f \omega_m$

可见, m_f 也表示最大相对频偏

$$m_f = \frac{\Delta\omega_{\max}}{\omega_m} = \frac{\Delta f_{\max}}{f_m}$$

※共同点: 调角指数无论是 m_p 还是 m_f , 总有

$$m = \varphi_{\max} (\text{最大相偏}) = \frac{\Delta\omega_{\max}}{\omega_m} = \frac{\Delta f_{\max}}{f_m} (\text{最大相对频偏})$$

【例2】

已知一调制器的频偏灵敏度为 $k_f=2$ ，输出的

调频波为： $S_{FM}(t)=10\cos(10^6\pi t + 8\cos 10^3\pi t)$ ，

求：（1）载频 f_c ；（2）调频指数；
（3）最大频偏；（4）调制信号 $f(t)$ 。

解 $S_{FM}(t) = A_0 \cos[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau]$

:

$$f_c = \frac{10^6}{2\pi} \pi = 500\text{kHz}, \quad m_f = 8$$

$$\Delta\omega_{\max} = k_f A_m = m_f \omega_m = 8 \times 10^3 \pi \quad (\text{rad} / \text{s})$$

$$\Delta f_{\max} = \frac{\Delta\omega_{\max}}{2\pi} = 4\text{kHz}$$

$$A_m = \frac{\Delta\omega_{\max}}{K_f} = \frac{8 \times 10^3 \pi}{2} = 4 \times 10^3 \pi$$

$$f(t) = -A_m \sin \omega_m t = -4 \times 10^3 \pi \sin 10^3 \pi t$$

2、窄带调角

最大相位偏移 $|\varphi(t)|_{\max} \leq \frac{\pi}{6}$ (或0.5) 时,
称其为窄带角度调制。 反之, 为宽带调角。

(1) 窄带调频 (NBFM)

Narrowband Frequency Modulation

$$|\varphi(t)|_{\max} = \left| k_f \left[\int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right] \right|_{\max} \leq \frac{\pi}{6} \text{ (或0.5)}$$

此时近似
有:

$$\cos[k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau] \approx 1$$

$$\sin[k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau] \approx k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau$$

$$\begin{aligned}
 S_{NBFM}(t) &= A_0 \cos[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau] \\
 &= A_0 \cos \omega_c t \cos[k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau] - A_0 \sin \omega_c t \sin[k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau]
 \end{aligned}$$

$$S_{NBFM}(t) \approx A_0 \cos \omega_c t - A_0 [k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau] \sin \omega_c t$$

经推导可得NBFM信号的频域表达式

$$\begin{aligned}
 S_{NBFM}(\omega) &= A_0 \pi [\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)] \\
 &\quad + \frac{A_0 k_f}{2} \left[\frac{M(\omega - \omega_c)}{\omega - \omega_c} - \frac{M(\omega + \omega_c)}{\omega + \omega_c} \right]
 \end{aligned}$$

将**NBFM**信号的频谱与**AM**信号的频谱比较，两者很相似，都含有一个载波和位于 $\pm \omega_c$ 处的两个边带，二者带宽相同，并且都是调制信号最高频率的两倍。

$$S_{AM}(\omega) = \pi A_0 [\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)] \\ + \frac{1}{2} [M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)]$$

$$B_{NBFM} = B_{AM} = 2f_m$$

不同的是，**NBFM**的两个边频分别乘了因式 $1/(\omega - \omega_c)$ 和 $1/(\omega + \omega_c)$ ，致使频谱发生了非线性变化，结果引起调制信号频谱的失真。此外，两个边带的相位相反。

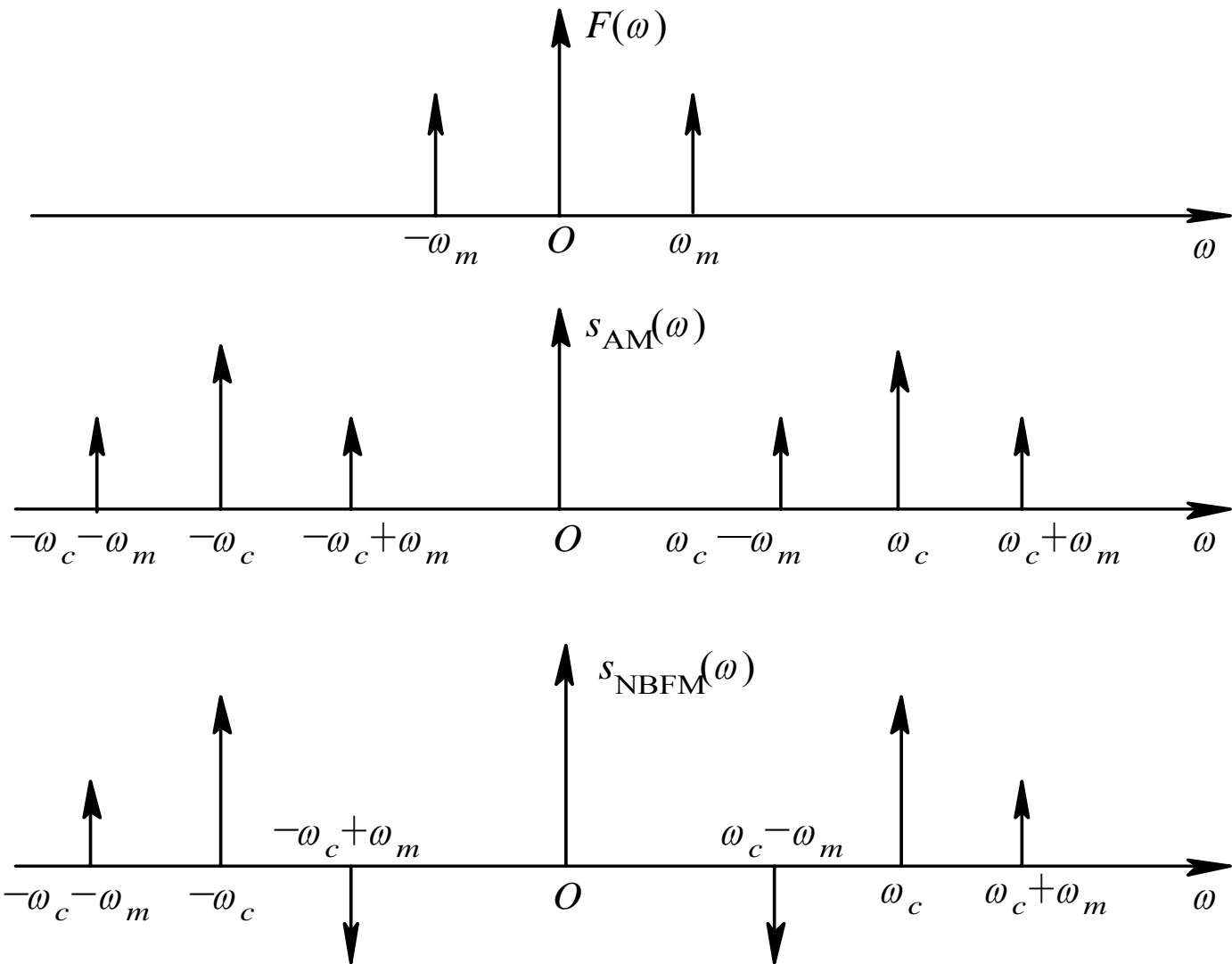
以单音调制为例：

设调制信号 $m(t)=A_m \cos \omega_m t$ ，则NBFM信号为。

$$S_{NBFM}(t) = A_0 \cos \omega_c t - \frac{A_0 m_f}{2} \cos(\omega_c - \omega_m)t + \frac{A_0 m_f}{2} \cos(\omega_c + \omega_m)t$$

AM信号为

$$\begin{aligned} S_{AM} &= (A_0 + A_m \cos \omega_m t) \cos \omega_c t \\ &= A_0 \cos \omega_c t + A_m \cos \omega_m t \cos \omega_c t \\ &= A_0 \cos \omega_c t \\ &\quad + A_m [\cos(\omega_c + \omega_m)t + \cos(\omega_c - \omega_m)t]/2 \end{aligned}$$



单音调制的**AM**与**NBFM**频谱

(2) 窄带调相 (NBPM)

Narrowband Phase Modulation

$$|\varphi(t)|_{\max} = |k_p m(t)|_{\max} \leq \frac{\pi}{6}$$

$$s_{NBPM}(t) \approx A_0 \cos \omega_c t - A_0 k_p m(t) \sin \omega_c t$$

频谱

$$S_{NBPM}(\omega) = \pi A_0 [\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)] + \frac{jA_0 k_p}{2} [M(\omega - \omega_c) - M(\omega + \omega_c)]$$

带宽

$$B_{NBPM} = 2f_m$$

3、宽带调频 (WBFM)

为使问题简化，我们先研究单音调制的情况，然后把分析的结果推广到一般情况。

(1) 单音宽带调频的时域表达式

设单频调制信号为 $m(t) = \cos \omega_m t$

则单音调频信号的时域表达式为：

$$\begin{aligned} s_{FM}(t) &= A_0 \cos[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau] \\ &= A_0 \cos[\omega_c t + m_f \sin \omega_m t] \\ &= A_0 [\cos \omega_c t \cos(m_f \sin \omega_m t) - \sin \omega_c t \sin(m_f \sin \omega_m t)] \end{aligned}$$

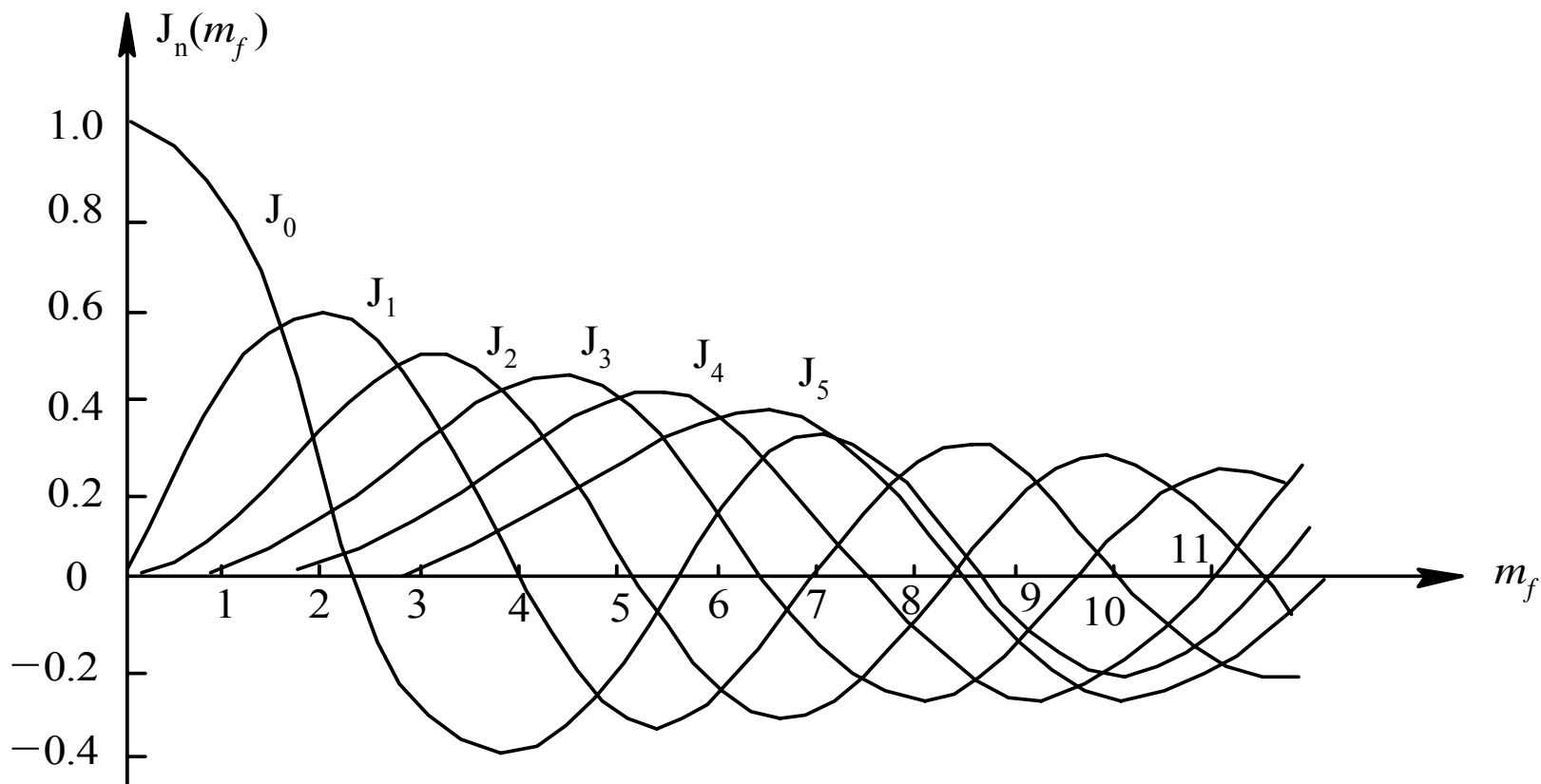
调频指数为： $m_f = \frac{k_f}{\omega_m}$

进一步化简须利用傅里叶级数的形式:

$$\begin{aligned}\cos(m_f \sin \omega_m t) &= J_0(m_f) + \sum_{n=1}^{\infty} 2J_{2n}(m_f) \cos 2n\omega_m t \\ &= J_0(m_f) + 2J_2(m_f) \cos 2\omega_m t + 2J_4(m_f) \cos 4\omega_m t + \cdots \\ \sin(m_f \sin \omega_m t) &= \sum_{n=1}^{\infty} 2J_{2n-1}(m_f) \sin(2n-1)\omega_m t \\ &= 2J_1(m_f) \sin \omega_m t + 2J_3(m_f) \sin 3\omega_m t + \cdots\end{aligned}$$

式中, $J_n(m_f)$ 为第一类 n 阶贝塞尔 (Bessel) 函数, 它是调频指数 m_f 的函数。下页图给出了 $J_n(m_f)$ 随 m_f 变化的关系曲线, 详细数据可参看 Bessel 函数表。

$$J_n(m_f) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j (m_f / 2)^{2j+n}}{j!(n+j)!}$$



$J_n(m_f)$ — m_f 关系曲线

$$\begin{aligned}
 S_{FM}(t) &= A_0 [J_0(m_f) \cos \omega_C t - 2J_1(m_f) \sin \omega_m t \sin \omega_C t \\
 &\quad + 2J_2(m_f) \cos 2\omega_m t \cos \omega_C t \\
 &\quad - 2J_3(m_f) \sin 3\omega_m t \sin \omega_C t + \cdots] \\
 &= A_0 \left\{ J_0(m_f) \cos \omega_C t \right. \\
 &\quad + J_1(m_f) [\cos(\omega_C + \omega_m)t - \cos(\omega_C - \omega_m)t] \\
 &\quad + J_2(m_f) [\cos(\omega_C + 2\omega_m)t + \cos(\omega_C - 2\omega_m)t] \\
 &\quad \left. + J_3(m_f) [\cos(\omega_C + 3\omega_m)t - \cos(\omega_C - 3\omega_m)t] + \cdots \right\} \\
 &= A_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_f) \cos(\omega_C + n\omega_m)t
 \end{aligned}$$

其中 $J_{-n}(m_f) = (-1)^n J_n(m_f)$

结论：

$$S_{FM}(t) = A_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_f) \cos(\omega_C + n\omega_m)t$$

(2) 频谱和带宽

$$S_{FM}(\omega) = \pi A_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_f) [\delta(\omega + \omega_c + n\omega_m) + \delta(\omega - \omega_c - n\omega_m)]$$

可见，在单音调制时，调频波包含有载频（ $n=0$ ）和无穷多个边频分量。严格讲， $B_{FM} = \infty$ 。但 $|J_n(m_f)|$ 随阶数 n 的增大而减小，当 n 较大时，边频分量可以忽略不计。一般保留到边频幅度大于未调载波幅度 A_0 的10%以上即可。

发现当： $n > m_f + 1$ 时， $J_n(m_f) < 0.1$ ，因此只须保留 $|n| \leq m_f + 1$ 的 $2n+1$ 条谱线即可。

FM信号有效带宽-----卡森公式:

$$B_{FM} = 2(m_f + 1)f_m = 2(\Delta f + f_m)$$

推广到一般的非单音信号 $m_f(t)$ 调制时，分立的谱线将变成连续的谱带，只要定义

最大频率偏移: $\Delta f = k_f |m(t)|_{\max}$

最大相对频偏: $D = \Delta f / f_m$

便有: $B_{FM} = 2(D + 1)f_m$

【例3】 有一个**2MHz**的载波受一个单频正弦信号($f_m=10\text{kHz}$)调频, 峰值频偏为**10kHz**, 求:

- (a) 调频信号的频带带宽;
- (b) 调制信号幅度加倍后调频信号的带宽;
- (c) 调制信号频率加倍后调频信号的带宽。

解: 根据题意有: $f_m=10\text{kHz}$, $\Delta f_{\max}=10\text{kHz}$

$$(a) \quad B_{FM} = 2(m_f + 1)f_m = 2(\Delta f + f_m)$$

$$\text{调频信号的带宽: } m_f = \frac{\Delta f}{f_m} = 1$$

$$B_{FM}=2(\Delta f_{\max}+f_m)=2(10+10)=40\text{kHz}$$

(b) 因为 $m_f = K_f A_m / \omega_m$, 所以, 调制信号幅度加倍意味着 m_f 加倍, 即 $m_f = 2$, 则:

$$B_{\text{FM}} = 2(m_f + 1)f_m = 2(2 + 1) \times 10 = 60 \text{ kHz}$$

(c) 调制信号频率加倍, 即 $f_m = 20 \text{ kHz}$, 所以

$$B_{\text{FM}} = 2(\Delta f_{\text{max}} + f_m) = 2(10 + 20) = 60 \text{ kHz}$$

但因频偏不变, $m_f = \Delta f_{\text{max}} / f_m = 0.5$

(3) 调频信号的平均功率：
因为调频波是等幅波，所以总有：

$$P_{FM} = \overline{S_{FM}^2(t)} = \frac{A_0^2}{2}$$

其中载频功率：

$$P_c = \frac{A_0^2}{2} \cdot J_0^2(m_f)$$

谐波功率：

$$P_m = \frac{A_0^2}{2} \sum_{n \neq 0} J_n^2(m_f)$$

调制效率：

$$\eta = \frac{P_m}{P_{FM}} = 1 - J_0^2(m_f)$$

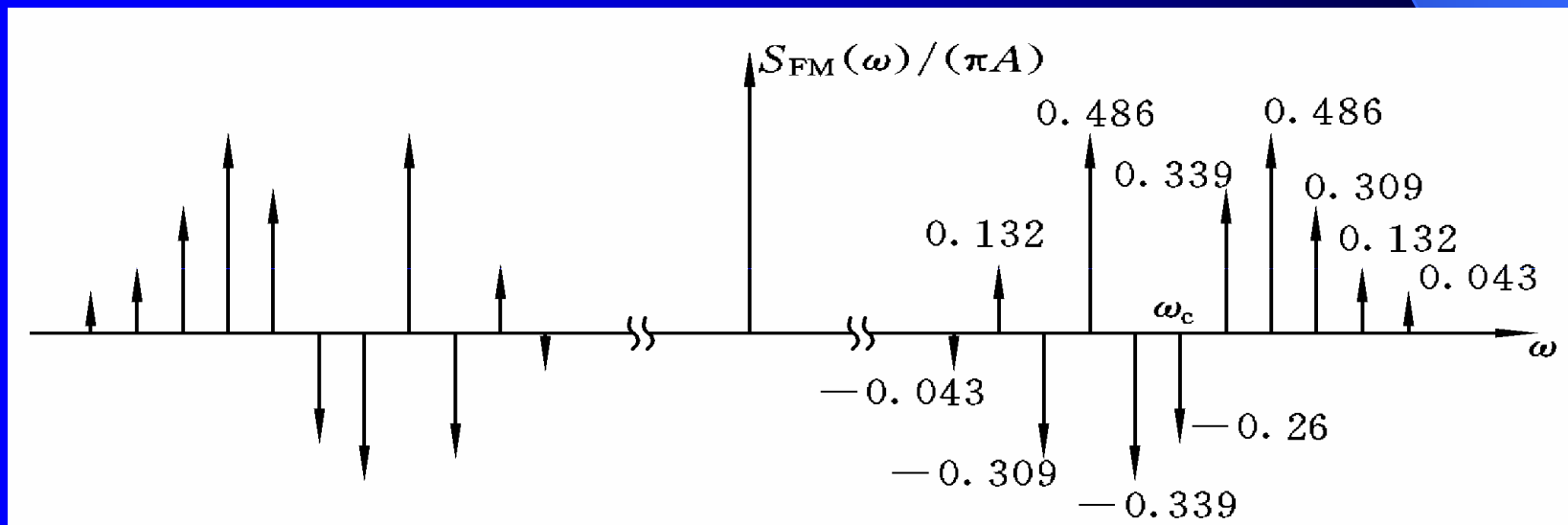
【例 4】比较 $m_f=3$ 和 $m_f=0.5$ 时，各谐波能量分布情况。

解：① $m_f=3$ 时，有效带宽应取到 $n=4$ ；

$$J_0(3) = -0.26, \quad J_1(3) = 0.339,$$

$$J_2(3) = 0.486, \quad J_3(3) = 0.309,$$

$$J_4(3) = 0.132, \quad J_5(3) = 0.043 \text{ 可忽略}$$



载波分量功率:

$$P_c = \frac{A_0^2}{2} \cdot J_0^2(3) = 0.068 \frac{A_0^2}{2}$$

有效带内谐波功率和:
(取到 $n=m_f+1=4$)

$$P_{1\sim 4} = \frac{A_0^2}{2} \sum_{\substack{n=-4 \\ n \neq 0}}^{n=4} J_n^2(3) = 0.928 \frac{A_0^2}{2}$$

被忽略的边频分量功率和:

$$P_{5\sim\infty} = 1 - P_c - P_{1\sim 4} = 0.004 \frac{A_0^2}{2}$$

调制效率:

$$\eta = 1 - J_0^2(3) = 93.2\%$$

解：② $m_f=0.5$ 时， $J_0(0.5)=0.939$ ，
 $J_1(0.5)=0.242$ ， $J_2(0.5)<0.1$ 可忽略。

载波分量功率：
$$P_c = \frac{A_0^2}{2} \cdot J_0^2(0.5) = 0.882 \frac{A_0^2}{2}$$

带内边频分量功率：
$$P_1 = \frac{A_0^2}{2} \sum_{\substack{n=-1 \\ n \neq 0}}^{n=1} J_n^2(0.5) = 0.117 \frac{A_0^2}{2}$$

忽略的边频分量功率：
$$1 - P_c - P_1 = 0.001 \frac{A_0^2}{2}$$

调制效率：
$$\eta = 1 - J_0^2(0.5) = 11.8\%$$

结论：

- 1、被忽略的边频成份功率 $<1\%$ 。
- 2、调频指数 m_f 大，调制效率高；
调频指数 m_f 小，调制效率低。
表明宽带调频效率高。

三、调频信号的产生

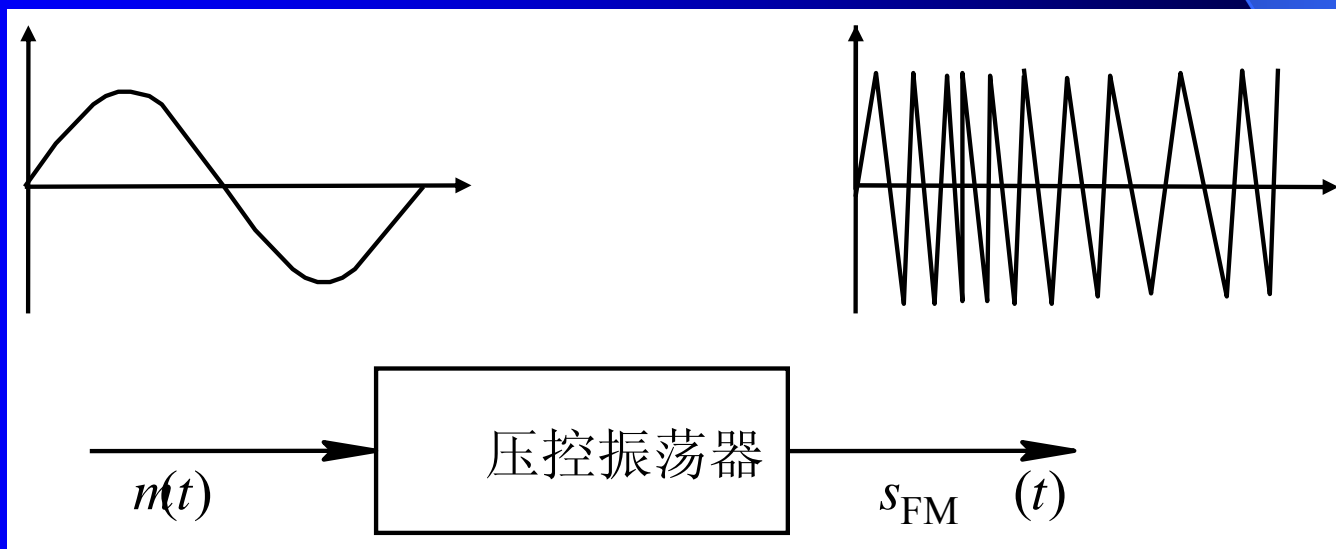
鉴于以下原因，我们主要关注宽带调频信号的产生。

- 实际应用，调频比调相广泛得多。
- 调频的效率，宽带比窄带优越得多。

宽带调频信号有两种产生方法：

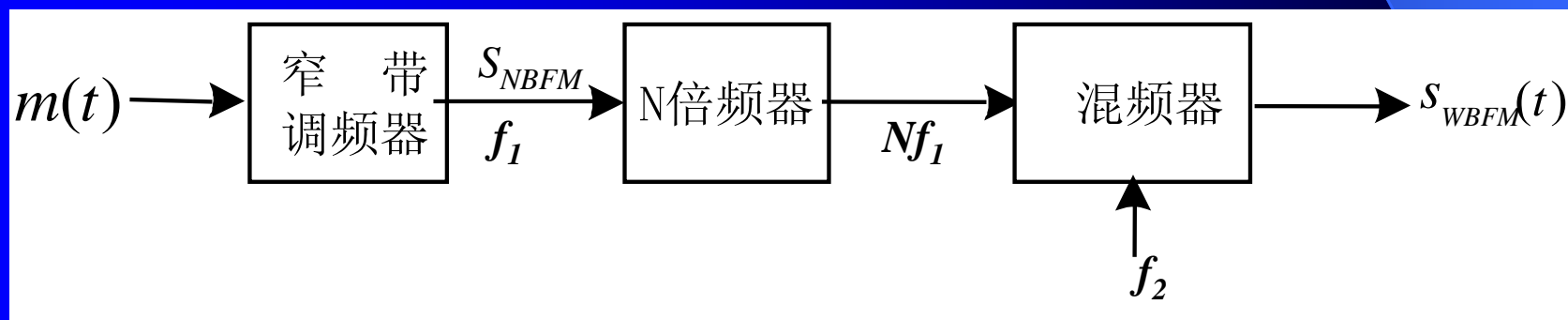
1、直接法:

直接调频法是用压控振荡器（**VCO, Voltage Controlled Oscillator**）产生等幅振荡的调频信号。调制信号直接作用于压控振荡器，其输出频率随调制信号电压的变化而变化。



2、间接法:

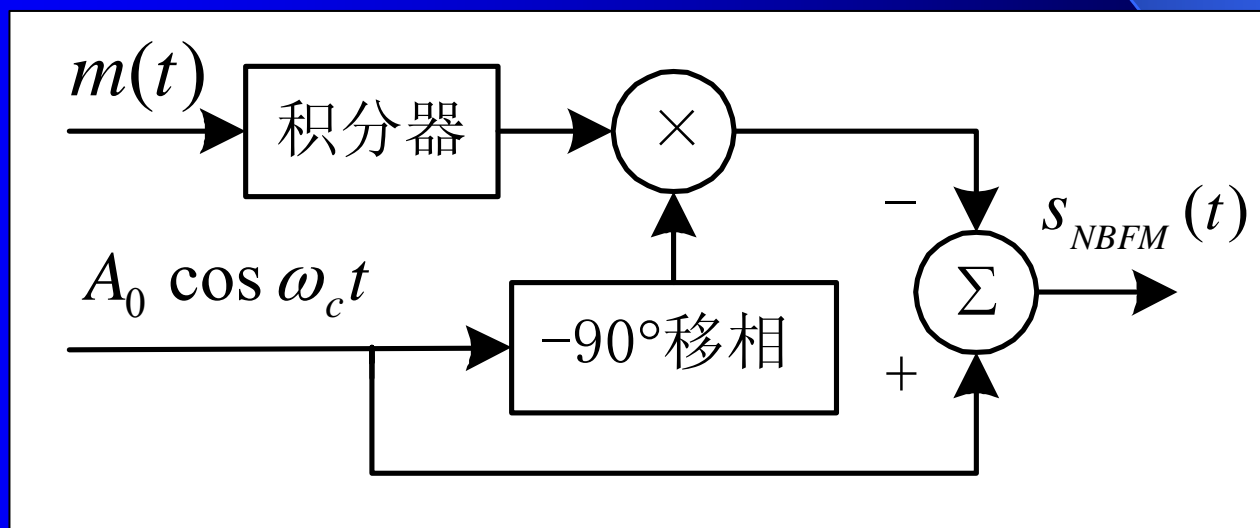
直接法虽然方便，但频率稳定性较差。间接法则先产生窄带调频（**NBFM**）信号，再用倍频器和混频器得到宽带调频信号（**WBFM**）。



(1) NBFM的产生:

$$s_{NBFM}(t) \approx A_0 \cos \omega_c t - A_0 [k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau] \sin \omega_c t$$

根据时域表达, 不难构造产生NBFM的电路:



(2) 倍频处理:

经过N次倍频, 可以使调频信号的载频频率和频偏(即调制指数)均增为N倍。适当选择N值, 就能使频偏达到宽带调频信号所要求的宽度。

设窄带调频信号载波频率为 f_1 , 频偏为 Δf_1 , 所设计的宽带调频信号载波频率为 f_c , 频偏为 Δf ; 只要选择N使 $\Delta f = N \Delta f_1$ 即可满足频偏的要求。

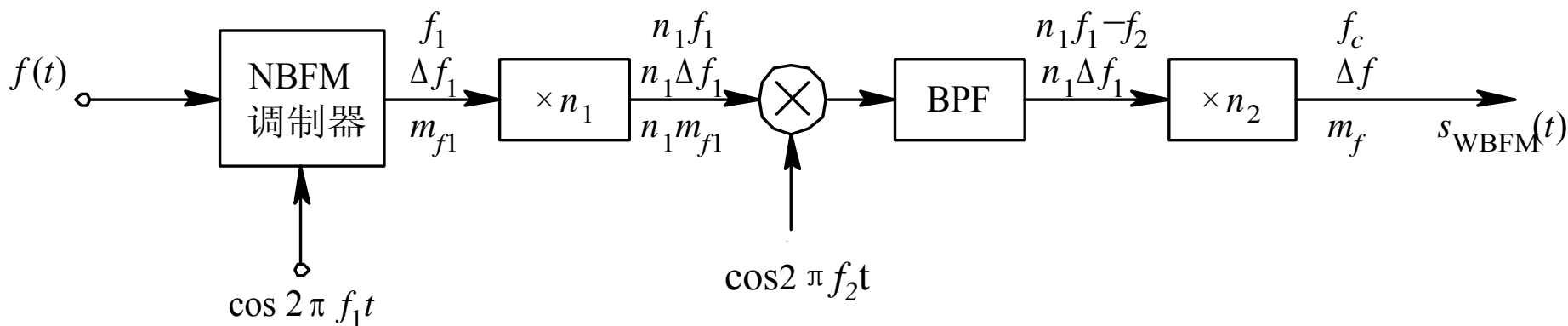
然而倍频后的载波频率 $f_2 = N f_1$ 却未必等于 f_c

(3) 变频处理:

倍频后的载波频率，往往不符合所设计的载波频率要求，因此还需要做变频处理。

混频器将输入信号与本地震荡信号混合，取它们的差频作为输出信号的频率。由于混频器只改变载频而不影响频偏，所以只要适当选择本振频率，就可以得到载频与频偏都符合要求的宽带调频信号。

以典型的调频广播的调频发射机为例。在这种发射机中首先以 $f_1=200\text{kHz}$ 为载频，用最高频率 $f_m=15\text{ kHz}$ 的调制信号产生频偏 $\Delta f_1=25\text{ Hz}$ 的窄带调频信号。而调频广播要求的频偏 $\Delta f=75\text{ kHz}$ ，需要经过的 $n=\Delta f/\Delta f_1=75\times 10^3/25=3000$ 的倍频处理。但因倍频后的载波频率同样增大3000倍， (nf_1) 高达600MHz，不符合载频 f_c 在88~108 MHz频段内的设计要求。因此需要混频器进行变频来解决这个问题。



Armstrong间接法

上图所示的宽带调频信号产生方案是由阿姆斯特朗 (Armstrong) 于1930年提出的，乘法器与带通滤波构成了混频器；同时倍频处理分为两次进行，混频前后分别倍频 n_1 与 n_2 倍。

间接法的优点是频率稳定度好。缺点是需要倍频和混频，电路较复杂。

Armstrong方案中选择倍频次数 $n_1=64$, $n_2=48$,
混频器本振频率 $f_2=10.9\text{MHz}$, 则调频发射信号的载
频 $f_c = n_2(n_1f_1 - f_2)$

$$=48 \times (64 \times 200 \times 10^3 - 10.9 \times 10^6) = 91.2 \text{ MHz}$$

调频信号的最大频偏

$$\Delta f = n_1 n_2 \Delta f_1 = 64 \times 48 \times 25 = 76.8 \text{ kHz}$$

调频指数 $m_f = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{76.8 \times 10^3}{15 \times 10^3} = 5.12$

§ 4.5 角度调制的解调和抗噪声性能

一、调角波的解调

调角信号
的解调

相干解调

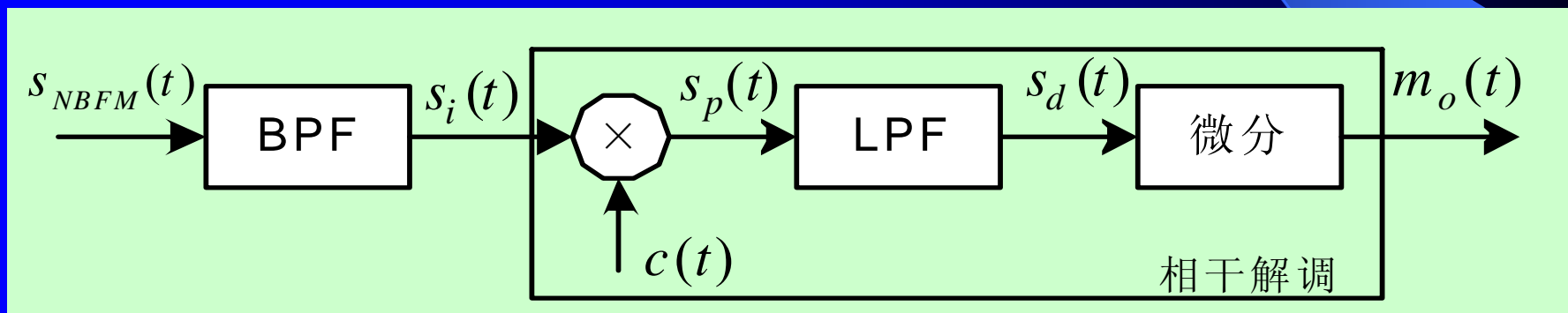
（需要同步信号，且只能用于窄带调频和调相）

非相干解调

（不需要同步信号，不论窄带调角信号，还是宽带调角信号，都采用，因此得到广泛应用）

1、相干解调

由于窄带调频信号可分解成同相分量与正交分量之和，因而可以采用线性调制中的相干解调法来进行解调，如图所示。



窄带调频信号的相干解调

设窄带调频信号为：

$$S_{NBFM}(t) = A_0 \cos \omega_c t - A_0 [k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau] \sin \omega_c t$$

相干载波： $c(t) = -\sin \omega_c t$

则相乘器的输出为：

$$S_p(t) = -\frac{A_0}{2} \sin 2\omega_c t + [\frac{A_0}{2} k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau] (1 - \cos 2\omega_c t)$$

经LPF取出其低频分量： $S_d(t) = \frac{A_0}{2} k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau$

再经微分器，得输出信号： $m_0(t) = \frac{A_0 k_f}{2} m(t)$

2、非相干解调（鉴频法）

从调频信号中解出 $m(t)$ 的电路叫做鉴频器。

$$S_{FM}(t) = A_0 \cos[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau]$$

为了从余弦的自变量中拿出 $m(t)$ ，不妨进行微

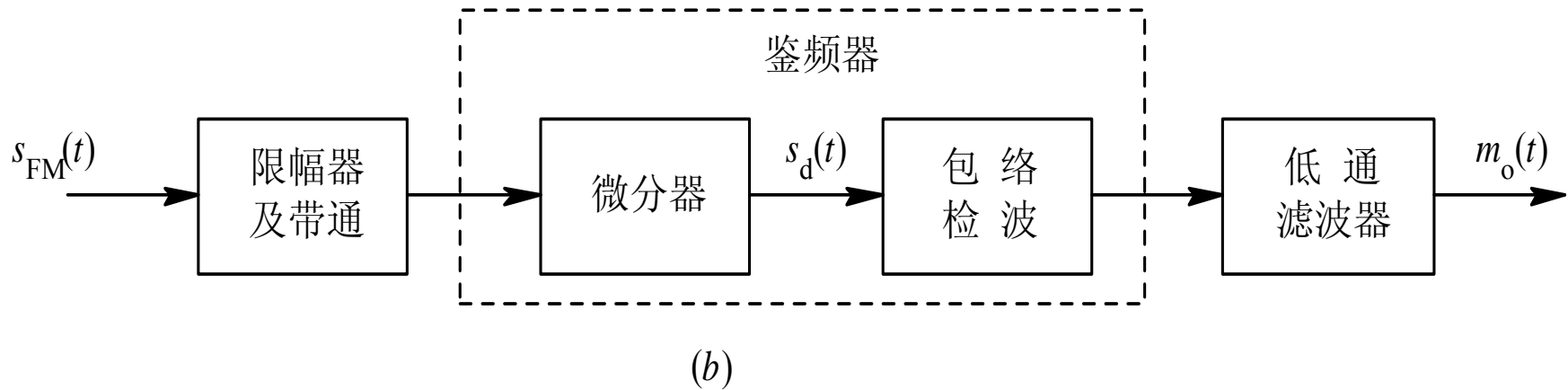
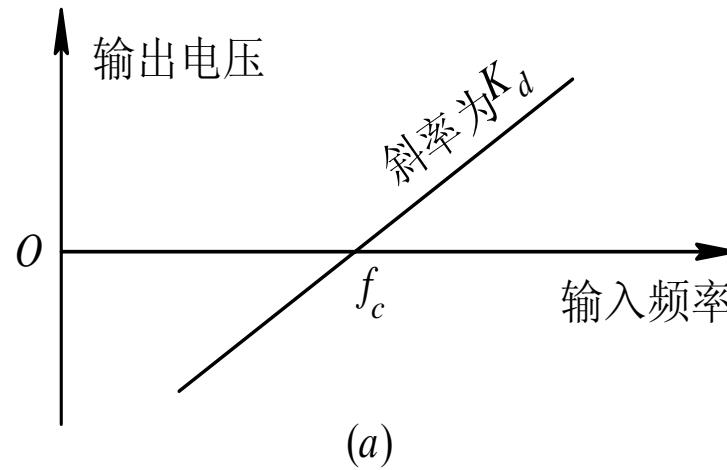
$$S_d(t) = -A_0[\omega_c + k_f m(t)] \sin[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau]$$

这是一个既调频又调幅的信号，可以用包络检波器将其幅度变化取出，并滤去直流后得到：

$$S_o(t) = A_0 k_f m(t)$$

鉴频器由微分器和包络检波器构成。

鉴频器特性与组成



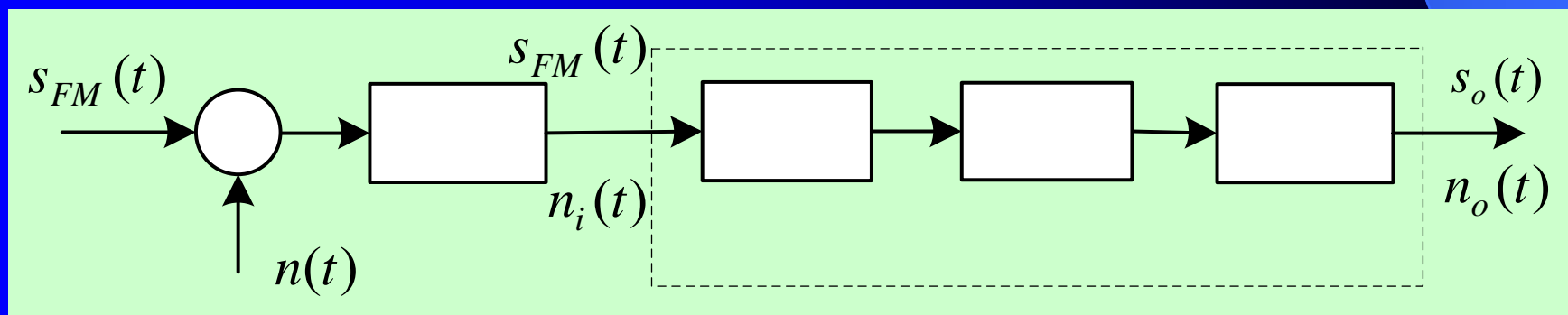
简单的解调器是具有频率-电压转换特性的鉴频器。上图给出了理想鉴频特性和鉴频器的方框图。

二、调频系统的抗噪声性能分析

1、分析模型

调频系统抗噪性能分析与解调方法有关，这里只讨论**非相干解调**系统的抗噪性能。

图中限幅器是为了消除接收信号在幅度上可能出现的畸变。带通滤波器可以抑制信号带宽以外的噪声。 $n(t)$ 是均值为零，单边功率谱密度为 n_0 的加性高斯白噪声，经过带通滤波器变为窄带高斯噪声。



2、输入信噪比

输入信号:

$$S_{FM}(t) = A_0 \cos[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau]$$

输入信号功率:

$$S_i = \frac{A_0^2}{2}$$

输入噪声功率:

$$N_i = n_0 B_{FM} = 2n_0 (m_f + 1) f_m$$

输入信噪比:

$$\left(\frac{S_i}{N_i} \right)_{FM} = \frac{A_0^2}{4n_0 (m_f + 1) f_m}$$

3、输出信噪比

输出信号功率:

$$S_o = \overline{s_o^2(t)} = (A_0 k_f)^2 \overline{m^2(t)}$$

为了计算输出噪声功率，可采用空载波模型，即 $m(t)=0$ 时的接收信号。这时加到解调输入端的是正弦波加高斯噪声：

$$\begin{aligned} A_0 \cos \omega_c t + n_i(t) &= [A_0 + n_c(t)] \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t \\ &= A(t) \cos[\omega_c t + \varphi(t)] \end{aligned}$$

大信噪比时， $A_0 \gg n_c(t)$ ， $A_0 \gg n_s(t)$ ；有：

$$A(t) = \sqrt{[A_0 + n_c(t)]^2 + n_s^2(t)} \approx A_0$$

$$\varphi(t) = \arctan \frac{n_s(t)}{A_0 + n_c(t)} \approx \arctan \frac{n_s(t)}{A_0} \approx \frac{n_s(t)}{A_0}$$

因此有

$$A_0 \cos \omega_c t + n_i(t) \approx A_0 \cos \left(\omega_c t - \frac{n_s(t)}{A_0} \right)$$

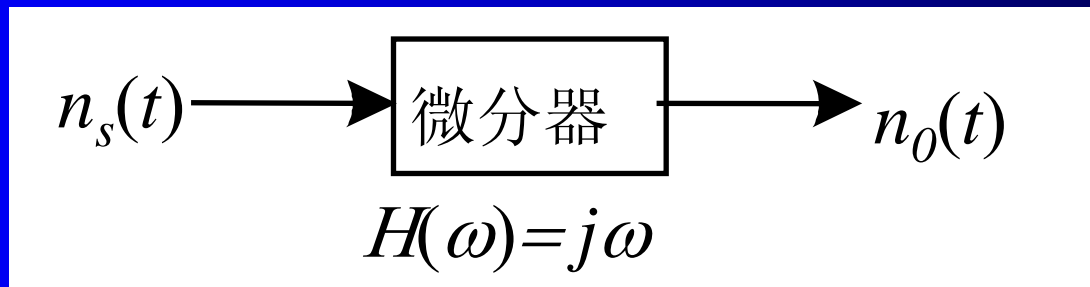
经过微商得到:

$$S_d(t) = -[A_0\omega_c + \frac{d}{dt}n_s(t)]\sin\left(\omega_c t - \frac{n_s(t)}{A_0}\right)$$

再经过包络检波及隔断直流, 输出的噪声为:

$$n_0(t) = \frac{d}{dt}n_s(t)$$

将微分网络看作线性时不变系统:



$n_0(t)$ 的功率谱密度为 $P_0(\omega) = |H(\omega)|^2 P_i(\omega) = (\omega)^2 n_0$

解调器输出的噪声功率为：

$$N_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P_0(\omega) d\omega = \frac{n_0}{2\pi} \int_{-\omega_m}^{\omega_m} \omega^2 d\omega = \frac{n_0 \omega_m^3}{3\pi} = \frac{8\pi^2 n_0 f_m^3}{3}$$

则解调器输出信噪比
为：

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{3A_0^2 k_f^2 \overline{m^2(t)}}{8\pi^2 n_0 f_m^3}$$

再利用：

$$m_f = \frac{\Delta\omega_{\max}}{\omega_m} = \frac{k_f \cdot |m(t)|_{\max}}{2\pi f_m}$$

得到：

$$\frac{S_0}{N_0} = \frac{3A_0^2 m_f^2}{2n_0 f_m} \cdot \frac{\overline{m^2(t)}}{|m(t)|_{\max}^2}$$

4、调制制度增益（信噪比得益率）：

$$\left(\frac{S_i}{N_i} \right)_{FM} = \frac{A_0^2}{4n_0(m_f + 1)f_m}$$

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{3A_0^2 m_f^2}{2n_0 f_m} \cdot \frac{\overline{m^2(t)}}{|m(t)|_{\max}^2}$$

$$G_{FM} = \frac{S_o / N_o}{S_i / N_i} = 6m_f^2(m_f + 1) \frac{\overline{m^2(t)}}{|m(t)|_{\max}^2}$$

单频调制时：

$$\overline{m^2(t)} = \frac{1}{2} A_m^2; \quad |m(t)|_{\max}^2 = A_m^2$$

解调器制度增益：

$$G_{FM} = 3m_f^2(m_f + 1)$$

例如：调频广播电台 调频指数 $m_f=5$ ，
单音频调制信号 $f_m=15kHz$ ，

则 $G_{FM} = 3m_f^2(m_f + 1) = 450$

$$B_{FM} = 2(m_f + 1)f_m = 180kHz$$

可见，宽带调频具有很高的信噪比得益率： $G_{FM} = 3m_f^2(m_f + 1)$ ，大大提高了传输质量。其代价是占用了较大的带宽：

$$B_{FM} = 2(m_f + 1)f_m$$

❖ 请注意以下几点：

① 调频信号的功率等于未调时载波功率。

② FM解调为一非线性过程。

③ FM解调器输出端噪声功率 $N_o \propto f_m^3$,

FM解调器输出端噪声功率谱 $P_{no}(f) \propto f^2$,

即系统通频带内，频率越高，噪声功率越大。

可采用加重技术来提高FM解调器抗噪性能。

④ 单音调制时 $G_{FM} = 3m_f^2(m_f + 1)$

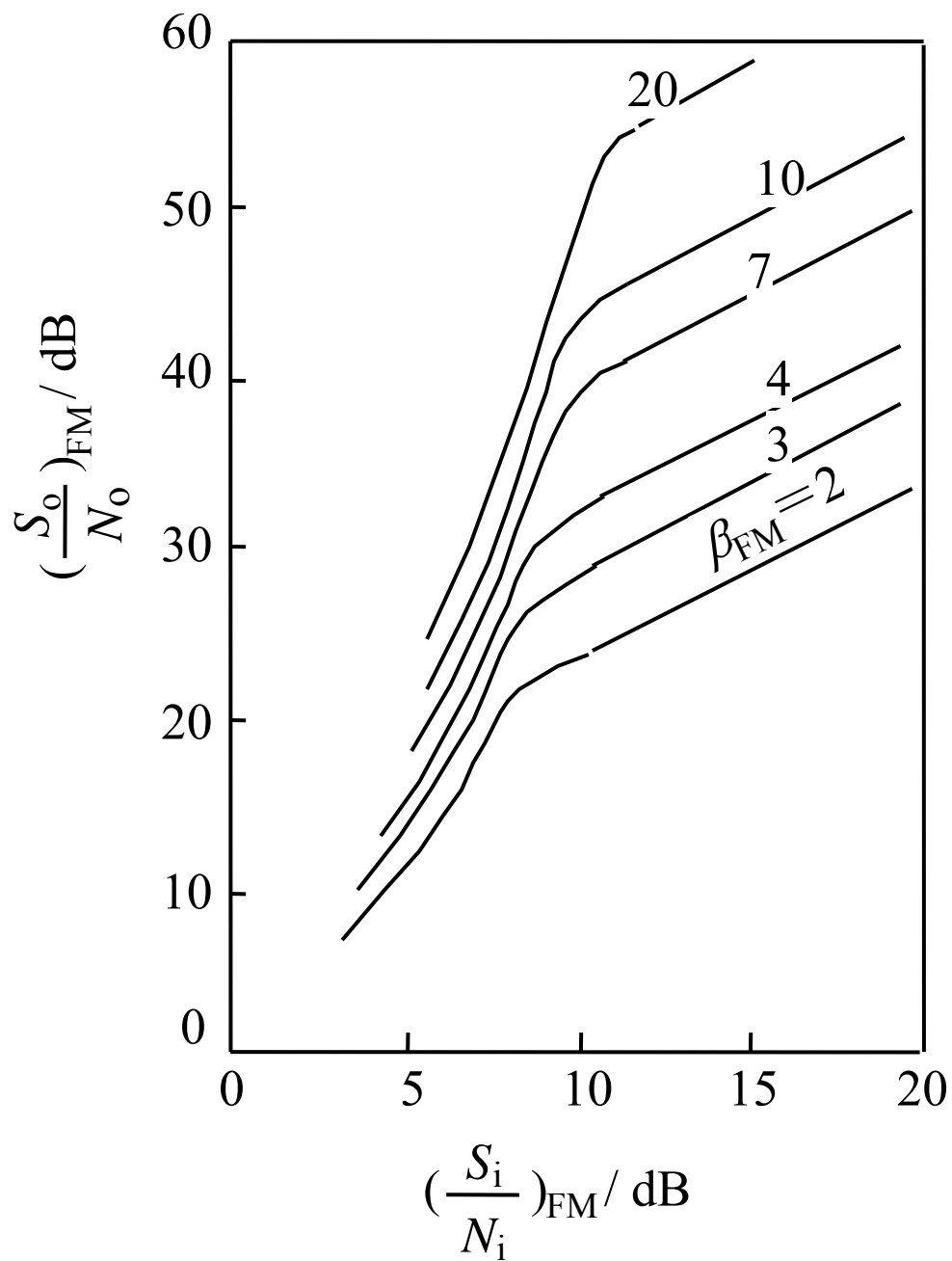
⑤ FM解调存在门限效应。

§ 4.6 调频信号解调的门限效应

调频信号采用非相干解调时，也存在门限效应，其现象是当输入信噪比较小时，解调器输出信噪比较高。随着输入信噪比降低，当下降到一定程度时（**10dB**），输出信噪比严重恶化，输出噪声突然明显增大，且有时会听到“喀喀”声。

因此非相干解调不适于信噪比小于**10dB**场合。如果必须使用非相干解调，则应采用门限电平较低的环路解调器解调。

调频系统输出信噪比与输入信噪比之间的关系曲线



§ 4.7 加重技术（详见 P₁₀₅）

除了用提高输入信噪比和加大调频指数来提高系统的输出信噪比之外，还可以用加重技术来降低输出噪声功率。其原理如下：



由前知，解调后输出的噪声功率正比于频率的三次方，是因为鉴频器的传输特性正比于频率的平方。添上一个随频率增加其传输特性滚降的线性网络 $H_R(f)$ 使解调器的传输特性趋于平坦，就能降低高频段的噪声。为了不至于造成失真，在发送端还应添上一个互补的预加重网络，只要使 $H_T(f) \cdot H_R(f) = 1$ 即可。

§ 4.8 频分复用(FDM) (Frequency Division Multiplexing)

一、复用定义和分类

将若干路独立信号合并在同一信道中传输。

常用信道复用：频分复用 (FDM)

时分复用 (TDM)

码分复用 (CDM)

空分复用 (SDM)

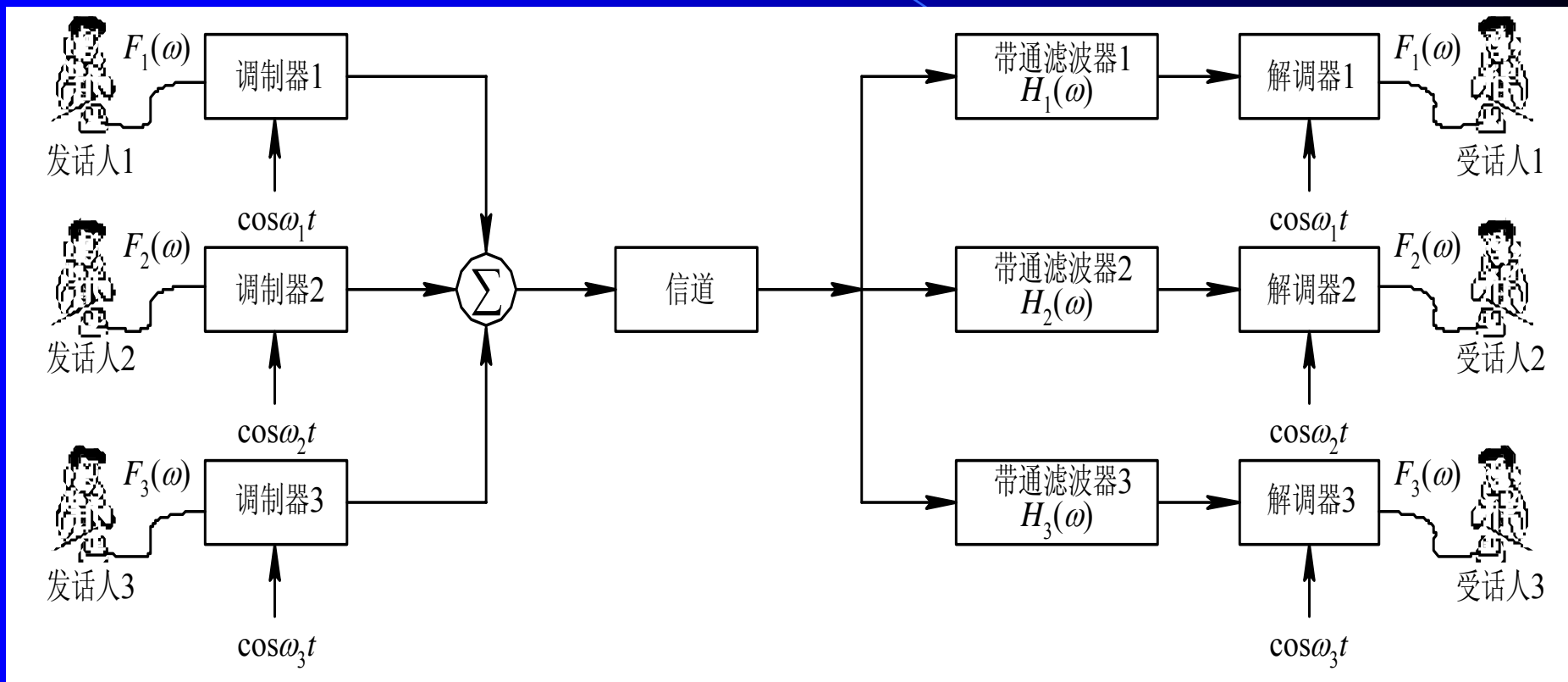
波分复用 (WDM)

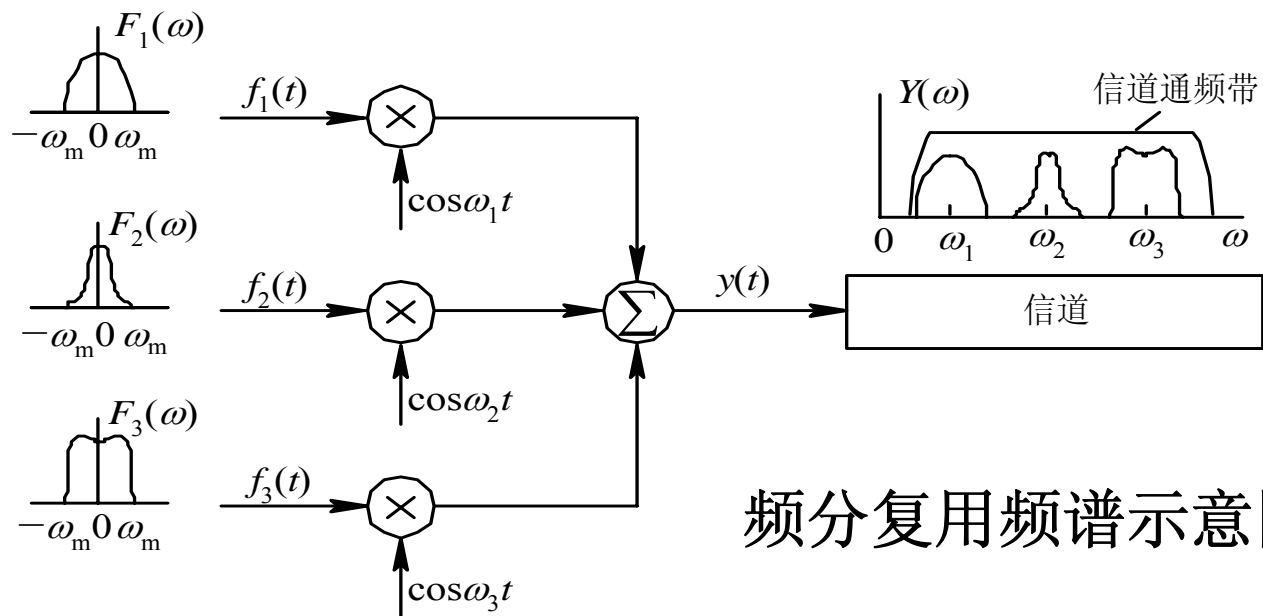
❖ 频分复用原理

频分复用是把信道分成多个不同频率的区段来同时传输多路信号的方法。

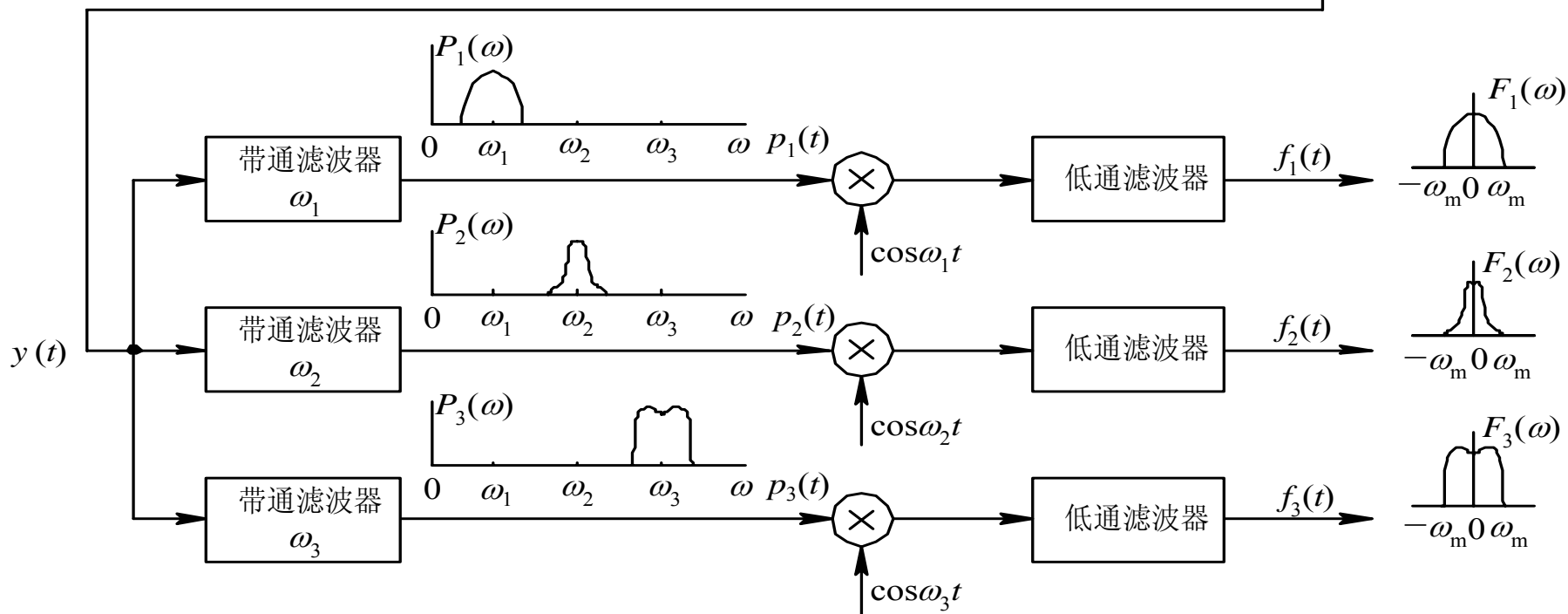
在频分复用系统中，每路信号被调制到信道的相互不重叠的不同频段上，在信道中同时传输。在接收端则采用若干个恰好只让某个频段通过的带通滤波器将多路信号分开，从而恢复出各路信号。

二、频分复用结构图

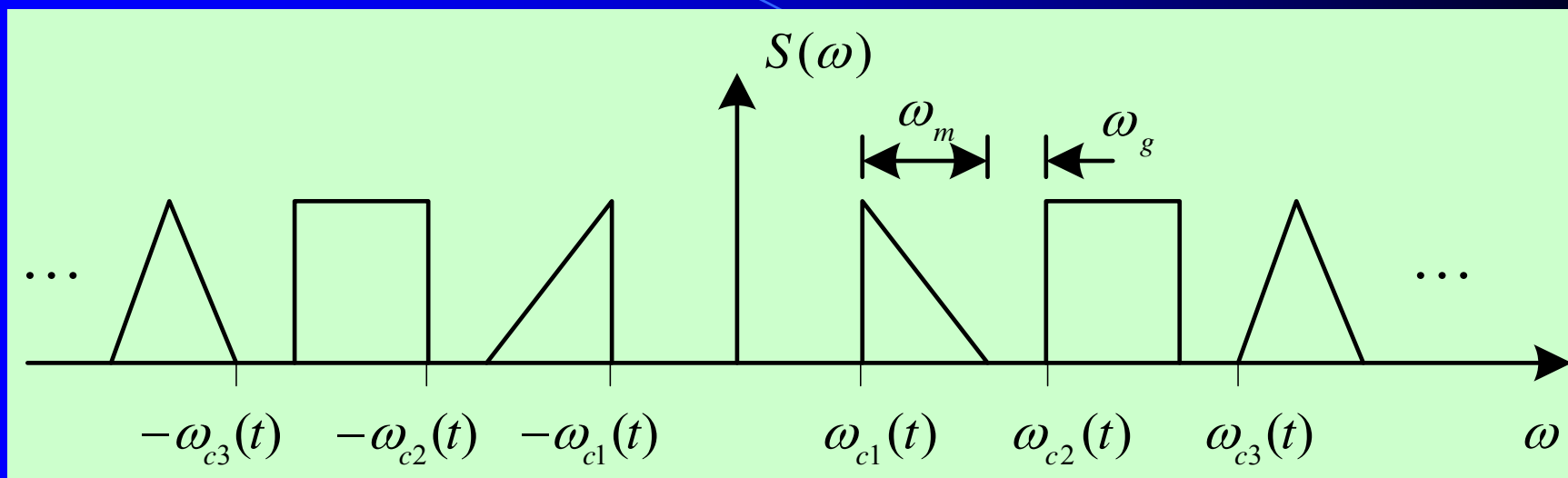




频分复用频谱示意图



三、FDM信号的带宽



设 B_m 为每路信号带宽， f_g 为两路信号的间隙频宽。

两路信号带宽 $B_2=2B_m+f_g$

三路信号带宽 $B_3=3B_m+2f_g$

则 n 路信号总带宽 $B_n=nB_m+(n-1)f_g$

[例1] 话音信号带宽为3.4 kHz，路间隙为0.9 kHz。12路话音信号采用频分复用技术被调制到100kHz以上的高频段上。求带宽和最高频率。

解：第一路从 $f_1=100$ kHz开始；

第二路从 $f_2=(100+3.4+0.9)$ kHz=104.3 kHz开始；

第三路从 $f_3=(104.3+3.4+0.9)$ kHz=108.6 kHz开始.....；

总宽度： $B=(12 \times 3.4 + 11 \times 0.9)$ kHz=50.7 kHz

最高频率： $f_{\max}=(100+50.7)$ kHz=150.7 kHz

四、多级复用

长途电话的通信干线中，复用的路数将会很多。如果把它们都一步调制到位，则会发生很大困难：

一方面是不同的频率的载波太多，相应的振荡器与滤波器的频率都各不相同，造成设备复杂。

另一方面是路数多，频率必然高，在高频段上区分细小的话路必然对精度的要求提高，实现困难。

因此实际系统中都是采用多级复用。

[例2] 北欧多级载波电话。

12路话音信号，每路4kHz，频分复用后成为一个基群(Basic Group)，若采用下边带调制则占60—108kHz，若采用上边带调制则占148—196kHz。

5个基群共60路构成一个基本超群(Basic Super Group)，将其视为5个信号再次做频分复用调制，若采用下边带调制则占60—300kHz，若采用上边带调制则占312—552kHz。

10个基本超群共600路构成一个基本主群(Basic Master Group)，将其视为10个信号再次做频分复用调制，有两种标准，L600的频带占60—2788kHz，U600的频带占564—3084kHz。

单元小结-----各种模拟调制系统的比较

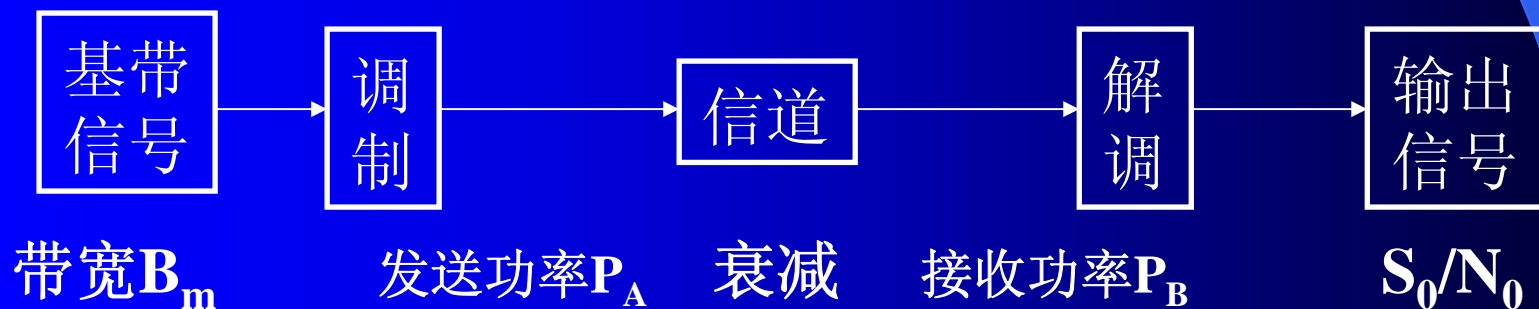
调制方式	传输带宽	解调方式	得益率G
DSB	$2B_m$	相干	2
AM	$2B_m$	非相干	2/3
SSB	B_m	相干	1
VSB	略大于 B_m	相干	1
FM	$2(m_f+1)B_m$	非相干	$3m_f^2(m_f+1)$
PM	$2(m_p+1)B_m$	非相干	$m_p^2(m_p+1)$

注：调制信号为单音信号，AM为满调 $A_0=|m(t)|_{\max}$

[例1] 音频信号最高频率 $f_m=15\text{kHz}$ ，信道中噪声功率谱密度 $n_0=2\times 10^{-12}\text{W/Hz}$ ，信道衰减为 60dB ，要求解调输出信噪比不小于 50dB ，计算以按下列方式调制时，调制波的发送功率：

(1) **DSB**调制；
(2) $m_{AM}=1$ 的**AM**调制；
(3) $m_f=5$ 的**FM**调制。

解：首先明确各个已知条件以及所求量之间的关系，特别是通信过程中相互的联系。



已知:

- P_A 是 P_B 是 10^6 倍 (衰减为 60dB)
- 基带信号的带宽 $B_m = 15 \times 10^3 \text{ Hz}$
- 输出信噪比 $S_0/N_0 \geq 10^5$ (不小于 50dB)
- 噪声功率谱密度 $n_0 = 2 \times 10^{-12} \text{ W/Hz}$,

(1) DSB方式: $G=2$, $B=2B_m$;

$$\frac{S_0}{N_0} = G \frac{S_i}{N_i} = 2 \frac{S_i}{n_0 B} = 2 \frac{S_i}{n_0 2B_m}$$

$$S_i = \left(\frac{S_0}{N_0} \right) n_0 B_m$$

$$P_A = 10^6 P_B = 10^6 S_i = 10^6 \left(\frac{S_0}{N_0} \right) n_0 B_m = 3000 \text{ W}$$

(2) AM方式: $G=2/3$ ($m_{AM}=1$) , $B=2B_m$;

显然, 计算过程完全相同, 数据仅相差3倍,
 P_A 为9000w;

(3) FM方式: $B=2(m_f+1)B_m$; $G=3m_f^2(m_f+1)$

$$\frac{S_0}{N_0} = G \frac{S_i}{N_i} = G \frac{S_i}{n_0 B} = \frac{3m_f^2 S_i}{n_0 2B_m}$$

$$P_A = 10^6 P_B = 10^6 S_i = 10^6 \left(\frac{S_0}{N_0} \right) \frac{2n_0 B_m}{3m_f^2} = 80w$$

讨论: FM比AM带宽大6倍, 节省112倍能量。

[例2] 将 $f_m=15\text{kHz}$ 的单音信号先进行SSB调制，取下边带，载波为 38kHz ；然后再进行调频。生成主频为 300kHz 、幅度为 200V 、带宽为 184kHz 的调频波。若信道衰减为 60dB ，噪声功率谱密度为 $n_0=4\times 10^{-9}\text{W/Hz}$ 。

- (1) 写出调频波表达式；
- (2) 回答调频波有效频带中含有那些频率成分？
- (3) 求鉴频输出信噪比；
- (4) 求最后解调输出的信噪比，并问能否满意收听

$$m(t) = A_m \cos(2\pi \times 15 \times 10^3 t)$$

解： (1) 调制信号为

$$S_{DSB}(t) = A_m \cos(2\pi \times 15 \times 10^3 t) \cos(2\pi \times 38 \times 10^3 t)$$

$$= \frac{A_m}{2} \cos[(38 + 15) \times 2\pi \times 10^3 t] + \frac{A_m}{2} \cos[(38 - 15) \times 2\pi \times 10^3 t]$$

$$S_{SSB}(t) = \frac{A_m}{2} \cos(23 \times 2\pi \times 10^3 t)$$

由 $B = 2(m_f + 1)B_m$ 知: $m_f = \frac{B}{2B_m} - 1 = \frac{184}{2 \times 23} - 1 = 3$

$$S_{FM}(t) = 200 \cos[300 \times 2\pi \times 10^3 t + 3 \sin(23 \times 2\pi \times 10^3 t)]$$

(2) 由 $m_f=3$ 知, 有效频带中含有9根谱线:

$$f_0=300\text{kHz}; f_1=(300+23)\text{kHz}; f_{-1}=(300-23)\text{kHz};$$

$$f_2=(300+46)\text{kHz}; f_{-2}=(300-46)\text{kHz}; f_3=(300+69)\text{kHz};$$

$$f_{-3}=(300-69)\text{kHz}; f_4=(300+92)\text{kHz}; f_{-4}=(300-92)\text{kHz};$$

(3) 发送功率: $P = \frac{1}{2} A_0^2 = \frac{1}{2} \times 200^2 = 2 \times 10^4 \text{ w}$

接收功率: $S_i = 10^{-6} P = 0.02 \text{ w}$

输入信噪比: $\frac{S_i}{N_i} = \frac{S_i}{n_0 B} = \frac{0.02}{4 \times 10^{-9} \times 184 \times 10^3} = 27.2 = 14.3 \text{ dB}$

大于10dB, 可以鉴频。鉴频输出信噪比:

$$\frac{S_0}{N_0} = G \frac{S_i}{N_i} = 3m_f^2(m_f + 1) \frac{S_i}{N_i} = 3 \times 3^2 \times 4 \times 27.2 = 2937.6$$

(4) 鉴频输出的是单边带信号, 还要进行相干解调。

由于单边带相干解调的 $G=1$, 所以最后输出信噪比仍为2937.6; 即34.7dB。大于26dB即可满意收听。



谢 谢 大 家