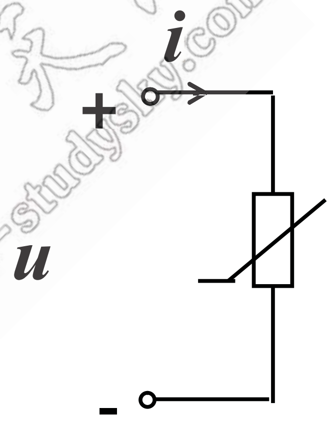
第十五章 非线性电阻电路

§15-1 非线性电阻元件

一、非线性电阻的符号



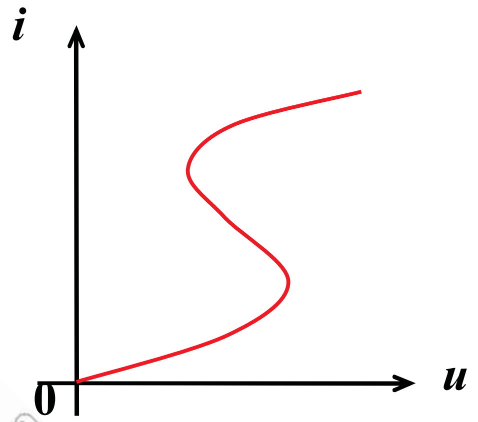
二、非线性电阻的伏安特性

不满足欧姆定律，其伏安特性通过函数 $f(u,i)=0$ 或曲线描述。

若电阻电压是电流的单值函数：

$$u = f(i)$$

流控型，如辉光管

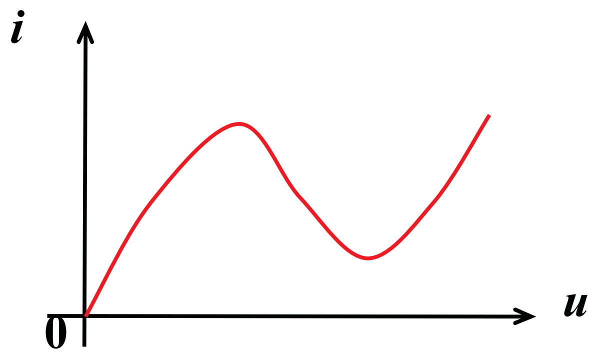


某些充气二级管
（如辉光管）

若电流是电压的单值函数，则

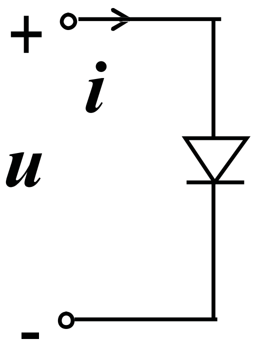
$$i = g(u)$$

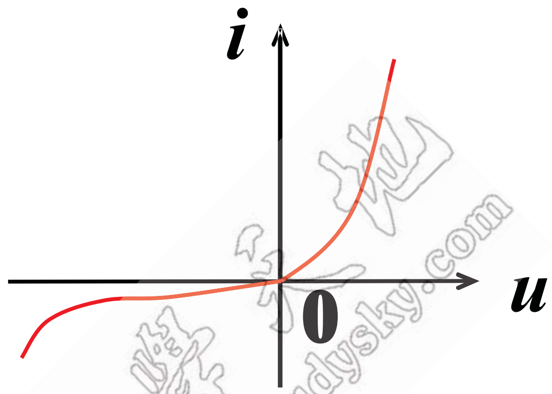
压控型，如隧道二极管



隧道二极管

普通二极管的伏安特性：属“单调型”





静态电阻与动态电阻：

静态电阻

$$R = \frac{u}{i}$$

动态电阻

$$R_d = \frac{du}{di}$$

§15-2 非线性电阻电路的图解法

非线性电路的分析仍遵循KCL、KVL这两个原则。

欧姆定律、叠加定理等不适用于非线性电路。

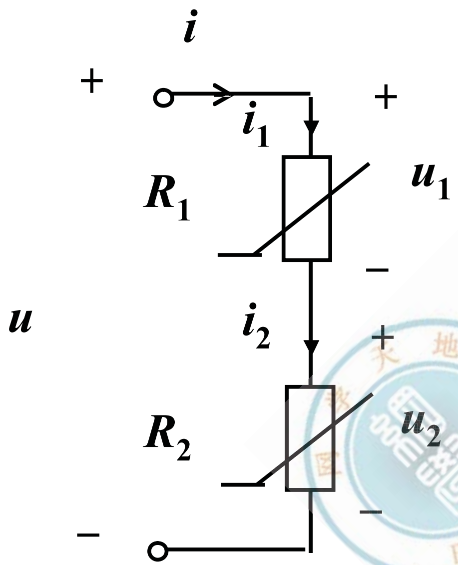
图解法：

① 曲线相加法

② 曲线相交法

一、曲线相加法

1.两电阻R_1、R_2串联：



由电路知：

$$i_1 = i_2 = i$$

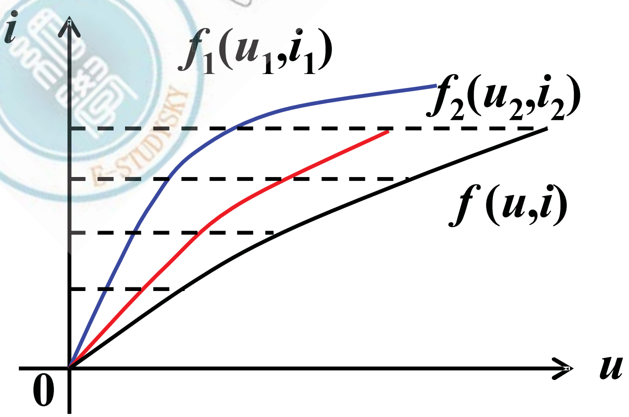
$$u = u_1 + u_2$$

（1）若知解析式 $u_1 = f_1(i_1)$， $u_2 = f_2(i_2)$

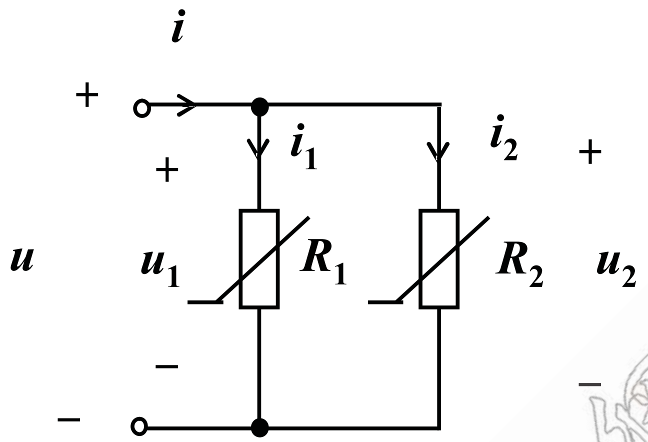
则串联后的伏安特性

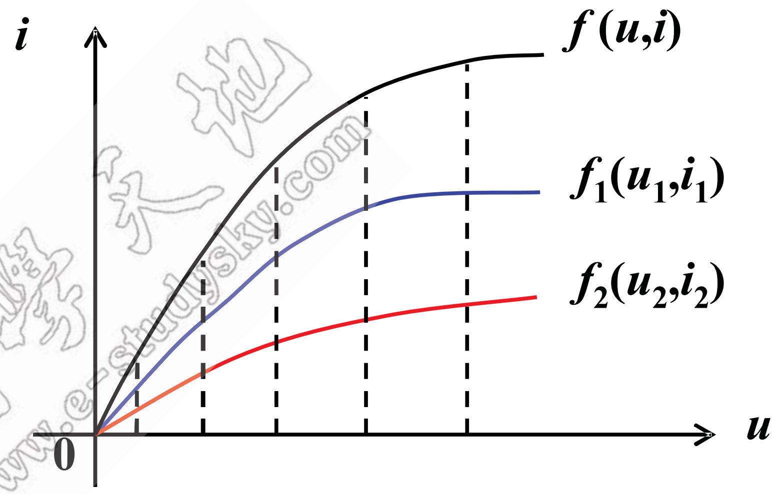
$$u = u_1 + u_2 = f_1(i) + f_2(i)$$

（2）若其中一个为压控型，或只知R_1和R_2的伏安特性曲线 $f_1(u_1, i_1)=0$、$f_2(u_2, i_2)=0$，可用图解法求等效的伏安 特性 $f(u,i)=0$。



2．两电阻R_1、R_2并联：

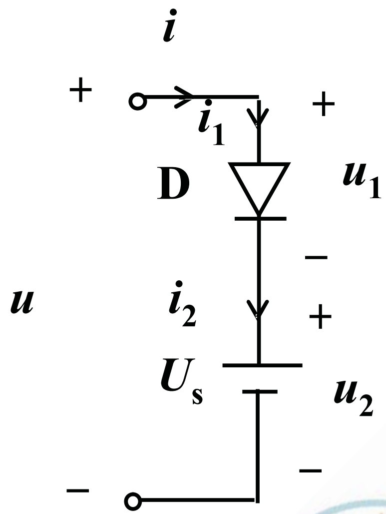


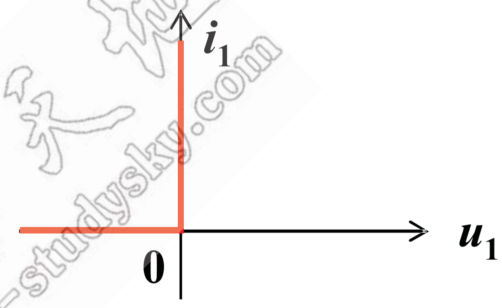


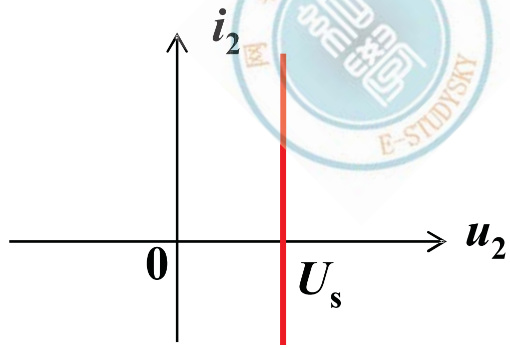
$$u = u_1 = u_2$$

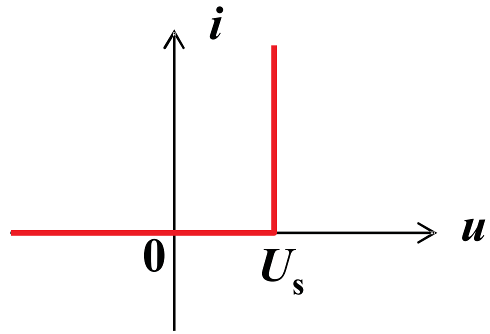
$$i = i_1 + i_2$$

例1：求图示电路端口的伏安特性。其中D为理想二极管，特性如图所示。

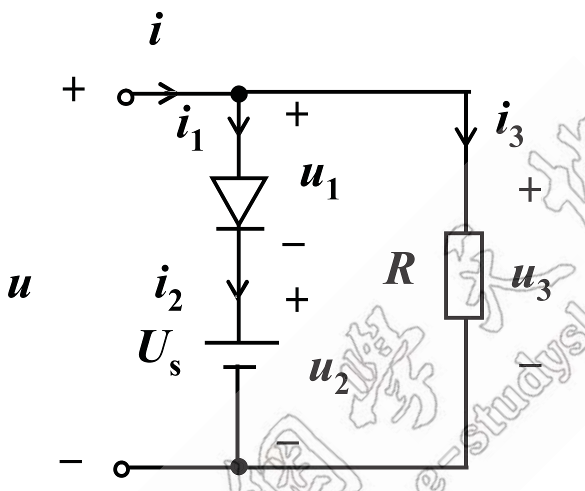




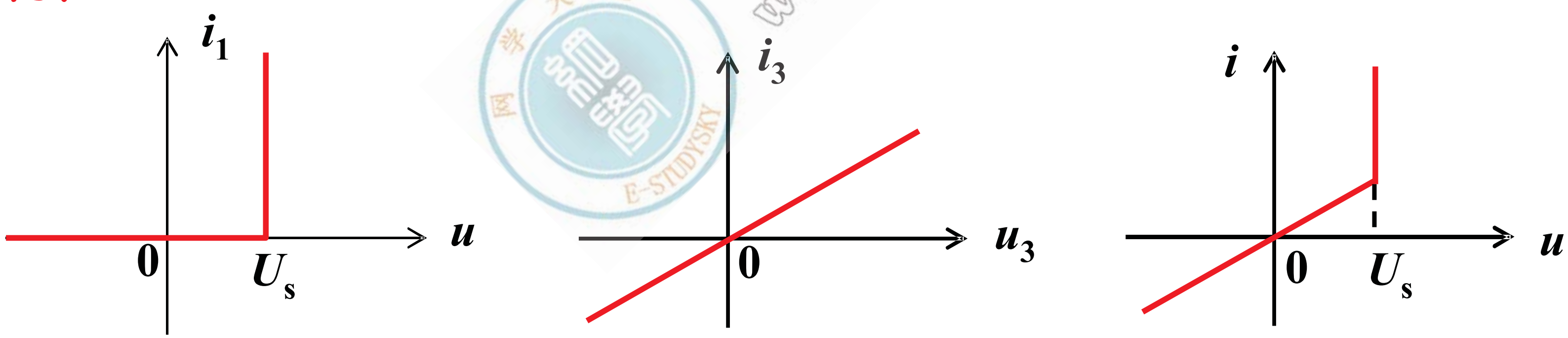




例2：求图示电路端口的伏安特性。其中D为理想二极管，R为线性电阻。



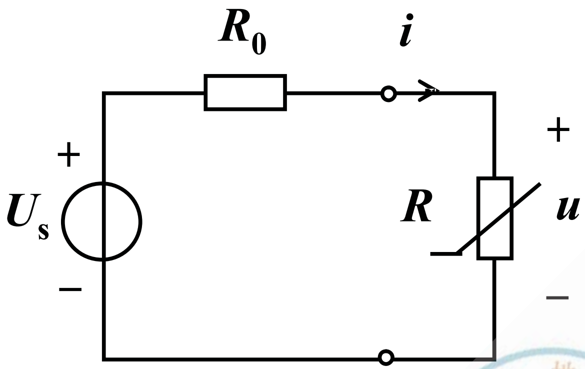
解：

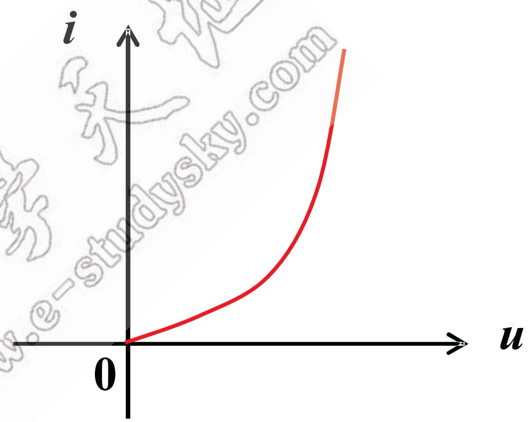


二、曲线相交法

U_S为直流电压源，R_0为线性电阻，R为非线性电阻

求u和i





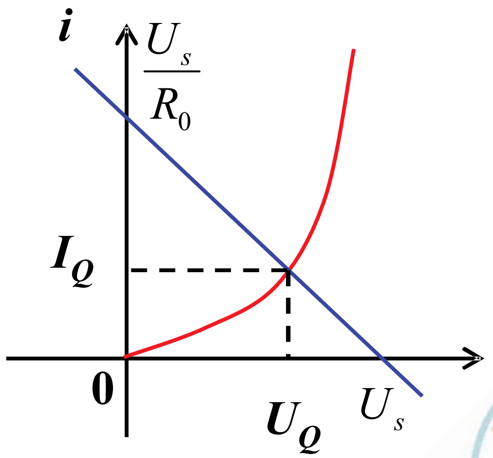
曲线相交法：

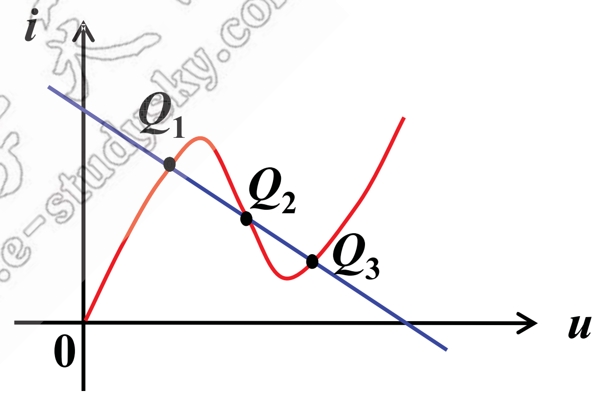
端口左侧电路 $\quad u = U_s - R_0 i \quad$ （1）

非线性电阻R $\quad i = g(u) \quad$ （2）

通常把方程（1）所画直线称为负载线。

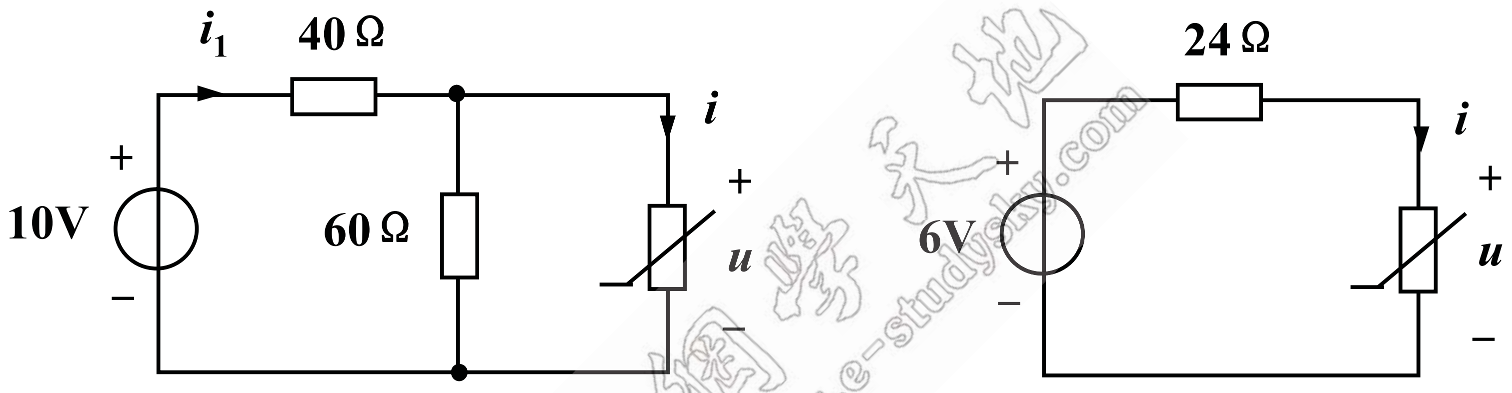
两曲线的交点即为电路的解。





如果R的伏安曲线如图，交点Q_1、Q_2、Q_3，即该电路有三个解。

例15－3　图示电路，非线性电阻的伏安特性为 $i = 0.5u^2$，求电流 i 和 i_1。



解：简化电路

非线性电阻左侧电路得　$u = -24i + 6$

非线性电阻　$i = 0.5u^2$

得 $$288i^2-145i+18=0$$

解得 $$i=\begin{cases}0.281A\\0.222A\end{cases}\qquad u=\begin{cases}-0.75\ V\\0.667\ V\end{cases}$$

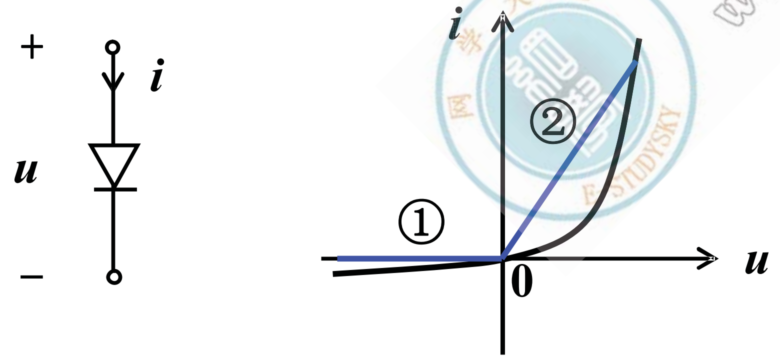
回原电路解得 $$i_1=\begin{cases}\dfrac{10-(-0.75)}{40}=0.269A\\[2ex]\dfrac{10-0.667}{40}=0.233A\end{cases}$$

电路的解为 $$\begin{cases}i=0.281A\\i_1=0.269A\end{cases}$$ 及 $$\begin{cases}i=0.222A\\i_1=0.233A\end{cases}$$

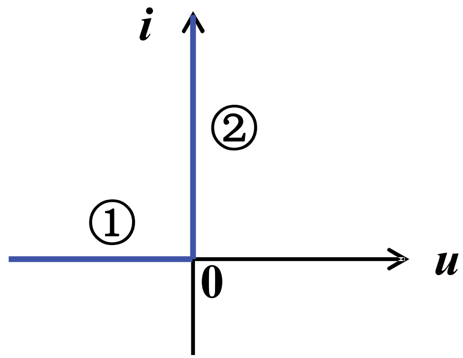
§15-3 非线性电阻电路的分段线性化法（折线法）

一、分段线性化

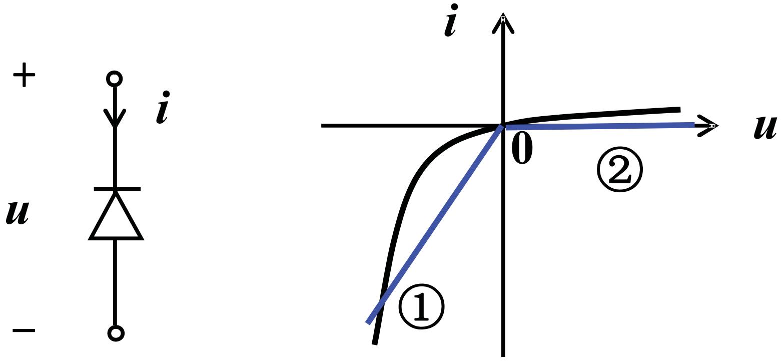
用直线（线性）代替曲线。就每段而言，可以用线性元件表示。

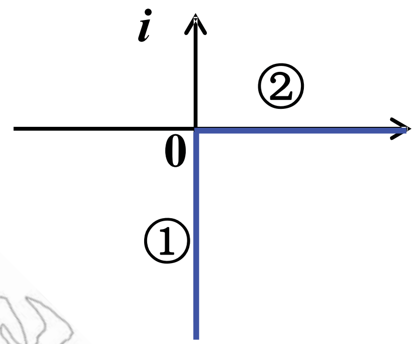


普通二极管



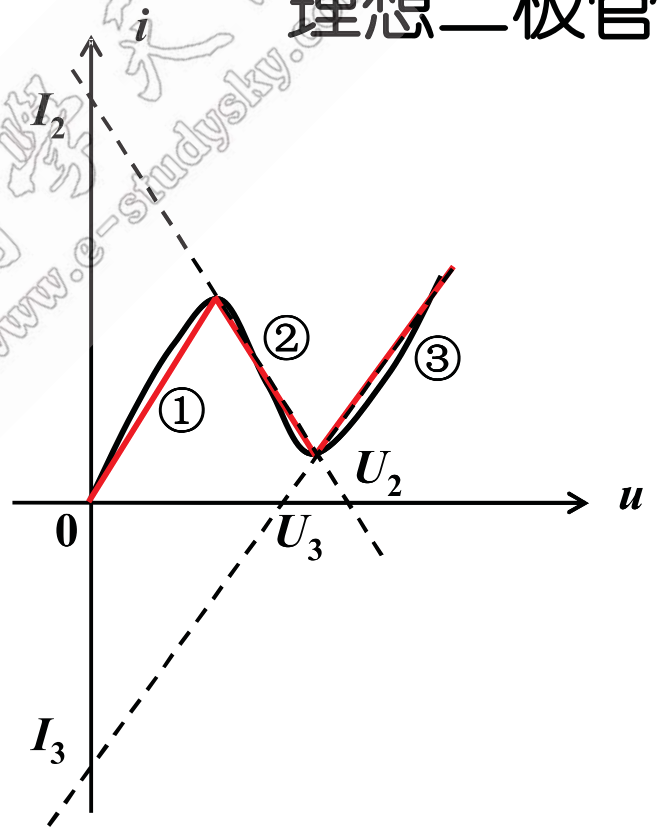
理想二极管





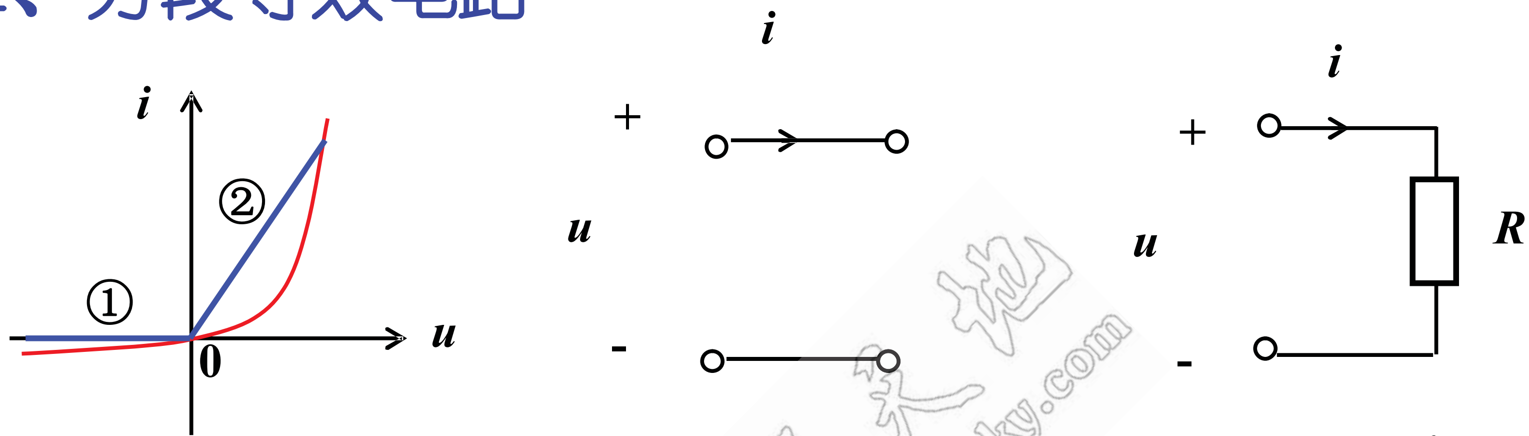
普通二极管

理想二极管

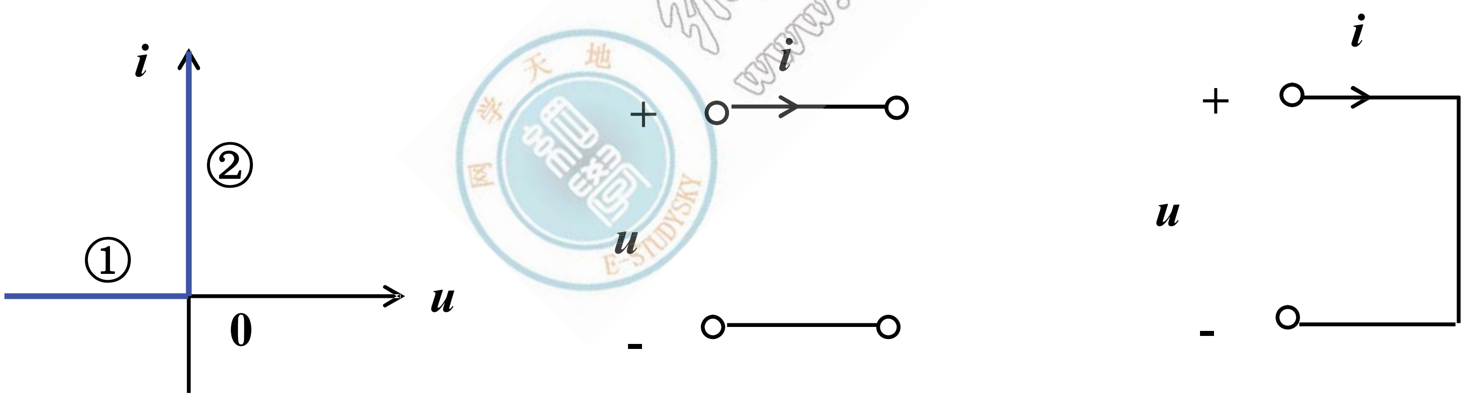


隧道二极管

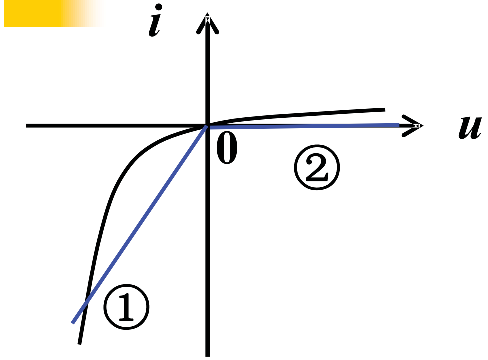
二、分段等效电路

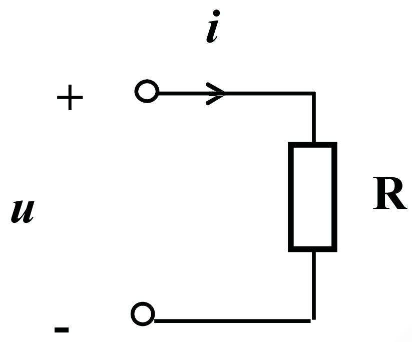


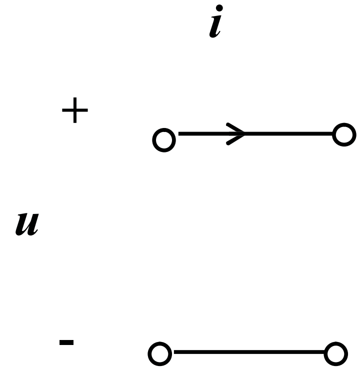
①段 $R=\infty$　　②段 $R=\dfrac{u}{i}>0$



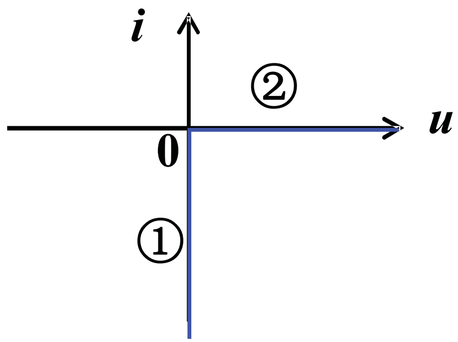
①段 $R=\infty$　　②段 $R=0$

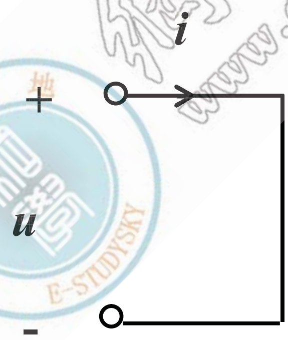


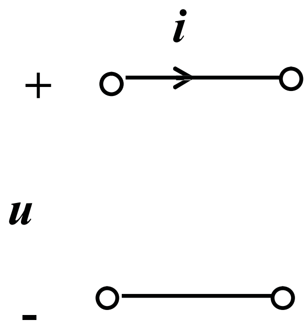




①段 $R=\dfrac{u}{i}>0$ ②段 $R=\infty$

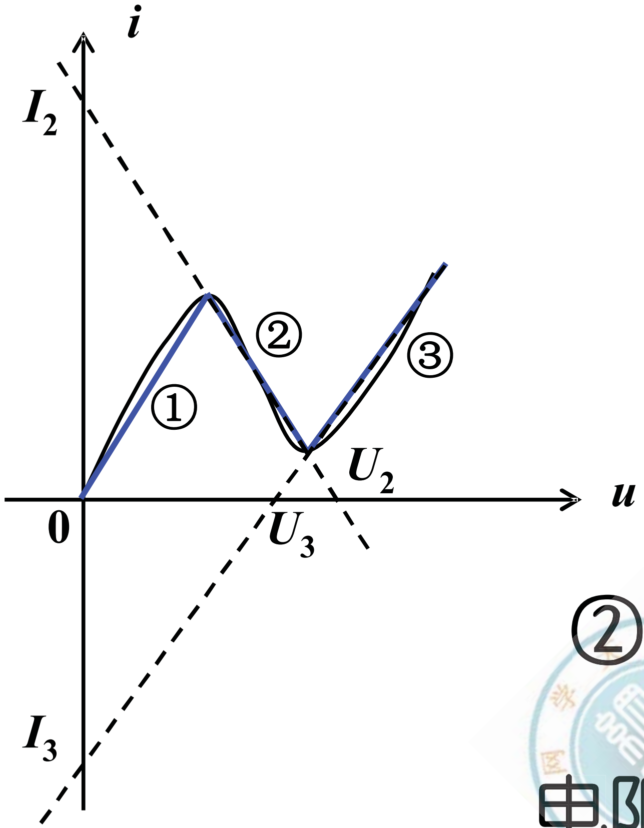




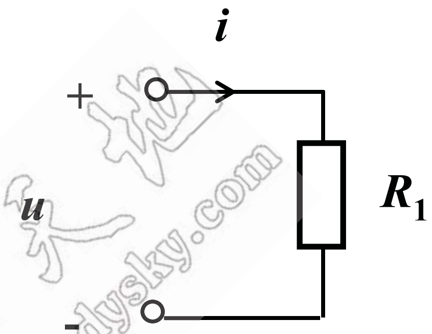


①段 $R=0$ ②段 $R=\infty$

①段　斜率 >0



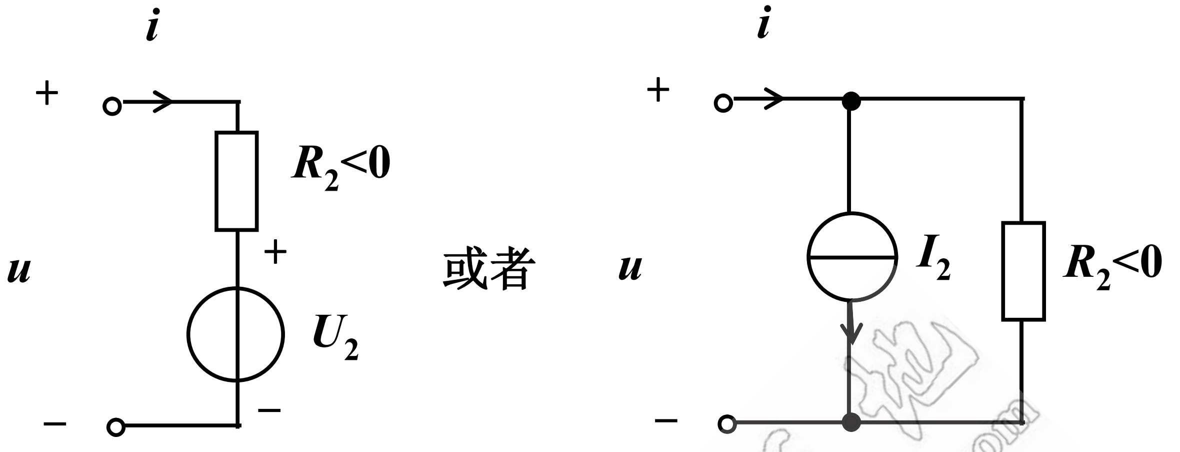
等效为电阻　$R_1>0$



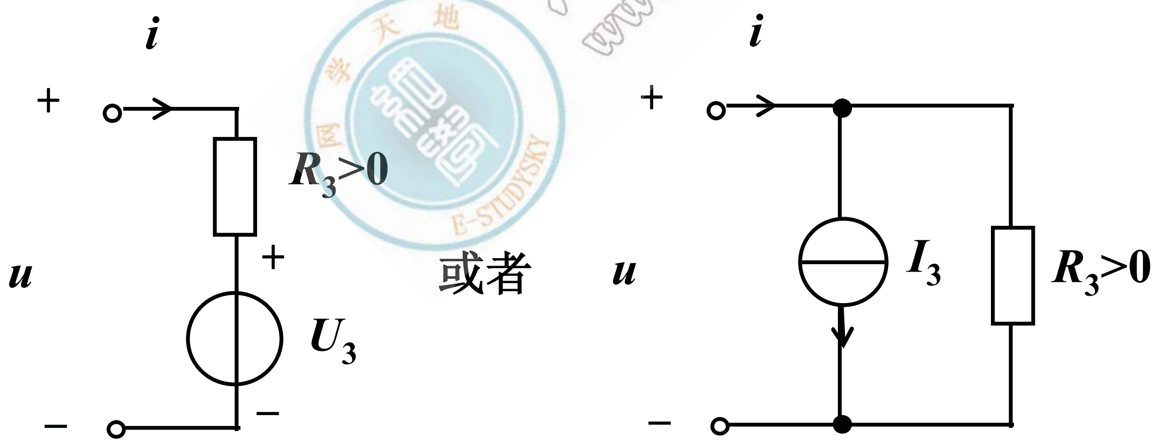
②段　斜率　<0

电阻 $R_2<0$　与电压源U_2的串联

或者电阻R_2<0与电流源I_2的并联

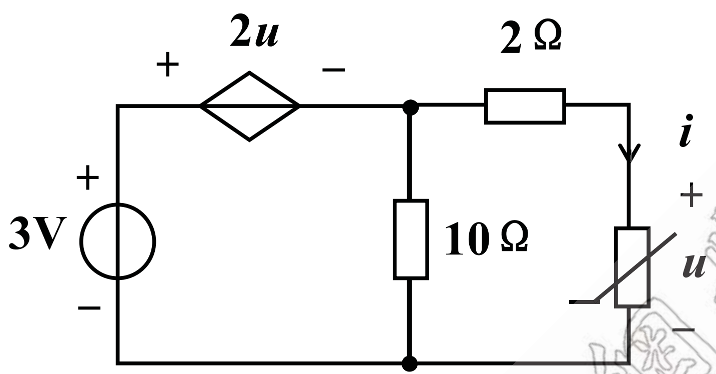


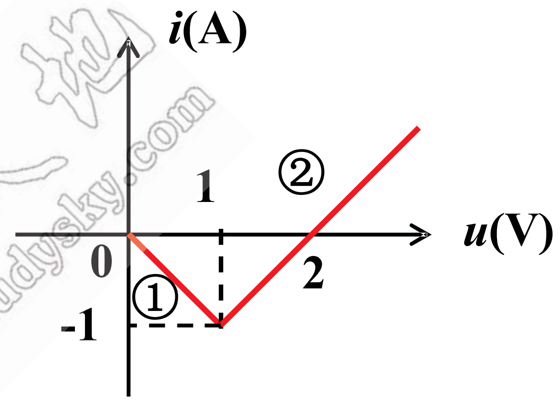
同理线段③的等效电路：其斜率 $R_3 > 0$



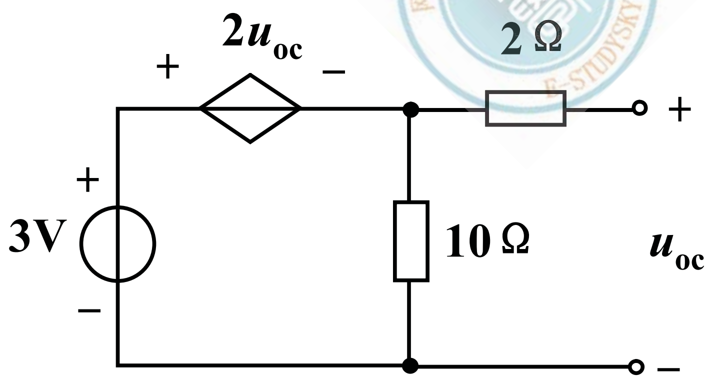
三、分段线性化方法

例4：非线性电阻的伏安特性如图。求*u*和*i*的值。



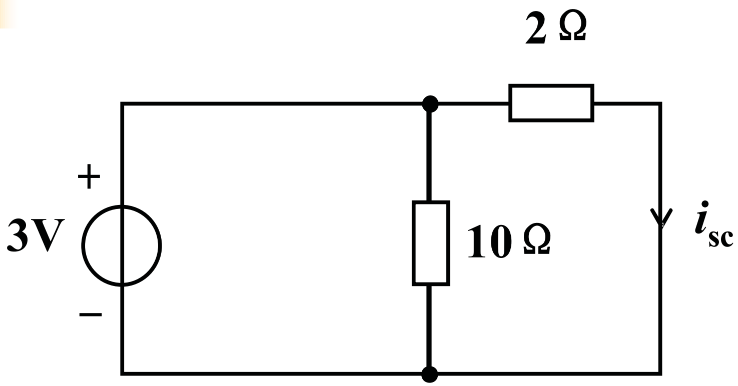


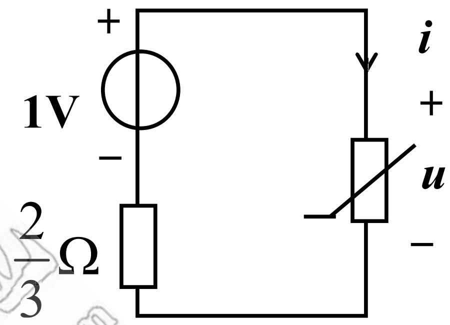
解：求非线性电阻左侧电路的戴维南等效电路



$$u_{oc}=-2u_{oc}+3$$

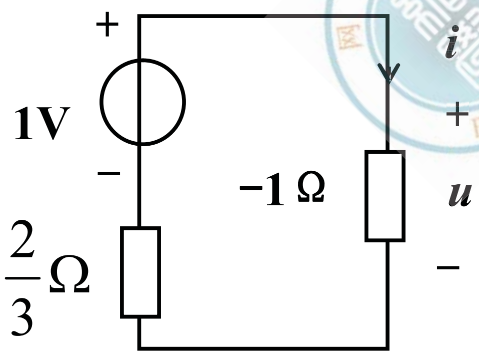
$$u_{oc}=1V$$





$$i_{sc}=\frac{3}{2}A \qquad R_0=\frac{u_{oc}}{i_{sc}}=\frac{2}{3}\Omega$$

假设非线性电阻工作在第①段，等效电路如图：

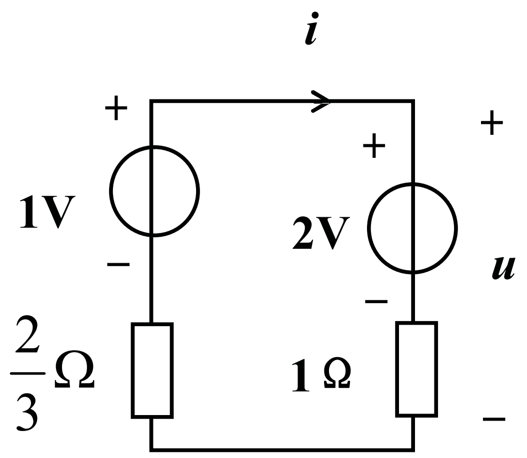


$$i=\frac{1}{\frac{2}{3}-1}=-3A$$

由于没有落在线段①上，

∴ 不是电路的解。

假设非线性电阻工作在的第②段，等效电路如图：



解得 $i=\dfrac{1-2}{\frac{2}{3}+1}=-0.6A$

$u=2+1\times i=1.4V$

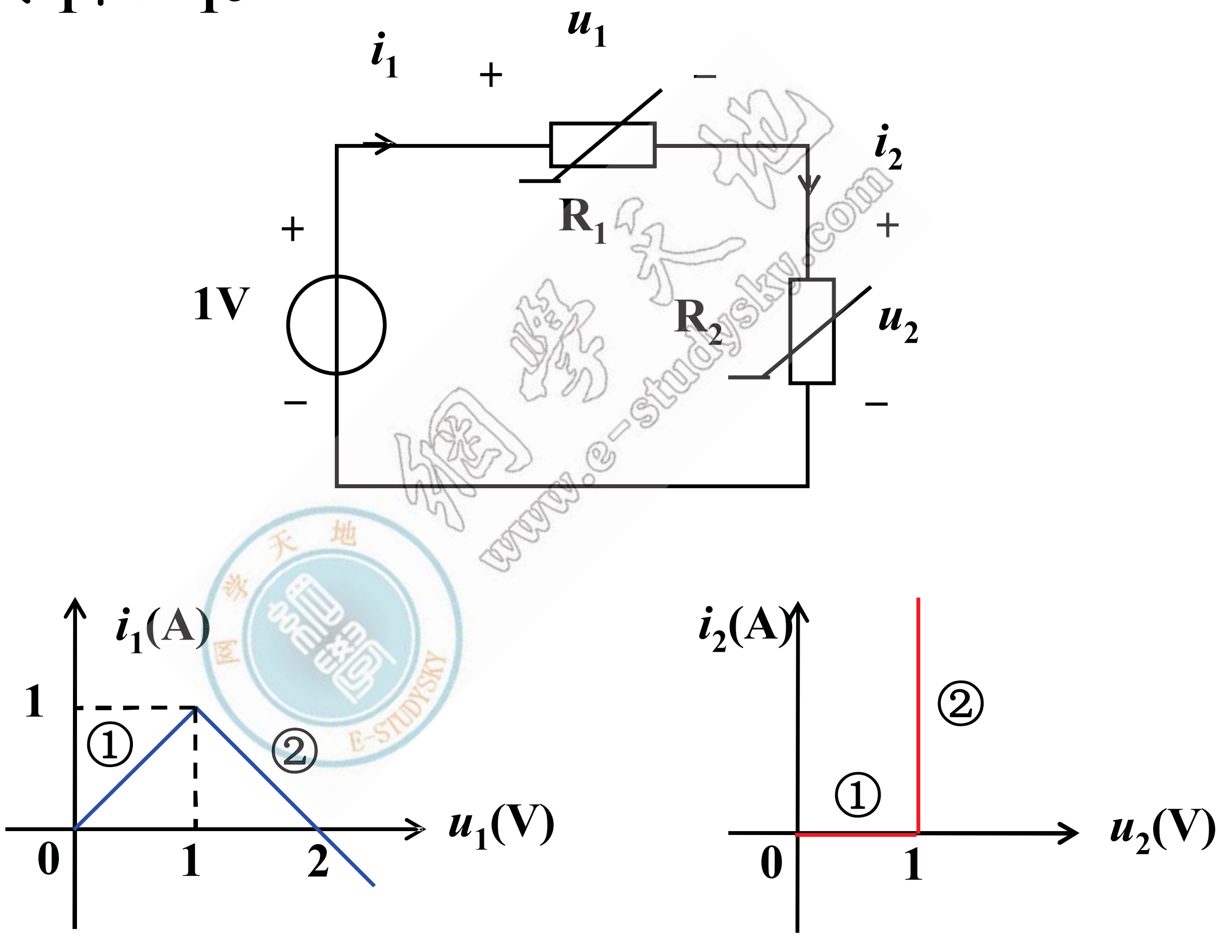
该解落在了线段②上，

∴ 是电路的解。

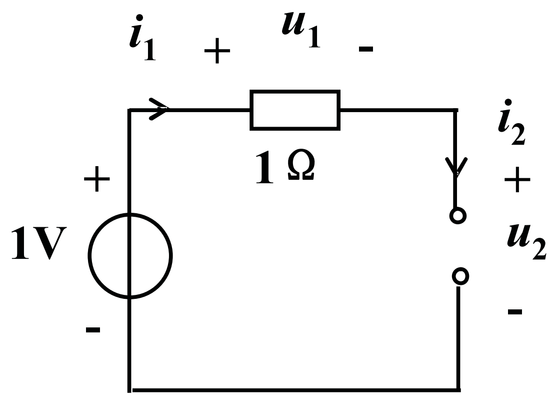
故该电路的解为：

$u=1.4V$，$i=-0.6A$

例5：非线性电阻R_1、R_2的伏安特性如图所示。求i_1和u_1。



解：（1） 代入线段组合（1，1）

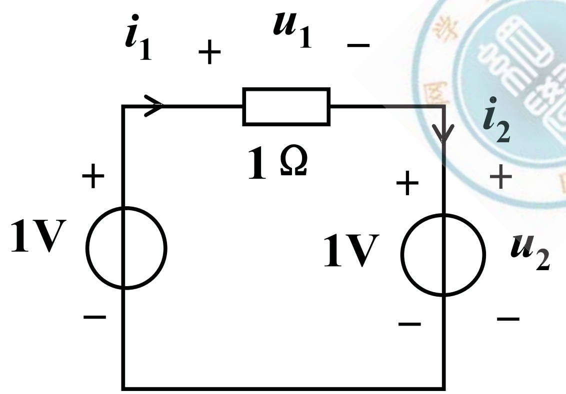


解得 $i_1 = 0, u_1 = 0$

$i_2 = 0, u_2 = 1V$

两组解均落在了相应的线段上，所以是电路的解

（2） 代入线段组合（1，2）

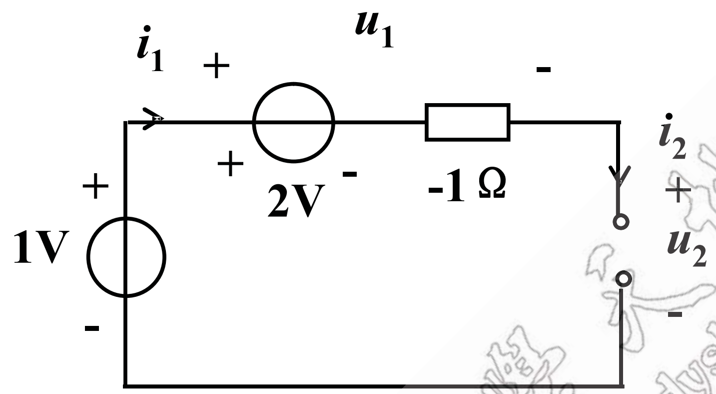


解得 $i_1 = 0, u_1 = 0$

$i_2 = 0, u_2 = 1V$

两组解均落在了相应的线段上，所以是电路的解。

(3) 代入线段组合（2，1）

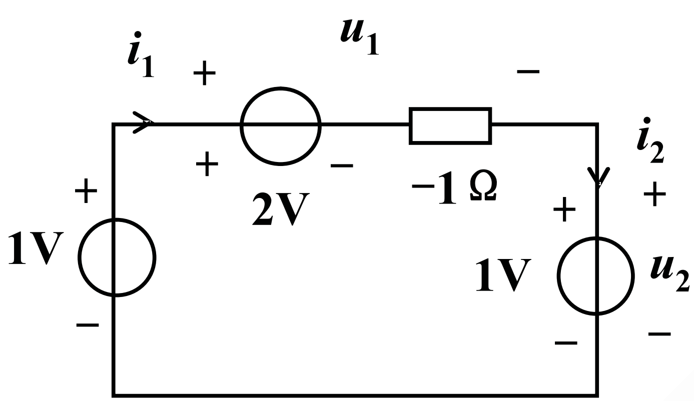


解得 $i_1 = 0, u_1 = 2V$

$i_2 = 0, u_2 = -1V$

由于R_2上的解没有落在相应的线段①上，所以不是电路的解

(4) 代入线段组合（2，2）



$$i_1 = \frac{1-2-1}{-1} = 2A$$

$$u_1 = -1\times i_1 + 2 = 0$$

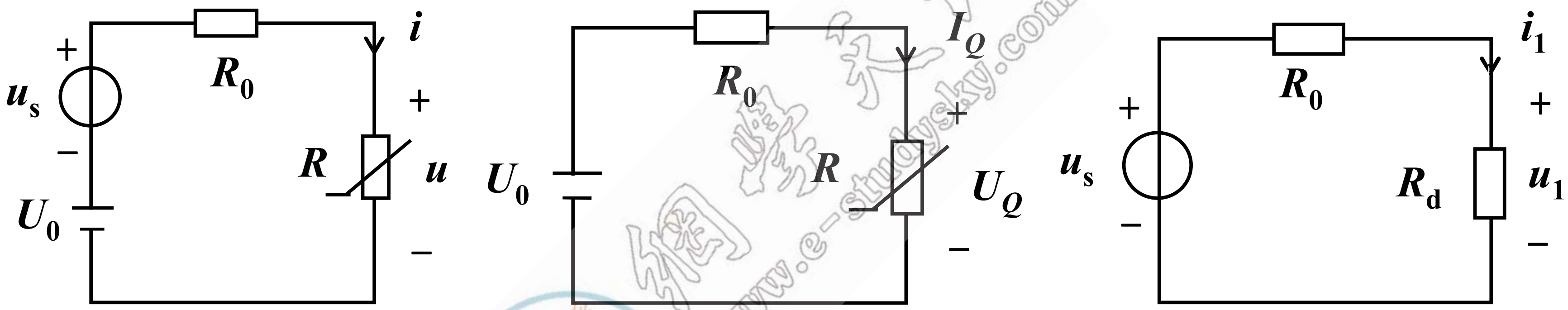
由于R_1上的解没有落在相应的线段②上，所以不是电路的解

由以上分析知电路的解为

$$i_1 = 0, u_1 = 0$$

§15-4 小信号分析法

电源有两个：直流和交流，且 $|u_s(t)| << U_0$



求解方法

(1) 令 $u_s(t)=0$，求得R上的静态工作点为(U_Q, I_Q)

(2) 将非线性电阻R等效为静态工作点处的动态电阻

$$R_d = \frac{du}{di}\bigg|_{(U_Q, I_Q)}$$

令 $U_0 = 0$，在$u_s(t)$ 的作用下，求得***R***上的 $u_1(t)$和$i_1(t)$

$$u_1 = \frac{R_d}{R_0 + R_d} u_s(t) \qquad i_1 = \frac{1}{R_0 + R_d} u_s(t)$$

(3) 由于 $|u_s(t)| << U_0$

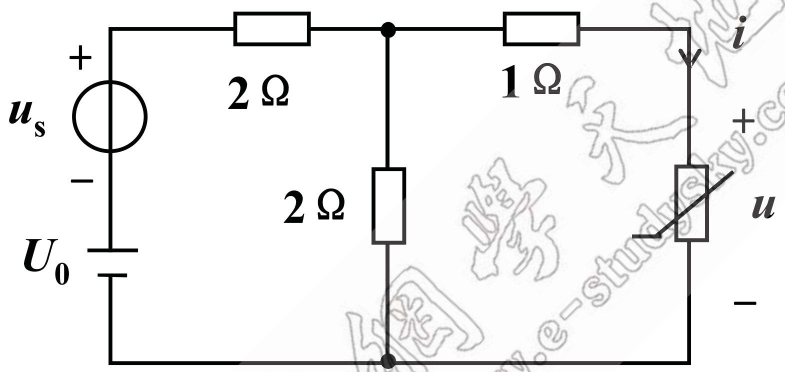
所以有

$$u(t) = U_Q + u_1(t)$$

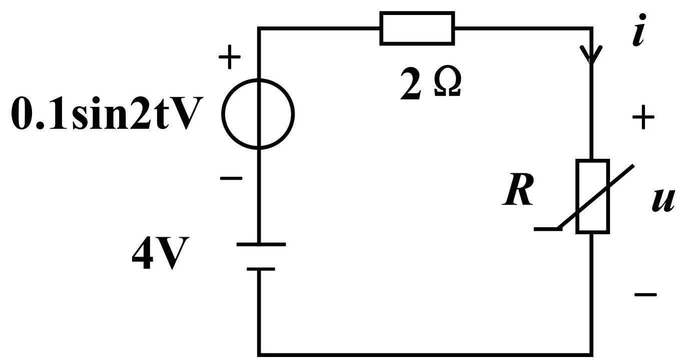
$$i(t) = I_Q + i_1(t)$$

例：非线性电阻的伏安特性为 $u = i^2 \quad (i > 0)$,

电源 $U_0 = 8V$，$u_s = 0.2\sin 2tV$，求*u*和*i*。

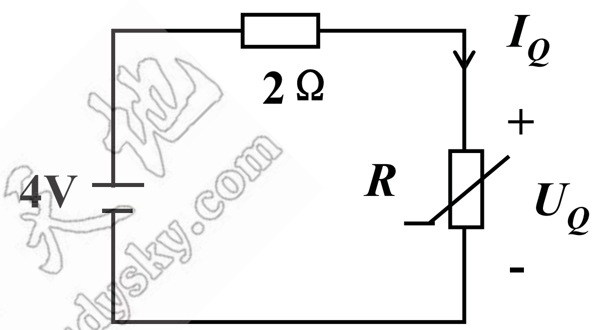


解：简化后的电路如图



直流电源作用下

$$2I_Q + I_Q{}^2 - 4 = 0$$



解得 $I_Q = -1 \pm \sqrt{5} A$

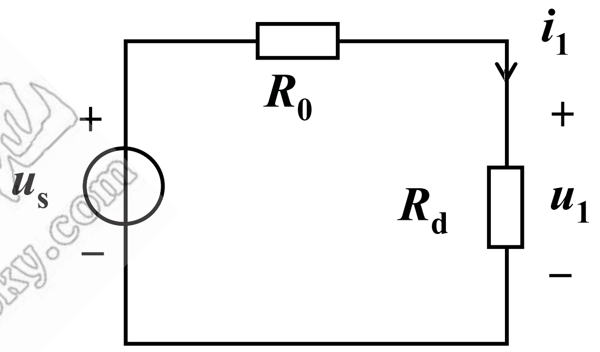
$\because \quad i > 0$

$\therefore$ 取 $I_Q = -1 + \sqrt{5} = 1.24A$

$$U_Q = 1.53V$$

(2) 交流电源作用下

$$R_d = \frac{du}{di}\bigg|_{i=1.24A} = 2i\big|_{i=1.24A} = 2.48\Omega$$



$$i_1 = \frac{0.1\sin 2t}{2+2.48} = 0.022\sin 2tA$$

$$u_1 = 0.055\sin 2tV$$

$$\therefore \quad i = I_Q + i_1 = 1.24 + 0.022\sin 2tA$$

$$u = U_Q + u_1 = 1.53 + 0.055\sin 2tV$$