

# Tarea 3

Oiram Colunga Bernal 1818785  
Yair Obed Morales Ortiz 1992266  
Saúl Moisés Mendoza Cida 1942534  
Omar Isaí Moreno Cruz 1849630  
Victor Cristopher Santiago Martinez 1859524

September 2022

## 1. Introducción

### ¿Qué es el número pi?

El número pi es un número decimal infinito no periódico famoso por aparecer en muchas fórmulas matemáticas en los campos de la geometría, teoría de los números, probabilidad, análisis matemático y en aplicaciones de física. [5] El número pi, también conocido como ‘ $\pi$ ’, en las matemáticas es un número irracional. Esto quiere decir que no es exacto ni periódico, ya que tiene una cantidad infinita de decimales. Pi demuestra la relación de la longitud de una circunferencia con su diámetro.

### El origen de pi

Su concepción surge desde la antigua Babilonia (1900 a.C.), donde de manera inequívoca los expertos de esa era analizaron la relación entre los polígonos y círculos, llegando a una aproximación de 3,125. También se considera el papiro de Rhind, alrededor de 1650 a.C., como la continuación de su estudio. En el documento se arroja un cálculo de  $256/81$ , en torno a 3,1604. El valor de este número también está escrito entre los pasajes bíblicos. En el Libro de los Primeros Reyes, cerca del siglo VI a.C., se habla de un mar de metal fundido con una circunferencia de 30 codos y un diámetro de 10 codos, lo que daría un valor de pi igual a 3. Sin embargo, sería en el 250 a.C., cuando el polímata griego Arquímedes quien tendría una aproximación exacta de este curioso número. [2]

## 2. Marco Teórico

### Método de los polígonos

El matemático griego Arquímedes, (287 a.C.-212 a.C.), fue el primero en idear un procedimiento matemático para calcular el valor de  $\pi$ , obteniendo que estaba comprendido entre

$$3 + 10/71 = 223/71 < \pi < 3 + 1/7 = 22/7 \quad (1)$$

$$3,140845 < \pi < 3,142857 \quad (2)$$

### Método de Montecarlo

El método usado por Arquímedes consistía en circunscribir e inscribir polígonos regulares de  $n$  lados en circunferencias y calcular el perímetro de dichos polígonos. Empezó con hexágonos circunscritos e inscritos, y fue doblando el número de lados hasta llegar a polígonos de 96 lados. [1] Método de Montecarlo El método Monte Carlo es un método en el que por medio de la estadística y la probabilidad podemos determinar valores o soluciones de ecuaciones que calculados con exactitud son muy complejas, pero que mediante este método resulta sencillo calcular una aproximación al resultado que buscamos. En un principio lo desarrollaron los matemáticos John Von Neumann y Stanislaw Ulam aunque fueron otros matemáticos quienes con su trabajo le dieron una solidez científica, Harris y Herman Kahn. La idea le surgió a Ulam, mientras jugaba a las cartas. Se le ocurrió un método en el que mediante

la generación de números aleatorios, pudieran determinar soluciones a ecuaciones complejas que se aplican en el estudio de los neutrones. Era como generar los números con la ayuda de una ruleta, de ahí su nombre.[4] Lo primero construir el entorno de trabajo. Este sería:

- Construiremos un cuadrado de lado 4. Lógicamente su área será 16.
- Construimos un círculo inscrito en el cuadrado, que tiene de centro, el centro del cuadrado y de radio 2. Su área será  $4\pi$
- Generaremos puntos al azar dentro del cuadrado. Para entenderlo mejor es como lanzar dardos sobre una diana con los ojos vendados, de tal forma que siempre acertamos dentro de los límites de ese cuadrado.

Aplicamos ahora el Método Monte Carlo:

- Contaremos el total de puntos generados.
- Contaremos el total de puntos que cayeron dentro del círculo.
- Realizaremos el siguiente razonamiento:  $(\text{Área del círculo})/(\text{Área del cuadrado}) = (\text{No.de puntos dentro del círculo})/(\text{No.de puntos totales})$

$$\frac{(\text{Área del círculo})}{(\text{Área del cuadrado})} = \frac{(\text{No.de puntos dentro del círculo})}{(\text{No.de puntos totales})} \quad (3)$$

### Método de Leibniz

La fórmula de Gregory-Leibniz para calcular pi es [3]:

$$\pi = 4 \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \dots \right) \quad (4)$$

La expresión anterior es una serie infinita denominada serie de Leibniz, que converge a  $\pi/4$ . También se la denomina serie de Gregory-Leibniz para reconocer el trabajo de James Gregory, contemporáneo de Leibniz. Usando el símbolo de suma, la serie se puede expresar como:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = \frac{\pi}{4} \quad (5)$$

## 3. Desarrollo y Experimentación

Se utilizó el método de Monte Carlo mediante el lenguaje Python, utilizando Visual Studio Code como editor de texto.

Para poder ejecutar el programa es necesario instalar unas librerías externas a python, abriendo el símbolo del sistema y ejecutando el siguiente código:

- pip install (nombre de la librería a instalar)

adjunto el código del programa

```
PI POR MONTECARLO 1.py X
C: > Users > Yair Obed > Downloads > PI POR MONTECARLO 1.py > ...
1  #EQUIPO 4
2  #YAIR OBED MORALES ORTIZ
3  #OMAR ISAI MORENO CRUZ
4  #OIRAM COLUNGA BERNAL
5  #SAUL MOISES MENDOZA CIDA
6  #VICTOR CRISTOPHER SANTIAGO MARTINEZ
7  from random import randint
8  import matplotlib.pyplot as plt
9  import statistics
10 largo = 800
11 ancho = largo
12 radio2 = largo * largo
13 npuntos = 0
14 ndentro = 0
15 promediopi = []
16 listapromedios = []
17 listareplicas = []
18 replica = 25
19
20 for j in range(replica):
21     for i in range(1, 10000):
22         x = randint(0, largo)
23         y = randint(0, largo)
24         npuntos += 1
25         if x*x + y*y <= radio2:
26             ndentro +=1
27             pi = ndentro * 4/npuntos
28             promediopi.append(pi)
29     print(statistics.mean(promediopi))
30     listareplicas.append(j)
31     listapromedios.append(statistics.mean(promediopi))
32 plt.plot(listareplicas,listapromedios)
33 plt.xlabel('RÉPLICAS')
34 plt.ylabel('valores de Pi')
35 plt.title('EQUIPO 4: VALOR DE PI METODO MONTE CARLO')
36 plt.show()
```

Figura 1: Código del programa

## 4. Resultados

Los resultados obtenidos en la ejecución del código se muestran mediante las siguientes gráficas.

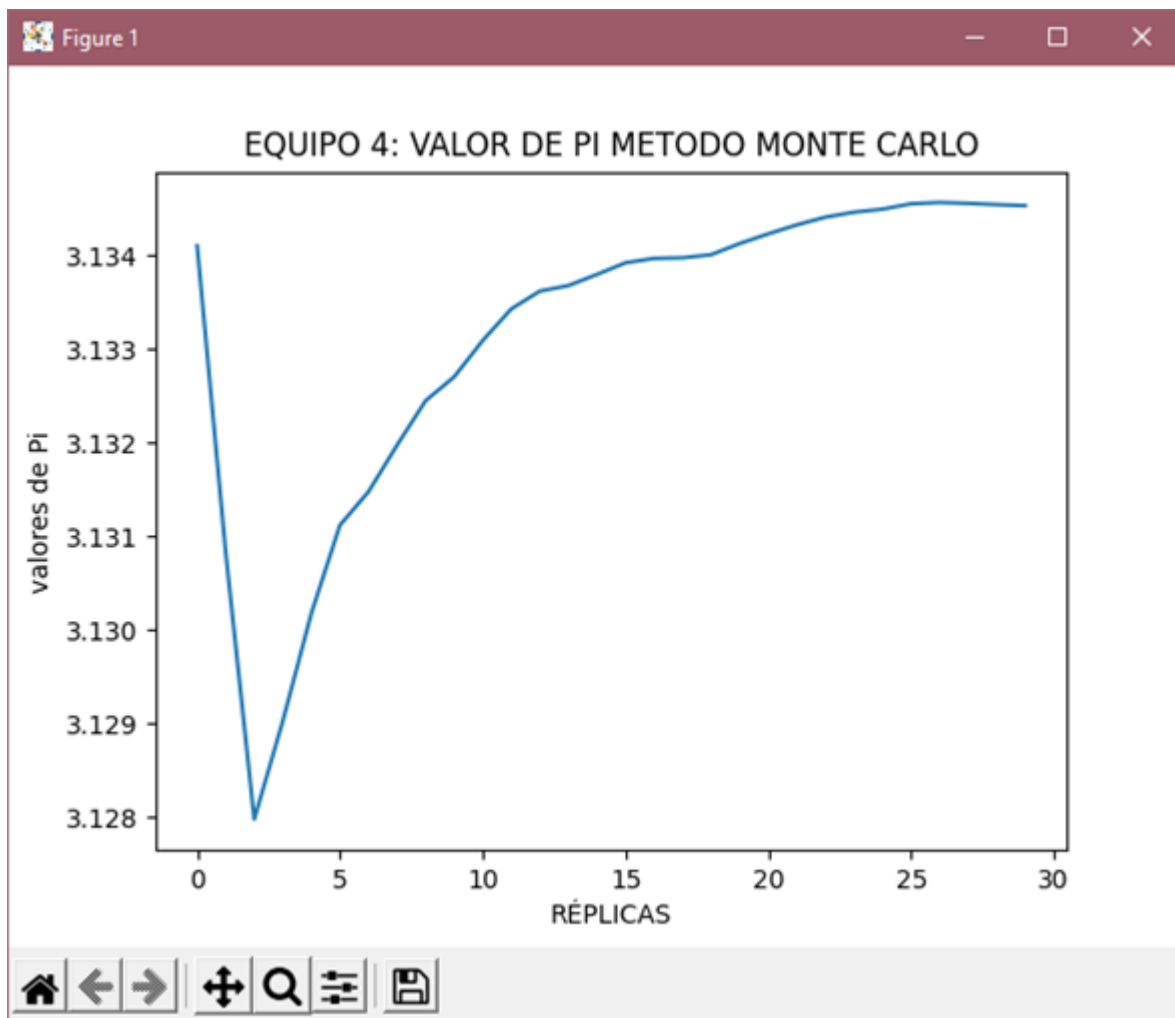


Figura 2: Aproximación al valor de Pi, 30 replicas, Rango 10000 valores

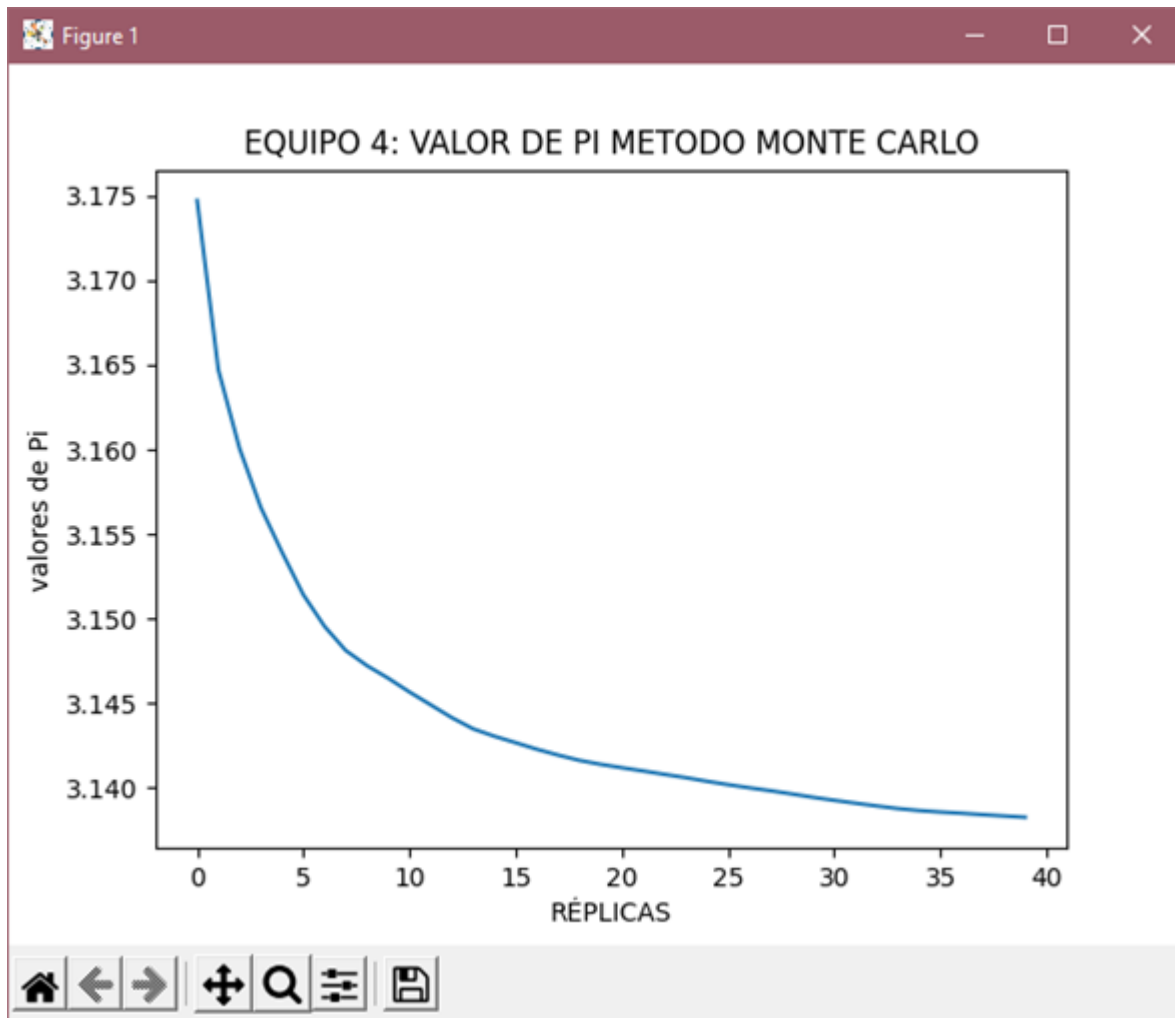


Figura 3: Aproximación al valor de Pi, 25 replicas, Rango 10000 valores

## Referencias

- [1] L. Barrios. Aproximaciones por defecto y por exceso de pi. Método de Arquímedes. Adicción Matemática. Recuperado de: <https://blogsaverroes.juntadeandalucia.es/recursosdematematicas/aproximaciones-por-defecto-y-por-exceso-de-%CF%80-metodo-de-arquimedes/#:~:text=El%20m%C3%A9todo%20usado%20por%20Arqu%C3%ADmedes,a%20pol%C3%ADgonos%20de%2096%20lados.>, 2020. Fecha de consulta: 12/09/2022.
- [2] D. Ciencias Hoy. Día de Pi: La historia e importancia del número irracional más conocido en el mund. Recuperado de: <https://www.explora.cl/blog/dia-de-pi-%CF%80-la-historia-e-importancia-del-numero-irracional-mas-conocido-en-el-mundo/#:~:text=El%20origen%20de%20CF%80,la%20continuaci%C3%B3n%20de%20su%20estudio.>, 2022. Fecha de consulta: 12/09/2022.
- [3] P. Martínez. Cálculo de pi usando serie de Leibniz. . Recuperado de: <https://economipedia.com/definiciones/numero-pi.html> <https://parzibyte.me/blog/2020/04/15/c-calculo-pi-serie-leibniz/#:~:text=La%20serie%20de%20Leibniz%20dice,paso%20se%20intercambia%20el%20signo.>, 2020. Fecha de consulta: 12/09/2022.

- [4] R. Pérez. ). El Método Monte Carlo. Estimación del Valor de Pi. Recuperado de: <https://www.geogebra.org/m/cF7RwK3H>, 2020. Fecha de consulta: 12/09/2022.
- [5] P Rodó. Número pi. Recuperado de: <https://economipedia.com/definiciones/numero-pi.html>, 2008. Fecha de consulta: 12/09/2022.