

2024 北京海淀初一（上）期末

数 学

考生须知：

1. 本试卷共 6 页，共三道大题，26 道小题。满分 100 分。考试时间 90 分钟。
2. 在试卷上准确填写学校名称、班级名称、姓名。
3. 答案一律填涂或书写在试卷上，用黑色字迹签字笔作答。
4. 考试结束，请将本试卷交回。

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

1. -5 的倒数是（ ）

- A. -5 B. $\frac{1}{5}$ C. 5 D. $-\frac{1}{5}$

2. “霜降见霜，谷米满仓”，2023 年我国粮食再获丰收。据统计，去年秋粮的种植面积为 13.1 亿亩，比前年增加了 700 多万亩，奠定了增产的基础。将 1310000000 用科学记数法表示应为（ ）

- A. 13.1×10^8 B. 1.31×10^9 C. 1.31×10^{10} D. 0.131×10^{11}

3. 下列各组有理数的大小关系中，正确的是（ ）

- A. $1 < -2$ B. $-3 < 4$ C. $-5 < -6$ D. $0 < -1$

4. 方程 $-2x = 1$ 的解是（ ）。

- A. $x = \frac{1}{2}$ B. $x = -\frac{1}{2}$ C. $x = -2$ D. $x = 2$

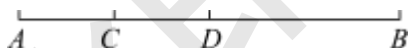
5. 下列运算结果正确的是（ ）

- A. $3b - b = 3$ B. $-5m + 2m = -3m$ C. $x^2y - xy^2 = 0$ D. $x^3 + 2x^2 = 3x^5$

6. 已知等式 $3x = 2y + 4$ ，则下列等式中不一定成立的是（ ）

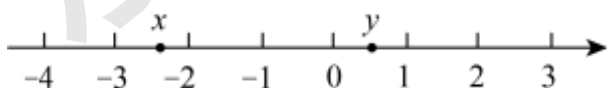
- A. $3x - 4 = 2y$ B. $3x + 1 = 2y + 5$ C. $3mx = 2my + 4$ D. $x = \frac{2}{3}y + \frac{4}{3}$

7. 如图， D 是线段 AB 的中点， C 是线段 AD 的中点，若 $AB = 4acm$ ，则线段 CB 的长度为（ ）



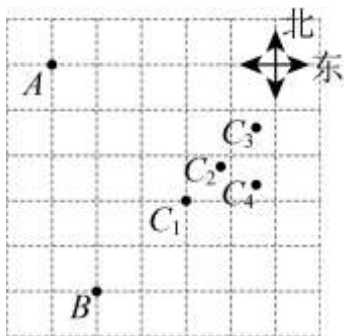
- A. $2acm$ B. $2.5acm$ C. $3acm$ D. $3.5acm$

8. 已知有理数 x ， y 在数轴上对应点的位置如图所示，那么下列结论正确的是（ ）



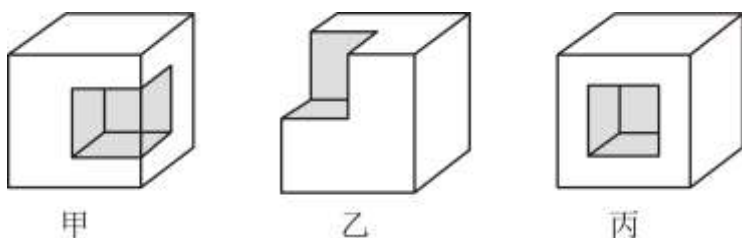
- A. $-x < 2$ B. $|x| < |y|$ C. $xy > 0$ D. $x + y > -3$

9. 如图，在正方形网格中有 A，B 两点，点 C 在点 A 的南偏东 60° 方向上，且点 C 在点 B 的东北方向上，则点 C 可能的位置是图中的（ ）



- A. 点 C_1 处 B. 点 C_2 处 C. 点 C_3 处 D. 点 C_4 处

10. 某玩具厂在生产配件时，需要分别从棱长为 $2a$ 的正方体木块中，挖去一个棱长为 a 的小正方体木块，得到甲、乙、丙三种型号的玩具配件（如图所示）。将甲、乙、丙这三种配件的表面积分别记为 $S_{\text{甲}}$ 、 $S_{\text{乙}}$ 、 $S_{\text{丙}}$ ，则下列大小关系正确的是（ ）注：几何体的表面积是指几何体所有表面的面积之和。



- A. $S_{\text{甲}} > S_{\text{乙}} > S_{\text{丙}}$ B. $S_{\text{甲}} > S_{\text{丙}} > S_{\text{乙}}$
C. $S_{\text{丙}} > S_{\text{乙}} > S_{\text{甲}}$ D. $S_{\text{丙}} > S_{\text{甲}} > S_{\text{乙}}$

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11. 如果单项式 $-3x^a y^4$ 与 $5x^3 y^b$ 是同类项，那么 $a-b=$ _____.

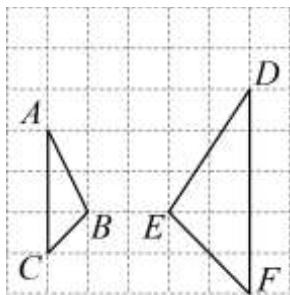
12. 若关于 x 的一元一次方程 $2x+m=0$ 的解为正数，则 m 的一个取值可以为_____.

13. 小明一家准备自驾去居庸关长城游玩。出发前，爸爸用地图软件查到导航路程为 45.7km ，小明用地图软件中的测距功能测出他家和目的地之间的距离为 41.4km ，如图所示，小明发现他测得的距离比爸爸查到的导航路程少。请你用所学数学知识说明其中的道理：_____.



14. 有这样一个问题：把一些图书分给某班学生阅读，如果每人分 3 本，则剩余 18 本，如果每人分 4 本，则还缺 22 本。这个班有多少学生？设这个班有 x 名学生，则可列方程为_____（只列不解）。

15. 如图所示的网格是正方形网格，则 $\angle ABC$ _____ $\angle DEF$ 。（填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”）



16. 记 $2x-1$ 为 M ， $3x-2$ 为 N ．我们知道，当这两个代数式中的 x 取某一确定的有理数时， M 和 N 的值也随之确定，例如当 $x=2$ 时， $M=2x-1=3$ ．若 x 和 M ， N 的值如下表所示．

x 的值	2	c
M 的值	3	b
N 的值	a	b

则 a 和 c 的值分别是：

① $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

② $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ．

三、解答题（本题共 52 分，第 17-18 题，每小题 7 分，第 19-22 题，每小题 4 分，第 23-24 题，每小题 5 分，第 25-26 题，每小题 6 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

17. 计算：

(1) $3 \times (-2) - (-5) + 8$ ；

(2) $12 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + (-6) \div |-3|$ ．

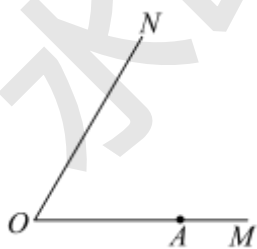
18. 解下列方程：

(1) $x + 7 = 3(x - 1)$ ；

(2) $\frac{x-1}{3} = \frac{5-x}{6} - 2$ ．

19. 已知 $a-b=3$ ，求 $3(a-b)+4a-4b+18$ 的值．

20. 如图，已知 $\angle MON$ ，点 A 在射线 OM 上．



(1) 请按照下列步骤画图（保留作图痕迹）．

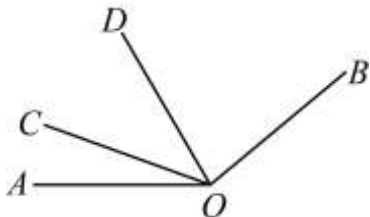
①用圆规在射线 ON 上取一点 B ，使 $OB = OA$ ；

②在 $\angle MON$ 内部作射线 OP ，使 $\angle BOP > \angle AOP$ ；

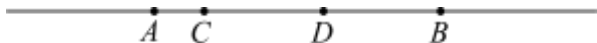
③在射线 OP 上取一点 C （不与点 O 重合），连接 CA ， CB ．

(2) 由图可知， CA _____ CB （填“>”“<”或“=”）．

21. 如图， OC ， OD 是 $\angle AOB$ 内部的两条射线， $\angle AOC = 20^\circ$ ， $\angle BOD = 2\angle COD$ ， $\angle AOD$ 与 $\angle BOC$ 互为补角，求 $\angle COD$ 的度数．



22. 如图，点 C ， D 在线段 AB 上， $AB = 12$ ， $AC = 2$ ， D 为线段 BC 的中点．



(1) 求线段 CD 的长；

(2) 若 E 是直线 AB 上一点，且 $AE = CD$ ，求线段 EB 的长．

23. 故宫文物医院（故宫博物院文保科技部）传承了历史悠久的传统文物修复技艺，掌握了先进的现代科学技术，拥有上百位从事各类文物保护修复与研究的优秀专业技术人才，是一所名副其实的、的现代科学理念和架构的“文物综合性医院”。半个多世纪以来，许多国宝在这里得以延年益寿。文物修复师们计划用 30 个月完成某件文物的修复工作。如果让一名文物修复师单独修复该文物，需要 720 个月完成。假设每名文物修复师的工作效率相同，先由 16 名文物修复师一起修复了 10 个月，还需要增加多少名文物修复师才能按时完成修复工作？



24. 定义一种新运算“&”：当 $x > y$ 时， $x \& y = x + \frac{y}{2}$ ；当 $x = y$ 时， $x \& y = x + y$ ；当 $x < y$ 时，

$$x \& y = \frac{x}{2} + y. \text{ 例如： } 2 \& 1 = \frac{5}{2}.$$

(1) 直接写出 $(-1) \& 7 =$ _____；

(2) 已知 $2 \& x = \frac{5x+2}{3}$ ，求 x 的值；

(3) 若关于 x 的方程 $a \& (x+1) = a^2 - \frac{3a}{2} + 4$ 的解为 $x = a^2$ ，则 a 的值为_____．

25. 已知 $\angle AOB = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$ ，且 $\alpha \neq 120^\circ$)， $\angle BOC = \frac{\alpha}{2}$ ， OM 平分 $\angle AOC$ ， ON 平分 $\angle BOC$ ．

(1) 当射线 OC 在 $\angle AOB$ 的内部时.

①若 $a = 30^\circ$, 则 $\angle MON =$ _____;

②猜想 $\angle MON$ 与 $\angle BOC$ 之间的数量关系为: _____;

(2) 当射线 OC 在 $\angle AOB$ 的外部时, 画出图形, 并求 $\angle MON$ 的大小 (用含 α 的式子表示).

26. 在数轴上, 把原点记作点 O , 点 A 和点 B 分别表示的数为 a , b ($a > b$), 我们称关于 x 的一元一次方程 $ax + b = ab$ 为线段 AB 的相关方程, 将方程 $ax + b = ab$ 的解记为 $x = c$, c 在数轴上对应的点为 C , 若点 C 在线段 AB 上, 则称线段 AB 为美好线段, C 为线段 AB 的美好点.

(1) 若 $a = 2$, $b = -1$, 则线段 AB 的相关方程为 _____; 线段 AB 是否是美好线段: _____ (填“是”或“否”);

(2) 已知 $a = 0.5$, 若线段 AB 的美好点恰好是线段 AB 的中点, 求点 C 表示的数;

(3) 已知数组 $M: -\frac{2023}{100}, -\frac{2022}{100}, \dots, -\frac{1}{100}, 0, \frac{1}{100}, \frac{2}{100}, \frac{3}{100}, \dots, \frac{2023}{100}$, 一共有 4047 个数, 数组 $N: -10, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$, 一共有 10 个数. 有理数 a 是数组 M 中的一个数, 有理数 b 是数组 N 中的一个数, 若线段 AB 为美好线段, 且线段 AB 的美好点在数轴的正半轴上, 则这样的美好点一共有 _____ 个.

参考答案

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

1. 【答案】D

【分析】题目主要考查倒数的定义，理解乘积是 1 的两个数互为倒数是解题关键.

【详解】解：-5 的倒数是 $-\frac{1}{5}$ ，

故选：D.

2. 【答案】B

【分析】本题考查了科学记数法的表示方法，科学记数法的表现形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中

$1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同，当原数绝对值大于等于 10 时， n 是非负数，当原数绝对值小于 1 时， n 是负数，表示时关键是要正确确定 a 的值以及 n 的值.

【详解】解：将 1310000000 用科学记数法表示应为 1.31×10^9 ，

故选：B.

3. 【答案】B

【分析】本题主要考查了有理数比较大小，熟知正数大于 0，0 大于负数，两个负数比较大小，绝对值越大其值越小是解题的关键.

【详解】解：A、 $1 > -2$ ，原式错误，不符合题意；

B、 $-3 < 4$ ，原式正确，符合题意；

C、 $\because |-5| = 5 < |-6| = 6$ ，

$\therefore -5 > -6$ 原式错误，不符合题意；

D、 $0 > -1$ ，原式错误，不符合题意；

故选 B.

4. 【答案】B

【分析】根据一元一次方程的性质计算，即可得到答案.

【详解】 $\because -2x = 1$

$\therefore x = -\frac{1}{2}$

故选：B.

【点睛】本题考查了一元一次方程的知识；解题的关键是熟练掌握一元一次方程的性质，从而完成求解.

5. 【答案】B

【分析】根据合并同类项法则进行判断即可，此题考查了合并同类项，熟练掌握运算法则是解题的关键.

【详解】解：A. $3b - b = 2b$ ，故选项错误，不符合题意；

B. $-5m + 2m = -3m$ ，故选项正确，符合题意；

C. x^2y 与 xy^2 不是同类项，不能合并同类项，故选项错误，不符合题意；

D. x^3 与 $2x^2$ 不是同类项，不能合并同类项，故选项错误，不符合题意.

故选：B.

6. 【答案】C

【分析】根据等式的性质解答.

【详解】A、 $\because 3x = 2y + 4$ ， $\therefore 3x - 4 = 2y$ ，故该项不符合题意；

B、 $\because 3x = 2y + 4$ ， $\therefore 3x + 1 = 2y + 5$ ，故该项不符合题意；

C、 $\because 3x = 2y + 4$ ， $\therefore 3mx = 2my + 4m$ ，故该项符合题意；

D、 $\because 3x = 2y + 4$ ， $\therefore x = \frac{2}{3}y + \frac{4}{3}$ ，故该项不符合题意；

故选：C.

【点睛】此题考查等式的性质：等式两边同时加上或减去同一个整式，等式仍然成立；等式两边同时乘或除以同一个不为0的整式，等式仍然成立.

7. 【答案】C

【分析】本题主要考查了与线段中点有关的计算、线段的和差，由 D 是线段 AB 的中点，得出 $BD = AD = 2acm$ ，由 C 是线段 AD 的中点得出 $AC = CD = acm$ ，最后有 $CB = CD + BD$ 计算即可得出答案，找准线段之间的关系是解此题的关键.

【详解】解： $\because D$ 是线段 AB 的中点， $AB = 4acm$ ，

$\therefore BD = AD = 2acm$ ，

$\because C$ 是线段 AD 的中点，

$\therefore AC = CD = acm$ ，

$\therefore CB = CD + BD = a + 2a = 3acm$ ，

故选：C.

8. 【答案】D

【分析】本题考查了利用数轴比较数的大小，有理数绝对值的性质，乘法和加法计算，解题的关键是掌握相关法则并应用.

【详解】解：由数轴可知： $x < -2 < 0 < y < 1$ ，

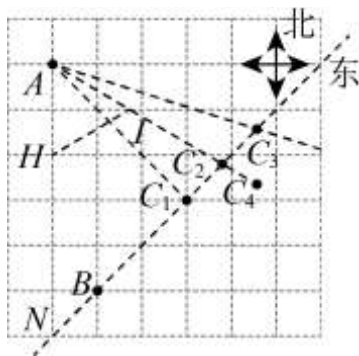
$\therefore -x > 2, |x| > |y|, xy < 0, x + y < -3$ ，

故选：D.

9. 【答案】B

【分析】本题考查的是方位角的判定，理解方位角的含义是解本题的关键；先画出图形，结合网格特点可得： C_1 ， C_2 ， C_3 在 B 的东北方向， C_1 在 A 的南偏东 45° 的方向，再画等边三角形 AHI ，从而可得答案.

【详解】解：如图，



由网格特点可得： C_1 ， C_2 ， C_3 在 B 的东北方向，

C_1 在 A 的南偏东 45° 的方向，

在网格中画等边三角形 AHI ， $AH = AI = HI = 2$ ，连接 AI 并延长，

$\therefore \angle HAI = 60^\circ$ ，

\therefore 点 C 可能的位置是图中的 C_2 ，

故选 B

10. 【答案】D

【分析】本题考查了单项式乘以单项式、整式的加减的应用，分别求出 $S_{\text{甲}}$ 、 $S_{\text{乙}}$ 、 $S_{\text{丙}}$ ，进行比较即可得出答案，根据图形求出 $S_{\text{甲}}$ 、 $S_{\text{乙}}$ 、 $S_{\text{丙}}$ 是解此题的关键.

【详解】解：由题意可得：

$$S_{\text{甲}} = 6 \times 2a \times 2a + 2 \times a \times a = 26a^2,$$

$$S_{\text{乙}} = 6 \times 2a \times 2a = 24a^2,$$

$$S_{\text{丙}} = 6 \times 2a \times 2a + 4 \times a \times a = 28a^2,$$

$$\therefore 28a^2 > 26a^2 > 24a^2,$$

$$\therefore S_{\text{丙}} > S_{\text{甲}} > S_{\text{乙}},$$

故选：D.

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11. 【答案】-1

【分析】本题主要考查了同类项的定义和代数式求值，所含字母相同，相同字母的指数也相同的单项式叫做同类项，据此可得 $a = 3$ ， $b = 4$ ，则 $a - b = -1$.

【详解】解： \because 单项式 $-3x^a y^4$ 与 $5x^3 y^b$ 是同类项，

$$\therefore a = 3, b = 4,$$

$$\therefore a - b = 3 - 4 = -1,$$

故答案为：-1.

12. 【答案】-1（答案不唯一）

【分析】本题主要考查了解一元一次方程，先解方程得到 $x = -\frac{m}{2}$ ，再由方程的解为正数得到 $m < 0$ ，据此可得答案.

【详解】解：解方程 $2x + m = 0$ 得 $x = -\frac{m}{2}$ ，

∵ 关于 x 的一元一次方程 $2x + m = 0$ 的解为正数，

$$\therefore x = -\frac{m}{2} > 0,$$

$$\therefore m < 0,$$

∴ m 的一个取值可以为 -1 ，

故答案为： -1 （答案不唯一）.

13. 【答案】两点之间，线段最短

【分析】本题考查了线段的性质，根据两点之间，线段最短即可得出答案，熟练掌握线段的性质是解此题的关键.

【详解】解：由题意可得：其中的道理为两点之间，线段最短，

故答案为：两点之间，线段最短.

14. 【答案】 $3x + 18 = 4x - 22$

【分析】本题考查了由实际问题抽象出一元一次方程，设这个班有 x 名学生，根据图书数量不变，列出一元一次方程，即可得出答案，理解题意，找准等量关系是解此题的关键.

【详解】解：设这个班有 x 名学生，

由题意得： $3x + 18 = 4x - 22$ ，

故答案为： $3x + 18 = 4x - 22$.

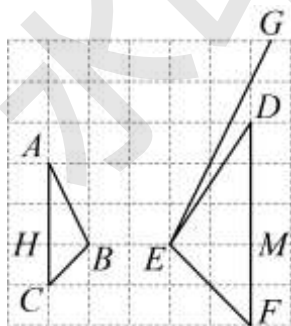
15. 【答案】 $>$

【分析】本题主要考查了角的比较，根据 $\angle HBC = \angle MEF$ ， $\angle ABH = \angle MEG > \angle DEM$ 即可得到结论.

【详解】解：如图所示， $\angle HBC = \angle MEF$ ， $\angle ABH = \angle MEG > \angle DEM$

$$\therefore \angle ABC > \angle DEF,$$

故答案为： $>$.



16. 【答案】 ①. 4 ②. 1

【分析】本题考查了已知字母，求代数式的值，解一元一次方程，解题的关键在于理解题意，正确计算.

【详解】由题可知：当 $x=2$ 时，

$$N=3x-2=3\times 2-2=4$$

即： $a=4$

当 $x=c$ 时，

$$M=2x-1=2c-1$$

$$N=3x-2=3c-2$$

$$\because M=b, N=b$$

$$\therefore M=N$$

$$\therefore 2c-1=3c-2$$

解得： $c=1$

故答案为： $a=4, c=1$.

三、解答题（本题共 52 分，第 17-18 题，每小题 7 分，第 19-22 题，每小题 4 分，第 23-24 题，每小题 5 分，第 25-26 题，每小题 6 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 【答案】(1) 7 (2) 1

【分析】本题考查了有理数的混合运算，熟练掌握运算法则以及运算顺序是解此题的关键.

(1) 根据有理数的混合运算法则计算即可得出答案；

(2) 先计算乘方与绝对值，再计算乘除，最后计算加减即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解： } 3\times(-2)-(-5)+8=-6+5+8=7;$$

【小问 2 详解】

$$\text{解： } 12\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2+(-6)\div|-3|=12\times\frac{1}{4}+(-6)\div 3=3+(-2)=1.$$

18. 【答案】(1) $x=5$

$$(2) x=-\frac{5}{3}$$

【分析】本题主要考查了解一元一次方程，熟知解一元一次方程的步骤是解题的关键.

(1) 按照去括号，移项，合并同类项，系数化为 1 的步骤解方程即可；

(2) 按照去分母，去括号，移项，合并同类项，系数化为 1 的步骤解方程即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解： } x+7=3(x-1)$$

$$\text{去括号得： } x+7=3x-3,$$

$$\text{移项得： } x-3x=-3-7,$$

$$\text{合并同类项得： } -2x=-10,$$

系数化为1得： $x=5$ ；

【小问2详解】

$$\text{解：} \frac{x-1}{3} = \frac{5-x}{6} - 2$$

$$\text{去分母得：} 2(x-1) = 5-x-12,$$

$$\text{去括号得：} 2x-2 = 5-x-12,$$

$$\text{移项得：} 2x+x = 5-12+2,$$

$$\text{合并同类项得：} 3x = -5$$

$$\text{系数化为1得：} x = -\frac{5}{3}.$$

19. 【答案】39

【分析】本题主要考查了整式的化简求值，先把所求式子变形为 $7(a-b)+18$ ，再利用整体代入法求解即可。

$$\text{【详解】解：} 3(a-b)+4a-4b+18$$

$$= 3(a-b)+4(a-b)+18$$

$$= 7(a-b)+18$$

$$\because a-b=3,$$

$$\therefore 7(a-b)+18 = 7 \times 3 + 18 = 21 + 18 = 39.$$

$$\text{即 } 3(a-b)+4a-4b+18 = 39.$$

20. 【答案】(1) ①见解析；②见解析；③见解析

(2) <

【分析】本题考查尺规作图、比较角度的大小及线段的和与差，正确理解题意是解题关键。

(1) ①以点 O 为圆心， OA 长为半径画弧，交 ON 于 B 即可；②在 $\angle MON$ 内部，靠近 OM 一侧画射线 OP 即可；③在 OP 上找出点 C ，连接即可；

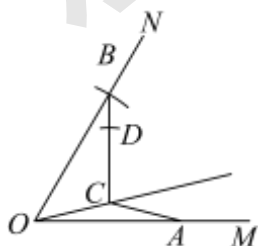
(2) 以 C 为圆心， AC 长为半径画弧，交 BC 于 D ，根据图形判断即可得答案。

【小问1详解】

解：如图，①以点 O 为圆心， OA 长为半径画弧，交 ON 于点 B ，点 B 即为所求；

②在 $\angle MON$ 内部，靠近 OM 一侧画射线 OP ，射线 OP 即为所求，

③ CA ， CB 即为所求



【小问2详解】

如图，以 C 为圆心， AC 长为半径画弧，交 BC 于 D ，

由图可知， $BC = CD + BD$ ，

$\therefore AC < BC$ ，

故答案为：<

21. 【答案】 40°

【分析】本题主要考查了几何图形中角度的计算，补角的定义，根据度数之和为 180° 的两个角互为补角得到 $\angle AOD + \angle BOC = 180^\circ$ ，进而推出 $20^\circ + 4\angle COD = 180^\circ$ ，则 $\angle COD = 40^\circ$ 。

【详解】解： $\because \angle AOD$ 与 $\angle BOC$ 互为补角，

$\therefore \angle AOD + \angle BOC = 180^\circ$ ，

$\because \angle AOD = \angle AOC + \angle COD$ ， $\angle BOC = \angle BOD + \angle COD$ ，

$\therefore \angle AOC + \angle COD + \angle BOD + \angle COD = 180^\circ$ ，

$\because \angle AOC = 20^\circ$ ， $\angle BOD = 2\angle COD$ ，

$\therefore 20^\circ + 4\angle COD = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle COD = 40^\circ$ 。

22. 【答案】(1) 5 (2) 7 或 17

【分析】本题主要考查了与线段中点有关的计算、线段之间的和差关系，利用数形结合的思想，找准线段之间的关系是解此题的关键。

(1) 先求出 $BC = 10$ ，再由 D 为线段 BC 的中点得出 $CD = \frac{1}{2}CB$ ，即可得出答案；

(2) 分两种情况：当 E 在点 A 右侧时，当 E 在点 A 左侧时，分别画出图形，根据线段之间的关系进行计算即可得出答案。

【小问 1 详解】

解：由图可知 $AB = AC + CB$ ，

$\because AB = 12$ ， $AC = 2$ ，

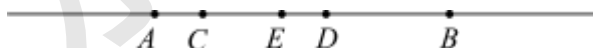
$\therefore CB = AB - AC = 12 - 2 = 10$ ，

$\because D$ 为线段 BC 的中点，

$\therefore CD = \frac{1}{2}CB = \frac{1}{2} \times 10 = 5$ ；

【小问 2 详解】

解：当 E 在点 A 右侧时，如图，



$\therefore AE = CD = 5$ ，且 $AB = 12$ ，

$\therefore EB = AB - AE = 12 - 5 = 7$ ，

当 E 在点 A 左侧时，如图，



$\because AE = CD = 5$ ，且 $AB = 12$ ，

$\therefore EB = EA + AB = 12 + 5 = 17$ ，

综上所述， EB 的长为 7 或 17.

23. 【答案】还需要增加 12 名文物修复师才能按时完成修复工作

【分析】本题主要考查了一元一次方程的实际应用，设还需要增加 x 名文物修复师才能按时完成修复工作，根据工作总量 = 工作时间 \times 工作效率列出方程求解即可.

【详解】解：设还需要增加 x 名文物修复师才能按时完成修复工作.

依题意列方程，得 $\frac{10 \times 16}{720} + \frac{(30 - 10)(16 + x)}{720} = 1$.

解得 $x = 12$.

答：还需要增加 12 名文物修复师才能按时完成修复工作.

24. 【答案】(1) $\frac{13}{2}$

(2) 2 或 $\frac{8}{7}$

(3) $\frac{3}{2}$

【分析】本题考查了有理数的加法、解一元一次方程，理解题意，采用分类讨论的思想，准确进行计算是解此题的关键.

(1) 由 $-1 < 7$ 得出 $(-1) \& 7 = \frac{-1}{2} + 7 = \frac{13}{2}$ ，即可得解；

(2) 分三种情况：当 $2 > x$ 时，当 $2 = x$ 时，当 $2 < x$ 时，分别得出一元一次方程，解方程即可得出答案；

(3) 由题意可得 $x + 1 = a^2 + 1 > a$ ，从而得出 $a \& (x + 1) = \frac{a}{2} + x + 1 = \frac{a}{2} + a^2 + 1 = a^2 - \frac{3a}{2} + 4$ ，解方程

即可得出答案.

【小问 1 详解】

解： $\because -1 < 7$ ，

$\therefore (-1) \& 7 = \frac{-1}{2} + 7 = \frac{13}{2}$ ，

故答案为： $\frac{13}{2}$ ；

【小问 2 详解】

解：当 $2 > x$ 时， $2 \& x = 2 + \frac{x}{2} = \frac{5x + 2}{3}$ ，即 $2 + \frac{x}{2} = \frac{5x + 2}{3}$ ，

解得： $x = \frac{8}{7}$ ；

$$\text{当 } 2 = x \text{ 时, } 2x = 2 + x = \frac{5x+2}{3}, \text{ 即 } 2 + x = \frac{5x+2}{3},$$

解得: $x = 2$;

$$\text{当 } 2 < x \text{ 时, } 2x = 1 + x = \frac{5x+2}{3}, \text{ 即 } 1 + x = \frac{5x+2}{3},$$

$$\text{解得: } x = \frac{1}{2} \text{ (不符合题意, 舍去);}$$

综上所述, x 的值为 2 或 $\frac{8}{7}$;

【小问 3 详解】

$$\text{解: } \because x = a^2,$$

$$\therefore x+1 = a^2 + 1 > a,$$

$$\therefore a(x+1) = \frac{a}{2} + x + 1 = \frac{a}{2} + a^2 + 1 = a^2 - \frac{3a}{2} + 4, \text{ 即 } \frac{a}{2} + a^2 + 1 = a^2 - \frac{3a}{2} + 4,$$

$$\text{解得: } a = \frac{3}{2},$$

$$\text{故答案为: } \frac{3}{2}.$$

25. 【答案】(1) ① 15° ; ② $\angle MON = \angle BOC$

$$(2) \text{ 如图 1 所示, } \angle MON = \frac{1}{2}\alpha, \text{ 如图 2 所示, } \angle MON = 180^\circ - \frac{1}{2}\alpha$$

【分析】本题主要考查了几何图形中角度的计算, 角平分线的定义:

$$(1) \text{ ①先求出 } \angle AOC = \frac{1}{2}\alpha, \text{ 再根据角平分线的定义得到 } \angle COM = \frac{1}{4}\alpha, \angle CON = \frac{1}{4}\alpha, \text{ 则}$$

$$\angle MON = \angle COM + \angle CON = \frac{1}{2}\alpha = 15^\circ; \text{ ②同 (1) ①求解即可;}$$

(2) 分如图 1 和图 2 两种情况, 先求出 $\angle AOC$, 进而求出 $\angle COM$, $\angle CON$ 的度数, 进而根据角之间的关系可得答案.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \text{①} \because \angle BOC = \frac{\alpha}{2}, \angle AOB = \alpha,$$

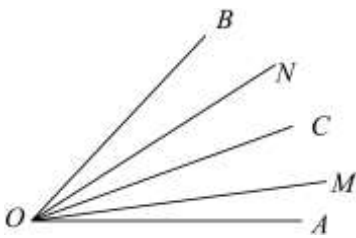
$$\therefore \angle AOC = \angle AOB - \angle BOC = \frac{1}{2}\alpha,$$

$$\because OM \text{ 平分 } \angle AOC, ON \text{ 平分 } \angle BOC,$$

$$\therefore \angle COM = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{1}{4}\alpha, \angle CON = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{4}\alpha,$$

$$\therefore \angle MON = \angle COM + \angle CON = \frac{1}{2}\alpha = 15^\circ,$$

故答案为：15°；



②同 (1) ①得 $\angle MON = \frac{1}{2}\alpha,$

$$\therefore \angle MON = \angle BOC,$$

故答案为： $\angle MON = \angle BOC$ ；

【小问 2 详解】

解：如图 1 所示，当射线 OC 在 $\angle AOB$ 的外部时，

$$\because \angle BOC = \frac{\alpha}{2}, \quad \angle AOB = \alpha,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = \frac{3}{2}\alpha,$$

$$\because OM \text{ 平分 } \angle AOC, \quad ON \text{ 平分 } \angle BOC,$$

$$\therefore \angle COM = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{3}{4}\alpha, \quad \angle CON = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{4}\alpha,$$

$$\therefore \angle MON = \angle COM - \angle CON = \frac{1}{2}\alpha;$$

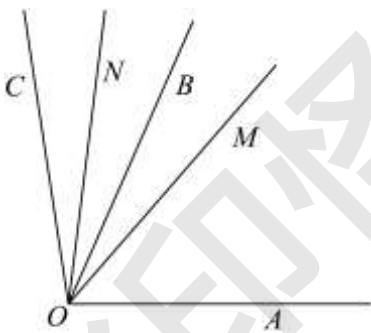


图 1

如图 2 所示，当射线 OC 在 $\angle AOB$ 的外部时，

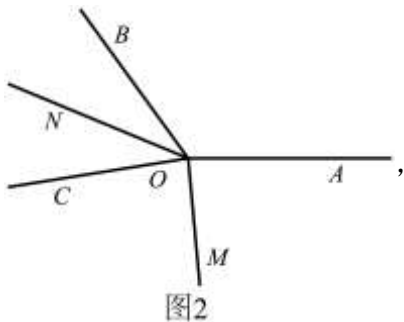
$$\because \angle BOC = \frac{\alpha}{2}, \quad \angle AOB = \alpha,$$

$$\therefore \angle AOC = 360^\circ - \angle AOB - \angle BOC = 360^\circ - \frac{3}{2}\alpha,$$

$$\because OM \text{ 平分 } \angle AOC, \quad ON \text{ 平分 } \angle BOC,$$

$$\therefore \angle COM = \frac{1}{2} \angle AOC = 180^\circ - \frac{3}{4} \alpha, \quad \angle CON = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{4} \alpha,$$

$$\therefore \angle MON = \angle COM + \angle CON = 180^\circ - \frac{1}{2} \alpha.$$



26. 【答案】(1) $2x-1=-2$ ，是

(2) $\frac{1}{6}$

(3) 46

【分析】本题考查了定义新运算，一元一次方程的解，数轴上的点，解题的关键是根据题意列出方程.

(1) 由题意和美好线段的定义可得答案；

(2) 由线段 AB 的美好点恰好是线段 AB 的中点，得 $x = \frac{b}{2} + \frac{1}{4}$ ，将 $a = -\frac{1}{2}$ 代入计算可得 $b = -\frac{1}{6}$ ，即

可求出点 C 表示的数；

(3) 根据一元一次方程的定义求出 $a \neq 0$ ，再解得 $b < 0 < a$ ，分两种情况 $b = -10$ 或 $b = -1$ ，当 $b = -10$ 时，解得 $0.91 < a < 1$ ；当 $b = -1$ 时，解得 $0.61 < a < 1$ ，即可得美好点数.

【小问 1 详解】

解：由题意可知线段 AB 的相关方程为 $2x-1=-2$ ，

$$2x-1=-2, \text{ 解得: } x = -\frac{1}{2},$$

$$\because -1 < \frac{1}{2} < 2,$$

\therefore 线段 AB 是美好线段；

【小问 2 详解】

$$\text{由题意可知: } x = \frac{a+b}{2} = \frac{b}{2} + \frac{1}{4},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times \left(\frac{b}{2} + \frac{1}{4} \right) + b = \frac{1}{2} b,$$

$$\text{解得: } b = -\frac{1}{6},$$

$$\therefore x = \frac{b}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6},$$

\therefore 点 C 表示的数是 $\frac{1}{6}$;

【小问 3 详解】

因为关于 x 的一元一次方程 $ax + b = ab$ ，所以 $a \neq 0$;

$$ax + b = ab, \text{ 解得: } x = b - \frac{b}{a}, \text{ 即 } c = b - \frac{b}{a},$$

因为点 C 在线段 AB 上，所以 $b < c < a$ ， $b < b - \frac{b}{a} < a$,

$$\text{所以 } b < b - \frac{b}{a}, \text{ 解得: } \frac{b}{a} < 0,$$

$$\therefore b < a,$$

$$\therefore b < 0 < a,$$

$$\therefore b = -10 \text{ 或 } b = -1,$$

因为美好点在数轴的正半轴上，即 $c > 0$ ，所以 $b - \frac{b}{a} > 0$,

当 $b = -10$ 时， $c = -10 + \frac{10}{a}$ ，所以 $-10 + \frac{10}{a} > 0$ 解得： $a < 1$ ，所以 $0 < a < 1$ ，

$$b - \frac{b}{a} < a \text{ 即 } -10 + \frac{10}{a} < a, \text{ 解得: } a > 0.91,$$

所以 $0.91 < a < 1$ ，所以 a 可取 $\frac{92}{100}, \frac{93}{100}, \frac{94}{100} \dots \frac{99}{100}$ 共 8 个;

当 $b = -1$ 时， $c = -1 + \frac{1}{a}$ ，所以 $-1 + \frac{1}{a} > 0$ 解得： $a < 1$ ，所以 $0 < a < 1$ ，

$$b - \frac{b}{a} < a \text{ 即 } -1 + \frac{1}{a} < a, \text{ 解得: } a > 0.61,$$

所以 $0.61 < a < 1$ ，所以 a 可取 $\frac{62}{100}, \frac{63}{100}, \frac{64}{100} \dots \frac{99}{100}$,

$$\text{共 } 99 - 61 = 38,$$

$$8 + 38 = 46,$$

\therefore 美好点一共有 46 个.