

模型建立：模型建立是将原问题抽象成用数学语言的表达式，它一定是在先前的问题分析和模型假设的基础上得来的。因为比赛时间很紧，大多时候我们都是使用别人已经建立好的模型。这部分一定要将题目问的问题和模型紧密结合起来，切忌随意套用模型。我们还可以对已有模型的某一方面进行改进或者优化，或者建立不同的模型解决同一个问题，这样就是论文的创新和亮点。

模型求解：把实际问题归结为一定的数学模型后，就要利用数学模型求解所提出的实际问题了。一般需要借助计算机软件进行求解，例如常用的软件有Matlab, Spss, Lingo, Excel, Stata, Python等。求解完成后，得到的求解结果应该规范准确并且醒目，若求解结果过长，最好编入附录里。（注意：如果使用智能优化算法或者数值计算方法求解的话，需要简要阐明算法的计算步骤）

物理类问题中模型的建立

非常依赖物理知识
类似于解高中物理题

5.1 热传导方程的建立

2020年A题回焊炉

根据物理知识，在内部无热源的无限大均匀平面介质中 [3]，有

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{c\rho} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

记 $\alpha = \frac{k}{c\rho}$ ，称为介质的热扩散率，则大温区 D_i 中的一维热传导方程又可记为

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_i \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (i = 1, 2, \dots, 5)$$

5.2 碰撞阶段

由动量守恒与关于动能变化的假设，以及球自由落体与竖直上抛所经过路程相同，可得

$$\begin{cases} m_1 v_1 - m_2 v_2 = -m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ \eta \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right) = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \\ v_2 = v_2' \end{cases}$$

其中各个符号所表示意义为

m_2 ：排球质量

v_2 ：排球碰撞前速度

v_1' ：同心鼓碰撞后速度

v_2' ：排球碰撞后速度

η ：碰撞后动能与碰撞前动能之比

2019年B题同心鼓

优化类问题中模型的建立

目标函数+约束条件

问题三中的要求可用数学语言描述如下:

2020年A题回焊炉

目标函数

$$\min S = S(T_1, T_2, T_3, T_4, v)$$

$$\max\{v_{\min}, 65\} \leq v \leq \min\{v_{\max}, 100\} \quad (10)$$

$$438.15 \leq T_1 \leq 458.15 \quad (11)$$

$$458.15 \leq T_2 \leq 478.15 \quad (12)$$

约束条件

$$s.t. \quad 498.15 \leq T_3 \leq 518.15 \quad (13)$$

$$518.15 \leq T_4 \leq 538.15 \quad (14)$$

$$v_{\max} = v_{\max}(T_1, T_2, T_3, T_4) \quad (15)$$

$$v_{\min} = v_{\min}(T_1, T_2, T_3, T_4) \quad (16)$$

关于约束条件的说明:

解释约束条件

- 当各个大温区温度设定后,元件的温度变化曲线只与过炉速度有关。因此,要使得元件温度曲线满足制程界限,只需元件过炉速度满足在最小速度 $v_{\min}(T_1, T_2, T_3, T_4)$ 到最大速度 $v_{\max}(T_1, T_2, T_3, T_4)$ 范围内。同时根据题中要求,也要满足在 $65 \text{ cm/min} \sim 100 \text{ cm/min}$ 范围内。
- 各个大温区的设定温度应处于在原设定值基础上 $\pm 10^\circ\text{C}$ 范围内。

使用别人已经建立好的模型

紧密联系问题,切忌无脑套用

2020年C题银行放贷问题

TOPSIS 方法是基于数据对样本进行排序的一种方法,其基本思想是根据样本数据构造一个理想化的目标,比如在本例中就是构造一个各方面信贷风险指标都达到最优的企业,然后测量实际企业和这个理想化企业的接近程度,越接近就代表其信贷风险越低。

找出每列也就是每个信贷风险指标的最大值,记为 z_i^+ ($i=1, 2, \dots, m$), 组成向量

$$Z^+ = \{z_1^+, z_2^+, \dots, z_m^+\}$$

该向量代表理想的企业。同样的,找出每列也就是每个指标的最小值,记为

z_i^- ($i=1, 2, \dots, m$), 组成向量

$$Z^- = \{z_1^-, z_2^-, \dots, z_m^-\}$$

该向量代表最不理想的企业,即每个正向化后的指标都达到了最小。

模型求解的注意事项

(1) 国赛中常出优化类问题，如果你用到了启发式算法求解的话，一定要简要写明算法步骤，并结合具体的问题来阐明计算的思路。

7.3 模型求解及结果分析

2019年B136

7.3.1 模拟退火算法简介^[2]

模拟退火算法(SA)属于一种通用的随机搜索算法。其基本的思想来源于固体的退火过程。是一种基于概率的算法：将固体加热至充分分离，再让其徐徐冷却。加热时，固体内部粒子随温度升变为无序状，内能增大，而徐徐冷却时粒子渐趋有序。在每个温度都达到平衡态，最后在常温时达到基态，内能减为最小，以优化问题的求解与物理退火过程的相似性为基础，适当的控制温度的下降过程，实现模拟退火从而达到全局优化的目的。本模型的模拟退火算法求解基本过程展示如下：

Algorithm 1 SA 模拟退火算法伪代码

```
1: 初始化:  $T_k, T_0, \alpha, L_f, Result, X_0 = [F_0, F, t]$ 
2:  $X_{current} = X_0, X_{best} = X_0, ind_{current} = inf, ind_{best} = inf$ 
3: while  $T_k > T_0$  do
4:   for  $i = 1$  to  $L_f$  do
5:      $X = \text{随机扰动}(X_{current})$ 
6:     if 不满足约束 then
7:       continue
8:     end if
9:      $ind = \text{optfun}(X_{current})$ 
10:    if  $ind < ind_{current}$  then
```

(2) 求解的结果应该在论文中突出的展示出来，有具体答案的问题比较简单，直接放上数值计算结果即可；如果是开放类问题的话，一定要对结果进行阐明和解释，如果能加上美观整洁的图表就更好了。

2020年A212

问题一：

建模分析焊接区域的温度变化规律，假设过炉速度调整为 78cm/min，小温区 1~5 设置为 173°C，小温区 6 设置为 198°C，小温区 7 设置为 230°C，小温区 8~9 设置为 257°C，通过模型计算得到焊接区域中心温度变化情况，列出指定位置的焊接区域中心温度，绘制炉温曲线，将每隔 0.5s 的温度数据存放到表格中。

当传送带过炉速度更为 78 cm/min，各温区温度的设定值更改为 $T_1=173^\circ\text{C}$ ， $T_6=198^\circ\text{C}$ ， $T_7=230^\circ\text{C}$ ， $T_8=257^\circ\text{C}$ ， $T_9=257^\circ\text{C}$ ，将这些数据代入到我们的模型中进行计算，得到在该情况下的焊接区域中心温度变化曲线，即炉温曲线，如图 5 所示。

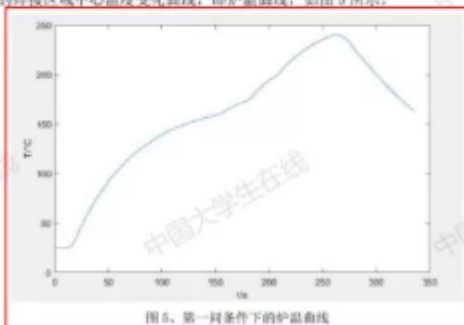


图 5. 第一问条件下的炉温曲线

该炉温曲线达到的峰值温度为 242.2832°C，且升温 and 降温的速率都没有超过 3°C/s，均符合制程限制中的条件。

对于题中所要求的几个特殊位置的温度值，结果如表一所示。

表 1. 几个特殊位置的炉温值表

位置	温度/°C
小温区 3 中点	129.0153
小温区 6 中点	163.9644
小温区 7 中点	174.8322
小温区 8 结束处	207.8417

每隔 0.5s 焊接区域中心的温度存入了 result.csv 中，可以从我们提供的支撑材料中查看结果。