

Лекция 6

Реконструкция типов в просто типизированном лямбда-исчислении, комбинаторы

Алгоритм вывода типов

Пусть есть: $?| - A : ?$, хотим найти пару $\langle \text{контекст, тип} \rangle$

Алгоритм:

1. Рекурсия по структуре формулы

Построить по формуле A пару $\langle E, \tau \rangle$, где

E —набор уравнений, τ —тип A

2. Решение уравнения, получения подстановки S и из решения E и $S(\tau)$ получения ответа

Т.е. необходимо свести вывод типа к алгоритму унификации.

Пункт 1

Рассмотрим 3 случая

1. $A \equiv x \implies \langle \{\}, \alpha_A \rangle$, где $\{\}$ —пустой контекст, α_A —новая переменная нигде не встречавшаяся до этого в формуле
2. $A \equiv P Q \implies \langle E_P \cup E_Q \cup \{\tau_P = \tau_Q \rightarrow \alpha_A\}, \alpha_A \rangle$, где α_A —новая переменная
3. $A \equiv \lambda x. P \implies \langle E_P, \alpha_x \rightarrow \tau_P \rangle$

Пункт 2 Алгоритм унификации

Рассмотрим E —набор уравнений, запишем все уравнения в алгебраическом виде т.е. $\alpha \rightarrow \beta \Leftrightarrow \alpha\beta$, затем применяем алгоритм унификации.

Лемма: Рассмотрим терм M и пару $\langle E_M, \tau_M \rangle$, Если $\Gamma| - M : \rho$, то существует

1. S –решение E_M тогда $\Gamma = \{S(\alpha_x) \mid x \in FV(M)\}$, FV –множество свободных переменных в терме M , α_x – переменная полученная при разборе терма M

$$\rho = S(\tau_M)$$

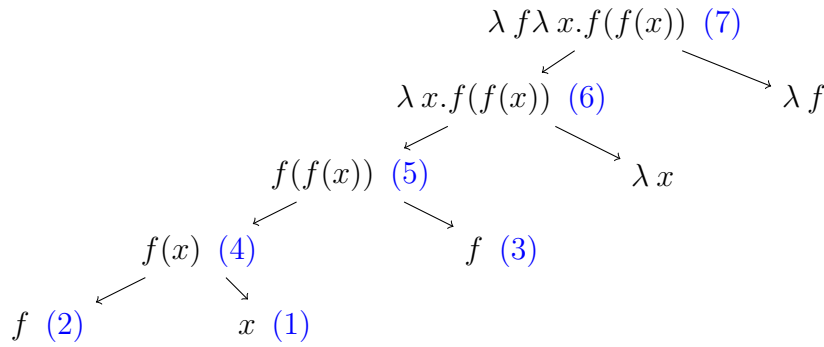
2. Если S – решение E_M , то $\Gamma \mid - M : \rho$, Доказательство–индукция по структуре терма M

$\langle \Gamma, \rho \rangle$ –основная пара для терма M , если

1. $\Gamma \mid - M : \tau$
2. Если $\Gamma' \mid - M : \tau'$, то существует $S : S(\Gamma) \subset \Gamma'$

Пример алгоритма:

Рассмотрим терм: $\lambda f \lambda x. f(f(x))$, построим и пронумеруем его дерево разбора:



1. $E_1 = \langle \{\}, \alpha_x \rangle$
2. $E_2 = \langle \{\}, \alpha_f \rangle$
3. $E_3 = \langle \{\}, \alpha_f \rangle$
4. $E_4 = \langle \{\alpha_f = \alpha_x \rightarrow \alpha_1\}, \alpha_1 \rangle$
5. $E_5 = \langle \{\alpha_f = \alpha_x \rightarrow \alpha_1$
 $\alpha_f = \alpha_1 \rightarrow \alpha_2\}, \alpha_2 \rangle$
6. $E_6 = \langle \{\alpha_f = \alpha_x \rightarrow \alpha_1$
 $\alpha_f = \alpha_1 \rightarrow \alpha_2\}, \alpha_x \rightarrow \alpha_2 \rangle$
7. $E_7 = \langle \{\alpha_f = \alpha_x \rightarrow \alpha_1$
 $\alpha_f = \alpha_1 \rightarrow \alpha_2\}, \alpha_f \rightarrow (\alpha_x \rightarrow \alpha_2) \rangle$

$$E = \alpha_f = \alpha_x \rightarrow \alpha_1$$

$\alpha_f = \alpha_1 \rightarrow \alpha_2$, решим полученную систему:

1. приведем систему к алгебраическому виду и решим её:

(a)

$$\begin{cases} \alpha_f \Rightarrow (\alpha_x \alpha_1) \\ \alpha_f \Rightarrow (\alpha_1 \alpha_2) \end{cases}$$

(b)

$$\left\{ \rightarrow (\alpha_1 \alpha_2) \Rightarrow (\alpha_x \alpha_1) \right.$$

(c)

$$\begin{cases} \alpha_1 = \alpha_x \\ \alpha_2 = \alpha_1 \end{cases}$$

(d)

$$\begin{cases} \alpha_1 = \alpha_x \\ \alpha_2 = \alpha_x \end{cases}$$

2. Получим

$$S = \begin{cases} \alpha_f \Rightarrow (\alpha_x \alpha_1) \\ \alpha_1 = \alpha_x \\ \alpha_2 = \alpha_x \end{cases}$$