Лекция 5
Изоморфизм Карри-Ховарда (завершение), Унификация

Определение
Изоморфизм Карри-Ховарда

1. $\Gamma \vdash$ M:σ влечет $|\Gamma|\vdash \sigma$

2. $\Gamma \vdash \sigma$, то существует M и существует Δ, такое что $|\Delta|$=Γ, что Δ $\vdash$M:σ, где Δ=$\{x_\sigma$:$\sigma|\sigma \in \Gamma$ $\}$

Рассмотрим пример: $\{$f:$\alpha \to \beta$, x:$\beta\}\vdash$fx:β
Применив изоморфизм Карри-Ховарда получим: $\{\alpha \to \beta,\ \beta\}\vdash \beta$

П.1 доказывается индукцией по длине выражения т.е. есть 3 правила вывода. убирая P и Q.

П.2 доказывается аналогичным способом но действия обратные.
Т.е. отношения между типами в системе типов могут рассматриваться как образ отношений между высказываниями в логической системе, и наоборот.

Определение
расширенный полином определяется формулой:

$$E(p,q) = \begin{cases} C, & \text{if } p=q=0 \\ p_1(p), & \text{if } q=0 \\ p_2(q), & \text{if } p=0 \\ p_3(p,q), & \text{if } p,q\neq 0 \end{cases}$$

, где $C-$константа, p_1, p_2, p_3-выражения, составленные из $*, +, p, q$ и констант

по сути расширенный полином это множество функций над натуральными числами(черчевскими нумералами).

Пусть $\upsilon = (\alpha \to \alpha) \to (\alpha \to \alpha)$, где α−произвольный тип и пусть $F \in \Lambda$, что $F : \upsilon \to \upsilon \to \upsilon$, то существует расширенный полином E, такой что $\forall a, b \in \mathbb{N}\ F(\overline{a}, \overline{b}) =_\beta \overline{E(a,b)}$, где $\overline{a}$−черчевский нумерал

Теорема

У каждого терма в просто типизиреумом λ исчислении существует расширенный полином.

Ссылки

1. https://www.quora.com/What-is-an-intuitive-explanation-of-the-Curry-Howard-correspondence

2. https://habr.com/post/269907/

3. https://arxiv.org/pdf/cs/0701022.pdf